

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0

Jornal das Primeiras

MATEMÁTICAS



QUADRADO



CÍRCULO



TRIÂNGULO
ISÓSCELES



RETÂNGULO



HEXÁGONO



ELIPSE



PENTÁGONO

MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO PRÉ-ESCOLAR: A PRIMEIRA DEZENA

Carlos Pereira dos Santos, Ricardo Cunha Teixeira

Centro de Estruturas Lineares e Combinatórias, Universidade dos Açores

cmfsantos@fc.ul.pt, rteixeira@uac.pt

Número 3
Dezembro 2014

aeme
ASSOCIAÇÃO PARA A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA ELEMENTAR



Ludus

MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO PRÉ-ESCOLAR: A PRIMEIRA DEZENA

Carlos Pereira dos Santos, Ricardo Cunha Teixeira

Centro de Estruturas Lineares e Combinatórias, Universidade dos Açores
cmfsantos@fc.ul.pt, rteixeira@uac.pt

Resumo: *Este trabalho constitui um resumo documentado de algumas ideias-chave sobre os números, normalmente tratadas no pré-escolar. O texto, além de poder ser lido por investigadores ligados a esta área, foi escrito de forma a constituir um documento de apoio com interesse para os profissionais que estão “no terreno” (educadores, auxiliares, entre outros) e uma fonte de consulta para pais, encarregados de educação e todos aqueles que se interessam por crianças (no fundo, quase todos nós). Os assuntos tratados, basicamente relativos à primeira dezena e subdivididos nas temáticas “Cardinalidade”, “Numerais” e “Ordinalidade”, são fundamentados com estudos e opiniões de matemáticos, psicólogos e neurocientistas. Além disso, teve-se em conta o contributo, igualmente importante, de inúmeros educadores que partilharam o seu olhar e a sua experiência. Sendo assim, além da abordagem teórica, são apresentados bastantes exemplos práticos e alguma multimédia.*

Palavras-chave: Matemática, pré-escolar, cardinalidade, ordinalidade, numerais, cognição infantil.

1 Introdução

Os especialistas em cognição e psicologia infantis têm-se dividido em duas perspetivas opostas. Os pessimistas concentram-se naquilo que não está ao alcance das crianças. As suas conclusões negativas em relação a muitos aspetos apontam para a ideia de que a matemática só deve ser tratada “a sério” a partir dos 6 anos de idade (1º ciclo do ensino básico). Um exemplo paradigmático é o do psicólogo americano Edward Thorndike (1874-1949), que afirmou em [24]

(...) little is gained by [doing] arithmetic before grade 2, though there are many arithmetic facts that can [be memorized by rote] in grade 1 (...)

Outro exemplo é o de Jean Piaget (1896-1980), investigador da Universidade de Genebra, cujas experiências ilustrativas de muitas limitações infantis ficaram famosas [16, 17]. A visão pessimista tende a considerar que o trabalho informal baseado nas rotinas diárias e no quotidiano infantil é suficiente para cumprir os objetivos relativos à matemática dos primeiros anos.

Este texto adota a perspetiva otimista de muitos outros investigadores. Os estudos pessimistas podem ser criticados de várias formas. O principal argumento utilizado pelos seguidores da visão otimista baseia-se na enorme abrangência concetual dos números descrita da seguinte forma em [1]:

(...) One of the most essential of human tools, numbers can play several roles, involve numerous relations, and can be represented in various ways, (...) can be operated on (used to perform computations) in various interrelated ways to model a variety of real-world transformations or situations (...)

Devido a este carácter vasto, é possível concordar com Thorndike no facto de muitos conteúdos aritméticos serem impossíveis de tratar no pré-escolar e, ainda assim, pensar que alguns procedimentos matemáticos podem e devem ser tratados nestas idades. Muitas experiências permitem conclusões tendencialmente corretas de que cognitivamente as crianças não se encontram preparadas para certos processos, no entanto, a conclusão de que não se ganha grande coisa em tratar a matemática no pré-escolar já parece exagerada e desenquadrada da realidade que se encontra no terreno. O muito usado termo “sentido de número” diz respeito a este carácter incrivelmente multifacetado e abrangente dos números, que podem assumir muitos papéis e aplicações. Há muitos processos que podem perfeitamente ser tratados numa fase muito precoce da vida humana. É extremamente importante tentar desmontar totalmente os procedimentos matemáticos para que se possam escolher aqueles que são indicados e primordiais. A aritmética em que pensava Thorndike e os contextos comparativos e lógicos estudados por Piaget constituem, em muitos casos, “saltos” demasiado grandes, devendo estes ser precedidos de assuntos basilares a ser trabalhados de forma faseada.

Este texto baseia-se fundamentalmente nas abordagens otimistas dos psicólogos da Universidade de Rutgers, Rochel Gelman e C. R. Gallisfel, e da especialista em cognição infantil da Universidade Northwestern, Karen Fuson [6, 7]. Nos seus trabalhos, podem ser encontradas algumas ideias fundamentais sobre aspectos primordiais como a simples contagem ou utilização de vocabulário numérico. Os assuntos de que trataremos nas próximas secções dizem respeito à cardinalidade, à ordinalidade e ao reconhecimento e traçado de numerais, que podem ser considerados as bases de todas as aprendizagens numéricas vindouras. Tudo isto no que diz respeito à primeira dezena, uma vez que números maiores exigem a compreensão do conceito de ordem numérica, o que só sucede posteriormente. Uma forma simplificada de exemplificarmos estes temas numéricos primordiais talvez seja a que se segue: “Estão aqui seis peixes” utiliza um cardinal; “Estão aqui 6 peixes” refere esse mesmo cardinal através de um numeral (neste texto chamaremos “numeral” ao símbolo utilizado para cada número, neste caso “6”); e “Está aqui o sexto peixe” utiliza um ordinal.

O texto tem como ambição intercalar aspetos teóricos e aspetos práticos, fundamentando-os na literatura especializada. Um bom exemplo de sucesso da abordagem otimista face ao ensino da matemática no pré-escolar é o bem sucedido método de Singapura¹. Avaliações em estudos internacionais prestigiados, como o TIMSS², respeitantes ao final do 4^o ano, têm sido fantásticas e é facto bem conhecido de que este método tem o começo da sua implementação logo no pré-escolar.

Quanto à prática profissional do educador, há pelo menos três aspetos distintos que devem ser tidos em conta. O primeiro é a escolha dos temas a tratar. Em relação à matemática, a determinação dos conteúdos primordiais. O segundo, de cariz didático, diz respeito aos tipos de tarefa e trabalho a realizar com crianças na faixa 3-5 anos de idade. Nestas idades, as crianças aprendem a brincar e assim deve ser. Cabe ao educador orientar brincadeiras e atividades num certo sentido sem estragar o seu carácter apelativo natural. Em terceiro lugar, há o nível cognitivo associado a esta faixa etária. O educador deve conhecer muitíssimo bem o potencial da criança; isto é, deve ter uma ideia clara em relação ao *timing* associado a cada momento de maturidade, tempo de atenção infantil, dimensão motora, etc. Estes aspetos estão naturalmente presentes nos exemplos práticos que podem ser encontrados ao longo do texto.

Finalmente, fora estes três pontos de carácter geral, quanto à matemática, destacamos outras três ideias. Primeiro, a abordagem concreto-pictórico-abstrato de origem em teorias construtivistas. Para se perceber melhor o que se pretende dizer, 3 morangos é algo concreto; ao contrário, o numeral “3” é abstrato na medida em que é aplicável a milhares de situações quotidianas envolvendo essa quantidade. Uma das mais admiráveis características do ser humano é a faculdade de conseguir pensar e manipular conceitos abstratos de uma forma desligada da realidade. Na matemática, os números e as formas são exemplos de objetos abstratos. Se se tratasse de 3 cruces, quadrados ou bolinhas, estaríamos perante um esquema (pictórico). Quando se propõe uma atividade a uma criança que consiste em desenhar um número de bolinhas correspondente ao número de carros que vê numa imagem estamos perante uma atividade esquemática. Ainda não é a escrita matemática abstrata com os habituais numerais, mas também já não é um desenho concreto de coisas mundanas. Quando a criança pega em cubos, faz uma construção e diz que é uma ponte, está a ter um procedimento esquemático desse tipo. O imaginário infantil, carregado de brincadeiras de toda a espécie, é uma das mais poderosas maneiras de percorrer o caminho para a abstração. O faseamento cuidado no caminho do concreto ao abstrato é muito importante, sendo que, naturalmente, no pré-escolar o carácter concreto domina largamente o teor das atividades. Uma segunda ideia diz respeito à ordem. Se um assunto B precisar do assunto A para poder ser compreendido, então A deve ser tratado primeiro. Quanto mais baixa é a idade, mais difícil é o ato de apanhar “pontas soltas”. Em quase todos os casos, os educadores devem exprimir o óbvio. Por exemplo, este texto trata da primeira dezena. Naturalmente que este assunto aparece primeiro do que o das ordens

¹<http://www.singaporemath.com/>

²O TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) é desenvolvido pela International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA). Para mais informações, consulte <http://www.iea.nl/>.

numéricas com um razoável intervalo de tempo. Isto porque não é possível aprender o segundo não havendo uma sólida compreensão do primeiro. Quem diz este, pode indicar inúmeros outros exemplos. Finalmente, uma não menos importante terceira ideia diz respeito à oralidade. Os educadores devem incentivar as crianças a deixarem de falar através de monossílabos. A verbalização, frases gradualmente mais complexas e alguma argumentação são essenciais para o desenvolvimento do raciocínio lógico infantil. As tarefas devem proporcionar diálogo. As crianças devem ser questionadas sobre as suas escolhas. O diálogo e a oralidade exigem todo o cuidado dos educadores. Quando estes partem para uma tarefa/brincadeira devem pensar de antemão no tipo de conversa que pretendem provocar. Também estas três ideias, fundamentais ao ensino da matemática desde tenra idade, estão imbuídas nos exemplos práticos presentes neste artigo.

