

OPTIMIZAÇÃO DE ÁREAS DE EXPOSIÇÃO EM SUPERMERCADOS — UM EXEMPLO DE APLICAÇÃO EM PORTUGAL (*)

Maria Arnalda Vasconcelos (**)
Isabel Hall Themido (***)

1 — Introdução

O sector do retalho tem sofrido profundas alterações nos últimos anos. A abertura de grandes superfícies, ao alterar a forma tradicional de venda, veio obrigar ao estabelecimento de certas regras — códigos de relação entre consumidores e produtos em exposição.

O elevado número de artigos actualmente disponíveis em qualquer super ou hipermercado, associado a um espaço de exposição que, apesar de grande, é limitado, traz alguma complexidade ao problema da distribuição do espaço de exposição. De notar ainda que o sistema de venda que vigora nas grandes superfícies (*self-service*) é caracterizado pela ausência de empregados. Compete, de certa maneira, ao espaço de exposição colmatar essa ausência de elemento humano de ligação entre consumidores e produtos em exposição.

Assim, é possível considerar dois aspectos distintos neste problema; um de *carácter logístico* — os produtos para se venderem têm que estar todos em exposição, o que obriga a que o espaço atribuído a cada produto tenha que ser de molde a evitar a ruptura (na prateleira) desse produto, outro de *carácter comercial* — quando é preciso chamar a atenção para qualquer produto, seja porque é um produto novo seja porque é do interesse do retalhista aumentar as suas vendas, é ainda ao espaço de exposição que compete fazer essa chamada de atenção.

Existem já disponíveis no mercado português alguns pacotes de *software* destinados a ajudar a solucionar o problema da distribuição do espaço de exposição mas nenhum deles aborda o segundo aspecto aqui referido. Isto é, o *software* disponível analisa o problema no seu *aspecto operacional*, atribuindo a cada produto o espaço necessário para evitar ruptura, evitando além disso ocupações inúteis, mas a *faceta comercial* — potenciar vendas, no sentido do aumento do lucro do retalhista — não é aí abordada.

(*) O artigo apresenta alguns dos resultados utilizados na dissertação «Optimização de áreas de exposição em supermercados», apresentada pelo primeiro autor deste artigo, para obtenção do grau de mestre em Investigação Operacional e Engenharia de Sistemas no IST em Abril de 1995. Os autores agradecem o apoio concedido à realização deste trabalho por duas cadeias de supermercados portuguesas.

(**) Professora-adjunta da Escola Náutica Infante D. Henrique.

(***) Professora associada do IST.

Poder-se-á dizer que, resolvido o problema do *espaço mínimo*, fica em aberto o problema do *espaço óptimo*. E é aqui que se localiza este trabalho, que procura dar uma contribuição para a definição de *regras de alocação do espaço que conduzam à maximização do lucro do retalhista*.

O problema da distribuição do espaço de exposição tem suscitado o interesse de vários especialistas da área do *marketing*. Em consequência disso, é possível encontrar na literatura da especialidade dos últimos anos alguns estudos importantes abordando este tema.

Para além de diversos estudos experimentais (Doyle e Gidengil, 1977), demonstrando a importância do impacte visual no aumento das vendas de diferentes artigos, foram desenvolvidos, nos últimos anos, alguns programas de distribuição de espaço de exposição (*in* Curhan, 1973 ; Corstjens and Doyle, 1981).

De entre os mais vulgarizados contam-se os seguintes:

- OBM (1966) — sugere uma distribuição do espaço proporcional ao lucro bruto;
- COSMOS (1968) — as regras de alocação do espaço são definidas tendo em conta não só a vertente vendas como a vertente custos;
- PROGALI (1978) — sugere uma distribuição do espaço proporcional às vendas.

A maior parte destes programas, pretendendo ser de resposta rápida e de fácil aplicação prática, utilizando apenas os dados que o retalhista tem à mão, limita-se a sistematizar as regras de bom senso dos retalhistas. Nenhum destes programas é verdadeiramente um programa de optimização pois em nenhum deles é incorporado o impacte que tem nas vendas a alteração do espaço de exposição, isto é, não é tida em conta a elasticidade espacial dos produtos.

O primeiro modelo, que pode ser considerado um modelo de optimização completo, é devido a Corstjens e Doyle (Corstjens e Doyle, 1981). Em 1981, Corstjens e Doyle desenvolvem um modelo de optimização que considera explicitamente as elasticidades relativamente ao espaço e que é bastante completo na tradução da realidade de *marketing*. Para além da elasticidade directa, este modelo utiliza as elasticidades cruzadas, cuja importância é especialmente ressaltada. Em 1983 Corstjens e Doyle desenvolvem um novo modelo (Corstjens e Doyle, 1983) que incorpora, para além das variáveis utilizadas no modelo estático, novas variáveis provenientes de uma perspectiva de gestão a longo prazo, nomeadamente a taxa de crescimento do produto. Este modelo constitui um incentivo ao desenvolvimento da faceta estratégica da gestão, mas as simplificações a que obriga e a dificuldade da sua implementação fazem que continue a ser o modelo de 1981 o mais utilizado.

