煤层透气性系数新的测试计算方法

秦跃平1,刘 佳2,苏向云1

(1. 中国矿业大学(北京)应急管理与安全工程学院,北京 100083;2. 太原理工大学安全与应急管理工程学院,山西太原 030000)

摘 要:煤层透气性系数是衡量煤层瓦斯流动难易程度的关键参数。现行的煤层透气性系数计算式 中,将变压力非线性偏微分方程的系数假定为常数,理论推导结果存在较大缺陷,使得现场测定 的透气性系数存在较大偏差。为解决煤层透气性系数测定失准的问题,推导了钻孔径向流量法测 试煤层透气性系数的过程,并在推导过程中指出该方法存在的问题。以朗格缪尔式瓦斯含量和达 西定律为基础,建立无量钢模型,将模型解算结果进行反演拟合,得到新的煤层透气性系数计算 式,并通过现场实测钻孔数据进行验证,修正了现行的煤层透气性系数测试方法,提出准确可靠 的计算煤层透气性系数的新方法。结果表明:用抛物线式表示煤层瓦斯含量并将变量煤层瓦斯压 力 p^{1.5} 视为常量推导而来的煤层透气性系数计算式,相当于将瓦斯含量并将变量煤层瓦斯压 力 p^{1.5} 视为常量推导而来的煤层透气性系数计算式,相当于将瓦斯含量并将变量煤层瓦斯压 大系,理论与实际测算均存在较大误差。采用朗格缪尔式无量纲模型计算出的无因次瓦斯涌出速 度 Y进行反演拟合,可解决现行计算方法的缺陷;当吸附常数 b 与原始瓦斯压力 p₀的乘积(无因 次原始瓦斯压力)不同时,Y'与无因次时间 Fo'的函数曲线明显不同,由此得到了含有无因次原始 瓦斯压力的透气性系数计算式;当煤层和钻孔条件一定时,由不同时间测试的瓦斯涌出量计算得 到的煤层透气性系数 λ 值具有良好的再现性。新的煤层透气性系数现场测定方法与现行方法完全 相同,不增加额外工作量,但新方法的计算更加精确可靠。

关键词:煤层透气性系数;无量纲模型;反演方法;朗格缪尔;达西定律

中图分类号:TD712 文献标志码:A 文章编号:0253-9993(2024)02-0833-12

A new method for calculating the permeability coefficient of coal seams

QIN Yueping¹, LIU Jia², SU Xiangyun¹

(1. School of Emergency Management and Safety Engineering, China University of Mining and Technology–Beijing, Beijing 100083, China; 2. School of Safety and Emergency Management Engineering, Taiyuan University of Technology, Taiyuan 030000, China)

Abstract: The permeability coefficient of coal seams is a key parameter that judges the difficulty of gas flow in coal seams. In the current calculation formula for the permeability coefficient of coal seams, the coefficient of the nonlinear partial differential equation with variable pressure is assumed to be a constant, which leads to significant errors in the theoretical derivation results and results in significant deviations in the permeability coefficient measured on site. To solve the inaccurate determination problem of the coal seam permeability coefficient, this paper derived the process of using the radial flow rate method to test the coal seam permeability coefficient, and pointed out the problems of this method during the derivation process. Based on the Langmuir's gas content and Darcy's law, a dimensionless model was established, and the model solution results were inverted and fitted. A new calculation formula for the coal seam permeability coefficient was

QIN Yueping, LIU Jia, SU Xiangyun. A new method for calculating the permeability coefficient of coal seams[J]. Journal of China Coal Society, 2024, 49(2): 833–844.



收稿日期: 2023-10-16 修回日期: 2023-12-13 责任编辑: 王晓珍 DOI: 10.13225/j.cnki.jccs.ST23.1300 基金项目: 国家自然科学基金面上资助项目 (51874315)

作者简介:秦跃平(1964—),男,山西夏县人,教授,博士生导师。E-mail: qyp_0127@163.com

通讯作者:刘 佳(1989—), 女, 山西兴县人, 讲师。E-mail: 15135150829@163.com

引用格式:秦跃平,刘佳,苏向云.煤层透气性系数新的测试计算方法[J].煤炭学报,2024,49(2):833-844.

obtained, which was verified by on-site drilling data. The current testing method for coal seam permeability coefficient was proposed. The results indicate that using a parabolic equation to represent the coal seam gas content and treating variable $p^{1.5}$ as a constant to derive the coal seam permeability coefficient calculation formula is equivalent to fitting the gas content into a proportional relationship with the square of pressure. There are theoretical problems and significant errors in actual calculations. Using the Langmuir dimensionless model to calculate Y' for inversion fitting can solve the shortcomings of current calculation methods. When the product of the adsorption constant b and the original gas pressure p_0 (the dimensionless original gas pressure) is different, the function curve of the dimensionless gas emission velocity Y' and the dimensionless original gas pressure was obtained. When the coal seam and drilling conditions are constant, the values of the coal seam permeability coefficient λ calculated from the gas emission volume at different times have a good reproducibility. The new on-site measurement method for the permeability coefficient of coal seams is completely the same as the current method without adding additional workload. However, the new calculating method is more accurate and reliable. **Key words:** coal seam permeability coefficient; dimensionless; inversion; Langmuir equation; Darcy's law

煤层透气性系数是衡量煤层瓦斯流动难易程度 的重要参数,也是评价煤层抽采能力(可抽性)的重要 指标^[1-3]。在计算瓦斯抽采半径、瓦斯涌出量、评价增 透效果中均需准确测定煤层瓦斯透气性系数。由于 煤质、赋存条件、地质条件等因素的影响,全国各矿井 的煤层透气性系数有很大差异。因此,准确测定煤层 透气性系数对于瓦斯抽采利用和瓦斯灾害防治具有 重要意义。