2 Cardinalidade

A cardinalidade diz respeito ao número de elementos de um conjunto. A tarefa de contar pequenas quantidades constitui uma das primeiras levadas a cabo por uma criança. Hoje em dia, há muita investigação feita sobre a capacidade cognitiva infantil associada a esta temática. Alguns trabalhos clássicos de Piaget mostraram algumas limitações da criança [16, 17]. Muito conhecidas são as suas experiências sobre a “conservação do número”; por exemplo, quando questionadas sobre a linha com maior quantidade de bolas (Figura 1), muitas crianças em idade pré-escolar respondem que é a linha com 5 bolas. Na perspetiva Piagetiana isso aponta para ideia de que a *correspondência um-para-um* não é bem adquirida nessas idades.

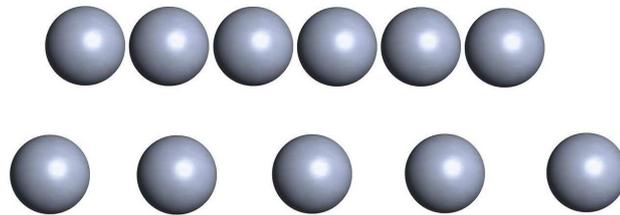


Figura 1: Experiência Piagetiana.

Piaget é tradicionalmente referido como tendo uma visão conservadora quanto ao tratamento da matemática no pré-escolar. Isso deve-se ao facto das suas experiências sugerirem que uma compreensão global do *número* não sucede em idades tão baixas. No entanto, desde então tem sido feita alguma investigação relevante e menos conservadora. Uma das vertentes críticas relativas às experiências Piagetianas baseia-se na pergunta “Será que as crianças percebem mesmo o que lhes é perguntado?” [4]. Interessantes são os estudos de Jacques Mehler e Tom Bever do MIT, publicadas na *Science* [13]. Estes dois psicólogos planearam o mesmo tipo de experiências recorrendo a contextos mais motivado-

res e facilmente compreensíveis. Uma abordagem foi fazer exatamente o mesmo tipo de experiência, mas usando M&M's e pedindo apenas às crianças para escolher uma fila e para comerem os chocolates. Esse tipo de cuidado com o planejamento revelou-se influente nos resultados obtidos. Outras experiências, que também se basearam no mesmo tipo de metodologia, são apresentadas em [11].

Outra vertente de investigação, com importância para a prática quotidiana dos educadores, defende a ideia de que a “compreensão numérica” Piagetiana é demasiado exigente [21]. Na realidade, nós usamos os números nos mais variados contextos; podemos usá-los simplesmente ao serviço da comunicação (“Estão ali 6 maçãs”), podemos usá-los ao serviço da comparação (“Qual é a linha com mais bolas?”), ao serviço de uma ordenação, etc. Parece intuitivo que essa “compreensão global” não deva acontecer toda ao mesmo tempo, sendo profundamente gradual.

2.1 Os cinco princípios de uma contagem estável

O matemático Steven Strogatz, no seu livro [22], relativamente a um episódio da série infantil *Rua Sésamo*³, refere que essa é “a melhor introdução aos números que já vi”. Nesse episódio, Humphrey, uma criatura cor-de-rosa, gere o turno do almoço no Hotel Furry Arms. Num momento em que atende uma chamada de um quarto com pinguins, recebe um curioso pedido: “Peixe, peixe, peixe, peixe, peixe, peixe”. Para o ajudar, Egas, um ser mais evoluído, chama a atenção para a utilização de um sistema muito melhor. Diz com propriedade que “6 peixes” teria sido um pedido muito mais simples. Em seguida, segue-se um diálogo sobre a temática. As crianças telespetadoras têm nessa altura uma oportunidade de aprender a contar.



Figura 2: Quotidiano no Hotel Furry Arms.

No seu livro, Strogatz acrescenta: “Imaginemos que, antes de Humphrey registar o pedido dos pinguins, recebia uma outra chamada”. Essa chamada podia pedir, por exemplo, mais 7 peixes. Neste caso, a utilização correta dos números ao serviço da vida do Humphrey consistiria em efetuar a adição $6 + 7$ para saber

³<http://youtu.be/43TmvJRy1ws>

a quantidade de peixe a pedir na cozinha. Queremos com isto relembrar que o muito falado *sentido de número* é algo vasto apontando para uma imensidão de aplicações e compreensões.

Para compreendermos a investigação em cognição infantil temos de perceber esta dualidade entre “dividir para conquistar”, por um lado, e a “visão integrada” por outro. Na sua simbiose está o segredo. Nesta secção abordaremos a ideia de Humphrey relativa à poderosa mensagem “6 peixes.”. Contar pequenas quantidades é algo que pode e deve ser trabalhado desde os primeiros tempos do pré-escolar e, para isso, um conhecimento científico adequado parece vir dos psicólogos Rochel Gelman e C. R. Gallisfel [7]. Nos seus trabalhos, estes investigadores apontam para 5 princípios a ser adquiridos pelas crianças para fazerem contagens simples (ver também um excelente resumo [23] feito por Ian Thompson da Universidade de Northumbria ou [6] para informação ainda mais detalhada):

1. **Contagem estável:** Uma condição necessária (não suficiente) para se realizar uma contagem correta consiste em “saber a cantiga”. Nos primeiros tempos, as crianças costumam contar, por exemplo, 1, 2, 4, 6, 8, 9 originando erros. Este tipo de erro deve ser corrigido para que a criança vá aprendendo a sequência correta.
2. **Correspondência um-para-um:** A criança deve adquirir uma “preocupação interna” em fazer corresponder cada termo numérico (um, dois,...) a cada item a contar. A criança não se pode esquecer de nenhum nem contar um objeto mais do que uma vez. Repare-se que o termo *correspondência um-para-um* não tem propriamente o mesmo significado usado por Piaget. Normalmente, nas experiências de conservação estamos num contexto *comparativo*. Neste ato simples de contar estamos apenas perante uma *preocupação com a organização de modo a não repetir nem esquecer objetos*.
3. **Abstração:** Tudo pode ser contado. A atividade de contar não é pertença de objetos particulares como, por exemplo, morangos. Podemos contar coisas físicas, não físicas, imaginárias, etc.
4. **Irrelevância da ordem:** No que diz respeito à cardinalidade, o começo da contagem, bem como a sua organização espacial é irrelevante. Pode ser feito da esquerda para a direita, da direita para a esquerda, a partir do meio, etc.
5. **Cardinal:** Seguindo todos os princípios anteriores, o último item a ser contado reflete o número total de itens. Se, imediatamente após a contagem, ao perguntar-se novamente o número de itens, se obtém resposta igualmente imediata, tem-se um sinal claro de que este princípio foi compreendido (“Para quê contar novamente?”).

Para lidar com os três primeiros princípios de forma eficaz há alguns conselhos basilares. A criança deve ser incentivada a contar em voz alta. Desta forma, o educador ouve, corrige e a criança vai aprendendo. Esta prática simples é a forma mais básica de lidar com o primeiro princípio. A criança

deve também apontar à medida que conta. Desta forma, o educador pode verificar se está a haver problemas com a correspondência um-para-um e trabalhar esse assunto⁴. Finalmente, deve haver muita variedade de contagens. A partir de certa altura, as crianças podem contar sons (por exemplo, palmas), coisas imaginárias, etc. Esta preocupação com a variedade constitui um primeiro passo para a criança perceber de forma implícita a ideia da abstração inerente ao ato de contar.

Os dois últimos princípios não dão origem a tão vinculados conselhos para educadores. Ainda assim, é impressionante perceber-se que, embora pareçam triviais, estes podem encerrar dificuldades acrescidas para as crianças do pré-escolar. O vídeo *Early Child Counts*⁵ mostra fascinantes experiências pedindo a crianças para começarem a contar *a partir do meio de uma linha de objetos* ou para contarem de forma *a terminar em determinado elemento*.

Em relação às primeiras contagens, a escolha da natureza dos objetos tem bastante importância. O objeto unitário deve ser *uno*, apresentando um aspeto indivisível, liso, monocromático e simples. Por exemplo, contar limões pode ser muito mais fácil para uma criança do que contar cachos de uvas; em relação a este último caso, é natural que a criança aponte para cada um e comece a usar a palavra “muitas”. Isso sucede devido à “complexidade” do cacho. Uma coisa são cachos, outra são uvas e essa ambiguidade num mesmo objeto pode baralhar a criança⁶.

Nesse sentido, muito paradigmática é uma experiência proposta em [20]. Perguntando a uma criança de 3-4 anos quantos garfos estão na Figura 3, acontece a muito frequente resposta 6. É particularmente difícil para uma criança perceber que duas peças separadas podem contar como uma unidade. Até certa altura, a criança precisa do carácter *discreto* como pão para a boca. Alternativamente, ao mostrar 3 morangos e 2 bananas, experimente-se a pergunta sobre o número de cores que se vê. O problema será da mesma natureza... Em idades na faixa 2-3, *keep it simple*: bolinhas, berlindes, cubinhos, etc. É importante escolher objetos que não causem ambiguidades.

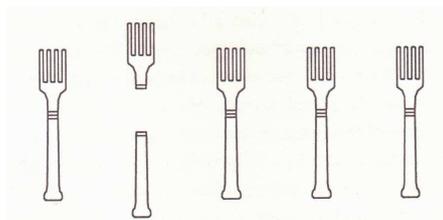


Figura 3: O que é um garfo?