Um novo programa, SHARP — Shelf Allocation for Retailers Profit, aparece em 1988, desenvolvido por Bultez e Naert (Bultez e Naert, 1988). Testado em várias cadeias de supermercados belgas entre 1984 e 1987, este novo programa, em comparação com os programas anteriores PROGALI e OBM, conduz a ganhos significativos nos lucros, não sendo a sua implementação mais complicada que a dos modelos anteriores.

Finalmente, merecem ainda referência dois artigos mais recentes da autoria de Preston e de Mercer (Preston e Mercer, 1990; Mercer, 1993). Nestes artigos, os autores, para além de ressaltarem a importância do sortido como variável explicativa das vendas, propõem que os modelos de alocação do espaço de exposição sejam um meio termo entre as regras de bom senso (que não incorporam elasticidades) e os modelos muito complicados de Corstjens e Doyle e de Bultez e Naert.

Utilizados em geral para definir a distribuição de espaço entre artigos da mesma família, para um espaço total fixo atribuído a essa família, os modelos de optimização podem também ser utilizados para fazer uma distribuição de espaço entre famílias.

Quando se pretende abordar o problema da distribuição do espaço de exposição, na sua faceta de maximização do lucro do retalhista, a primeira questão que se levanta é a de saber até que ponto o espaço de exposição influencia as vendas.

Existem vários modelos explicativos das vendas (linear, multiplicativo, de atracção). O modelo multiplicativo (o mais utilizado na prática) é aquele em que os parâmetros são as elasticidades. Segundo este modelo, sendo a procura do produto i representada por q_i , a expressão que reflecte a variação de q_i com o espaço atribuído a cada artigo da família é a seguinte:

$$q_i = \alpha_i (s_i)^{\beta_i} \prod_{j \neq i} (s_j)^{\beta_{ij}}$$

onde α_i — constante de atractividade do produto — reflecte a atracção que o produto exerce sobre o consumidor independentemente do espaço que ocupa; no fundo, α_i reflecte o efeito de todas as outras variáveis de *marketing* (preço, publicidade, imagem de marca, etc.). Os outros parâmetros são as elasticidades: β_i — elasticidade directa — traduz o efeito nas vendas da alteração do espaço do próprio artigo; β_{ij} — elasticidade cruzada — reflecte o efeito sobre as vendas do artigo i , da alteração do espaço do artigo j . Note-se que pode eventualmente acontecer que $\beta_{ij} \neq \beta_{ji}$.

Para fazer uma estimativa dos parâmetros do modelo, duas vias se apresentam: ou a via experimental ou a utilização dos dados da gestão corrente.

A técnica experimental é especialmente utilizada na área de *marketing* quando se pretende estudar separadamente o efeito das diferentes variáveis. É possível encontrar na literatura da especialidade diversos estudos experimentais de determinação de elasticidades. E, embora o preço seja a variável de *marketing* que mais interesse tem suscitado pela sua forte influência nas vendas, as variáveis *espaço* e *nível de localização* têm também sido objecto de vários estudos, uma vez que são dois factores que o retalhista pode manipular livremente.

Num artigo de Doyle e Gidengil publicado em 1977 pode encontrar-se um resumo dos resultados conhecidos. O valor mais usual para a elasticidade espacial é de 0,2; tendo sido determinado para produtos de consumo corrente, este valor não é, no entanto, generalizável para qualquer produto; de facto, esses estudos referem uma maior elasticidade para os produtos de impulso do que para os produtos de uso corrente e uma menor sensibilidade ao espaço para os produtos de marca conhecida do que para os produtos de marca

própria (produtos brancos). Quanto à influência do nível de colocação do produto sobre as vendas, diversos estudos referem uma quebra significativa nas vendas dos produtos colocados nas prateleiras ao nível da chão face às vendas dos mesmos artigos quando colocados ao nível dos olhos (Doyle e Gidengil, 1977).

São estes resultados que ainda hoje servem de base às «regras de bom senso» dos retalhistas.

Como já foi referido, é finalidade deste trabalho a análise da influência destas duas variáveis (espaço e localização) nas vendas e, conseqüentemente, no lucro total da loja.

Não tendo sido possível encontrar qualquer referência na literatura da especialidade a estudos experimentais efectuados em Portugal, decidiu-se implementar uma experiência para analisar o comportamento do consumo em Portugal, relativamente a essas duas variáveis.

2 — Impacte do espaço e da localização nas vendas

2.1 — Delineamento experimental

A realização desta experiência contou com o apoio de uma cadeia de supermercados portuguesa, que disponibilizou quatro lojas para o desenvolvimento de uma experiência controlada.

