# ACUMULAÇÃO DE CAPITAL NUM CONTEXTO DE INTERACÇÕES ENTRE ECONOMIA E AMBIENTE

*José Manuel Madeira Belbute* (*)

## 1 — Introdução

A sustentabilidade é um conceito que tem prendido as atenções da comunidade académica, de políticos e do público em geral, sendo já inúmeras as nações que a incluem nos seus objectivos de carácter nacional. Apesar de não suscitar um consenso generalizado sobre o seu conteúdo, a ideia de sustentabilidade pressupõe a tentativa de conciliação entre os objectivos tradicionais do crescimento económico com a qualidade ambiental e a equidade intergeracional.

Tradicionalmente a abordagem da economia à problemática do crescimento económico quando em presença de capital natural foi sendo feita num contexto em que os activos ambientais eram encarados como meros fornecedores de recursos vitais ao desencadear do processo de produção, acumulação e consumo. Dasgupta e Heal (1974), Solow (1974), Stiglitz (1974), Kamien e Swarthz (1978), Dasgupta e Heal (1979), Dasgupta & Stiglitz (1981) são talvez as referências mais conhecidas e os primeiros autores a combinarem a abordagem utilitarista de Ramsey (1928) (e de Rawls no caso de Solow) sobre o crescimento económico com a condicionante representada pela dependência do processo de crescimento económico relativamente à disponibilidade de um recurso natural, esgotável ([1]).

Krautkraemer (1985 e 1986), Pezzey & Krautkraemer (1994) e Pezzey (1994) analisam um problema semelhante mas onde o objectivo consiste na determinação das condições em que é óptimo preservar permanentemente activos ambientais nos quais se encontram recursos naturais não renováveis com potencialidades produtivas e cuja exploração conduz à sua inutilização enquanto fonte directa de bem-estar. Mais do que assegurar a disponibilização de um potencial produtivo à gerações futuras, o importante consiste em assegurar (e prolongar o mais possível no tempo) um fluxo contínuo e não decrescente de bem-estar proveniente de activos ambientais não «explorados».

---

(*) Professor auxilar do Departamento de Economia da Universidade de Évora.

([1]) Alguns destes autores apresentam mesmo trabalhos onde a temática do progresso técnico e a existência de um sector especialmente vocacionado para actividades de I&D são usadas na tentativa de relaxar as restrição impostas pelos recursos naturais esgotáveis e essenciais ao processo de produção.

Numa linha de análise diferente Asako (1980), Tahvonen (1993), Rubio (1994), Stephens (1974), etc., apresentam análises ao crescimento económico num contexto em que a poluição é o elemento restritivo daquele processo. O problema fundamental em estudo consiste na análise dos efeitos provocados pela inevitabilidade da presença (e consequente acumulação) da poluição sobre o crescimento económico.

Partilhando muito das preocupações apontadas por todos estes trabalhos, a perspectiva adoptada neste estudo é, contudo, diferente. Com ele, pretendemos estudar as consequências sobre o crescimento económico quando ao *stock* de activos ambientais (não ao *stock* de poluição) são reconhecidos atributos próprios capazes de os transformar em elementos determinantes quer na avaliação social que, em cada momento, a sociedade faz sobre o desempenho económico quer na produtividade de uma economia. As três funções do *stock* de activos ambientais com valia económica serão explicitamente endogeneizadas no modelo que propomos de modo a tomar em consideração não apenas a permanente interacção e interdependência entre os dois sistemas como ainda assegurar a verificação de critérios de sustentabilidade (económica e ecológica).

A variável natural relevante no nosso esquema consiste no *stock global* de activos ambientais (ou capital natural), que será aqui entendido como o conjunto de bens físicos e energéticos disponíveis na natureza que sustentam toda a actividade fisiológica e económica da humanidade, quer porque são fonte directa de alimentos, matérias-primas, combustíveis, etc., quer porque formam sistemas ecológicos mais ou menos complexos mas com a particularidade de fornecerem «bens e serviços» importantes, alguns dos quais fundamentais à existência de vida sobre o planeta. Nele estão incluídos não apenas os tradicionais recursos renováveis e não renováveis (água, a biomassa terrestre e a biomassa aquática, no primeiro caso, e terra arável, os minerais, os combustíveis fósseis, etc., no segundo) mas ainda os recursos semi-renováveis ou ambientais ([2]) (qualidade do solo, a capacidade natural de assimilação, os sistema naturais de suporte à vida, os ecossistemas, a camada de ozono, as zonas estuarinas, etc.). A sua capacidade de regeneração e assimilação reproduz o padrão dinâmico dos recursos renováveis e ambientais e ao ser introduzida no modelo assegura que, em princípio, é possível manter indefinidamente um determinado nível de *stock* de activos ambientais. O perigo de extinção de $A(t)$ não é uma hipótese explicitamente assumida, muito embora seja uma possibilidade potencial ([3]).

([2]) Estes são «recursos» naturais fornecidos pela natureza com a característica de não serem divisíveis, que apenas podem ser avaliados qualitativamente na «margem» (por exemplo, a qualidade a água) e, finalmente, não são objecto de consumo directo (o que é consumido são os «serviços» por eles fornecidos: oxigénio, paisagem, etc.).

([3]) Assim como não constitui preocupação nossa a existência de rivalidade nos usos potenciais dos activos ambientais.

A ideia geral que preside à presente reflexão baseia-se no pressuposto de que a «riqueza das nações» está inequivocamente relacionada com as suas dotações ambientais e não apenas com os recursos naturais ou com os efeitos directos da poluição sobre o bem-estar e sobre a produtividade. São as leis naturais da transformação que nos ajudam a compreender não apenas os fundamentos ecológicos do processo de crescimento económico como ainda o grau de inter-relacionamento entre as variáveis económicas e naturais (disponibilidade de recursos, poluição, reciclagem, assimilação, etc.) e que justificam a introdução do capital natural no modelo que desenvolvemos. A sua relevância económica, se bem que ainda envolta por enorme controvérsia e ainda não totalmente esclarecida, reside no potencial que aqueles activos representam para a produtividade e para o bem-estar.

O presente estudo está organizado do seguinte modo: a secção 2 apresenta e clarifica o modelo que serve de base à análise que desejamos fazer. Na secção 3 são apresentados os principais resultados. A secção 4 faz o estudo da estrutura dinâmica que caracteriza a vizinhança do estado estacionário encontrado e, por fim, a secção 5 conclui o *paper*.