煤层透气性系数测定方法主要包括现场测定和 实验室测定^[4]。但是在实验室中有限尺寸的煤样与含 有大量裂隙的实际煤储层条件有很大的差异,也很难 再现现场复杂多变的应力状态,只能进行定性的研 究^[2]。因而,煤层透气性系数仍需进行现场实测^[5]。 现场测定方法主要包括克里切夫斯基流量法[6].马可 尼法、克氏压力法[7]和钻孔径向流量法[8-11]。其中、钻 孔径向流量法在我国得到广泛的应用[12],已成为煤炭 行业标准[13]并且出现在大学教材[14-17]以及技术手 册^[17]中。为了便于计算,该方法使用抛物线方程代替 朗格缪尔式表示煤层瓦斯含量^[18-19],并通过克里切夫 斯基近似法[6]对数学模型线性处理得到钻孔瓦斯径向 流动模型[15,20-21]。然而,其描述的瓦斯流动方程中,瓦 斯含量与实际瓦斯吸附特性有本质的区别, 计算结果 出现较大误差^[3,5,22]。为了反演煤层透气性系数,该方 法将钻孔瓦斯流量方程式转化为无因次方程式,得到 无因次流量准数与无因次时间准数的曲线,并根据方 程得到透气性系数计算式,通过试算找到合适的煤层 透气性系数。由于模型中瓦斯含量与压力的关系采 用了抛物线近似代替方法,使煤层透气性系数的计算 误差较大,同一钻孔在不同成孔时间后测试得到不同 的结果^[23-24]。因此,我国现行的煤层透气性系数测试 标准"煤炭行业标准 (MT/T 1173—2019)",其计算方法存在重大缺陷,需要深入研究。

基于上述问题,笔者推导了钻孔径向流量法测试 煤层透气性系数的过程,并在推导过程中指出了该方 法存在的问题。然后,以朗格缪尔式瓦斯含量和达西 定律为基础,建立无量纲模型,将模型解算结果进行 了反演拟合,得到了新的煤层透气性系数的计算式, 并通过现场实测钻孔数据进行了验证,修正了现行的 煤层透气性系数测试方法,提出了准确可靠的计算煤 层透气性系数新方法。

1 现行测试方法的原理

1.1 模型建立

采用钻孔瓦斯抽采时,煤层中瓦斯流动为径向非 稳态流动^[9-11],瓦斯流动如图1所示,基于达西定律和 质量守恒定律,得到钻孔径向瓦斯流动方程^[5]为

$$\frac{\partial X}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \frac{\partial P}{\partial r})$$
(1)





式中, *X* 为煤的瓦斯含量, m³/t; λ 为煤层透气性系数, m²/(MPa² · d); ρ 为煤体的视密度, t/m³; *P* 为煤层瓦 斯压力 p 平方, 即 $P=p^2$, MPa²; t 为时间, d; r 为半 径, m。

前人为简化计算,将吸附瓦斯含量近似为抛物线 式^[9-11]:

$$X = \alpha \sqrt{p} \tag{2}$$

式中, α 为煤层瓦斯含量系数, m³/(t・MPa^{0.5})。

将式(2)代入式(1)中得

$$\frac{\partial \alpha \sqrt{p}}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \frac{\partial P}{\partial r})$$
(3)

式 (3) 为非线性偏微分方程,无法获得解析解。 为此,将式 (3) 进行简化,即先将式 (3) 转换为

$$\frac{\partial \alpha P}{\partial t} = 4P^{\frac{3}{4}} \frac{\lambda}{\rho} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \frac{\partial P}{\partial r})$$
(4)

再将非导数部分的压力平方 P 替换为煤层原始 瓦斯压力平方。

$$\frac{\partial aP}{\partial t} = 4P_0^{\frac{3}{4}} \frac{\lambda}{\rho} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \frac{\partial P}{\partial r})$$
(5)

式中, P_0 为煤层原始瓦斯压力平方, 即 $P_0=p_0^2$, MPa²; p_0 为煤层原始瓦斯压力, MPa。

式 (5) 可以求得解析解。但是对比式 (1) 可知, 经 过一系列变换得到的式 (5), 相当于将瓦斯含量 *X* 由 式 (6) 计算:

$$X = \frac{\alpha p^2}{4P_0^{\frac{3}{4}}}$$
(6)

即瓦斯含量与压力的平方成正比关系。笔者在 文献[5]中已经指出,煤层瓦斯含量随压力变化的曲线 在形态和数值大小与实际差异悬殊。如此转换使得 问题的本质发生了根本的变化。

式 (5) 加上其边界条件和初始条件,得到完整的 钻孔径向瓦斯流动数学模型:

$$\begin{cases} \frac{\partial \alpha P}{\partial t} = 4P_0^{\frac{3}{4}} \frac{\lambda}{\rho} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial P}{\partial r} \right) \\ t = 0, \ P = P_0 \\ r = r_1, \ P = P_1 \\ r = \infty, \ P = P_0 \end{cases}$$
(7)

式中, r_1 为钻孔半径, m; P_1 为钻孔瓦斯抽采压力平方, 即 $P_1=p_1^2$, MPa²; p_1 为钻孔瓦斯抽采压力, MPa。

在得到瓦斯压力解之后,可由下式计算钻孔表面 瓦斯涌出速度:

$$q = \lambda \frac{\partial P}{\partial r}\Big|_{r=r_1} \tag{8}$$

式中,q为钻孔表面瓦斯涌出速度(单位面积壁面上单位时间所涌出瓦斯在标准状况下的体积),m/d。

通过无量纲分析,建立无量纲模型是反演计算煤 层透气性系数的关键步骤^[10-11]。将式(7)转换为无量 纲形式:

$$\begin{cases} \frac{\partial \Theta}{\partial Fo} = \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial \Theta}{\partial R} \right) \\ Fo = 0, \ \Theta = 1 \\ R = 1, \ \Theta = 0 \\ R = \infty, \ \Theta = 1 \end{cases}$$
(9)

式中, Ø为无因次过余压力; Fo为傅里叶数, 即无因次时间; R为无因次半径。

各无因次准则为

$$\Theta = \frac{P - P_1}{P_0 - P_1} \tag{10}$$

$$R = \frac{r}{r_1} \tag{11}$$

$$Fo = \frac{4tP_0^{\frac{3}{4}}}{\alpha \rho r_1^{2}}\lambda \tag{12}$$

将式 (10) 和式 (11) 代入式 (8), 得到无因次瓦斯 涌出速度 Y 为

$$Y = \left. \frac{\partial \Theta}{\partial R} \right|_{R=1} = \frac{1}{\lambda} \frac{q r_1}{P_0 - P_1} \tag{13}$$

设参数A、B分别为

$$\begin{cases}
A = \frac{qr_1}{P_0 - P_1} \\
B = \frac{4tP_0^{\frac{3}{4}}}{\alpha\rho r_1^2}
\end{cases}$$
(14)

