

Universidade dos Açores

Departamento de Ciências Agrárias



Modelos de Análise da Decisão

Multiobjetivo

Emiliana Leonilde Diniz Gil Soares da Silva

Sumário da lição da unidade curricular de Gestão da Empresa Agrícola, conforme a alínea c) do art. 5º do Decreto-Lei nº 239/2007 de 19 de junho publicado no Diário da República I série – Nº 116 – 19 de julho 2007.

Angra do Heroísmo, 2012

PARTE 1 – SUMÁRIO DA AULA.....	4
1.1. A QUEM SE DESTINA ESTA LIÇÃO	4
1.2. OBJETIVOS DA AULA.....	4
1.3. METODOLOGIA.....	4
1.4. REQUISITOS.....	4
1.5. MATERIAL DE APOIO.....	5
PARTE II – TEXTO DA LIÇÃO	6
2.1. RESUMO.....	6
2.2. INTRODUÇÃO.....	7
2.3. ANÁLISE DE DECISÃO MULTICRITÉRIO	7
2.4. EXEMPLO DE PROGRAMAÇÃO MULTIOBJETIVO	15
5. BIBLIOGRAFIA DE APOIO.....	17

Nota Prévia:

O trabalho apresentado como sumário desta aula é uma parte do livro de Silva (2006) intitulado, “Os Objectivos dos Agricultores dos Açores: uma Abordagem Multicritério”, sendo tomado como referência básica na parte da disciplina referente à programação multicritério.

Parte 1 – Sumário da Aula.

1.1. A quem se Destina esta Lição

Esta lição destina-se aos alunos da disciplina de Gestão da Empresa Agrícola do curso de mestrado em Engenharia Zootécnica (2º ciclo) da Universidade dos Açores.

1.2. Objetivos da Aula

Esta lição tem como objetivos:

- 1) Dotar os alunos dos conceitos utilizados em análise multicritério; e
- 2) Apresentar os métodos da programação objetivo que permitem estimar as soluções eficientes.

1.3. Metodologia

A metodologia utilizada para esta lição será a de uma exposição teórica complementada com a apresentação de um caso prático, tendo a aula a duração total de cinquenta minutos. Apesar de, numa aula real ser promovido o diálogo onde os alunos possam, eventualmente, expor alguns casos de que tenham conhecimento, este formato não é compatível com o formato da lição prevista para estas provas públicas.

No final desta aula seria reservado um período de dez minutos para discussão e para que os estudantes pudessem colocar dúvidas.

1.4. Requisitos

Sendo esta aula destinada a alunos do segundo ciclo de ensino superior, é pressuposto os alunos possuírem já conceitos de Economia Agrícola e Gestão Agrícola, bem como conceitos de Matemática e

Estatística que lhes permitam uma melhor compreensão dos temas abordados, os modelos de apoio à decisão.

1.5. Material de Apoio

A apresentação da lição é suportada pela projeção de diapositivos em “PowerPoint”. Todas as salas da Universidade dos Açores dispõem de um retroprojektor e de computador com acesso à Internet.

Parte II – Texto da Lição

2.1. Resumo

A análise da decisão multicritério é uma abordagem que pode ser considerada como uma extensão da programação linear, em que se consideram a otimização (maximização ou minimização) de vários objetivos em conflito.

A análise da decisão multicritério utiliza conceitos que podem ser usados na linguagem comum, mas que na análise multicritério tem definições precisas. Em consequência, como um primeiro passo, tem de se definir cada um dos conceitos utilizados.

Na análise de decisão multicritério pode-se utilizar uma classificação que distingue a programação multiobjetivo da programação por metas. Pela programação multiobjetivo pretende-se a otimização de vários objetivos em conflito. O que se pretende, numa primeira análise, é encontrar as soluções eficientes para, a partir desta, se encontrarem as soluções compromisso ou ideais. Sendo assim, para encontrar as soluções eficientes, utilizam-se, mais frequentemente, os métodos das restrições, das ponderações e o NISE (*Non Inferior Estimation Set*). Normalmente, para encontrar as soluções ideais, os investigadores optam por utilizar a programação compromisso.