## 2 — O modelo geral

A primeira hipótese que vamos considerar consiste em assumir, um pouco à semelhança do que já Stuart Mill fizera anteriormente, que os activos ambientais são portadores de *valores intrínsecos* (valores estéticos, recreativos, científicos, etc.) capazes de, por si só, influenciar directamente a avaliação que a sociedade faz sobre o seu bem-estar, independentemente de essa avaliação se basear (ou não) no contacto directo com esses activos ([4]). Formalmente, isso significa incluir $A(t)$ como argumento na função utilidade instantânea a par do «tradicional» consumo $C(t)$:

$$U_t[C(t),A(t)] \tag{1}$$

que se supõe evidenciar as seguintes regularidades matemáticas:

*Hipótese 1 (função de bem-estar social).* — Sejam $C(t)$ e $A(t)$, $\in \Re_+$. A função de bem-estar social $U[C(t),A(t)]$ é uma aplicação $[C(t),A(t)] \rightarrow U[C(t),A(t)]$ com as seguintes propriedades:

*i*) É $C^2$;
*ii*) $U(.) > 0 \; \forall \; C, A > 0$;

([4]) Muitas vezes a valorização de um activo ambiental encontra os seus fundamentos na necessidade de assegurar a sua disponibilidade futura para benefício das gerações vindouras.

*iii)* $\lim_{i \to 0} U(.) =$ com $i = C, A$, quando pelo menos um dos seus argumentos é nulo;

*iv)* $\lim_{i \to \infty} U(.) = \infty$, com $i = C, A$;

*v)* $\frac{\partial U(.)}{\partial i} U_i > 0 \in ]0, \infty[: \lim_{i \to 0} U_i(.) = +\infty$ e $\lim_{i \to \infty} U_i(.) = 0$ com $i = C, A$;

*vi)* $\frac{\partial^2 U(.)}{\partial i^2} = U_{ii}(.) \in (-\infty, 0]$;

*vii)* $\frac{\partial^2 U(.)}{\partial i \partial j} = U_{ij}(.) = 0.$

Ou seja, a função utilidade é contínua e crescente para todos os valores positivos de $C$ e $A$, duplamente diferenciável e côncava em ambos os argumentos. Os benefícios líquidos provenientes do consumo corrente e dos activos ambientais são positivos muito embora decresçam à medida que se atingem níveis de consumo desses bens mais elevados [condição *vi)*]. Finalmente, *vii)* impõe claramente uma função aditivamente separável, o que significa que o benefício marginal proveniente do consumo é independente do contexto ambiental em que ocorre. É evidente que esta é uma hipótese simplificadora. É possível encontar exemplos de como diferentes contextos de qualidade ambiental geram «valores» diferentes para o consumo. A opção por uma função com estas características formais encontra justificação na necessidade de simplificar a estrutura anlalítica do modelo proposto. Porém, esta simplificação não é incompatível com a hipótese tradicional de existência de um *trade-off* entre consumo e a disponibilidade de activos ambientais.

A nossa segunda hipótese relaciona-se com o processo produtivo. Assume-se que a economia em causa produz um único bem homogéneo que pode ser consumido, $C(t)$, e ou investido, $\dot{K}(t)$, na criação de novo capital económico, $K(t)$. Todavia, nenhum processo de produção e ou consumo pode ocorrer sem que a natureza seja chamada a fornecer a matéria e a energia necessárias para o efeito. Ao capital natural está, assim, associada uma importante função de fornecimento de recursos vitais ao potencial produtivo de uma sociedade.

Porém, esta forma «convencional» de encarar o contributo dos activos ambientais encerra em si mesma uma visão limitada sobre a real importância da natureza para a produção e o consumo. O fluxo de matéria e energia com origem na natureza apenas pode ser mantido se os processos e os sistemas ecológicos puderem manter a sua integridade operacional. Dada a multifuncionalidade, interdependência e complexidade do mundo natural, é toda a natureza que desempenha um importante papel no processo produtivo e que, por isso, deve ser considerado globalmente [5].

Mas este «*efeito produtividade do ambiente*» faz-se sentir por duas ordens de razões. Em primeiro lugar *A(t)* desempenha uma importante função na criação de condições favoráveis à sustentação do processo de crescimento e desenvolvimento económico. Referimo-nos nomeadamente à faculdade que evidenciam de possibilitarem melhores condições de resistência e elasticidade do sistema económico quando confrontado com choques exógenos (Pearce e Turner, 1990), à semelhança, de resto, com o que se passa com o *stock* de capital económico.

Em segundo lugar, devido ao enorme potencial de informação genética, científica, etc., que contém, *A(t)* é essencial ao avanço do conhecimento e suas aplicações à produção, nomeadamente no que diz respeito à descobertas de novos materiais, novas técnicas e processos de produção ou mesmo novas utilizações de recursos já conhecidos [6].

Deste modo, assume-se que uma economia será tanto mais produtiva quanto maior for a sua dotação em capital natural, pelo que o nível agregado de produção *Y(t)* é obtido pela utilização conjunta do *stock* de capital económico *K(t)* e do *stock* global de activos ambientais *A(t)* [7]. Formalmente:

**(2)** $$Y(t) = [K(t),A(t)]$$

As suas propriedades matemáticas podem ser sumariadas do seguinte modo:

*Hipótese 2 (função de produção).* — *Seja K(t) e A(t),* $\in \Re_+$. *A função F[K(t),A(t)]* é uma aplicação $[K(t),A(t)] \rightarrow F[K(t),A(t)]$ com as seguintes propriedades:

*i*) É $C^2$;

*ii*) $F(.) >$ quando todos os argumentos são não nulos;

---

(5) É certo que muitos activos ambientais, embora renováveis, não têm nenhuma importância ou valor instrumental directos para a produção, o consumo ou mesmo o bem-estar do homem. Porém o complexo ciclo de matéria e energia que caracteriza os ecossistemas confere a estes recursos ou espécies não instrumentais uma importância vital para a existência de outras espécies (recursos) de inegável valor para o sistema económico.

(6) Alguns autores, como por exemplo, Faber e Proops (1994), atribuem mesmo à passagem de uma economia dependente de recursos renováveis para uma economia dependente de recursos não renováveis o estimulo necessário que esteve e estará na base do contínuo processo de inovação tecnológica.

(7) O factor «trabalho» será ignorado na função de produção, uma vez que desejamos concentrar a nossa atenção no efeito produtividade atribuído ao capital natural e as suas consequências sobre o potencial de crescimento económico. Uma forma alternativa de encarar esta supressão do trabalho da função de produção será considerar que *K(t)* inclui não só o capital económio construído como ainda o capital humano. Em qualquer caso, permanece clara a intenção de isolar no modelo apenas o efeito produtividade com origem em *A(t)*.