则

$$\begin{cases} Y = \frac{A}{\lambda} \\ Fo = B\lambda \end{cases}$$
(15)

1.2 基于有限差分法无量纲模型求解

通过有限差分法求解上述无量纲模型,得到无因 次瓦斯涌出速度 Y 与傅里叶数 Fo 的关系曲线。求解 步骤如下:

(1) 对解算区域进行网格划分并将节点编号,如
图 2 所示,沿钻孔壁向煤层远处方向,将煤体划分为
n个区域,并进行节点编号,依次为 0, 1, 2, 3, …, n; 在

相邻节点的中点作虚线,得到任意一个节点 i 的控制 体,如图 2 中橙色区域所示;节点间距向煤层远处成 等比关系逐渐增大;由于瓦斯涌出及压力变化随时间 呈递减趋势,在保障计算精度的前提下,为加快计算 速度,时间差分计算的间隔呈等比增加。



图 2 网格划分与节点编号

Fig.2 Meshing and node numbering

(2) 对无量纲模型进行离散, 建立无因次差分方 程组。

节点0位于钻孔壁面,其无因次过余压力与无因 次钻孔瓦斯抽采压力相同,由边界条件得

$$\Theta_0^j = 0 \tag{16}$$

式中,下标0表示节点0,上标j表示时间节点。

节点 1~n-1 为内部节点, 可将式 (9) 微分方程转 换为差分式:

$$\frac{\left(\Theta_{i}^{j}+\Theta_{i}^{j-1}\right)-\left(\Theta_{i+1}^{j}+\Theta_{i+1}^{j-1}\right)}{R_{i+1}-R_{i}}\left(\frac{R_{i+1}+R_{i}}{2}\right)-\frac{\left(\Theta_{i-1}^{j}+\Theta_{i-1}^{j-1}\right)-\left(\Theta_{i}^{j}+\Theta_{i}^{j-1}\right)}{R_{i}-R_{i-1}}\left(\frac{R_{i}+R_{i-1}}{2}\right)=\left[\left(\frac{R_{i+1}+R_{i}}{2}\right)^{2}-\left(\frac{R_{i}+R_{i-1}}{2}\right)^{2}\right]\frac{\Theta_{i}^{j-1}-\Theta_{i}^{j}}{\Delta Fo_{i}}$$
(17)

式中,下角标 *i*-1、*i*、*i*+1 为节点编号;上角标 *j*、*j*-1 为时间节点; *R_i*为各个节点的无因次半径; Δ*Fo_j*为从 *j*-1 时刻至*j* 时刻的无因次时间步长。

取节点 n 距钻孔壁足够远, 在计算时间段内其无 因次过余压力为无因次煤层原始瓦斯压力, 则边界条 件为

$$\Theta_n^j = 1 \tag{18}$$

由初始条件可得,各节点在零时刻的瓦斯压力均 为无因次煤层原始瓦斯压力。

$$\Theta_i^0 = 1 \ (i = 0, 1, 2, \cdots, n) \tag{19}$$

式 (16)~(19) 为无量纲有限差分模型,可计算各时刻钻孔围岩内各节点无因次过余瓦斯压力。然后由式 (20) 计算得到各时刻无因次瓦斯涌出速度:

$$Y^{j} = \frac{\Theta_{1}^{j}}{R_{1} - R_{0}} \tag{20}$$

最后得到无因次钻孔瓦斯涌出速度 Y 与傅里叶数 Fo 关系曲线。

(3) 从上述方程组可以看出, 各方程均为无因次过 余压力的线性方程, 可直接调用高斯消元法模块解算, 无需迭代。输出各节点的无因次过余压力以及无因 次瓦斯涌出速度 Y, 进入下一时间循环直至完成预定 计算时间。使用 C 语言编制解算程序, 程序流程如 图 3 所示。





1.3 煤层透气性系数计算式推导

通过对无量纲模型的求解,得到无因次瓦斯涌出 速度曲线,如图 4 中彩色曲线所示。式(15)表明,无 因次瓦斯涌出速度 Y 与透气性系数 λ 成反比,而傅里 叶数 Fo 与透气性系数 λ 成正比。为了从 Y 和 Fo 的 关系中求出 λ,只有将 Y 拟合为 Fo 的幂函数,即 Y 的 对数与 Fo 的对数为线性关系。为了保障拟合精度, 将 Fo 分为若干段,拟合得到 Y 与 Fo 之间的幂函数关 系式,如图 4 中黑色虚线所示,由此导出煤层透气性 系数计算公式。





Fig.4 Radical unstable flow curves of coal seams

根据图 4 拟合得到的 6 个分段方程式,得到 Y 与 Fo 的关系式如下:

$$\begin{cases}
Fo = 10^{-2} \sim 1, Y = Fo^{-0.3753} \\
Fo = 1 \sim 10, Y = Fo^{-0.28} \\
Fo = 10 \sim 10^2, Y = 0.93Fo^{-0.20} \\
Fo = 10^2 \sim 10^3, Y = 0.588Fo^{-0.12} \\
Fo = 10^3 \sim 10^5, Y = 0.512Fo^{-0.10} \\
Fo = 10^5 \sim 10^7, Y = 0.344Fo^{-0.065}
\end{cases}$$
(21)

从式(21)中可以看出, Y和 Fo 符合以下关系式:

$$Y = \varepsilon F o^{-\omega} \tag{22}$$

式中,ε、ω为系数。

代入式 (15) 可得

$$\lambda = \left(\frac{1}{\varepsilon}AB^{\omega}\right)^{\frac{1}{1-\omega}}$$
(23)

由此得到的煤层透气性系数的计算表达式见 表1。

表1 煤层透气系数计算表达式

 Table 1
 Calculation expression of coal seam permeability coefficient

		•	
流量准数	参数	傅里叶数Fo	透气性系数λ
		$10^{-2} \sim 1$	$\lambda = A^{1.61} B^{0.61}$
	$A = \frac{qr_1}{p_0^2 - p_1^2}$	1~10	$\lambda = A^{1.39} B^{0.39}$
$Fo = B\lambda$	$F_0 = B\lambda \qquad 10 \sim 10^2$	$10 \sim 10^{2}$	$\lambda = 1.10 A^{1.25} B^{0.25}$
$Y = \frac{1}{\lambda}$	4.15	$10^2 \sim 10^3$	$\lambda = 1.83 A^{1.14} B^{0.14}$
	$B = \frac{4tp_0^{10}}{\alpha r_1^2}$	$10^3 \sim 10^5$	$\lambda = 2.10 A^{1.11} B^{0.11}$
		$10^5 \sim 10^7$	$\lambda = 3.14 A^{1.07} B^{0.07}$