As lojas foram seleccionadas por forma a terem uma clientela análoga. No entanto, a especificidade apresentada por cada uma delas não permitiu que fossem consideradas unidades de experimentação homogéneas, pelo que se optou, no delineamento desta experiência, por um planeamento com blocos. Foram seleccionadas três famílias de bens de consumo — detergentes líquidos para loiça, óleos alimentares e matinais — e escolhido o produto que, dentro de cada família, seria sujeito às variações de espaço e de nível de localização previstos no delineamento experimental. Mantendo como critério fundamental a estabilidade (possível) das variáveis de *marketing* exteriores à experiência em curso, e excluindo alguns produtos por possuírem características especiais (caso do produto de marca própria, do produto líder e de algum outro produto que pela sua especificidade possuísse clientela fixa e reduzida), a escolha do produto dentro de cada família recaiu sobre: óleo *Vaqueiro*, na família dos óleos; *Sunlight Verde*, na família dos detergentes; e *Chocokrispies*, na família dos matinais.

A experiência decorreu entre Julho e Setembro de 1994 e envolveu quatro períodos de tempo, cada um de 15 dias; a recolha das vendas diárias permitiu ficar com 15 observações por período e por loja. Na experiência foram considerados dois factores: *o espaço e o nível*.

O espaço é aqui entendido como o número de frentes (embalagens) do artigo nas prateleiras. A experiência analisa a alteração provocada nas vendas por um aumento de 100 % do espaço; serão assim considerados dois casos: espaço usual (esp 1) e duplicação desse espaço (esp 2). Quanto ao nível, consideraremos, como é usual, dois níveis distintos: o nível nobre — nível dos olhos ou das mãos — (niv 1) e o nível inferior/superior, onde a visibilidade é, eventualmente, menor (niv 2).

Temos assim quatro tratamentos:

- esp 1/ niv 1;
- esp 2/ niv 1;
- esp 1/ niv 2;
- esp 2/ niv 2.

No delineamento desta experiência optou-se por um *planeamento com blocos*, sendo cada uma das lojas considerada um bloco, aqui designados por *M, R, S, A*, tendo os quatro tratamentos sido repetidos em cada uma das lojas.

FIGURA 1
Desenho experimental

niv 2/esp 2	niv 2/esp 1	niv 1/esp 1	niv 1/esp 2
niv 2/esp 1	niv 1/esp 1	niv 1/esp 2	niv 2/esp 2
niv 1/esp 1	niv 1/esp 2	niv 2/esp 2	niv 2/esp 1
niv 1/esp 2	niv 2/esp 2	niv 2/esp 1	niv 1/esp 1
bloco <i>M</i>	bloco <i>R</i>	bloco <i>S</i>	bloco <i>A</i>

Dos *dados* recolhidos durante a experiência constam, nomeadamente, as vendas diárias do artigo em estudo, as vendas diárias da família em causa, alterações registadas em alguma das outras variáveis de *marketing* (promoções, topos, alterações de preços, etc.) que possam eventualmente influir nas vendas do artigo em estudo ou nas dos outros artigos da família.

2.2. — Análise dos resultados

Para a *análise dos resultados* procedeu-se, no essencial, a uma análise de variância a dois factores e dois níveis por factor. Depois de retirado o efeito do bloco, foi possível detectar a importância de cada um dos factores e da eventual interacção entre eles.

TABELA 1
Quota de mercado do detergente (*Sunlight Verde*). Análise de variância a dois factores

Fonte de variação	g. l.	Soma dos quadrados dos desvios	Quadrados médios	F	Nível de signif.
Bloco:					
Loja	3	0,0137505	0,0045835	3,756	0,0117
Factores:					
Nível	1	0,0391425	0,0381425	31,260	0,0000
Espaço	1	0,0149995	0,0149995	12,293	0,0006
Interacções:					
Nível/espaco	1	0,0028735	0,0028735	2,383	0,1241
<i>Total</i>	223	0,3340965	—	—	—

Dada a grande sazonalidade existente nas vendas, qualquer que seja a loja considerada (Barroso, 1996), optou-se por modelar o efeito do espaço e da localização sobre as quotas de mercado dos diferentes artigos, eliminando assim o efeito das sazonalidades.

Admitindo que as vendas totais da família são aproximadamente constantes, as elasticidades (relativamente ao espaço) são idênticas para as vendas e quotas de mercado, pelo que são aqui referidas indiferentemente.

Para a família dos *detergentes*, a análise dos dados recolhidos durante os quatro períodos da experiência mostra uma clara *influência do nível* e do *espaço* quer nas vendas quer nas quotas de mercado do produto *Sunlight Verde*, não sendo, no entanto, significativa a interação entre estes dois factores.

A quota média relativa a esp 1 é de 0,067 e relativamente a esp 2 é de 0,083.

Quanto à influência do nível, os valores médios da quota de mercado foram de 0,088 e 0,062, para niv 1 e niv 2, respectivamente.