*iii)* $\lim_{i \to 0} F(.) = 0$, com $i = K,A$, quando pelo menos um dos seus argumentos é nulo;

*iv)* $\lim_{i \to \infty} F(.) = \infty$, com $i = K, A$, ou seja a função não é limitada superiormente;

*v)* $\frac{\partial F(.)}{\partial i} F_i > 0 \in ]0, \infty[$, com $i = K, A$;

*vi)* Verifica as tradicionais condições de Inada, ou seja, $\lim_{i \to 0} F_i(.) = +\infty$ e $\lim_{i \to \infty} F_i(.) = 0$ com $i = K,A$;

*vii)* $\frac{\partial^2 F(.)}{\partial i^2} = F_{ii}(.) \in (-\infty, 0]$;

*viii)* $\frac{\partial^2 F(.)}{\partial i \partial j} = F_{ij}(.) \in [0, +\infty)$ com $ij = K,A$ e $i \neq j$;

*ix)* $f_{KK} f_{AA} - f_{KA}^2 > 0$.

Ou seja, $F(.)$ é continua, côncava, duplamente diferenciável, com produtividades marginais positivas, mas evoluindo a taxas decrescentes para níveis crescentes de utilização dos factores produtivos. Qualquer *input* é essencial à produção e as possibilidades técnicas de substituição entre eles são assumidas explicitamente. A produtividade marginal de cada um dos factores é afectada positivamente quando unidades adicionais do outro *input* são canalizadas para o processo produtivo e, finalmente, o impacte marginal dos activos ambientais na produção aumenta com aumentos na qualidade ambiental. Adicionalmente, assume-se ainda que estamos em presença de uma função linearmente homogénea de grau 1.

O sector produtivo é, todavia, responsável por dois efeitos que perturbam a capacidade regenerativa do capital natural: o primeiro efeito resulta da dependência física do sistema económico face à matéria e energia fornecidos pelo sistema natural e o segundo das missões poluentes. Em qualquer dos casos, admite-se que é o nível de actividade económica que determina um e outro efeito. Concretamente, supõe-se que esse efeito perturbador é uma função linear de $Y(t)$. Ou seja, a perturbação provocada pelo sistema económico é uma proporção $\pi$ do nível de produção:

**(3)** $$P(t) = p[Y(t)] = \pi Y(t) = \pi f[K(t), A(t)]$$ ([8]).

([8]) Em trabalho anterior (Belbute 1996) tivemos ocasião de propôr uma relação em forma de U invertido entre o nível de actividade económica e as emissões poluentes. A opção por uma relação linear deve-se à necessidade de simplificar uma estrutura modelar já de si bastante complexa.

Apesar de simplificadora, esta hipótese é, contudo, consistente com uma das consequências mais relevantes da 1.ª Lei da Termodinâmica: a inevitabilidade da poluição. Daqui resulta que a única forma que o sistema económico tem de não afectar o sistema natural consiste, precisamente, em não produzir!

O processo de acumulação de capital económico pode ser descrito pela usual diferença entre o volume de bens produzidos na economia e a parcela destes destinada ao consumo final. Formalmente:

$$\dot{K}(t) = f[K(t), A(t)] - C(t) \tag{4}$$

Resta-nos clarificar o comportamento o *stock* de activos ambientais. A sua taxa de regeneração (ou taxa de crescimento natural) é suposta reflectir o padrão regenerativo dos recursos renováveis e semi-renováveis e depender exclusivamente do nível de capital natural prevalecente em cada momento, $\dot{A}(t) = N[A(t)]$.

*Hipótese 3 (função de produção da natureza). — Seja $A(t) \in \Re_+$. A função de regeneração $N[A(t)]$ é uma aplicação com as seguintes propriedades:*

*i*) *É $C^2$;*

*ii*) *$\exists A_m > 0$ e $\exists \bar{A} > 0$, com $A_m < \bar{A} : N(A_m) = N(\bar{A}) = 0$. Para $A_m < A < \bar{A} \Rightarrow N[A(t)] > 0$;*

*iii*) *$\exists A_M > 0$ com $A_m < A_M < \bar{A}$:*

$$A_m < A \begin{Bmatrix} < \\ = \\ > \end{Bmatrix} A_M \Rightarrow \frac{\partial N[A(t)]}{\partial A(t)} \begin{Bmatrix} > \\ = \\ > \end{Bmatrix} 0$$

*iv*) $\dfrac{\partial^2 N[A(t)]}{\partial A(t)^2} = N_{AA} < 0, \forall A : A_m < A < A.$

Ou seja, a função de produção natural evidencia um *threshold effect* para um nível crítico mínimo $A(t) = A_m$ e é estritamente côncava acima dele. Este nível crítico mínimo representa o valor do capital natural necessário para garantir um padrão mínimo de subsistência e viabilidade para o sistema económico. Com poluição nula, o *stock* de capital natural (ou a qualidade ambiental) atinge o seu valor máximo em $\bar{A}$. Este é o mais elevado volume de activos ambientais que pode permanecer intacto apenas com a contribuição dos processo regenerativos naturais. Devido às leis da termodinâmica, o influxo constante de energia (solar) recebido pelo capital natural não permite que este cresça permanentemente. Na margem, à medida que os ecossistemas se tornam mais «ricos», maior é a dificuldade que encontram para incrementar ainda mais a qualidade que já atingiram. Entre estes dois limites o ritmo de regeneração é sempre positivo mas não monótono.

Em resultado da dinâmica interactiva entre o sistema económico e o sistema natural, a actividade económica necessita usar a natureza como depósito para os seus resíduos acelerando, com isso, os processos entrópicos. Uma vez que o influxo energético recebido pelo capital natural é insuficiente para compensar a entropia gerada, $\bar{A}$ não pode ser «sustentado» e, a longo prazo, a constância do *stock* de capital natural só pode ser mantida se, para um dado nível de poluição, o capital natural atingir um volume que permita assegurar $P(t)=N[A(t)]$. Por outras palavras, $N[A(t)]$ pode ser entendida como a capacidade assimilativa dos activos ambientais. Esta capacidade de assimilação tende a crescer quando a riqueza ambiental é ainda insipiente (para $A < A_M$) mas tende a diminuir quando $A(t)$ se torna suficientemente relevante (para $A > A_M$). Nesta fase, grande parte da função regenerativa é usada no rejuvenescimento natural e apenas uma pequena parcela fica disponível para aborver a poluição. Em resumo, a taxa líquida de regeneração dos activos ambientais vem dada pela diferença entre a taxa natural de regeneração e o fluxo perturbador de emissões poluentes ocasionado pelo sistema económico:

$$\dot{A}(t) = N[A(t)] - \pi f[K(t),A(t)] \tag{5}$$

## 3 — Existência de um estado estacionário

O problema que esta sociedade enfrenta consiste em escolher as trajectórias temporais para o consumo, *stock* de capital económico e *stock* de capital natural, num contexto de permanente interacção entre o sistema económico e o sistema natural de modo a conseguir o máximo benefício intertemporal de acordo como critério utilitarista de equidade intergeracional.