Esta aula será organizada em duas partes: na primeira apresenta-se a componente teórica relativa à análise de decisão multiobjetivo e em seguida, dar-se-ia a apresentação de um exemplo de programação multiobjetivo apresentado em Romero (1993).

2.2. Introdução

Os processos de tomada de decisão são analisados tradicionalmente, tendo em conta que a decisão é apenas condicionada pelo objetivo maximização do lucro, ou seja, atinge-se uma solução ótima através de um problema de programação linear, com um objetivo sujeito a um conjunto de restrições técnicas.

Embora o paradigma tradicional apresente grande solidez do ponto de vista lógico, do ponto de vista empírico apresenta alguma debilidade. Esta debilidade depende do fato da decisão, normalmente, não ser tomada com base num só critério, como no paradigma tradicional, mas a partir de objetivos ou critérios múltiplos.

Sendo assim, a abordagem desta aula, abordagem multiobjetivo, é considerar a existência de vários objetivos em conflito que os agricultores pretendem otimizar de forma simultânea. Este tipo de análise, problema económico, enquadra-se dentro da estrutura teórica do novo paradigma de seleção: o paradigma multicritério. A distinção entre o paradigma tradicional (problemas tecnológicos) e o paradigma multiobjetivo (problema económico) é descrita por Romero (1993).

2.3. Análise de Decisão Multicritério

As metodologias multicritério mais utilizadas para apoiar a decisão em agricultura podem ser agrupadas segundo as características principais que apresentam.

Uma classificação possível das metodologias da análise de decisão multicritério é considerar dois grandes grupos de abordagem, com o propósito de responder a diferentes problemas: os problemas de concepção ou de decisão multiobjetivo e os problemas de seleção ou de decisão multiatributo.

Esta primeira divisão tem sido utilizada por diferentes autores, tais como, por exemplo, Poeta (1994) e Hayashi (2000). A distinção entre estes dois tipos de problemas é feita por Noéme (1984), em que os problemas discretos se caracterizam pelas alternativas serem previamente definidas, no início da análise. Os problemas multiobjetivo contínuos caracterizam-se pelas alternativas não serem definidas previamente, sendo geradas pelo modelo.

Nesta aula apenas se descrevem os métodos de análise de decisão multiobjetivo, por se considerar que, em agricultura, a decisão não se dá, normalmente, num contexto discreto, mas sim num contexto contínuo e que algumas das hipóteses subjacentes à teoria da decisão multiatributo são muito rigorosas, o que limita a sua aplicação à agricultura (Romero e Rehman, 1989).

Antes de iniciar uma breve apresentação das metodologias mais relevantes para os problemas de análise de decisão multiobjetivo, apresentar-se-ão e clarificar-se-ão os principais conceitos utilizados no paradigma multicritério: atributo, objetivo, nível de aspiração, meta, critério, solução eficiente, taxa de intercâmbio e matriz “*pay-off*”.

Por atributo entende-se o desempenho em relação a um objetivo (Goodwin e Wright, 1991), ou seja, mede o grau em que o objetivo é atingido. O atributo é medido independentemente do centro de decisão, sendo expresso por uma função matemática de variáveis de decisão (Romero e Rehman, 1989). Um exemplo de atributo é a margem bruta.

O objetivo é uma característica mensurável do sistema que está relacionada com as variáveis de decisão, e que representa a direção do melhoramento de um ou mais atributos. Um exemplo de objetivo é a maximização da margem bruta (Romero e Rehman, 1989).

O nível de aspiração é a quantidade obtida do objetivo que se considera desejável, ou seja, representa um nível aceitável de qualquer atributo considerado (Romero e Rehman, 1989), e que se traduz pela seguinte expressão:

$$\text{Atributo} + \text{variáveis de decisão} = \text{nível de aspiração}$$

Uma meta é a combinação de um atributo com um nível de aspiração (Romero e Rehman, 1989). As metas podem ser alcançadas ou não. Tal facto distingue-as das restrições, que têm de ser cumpridas. As metas também se distinguem dos objetivos, uma vez que estes, representam o que o centro de decisão pretende alcançar e as metas determinam até onde o centro de decisão pode ir.