As atividades práticas relativas a esta temática são muito variadas e contêm

⁴Um vídeo ilustrando uma criança com dificuldades relativas a este princípio pode ser visto em <http://youtu.be/SA4v-U8sNXw>.

⁵<http://youtu.be/hw2P2IEXpx4>

⁶Ver <http://youtu.be/begd1uU0mVs>

diversas subtilezas. Observe-se a Figura 4. Os exemplos dizem respeito a contagens simples. Três e cinco são quantidades que merecem um comentário quando se pensa nestas etapas muito iniciais: a) Quantidades até três são muito comuns na vida quotidiana e normalmente indetectáveis apenas com um olhar (ler sobre *subitizing* mais à frente). Crianças, mesmo muito novas (até com idades inferiores a 3 anos), não necessitam de realizar uma contagem para as nomear; b) Cinco é um número com uma certa importância devido aos cinco dedos de uma mão; há a fronteira “para lá e para cá de uma mão”. Por exemplo, no conceituadíssimo livro de atividades [9] sente-se perfeitamente o compasso de espera que precede o “para lá de cinco”.

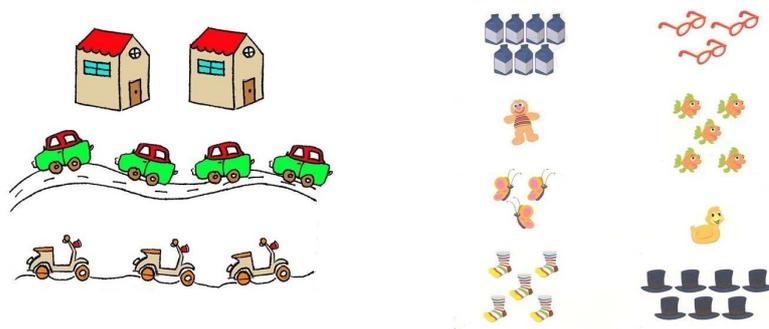


Figura 4: Primeiras contagens.

Voltando às imagens, repare-se que a da esquerda é a mais simples de todas. A criança é apenas convidada a contar em voz alta, apontando, as casas, os carros e as motos. O educador nesta fase pode ter dois cuidados:

1. Fazer variar contextos para ter muitas conversas diferentes, com vocabulário diversificado: circo, escola, quinta, praia, casa, etc;
2. Alternar imagens com objetos tridimensionais. A dificuldade da contagem depende da quantidade e da organização interna que é exigida à criança para satisfazer a correspondência um-para-um. O caso mais fácil de contagem consiste numa coleção de objetos tridimensionais dispostos numa linha. A criança tem uma estratégia que é adquirida desde tenra idade que consiste em empurrar para o lado os objetos já contados. Numa imagem isso não se pode fazer. Além disso, disposições caóticas não alinhadas são também naturalmente mais difíceis (ler sobre *subitizing* mais à frente).

O exemplo da direita da Figura 4 é uma simples correspondência. É uma atividade básica, mas extremamente eficaz. Existem dispositivos análogos em forma de *puzzle*. Repare o leitor que, nestes exemplos, não há numerais envolvidos. Trata-se apenas do ato e da verbalização.

Analisemos agora a Figura 5. Nestas atividades já há numerais envolvidos. No entanto, só é pedida a identificação sem escrita. Uma coisa que deve haver sempre em salas do pré-escolar são placas com os diversos numerais da primeira

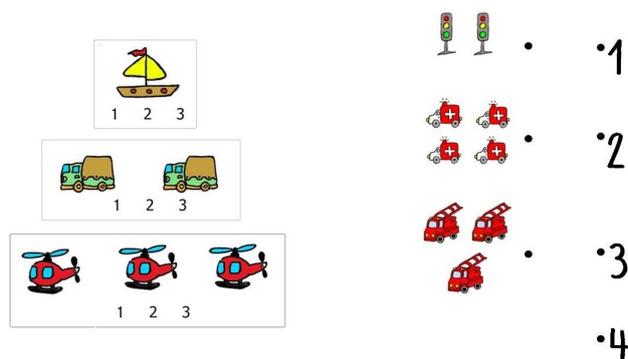


Figura 5: Mais exemplos de primeiras contagens.

dezena. Isso permite aos educadores, após diversas contagens, mostrar placas a todas as crianças e dizer frases do tipo “Isto é um 2”. Após algum trabalho nesse sentido, as crianças podem praticar a identificação dos vários numerais da primeira dezena fazendo corresponder-lhes as contagens que efetuam. O exemplo da direita já é um pouco mais elaborado e tem alguma dificuldade quando se pensa em crianças na faixa 3-4. Além de contar, a criança tem de corresponder. A imagem tem vários pormenores: por um lado há mais numerais do que coleções, truque clássico para evitar a exclusão de partes; por outro lado, já puxa pelo lado da motricidade fina, na medida em que é pedida uma correspondência com traço. Neste exemplo, em que há “bolinhas”, a aplicação costuma ser colocar a criança a corresponder primeiro com o indicador e só depois com um lápis. O ato de corresponder primeiro apenas com o dedo tem duas finalidades fundamentais: permite ao educador perceber o que a criança está a pensar e permite à criança *organizar-se*. É conhecido da prática dos educadores que os lápis com *troncos triangulares* são os mais apropriados para os primeiros traços. Voltaremos a este tipo de questão quando abordarmos a escrita dos numerais. Sempre que a criança une “bolinha com bolinha” sem muita rasura, deve ser elogiada; dessa maneira a criança percebe o que deve aplicar no seu treino motor.



Figura 6: Lápis com tronco triangular.

É quase sempre uma boa ideia, do ponto de vista didático, trabalhar cada processo juntamente com o seu *inverso*. Na matemática essa ideia é ainda mais vinculada e transversal aos vários níveis de ensino. O processo inverso de contar objetos de uma coleção chegando a um número consiste precisamente em partir

de um número e colecionar ou pintar objetos em conformidade. A Figura 7 ilustra tarefas desse género. No caso da esquerda, animais misturados são apresentados e a criança deve pintar um número de quadrados em conformidade com o número de cada espécie. Esta atividade, indicada essencialmente para crianças a partir dos 4 anos, tem algumas dificuldades acrescidas, não só pela desarrumação dos animais que exige organização na contagem, como também pela parte da pintura adequada. O exemplo do meio diz respeito a uma situação quotidiana; uma criança da sala do pré-escolar faz anos em determinado dia e o convite consiste em desenhar um número de velas em conformidade com a sua idade. O exemplo da direita é tridimensional; a criança é convidada a associar um número de molas a cada cartão. Imaginação e criatividade podem ser usadas na conceção de cartões variados.

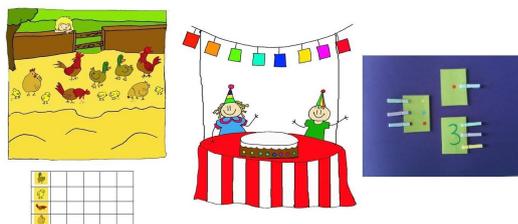


Figura 7: Pintar/colecionar objetos de acordo com um número previamente definido.

As tarefas da Figura 8 já envolvem escrita de numerais. Na da esquerda, a escrita é feita sobre um pontilhado e, no caso da direita, de forma livre dentro de quadradinhos. Não há barreiras etárias estanques para este tipo de tarefas dada a diversidade de crianças. Talvez a idade própria seja 4 anos, mas observe-se que, principalmente a tarefa da direita, tem um grau de dificuldade bastante considerável. Além da escrita ser livre, está limitada a uma zona. Repare-se que os objetos a contar também merecem um comentário; por exemplo, os 4 morangos estão arrumados em dois grupos de dois enquanto as 4 maçãs estão juntas e alinhadas. Estas diferenças são mais relevantes na prática do que possa parecer à primeira vista.

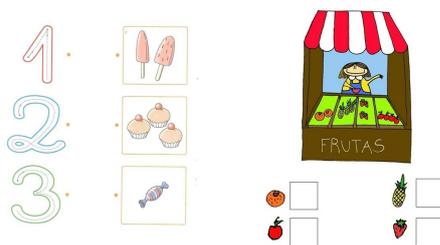


Figura 8: Contar e escrever os numerais.

As Figuras 4, 5, 7 e 8 são exemplos de como, embora tão básica e essencial, a

tarefa de contar pode ainda ser subdividida num leque de tarefas, apresentando uma subtil escala de dificuldade. Essas tarefas podem envolver reconhecimento de numerais ou não, podem envolver elementos de motricidade como bolinhas e divisórias ou não, podem ser feitas em dois sentidos (contar uma coleção chegando a um número ou partir do número construindo uma coleção), podem exigir escrita de numerais sobre pontilhados ou de forma livre, podem ser feitas sobre uma folha e imagem ou recorrendo a elementos 3D/sonoros, podem envolver vários tipos de “desarrumação” de objetos, a coleção pode aparecer isolada ou misturada com outras coleções, entre outros aspetos. Estas especificidades têm imensa importância quando se pensa na abordagem prática junto das crianças.

2.2 *Subitizing*

A arrumação dos objetos tem tanta importância para a determinação da cardinalidade de uma coleção que está na origem de alguma investigação importante. No artigo [8] usou-se pela primeira vez o termo *subitizing* para designar os rápidos, precisos e confiantes julgamentos relativos ao número de objetos de uma coleção⁷, sem os contar. Portanto, estamos a falar na importância de desenvolver o reconhecimento de pequenas quantidades sem contagem.

