

Redes de Troca de Informação aplicadas a Tarefas de Optimização

por
Oswaldo Venda Brasão

Tese apresentada como
requisito para a obtenção do
grau de Doutor no Ramo de
Gestão na Especialidade de
Gestão de Informação

Universidade Aberta

Orientadores

**Prof. Doutor Ivo
Dias de Sousa**

**Prof. Doutor
Paulo Carrasco**

Portimão, 2013

DEDICATÓRIA

Este trabalho é dedicado ao recentemente falecido Martin Gardner, que foi colunista durante largos anos no *Scientific American*. As suas colunas eram uma ligação directa a uma época discreta, primordial, em que nos primeiros laboratórios com acesso a computadores electrónicos foi feita um aproveitamento intuitivo da nova ferramenta, na criação modelos de sistemas simples e poderosos. Uma abordagem que depois ganhou o nome de vida artificial e que progressivamente se vindo a integrar no corpo principal da física e das ciências da computação.

A introdução do computador electrónico produziu uma revolução epistemológica, porque essa máquina capaz de executar um número astronómico de cálculos sem errar permitiu que a partir de representações simples e claras, por repetida iteração, pudéssemos chegar a resultados complexos e contra-intuitivos. Foi uma revisitação aos princípios da ciência, sem ter que demorar 20 anos, como Kepler, para calcular as áreas de órbitas dos planetas.

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus orientadores, Prof. Ivo Dias de Sousa e Prof. Paulo Carrasco, terem-me ajudado a concretizar os meus interesses numa organização formal articulada.

Venho igualmente manifestar a minha gratidão à Universidade Aberta por ter julgado com valor o meu projecto. Espero que este trabalho ajude outros.

Agradeço à Fundação para a Ciência e Tecnologia (FCT) o seu apoio em projectos anteriores.

A meus pais, pelo apoio dado ao longo dos anos.

Ao Diogo e ao Rui, pela sua amizade.

Ao Vitó, por discussões sobre ciência e tudo o mais.

Ao velhinho *Biological Sciences Curriculum Study*, que é ainda hoje refrescante e futurista na sua perspectiva dos sistemas biológicos.

Agradeço à Bia e à Lua a sua companhia.

RESUMO

Esta tese estuda a aplicação da teoria do equilíbrio estrutural das redes sociais a tarefas práticas. O estudo do equilíbrio estrutural é uma linha de investigação da sociologia matemática dedicada à análise dos processos de estabilização das relações dos indivíduos quando ocorre uma divergência na avaliação de uma mesma fonte de informação. Existe uma longa discussão sobre qual o modelo dinâmico que adequadamente descreve essa estabilização. É demonstrado que as regras originalmente observadas por Newcomb correspondem a uma maior simplicidade e coerência da dinâmica do equilíbrio estrutural. São depois desenvolvidas algumas aplicações deste modelo. Num primeiro exemplo é desenvolvido um algoritmo híbrido para otimização sem restrições. É depois transformado um algoritmo de partição de redes com sinais de acordo com a dinâmica de rede descrita. Ambos os algoritmos obtêm resultados competitivos na resolução de problemas padrão, por comparação com algoritmos conhecidos e com propriedades semelhantes. Estes resultados mostram a utilidade da aplicação do modelo supracitado.

Palavras-chave: Algoritmos Bio-inspirados, Redes Sociais, Gestão de Informação, Otimização, Partição de Grafos.

ABSTRACT

This dissertation addresses the application of the theory of structural balance of social networks in solving practical problems. Structural Balance is a line of research in mathematical sociology dedicated to the analysis of stabilization of an individual's relationships with others when evaluations of a single piece of information diverge. There has been a long discussion on how to describe the stabilization dynamics. It is shown that the set of rules observed by Newcomb is a manifestation of a simple and coherent dynamic model of structural balance. Some applications of this model are then developed to problems represented as signed networks. First example is a hybrid algorithm for unrestricted optimization. Secondly, a signed networks partitioning algorithm is transformed to accommodate the defended dynamical model. Both algorithms are demonstrated to perform competitively against related well-known algorithms in standard problems. These results show the utility of the application of the model.

Keywords: Biologically Inspired Algorithms, Social Networks, Information Management, Optimization, Graph Partitioning.

ÍNDICE

DEDICATÓRIA	III
AGRADECIMENTOS	IV
RESUMO	V
ABSTRACT	VI
ÍNDICE	VII
ÍNDICE DE FIGURAS	XII
ÍNDICE DE TABELAS	XV
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 Motivação básica	1
1.2 Fundamentos do trabalho	1
1.3 Formulação da hipótese	6
1.4 Objectivo do trabalho	6
1.5 Metodologia	7
1.6 Organização da Tese	8
1.7 Resumo	8
2 TROCA DE INFORMAÇÃO EM AGRUPAMENTOS HUMANOS ESPONTÂNEOS	10
2.1 Enquadramento	10
2.2 Actividades de processamento de informação em grupo	10
2.2.1 Partilha de Informação	10
2.2.2 Tomada Ponderada de Decisão	10
2.2.3 Relevância da difusão de informação na inovação	12
2.2.4 A associação num grupo torna os seus membros mais semelhantes	13
2.2.5 A organização em grupos paraleliza o processamento de informação	13

2.2.6	A organização em grupos aumenta a capacidade de armazenamento de informação da rede	14
2.3	Da selecção de informação à auto-organização em grupos	14
2.3.1	Auto-organização de grupos de trabalho	14
2.3.2	Homofilia	15
2.3.3	Princípios gerais da influência interpessoal segundo Cialdini	18
2.3.4	A formação de estruturas sociais é uma selecção de informação intermediada pela escolha de interlocutores	20
2.4	Teoria do equilíbrio estrutural das redes sociais	21
2.4.1	Representação das redes sociais na forma de grafos	21
2.4.2	Teoria do equilíbrio de Heider	21
2.4.3	Desenvolvimentos da teoria de Heider: primeiro teorema da estrutura	23
2.4.4	Desenvolvimentos da teoria de Heider: generalização do teorema da estrutura	24
2.4.5	Aplicação da teoria na análise da dinâmica de grupos humanos	25
2.4.6	Revisão do alcance da dinâmica de Heider e de Davis	27
2.4.7	Modelo composto da dinâmica do equilíbrio estrutural	29
2.4.8	Continuação do desenvolvimento da teoria de Heider: relaxações no conceito de equilíbrio estrutural e da relação de pertença a um grupo	29
2.4.9	Aplicações da dinâmica do equilíbrio estrutural	31
2.5	Resumo	32
3	BASES PARA A APLICAÇÃO DO EQUILÍBRIO ESTRUTURAL DAS REDES SOCIAIS EM OPTIMIZAÇÃO	33
3.1	Enquadramento	33
3.2	Revisão do mecanismo de equilíbrio macro-estrutural	33
3.3	Reavaliação da componente micro-estrutural da teoria do equilíbrio	34
3.3.1	Análise do impacto da revisão da condição do equilíbrio de Heider	34
3.3.2	Condição de equilíbrio de Newcomb e a regra de Influência Condicionada	35
3.3.3	Relação do equilíbrio micro-estrutural com a aprendizagem Hebbiana	36
3.3.4	A aplicação da regra da Influência Condicional conduz à estabilidade do sistema	38
3.4	Gestão da Identidade como significado último do Equilíbrio Estrutural	38
3.5	Emprego da Teoria do Equilíbrio Estrutural em problemas práticos	39
3.6	Resumo	40
4	ALGORITMOS EMPREGUES NA CRIAÇÃO DOS ALGORITMOS HÍBRIDOS DE OPTIMIZAÇÃO PROPOSTOS	41
4.1	Enquadramento	41
4.2	Optimização por Enxames de Partículas	41
4.2.1	Modelo de Reynolds para o comportamento de enxame	41
4.2.2	As capacidades computacionais dos bandos	42