FIGURA 2

Quotas médias do detergente (*Sunlight Verde*) em função do espaço
Intervalos de confiança a 95 %

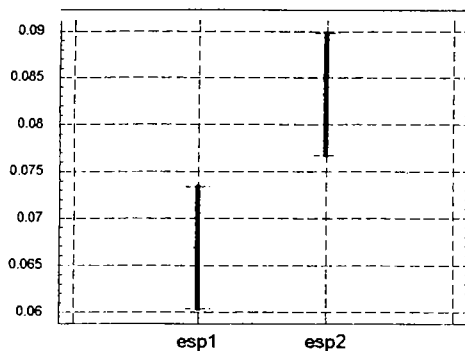
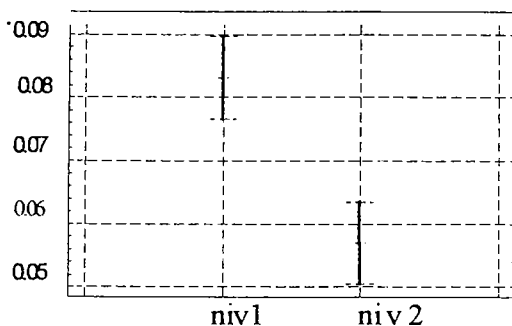


FIGURA 3

Quotas médias do detergente (*Sunlight Verde*) em função do nível
Intervalos de confiança a 95 %



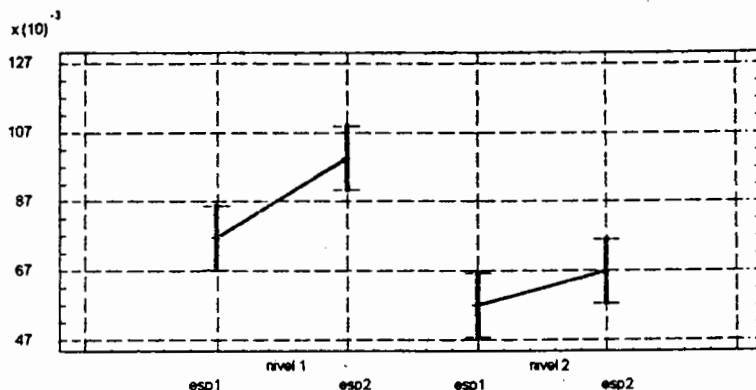
Para a família dos detergentes, os resultados obtidos estão de acordo com os dados do conhecimento empírico. De facto:

- A um aumento de espaço corresponde um aumento de vendas;
- O nível dos olhos/mãos é o nível que maior impacte tem nas vendas;
- A interacção entre espaço e nível não aparece como significativa.

No entanto, a análise da figura 4 indica que, na amostra considerada, o efeito da alteração de espaço é mais elevado (embora a diferença não seja estatisticamente significativa) quando o artigo se encontra no nível 1, isto é, no local de maior visibilidade, o que está de acordo com o conhecimento empírico dos responsáveis das lojas.

FIGURA 4

Quotas médias do detergente (*Sunlight Verde*) em função do nível e do espaço
Intervalos de confiança a 95 %



Para a família dos matinais, o resultado da análise dos dados recolhidos durante a experiência indica uma *influência significativa do espaço* tanto em termos das vendas unitárias como em termos de quotas de mercado do produto. No entanto, *o nível não aparece com influência significativa*.

Mais uma vez se pode dizer que estas conclusões não colidem com as resultantes do conhecimento empírico, as quais apontam, no caso da família dos matinais, para um comportamento diferente do «usual». A validade da generalização de resultados que caracterizam o «comportamento típico» dos artigos (detectado, por ex., na família dos detergentes) para esta família de artigos é, de uma forma geral, posta em causa:

- Dever-se-á considerar o nível de olhos (de um adulto) como o nível nobre?
- Será o impacte visual um elemento capaz de se sobrepor ao fascínio do pequeno brinde, em geral associado ao pacote de cereais? Ou ainda
- Serão os adultos ou as crianças a determinar as compras (senão todas, pelo menos as compras de impulso) desta família?

Os resultados desta experiência permitem afirmar que para a família dos matinais o impacto visual provocado por um aumento de espaço de exposição é um factor importante, que consegue influenciar (aumentar) as vendas do artigo. Mas, quanto ao nível, não se pode tirar qualquer conclusão.

Para a família dos óleos não foi possível tirar qualquer conclusão, dado que o produto em estudo — óleo *Vaqueiro* — foi alvo de promoções, sendo exposto em locais de forte impacto visual: topos ou expositores individualizados situados, por exemplo, à entrada da loja. Este facto impossibilitou, como é evidente, o estudo da influência nas vendas do espaço de exposição e do nível de localização do produto no seu linear de exposição usual.

2.3 — Estimativa da elasticidade e da influência do nível

Embora os dados da experiência sejam em número muito limitado, eles representam uma experiência controlada, sendo interessante utilizá-los para determinar ordens de grandeza das elasticidades dos artigos deste tipo, relativamente ao espaço.

Admitindo que o modelo explicativo das quotas de mercado (m) é do tipo multiplicativo, e que a variável explicativa é o espaço de exposição s , virá:

$$m = \alpha (s)^\beta k(n)$$

onde:

α é a constante de atracção do artigo;

β é a elasticidade da quota de mercado relativamente ao espaço, que será aqui estimada com base nos dados da experiência;

$k(n)$ é uma variável discreta que reflecte a influência do nível e que será também estimada.