Laurence Rousselle e Marie-Pascale Noel, da Universidade de Louvain, defenderam a ideia de que as crianças nascem com a competência inata para diferenciar as quantidades um, dois ou três e que, com o tempo, essa capacidade se desenvolve para números maiores [18]. Paradigmática é também a *Lei de Bourdon* magnificamente ilustrada através de um gráfico retirado de [4] (Figura 9), relativo ao tempo dispendido na determinação de um número de objetos por parte de pessoas que já saibam contar. Até 3, é de relance, depois de 3, o crescimento do tempo gasto é linear (provavelmente com declive igual ao tempo que a pessoa demora a contar mais um objeto). Algumas crianças pequenas (2-3 anos) são capazes de reconhecer os números 1, 2 e 3 sem os contar; isso aponta para que o *subitizing* dessas pequenas quantidades seja uma competência muito precoce e anterior à própria contagem⁸.

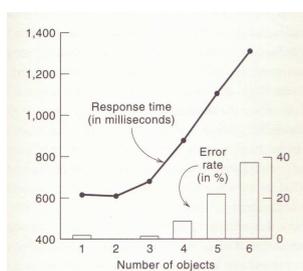


Figura 9: Lei de Bourdon.

⁷Do latim *subitus* (súbito). Neste artigo, não traduziremos o termo.

⁸Um, dois, três, ? – http://youtu.be/Vj_dqVSqbiQ

Interessante do ponto de vista do trabalho do educador é a ideia de “*subitizing* conceptual” [3]. Considere o leitor o exemplo da Figura 10. É fácil perceber que, pelo facto de conhecermos bem a configuração de um dado de jogar, temos facilidade em ver dois 5, ou seja, 10. Este tipo de *puzzles* que fazemos com imagens conhecidas é um tipo de estratégia útil e interessante.

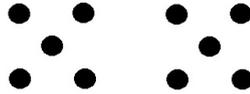


Figura 10: *Subitizing* conceptual.

Em [3], Douglas Clements, investigador da Universidade de Denver, defende que atividades divertidas podem ser usadas para promover o “*subitizing* conceptual” junto de crianças do pré-escolar. Uma delas consiste em mostrar placas com imagens de diversas quantidades arrumadas de várias maneiras e fazer corridas! Na parte esquerda da Figura 11 pode ver-se uma sugestão de placa retirada de [3]. Escolhendo algumas arrumações que sejam composições de outras, promover-se-á de forma natural estratégias úteis. Uma ideia prática consiste em, a partir de certa altura, variar muito as arrumações. A ideia funciona nos dois sentidos: se as crianças ainda não souberem contar bem, isso impedirá o recurso a arrumações decoradas; se as crianças já souberem contar, isso permitirá que pratiquem estratégias de *subitizing* após alguma memorização. Mas o educador pode e deve ter imaginação na conceção das arrumações. Por exemplo, se houver placas com o 3 arrumado como no dado tradicional e placas com o 6 juntando duas dessas arrumações, isso pode ser um factor decisivo para que a criança comece a intuir que 6 é igual a 3+3 a partir das próprias imagens.

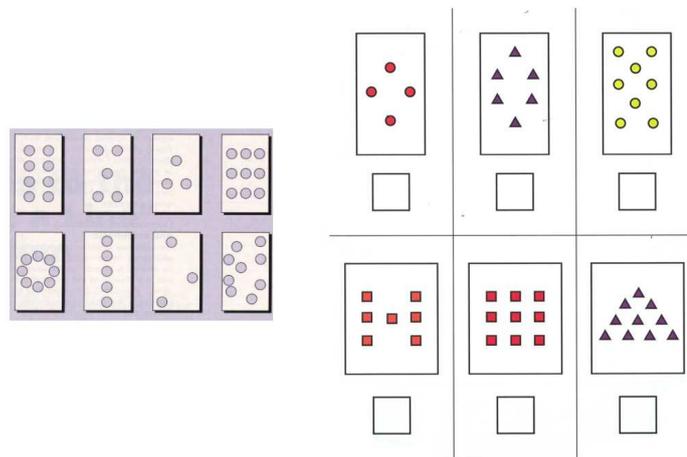


Figura 11: Várias arrumações.

A parte direita da Figura 11 é uma tarefa retirada de [9]; além da evidente

(des)arrumação variada, as imagens já são razoavelmente abstratas. Não se trata de cenouras nem coelhos, são símbolos simples. Esse pormenor de faseamento em relação à abstração também tem importância. Isto porque a passagem do concreto para o abstrato deve envolver a fase intermédia do pictórico/esquemático.

2.3 A problemática do zero

Muitos livros e artigos foram escritos exclusivamente sobre a temática do zero. O trabalho [12] dos psicólogos Dustin Merritt e Elizabeth Brannon, da Universidade Duke, constitui uma ótima referência deste género. O zero não faz parte da “lista de contagem”, costumando ser tratado à parte e numa fase de aprendizagem mais avançada. Repare o leitor que se as crianças comessem a contar a partir de zero, as contagens apareceriam todas erradas. Isso deve-se ao facto de o zero não indicar a presença de determinada quantidade, mas sim a sua ausência. Esse singelo facto fez com que, tal como na vida das crianças, o zero tenha aparecido na história da numeração desfasado e numa fase posterior ao surgimento dos números naturais.

Deve fazer-se algum trabalho sobre o zero com as crianças do pré-escolar. O zero é demasiadamente importante no nosso sistema de numeração para ser deixado de fora. Por exemplo, o que nos permite distinguir 103 de 13 é exatamente a existência do símbolo “0” na ordem das dezenas; a magia desta ideia, que parece tão natural para todos nós, consiste no facto do símbolo “0” permitir perceber que o “1” representa uma centena e não uma dezena. Ou seja, não se trata apenas da ausência de quantidade; o “0” tem também uma importância fundamental relacionada com as posições dos restantes algarismos no sistema de numeração posicional que usamos.

Os investigadores Henry Wellman e Kevin Miller, da Universidade de Michigan, analisaram profundamente a questão e chegaram à conclusão de que as crianças vão construindo a compreensão sobre o zero de forma faseada através de várias etapas [26]. Destacaram as seguintes: a) As crianças aprendem primeiro o símbolo sem ter ideia alguma sobre o seu significado; b) Em segundo lugar, as crianças aprendem a tradicional ideia “zero é nada”; c) Em terceiro lugar, as crianças aprendem a relação do zero com os restantes números. Para se perceber esta última etapa, Wellman e Miller destacam o facto da pergunta “O que é maior, zero ou um?” ser complicada para crianças do pré-escolar, que respondem muitas vezes “Um é o mais pequeno”. A compreensão sobre o zero tem nuances complicadas mesmo para os adultos, principalmente quando este número aparece envolvido em operações. Por exemplo, se perguntarmos a adultos a razão por que não se divide por zero, iremos obter muitas respostas deficientes.

A maneira prática de se trabalhar o zero no pré-escolar consiste em desfazar e adiantar a temática em relação às contagens. Além disso, são sobretudo trabalhadas as duas primeiras etapas apontadas por Wellman e Miller. A associação do zero à ausência de quantidade pode ser feita através de episódios, desenhos, músicas, etc. A Figura 12 é um exemplo típico. Há também imensas músicas e histórias infantis em que animais vão saltando da cama até esta ficar vazia

ou em que pássaros voam de um tronco até este ficar vazio. É claro que um monstro que quer comer bolachas, mas que se depara com uma desagradável surpresa ao ver que a caixa está vazia, é um tipo de brincadeira análoga.

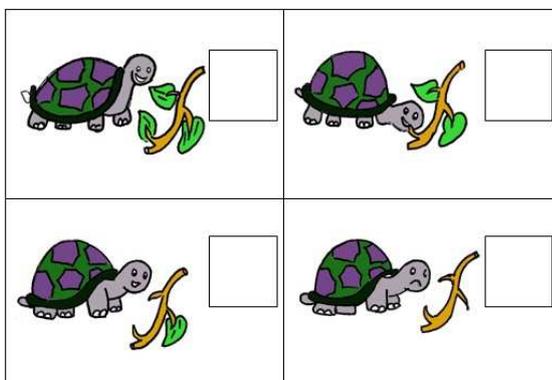


Figura 12: Tartaruga que come tudo.

Depois de algumas conversas sobre o zero, podem começar a aparecer ocasionalmente tarefas sobre objetos inexistentes numa imagem (Figura 13). Muita brincadeira divertidíssima pode ser feita em torno da inexistência de diversos objetos⁹.

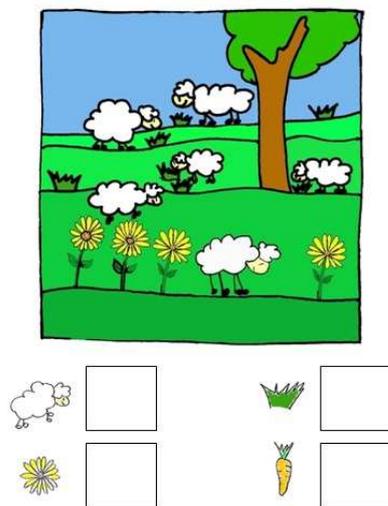


Figura 13: Onde estão as cenouras?

⁹Ver mais um fantástico exemplo da série Rua Sésamo, em <http://youtu.be/Im2SXrwr2CE>.

3 Numerais

3.1 Reconhecimento e traçado dos numerais

Antes de serem capazes de escrever os numerais, as crianças devem reconhecê-los, dizendo as designações respectivas e fazendo associações a quantidades certas [15]. Para isso, tal como foi dito anteriormente, os educadores devem mostrar placas com numerais após contagens de variadas coleções, fazer correspondências, lê-los em voz alta, etc. Segundo Xin Zhou e Bin Wang, da Universidade Normal da China, o uso dos numerais não é apenas importante para a transmissão de informação ou para a utilização operatória prática, por exemplo. É também importante para o desenvolvimento cognitivo infantil [27]. Este processo de aprendizagem é um primeiro passo importante para a compreensão do carácter abstrato dos números. As crianças perceberão de forma natural, sem ser necessário explicitá-lo, que os numerais têm um papel importante na sua vida, estando associados a objetos mundanos como relógios, botões de elevador, números de porta de casa, cenas de desenhos animados, etc.