4.2.3	Descrição do algoritmo	42
4.2.4	O algoritmo PSO como exemplo de inteligência de enxame	47
4.3	Refinamento do algoritmo PSO pela exploração das melhores topologias	47
4.3.1	Topologias estáticas	47
4.3.2	Topologias dinâmicas	49
4.4	Algoritmos Genéticos	53
4.5	Variantes estruturadas dos algoritmos genéticos	56
4.6	Relação entre Topologia e Dinâmica de Procura em Algoritmos Multi-ponto	58
4.6.1	A topologia como elemento de controlo	58
4.6.2	Um problema paralelo: o impacto das relações aleatórias e das ligações entre grupos nas redes sociais	58
4.7	Algoritmo de partição de redes de Doreian e Mrvar	60
4.8	Partição de redes com sinais pelo algoritmo SONE e seus relacionados	61
4.8.1	Descrição do algoritmo SONE	61
4.8.2	Os algoritmos FEC e MCS	63
4.9	Resumo	64
5	APLICAÇÃO DE UMA REDE DE TROCAS DE INFORMAÇÃO NA OPTIMIZAÇÃO SEM RESTRIÇÕES	65
5.1	Enquadramento	65
5.2	Fundamentos da aplicação da dinâmica de comunidades em optimização	65
5.2.1	A dinâmica de grupos é uma solução topológica	65
5.2.2	A dinâmica das comunidades é um processo controlado de procura	66
5.3	Propriedades da dinâmica de grupos a fazer emergir	69
5.3.1	Os grupos devem fazer a exploração local das melhores parcelas do espaço de procura	69
5.3.2	Devem existir múltiplos grupos para manter a diversidade da população	69
5.3.3	Os grupos devem ter capacidade de expansão e contracção	70
5.3.4	A fusão e união dos grupos deve ser feita sem sacrifício da coerência interna dos grupos	70
5.4	Anatomia do algoritmo CI-PSO	71
5.4.1	Porquê a escolha do PSO como algoritmo de base	71
5.4.2	Garantia de poder mínimo de escolha de fontes de informação	72
5.4.3	Seleção de fontes de informação	72
5.4.4	Exploração do espaço de procura	72
5.4.5	Ajuste da rede em função dos resultados do processo de procura	73
5.4.6	Aplicação da Teoria do Equilíbrio Estrutural	74
5.4.7	Dissipação de informação	74
5.4.8	Variantes do algoritmo CI-PSO	75
5.4.9	Sobre a estabilidade do algoritmo CI-PSO	76

5.5	Baterias de testes	77
5.5.1	Critério de escolha dos testes	77
5.5.2	Lista de funções objectivo	77
5.5.3	Descrição das experiências numéricas	82
5.6	Resultados e discussão	86
6	APLICAÇÃO DE UMA REDE DE TROCAS DE INFORMAÇÃO NA PARTIÇÃO DE REDES COM SINAIS	97
6.1	Enquadramento	97
6.2	Relação entre partição de redes com sinais e dinâmica de equilíbrio estrutural	97
6.3	Relação entre a dinâmica de rede no algoritmo SONE e o equilíbrio micro-estrutural	98
6.4	Modificação do algoritmo SONE	100
6.5	Banco de Testes	103
6.5.1	Critério de escolha dos testes	103
6.5.2	Lista de casos de estudo	103
6.5.3	Protocolo experimental	112
6.6	Resultados e discussão	114
7	SUMÁRIO E CONCLUSÃO	131
7.1	Resumo do trabalho	131
7.2	Contribuições originais	133
7.2.1	Análise dos sistemas naturais que tentamos emular e seus modelos	133
7.2.2	Desenvolvimento de ferramentas	133
7.2.3	Resultados obtidos	135
7.3	Limitações desta investigação	135
7.4	Linhas de Investigação Futuras	136
	BIBLIOGRAFIA	140
	ANEXO I – TABELAS DE RESULTADOS DO CAPÍTULO 5	148
	ANEXO II – PROGRAMA QUE IMPLEMENTA O ALGORITMO CI-PSO ASSIMÉTRICO	152
	ANEXO III – PROGRAMA QUE IMPLEMENTA O ALGORITMO CI-SONE	169

**ANEXO IV – PROGRAMA QUE FORNECE DADOS AOS ALGORITMOS DE PARTIÇÃO
DE REDES** **173**

ÍNDICE DE FIGURAS

Fig. 1 A separação em grupos da rede de Zachary (77) segundo vários algoritmos de clustering.....	4
Fig. 2 Representação de parte de uma rede social.....	13
Fig. 3 Classificação das relações triangulares quanto à sua estabilidade segundo a teoria de Heider (46, 58).....	22
Fig. 4 Polarização de uma rede em dois grupos tal como é proposta pelo teorema da estrutura.....	23
Fig. 5 Classificação revista das relações a três quanto à sua estabilidade segundo Davis (67).....	24
Fig. 6 Diferenciação da rede de amizades de Sampson (68) em três grupos.....	25
Fig. 7 Classificação revista das relações a três quanto à sua estabilidade segundo Newcomb.	36
Fig. 8 Representação abstracta da teia de relações entre três neurónios.	37
Fig. 9 Topologias básicas.	45
Fig. 10 Exemplos de estruturas em roda, à esquerda, e de rede aleatória, à direita.	48
Fig. 11 Mosaico bidimensional com vizinhança de von Neumann, à esquerda, e o mesmo mosaico agora com as ligações da periferia fechadas, à direita.	48
Fig. 12 Exemplo da estrutura em árvore do algoritmo H-PSO com altura $h = 3$, ramificação $r = 4$, e número de nós $m = 20$	49
Fig. 13 Exemplo de transformação da estrutura própria do algoritmo AH-PSO.	50
Fig. 14 Comparação entre algoritmos genéticos celulares e algoritmos genéticos distribuídos.....	57
Fig. 15 Representação de parte de uma rede social em que os nós representam os indivíduos e as arestas os canais de comunicação abertos em ambos os sentidos.....	67
Fig. 16 Traçado da função Esfera com duas dimensões.....	78
Fig. 17 Traçado da função de Rosenbrock com duas dimensões.....	79
Fig. 18 Traçado da função de Rastrigin a duas dimensões próximo do óptimo global.	79
Fig. 19 Detalhe do traçado da função de Griewank com duas dimensões na zona central do domínio considerado.	80
Fig. 20 Traçado da função F6 de Schaffer próximo da zona central do domínio considerado.	81
Fig. 21 Traçado da função de Ackley com duas dimensões próximo do óptimo global.	82
Fig. 22 Resultados do primeiro conjunto de testes tal como são apresentados na tabela 13.....	88
Fig. 23 Desempenho dos algoritmos híbrido de Kennedy, CI-PSO e respectivas implementações do PSO canónico na segunda bateria de testes.	93
Fig. 24 Desempenho dos algoritmos PSO, <i>Clubs-based</i> PSO (variantes JLC-PSO e AMS-PSO), e CI-PSO na terceira bateria de testes.	96
Fig. 25 Diferença entre a dinâmica dos algoritmos SONE e CI-SONE.	99