以上就是现行标准所采用的煤层透气性系数计 算原理。虽然其在教科书、煤矿现场普遍采纳,但其 中的问题通过上述推导过程已经显现出来。其问题 的焦点在于将流动方程由式 (4)转换为式 (5),相当于 煤层瓦斯含量按式 (6) 计算,从文献[5]中可以看到,此 法解算得到的煤层瓦斯含量、瓦斯压力分布、钻孔瓦 斯涌出速度存在较大误差,最大误差量达到 60.2%。 那么,由此反演的透气性系数必然造成错误的结果^[5]。 然而,值得肯定的是,现行的煤层透气性系数测试计 算方法,首先将数学模型无因次化,然后再分段将无 因次瓦斯涌出速度与时间准数分段拟合成幂函数。 这一系列数学处理方法巧妙而又科学,所以在下面新 提出的透气性系数计算方法中仍被采用。

2 新的煤层透气性系数计算式

2.1 模型建立

为了修正上述模型存在的误差,采用朗格缪尔式 方程表示煤层瓦斯含量:

$$X = \frac{abp}{1+bp} + En_1p \tag{24}$$

式中,a、b 为吸附常数, m³/t、MPa⁻¹; n_1 为煤的孔隙 率;E 为系数, m³/(t・MPa)。

$$E = \frac{1}{0.101\ 325\rho}$$
(25)

将式 (24) 代入式 (1), 结合初始条件和边界条件 得到朗格缪尔式模型为

$$\begin{cases} \frac{\partial \left(\frac{ab \sqrt{P}}{1+b \sqrt{P}} + En_1 \sqrt{P}\right)}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial P}{\partial r}\right) \\ t = 0, \ P = P_0 \\ r = r_1, \ P = P_1 \\ r = \infty, \ P = P_0 \end{cases}$$
(26)

将式 (26) 转化成无量纲形式:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial \left(\frac{1}{1+\frac{1}{\sqrt{\Theta'}}}+N\sqrt{\Theta'}\right)}{\partial Fo'} = \frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial R}\left(R\frac{\partial\Theta'}{\partial R}\right) \\ Fo' = 0, \ \Theta' = b^2 p_0^2 \\ R = 1, \ \Theta' = b^2 p_1^2 \\ R = \infty, \ \Theta' = b^2 p_0^2 \end{cases}$$
(27)

式中, Θ' 、 Fo'、 N分别为朗格缪尔式无量纲模型中的 无因次压力、无因次时间和无因次孔隙率。

各准则表达式如下:

$$\Theta' = b^2 P \tag{28}$$

煤

$$Fo' = \frac{\lambda t}{\rho a b^2 r_1^2} \tag{29}$$

$$N = \frac{En_1}{ab} \tag{30}$$

从式 (27) 中可以看出,无因次参数定义与以往明显不同,无因次压力没有采用无因次过余压力平方, 而是采用吸附常数 b 与压力 p 相乘。这是非线性方程不得不采用的方法,相应地其他无因次准数定义也发生了变化。

将式(11)、(28)代入式(8)得到Y'为

$$Y' = \left. \frac{\partial \Theta'}{\partial R} \right|_{R=1} = \frac{qb^2 r_1}{\lambda} \tag{31}$$

式中, Y'为朗格缪尔式无量纲模型中的无因次瓦斯涌

出速度。

报

2.2 基于有限差分法无量纲模型求解

求解模型的步骤与 1.2 中的步骤相同,同样通过 解算得到Y'与Fo'的关系曲线。

(1)2种模型的网格划分与节点编号方法相同,如图2所示。

(2)因为2种模型的微分方程中瓦斯含量的计算 方法不同,并且无因次参数定义不同,所以无量纲模 型离散后得到无因次差分方程组也不同。

节点 0 的无因次压力与无因次钻孔瓦斯抽采压 力相同,由边界条件得

$$\Theta_0^{\prime j} = b^2 P_1 \tag{32}$$

节点 1~n-1 为内部节点, 可将式 (27) 的微分方 程转换为以下差分式:

$$\left\{\frac{R_{i+1}+R_{i}}{R_{i+1}-R_{i}}\Delta Fo_{j}'+\frac{R_{i}+R_{i-1}}{R_{i}-R_{i-1}}\Delta Fo_{j}'+\left[\left(\frac{R_{i+1}+R_{i}}{2}\right)^{2}-\left(\frac{R_{i}+R_{i-1}}{2}\right)^{2}\right]\left[\left(N+\sqrt{\frac{\Theta_{i}'^{n}+\Theta_{i}'^{n-1}}{2}}\right)^{2}\sqrt{\frac{\Theta_{i}'^{n}+\Theta_{i}'^{n-1}}{2}}\right]^{-1}\right\}\Theta_{i}'^{j}-\Delta Fo_{j}'\frac{R_{i+1}+R_{i}}{R_{i+1}-R_{i}}\Theta_{i+1}'= -\left\{\frac{R_{i+1}+R_{i}}{R_{i+1}-R_{i}}\Delta Fo_{j}'+\frac{R_{i}+R_{i-1}}{R_{i}-R_{i-1}}\Delta Fo_{j}'-\left[\left(\frac{R_{i+1}+R_{i}}{2}\right)^{2}-\left(\frac{R_{i}+R_{i-1}}{2}\right)^{2}\right]\left[\left(N+\sqrt{\frac{\Theta_{i}'^{n}+\Theta_{i}'^{n-1}}{2}}\right)^{2}\sqrt{\frac{\Theta_{i}'^{n}+\Theta_{i}'^{n-1}}{2}}\right]^{-1}\right\}\Theta_{i}'^{j-1}+\Delta Fo_{j}'\frac{R_{i+1}+R_{i}}{R_{i+1}-R_{i}}\Theta_{i+1}'^{j-1}$$
(33)