Para fazer uma estimativa da *elasticidade* e utilizando os dados da família dos detergentes correspondentes aos dois valores do espaço, temos:

$$0,083 = \alpha (s_1)^\beta k \quad \text{e} \quad 0,067 = \alpha (2s_1)^\beta k$$

e conseqüentemente $\beta = 0,31$.

Para a família dos matinais, e estimado de maneira análoga, o valor da elasticidade encontrado foi $\beta = 0,34$.

Estes valores da elasticidade são da mesma ordem de grandeza de alguns valores referidos na literatura e significam que *um aumento de 100 % da área de exposição de um artigo se traduz num aumento de cerca de 30 % da quota desse artigo.*

Para fazer uma estimativa da *influência do nível*, ou seja, para estimar $k(n)$, utilizam-se os dados referentes às duas posições de colocação do produto, da família dos detergentes.

Assim, como $0,088 = \alpha (s)^\beta k(1)$ e $0,062 = \alpha (s)^\beta k(2)$, obtém-se, para valor da influência do nível, $\frac{k(2)}{k(1)} = 0,70$.

Isto significa que *descer o artigo para o «nível do chão» leva a uma diminuição da quota de mercado para cerca de 70 % do valor que tinha no nível dos olhos.*

Estes valores são análogos aos valores referidos na literatura (Doyle e Gidengil, 1977) e aos valores utilizados, em geral, pelos retalhistas.

2.4 — Conclusões da experiência

Esta experiência permitiu comprovar o efeito do espaço e da localização nas vendas dos artigos:

- 1.º Com estabilidade das variáveis de *marketing* externas à experiência, para a família dos *detergentes* foi possível detectar *uma clara influência do espaço e do nível* nas vendas do artigo em estudo;
- 2.º A família dos *matinais*, mostrou-se *sensível à alteração de espaço*. O nível não se apresentou como uma variável com influência significativa nas vendas, facto compreensível se atendermos às características particulares desta família, que admite uma clientela infantil, eventualmente significativa;
- 3.º Para a família dos *óleos* a experiência foi inconclusiva;
- 4.º Finalmente, feita uma *estimativa da influência do nível*, o resultado obtido — «as quotas de mercado de um artigo diminuem para cerca de 70 % do seu valor, quando o artigo passa do nível dos olhos para o nível do chão» — é análogo ao referido na literatura.

O valor encontrado para a *elasticidade relativamente ao espaço*, 30 %, é também um valor da mesma ordem de grandeza dos valores referidos na literatura da especialidade.

Assim, apesar de a experiência ter sido bastante limitada, os seus resultados indiciam *um efeito claro da área de exposição sobre as vendas, em Portugal*, efeito esse de valor idêntico ao encontrado em estudos realizados noutros países.

3 — Modelo de optimização

Um modelo de optimização que se pretende realista incorpora, para além da função objectivo que se pretende maximizar, um conjunto de restrições que deve traduzir a realidade de *marketing* do caso concreto em estudo.

Considere-se a problemática da distribuição do espaço de exposição ao nível do produto, isto é, dado o espaço atribuído a uma família (ou a um conjunto de produtos), pretende-se fazer a distribuição desse espaço pelos diferentes produtos da família.

A função objectivo, neste caso o lucro, assume a forma:

$$L = \sum_i \omega_i q_i - \sum_i c_i$$

onde q_i representa as vendas do produto em estudo, ω_i a margem de lucro (unitária) e c_i os custos associados às vendas do produto.

Na expressão de q_i :

$$q_i = \alpha_i (s_i)^{\beta_i} \prod_{j \neq i} (s_j)^{\beta_{ij}}$$

α_i é a constante de atractividade, β_i a elasticidade directa, β_{ij} a elasticidade cruzada e s_k representa o espaço ocupado pelo produto k .

Quanto às restrições, estas podem ser tanto de carácter operacional como de carácter comercial. De uma forma geral tem-se:

$$\text{A restrição de espaço total: } \sum_i s_i = S;$$

$$\text{As restrições de controlo: } l_i \leq s_i \leq L_i.$$

As restrições de controlo são essenciais, pois são elas que reflectem a realidade de *marketing*, a especificidade de cada local de venda. Podem ser caracterizadas pela introdução de limites inferiores e de limites superiores para o espaço de cada produto ou por outra qualquer condição particular.

A definição de um espaço mínimo para um determinado produto é provocada basicamente pela necessidade de evitar a ruptura desse produto na prateleira. É portanto, no essencial, determinada a partir do conhecimento das características das vendas (vendas médias, picos de vendas) desse produto e da frequência de reposição.