$$\begin{aligned} & Max_{C,A} \int_0^{\infty} U(C,A)e^{-\delta t}dt \\ & s.a \end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned} & \dot{K} = f(K,A) - C \\ & \dot{A} = N(A) - \pi f(K,A) \\ & K(0) = K_0 \text{ ; } A(0) = A_0 \text{ ; } C(0) = C_0 \\ & C,K,A \geq 0 \end{aligned} \tag{7}$$

Assim formulado, trata-se de um problema típico de controlo óptimo em tempo infinito e autónomo, com duas variáveis de estado, $K(t)$ e $A(t)$, duas variáveis de co-estado a elas associadas, $\lambda(t)$ e $\mu(t)$, e uma variável de controlo $C(t)$ e cuja solução é obtida a partir do seguinte hamiltoniano-corrente:

**(8)** $$H(C,K,A,\delta,\gamma,\mu) = U(C,A) + \lambda[f(K,A) - C] + \mu[N(A) - \pi f(K,A)]$$ [9]

As condições de 1.ª ordem para a sua maximização, exigem que $\frac{\partial H(\ldots)}{\partial C} = 0 \Rightarrow U_C = \lambda$ donde, pelo Teorema da Função Implícita, se pode escrever que $\hat{C} = \hat{c}(\lambda)$ com cl $= \frac{1}{U_{cc}} < 0$ e que traduz a condição de óptimo usual aos modelos de crescimento económico.

A maximização do hamiltoniano-corrente exige ainda a satisfação do seguinte sistema dinâmico hamiltoniano modificado de quatro equações diferenciais não lineares:

**(9)** $$\dot{K} = \frac{\partial H(.)}{\partial \lambda} = f(K,A) - \hat{c}(\lambda)$$

**(10)** $$\dot{A} = \frac{\partial H(.)}{\partial \mu} = N(A) - \pi f(K,A)$$

**(11)** $$\dot{\lambda} = \delta\lambda - \frac{\partial H(.)}{\partial K} = (\delta - f_K)\lambda + \mu\pi f_K$$

**(12)** $$\dot{\mu} = \delta\mu - \frac{\partial H(.)}{\partial A} = [\delta - (N_A - \pi f_A)]\mu - \lambda f_A - U_A$$

As duas primeiras equações reproduzem o padrão dinâmico próprio do *stock* de activos desta economia. As duas últimas equações descrevem a dinâmica evolutiva dos preços-sombra associados aos processos de acumulação dos dois activos e merecem uma análise mais cuidada. Tal como é frequente aos modelos de crescimento económico, estas duas equações indicam que a taxa global de remuneração dos activos em causa (que inclui não apenas os ganhos de capital como a taxa de juro própria e específica do activo em causa) deve igualar a taxa de impaciência da sociedade.

**(11-a)** $$\frac{\dot{\lambda}}{\lambda} + \left(1 - \pi \frac{\mu}{\lambda}\right) f_K(.) = \delta$$

**(12-a)** $$\frac{\dot{\mu}}{\mu} + N_A(.) + \frac{U_A(.)}{\mu} + \left(1 - \pi \frac{\mu}{\lambda}\right) \frac{\lambda}{\mu} f_A(.) = \delta$$

No que diz respeito ao *stock* de capital económico, é visível que, para uma dada taxa de impaciência, a taxa de variação do preço-sombra é agora maior do que a obtinha nos modelos tradicionais de crescimento económico.

---

[9] O «tempo» $t$ será omitido para aliviar as notações. Contudo, sempre que se revela necessário, far-lhe-emos referência explícita.

A razão para este facto deve-se ao efeito perturbador $\pi$. Quando $\pi = 0$, $\lambda(t)$ evolui a uma taxa dada pela diferença entre a taxa de impaciência da sociedade e a produtividade marginal do capital, $\frac{\dot{\lambda}}{\lambda} = \delta - f_K$. A presença de um valor não nulo para a taxa de perturbação faz com que, na margem, o valor do *stock* de capital económico passe a evoluir a uma taxa claramente superior. A parcela $\left(1 - \pi \frac{\mu}{\lambda}\right)$ representa o efeito líquido global de qualquer unidade adicional de capital na economia. Esta é agora valorizada não só directamente pelo sacrifício que exige em consumo corrente (o que faz subir $\dot{\lambda}/\lambda$) como ainda pelo impacte (negativo) que, por via da alteração na produção, exerce sobre a dinâmica regenerativa dos activos ambientais e, concomitantemente, sobre o nível de bem-estar.

Por outro lado, em equilíbrio (quando $\frac{\dot{\lambda}}{\lambda} = 0$) e para a mesma taxa pura de preferência pelo tempo, o *stock* de capital económico que lhe corresponde deve gerar uma produtividade marginal superior à exigida num contexto de ausência de efeito produtividade dos activos ambientais. Consequentemente, o valor do *stock* de capital económico compatível com o estado estacionário deverá ser mais reduzido ([10]).

Usando a condição de 1.ª ordem e diferenciando-a relativamente ao tempo, é possível escrever **(11-a)** do seguinte modo:

**(11-b)**
$$\frac{\dot{C}}{C} = \frac{1}{\sigma(C)}\left\{(f_K(.) - \delta) - \pi \frac{\mu}{\lambda} f_K(.)\right\}$$

onde $\sigma(C) = -\frac{U_{CC}(.)}{U_C(.)}C$ denota a elasticidade da utilidade marginal relativamente ao consumo.

Para valores positivos do preço-sombra do capital natural o efeito perturbador da produção sobre a dinâmica regenerativa de $A(t)$ obriga a que o consumo evolua a uma taxa claramente mais reduzida do que sucederia na ausência de interacções entre o sistema económico e natural.

Finalmente, no que diz respeito ao ritmo de evolução do valor marginal do *stock* de activos ambientais, $\frac{\dot{\mu}}{\mu} = [\delta - (N_A - \pi f_A)] - \left(\frac{\lambda f_A + U_A}{\mu}\right)$, é claramente perceptível a influência que os efeitos produtividade e bem-estar exercem no sentido de o tornar mais lento quando comparado com a taxa de crescimento obtida na ausência destes efeitos ([11]).