O reconhecimento de numerais exige reconhecimento de imagens e capacidade de estabelecer relações. No entanto, ser capaz de os escrever envolve também a questão motora, capacidade de cópia e controle muscular. É sabido que a forma de agarrar um lápis evolui na idade pré-escolar [19]. A utilização dos dedos indicador e polegar em forma de pinça constitui um objetivo importante e há procedimentos especialmente indicados para o atingir.



Figura 14: Evolução do ato de agarrar num lápis.

Relativamente ao caso particular dos numerais, para ajudarem de forma mais eficaz as crianças, os educadores devem começar por observar com atenção os vários grafismos manuscritos. A Figura 15 ilustra alguns dos mais típicos.

1. O “1” da esquerda, desenhado apenas com um segmento, é claramente o mais simples e é imune ao fenómeno da escrita invertida de que falaremos

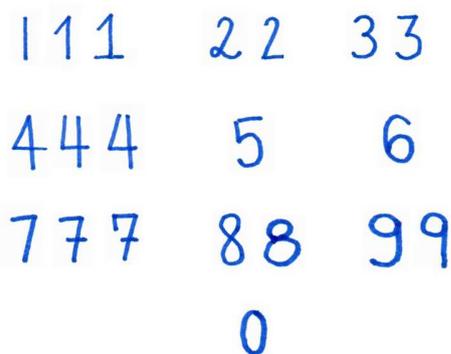


Figura 15: Vários numerais, vários grafismos.

mais à frente. No entanto, tem a desvantagem de se confundir facilmente com as letras “i” e “l”. Nesse sentido, dada a escolha da direita ser ornamentada demais e pouco prática em escrita rápida, o do meio talvez seja o mais acertado. É de notar que se trata de um grafismo constituído por segmentos de reta sem necessidade de levantar o lápis.

2. O “2” da esquerda tem uma “voltinha” típica da escrita cursiva. Em relação ao texto e às palavras levanta-se a importantíssima questão do final da escrita das letras. O final deve preparar a próxima letra com o objetivo de tornar o processo de construção de palavras prático e expedito. Nesse sentido, esse tipo de movimentos arredondados, quase como se de uma dança se tratasse, tem toda a lógica. No caso dos numerais, essa questão de continuidade não se coloca e, conseqüentemente, a escolha do “2” da direita parece perfeitamente razoável. Trata-se de um grafismo com parte curva e parte direita sem necessidade de levantar o lápis.
3. O “3” da esquerda é o mais comum e parece uma boa escolha. Trata-se apenas de uma linha curva, com mudança de direção, sem necessidade de levantar o lápis. O “3” da direita, embora mais protegido contra escrita invertida, torna o processo mais difícil e mais lento.
4. O “4” da esquerda é aquele que é feito com movimento único. No entanto, a sua execução contrasta um pouco com a forma natural e expedita como são feitos os restantes numerais e letras. Mais naturais são os “4” do centro e da direita. Nesses casos, o grafismo é constituído por segmentos de reta, feito com dois movimentos e conseqüente necessidade de levantar o lápis.
5. O “5” apresentado é de longe o mais comum. No entanto, há quem o execute com movimento único e há quem deixe o segmento de reta superior para o final. Optando pela segunda hipótese, tem-se um numeral constituído por segmentos de reta e parte curva, feito com dois movimentos e conseqüente necessidade de levantar o lápis.

6. O “6” é muitíssimo comum e não merece um comentário muito particular. Trata-se de um movimento curvo único.
7. Em relação ao “7” passa-se um fenómeno muito semelhante ao “1”. O da esquerda é mais simples, mas traz facilmente a confusão com o número “1”. O da direita é ornamentado demais. A opção do centro parece a mais indicada. Trata-se de um grafismo constituído por segmentos de reta, feito com dois movimentos, e conseqüente necessidade de levantar o lápis.
8. O “8” da esquerda é feito com um movimento curvo único em “s”. O “8” da direita é um pouco “infantil”, sendo feito com duas bolinhas. A opção da direita é mais lenta e destoa da forma expedita como são feitos as restantes letras e numerais. É preferível investir na opção da esquerda.
9. O “9” da direita é quase igual ao da esquerda sendo o traço direito a única diferença. Esta opção é interessante na medida em que traz menos confusão com o “6”. Trata-se de um grafismo com parte curva e parte direita sem necessidade de levantar o lápis.

O motivo para se fazer este tipo de análise está na ideia de “planificação motora” e na importância que esta tem para as crianças quando aprendem a desenhar os numerais (ver, por exemplo, [14]). Os investigadores Joseph Payne, da Universidade de Michigan, e DeAnn M. Huinker, da Universidade de Wisconsin-Milwaukee, chamam-lhes *motor plans*. Nestes trabalhos é defendida a ideia de que é extremamente importante para a criança elaborar um “plano interno” para a escrita de cada numeral. Os educadores devem ajudar as crianças na elaboração dessa planificação motora dando relevo ao começo da escrita, direção, necessidade ou não de levantar o lápis, proporção do símbolo e caráter direito ou redondo do percurso. Cada numeral tem a sua estratégia e a criança pode ser ajudada tendo em conta vários fatores:

1. Numa primeira fase, os numerais devem ser feitos sobre pontilhados. Com essa prática, as crianças poderão apreender a direção do traço associada a cada numeral.
2. Pode haver marcas (tipicamente bolinhas) indicando o início da escrita. No caso em que o numeral exige mais do que um movimento, deve haver mais do que uma marca.
3. Os pontilhados podem apresentar setas indicando o sentido do percurso do traço.
4. Pode haver divisórias, em particular uma divisória a meio dos numerais, de forma a ajudar as crianças a intuírem a proporcionalidade dos símbolos e as zonas de começo da escrita. O ponto do numeral onde começa o traço é importante, mas também é igualmente importante o posicionamento desse ponto em relação ao numeral como um todo.
5. Os tamanhos podem variar gradualmente de grandes a pequenos. Mais, a utilização de pontilhados, setas e divisórias deve ir desaparecendo gradualmente.

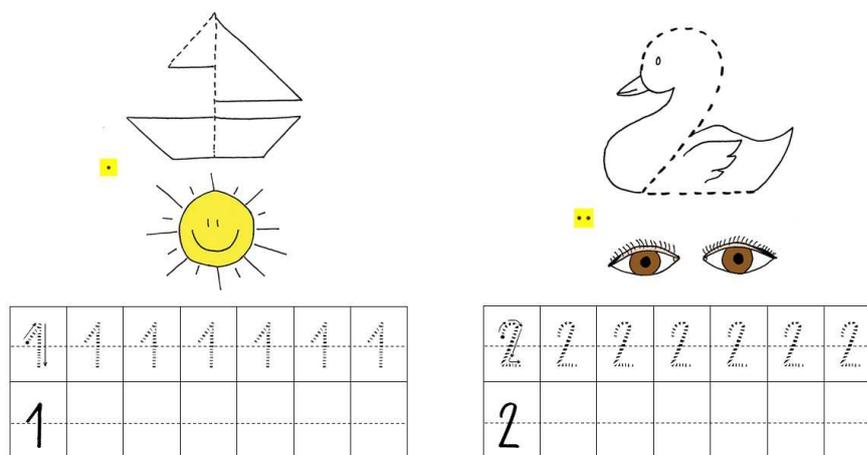


Figura 16: Um e dois.

É comum haver grafismo de treino associado aos pontilhados. Os educadores devem ter o cuidado de fazer com que esse treino esteja bem relacionado com o numeral em causa. Por exemplo, um três é constituído por movimento curvo com mudança de direcção; um bom grafismo de treino para o três consiste em tornar nuvens, uma vez que exige um movimento muito semelhante (Figura 17).

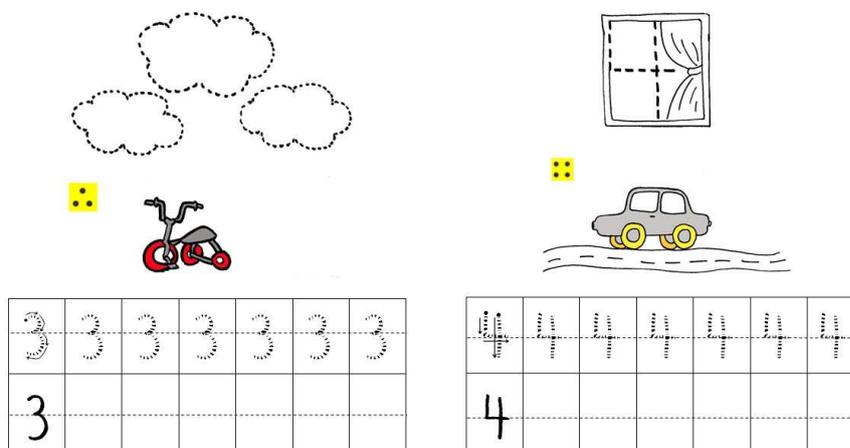


Figura 17: Três e quatro.