O cumprimento, ou não, das metas pode ser modelado através da introdução das variáveis de desvio negativas (n) e positivas (p), como se verifica na seguinte expressão:

$$f(x) + n - p = t$$

As variáveis de desvio negativas (n) quantificam o que não se atingiu em relação ao nível de aspiração (t), enquanto que as variáveis de desvio positivas quantificam o valor em que se ultrapassou a meta (t) em relação ao atributo $f(x)$.

O critério é um termo geral que engloba três conceitos: atributos, metas e objetivos considerados relevantes numa situação de decisão (Romero e Rehman, 1989). Um exemplo de critério seria: atributo – margem bruta; objetivo – maximização; e meta - alcançar a margem bruta até determinado nível de aspiração.

A solução eficiente (ou não inferior, ou não dominada ou ótima de Pareto), é a solução possível que, cumprindo as restrições, não permite obter outra que melhore um objetivo sem que outro piore, ou seja, a melhoria de um objetivo implica sempre o sacrifício económico de outro.

A taxa de troca (intercâmbio) entre dois critérios, j e k , com as soluções possíveis \underline{x}^1 e \underline{x}^2 , representa o custo de oportunidade e pode ser definida pela seguinte expressão:

$$T_{jk} = \frac{f_j(\underline{x}^1) - f_j(\underline{x}^2)}{f_k(\underline{x}^1) - f_k(\underline{x}^2)}$$

onde T_{jk} representa a troca (*trade-off*) entre os critérios j e k ; $f_j(\underline{x}^1)$ e $f_k(\underline{x}^2)$ representam as expressões matemáticas dos atributos considerados (Romero, 1993).

A matriz “pay-off” constitui um passo prévio ao cálculo do conjunto eficiente. Esta é constituída pelos valores ideais e os valores anti-ideais. Os

valores ideais correspondem à otimização de cada um dos objetivos separadamente. Consequentemente, os valores anti-ideais são os valores alcançados para os restantes objetivos quando se otimiza um deles. Este fato gera uma matriz quadrada que depende do número dos objetivos (Berbel *et al.*, 1999). Os valores ideais correspondem à diagonal principal da matriz de troca.

Os valores anti-ideais correspondem aos valores obtidos para os outros objetivos quando um determinado objetivo está a ser otimizado. A matriz de troca é constituída pelos valores anti-ideais, à exceção da diagonal principal, que é constituída pelos valores ideais. De um modo geral, podem-se considerar os valores anti-ideais como os piores valores para determinado objetivo.

Na análise da decisão multiobjetivo são considerados dois métodos principais (programação: multiobjetivo e por metas), nesta aula apenas será apresentada a programação multiobjetivo, nomeadamente os métodos que permitem encontrar as soluções eficientes. Para maiores especificações, consultar Romero e Rehman (1989) e Romero (1992).

No modelo tradicional de programação linear a decisão é condicionada por um só objetivo. Sendo assim, as técnicas de decisão multiobjetivo podem ser consideradas como uma extensão da programação linear tradicional, uma vez que a decisão vai ser condicionada por vários objetivos em conflito.

Nos problemas de decisão multiobjetivo consideram-se dois grupos: 1) a programação por metas, em que os centros decisores pretendem

satisfazer metas associadas a um determinado problema; e 2) a programação multiobjetivo, quando o centro decisor pretende *maximizar* objetivos, normalmente em conflito (onde se pretende encontrar um equilíbrio entre os diferentes objetivos).