---

([10]) A não negatividade da taxa de impaciência impõe que no estado estacionário se tenha $\left(1 - \pi \frac{\mu}{\lambda}\right) \geq 0$ o que significa que $\frac{\lambda}{\mu} \geq \pi$. Daqui decorre que se deva ter, necessariamente, $0 \leq \left(1 - \pi \frac{\mu}{\lambda}\right) \geq 1$.

([11]) Em particular, repare-se que $(N_A - \pi f_A)$reflecte a alteração na taxa de regeneração líquida do activos ambientais em resultado de uma alteração exógena em $A(t)$. Quando essa alteração se dá, a «taxa de juro natural» $N_A$ é afectada pelo efeito perverso resultante do aumento na produção e o consequente incremento nas emissões poluentes.

*Proposição 1* (existência do estado estacionário). — Se: *a*) a «função de produção natural» $N(A)$ for exibir um *threshold effect* em $A = A_m$ e for estritamente côncava acima dele; *b*) a função utilidade instantânea $U(C,A)$ for côncava em ambos os argumentos; *c*) a função de produção $f(K,A)$ for também côncava em ambos os argumentos; e *d*) para $N_A < \delta < f_K$, então pode haver zero, uma ou duas soluções estacionárias $(C^\infty K^\infty, A^\infty)$,associadas a valores positivos de $C$, $A$ e $K$. Essas soluções exigem a verificação, em simultâneo, do seguinte par de equações:

$$\textbf{(13)}\quad C|_{\dot{\lambda}=\dot{\mu}=\dot{A}=0} = \chi\ (A,\ \beta) = \frac{\varepsilon_{UC}}{\varepsilon_{UC}} A \frac{(\delta - N_A(A))}{\pi}\ 1 - \frac{\delta}{f_A\ [\kappa(A),A]} - \frac{\delta}{f_A\ [\kappa(A),A]} f_A\ [\kappa(A),A]$$

$$\textbf{(14)}\qquad C|_{\dot{A}=\dot{K}=0} = \frac{N(A)}{\pi} = \eta(A,\pi)$$

e onde $\beta$ é o vactor dos parâmetros que afectam $\chi(.)$.

*Demonstração.* — V. anexo A.

Qualquer valor de $C$ e $A$ que satisfaça **(13)** garante simultaneamente $\dot{\lambda}=\dot{\mu}=\dot{A}=0$. Assim, se existir, pelo menos, um par $(C^*,A^*)$ que satisfaça simultaneamente aquelas duas equações, então esse par assegura também $\dot{K}^* = 0$ e ao qual corresponde um valor óptimo para o *stock* de capital, $K^*$.

*Proposição 2.* — A existência de zero, um ou dois estados estacionários no intervalo $[A_m,\bar{A}\ ]$ determinada pelo valor da taxa de desconto, $\delta$.

*Demonstração.* — V. anexo B.

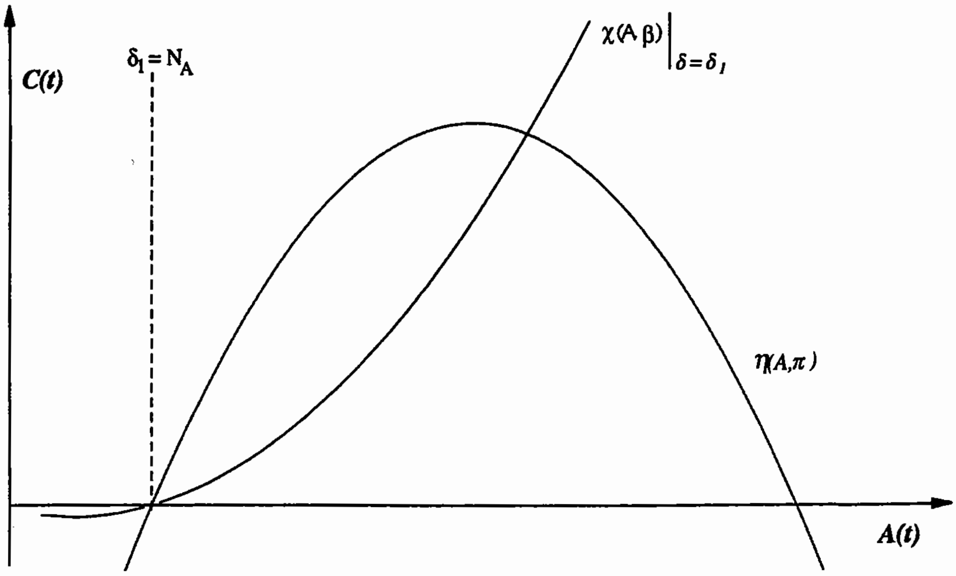
Isto significa que aumentos (diminuições) na taxa de impaciência pura pelo tempo fazem deslocar paralelamente e para cima (para baixo) a curva $\chi(.)$. Dadas as propriedades das relações envolvidas no problema, quanto mais impaciente se revelar a sociedade maior o nível de consumo que exige na configuração de longo prazo e menor o valor dos activos ambientais que lhe estão associados.

Para além do seu significado óbvio, esta proposição é ainda importante dado que permite estabelecer o intervalo para a taxa de desconto no qual é possível assegurar a existência de apenas um único estado estacionário.

*Corolário 1.* — $\exists\ \delta{:}\delta = \delta_1 \Rightarrow \delta_1 - N_A = 0 \wedge \delta \leq \delta 1$ existe apenas um único estado estacionário no intervalo $[A_m,\bar{A}\ ]$.

*Demonstração.* — De facto, **(13)** tem um zero para $\dot{A} = 0$ e para $(\delta - N_A)(f_K - \delta) = \pi\delta f_A = \delta\varepsilon_{Y,A}\frac{N(A)}{A}$. Ora para $\delta = \delta_1{:}\delta_1 - N_A = 0$, o que apenas sucede se, simultaneamente, se tiver $N(A) = 0$. Esta simultaneidade apenas ocorre quando $A = A_m$, tendo-se, inevitavelmente, $\delta_1 = N_A(A_m)$. A figura 1 mostra o que acabámos de dizer.

FIGURA 1




Valor da taxa de desconto abaixo da qual é possível existir apenas um único estado estacionário. À medida que a taxa de desconto se torna mais pequena que $\delta_1$, $\chi(.)$ deslocar-se-á paralelamente para a direita, o que assegura o aparecimento de apenas uma solução de equilíbrio de longo prazo.