Mas outros factores de carácter comercial podem interferir na determinação desse espaço mínimo (em certos casos, levar também à definição de um espaço máximo). Por exemplo, na determinação do limite inferior pode intervir a definição de um espaço mínimo para que o produto seja visível (*limite inferior de visibilidade*), independentemente de o produto vender eventualmente pouco; um produto novo necessita de um espaço alargado para se impor no mercado, espaço esse normalmente superior àquele que as suas vendas exigiriam; por outro lado, a *imagem de loja* pode levar à definição de limites superiores: por exemplo o produto de marca própria, sem limites superiores, encheria quase completamente as prateleiras, pois possui vendas elevadas e tem uma margem elevada; este facto não seria conveniente numa loja que apostasse na variedade para criar a sua imagem; um outro caso é o de um produto em fim de ciclo de vida que, apresentado em grande quantidade, dá uma imagem de envelhecimento da loja. Se a medição do espaço for feita em «número de frentes» do artigo em estudo, então s_j deve ser inteiro (*restrição de integralidade*).

Para além destas restrições é possível incorporar outras restrições provocadas por particularidades dos artigos a colocar, do seu tipo de embalagem ou das concepções estéticas do gestor de loja. Por exemplo, se a apresentação de um certo artigo é feita em embalagens de seis unidades (três por dois), é opção do gestor de loja fazer a sua colocação em três ou em duas frentes. E esta opção pode e deve ser incorporada no modelo de optimização através de uma nova restrição que indica o modo como o incremento de espaço de cada artigo deve ser feito. Se o artigo j deve ser sempre

colocado em blocos de d_j unidades, considerar-se-á a restrição $s_j =$ múltiplo de d_j .

Temos assim um problema de optimização não linear com restrições:

$$\text{Max } L = \sum_i \omega_i q_i - \sum_i c_i$$

s. a.:

$$\begin{aligned} \sum_i s_i &= S; \\ l_i &\leq s_i \leq L_i; \\ s_i &= \text{inteiro}; \\ s_i &= \text{múltiplo de } d_i; \\ s_i &\geq 0. \end{aligned}$$

A determinação rigorosa dos parâmetros do modelo (elasticidades e constantes de atractividade) necessita de um volume muito grande de dados, sem o qual não é possível caracterizar convenientemente as vendas em função do espaço. Ora nem os dados obtidos por via experimental nem os dados de gestão corrente que nos foram disponibilizados por uma outra cadeia de supermercados se revelaram suficientes para que essa determinação fosse rigorosa.

No entanto, a criação de uma situação plausível a partir dos dados reais existentes permitiu o estudo do comportamento do modelo de optimização e a dedução de regras de alocação do espaço conducentes a uma distribuição do espaço mais eficiente e conseqüentemente a uma melhoria do lucro global da loja.

3.1 — Caracterização do modelo

Os dados a que tivemos acesso referiam-se a uma família de cinco artigos (de óleos alimentares), que caracterizaremos como:

- M. prop (artigo de marca própria);
- Líder (*Fula*);
- aaa, bbb (dois artigos sem caracterização especial: *Frigi*, *Vêgê*, *Vaqueiro*, etc.);
- eee (um artigo especial: *Becel*).

Sem alterar a validade do modelo torna-se conveniente introduzir algumas *simplificações*. Assim, e dada a impossibilidade de acesso a todos os custos envolvidos no processo de vendas mas na posse da informação de que estes custos seriam análogos para todos os elementos da família (por estes terem volume e técnicas de manuseamento análogas), consideraremos *custos iguais*; pela impossibilidade de determinação de elasticidades cruzadas que exige um volume muito grande de informação, pois o número de parâmetros do modelo é muito elevado, consideraremos *elasticidades cruzadas nulas*. Esta simplificação é defendida por muitos estudiosos desta área, pelo menos enquanto o sistema de registo de dados não permita o manuseamento simples de informação suficiente para a determinação das elasticidades cru-

zadas; actualmente, o trabalho/custo envolvido na recolha dessa informação não é compensador face aos benefícios conseguidos com a introdução das elasticidades cruzadas no modelo de optimização.

Com estas duas simplificações a função objectivo do modelo de optimização assume a forma:

$$L = \sum_i L_i = \sum_i \omega_i \alpha_i (s_i)^{\beta_i}$$

Para efectuar análise de optimização consideraremos duas hipóteses:

- Modelo com *elasticidades iguais* para todas as marcas;
- Modelo com *elasticidades variáveis* de marca para marca.

O segundo modelo é o mais interessante, pois reflecte a resposta diferente que os diferentes artigos apresentam face à variável de *marketing* em estudo. O primeiro, ainda que menos interessante para um gestor de loja, é defendido por muitos autores como perfeitamente satisfatório, tendo a vantagem de envolver muito menos parâmetros a estimar, vantagem não desprezável quando o conjunto de registos que se possui é relativamente limitado.

Os valores que, no estudo que se segue, são atribuídos aos parâmetros α_i , β_i , ω_i , utilizados no modelo, ajustam-se aos valores reais que nos serviram de base para este trabalho.