Fig. 26 Evolução temporal das avaliações de amizade entre monges noviços de um mosteiro da Nova Inglaterra, descrita por Sampson (68).	104
Fig. 27 Diagrama das das avaliações de amizade registadas na rede social do mosteiro no instante T2.....	105
Fig. 28 Diagrama das avaliações de amizade registadas na rede social do mosteiro no instante T3.....	105
Fig. 29 Diagrama das avaliações de amizade registadas na rede social do mosteiro no instante T4.....	106
Fig. 30 Diagrama das avaliações de estima registadas na rede social do mosteiro no instante T4.....	106
Fig. 31 Diagrama das avaliações de influência registadas na rede social do mosteiro no instante T4.....	107
Fig. 32 Diagrama das avaliações de aprovação registadas na rede social do mosteiro no instante T4.....	107
Fig. 33 Auto-organização em grupos observada na equipa de trabalhadores por Roethlisberger e Dickson.....	108
Fig. 34 Esquema das alianças guerreiras entre subtribos dos Gahuku-Gama observadas por Read.....	109
Fig. 35 Diagrama das interações na república de estudantes criada por Newcomb na última semana do estudo (T15).....	109
Fig. 36 Rede de afinidades políticas entre os partidos do parlamento esloveno de 1994.	111
Fig. 37 Médias da função critério P para a rede de amizades de Sampson (68) no instante T2.....	115
Fig. 38 Mínimos da função critério P para a rede de amizades de Sampson (68) no instante T2.....	116
Fig. 39 Médias da função critério P para a rede de amizades de Sampson (68) no estado T3.....	116
Fig. 40 Mínimos da função critério P para a rede de amizades de Sampson (68) no estado T3.....	117
Fig. 41 Médias da função critério P para a rede de amizades de Sampson (68) no último estado considerado – T4.....	117
Fig. 42 Mínimos da função critério P para a rede de amizades de Sampson (68) no último estado considerado – T4.....	118
Fig. 43 Valores médios da função critério P para a rede de estimas de Sampson (68) no estado T4.....	118
Fig. 44 Mínimos da função critério P para a rede de estimas de Sampson (68) no estado T4.....	119
Fig. 45 Valores médios da função critério P para a rede de influências de Sampson (68) no estado T4.....	119
Fig. 46 Mínimos da função critério P para a rede de influências de Sampson (68) no estado T4.....	120
Fig. 47 Médias da função critério P para a rede de aprovação de comportamento de Sampson (68) no estado T4.	120
Fig. 48 Mínimos da função critério P para a rede de aprovação de comportamento de Sampson (68) no estado T4.	121

Fig. 49 Médias da função critério P para a rede de Roethlisberger e Dickson.	122
Fig. 50 Mínimos da função critério P para a rede de Roethlisberger e Dickson.	122
Fig. 51 Representação alternativa da variação dos valores mínimos da função critério P para a rede de Roethlisberger e Dickson.	123
Fig. 52 Médias da função critério P para a rede de alianças dos Gahuku-Gama.	124
Fig. 53 Mínimos da função critério P para a rede de alianças das subtribos dos Gahuku-Gama.	124
Fig. 54 Variação das médias da função critério P para a rede da república de estudantes de Newcomb (61).	125
Fig. 55 Mínimos da função critério P para a rede da república de estudantes de Newcomb (61).	125
Fig. 56 Médias da função critério P para a rede de partidos no parlamento esloveno. ...	126
Fig. 57 Mínimos da função critério P para a rede de partidos no parlamento esloveno.	127
Fig. 58 Variação conjunta das taxas de não convergência e das médias da função critério P para a rede de partidos no parlamento esloveno.	127
Fig. 59 Organização em grupos das possibilidades de expansão e aprofundamento do presente trabalho.	136

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1 Estabilidade das diferentes configurações (Doreian et al., 96a).	28
Tabela 2 Estabilidade das diferentes configurações segundo Newcomb.	35
Tabela 3 Pseudo-código do algoritmo PSO simples, ou PSO canónico.	46
Tabela 4 Pseudo-código de um Algoritmo Genético abstracto.	55
Tabela 5 Pseudo-código do algoritmo de partição de Doreian e Mrvar (96, 09).	61
Tabela 6 Pseudo-código do algoritmo SONE.	63
Tabela 7 Pseudo-código do algoritmo CI-PSO, na sua forma assimétrica (aCI-PSO).	75
Tabela 8 Lista de funções e respectivos parâmetros empregues no primeiro bloco de testes, utilizados primeiramente em Janson e Middendorf (05).	83
Tabela 9 Lista de funções de teste empregues no segundo bloco de testes relativo à primeira experiência de Kennedy (00).	84
Tabela 10 Lista de funções de teste empregues na experiência de Emara (09).	85
Tabela 11 Parâmetros da dinâmica de partículas utilizados nas várias baterias de teste.	86
Tabela 12 Parâmetros de rede do algoritmo CI-PSO.	86
Tabela 13 Resultados resumidos da primeira bateria de testes.	87
Tabela 14 Resultados resumidos da segunda bateria de testes.	92
Tabela 15 Resultados resumidos da terceira bateria de testes.	95
Tabela 16 Pseudo-código do algoritmo CI-SONE.	102
Tabela 17 Propriedades das diferentes redes com sinais consideradas.	111
Tabela 18 Comparação entre os valores mínimos da função critério P.	129
Tabela 19 Resultados da primeira bateria de testes.	148
Tabela 20 Resultados da segunda bateria de testes.	149
Tabela 21 Resultados da terceira bateria de testes.	150

1 INTRODUÇÃO

1.1 Motivação básica

A modelação da actividade de grupos de seres vivos tem sido empregue com sucesso na criação de algoritmos eficientes de optimização.