A conjugação das duas últimas proposições com o corolário 1 permite compreender como a taxa de impaciência afecta os valores das diversas variáveis no estado estacionário. Para valores reduzidos da taxa pura de preferência pelo tempo corresponderão valores elevados para o *stock* de capital natural. No limite, quando $\delta = 0$, o estado estacionário corresponde à «regra de ouro do crescimento económico sustentável» ([12]); o sistema económico encontra-se perfeitamente «ajustado» no sistema natural. A taxa à qual o sistema económico deseja trocar activos ambientais por actividade económica iguala a taxa à qual a natureza permite que essas trocas se efectuem no respeito pelos seus equilíbrios termodinâmicos.

Mas não só a taxa de impaciência pode afectar os valores correspondentes ao estado estacionário. A forma como a sociedade valoriza a contribuição

([12]) V. Belbute (1996).

dos activos ambientais para o seu bem-estar tem também um papel importante. A proposição seguinte mostra em que sentido se dá essa influência:

*Proposição 3.* — Para uma mesma taxa de desconto $\delta$, o estado estacionário pode ocorrer quando o sistema natural evidencia «produtividade marginal» positiva, nula ou negativa. É a valoração relativa que a sociedade atribui aos activos ambientais para o seu bem-estar que determina a localização do estado estacionário.

*Demonstração.* — V. anexo C.

Deste modo, quanto mais importância for atribuída ao capital natural enquanto fonte directa de bem-estar, maior será a tendência para que na configuração de longo prazo a sociedade aceite uma combinação entre consumo e capital natural mais favorável a este último.

## 4 — Estabilidade local

A análise efectuada na secção anterior apenas permite determinar a configuração de longo prazo para esta economia. Se os valores «iniciais» das variáveis envolvidas coincidirem com o estado estacionário e se não surgirem choques exógenos perturbadores, há a garantia de que as trocas entre o sistema económico e o sistema natural se pautarão pelo equilíbrio. Interessa-nos, porém, conhecer o que sucede quando, para um dado valor inicial das variáveis económicas e ecológicas, a situação de partida não coincidir com a configuração de equilíbrio de longo prazo.

Como dissemos anteriormente, o modelo desenvolvido possibilita o aparecimento de vários estados estacionários aos quais poderão estar associados estruturas topológicas locais diferentes. Porém, o estudo da estabilidade local será aqui desenvolvido apenas para o caso em que a taxa de desconto permite o aparecimento de um único estado estacionário. Seguindo Dokner (1985), Brito (1994) e Belbute (1996) a análise será efectuada usando: *a*) o jacobiano J resultante da linearização em torno do estado estacionário do sistema dinâmico de dimensão 4 da secção anterior; e *b*) a magnitude *Z*, definida como:

**(15)** $$Z = M(2) - \delta^2$$

e onde $M(2)$ representa o somatório de todos os menores principais de ordem 2 de J.

**(16)**
$$J = \begin{bmatrix} f_K & f_A & -\hat{c}\,\lambda & 0 \\ -\pi f_K & N_A - \pi f_A & 0 & 0 \\ -\omega f_{KK} & -\omega f_{KA} & \delta - f_K & \pi f_K \\ -\omega f_{AK} & -\Omega & -f_A & [\delta-(N_A - \pi f_A)] \end{bmatrix}$$

com $\omega = \lambda - \pi\mu > 0$ ([13]) e $\Omega = \omega f_{AA} + \mu N_{AA} + U_{AA} < 0$ (em virtude da hipótese de concavidade assumida para as funções envolidas) e cujo determinante virá dado pela seguinte expressão:

$$\begin{aligned} Det(J) = \Delta = {} & \pi^2 f_K^2 \hat{c}_\lambda \Omega - \omega\pi f_K f_{KA}\delta + \omega 2\pi f_K f_{KA}\hat{c}_\lambda (N_A - \pi f_A) + \\ & + \pi N_A f_K \frac{U_A}{U_c} - \\ & - \omega\hat{c}_\lambda f_{KK}(N_A - \pi f_A)[\delta - (N_A - \pi f_A)] \end{aligned}$$

Para $A^\infty \geq A_M$ é fácil verificar que $\pi^2 f_K^2 \hat{c}_\lambda \Omega > 0$; $\omega\pi f_K f_{KA}\delta > 0$; $\omega^2 \pi f_K f_{KA}\hat{c}_\lambda (N_A - \pi f_A) > 0$; $\pi N_A f_K \frac{U_A}{U_c} < 0$ e $\omega\hat{c}_\lambda f_{KK}(N_A - \pi f_A)[\delta - (N_A - \pi f_A)] < 0$.

Para valores suficientemente pequenos da taxa de impaciência, a positividade do termo $\omega\pi f_K f_{KA}\delta$ não é suficiente para impedir que *Det(J) > 0.*

Por outro lado:

**(17)** $$Z = -f_K(f_K - \delta) - \omega\hat{c}_\lambda f_{KK} + (N_A - \pi f_A)[\delta - (N_A - \pi f_A)] + 2\pi f_K f_A \delta < 0$$

se a positividade da última parcela não anular o sinal claramente negativo das primeiras parcelas.

Deste modo, Z respeita a negatividade exigida no teorema 1 de Belbute (1996), pelo que o estado estacionário possui as propriedades de *ponto sela* e a variedade estável (*stable manifold*) na vizinhança do estado estacionário é de «dimensão dois». Porém, não é possível definir claramente o sinal da grandeza $Z^2 - 4\Delta$ pelo que as trajectórias que se dirigem para a configuração de longo prazo, quando vistas a partir da variedade estável, podem desenvolver-se segundo o padrão de *nó estável* ou de *foco estável.* Se $Z^2 - 4\Delta \leq 0$ o modelo gera dois pares de valores próprios reais de sinal contrário configurando uma aproximação ao estado estacionário típica de um nó estável. O estado estacionário é localmente estável no sentido em que, para um dado valor inicial dos *stocks* (económico e natural), é possível escolher o valor para as variáveis de co-estado que conduzirão o sistema em direcção ao estado estacionário de forma monótona. Nesse sentido, o caminho óptimo pode ser sustentável quer do ponto de vista económico quer do ponto de vista ambiental ([14]).

---

([13]) V. nota 10.

([14]) V. Belbute (1996).

Inversamente, quando $Z^2 - 4\Delta < 0$, os valores próprios associados ao jacobiano serão dois pares de complexos conjugados sendo que dois terão parte real negativa e os restantes parte real positiva. Se for possível escolher convenientemente os valores iniciais das variáveis de co-estado de modo a coincidirem com o plano estável, haverá a garantia de que o caminho que percorrerão ao longo do tempo assumirá a forma de um foco estável.