TABELA 2

Parâmetros da função de vendas

1.º modelo	m. pr	lider	aaa	bbb	eee
elast β	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
c.atr α	3 800	1 800	1 500	1 000	130
marg ω	8	0,1	2	4	6
$\alpha \times \omega$	30 400	180	3 000	4 000	780
2.º modelo	m. pr	lider	aaa	bbb	eee
elast β	0,2	0,08	0,2	0,4	0,4
c.atr α	3 800	2 800	1 500	500	70
marg ω	8	0,1	2	4	6
$\alpha \times \omega$	30 400	280	3 000	200	420

3.2 — Comportamento do modelo

A distribuição óptima do espaço obtida por este modelo onde a função a maximizar é:

$$L = \sum_i L_i = \sum_i \omega_i \alpha_i (s_i)^{\beta_i}$$

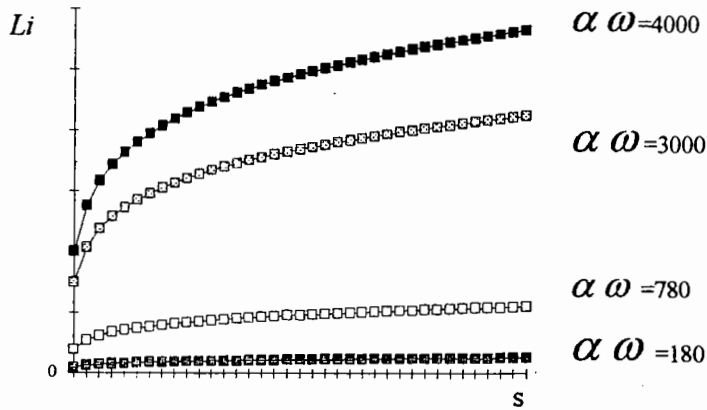
deveria ser essencialmente determinada, para cada produto, pelo valor de $\omega_i \alpha_i$,

que é muito elevado comparado com o valor de $(s_i)^{\beta_i}$ — no caso real o valor do espaço total é de 450 frentes e $(450)^{0,2} = 3,4$.

Para o modelo de elasticidades iguais, com $\beta = 0,2$, o comportamento das diferentes curvas de *contribuição para o lucro* é apresentado na figura 5:

FIGURA 5

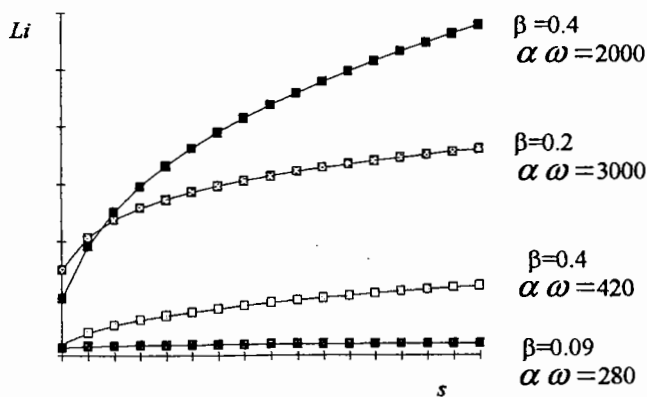
Contribuição para o lucro em função do espaço — Elasticidades iguais



No caso das elasticidades variáveis, essas curvas assumem o aspecto apresentado na figura 6:

FIGURA 6

Contribuição para o lucro em função do espaço — Elasticidades diferentes

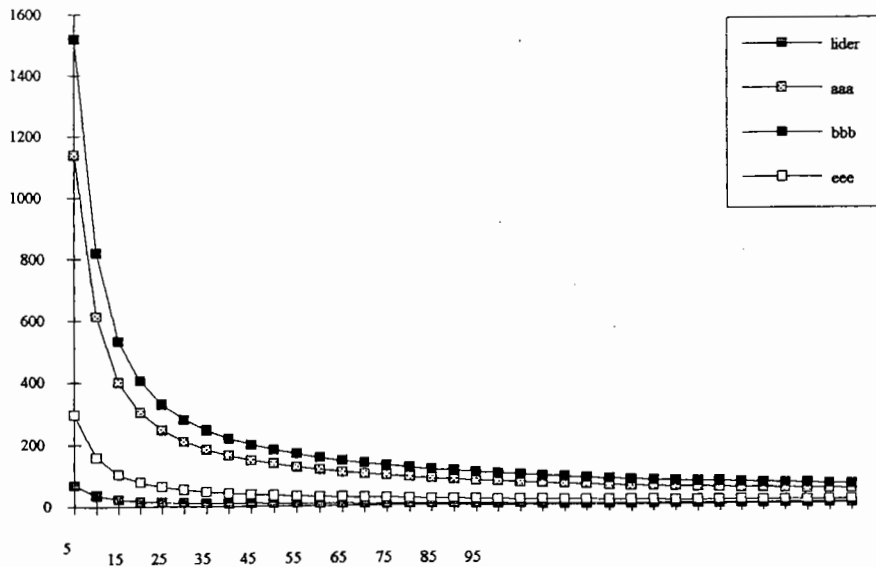


Verifica-se que, de facto, $\alpha_i \omega_i$ é de grande importância na definição da contribuição para o lucro, mas, se analisarmos a expressão que dá a *variação da contribuição para o lucro* verificamos que ela depende não só de $\alpha_i \omega_i$, como também da elasticidade β_i e do espaço já ocupado pelo produto, diminuindo esta contribuição à medida que esse espaço aumenta:

$$\Delta L_i = \frac{\omega_i \alpha_i \beta_i}{(s)^{1-\beta_i}} \Delta s$$

FIGURA 7

Varição da contribuição para o lucro, em função do espaço já ocupado pelo produto, para $\Delta s = 5$



O modelo de otimização, na forma como faz a atribuição do espaço de exposição reflecte o comportamento destas curvas da variação da contribuição para o lucro dos diferentes artigos.