Temos por exemplo a Optimização por Enxame de Partículas (*Particle Swarm Optimisation* ou PSO), proposta por Kennedy e Eberhart (Kennedy e Eberhart, 95; Eberhart e Kennedy, 95), e mais recentemente revista por Poli *et al.* (07), baseada na análise dos movimentos coordenados de grupos de peixes, insectos voadores ou de aves, descritos por Reynolds (87), e na observação da actividade exploratória das abelhas em busca do néctar. O deslocamento do mofo gelatinoso *Physarum polycephalum* serviu de modelo ao desenho de redes de transporte em Tero *et al.* (10). Wokoma *et al.* (05) inspiraram-se na interacção entre células de bactérias bioluminescentes para a concepção dum algoritmo de *clustering* (SECOAS) para a minimização dos custos de comunicação entre os elementos de uma rede de sensores. A Optimização por Colónia de Formigas (ACO), proposta em Coloni *et al.* (91), Dorigo *et al.* (96) -, baseada na comunicação indirecta entre formigas obreiras durante a tarefa de aforro de alimentos, é dedicada à optimização combinatoria. A Classificação por Colónia de Formigas, de Deneubourg *et al.* (91), foi inspirada na actividade de separação das larvas em grupos descrita por Franks e Sendova-Franks (92) e é aplicada em problemas de *clustering*. Ramos e Almeida (00) criaram um algoritmo de segmentação de imagem pela transformação de um modelo de orientação das formigas de Chialvo e Milonas (95). No problema clássico de optimização combinatorial do caixeiro-viajante (TSP) foram aplicados um grande número de algoritmos baseados na actividade de grupos de animais; uma listagem extensa dos quais pode ser encontrada em Ruiz-Vanoye *et al.* (12).

Pretendemos fazer o mesmo com uma outra espécie: a espécie humana.

Todos os autores acima identificaram heurísticas de procura embutidas em sistemas naturais e reformularam as tarefas do seu interesse como sendo sistemas sintéticos análogos aos naturais, de modo a poder aplicar essas heurísticas. Pretende-se aqui fazer uma mesma apropriação, recorrendo desta vez às adaptações desenvolvidas durante a evolução dos grupos humanos. Consideramos aqui apenas os grupos informais, já que as organizações formais humanas são desenhadas intencionalmente para processar de maneira óptima pacotes de informação predefinidos.

Em resumo, este trabalho foi desenvolvido com base na assumpção que a gestão de informação própria dos grupos humanos contém mecanismos que podem aproveitados para construir novos algoritmos, ou modificar algoritmos existentes, que sejam competentes na resolução de tarefas de optimização.

1.2 Fundamentos do trabalho

Os propósitos enunciados despoletam várias questões importantes. Os agrupamentos humanos terão de facto como função significativa o processamento colectivo de

informação? A existir, será esse processamento eficiente? E que forma toma esse processamento? Como poderão ser esses mecanismos aplicados na resolução de problemas abstractos? Finalmente, resultará essa aplicação num ganho de eficiência?

À partida para este projecto existiam argumentos para responder a algumas destas perguntas.

Quando consideramos o processamento humano de informação, ocorre-nos desde logo a sua actividade racional consciente individual. Isto por ser uma actividade que conhecemos em primeira mão e que reconhecemos apenas nos membros da nossa espécie. Mais ainda, quanto no dia-a-dia falamos de inteligência, referimos-nos a apenas uma fracção da actividade dos membros da espécie. Também em ciência verificou-se esta interpretação restrita. Relembremos a história da inteligência artificial, dividida essencialmente em duas grandes épocas. Primeiramente dominou a perspectiva segundo a qual, citando Brooks (02), “inteligência seria o que apenas as pessoas mais competentes e especializadas cognitivamente conseguem fazer, como ser mestres de xadrez ou resolver demonstrações matemáticas”, para depois ganhar peso a interpretação de “inteligência ser um conjunto de acções que praticamente todas as pessoas podem fazer, mas nenhuma máquina ainda o consegue fazer” (Brooks,02).

Ora, o aparelho cognitivo humano tem diferentes níveis de organização, nos quais operam diferentes processos. Temos processamento de informação em redes neuronais, em memórias genéticas e em memórias imunitárias. O processamento consciente de informação corresponde apenas ao topo da integração da informação neuronal e possui grandes limitações no número de termos manipuláveis (Simon, 69). Daqui resulta que o número de relações reconhecíveis será ainda menor. O que é ilustrado pelas limitações de linguagem que descrevem as relações entre números, onde ficamos pelos conceitos de proporcionalidade directa e inversa.

Estas limitações podem ser ultrapassadas com recurso a memórias externas. As primeiras memórias externas foram simplesmente a memória de outros indivíduos – a chamada tradição oral. Este será a primeira e mais simples utilidade da troca de informação entre indivíduos: a preservação por cópia entre gerações dos conhecimentos culturais e técnicos dum grupo humano. Assim, a organização dos grupos humanos em grupos, inicialmente justificável por razões biológicas de reprodução e de segurança, tornou-se também a base de suporte do desenvolvimento cognitivo.

A coexistência de vários indivíduos permitiu a distribuição de tarefas, seja por paralelismo – por exemplo, quando diferentes sub-grupos são tornados responsáveis pela colecta de diferentes alimentos -, seja pela especialização de tarefas numa actividade conjunta - como uma caçada. De um modo ou doutro, existe uma diversificação dos conhecimentos. Então, mesmo numa sociedade humana primitiva e isolada tornar-se-á uma excepção a possibilidade de um só individuo deter toda a informação mantida pelo conjunto dos membros do grupo.

Daqui resulta a necessidade de importar informação de outros e surge o problema da confiança: como confiar na avaliação feita por outro individuo sobre algo que nós próprios não conhecemos o suficiente?