Além disso, para cada número, nada como associar um objeto bem escolhido. Quando se ensina o que é a cor vermelha, é mais pertinente associar-lhe um morango do que um gato. Isto porque os morangos são vermelhos e os gatos não costumam ser. A mesma coisa deve ser feita para os números. Por exemplo:

Sol só há *um*; as pessoas têm *dois* olhos; os triciclos têm *três* rodas; os carros têm *quatro* rodas; há *cinco* dedos numa mão; é costume ter seis ovos numa caixa; *sete* são as notas musicais; os *oito* braços de um polvo; e os bebés vivem *nove* meses na barriga da mãe antes de nascerem (Figuras 16, 17, 18, 19, 20).

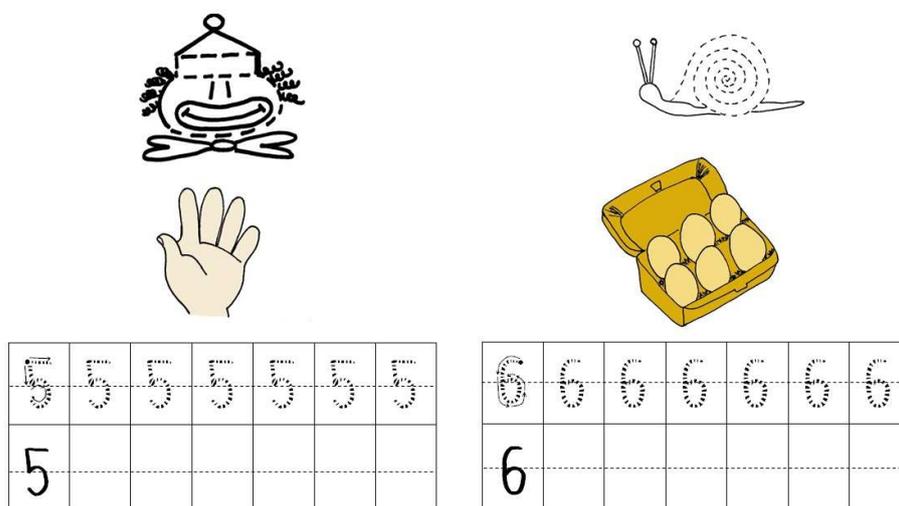


Figura 18: Cinco e seis.

Os educadores devem elaborar pontilhados para cada um dos numerais, testar na prática e ir melhorando os mesmos com o decorrer do tempo. De vez em quando, após a realização de uma contagem, as crianças podem ser convidadas a treinar um pouco. Há também forma de treinar a escrita de numerais sem ser num papel; uma bastante interessante consiste em utilizar placas de escrita que podem ser encontradas em quase todas as lojas para crianças.

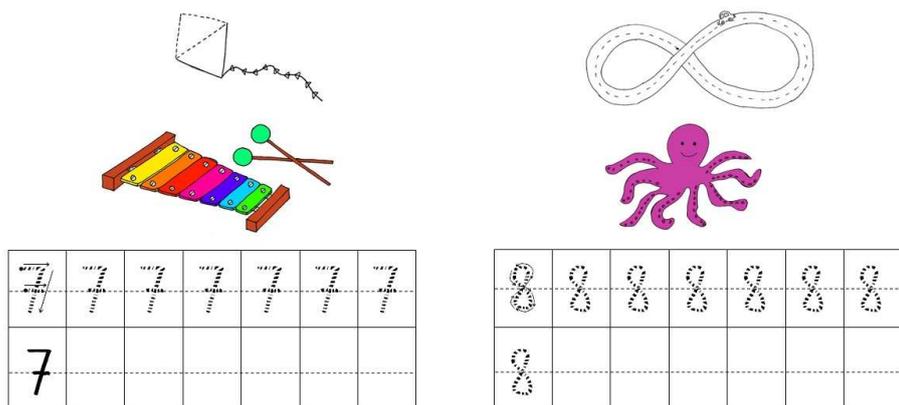


Figura 19: Sete e oito.

Duas notas finais quanto à ideia de planificação motora infantil dizem respeito à utilização de ritmo e imagem. Em relação à ideia de associar ritmo à planificação motora, uma abordagem típica costuma ser a utilização de lengalengas para cada um dos numerais. Em inglês, as lengalengas seguintes são muito conhecidas:

1. *A straight line one it is fun.*
2. *Around and back on the railroad track makes two, two, two.*
3. *Around the tree and around the tree. This is the way you make a three.*
4. *Down and across and down some more. This is the way you make a four.*
5. *With a straight neck and a round tummy, put his hat on, five sure looks funny.*
6. *Down to a loop, the six rolls a hoop.*
7. *Across the sky and down from heaven. This is the way you make a seven.*
8. *Make an “s” and do not wait. Climb back up to make an eight.*
9. *A loop and a line makes a nine.*

Em português, há algumas lengalengas numéricas muito pobres (pedimos desculpa aos autores, quem quer que eles sejam) tais como “dois com os bois, três com um chinês...”. A vantagem de uma lengalenga inteligente consiste em ritmar a planificação motora. Eis uma possibilidade em português (certamente o leitor inventará uma melhor):

1. Um chapuzinho e para baixo a direito, assim se faz um *um* bem-feito.
2. Primeiro à volta e para trás depois, assim se faz um *dois*.
3. Primeiro à volta e à volta outra vez, assim se faz um *três*.
4. Para fazer um *quatro* facilmente, para baixo, para o lado e para baixo novamente.
5. Um pescoço direito, uma redonda barriga. Põe o chapéu no *cinco* e acaba a cantiga.
6. Primeiro uma curva e depois um aro, e tens um *seis*, é claro!
7. Um chapéu e um corpo para baixo, coloca o cinto e é um *sete* distinto.
8. Faz um “s” e sobe outra vez. É um *oito* com rapidez.
9. Uma volta e uma linha e tens um *nove* na folhinha.

Quanto à imagem, observamos que há inúmeros vídeos relativos à escrita de numerais na Internet¹⁰. A sua visualização pode ser mais uma ferramenta ao dispor dos educadores.

¹⁰<http://youtu.be/1bu3Ef8G-mw>

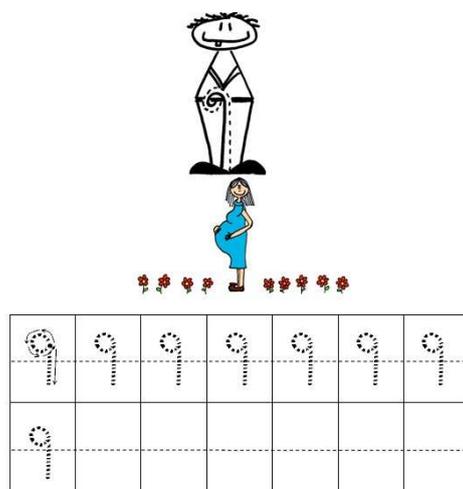


Figura 20: Nove.

3.2 Escrita espelhada

Um problema que é muito notado na prática diz respeito à escrita espelhada. É consensualmente aceite na literatura que aparece entre os 3 e os 7 anos e que faz parte do desenvolvimento motor e perceptivo da criança, desaparecendo quando os mecanismos motores passam a ser controlados por estratégias cognitivas. A avaliação e intervenção na escrita em espelho não tem merecido destaque no pré-escolar, não sendo esta sequer considerada uma dificuldade. A neurocientista Uta Frith, da University College London, no artigo [5] já com alguns anos, mas sempre atual, chama a atenção para o facto de não ser simples para uma criança dar importância à orientação de um símbolo (ainda para mais numa fase de pré-escrita). Se a “alma” de uma laranja ou de um carrinho de brincar não reside em estar para a esquerda ou para a direita, por que razão seria importante no caso do símbolo “2”? Ou seja, o factor orientação é irrelevante para a identificação de objectos 3D, sendo assim, é natural que também seja irrelevante para desenhos. Nesta perspetiva, a escrita espelhada é um ato de inteligência humana. Não nos devemos esquecer que a orientação da escrita é uma convenção, não é uma imposição da natureza...

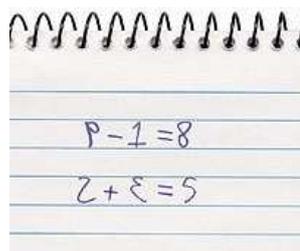


Figura 21: Numerais espelhados feitos por crianças.

No pré-escolar, a criança ainda está a definir a sua lateralidade pelo que, numa primeira abordagem, estes fenómenos devem ser encarados como sendo absolutamente naturais. Só se o erro for sistemático e se se prolongar muito no tempo é que é de pensar numa intervenção profissional. Aquilo que os educadores podem sempre fazer, sem qualquer prejuízo, é promover atividades para reforçar a lateralidade como, por exemplo, manter um objecto em equilíbrio numa mão enquanto com a outra se faz outra acção, moldar números com plasticina, etc.

Em relação à escrita das letras do alfabeto, há inclusivamente estatísticas relacionadas com as letras mais propícias a reflexões [2]. No caso dos numerais, não é tão fácil encontrar semelhante trabalho estatístico, no entanto, é sabido da prática que 6 e 9 são habitualmente confundidos e que 2, 3, 4, 5 e 7 são muito propícios a escrita espelhada¹¹. Estas ideias constituem a razão de ser de alguns comentários feitos anteriormente em relação aos vários grafismos dos numerais.

4 Ordinalidade

Como vimos atrás, a cardinalidade diz respeito ao número de elementos de um conjunto. No caso da ordinalidade, o caso muda de figura, uma vez que as situações passam a envolver algum tipo de *ordem*. No caso da cardinalidade, não há a noção de individualidade do objeto; na frase “São seis peixes.”, o “seis” diz respeito ao conjunto como um todo e não a algum peixe em particular. No caso da ordinalidade, há a noção de individualidade; na frase “É o terceiro peixe.”, o “terceiro” individualiza um dos peixes [14]. Tudo passa a ser diferente, até ao nível do processo linguístico; um cardinal é substantivo e um ordinal, por individualizar, é adjetivo. A noção de ordinalidade é uma noção bastante mais complicada ao nível cognitivo infantil do que a noção de cardinalidade. Em primeiro lugar, isso deve-se ao facto da individualização exigir dois conceitos novos fundamentais: o ponto de referência (“terceiro” em relação a quê?) e a relação de um objeto com os outros (se um objeto é o “terceiro”, também há o “segundo” e o “primeiro” que são igualmente individualizados). Além disso, a ordem pressupõe sempre um critério; podemos ordenar coisas por aspetos temporais, tamanho, peso, etc.