式中, ΔFo_i'为从 j-1 时刻至 j 时刻的无因次时间步长。

设节点 n 距钻孔壁足够远, 在计算时间段内其无 因次压力始终为无因次煤层原始瓦斯压力, 则边界条 件为

$$\Theta_n^{\prime j} = b^2 P_0 \tag{34}$$

由初始条件可得,各节点在零时刻的瓦斯压力均 为无因次煤层原始瓦斯压力

$$\Theta'_{i}^{0} = b^{2}P_{0} \quad (i = 0, 1, 2, \cdots, n)$$
 (35)

式 (32)~(35) 为无因次有限差分模型。

(3)上述差分过程中可以看出,无因次有限差分模型为非线性方程组,无法用高斯消元法或迭代法直接求解各节点的无因次压力 Θ_i^j 。在每一时刻计算时,都需要给 Θ_i^j 赋予初值并进行迭代运算。程序解算流程如图 5 所示。

根据程序解得的无因次压力。由达西定律,*j*时 刻无因次瓦斯涌出速度可由式 (36) 计算,即

$$Y'^{j} = \frac{\Theta'_{1}^{j} - \Theta'_{0}^{j}}{R_{1} - R_{0}}$$
(36)

2.3 煤层透气性系数新算法

为了与现行的测试方法进行直观对比,采用无因 次瓦斯涌出速度来反演煤层透气性系数计算式。上 述求解可得到无因次瓦斯涌出速度Y'与无因次时间 Fo'的关系曲线。从式(27)中可以看出,对于不同的 煤矿,煤岩物性参数不同,其边界条件无因次压力Θ' 与无因次孔隙率N各不相同,那么程序解算得到的无 因次瓦斯涌出速度Y'也存在差异。

考虑到现场实际条件下无因次孔隙率 N 可能的 取值范围为 0.000 707~0.205 000,在边界条件无因次 压力 Ø'保持不变条件下,取 N 分别为 0.000 5、0.005、 0.05、0.2 进行数值模拟,解算后发现当 N 变化时,无 因次瓦斯涌出速度曲线几乎重合,说明无因次孔隙率 对其的影响较小。这是因为实际煤体中吸附瓦斯通 常都远大于游离瓦斯含量的缘故。因此,在进行数值 模拟时,将 N 设置为 0.05,输入程序中进行解算。

当吸附常数 b,煤层原始瓦斯压力 p₀,钻孔瓦斯抽 采压力 p₁变化时,边界条件中的无因次压力 Θ'也会随 之发生变化,模型得到不同的解。无因次瓦斯涌出速 度 Y'是无因次时间 Fo'、无因次原始压力 bp₀ 和无因



图 5 程序解算流程

Fig.5 Calculation process flow chart 次钻孔瓦斯压力 *bp*₁ 的函数。

$$\begin{cases} \Theta' = f(Fo', R, bp_0, bp_1) \\ Y' = f(Fo', bp_0, bp_1) \end{cases}$$
(37)

在煤层透气性系数测试过程中,不采取负压抽放, 钻孔瓦斯压力基本上等于一个大气压。根据各类煤 层 b 的取值范围 0.25~4 MPa^{-1[11]},取 b 分别为 0.25、 0.5、1、2 MPa⁻¹, p₀ 分别为 0.5、1、2、4、8 MPa,将 2 者排列交叉组合代入程序中解算,得到的解算结果如 图 6 所示。

从图 6 可以看出, 在不同的吸附常数 b 和不同的 原始瓦斯压力 p₀条件下, Y'与Fo'的函数曲线明显不 同。但是, 当 b 和 p₀的乘积相同时, Y'与Fo'的函数曲 线基本重合。这说明曲线与无因次煤层原始压力相 关, 而与钻孔瓦斯压力 p₁关系不大, 因此

$$Y' = f(Fo', bp_0) \tag{38}$$

将函数曲线分成 5 段进行分析。由于篇幅所限, 仅列出 *b*=0.5 时的拟合结果, 如图 7 所示, 其余拟合关 系式见表 2。

从图 7 可以看出,每一段上 Y'的对数与 Fo'的对数都具有良好的线性关系,这意味着 Y'与 Fo'有良好的幂函数关系,即



图 6 无因次瓦斯涌出速度与无因次时间的关系

Fig.6 Relationship of dimensionless gas emission speed and

dimensionless time

$$\begin{cases} \ln Y' = -\alpha \ln F o' + \ln \beta \\ Y' = \beta F o'^{-\alpha} \end{cases}$$
(39)

式中, α 、 β 为系数。

将式 (29) 和式 (31) 代入式 (39), 可得

$$\frac{qb^2r_1}{\lambda} = \beta \left(\frac{\lambda t}{\rho ab^2 r_1^2}\right)^{-\alpha} \tag{40}$$

设参数A'、B'为

$$\begin{cases} A' = qb^2 r_1 \\ B' = \frac{t}{\rho a b^2 r_1^2} \end{cases}$$
(41)

则煤层透气性系数λ的计算式为

$$\lambda = \left(\frac{1}{\beta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} A'(A'B')^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$
(42)

令参数 C、m 为

$$\begin{cases} C = \left(\frac{1}{\beta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \\ m = \frac{\alpha}{1-\alpha} \end{cases}$$
(43)

则

$$\lambda = CA'(A'B')^m \tag{44}$$

对计算结果回归,分别得到 C 和 m 与 bp₀ 之间的 函数关系,如图 8 所示。

最终得到透气性系数计算公式,见表3。

至此,得到了由钻孔瓦斯涌出速率计算煤层透气 性系数的方法和公式。由于其分析推导过程比较繁 琐,现将反演煤层透气性系数的推导步骤小结如下:







(1) 取不同的 *b*、*p*₀代入程序, 解算得到 *Y*′与*Fo*′的关系曲线。

(2)将曲线分成 5 段,进行分析拟合,得到 Y'与 Fo'的幂函数关系式。

(3) 推导煤层透气性系数计算表达式。

(4) 拟合参数 C、m 与 bp₀ 关系式。

(5) 整合得到煤层透气性系数的最终表达式。

3 实例分析与验证

为了验证煤层透气性系数计算式的可靠性,在山

西兰花科创玉溪煤矿进行钻孔瓦斯涌出量测试。利 用煤矿钻孔瓦斯抽采实测数据进行验证,该矿的煤层 原始瓦斯压力为 1.6 MPa,钻孔内绝对压力为 0.1 MPa, 钻孔长度为 100 m,钻孔半径 0.047 m,吸附常数 *a* 和 *b*分别为 42.97 m³/t、1.21 MPa⁻¹,煤的视密度为 1.46 t/m³。 为了与现行计算方法进行比较,拟合计算得到钻孔 径向瓦斯流动模型^[9-11]中的煤层瓦斯含量系数,为 21.86 m³/(t・MPa^{0.5})。为了验证再现性,选取 49、54 号 2 个顺层钻孔的实测数据进行处理,如图 9 所示。