É por essa razão que, com este modelo e mesmo sem a introdução de qualquer restrição de limite superior, se verifica que o produto de marca própria, sendo aquele que maior contribuição dá para o lucro, nunca aparece sozinho a preencher todo o espaço disponível.

Da análise do comportamento do modelo na atribuição do espaço de exposição, foi possível concluir que a atribuição de espaço aos diferentes produtos começa por ser a definida pelos limites inferiores incorporados nas restrições do modelo; em seguida é atribuído espaço ao produto que maior contribuição dá para o lucro, valor que depende, como vimos, da constante de atractividade, da margem de lucro, da elasticidade e do espaço já ocupado pelo produto.

3.3 — Experimentação numérica

Criando vários cenários realistas, a partir dos dados que possuíamos e de diversa informação sobre a realidade de *marketing* mais usual fornecida por vários gestores de loja interessados neste problema, encontramos algumas regras de alocação do espaço. Alguns resultados desta experimentação numérica são apresentados na tabela 3.

TABELA 3

Optimização do linear de exposição — Elasticidades diferentes. Resumo dos resultados

	m. prop	líder	aaa	bbb	eee	Lucro	Vendas	Esp. ocup.	Esp. total
1) $6 \leq s_i$	339	(a) 6	18	81	(a) 6	115 116	21 191	450	450
2) $l_i \leq s_i$	250	(a) 80	(a) 60	54	(a) 6	109 661	21 629	450	450
3) $l_i \leq s_i \leq L_i$	(b) 150	(a) 80	80	(b) 100	(b) 40	104 890	21 569	450	450
4) $l_i \leq s_i$	511	(a) 80	(a) 60	139	10	128 488	24 557	800	800
5) $l_i \leq s_i \leq L_i$	(b) 280	(a) 80	147	(b) 200	93	121 602	24 543	8 000	800
6) $l_i \leq s_i \leq L_i, \sum v_j \leq 2300$	(b) 280	(a) 80	(a) 60	110	98	116 780	22 999	628	800

(a) Valor da variável igual ao seu limite inferior.

(b) Valor da variável igual ao seu limite superior.

Ressalta da análise dos resultados da experimentação numérica que o produto de marca própria atinge sempre o seu limite superior e o produto líder fica sempre no limite inferior; para os outros produtos, se as elasticidades são iguais, é $\alpha \omega$ que domina; se as elasticidades são diferentes, os produtos de maior elasticidade atingem em geral o seu limite superior.

4 — Conclusões

Utilizando a via experimental foi possível detectar influência significativa do espaço e da localização/nível nas vendas de alguns artigos piloto.

Analisando as soluções óptimas fornecidas por um modelo de optimização, foi possível concluir que a alocação do espaço de exposição deve, no sentido da melhoria do lucro global da loja, processar-se do seguinte modo: depois de satisfeitos os limites inferiores impostos a cada um dos produtos, a alocação deve ser feita por selecção sucessiva dos produtos que maior contribuição têm para o lucro global da loja; essa contribuição está relacionada essencialmente com a atractividade do produto e com a sua margem de lucro, sendo no entanto a elasticidade um elemento importante na hierarquização das contribuições dos diferentes artigos; de notar ainda que a contribuição de cada artigo diminui à medida que o espaço já ocupado por esse artigo aumenta.

Estas conclusões podem servir como elementos-base para a definição das regras de alocação de espaço dos gestores de loja, podendo também ser utilizadas como linhas de orientação na formação de novos gestores.

BIBLIOGRAFIA

- BARROSO, A. P., «Um modelo de previsão de vendas para o retalho alimentar», a aparecer em *Investigação Operacional*, vol. 16, n.º 1, Junho, 1996.
- BULTEZ, A., e NAERT, P., «Shelf Allocation for Retailers Profit», *Marketing Science*, vol. vii, n.º 3, Summer 1988.
- CORSTJENS, M., e DOYLE, P., «A Model of Optimizing Retail Space Allocation», *Management Science*, vol. xxvii, n.º 7, July 1981.
- «A Dynamic Model for Strategically Allocating Retail Space», *Journal of Operational Research Soc.*, vol. xxxiv, n.º 10, 1983.
- COX, K. K., e ENIS, B. M., «Experimentation for Marketing Decision», *Intertext Marketing Research Series*, New York, 1973.
- CURHAN, R. C., «Shelf Space Allocation and Profit Maximization in Mass Retailing», *Journal of Marketing*, vol. xxxvii, July 1973.