A resposta sociobiológica terá sido o desenvolvimento de mecanismos de controlo da informação a vários níveis – do individuo e da sociedade. Assim, para começar, a sofisticação da comunicação entre seres humanos é superior à reconhecida nas outras

espécies. A comunicação processa-se em vários canais em simultâneo; quando duas pessoas se encontram são emitidas e recebidas informações de vários tipos:

1. Identificação do outro interlocutor. Os seres humanos têm a capacidade de memorizar e reconhecer as faces e vozes das pessoas com quem interagem. Existe uma área do córtex cerebral dedicada especificamente a esta função. Esta capacidade é a base dos sistemas de reputação.
2. Capacidade de empatia e de detecção de atenção. Os indivíduos humanos podem sincronizar-se com a actividade de outrem seja pela associação entre as acções do outro e o estado mental que eles próprios sentiram numa situação semelhante. Esta ligação tem por base certos circuitos neuronais associado ao córtex motor, sendo alguns desses neurónios designados como neurónios-espelho. Também o facto de nos humanos a íris – parte colorida visível do olho –, ser relativamente reduzida e a área ao seu redor – esclerótica –, ser branca, permite-nos detectar para onde a outra pessoa está a olhar.
3. Comunicação não-verbal de base cultural. Por exemplo, o modo de vestir e o local onde encontramos um outro indivíduo são indicações quase suficientes para deduzir que interacção poderemos esperar entre nós e ele. Esta informação é auxiliar ao acto de comunicação. Faz uma selecção de interlocutores e define o protocolo a usar.
4. Comunicação emocional. Os seres humanos são dotados de emoções especificamente dedicadas à regulação das interacções entre dois ou mais indivíduos: emoções sociais. Vide em Ortony *et al.* (88) uma classificação das emoções. A expressão destas emoções emprega a estrutura muscular facial, cujo controlo é parcialmente involuntário e logo não pode ser fácil nem completamente falsificada. Donde a comunicação emocional permite a verificar se é sincera a comunicação consciente, verbal e não verbal. É um canal paralelo de apoio à comunicação, de verificação cruzada e de manutenção da conversação dentro de limites aceitáveis para ambos os interlocutores.
5. Comunicação sobre uma realidade exterior ao acto de comunicação (a não ser quando o acto de comunicação é o próprio objecto). Será esta a informação verbalizável que se pretende transmitir.

Esta enumeração não exaustiva dá-nos uma indicação do investimento evolutivo e sócio-evolutivo na comunicação humana. Comunicação esta que representa uma oportunidade de uma ainda maior integração de informação, a um nível de organização superior ao indivíduo. Será à compreensão dos mecanismos desta integração, que designaremos como processamento colectivo de informação, que primeiro dedicaremos os nossos esforços.

É certo que a sofisticação da comunicação humana dificulta o reconhecimento dos mecanismos. Todavia, uma razão básica para o sucesso dos algoritmos inspirados em sistemas biológicos é o facto das interacções entre agentes biológicos ser mais simples do que o processamento de informação interno desses mesmos organismos. O que é extensível à espécie humana.

O estudo da inteligência humana tem sido focado nas capacidades individuais. De tal modo que pode-se duvidar da relevância do processamento de informação ao nível do

grupo. Existem porém campos de investigação dedicados ao seu estudo. Vamos referir apenas alguns trabalhos.

O estudo experimental de Woolley *et al.* (10) sugere a existência para os grupos de uma inteligência geral – isto é, um nível de desempenho que não varia muito de uma tarefa cognitiva para outra –, tal como se verifica para os indivíduos, e que esse nível estará mais dependente da capacidade de intercomunicação do que das capacidades cognitivas média e máxima dos seus membros. Laughlin *et al.* (08) verificaram experimentalmente que grupos de pessoas conseguem resolver problemas de descodificação de letras em dígitos mais facilmente que os indivíduos isolados. Resolver significa aqui o encontrar da solução correcta, não apenas convergir para uma qualquer mesma solução. Mais ainda, após ter passado por essa experiência, os indivíduos uma vez isolados conseguem resolver essa tarefa mais facilmente do que antes.

Identificar quais as tarefas e em que condições grupos de indivíduos podem obter melhores resultados do que os indivíduos isolados é uma questão vasta e ainda por resolver. Para os propósitos deste trabalho, vamos apenas atribuir aos nossos seres humanos abstractos as capacidades de armazenar e integrar pelo menos parcialmente a informação sobre o problema, e de reconhecer e armazenar as melhores soluções.

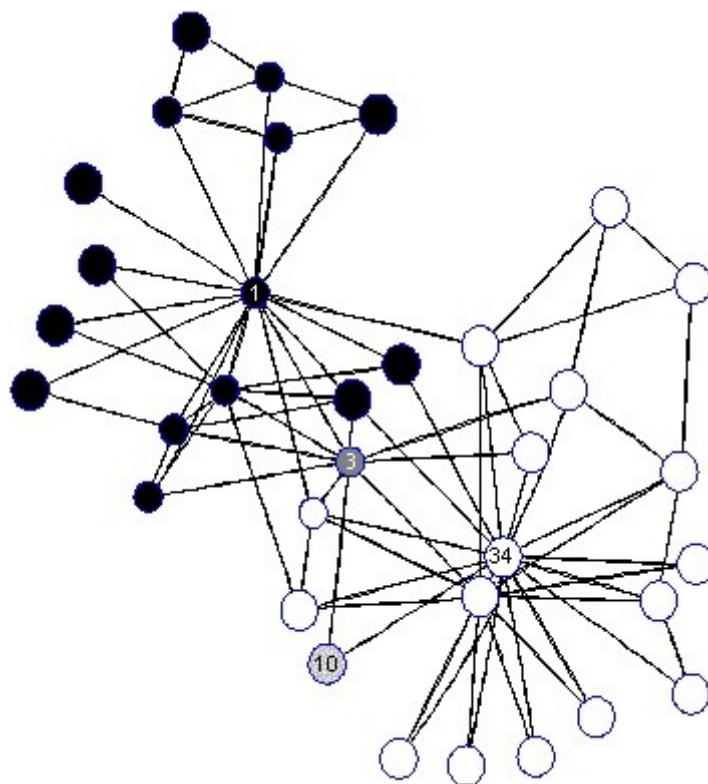


Fig. 1 A separação em grupos da rede de Zachary (77) segundo vários algoritmos de clustering. Esta rede é listada no Anexo IV com o índice 101. A cinzento estão assinaladas as falhas de classificação: o algoritmo de Girvan e Newman (02) inclui incorrectamente o nó 3 num primeiro grupo, apresentado a branco, enquanto o algoritmo SONE de Yang (06) inclui incorrectamente o nó 10 no segundo grupo, marcado a negro. Os algoritmos de modularidade óptima, de Newman (06), e ICS, de Yang e Liu (08), reproduzem a separação em dois grupos sem falhas.

Em segundo lugar, podemos encontrar manifestações externas da actividade de processamento colectivo de informação.

Consideremos a figura 1, onde temos representadas as relações de amizade entre os membros de um clube de karaté estudado por Zachary (77). Posteriormente, houve uma ruptura entre o treinador e o gestor, respectivamente os nós 1 e 34, que resultou na cisão do clube em dois. O que é notável é o facto da delimitação dos grupos ter podido ser calculada com grande precisão por algoritmos assentes apenas em conceitos topológicos sem mesmo considerar a intensidade das ligações.

As propriedades estáticas das redes sociais serão uma manifestação da actividade de processamento de informação entre os elementos da rede; altere-se o padrão de transferência e produção de informação e alterar-se-á a estrutura da rede. Reconhece-se ordem e função na estrutura dos agrupamentos humanos. Os indivíduos tendem a organizar-se em comunidades, isto é:

"grupos de nós densamente ligados no seu interior, e com ligações mais esparsas entre si" (Girvan e Newman, 02).