## 5 — Conclusão

Uma economia que interage com o sistema natural e valoriza os activos ambientais pelo seu contributo quer para o bem-estar quer para a produtividade pode evidenciar um padrão de acumulação de capital económica e ecologicamente sustentável. Na ausência de progresso técnico e de actividades económicas orientadas para o tratamento das emissões poluentes, a sustentabilidade significa, porém, o estado estacionário insistentemente reclamado por H. Daly (1992). O trabalho mostra que quando o padrão dinâmico dos activos ambientais é modelizado de modo a reflectir as leis da entropia, não é possível encontrar uma única configuração de equilíbrio de longo prazo, podendo mesmo não existir qualquer solução estacionária. O número de estados estacionários depende apenas e crucialmente da taxa de desconto. No entanto, para valores da taxa de impaciência situados num intervalo bem determinado, é possível encontrar uma única configuração de equilíbrio de longo prazo.

Como é tradicional nas formulações sobre acumulação de capital, a uma maior valorização do consumo presente corresponde um menor valor para o *stock* de activos ambientais no estado estacionário e se este se localizar na zona em que a taxa natural de regeneração é decrescente com o nível de activos ambientais, o consumo tenderá a ser mais elevado.

Porém, contrariamente ao usual *output* dos modelos de crescimento económico, a elevação da taxa de impaciência exige um volume de *stock* de capital económico mais elevado na configuração de longo prazo como forma de compensar a redução do *stock* de activos ambientais e assim viabilizar um volume de produção que assegure as necessidades de consumo.

Quando a sociedade pondera consumos futuros à taxa zero, desistindo de provocar uma assimetria entre gerações, a solução do modelo existe, é única e corresponde integralmente à regra de ouro. A presença de uma taxa de impaciência positiva eleva o consumo presente, obrigando a uma sobreutilização do capital natural, à sua escassez relativa e, consequentemente, a um aumento do seu valor relativamente aos bens de consumo. Uma sociedade demasiado preocupada com o seu bem-estar presente impede-a de acumular capital ambiental e, com isso, de proporcionar maior qualidade ambiental às gerações suas sucessoras.

Por outro lado, o modelo dá origem a dois resultados pouco agradáveis para o crescimento. Em primeiro lugar, o volume de capital que está associado à solução de equilíbrio é claramente inferior ao exigido na literatura «clássica» sobre o crescimento económico que ignora as interacções entre os dois sistemas. Em segundo lugar, o ritmo de crescimento do consumo sobre o «caminho óptimo» é inferior quando comparado com o obtido num contexto de ausência de interacções entre os dois sistemas. O efeito bem-estar provocado pela presença do capital natural na função utilidade tem como consequência a suavização da importância do consumo como fonte exclusiva de bem-estar.

O segundo aspecto que consideramos importante diz respeito às trajectórias que a economia efectuará quando se encontrar numa situação de partida não coincidente com o estado estacionário. São dois os níveis em que podemos sumariar as principais conclusões. Em primeiro lugar, as trajectórias em direcção à solução estacionária, quando existem, dependem crucialmente das condições de iniciais. Apenas quando verificados, haverá a certeza de que a economia evolue em direcção ao estado de equilíbrio de longo prazo. Qualquer outra combinação que não coincida com aqueles valores iniciais não garante a convergência e até a evolução simultânea dos sistemas. Em segundo lugar, a aproximação à solução estacionária pode ser monótona ou oscilatória. Não é indiferente que a evolução se faça de uma ou de outra forma. No primeiro caso, o caminho óptimo é sustentável no sentido que Pearce (1990) dá a este conceito. No segundo caso, o caminho existe, não é monótono mas desenvolve-se seguindo um padrão cíclico. Numas fases do ciclo será sustentável, noutras não. Porém, uma vez alcançado o estado estacionário, a economia estará numa configuração sustentável a longo prazo.

Finalmente, o terceiro aspecto que desejamos realçar diz respeito à influência das preferências da sociedade sobre a configuração de longo prazo. Elas não determinam o número de soluções estacionárias mas têm uma importância determinante nos valores que as variáveis assumem no equilíbrio. Para uma mesma taxa de desconto, o *stock* de activos ambientais de equilíbrio será tanto maior (menor) quanto maior (menor) for a importância que a sociedade lhes atribui a afectação do seu bem-estar. Uma sociedade que atribui pouca importância à qualidade ambiental enquanto determinante de bem-estar (por opção ou por necessidade) arrisca-se a atingir um estado estacionário caracterizado por menor capital natural comparativamente a uma outra que, pelo contrário, lhe atribua maior importância.

## ANEXO A

*Demonstração da proposição 1.* — Por definição, o estado estacionário ocorre quando todas as variáveis envolvidas estão em «repouso»; $\dot{\lambda} = \dot{\mu} = \dot{K} = \dot{A} = 0$. Igualando **(4)** e **(5)** a zero ter-se-á, imediatamente **(14)**, que forma uma parábola invertida, reproduzindo no plano $(C,A)$ as características de $N(A)$. Na verdade, é fácil verificar que:

$$\text{(A.1)} \qquad \left.\frac{dC}{dA}\right|_{\dot{K}=\dot{A}=0} = \eta_A(A,\pi) = \frac{N_A(.)}{\pi}$$

Usando **(11)**, **(12)** e a condição de 1.ª ordem, o estado estacionário para as variáveis de co-estado $\dot{\lambda} = \dot{\mu} = 0$ permite escrever a taxa marginal de substituição entre o *stock* de capital natural e o consumo como uma média ponderada pelo quociente $\frac{\delta}{f_K(.)}$.

$$\text{(A.2)} \qquad \frac{U_A(A)}{U_C(C)} = \frac{(\delta - N_A(A))}{\pi} \; 1 - \frac{\delta}{f_A\,[\kappa(A),A]} - \frac{\delta}{f_A\,[\kappa(A),A]}\, f_A\,(K,A)$$

Por outro lado, para que o *stock* de capital natural esteja em equilíbrio é necessário que $f(K,A) = \frac{N(A)}{\pi}$ o que permite expressar $K$ como função de $A$.

$$\text{(A.3)} \qquad K = \kappa(A,\pi) \geq 0 \qquad \forall\, A_m \leq A \leq \bar{A} \;\wedge\; \forall\, K \geq 0$$