分别使用钻孔径向流量法(计算式见表 1) 和笔者

表 2 拟合关系式

Table 2 Fitting relationship formula								
ln Fo'	b	p ₀ =0.5	p ₀ =1	p ₀ =2	<i>p</i> ₀ =4	<i>p</i> ₀ =8		
0.25 (-2,-1) 1 2	0.25	<i>y</i> =-0.424 5 <i>x</i> -3.206 9	<i>y</i> =-0.623 5 <i>x</i> -2.549 2	<i>y</i> =-0.635 4 <i>x</i> -1.794 4	<i>y</i> =-0.422 4 <i>x</i> -0.656 8	<i>y</i> =-0.285 0 <i>x</i> +0.487 1		
	<i>y</i> =-0.651 7 <i>x</i> -1.890 8	<i>y</i> =-0.418 3 <i>x</i> -0.670 6	<i>y</i> =-0.283 7 <i>x</i> +0.484 8	<i>y</i> =-0.214 1 <i>x</i> +1.585 1	<i>y</i> =-0.160 2 <i>x</i> +2.718 2			
	<i>y</i> =-0.401 9 <i>x</i> -0.706 3	<i>y</i> =-0.279 8 <i>x</i> +0.477 6	<i>y</i> =-0.279 8 <i>x</i> +0.477 6	<i>y</i> =-0.160 1 <i>x</i> +2.717 7	<i>y</i> =-0.122 7 <i>x</i> +3.889 6			
0.25 (-1,0) 1 2	<i>y</i> =-0.689 1 <i>x</i> -3.479 1	<i>y</i> =-0.648 3 <i>x</i> -2.601	<i>y</i> =-0.414 9 <i>x</i> -1.582 5	<i>y</i> =-0.287 6 <i>x</i> -0.512 9	<i>y</i> =-0.230 3 <i>x</i> +0.543 9			
	<i>y</i> =-0.394 6 <i>x</i> -1.641 9	<i>y</i> =-0.283 5 <i>x</i> -0.525 9	<i>y</i> =-0.229 7 <i>x</i> +0.540 9	<i>y</i> =-0.178 5 <i>x</i> +1.621 4	<i>y</i> =-0.137 3 <i>x</i> +2.741 6			
	2	<i>y</i> =-0.273 1 <i>x</i> -0.565 3	<i>y</i> =-0.228 0 <i>x</i> +0.531 3	<i>y</i> =-0.178 2 <i>x</i> +1.619 2	<i>y</i> =-0.137 2 <i>x</i> +2.741 1	<i>y</i> =-0.108 4 <i>x</i> +3.904 1		
0.25 (0,1) 1 2	0.25	<i>y</i> =-0.640 1 <i>x</i> -3.504 4	<i>y</i> =-0.391 7 <i>x</i> -2.605 2	<i>y</i> =-0.283 4 <i>x</i> -1.572 9	<i>y</i> =-0.241 3 <i>x</i> -0.511 4	<i>y</i> =-0.196 1 <i>x</i> +0.544 3		
	1	<i>y</i> =-0.272 4 <i>x</i> -1.630 6	<i>y</i> =-0.239 7 <i>x</i> -0.524 6	<i>y</i> =-0.195 8 <i>x</i> +0.541 3	<i>y</i> =-0.154 0 <i>x</i> +1.621 8	<i>y</i> =-0.121 3 <i>x</i> +2.741 8		
	2	<i>y</i> =-0.235 7 <i>x</i> -0.564 5	<i>y</i> =-0.195 0 <i>x</i> +0.531 7	<i>y</i> =-0.153 9 <i>x</i> +1.619 5	<i>y</i> =-0.121 3 <i>x</i> +2.741 3	<i>y</i> =-0.098 1 <i>x</i> +3.904 2		
0.25 (1,3) 1 2	0.25	<i>y</i> =-0.282 9 <i>x</i> -3.868 8	<i>y</i> =-0.254 4 <i>x</i> -2.734 2	<i>y</i> =-0.225 4 <i>x</i> -1.637 4	<i>y</i> =-0.190 6 <i>x</i> -0.568 6	<i>y</i> =-0.155 8 <i>x</i> +0.499 1		
	1	<i>y</i> =-0.222 6 <i>x</i> -1.687 4	<i>y</i> =-0.190 0 <i>x</i> -0.580 7	<i>y</i> =-0.155 7 <i>x</i> +0.496 3	<i>y</i> =-0.125 7 <i>x</i> +1.59	<i>y</i> =-0.102 4 <i>x</i> +2.720 5		
	2	<i>y</i> =-0.188 4 <i>x</i> -0.618 2	<i>y</i> =-0.155 4 <i>x</i> +0.487 3	<i>y</i> =-0.125 7 <i>x</i> +1.587 9	<i>y</i> =-0.102 4 <i>x</i> +2.72	<i>y</i> =-0.085 1 <i>x</i> +3.889 5		
(3,5) 0.2 2	0.25	<i>y</i> =-0.216 9 <i>x</i> -4.062 1	<i>y</i> =-0.193 2 <i>x</i> -2.917 5	<i>y</i> =-0.168 0 <i>x</i> -1.807 5	<i>y</i> =-0.143 2 <i>x</i> -0.708 5	<i>y</i> =-0.120 2 <i>x</i> +0.394 2		
	1	<i>y</i> =-0.167 1 <i>x</i> -1.852 1	<i>y</i> =-0.143 0 <i>x</i> -0.719 4	<i>y</i> =-0.120 2 <i>x</i> +0.391 5	<i>y</i> =-0.100 5 <i>x</i> +1.515 8	<i>y</i> =-0.084 7 <i>x</i> +2.667 9		
	2	<i>y</i> =-0.142 4 <i>x</i> -0.753 9	<i>y</i> =-0.120 0 <i>x</i> +0.383 2	<i>y</i> =-0.100 5 <i>x</i> +1.513 8	<i>y</i> =-0.084 7 <i>x</i> +2.667 4	<i>y</i> =-0.031 6 <i>x</i> +3.716 3		