Em particular, Flake *et al.* (02) definem as comunidades da Internet (*World Wide Web*) como sendo conjuntos de páginas com mais ligações entre si do que ligações para fora do conjunto. Atente-se que estas definições pode ser aplicada recursivamente: as comunidades podem por sua vez ser decompostas em sub-comunidades mais pequenas.

Em terceiro lugar temos os registos históricos. A produção cultural dos grupos humanos não é constante; tem picos. A história das ideias apresenta singularidades designadas como idades de ouro. São breves períodos de tempo onde um conjunto enumerável de indivíduos, dotados de saberes fundamentais relevantes vivendo num mesmo local e inseridos numa sociedade onde a livre troca de ideias é permitida, consegue introduzir múltiplas inovações técnicas ou teóricas importantes. Consideremos dois exemplos do século XX.

Na Berlim dos anos vinte, da República de Weimar, teve lugar uma idade de ouro do cinema nos estúdios da UFA. Aí foram desenvolvidas novas técnicas de iluminação, fotografia e cinematografia, e exploradas novas concepções estéticas. Nos anos 60 e 70, nos Estados Unidos, em Silicon Valley, na Califórnia, teve lugar uma idade de ouro do hardware das tecnologias de informação. Nesse local, devido à proximidade de matérias-primas e de excelentes universidades foram montadas fábricas de componentes e centros de desenvolvimento. tivemos. A colaboração entre um grande número de jovens cientistas e engenheiros bem preparados permitiu o desenvolvimento de novas soluções técnicas e a concepção de novos sistemas. Surgiu daqui o computador pessoal. No século XV tivemos também em Portugal uma idade de ouro: a da navegação oceânica à vela. Tratou-se de um evento revolucionário, com consequências globais, que emergiu fruto de uma congregação de interesses, conhecimentos e acontecimentos internos e externos. Acontecimento este, diga-se, muito mal explicado nas nossas aulas de uma História de Portugal esterilizada.

As idades de ouro são exemplos extremos da importância do processamento colectivo de informação, pela sua multidimensionalidade na visão e na acção. Um exemplo menos invulgar é o das escolas de pensamento. Por escola entenda-se um conjunto de autores com uma visão estratégica comum sobre um ramo do conhecimento. É reconhecível como uma vaga de produção cultural muito superior à de um só indivíduo, porém tem uma

consistência reveladora duma exploração constante em torno de certos conceitos ou técnicas, tal como se espera de um autor individual ao longo da sua vida. Por exemplo a escola de pintura abstracta do Paris do início do século XX. Como exemplo português e contemporâneo temos a escola de arquitectura construtivista do Porto.

1.3 Formulação da hipótese

Este trabalho foi desenvolvido com base na assumpção que a gestão de informação própria dos grupos humanos espontâneos contém mecanismos que podem aproveitados para construir novos algoritmos, ou modificações de algoritmos existentes, que sejam competentes na resolução de tarefas de optimização.

Podemos decompôr a exploração desta hipótese numa sequência encadeada de ideias:

1. Os seres humanos tendem a formar grupos, os quais estão em contínua redefinição de modo a facilitar o processamento de informação.
2. As acções individuais de partilha e selecção de informação, com base no conhecimento da rede local, vão conduzir à emergência deste comportamento.
3. Esta dinâmica de grupo pode ser sintetizada a partir de um conjunto de regras simples, a aplicar por cada indivíduo da população.
4. Estas regras, quando acopladas à resolução de tarefas-chave de certas aplicações, irão dar origem a algoritmos populacionais que desempenhem essas aplicações de modo descentralizado e com um grau de eficiência comparável aos algoritmos preexistentes especializados nessas aplicações.

As afirmações 1, 2 e 3 têm sido objecto de estudo na literatura da psicologia social e da sociologia matemática e serão amplamente referenciadas nos capítulos seguintes. Destaque para o modelo de diferenciação cultural de Axelrod (97, 97a), ao conceito de homofilia (McPherson *et al.*, 01; Kossinets e Watts, 09), à teoria do equilíbrio de Heider (46, 58) e seus desenvolvimentos posteriores (Davis, 67; Doreian e Mrvar, 09). Estes conceitos serão desenvolvidos no capítulo 2.

O afirmação mais importante corresponde ao ponto 4, que tem uma ligação directa aos objectivos, servindo os pontos anteriores para contextualização. A segunda parte desta tese - capítulos 5 e 6 -, descreve os esforços desenvolvidos na concretização deste ponto.

1.4 Objectivo do trabalho

No passado outros investigadores tomaram já a iniciativa de construir aplicações com base nos conceitos e sistemas que nos interessam. Uma das principais aplicações é a formação de coligações na área das relações internacionais (Antal *et al.*, 05; Traag e Bruggeman, 09). Uma revisão dos artigos da área pode ser encontrada em Maoz (12). Uma área emergente de aplicação é o *marketing*, na identificação de grupos com interesses ou posições opostas em sítios da Internet. Veja-se o trabalho de Leskovec *et al.* (10). Uma crítica a estas aplicações é feita na subsecção 2.4.9, após a apresentação dos conceitos envolvidos.

Pretendemos ir mais além na análise dos modelos da troca de informação nos grupos humanos e explorar outros campos de aplicação. O propósito final deste trabalho é

produzir algoritmos originais ou transformar algoritmos existentes que resolvam com eficiência problemas práticos bem conhecidos, tais como a optimização sem restrições ou a partição de grafos.

1.5 Metodologia

Para atingir estes propósitos vamos seguir os seguintes passos:

1. Identificar nos modelos conhecidos da actividade dos grupos humanos comportamentos vantajosos para a criação ou reconhecimento de informação útil e posterior acumulação ou exploração mais aprofundada dessa informação.
2. Isolar os mecanismos por detrás desses comportamentos e reduzi-los à sua forma mais simples.
3. Mostrar que tais mecanismos correspondem a heurísticas relevantes para ultrapassar os obstáculos característicos das várias tarefas práticas consideradas.
4. Inserir os mecanismos em algoritmos correntemente aplicados a essas tarefas para criar novas variantes desses algoritmos.
5. Comparar os algoritmos assim produzidos com outros pré-existentes de características parecidas na resolução de problemas padrão para as tarefas consideradas.

À partida, seleccionamos como particularmente promissoras algumas representações da literatura existente.

A primeira será o modelo de disseminação cultural de Axelrod (97, 97a). Este autor conseguiu sintetizar a formação de grupos num autómato celular bidimensional, ao fazer a probabilidade de uma transferência parcial de informação de um elemento da grelha para um seu vizinho proporcional ao grau de semelhança entre a informação contida por ambos. Este modelo poderá ser transformado num algoritmo de procura aplicável a tarefas práticas se a informação contida em cada elemento da grelha codificar uma possível solução para o problema e se fizermos a transferência de informação desse elemento depender também da qualidade dessa solução.