Fazendo agora uso da noção de elasticidade, $\frac{U_A(A)}{U_C(C)} = \frac{\varepsilon_{UA}\, C}{\varepsilon_{UC}\, A}$, usando **(A.3)** e resolvendo em ordem a $C$, obtemos finalmente **(13)**, cujo comportamento no plano $(C,A)$ pode ser analisado partir da sua derivação em ordem a $A$:

$$\text{(A.4)} \qquad \begin{aligned} \chi_A(A,\beta) = \frac{\varepsilon_{UC}}{\varepsilon_{UA}} \Bigg\{ & -\frac{N_{AA}}{\pi}\left(1 - \frac{\delta}{f_K}\right)A - \\ & -\frac{1}{\pi}\left[\frac{\delta}{\pi}\,\varepsilon_{YA}\,\frac{N(.)}{A}\;(\varepsilon_{NA} - 1) - (\delta - N_A)\right] - \\ & - [\delta - (N_A - \pi f_A)]\,\frac{\delta}{\pi}\left[\frac{1}{\kappa(.)}\,\frac{N(A)}{\pi}\,\varepsilon_{YA}\,(1 - \varepsilon_{NA}) + \pi\,\frac{\kappa(.)}{\varepsilon YKN(.)}\right]\Bigg\} \end{aligned}$$

As duas primeira percelas conferem sinal positivo a esta derivada quando $N_A < \delta < f_K$ e desde que $\varepsilon_{NA} < 1$. Uma vez que se tem $N(A) > 0$, a terceira parcela é inequivocamente positiva podendo anular os dois primeiros termos em virtude de estar afectada pelo sinal negativo. $\chi_A(.)$ pode, assim, assumir qualquer sinal. Para baixos valores de $A$, $\chi_A(.)$ é negativa mas à medida que $A$ cresce, $\chi_A(.)$ tenderá a ser nula e, finalmente, positiva. Ou seja, $\chi(A,\beta)$ é uma função crescente para $A \geq A_\beta{:}\beta_A(.) \geq 0$ que atravessa de baixo para cima a função $\eta(.)$ num ou dois pontos.

## ANEXO B

*Demonstração da proposição 2.* — A demonstração é directa e obtém-se por derivação de $c(A,b)$ em ordem a $\delta$.

$$\text{(B.1)} \qquad \frac{\partial\beta(A,\beta)}{\partial\delta} = \beta_\delta = \frac{\varepsilon_{UC}}{\varepsilon_{UA}}\, A\left[\frac{1}{\pi} - \frac{(2\delta - N_A)}{\pi f_K} + \frac{f_A}{f_K} > 0\right]$$

sempre que $\frac{1}{\pi} > \frac{(2\delta - N_A)}{\pi f_K} + \frac{f_A}{f_K}$

## ANEXO C

*Demonstração da proposição 3.* — Dada uma determinada taxa de desconto, torna-se fácil verificar que:

(C.1) $$\chi\varepsilon_{UA}(A,\beta) = -\frac{\chi(.)}{\varepsilon_{UA}} \begin{Bmatrix} < \\ > \end{Bmatrix} 0 \text{ para } \chi(A,\beta) \begin{Bmatrix} > \\ < \end{Bmatrix} 0$$

Para mesma taxa de desconto, qualquer alteração na «importância» da *A(t)* sobre o bem-estar traduz-se na rotação de $\chi(A,\beta)$, tendo como *pivot* o ponto de intercepção com o eixo das abcissas.

Um aumento (redução) da «importância» da *A(t)* fará deslocar o segmento positivo de $\chi(A,\beta)$ para a direita e para baixo (esquerda e para cima) enquanto o seu segmento negativo rodará para a esquerda (direita).

**BIBLIOGRAFIA**


ASAKO, K. (1980), «Economic Growth and Environmental Pollution under the Max-Min Principle», *Journal of Environmental Economics and Management,* 7, pp. 157-183.

BELBUTE, J. M. (1995), «Desenvolvimento Sustentável; Uma visão Integrada das interacções entre a Economia e o Ambiente», comunicação apresentada no II Encontro de Economistas de Língua Portuguesa, Rio de Janeiro.

—— (1996), «Crescimento Económico e Sustentabilidade», dissertação de doutoramento, Évora, Julho de 1996.

BRITO, P. (1994), «Taxa de Câmbio Real, Crescimento e Dívida Externa», dissertação de doutoramento, ISEG, Lisboa.

DALY, H. (1992), *The Steady-State Economics,* EarthScan Publications Ltd., London.

DASGUPTA, P., e HEAL G. (1974), «The Optimal Depletion of Exhaustible Resources», *Review of Economic Studies,* Symposium on the Economics of Exhaustible Resources, pp. 3-28.

—— (1979), *Economic Theory of Exhaustible Resources,* Cambridge University Press, Cambridge.

DASGUPTA, P., e STIGLITZ (1981), «Resource Depletion under Technological Uncertainty», *Econometrica,* 49, pp. 85-104.

KAMIEN, M., e SWARTZ N. (1978), «Optimal Exhaustibles Resources Deplection with Endogenous Technical Change», *Review of Economic Studies,* 45, pp. 179-196.

KRAUTKRAEMER, J. (1985), «Optimal Growth, Resource Amenities and the Preservation of Natural Environments», *Review of Economic Studies,* LIII pp. 153-170.

—— (1986), «Optimal Depletion with, Resource Amenities and a Backstop Technology», *Resource and Energy,* 8 pp. 133-149.

PEARCE D., e TURNER (1990), *Economics of Natural Resources and the Environment,* Harvest Weatsheaf, London.

PEZZEY, J. (1994), «The Optimal Sustainable Deplection of Non-Renewable Resources», comunicação apresentada na V Conferência da EAERE, Dublim.

PEZZEY, J., KRAUTKRAEMER, J., e TOMAN, M. (1994), «Neoclassical Economic Growth Theory and Sustainability», discussion paper ENR93, Resources for the Futur, Washington.

RANSEY, F. (1928), «A Mathematical Theory of Saving», *Economic Journal,* 38, pp. 543-559.

RAWLLS, J. (1971), *A Theory of Justice,* Cambridge, Harvard University Press.

SOLOW, R. (1974), «Intergenerational Equity and Exhaustible Resources», *Review of Economic Studies,* Symposium on the Economics of Exhaustible Resources, pp. 29-45.

STEPHENS, J. (1976), «A relatively Optimistic Analysis of Growth and Pollution in a Neoclassical Framework», *Journal of Environmental Economics and Management,* 3, pp 85-96.

STIGLITZ, J. (1974), «Growth with Exhaustible Resources: Efficient and Optimal Growth Path», *Review of Economic Studies,* Symposium on the Economics of Exhaustible Resources, pp. 123-137.

RUBIO, S., e FISHER, A. (1994), «Optimal Capital Accumulation and Stock Pollution: The Greenhouse Effect», comunicação apresentada na V Conferência da EAERE, Dublim.

THAHAVONEN, O., e KUULUVAINEN (1993), «Economic Growth, Pollution and Renewable Resources», *Journal of Environmental Economics and Management,* 24, pp. 101-118.