图8 C、 $m 与 bp_0$ 之间的函数关系



提出的新的测算方法 (表 3) 计算玉溪矿的煤层透气性 系数, 计算结果如图 10、11 所示。

从图 10 可以看出,使用钻孔径向流量法计算煤 层透气性系数时,同一钻孔不同抽采时间下,煤层透 气性系数计算结果差异较大,测试值不稳定,不具有 再现性。即便存在测量初期流量不稳定,钻孔位置变 化,有效应力变化,瓦斯解吸收缩效应等因素,煤层透 气性系数的差值也不应该如此之大。当有效应力增 大时,瓦斯解吸收缩效应会造成煤层透气性系数减少, 但其减少的程度与文献[25-26]的实验结果存在较大 出入。

从图 11 可以看出,采用新的测算方法,初期的透 气性系数比后期明显偏大,表现出较大的误差,可能 有以下原因:一是钻孔从开孔到成孔需要 12 h,钻孔 全长上的瓦斯开始降压涌出的时间不一致,即使按照 平均时间计算,其瓦斯涌出速度与瞬时一次成孔在最 初一段时间也会有很大不同;二是随着抽采时间的增 加,储层压力的减小会导致有效应力增大和煤基质收 缩,进而改变煤层的透气性,测试计算的煤层透气性 系数逐渐减小。由于钻孔位置不同,所以透气性分布 不均匀,两钻孔数据计算得到的煤层透气性系数值略 有不同也是正常的。由此可以看出,在煤层某一具体 地点,当外部条件确定后,煤层透气性系数在不同时 间内的测定值相对较为稳定。因此,该计算式较为合 理准确。

现行的煤储层透气性系数在推导过程中,将变量 p¹⁵视为常数而得到解析解,使得煤层瓦斯含量脱离 实际,在定量计算上造成误差,但其测试计算结果也

	表 3 煤层透气	性系数计算式				
Table 3 Calculation of coal seam permeability coefficient						
参数	无因次时间Fo'	煤层透气性系数2				
Al 12.	$(10^{-2}, 10^{-1})$	$\lambda = (1.492\ 9bp_0 - 1.331)A'(A'B')^{0.079\ 2\ln(bp_0) - 0.303\ 8}$				
$A' = qb^2 r_1$	$(10^{-1}, 1)$	$\lambda = (1.448\ 7bp_0 - 1.349)A'(A'B')^{0.053\ 2\ln(bp_0) - 0.233\ 0}$				
$B' = \frac{t}{\rho a b^2 r_1^2}$	(1,10)	$\lambda = (1.354 \ 2bp_0 - 1.319) A' (A'B')^{0.043 \ 4\ln(bp_0) - 0.199 \ 1}$				
	$(10,10^3)$	$\lambda = (1.508\ 5bp_0 - 1.386)A'(A'B')^{0.030\ 8\ln(bp_0) - 0.158\ 8}$				
	$(10^3, 10^5)$	$\lambda = (1.753 \ 7b p_0 - 1.455) A' (A'B')^{0.024 \ 4 \ln(bp_0) - 0.126 \ 3}$				



图 9 玉溪煤矿实测数据







Fig.10 Calculation values of coal seam permeability coefficient by using borehole radial flow rate method

大体上反映了煤层渗透的难易程度。过去几十年,应 用此方法进行测试并根据结果对煤层透气性进行分 类,对于指导矿井瓦斯治理起到了重要作用。现在计 算机模拟及迭代运算已非常容易,瓦斯流动模型不应 再简化处理,煤层瓦斯含量使用朗格缪尔式建立模型 在理论推导上更合理。

现行的煤层透气性系数计算式的数学处理方法 巧妙而又科学,所以在新提出的透气性系数计算方法 中仍被采用。为了求解非线性方程,新方法在对方程 无因次化处理时,无因次压力采用吸附常数 b 与压力 p 相乘。这是非线性方程不得不采用的方法,相应地 其他无因次准数定义也发生了变化。其现场测试过 程和方法与现行方法完全相同,但由于无因次瓦斯涌 出速度 Y'与无因次时间 Fo'的幂函数关系式随吸附常 数 b 与原始瓦斯压力 p₀ 的乘积变化而显著变化,所以 计算公式略微复杂一些。

由于钻孔从开孔到成孔通常需要几个到十几个 小时,钻孔全长上的瓦斯开始降压涌出的时间不一致,







所以最初一段时间的全孔瓦斯流量并不像理想中的 一次成孔那样变化。为消除这种影响,建议现场测试 钻孔瓦斯涌出速度的时间是在钻孔形成2d以后。

4 结 论

(1)用抛物线式表示煤层瓦斯含量并将变量 p^{1.5} 视为常量推导而来的煤层透气性系数计算式,相当于 将瓦斯含量拟合成与压力平方成正比关系,理论上成 问题且实际测算存在较大误差。采用朗格缪尔式无 量纲模型计算出的无因次瓦斯涌出速度进行反演拟 合,修正了煤层透气性系数计算式。

(2) 当吸附常数 b 与原始瓦斯压力 p₀ 的乘积不同时,无因次瓦斯涌出速度 Y'与无因次时间 Fo'的函数曲线差异较大,得到了含有无因次原始瓦斯压力的透气性系数计算式。

(3)采用笔者提出的透气性系数算法对同一钻孔 在不同时间的计算值相对较为稳定,具有良好的再现 性,证明笔者提出的计算式是可靠的,其现场测试过 程与现行方法完全相同,可满足实际工程需要。

参考文献(References):

- [1] 林柏泉,李树刚.矿井瓦斯防治与利用[M]. 徐州:中国矿业大学出版社,2014:88-95.
- [2] 李秉芮, 李书波, 刘娜, 等. 注气条件下煤层透气性系数的快速测定及其计算[J]. 煤炭学报, 2021, 46(S1): 274-280.
 LI Bingrui, LI Shubo, LIU Na, et al. Rapid measurement and its calculation of coal seam permeability coefficient under the condition of gas injection[J]. Journal of China Coal Society, 2021, 46(S1): 274-280.
- [3] LIU Qingquan, CHU Peng, ZHU Jintuo, et al. Numerical assessment of the critical factors in determining coal seam permeability based on the field data[J]. Journal of Natural Gas Science and Engineering, 2020, 74: 103098.