¹¹<http://www.raisingreaders.com.au/resources/Articles/Reversals.htm>

4.1 Situações ordinais, ordens e seriações, relações ordinais

Karen Fuson esclarece que há termos associados à ordinalidade que têm significados distintos [6]. É absolutamente essencial entender esses diferentes termos para que se possam compreender as limitações de uma criança do pré-escolar.

1. Situação ordinal é simplesmente uma situação já pronta para a utilização dos ordinais (primeiro, segundo, terceiro, etc). A ordem está completamente estabelecida e o trabalho da criança é compreender a posição de um objeto em relação aos restantes. De uma forma breve, a situação está pronta a ser atacada com termos ordinais. Há inúmeras situações ordinais desse tipo, inclusivamente contos infantis em que as personagens se colocam em “fila indiana” ao longo da história originando ricas ilustrações (ver Figura 22).



Figura 22: Episódio de *O Nabo Gigante*, de Tolstoi e Shankey, em que várias personagens puxam o dito legume.

2. O ato de ordenar ou de seriar é o que permite dar a uma situação o estatuto de situação ordinal. A ordenação ou seriação necessita de um critério em relação ao qual se ordena (no caso da Figura 22, é a ordem de chegada para puxar o nabo). Mas é possível ter-se uma ordenação sem que se tenha uma situação ordinal (se perguntarmos quantas personagens estão na fila a puxar o nabo, não temos uma situação ordinal; se perguntarmos quem é que está no segundo lugar da fila, já temos uma situação ordinal). Não é fácil distinguir os termos “ordenação” e “seriação”. Na realidade, inúmeros autores dão-lhe mais ou menos o mesmo significado. Uma definição comum de seriação costuma referir o *processo de ordenação de objetos associado a um ou mais atributos tais como comprimento, peso, cor, etc* [25]. Uma forma interessante de distinguir os dois termos consiste em colocar a seriação a um nível mais intuitivo e menos exigente em relação à estrutura lógico-relacional. Numa fase mais intuitiva, a criança consegue chegar à série por tentativas, quase como se os objetos o estivessem a pedir (Figura 23). Ela consegue resolver problemas devido ao facto de os erros serem evidentes pelo lado percetivo. De forma mais clara, o critério de seriação apela ao lado percetivo.



Figura 23: Matrioshka de 10 tamanhos.

No caso de ordenações mais sofisticadas, já é exigida alguma estrutura lógica, a criança é obrigada a fazer relações mentais para executar o processo. Um exemplo típico é o da Fig 24. A este exemplo chamaremos simplesmente tarefa de ordenação, uma vez que já não pode ser feita de forma intuitiva/manipulável.

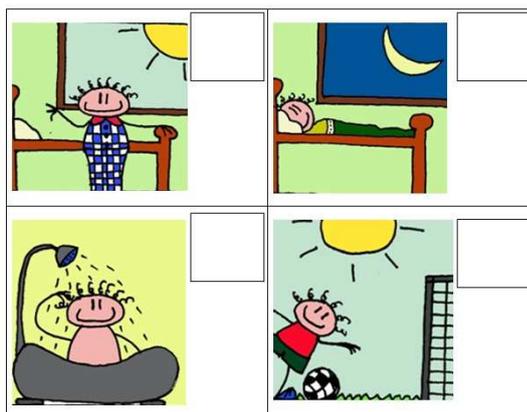


Figura 24: Um dia de uma criança.

3. As relações ordinais envolvem comparações e processos lógicos, por exemplo: “O sete vem depois do cinco na sequência” ou “O João é mais alto do que o António; o António é mais alto do que o Pedro; então tenho a certeza de que o João é mais alto do que o Pedro”. Piaget era muito pessimista em relação a conclusões como a da segunda frase, argumentando que a noção de transitividade não é adquirida em idades tão precoces. Na sua opinião, a simultaneidade existente no António (“António mais alto do que o Pedro e mais baixo do que o João”) apontando para duas relações explica, em boa parte, a dificuldade. Facilmente este tipo de discussão resvala para o tema da *Medida*, que já não cai no âmbito deste texto. Procuraremos abordar nas próximas linhas as fases primordiais da ordi-

nalidade não envolvendo ainda estruturas lógicas mais complexas. Termos linguísticos de ordem como “o que vem antes”, “o que vem depois”, entre outros, caem mais no âmbito destas primeiras fases do que termos como “qual é maior?”, “quanto maior?”, que resvalam mais para a temática da comparação e medida. Mas são assuntos interligados como veremos mais à frente.

4.2 Como abordar os ordinais?

Uma primeira ideia prática para educadores aponta para uma boa escolha de situações ordinais. As situações ordinais têm diferentes níveis de dificuldade. Na altura das primeiras aprendizagens, fase em que as crianças aprendem os termos ordinais, as situações escolhidas devem ser auto-explanatórias. Uma situação ordinal desse género é uma situação em que a ordem se pode perceber sensorialmente, só com um olhar, pegando com a mão, etc. Por exemplo, se olharmos para uma torre feita com cubos empilhados, sabemos qual foi o primeiro cubo a ser colocado, o segundo, o terceiro, etc. Nesse sentido a torre é uma situação ordinal auto-explanatória. Ao contrário, se chegarmos a uma sala com algumas pessoas, normalmente a ordem de chegada não é auto-explanatória. Na maioria dos casos, não podemos intuir a ordem apenas olhando para a cara das pessoas.



Figura 25: Empilhando cubos.

Além disso, fora os ordinais propriamente ditos (primeiro, segundo, terceiro,...) há termos associados a uma ordenação que são utilizados com imensa frequência tais como “antes de”, “depois de”, “último”, “a contar a partir de”. Um desafio importante consiste em ensinar o significado destes termos, tentando fazer com que estes comecem a ser utilizados no vocabulário quotidiano. É muito frequente as crianças já trazerem algum conhecimento sobre os termos “primeiro”, “depois” e “último” e essa temática deve continuar a ser explorada¹². Depois, em algum momento (tipicamente na faixa dos quatro anos), o educador pode ensinar mais alguns ordinais como “segundo”, “terceiro” e “quarto” e promover diversos diálogos sobre situações ordinais. A título de exemplo, considere-se a Figura 26 e vejamos como se pode tentar fazer isso.

¹²Ver exemplo da *Rua Sésamo* em <http://youtu.be/kA39-UfB0oM>. É um episódio muitíssimo bem concebido, na medida em que trata os termos “primeiro”, “depois” e “último”, habitualmente conhecidos pelas crianças, com uma situação quotidiana (sopa-prato principal-sobremesa) e carregado de bom-humor.

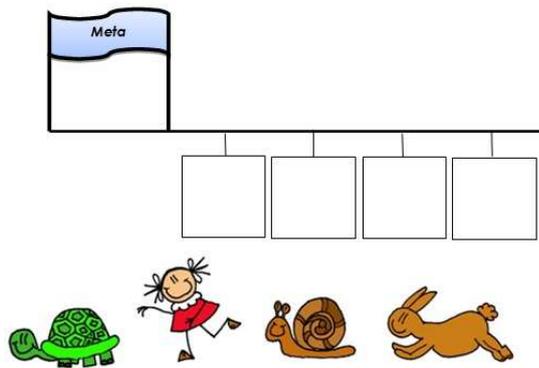


Figura 26: A Lebre e a Tartaruga (e mais dois intrusos).

Imaginemos que o educador, após contar a história clássica *A Lebre e a Tartaruga*, mostra a figura em causa e inaugura um debate sobre as velocidades da menina, lebre, tartaruga e caracol. Com esse debate, juntamente com as crianças, estas personagens são colocadas nos lugares certos. Em seguida, imaginemos que se pretende ensinar o que significa a palavra “terceiro”. Para esse efeito, é importantíssimo ligar o conceito cardinal ao conceito ordinal. Uma excelente ideia costuma ser etiquetar a situação (os numerais são colocados por baixo das personagens ordenadas), contando em seguida a partir do ponto de referência. Neste caso, a conversa típica seria: “Um, dois, três (apontando à vez para lebre, menina e tartaruga). Três, a tartaruga ficou em terceiro. Três, terceiro.” Ou seja, o que liga cardinalidade com ordinalidade é o facto de, contando ordenadamente até três a partir da referência, se ter o terceiro elemento. Esta ligação três/terceiro deve ser teatralizada muitas vezes até que a aprendizagem do ordinal suceda. E não se devem esperar facilidades.

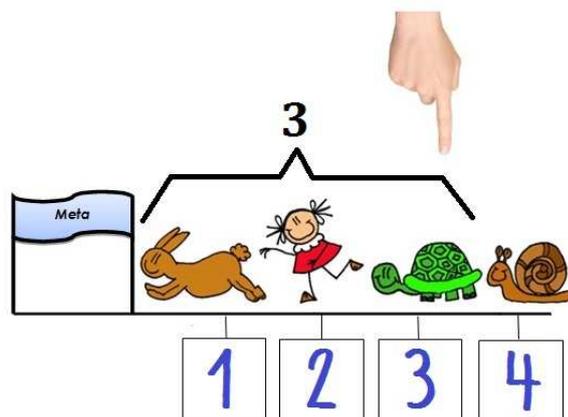


Figura 27: Ensinando ordinais.