Na programação multiobjetivo, o primeiro passo do processo de decisão pretende encontrar o conjunto de soluções eficientes pela otimização de vários objetivos em conflito, condicionados a restrições técnicas (Zamora e Berbel, 1995). Isso significa que se terá que selecionar o conjunto de soluções possíveis, no sentido de ótimo de Pareto (Romero, 1992). Este primeiro passo é estritamente técnico e não incorpora nenhuma informação sobre as preferências do centro de decisão.

A estrutura geral de um modelo de programação multiobjetivo traduz-se pela seguinte expressão (Romero, 1994):

$$E_{ff} f(x) = [f_1(x), \dots, f_i(x)]$$

s.a.

$$x \in F$$

em que E_{ff} , representa o conjunto das soluções eficientes ou Pareto ótimas, $f_i(x)$ a expressão matemática do i -ésimo atributo, X o vetor das variáveis de decisão e F o conjunto das restrições, geralmente lineares, que definem o conjunto de soluções possíveis.

Os métodos mais utilizados para estimar o conjunto eficiente são o método das restrições, das ponderações e o NISE, que a seguir se descrevem sumariamente.

No método das restrições otimiza-se apenas um dos objetivos considerados, enquanto os restantes objetivos passam a restrições paramétricas, em que, para cada conjunto de valores que se dê ao conjunto de termos independentes, se gera um ponto eficiente, extremo ou inferior (Romero, 1992).

No método das ponderações ou pesos, associa-se a cada objetivo um peso não negativo. Seguidamente procede-se à agregação de todos os objetivos ponderados. Otimiza-se, assim, uma função agregada e ponderada, que gera pontos extremos eficientes (Romero, 1992).

No método NISE (*Non Inferior Set Estimation*), aplica-se, iterativamente, o método das ponderações, em que o quociente dos pesos iguala o declive da reta que une dois pontos extremos (inicialmente os pontos ideais e anti-ideais), já estimados em etapas anteriores. Este método gera uma boa aproximação do conjunto eficiente quando se considera apenas dois objetivos (Romero, 1992).

No seguimento do processo de tomada de decisão, passa-se à segunda etapa. Esta consiste na seleção de uma solução ideal escolhida a partir do conjunto de soluções eficientes, já estimado no primeiro passo. Nesta fase, urge introduzir as preferências do centro de decisão.

O método mais utilizado para estimar a solução ideal é o método da programação compromisso (solução compromisso). A programação compromisso utiliza o ponto ideal como ponto de referência para o centro de decisão (Berbel *et al.*, 1999). Um comportamento racional levará a que se escolha um ponto que esteja mais próximo do ponto ideal. Com este

método, pretende-se reduzir o conjunto de soluções eficientes a um conjunto de soluções compromisso, no qual existe grande probabilidade de encontrar a solução ideal.

Os métodos interativos permitem estimar a solução ideal e apresentam-se como alternativa ao método compromisso. Nos métodos interativos há uma interação permanente entre o analista e o centro de decisão, e entre este e o modelo, até se encontrar uma solução ideal (Romero, 1992).

No entanto, para problemas de elevada dimensão, em que a decisão está condicionada por sistemas de informação incompleta, conflito de objetivos e recursos limitados, o centro de decisão não está em condições de proceder à otimização e a utilidade destes métodos multiobjetivos decresce. Como consequência, surgem métodos mais operacionais que permitem alcançar níveis de aspiração a determinadas metas. Por exemplo, o método de programação por metas, a falar numa próxima aula.

Como informação complementar, sugere-se uma leitura mais aprofundada dos seguintes trabalhos de investigação que utilizaram a programação multiobjetivo.

Em Portugal, Noéme (1989) realizou um trabalho pioneiro, em que aplicou a análise multiobjetivo à economia portuguesa. Os trabalhos subsequentes de Berbel e Barros (1993) aplicaram a programação multiobjetivo à agricultura açoriana, Poeta (1994) e Marta-Costa (2008) aplicaram a análise multiobjetivo a explorações agrícolas de Trás-os-Montes

e Silva (2001 e 2006) aplicou uma extensão da programação multiobjetivo à agricultura açoriana.