A segunda será a análise empírica das susceptibilidades humanas à persuasão de Cialdini (01). Este autor identificou um conjunto de critérios que utilizamos na avaliação inconsciente da importância e veracidade das mensagens que nos são transmitidas. Começaremos por representar cada um destes critérios de uma forma abstracta e quantificável. A partir daí poderemos calcular a utilidade expectável de cada mensagem que chegue a cada elemento de uma população. Podemos novamente converter a actividade deste sistema num algoritmo de procura, pela atribuição a cada elemento da descrição de uma solução para o problema em causa e correspondência da qualidade das soluções a um mérito absoluto da sua informação. Em contraste, os outros critérios de avaliação da qualidade da informação – tais como novidade, semelhança, estabilidade – são relativos ao ambiente informacional local e podem ser usados para gerir o processo de procura.

O estudo da estrutura das redes sociais, em particular as redes de influência - vide a subsecção 2.2.2 -, pareceu-nos uma terceira representação auspiciosa. Pelas suas propriedades já descritas aquando da apresentação da rede de Zachary (77).

Nos modelos acima existe uma capacidade fixa de transferência de informação entre os diferentes elementos da população. Todavia, faz sentido que a história passada das trocas

da informação entre elementos da população modifique a expectativa sobre a informação proveniente doutros elemento, acabando por definir com quais outros trocar informação e com quais não trocar. Ou seja, a gestão da informação disponível passa pela gestão das suas fontes.

O trabalho que será aqui descrito pretende representar de uma forma tão abstracta quanto possível a actividade dos grupos informalmente organizados de pessoas, enquanto entidades manipuladoras de informação, e aplicar essa representação na resolução de alguns problemas práticos na criação de algoritmos que resolvam essas tarefas.

A busca de simplicidade permite mais do que evitar a modelação da capacidade individual do processamento de informação. É também uma exigência das limitações da capacidade de comunicação entre indivíduos. Finalmente, permite um maior campo de aplicações, já que a selecção iterada de soluções seguindo um critério simples e geralmente correcto pode encontrar soluções razoáveis num maior conjunto de situações do que o uso dum critério mais elaborado.

Conforme veremos, a solução encontrada foi reduzir a actividade de cada indivíduo à gestão das suas fontes de informação (os indivíduos na sua vizinhança topológica).

1.6 Organização da Tese

O capítulo 2 é dedicado à apresentação de modelos da dinâmica das redes sociais. Nele será apresentado e analisado um conjunto de referências que se vieram a revelar importantes para a orientação do trabalho. Neste estudo dar-se-á particular atenção à representação abstracta das interações humanas.

No capítulo 3 será realizada uma análise crítica ao estado da arte da representação da dinâmica de grupo em sistemas sociais. Serão clarificados alguns pontos da sua representação e modelação. Faremos um reenquadramento da sua função, da qual partiremos para defender a sua aplicação prática.

No capítulo 4 serão apresentados vários algoritmos que são pertinentes na segunda parte do trabalho, sejam por servir de base ao desenvolvimento dos novos algoritmos propostos, sejam como termos de comparação. Serão pelo caminho discutidos alguns conceitos importantes para a compreensão de problemas centrais a este trabalho.

No capítulo 5 é desenvolvido um primeiro exemplo de aplicação prática. Tratar-se-á de um algoritmo de procura multi-ponto dedicado à optimização sem restrições, em que os elementos da população são organizados em estruturas dinâmicas.

O capítulo 6 contém uma segunda aplicação prática, esta voltada directamente para a produção de estruturas topológicas. Servirá também para testar os modelos dinâmicos propostos.

No capítulo 7 são apresentadas as principais conclusões a retirar deste trabalho e enumeradas as contribuições dadas. São depois enumeradas as limitações do trabalho. Por último são sugeridos desenvolvimentos futuros.

1.7 Resumo

Nas últimas duas décadas surgiram vários algoritmos de procura inspirados na actividade de sistemas de agentes biológicos. Neste trabalho faremos um desenvolvimento análogo

com base no estudo das interacções sociais humanas. Já que as superiores capacidades cognitivas do cérebro humano não dispensam o processamento colectivo de informação e representam mesmo uma nova oportunidade para o seu desenvolvimento.

Propõe-se como hipótese de trabalho que as redes sociais dinâmicas sejam regidas por processos que fazem um tratamento selectivo da informação, de tal modo que quando ancorados ao bom desempenho de tarefas práticas, ajudem à sua resolução eficiente. O objectivo do trabalho será a produção de tais algoritmos.

2 TROCA DE INFORMAÇÃO EM AGRUPAMENTOS HUMANOS ESPONTÂNEOS

2.1 Enquadramento

É feita a apresentação de um série de conceitos e modelos sobre como as pessoas processam informação dentro de um grupo. Excluiu-se à partida o estudo dos grupos formais humanos, estudados pela teoria computacional das organizações. Procuramos ao invés mecanismos seleccionados pela evolução sociobiológica humana.

Este capítulo não pretende ser uma revisão completa da literatura sobre o tema. Serão focados essencialmente conceitos e representações que contribuíram directamente para a definição e criação dos algoritmos desenvolvidos. Referenciar-se-ão de passagem modelos explorados no decurso da elaboração das aplicações práticas, mas depois abandonados.

Começaremos por considerar pelas actividades que são intermediadas ou facilitadas pela constituição de grupos. Será analisada a susceptibilidade dos seres humanos à informação e o modo como os indivíduos gerem as suas relações directas.

2.2 Actividades de processamento de informação em grupo

2.2.1 Partilha de Informação

A vantagem mais imediata para um indivíduo em pertencer a um grupo é ter acesso a recursos comuns ao grupo. O pioneiro da representação *bottom-up* dos fenómenos sociais Tarde (01) admitiu como forças fundamentais a imitação e a inovação, mas considerava que o acto social essencial era a imitação, por ser o mais frequente. Por imitação entende-se a reprodução de um comportamento observado; no presente contexto corresponde à cópia de uma informação vinda de outro elemento da população.

A sua base fisiológica só agora começa a ser conhecida. Descobriu-se no cérebro de macacos, humanos e outras espécies a existência de células nervosas que disparam potenciais de acção não só durante a execução de certas tarefas pelo próprio indivíduo, mas também quando esse indivíduo observa um outro indivíduo da mesma espécie ou duma espécie aparentada a executar essa mesma tarefa (Di Pellegrino *et al.*, 92). Rizzolatti e Craighero (04) atribuem à existência destes neurónios-espelho a capacidade humana de aprender por imitação. É também possível associar à actividade destes neurónios à capacidade de estabelecer empatia com outrem ou aperceber-se das suas intenções.