- [4] SHI Jianhang, FENG Zengchao, ZHOU Dong, et al. Experimental study on permeability evolution of bituminous coal under high temperature and volumetric stress[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2023, 56(7): 5223–5239.
- [5] 秦跃平,刘佳,高宇,等. 钻孔瓦斯流动模型及其应用的误差分析
 [J]. 采矿与安全工程学报, 2021, 38(6): 1259–1268.
 QIN Yueping, LIU Jia, GAO Yu, et al. Error analysis of borehole gas flow model and its application[J]. Journal of Mining and Safety Engineering, 2021, 38(6): 1259–1268.
- [6] 唐修义,宋德淑,王荣龙.煤矿瓦斯动力现象的预测和预防[M].北 京:煤炭工业出版社,1992;72-76.
- [7] 切尔诺夫 ON,罗赞采夫 EC. 瓦斯突出危险煤层井田的准备[M]. 宋世钊,于不凡,译.北京:煤炭工业出版社,1980.
- [8] 周世宁.煤层瓦斯赋存与流动理论[M].北京:煤炭工业出版社, 1997:11-17.
- [9] 周世宁. 瓦斯在煤层中流动的机理[J]. 煤炭学报, 1990, 15(1): 10.
 ZHOU Shining. Mechanism of gas flow in coal seams[J]. Journal of China Coal Society, 1990, 15(1): 10.
- [10] 周世宁,孙辑正.煤层瓦斯流动理论及其应用[J].煤炭学报, 1965(1):24-37.

ZHOU Shining, SUN Jizheng. Theory and application of gas flow in coal seams[J]. Journal of China Coal Society, 1965(1): 24–37.

- [11] 周世宁. 电子计算机在研究煤层瓦斯流动理论中的应用[J]. 煤炭 学报, 1983, 8(2): 29-35.
 ZHOU Shining. Application of computer in research of gas flow equation[J]. Journal of China Coal Society, 1983, 8(2): 29-35.
- [12] 李秉芮, 邓鹏江, 申士宝, 等. 煤层透气性系数计算方法的优化[J]. 煤炭技术, 2017, 36(12): 103-105.
 LI Bingrui, DENG Pengjiang, SHEN Shibao, et al. Optimized methods for calculating permeability coefficient of coal seam[J]. Coal Technology, 2017, 36(12): 103-105.
- [13] 国家煤矿安全监察局.煤层透气性系数测定方法——径向流量法: MT/T 1173—2019[S].北京:国家煤矿安全监察局,2020.
- [14] 陈学习, 王志亮. 矿井瓦斯防治与利用[M]. 徐州: 中国矿业大学出版社, 2014: 67-69.
- [15] 程远平. 矿井瓦斯防治[M]. 徐州: 中国矿业大学出版社, 2017: 74-77.

- [17] 马丕梁. 煤矿瓦斯灾害防治技术手册[M]. 北京: 化学工业出版社, 2007: 47-51.
- [18] 王兆丰,周少华,李志强. 瓦斯抽采钻孔有效抽采半径的数值计算 方法[J]. 煤炭工程, 2011(6): 82-84.
 WANG Zhaofeng, ZHOU Shaohua, LI Zhiqiang. Numerical calculation method of effective drainage radius for gas drainage
- borehole[J]. Coal Engineering, 2011(6): 82-84.
 [19] 王凯, 俞启香, 蒋承林. 钻孔瓦斯动态涌出的数值模拟研究[J]. 煤炭学报, 2001, 26(3): 279-284.
 WANG Kai, YU Qixiang, JIANG Chenglin. Study of dynamic gas emission during boring process by using numerical simulation[J]. Journal of China Coal Society, 2001, 26(3): 279-284.
 [20] 李秉芮, 邓鹏江, 李治纬, 等. 基于 COMSOL Multiphysics 的煤层
- 透气性系数计算方法优化[J]. 煤矿安全, 2018, 49(4): 156–159. LI Bingrui, DENG Pengjiang, LI Zhiwei, et al. Optimized methods for calculating permeability coefficient of coal seam based on COM-SOL multiphysics[J]. Safety in Coal Mines, 2018, 49(4): 156–159.
- [21] 薛文涛,郝殿,郭艳飞.煤层透气性系数计算方法的工程应用[J]. 煤炭技术, 2021, 40(1): 117-119.
 XUE Wentao, HAO Dian, GUO Yanfei. Engineering application of gas permeability coefficient of coal seam calculation method[J]. Coal Technology, 2021, 40(1): 117-119.

- [22] 秦跃平, 刘鹏. 煤层瓦斯流动模型简化计算误差分析[J]. 中国矿业 大学学报, 2016, 45(1): 19-26.
 QIN Yueping, LIU Peng. Research on calculation error of simplified mathematical model of gas emission in coalseam[J]. Journal of
- China University of Mining & Technology, 2016, 45(1): 19-26.
 [23] 高光发, 陈建, 石必明, 等. 煤层透气性系数的优化和简化计算方法[J]. 中国安全科学学报, 2012, 22(11): 113-118.
 GAO Guangfa, CHEN Jian, SHI Biming, et al. An optimized algorithm and a simplified algorithm for solving gas seepage coefficient of coal seam[J]. Chia Safety Science Journal, 2012, 22(11): 113-118.
- [24] 王志亮,杨仁树. 现场测定煤层透气性系数计算方法的优化研究
 [J]. 中国安全科学学报, 2011, 21(3): 23-28.
 WANG Zhiliang, YANG Renshu. Optimization study on calculation method on coal seam gas permeability coefficient in locale measurement[J]. China Safety Science Journal, 2011, 21(3): 23-28.
- [25] WANG Kai, DU Feng, WANG Gongda. Investigation of gas pressure and temperature effects on the permeability and steady-state time of chinese anthracite coal: An experimental study[J]. Journal of Natural Gas Science and Engineering, 2017, 40: 179–188.
- [26] MAZUMDER S, VERMOLEN F, BRUINING J. Analysis of a model for anomalous-diffusion Behavior of CO₂ in the macromolecular-network structure of coal[J]. SPE Journal, 2011, 16(4): 856–863.