Além disso, devem suceder-se muitas conversas sobre os termos típicos: “Quem vem logo depois da tartaruga?”, “Quem vai ficar em último?”, “Quem vem imediatamente antes da menina?”, “Quem vem em segundo lugar?”, etc. Repare-se que toda esta situação exemplo foi pensada para promover este tipo de diálogo.

4.3 A linha numérica

Um adulto tem uma noção exata e rigorosa da linha numérica. Sabe automaticamente que o 7 vem depois do 4, sabe contar salteadamente, isto é, conta a partir de certo número rapidamente, sabe contar para trás. Em resumo, a sequência dos números está controlada de todas as formas. Repare-se que, de certa forma, este conhecimento é necessário para se fazerem comparações numéricas. Imagine-se um contexto comparativo em que estão 5 berlindes num frasco e outros 7 berlindes num saco. Uma estratégia para responder à questão “Onde há mais berlindes?” consiste em realizar duas contagens chegando aos números 5 e 7, respondendo em seguida que há mais berlindes no saco. Mas isso pressupõe que está adquirido o conhecimento de que o 7 vem depois do 5 na sequência numérica e que, por isso, é maior. Ou seja, em muitos aspetos, o conhecimento sobre a linha numérica é prévio ao raciocínio comparativo. Estes fatores prévios são algumas das razões pelas quais as crianças pequenas apresentam grandes dificuldades face a contextos comparativos e de medida.

Sendo assim, a questão da linha numérica merece alguma reflexão. Karen Fuson chama a atenção de que, mais uma vez, este “controlo absoluto” é apreendido de forma faseada. A uma primeira fase chama de lista inquebrável. Nessa fase, as crianças, para saberem que o 7 vem depois do 5, têm de recitar a partir do 1. Este fenómeno é conhecido, até para alguns adultos, em relação ao abcdário. No entanto, em relação aos números há uma relação antecessor-sucessor que as letras não têm e que deve ser trabalhada. Sendo assim, especialmente em relação aos números, a fase da lista inquebrável deve ser ultrapassada, nomeadamente para que se possam abordar raciocínios comparativos mais sofisticados.

Para ajudar as crianças a atingirem a fase quebrável, há uma série de estratégias interessantes:

- A partir de certa altura apresentar muitas vezes a sequência completa ordenada dos dez primeiros números.
- Fazer pequenos exercícios do tipo “Conta a partir de...”. Alternativamente, apresentar pequenos segmentos para completar.
- Experimentar pequenas contagens para trás (por exemplo, um esquilo a comer sequencialmente um certo número de avelãs). Estas tarefas têm um grau de dificuldade elevado e nem sempre são bem-sucedidas.
- Executar periodicamente a contagem ordinal que consiste em dizer “Um. Um mais um são dois. Dois. Dois mais um são três. Três. Três mais um são quatro...”. Este tipo de contagem permite relacionar cada número com o seu sucessor o que constitui uma ideia-chave da sequência numérica.

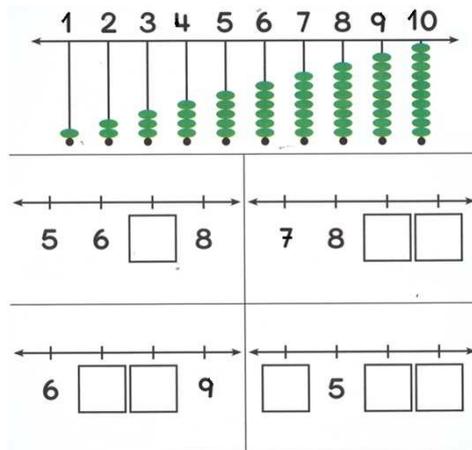


Figura 28: Sequência numérica.

Outra ideia para uma tarefa sobre esta temática consiste em apresentar uma fila de personagens sobre a linha numérica. O desenho deve apresentar um desfasamento e o que é proposto às crianças é a elaboração de traços com dedo indicador e lápis, correspondendo a primeira personagem com o número 1, a segunda com o número 2, etc. Este processo fundamental que consiste em alinhar uma série ordenada com a sequência numérica é importante, não sendo uma meta fácil de atingir.

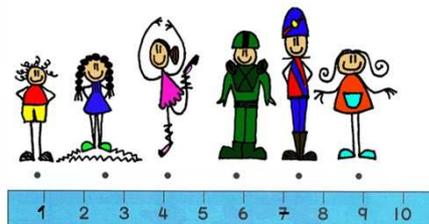


Figura 29: Correspondência.

Em relação à ordinalidade, o educador deve ter a noção de que uma compreensão sólida por parte da criança só poderá ser atingida em anos posteriores ao pré-escolar. Basta introduzir algum detalhe quanto ao ponto de referência para tornar uma tarefa quase impossível para idades muito reduzidas (Figura 30).

No entanto, tendo sempre em conta que o processo é altamente gradual, algumas ideias-chave que foram aqui explicitadas podem ser trabalhadas com eficácia, desde que simplificadas e com a componente didática adequada.



Figura 30: As crianças da imagem estão por ordem na paragem do autocarro. A quarta criança da fila tem chapéu. Rodeie a segunda criança. Por envolver um raciocínio em relação ao ponto de referência, este é um exemplo de tarefa normalmente muito complicada em idade pré-escolar.

5 Agradecimentos

Agradecemos a todo o núcleo de educadoras do Colégio de São Tomás em Lisboa que, além de acrescentarem o seu importante olhar sobre esta temática, contribuíram com grande parte das ilustrações presentes neste texto, retiradas diretamente da sua prática quotidiana.

Referências

- [1] Baroody, A. J., “The developmental bases for early childhood number and operations standards”, In Clements, D. H., Sarama, J., DiBiase, A. M. (Eds.), *Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics education*, 173-219, Lawrence Erlbaum Associates, 2004.
- [2] Brennan, A., “Mirror Writing and Hand Dominance in Children: A New Perspective on Motor and Perceptual Theories”, Academic Project, Supervisor Rob McIntosh, University of Edinburgh, 2012.
- [3] Clements, D. H., “Subitizing: What is it? Why teach it?”, *Teaching Children Mathematics*, March, 400-405, 1999.
- [4] Dehaene, S., *The number sense: How the mind creates mathematics*, Oxford University Press, 1997.
- [5] Frith, U., “Why do children reverse letters?”, *British Journal of Psychology*, 62, 459-468, 1971.
- [6] Fuson, K., *Children’s counting and concepts of number*, Springer-Verlag, 1988.
- [7] Gelman, R., Gallistel, C. R., *The Child’s Understanding of Number*, Harvard University Press, 1978.
- [8] Kaufman, E.L., Lord, M.W., Reese, T.W., Volkman, J., “The discrimination of visual number”, *American Journal of Psychology*, 62 (4), 498-525, 1949.
- [9] Marshall Cavendish Int (S) Pte Ltd, *Earlybird Kindergarten Math, STD ED, Textbook A*, Singapore, 2003.

- [10] Marshall Cavendish Int (S) Pte Ltd, *Earlybird Kindergarten Math, STD ED, Textbook B*, Singapore, 2003.
- [11] Mehler, J., Bever, T., “Cognitive capacity of very young children”, *Science*, 158, 141-142, 1967.
- [12] Merritt, D. J., Brannon., E. M., “Nothing to it: Precursors to a zero concept in preschoolers”, *Behavioural Processes*, 93, 91-97, 2013.
- [13] McGarrigle, J., Donaldson, M., “Conservation accidents”, *Cognition*, 3, 341-350, 1974.
- [14] Moreira, D., Oliveira, I., *Iniciação à Matemática no Jardim de Infância*, Universidade Aberta, 2002.
- [15] Payne, J., Huinker, D., “Early Number and Numeration”, In Jensen, R. J. (Ed.), *Research Ideas for the Classroom: Early Childhood Mathematics*, National Council of Teachers of Mathematics, 1993.
- [16] Piaget, J., *The Child’s Conception of Number*, W.W. Norton & Co., 1965.
- [17] Piaget, J., Inhelder, B., *The Child’s Conception of Space*, Routledge and Kegan Paul, 1948.
- [18] Rouselle, L., Noël, M. P., “The development of automatic numerosity processes in preschoolers: Evidence for numerosity-perceptual interference”, *Developmental Psychology* 44 (2), 544-560, 2008.
- [19] Rule, A., “Effects of practical life materials on kindergartner’s fine motor skills”, *Early Childhood Education Journal*, Vol. 30, Issue 1, 9-13, 2002.
- [20] Shipley, E. F., Shepperson, B., “Countable entities: Developmental changes”, *Cognition*, 34, 109-136, 1990.
- [21] Smith, L., *Critical Readings on Piaget*, Routledge, 1996.
- [22] Strogatz, S., *Os prazeres de x*, Gradiva, 2013.
- [23] Thompson, I., “The principal counting principles”, National Centre for Excellence in the Teaching of Mathematics, *Early Years Magazine*, 7, 2010.
- [24] Thorndike, E. L., *The psychology of arithmetic*, Macmillan, 1922. <https://archive.org/details/psychologyofarit00thoruoft>
- [25] Welko, T., Kingma, J., “On the relation between seriation and number line comprehension: A validation study”, *Curriculum and Teaching*, 12(2), 59-69, 1997.
- [26] Wellman, H. M., Miller, K. F., “Thinking about nothing: developmental concepts of zero”, *British Journal of Developmental Psychology*, 4, 31-42, 1986.
- [27] Zhou, X., Wang, B., “Preschool children’s representation and understanding of written number symbols”, *Early Child Development and Care*, 174(3) pp. 253-266, 2004.