A nível internacional, pode-se citar a título ilustrativo, e no que concerne à utilização da programação multiobjetivo para apoiar a decisão, os trabalhos de Lara (1993), que desenvolveu um modelo para um problema económico de dieta alimentar; de Zamora e Berbel (1995), que utilizaram uma combinação de objetivos económicos e ambientais, e o de Herrero *et al.* (1999), que utilizaram esta metodologia para determinar os efeitos e implicações de diferentes cenários de políticas em explorações leiteiras.

2.4. Exemplo de programação multiobjetivo

Para exemplificar a programação multiobjetivo recorre-se ao planeamento de uma fábrica de pasta de papel (Romero, 1993). Este exemplo consiste em considerar a planificação de uma fábrica de papel, em que se pode produzir dois tipos de produtos: polpa de celulose, obtida por meios mecânicos e por meios químicos. Represente-se por X_1 e X_2 , respetivamente as toneladas diárias de polpa de celulose obtidas pelos procedimentos referidos. As capacidades máximas de produção são estimadas em 300 (X_1) e 200 (X_2) toneladas por dia para cada um dos tipos de pasta de celulose.

Cada tonelada de celulose produzida requer 1 trabalhador e a empresa dispõe de 400 trabalhadores.

A margem bruta por tonelada de celulose é de 1000 u.m. para X_1 e 3000 para X_2 . Os custos fixos da fábrica de papel estimam-se em 300000 u.m. A empresa pretende cobrir estes custos.

As preferências da empresa vão no sentido de maximizar a produção e minimizar os efeitos negativos no rio para onde escoam os seus resíduos produtivos (objetivo ambiental).

Os resíduos produzidos por tonelada de pasta de celulose obtida por meios mecânicos e por meios químicos, medidas pelas necessidades biológicas na água do rio, são de 1 para X_1 e 2 para X_2 .

Resolução

Formalização:

$$\text{Max } 1000x_1 + 3000x_2$$

$$\text{Min } x_1 + 2x_2$$

s.a.

$$x_1 \leq 300$$

$$x_2 \leq 200$$

$$1000x_1 + 3000x_2 \geq 300000$$

$$x_1 + x_2 \leq 400$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Soluções possíveis: A (0,100); B (0,200); C (200, 200); D (300, 100); e E (300, 0).

Soluções eficientes: A' (300000, 200); B' (600000, 400); e C' (800000, 600).

Resolução gráfica:

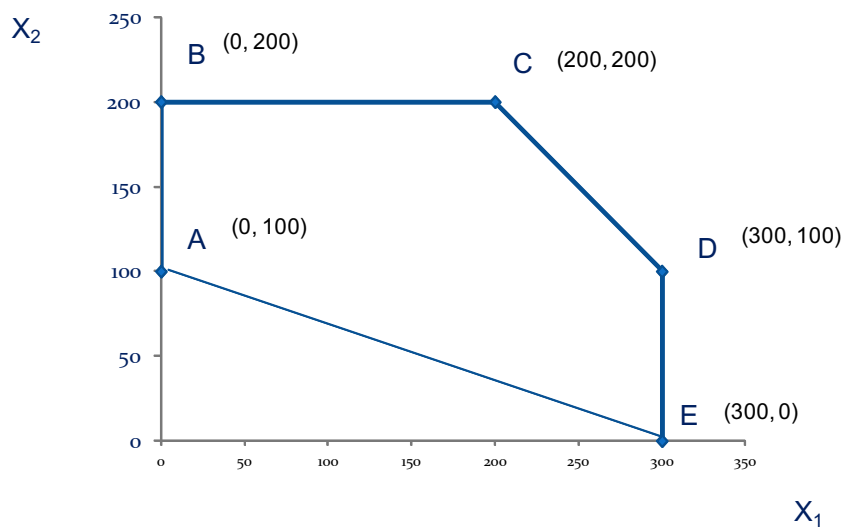


Figura 1. Representação Gráfica das Soluções Possíveis.

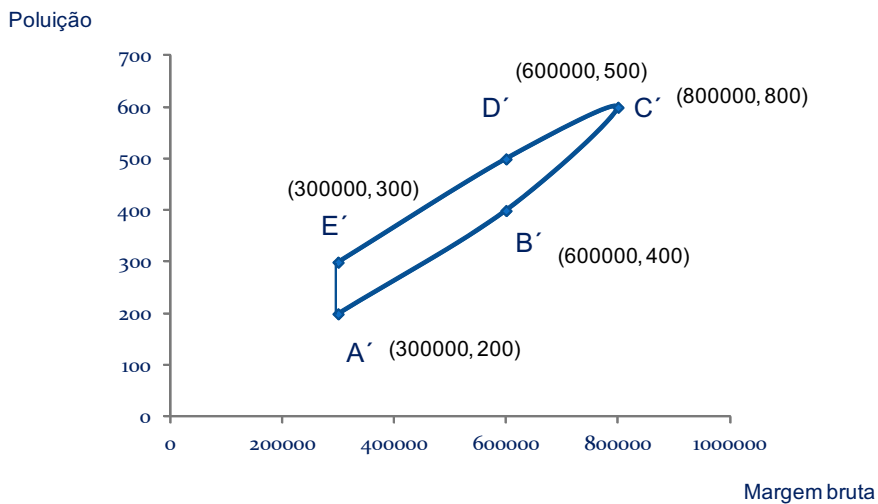


Figura 2. Representação Gráfica das Soluções Eficientes.

5. Bibliografia de Apoio

Berbel, J., J.A. Gomez-Limón (2000). "The Impact of Water – Pricing Policy in Spain: an analysis of three irrigated areas", *Agricultural Water Management*, 43, pg. 219-238.

- Berbel, J., J.A. Cañas, J.A. Gómez-Limón, M.J. López, M.Arriaza (1999). *Micromodelos de Gestión de Agua de Riego, análisis del Impacto socioeconómico y ambiental de una política de precios*, Editorial Vistalegre, Córdoba.
- Berbel, J., M. Barros (1993). "Planificación Multicriterio de Empresas Agroganaderas con Bovino de Leche de Islas Azores (Portugal)", *Invest.agr.:Econ.*, 8(2) , pg. 197-208.
- Berbel, J. (1993). La Modelización del Riesgo y la Incertidumbre en la Empresa Agraria, Proyecto Investigador, Documento de Trabajo, Córdoba.
- Berbel, J. (1990). "Un Algoritmo para Introducir el Riesgo en Modelos lineales de Decisión en la Agricultura", *Invest.agr.:Econ.*, 5(2) , pg. 165-177.
- Gomez-Limón, J.A., J. Berbel (1995). "Aplicación de una Metodología Multicriterio para la Estimación de los Objetivos de los Agricultores del Regadío Cordobés", *Invest.agr.Econ.*, 10(1) , pg. 103-123.
- Gomez-Limón, J.A., J. Berbel (2000). "Multicriteria analysis of derived water demand functions: a Spanish case demand", *Agricultural Systems*, 63, pg. 49-72.
- Hayashi, K. (2000). "Multicriteria Analysis for Agricultural Resource Management: a critical survey and futures perspectives", *European Journal of Operational Research*, 122, pg. 486-500.

- Herrero, M., R.H.Fawcett, J.B. Dent (1999). "Bioeconomic Evaluation of Dairy Farm Management Scenarios using Integrated Simulation and Multiple-Criteria models", *Agricultural Systems*, 62, pg. 169-188.
- Lara, P. (1993). "Multiple Objective Fractional Programming and Livestock Ration Formulation: A Case for Dairy Cow Diets in Spain", *Agricultural Systems*, 41, pg. 321-334.
- Mínguez, M.Ines, C. Romero, J. Domingo (1988). "Determining Optimum Fertilizer Combinations through Goal Programming with Penalty Functions: An Application to Sugar Beet Production in Spain", *J. Opl. Res. Soc.*, 39, (1), pg. 61-70.
- Niño Zepeda A.; M. Maino, F. Di Silvestre, J. Berdegue (1994). "Análisis del Conflicto Productividad vs. Sustentabilidad Ambiental: Enfoque de Programación Multicritério"; *Invest.agr.:Econ.* 9(1), pg. 143-145.
- Noéme, C. (1984). "Uma aplicação da programação multi-objetivo ao modelo input-output para o sector agroalimentar", *Estudos de Economia*, vol. IV, (3) , pg. 343-358.
- Noéme, C. (1989). *Um Modelo de Planeamento Económico Aplicado ao Sector Agro-Alimentar em Portugal, Utilização da Análise Multi-Objetivo* Dissertação de doutoramento, Instituto Superior de Economia, Lisboa.
- Poeta, Alexandre, M.S. (1994). *A Tomada de Decisão no Planeamento da Exploração Agrícola num Contexto de Objetivos Múltiplos*, Dissertação de doutoramento, Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro, Vila Real.

- Rehman, T., C. Romero(1987). "Goal Programming with Penalty Functions and Livestock Ration Formulation", *Agricultural Systems*, 23 , pg. 117-132.
- Rodríguez Ocaña, A. (1996). *Propuesta Metodológica para el Análisis de la toma de Decisión de los Agricultores: Aplicación al caso de Regadío Extensivo Cordobés*, Tesis Doctoral, Escuela Técnica Superior Ingenieros Agrónomos y Montes, Universidad de Córdoba.
- Romero, C. (1994). *Economía de los Recursos Ambientales y Naturales*, Alianza Economía, Madrid.
- Romero, C. (1993). *Teoría de la Decisión Multicriterio: Conceptos, Técnicas y Aplicaciones*, Alianza Universidad Textos, Madrid.
- Romero, C. (1992). "Evolución del Concepto de Explotación Óptima de una Pesquería: de los Modelos Biológicos a los Modelos Multicriterio", *Invest.agr.Econ.*, 7(1), pg. 15-31.
- Romero, C., T. Rehman, (1989). *Multiple Criteria Analysis for Agricultural Decisions*, Development in Agricultural Economics, 5, Elsevier, Amsterdam.
- Silva, E. (2006). "Os objetivos dos Agricultores dos Açores: uma abordagem multicriterio", Editado por Emiliania Silva e financiado pela Direção Regional de Ciência e Tecnologia (Secretaria Regional da Educação e Ciência) e Direção Regional do Desenvolvimento Agrário.
- Silva, E. (2001). "Análisis Multicriterio del Impacto Económico y Ambiental en las Explotaciones Agroganaderas de Las Azores", Dissertação de

Doutoramento, Escuela Técnica Superior Ingenieros Agrónomos y Montes, Universidade de Córdoba, Espanha, 2001.

Sumpsi, J.M.; F. Amador, C. Romero (1996). "On farmer`s objectives: A Multicriteria Approach", *European Journal of Operational Research*, 96, pg. 64-71.

Tauer, L.W. (1995). "Do New York Dairy Farmers Maximize profits or Minimize Cost?", *American Journal Agricultural economics*, pg. 421-429.

Tauer, L.W. (1983). "Target MOTAD", *American Agricultural Economics*, pg. 606-610.

Zamora, R., J. Berbel (1995). "Empleo de la Programación Multiobjetivo y la Programación por Metas en la Gestión Cinegética (Cervidos). Aplicación al Ámbito Mediterráneo", *Invest.agr.:Econ.*, 10(2), pg. 253-263.

Zekri, S., L.M. Albisu (1993). "Economic Impact of Soil Salinity in Agriculture. A Case Study of Bardenas Area, Spain", *Agricultural Systems*, 41, pg. 369-386.

Zekri, S., C. Romero (1991). "Influencia de las Preferencias del Centro Decisor y de los Incentivos Económicos en la Reducción de la Contaminación por Sales", *Invest.agr.:Econ.*, 6 (2), pg. 223-239.