2.2.2 Tomada Ponderada de Decisão

2.2.2.1 Conceito de Influência Interpessoal

O termo influência designa a acção de um ser humano sobre outro ou outros, com vista a alterar a actividade cognitiva dos segundos. Manifesta-se através do envio de mensagens, verbais ou não. O indivíduo que exerce a acção pretende conseguir a colaboração ou conivência do indivíduo alvo na satisfação dos seus objectivos individuais. A pessoa sujeita a influência tenderá a secundarizar os seus próprios objectivos ou a confundi-los com os da pessoa que exerce influência. Existem diferentes níveis de influência:

1. Condescendência - alteração das intenções do indivíduo alvo, face à situação em curso. Não se estende para situações futuras.
2. Persuasão - alteração da atitude do indivíduo em relação a um factor, seja um estímulo, objecto, actor ou conceito. A sua carga emotiva é alterada. É modificado o comportamento do sujeito na presença desse factor.
3. Propaganda - alteração das crenças do sujeito alvo sobre um dado factor. É modificado o que julga ser verdadeiro ou falso, possível ou impossível. Tem impacto em decisões futuras.

2.2.2.2 Redes de Influência

Tomemos um grafo orientado cujos vértices representam os indivíduos e as arestas linhas de comunicação entre indivíduos (do emissor para o receptor). Vamos associar a cada indivíduo uma atitude sobre um dado assunto. Esta atitude é representada por uma sequência de dígitos correspondente às coordenadas desse indivíduo num espaço de decisão; deste modo as diversas atitudes são comensuráveis. Vamos atribuir à aresta que parte de um primeiro indivíduo para um segundo um valor que quantificará a importância que o primeiro indivíduo dá à posição tomada pelo segundo indivíduo. Por definição, um grafo em que as arestas tem valores associados chama-se rede. Cada actor irá ajustar a sua posição em função da posição dos seus vizinhos e do peso que concede às atitudes destes. Este sistema é pois uma **Rede de Influência**.

Vamos equacionar a sua dinâmica. Seja y_i^t a atitude do indivíduo i no t -ésimo intervalo de tempo, w_{ij} o peso relativo que i concede à posição de um outro indivíduo j , w_{ii} a resistência de i à mudança de atitude e a_i a susceptibilidade de i a alterações de atitude. Teremos

$$y_i^t = a_i \sum_j w_{ij} y_j^{t-1} + (1 - a_i) y_i^1, \quad \text{Eq. 2-1}$$

$$\text{com } \begin{cases} 0 \leq w_{ij} \leq 1, \\ \sum_j w_{ij} = 1 \\ a_i = 1 - w_{ii} \end{cases} \quad \text{Eq. 2-2}$$

$$\text{donde } \begin{cases} 0 \leq a_i \leq 1. \\ 1 - a_i = w_{ii} \end{cases} \quad \text{Eq. 2-3}$$

Então, para toda a população virá

$$\mathbf{y}^t = \mathbf{A} \mathbf{W} \mathbf{y}^{t-1} + (\mathbf{1} - \mathbf{A}) \mathbf{y}^1, \quad \text{Eq. 2-4}$$

em que \mathbf{y}^t é o vector de atitudes no t -ésimo intervalo de tempo, \mathbf{A} é a matriz de susceptibilidades, diagonal, cujo traço é a_1, a_2, \dots, a_n ; \mathbf{W} é a matriz de pesos e $\mathbf{1}$ é a matriz

identidade com as dimensões de \mathbf{A} . Os valores de a_i e de w_{ij} podem ser estabelecidos em função da estrutura da rede local centrada em i .

A fórmula acima, aplicada iterativamente, permite calcular a evolução temporal das posições dos indivíduos. Eventualmente, o sistema tenderá para o equilíbrio, ou seja, a partir de uma iteração n , $\mathbf{y}^t \cong \mathbf{y}^{t+1} \cong \mathbf{y}^\infty$. Daqui resulta a simplificação da equação anterior, para

$$\mathbf{y}^\infty = (\mathbf{1} - \mathbf{A}\mathbf{W})^{-1}(\mathbf{1} - \mathbf{A})\mathbf{y}^1 = \mathbf{V}\mathbf{y}^1; \quad \text{Eq. 2-5}$$

em que \mathbf{V} , enquanto função de a_i e de w_{ij} , é também uma consequência da estrutura da rede. Em particular, observa-se que as atitudes finais dos membros da população dependem sobretudo da posição inicial de alguns poucos indivíduos com baixa susceptibilidade a mudanças de atitude graças a sua posição estrutural privilegiada¹. Vide Emerson (62) para uma definição da relação de poder entre dois actores com base no seu posicionamento na rede. A estes modelos de redes de influência cuja estrutura não é modificada no seguimento das trocas de informação entre os seus elementos, vamos chamar **Redes Incondicionais de Influência**.

No entanto, situações finais de consenso são reconhecidas como um caso especial por Horowitz (62) e Abelson (64). Friedkin (03) advogou que deveria ser construído um modelo mais geral no qual, apesar de não ocorrerem alterações na topologia da rede, as susceptibilidades - \mathbf{A} -, e a influência da opinião dos vizinhos - \mathbf{W} -, devem ser uma função do tempo. Posteriormente, Friedkin *et al.* (04) apresentaram um tal modelo, que designaram como Redes Dinâmicas de Influência.

Por outro lado, Kitts (06) empregou elementos da teoria do equilíbrio estrutural e das redes de Hopfield (82) para ajustar as relações entre nós. Em resultado, consegue gerar em simultâneo conjuntos de normas diferenciadas, adoptadas por conjuntos disjuntos de nós da rede de influências. Estes grupos e as normas que adoptaram variam no tempo, sendo a variação menor quando se formam dois grupos. Nessa situação as normas de cada grupo tendem a opor-se.

2.2.3 Relevância da difusão de informação na inovação

Consideremos um grupo de pessoas. A produção de nova informação estruturada com significado é uma actividade interna aos indivíduos. Consideremos também a interacção entre organizações humanas; os documentos e acordos são concebidos pelos representantes individuais das organizações, tendo por pano de fundo documentos produzidos por grupos especializados de pessoas em cada organização. Toda a concepção de novo conhecimento é interna ao indivíduo e tudo o que acontece entre indivíduos é comunicação. Porém, a geração de uma nova informação resulta da selecção e integração das informações disponíveis. Assim, a disponibilidade das fontes de informação é determinante na definição da informação nova.

¹ Na definição da posição do actor leva-se em conta não apenas quais os seus contactos, mas também qual o seu papel em cada linha de comunicação – se como emissor, como receptor ou ambos.

2.2.4 *A associação num grupo torna os seus membros mais semelhantes*

Imaginemos um conjunto de nós de uma rede mais densamente ligados entre si do que com os nós restantes; uma comunidade, segundo a definição de Girvan e Newman (02). A figura 2 mostra dois exemplos de comunidades. A cada nó estará associado um conjunto de dados passível de troca e rearranjo. Esta organização em comunidade vai implicar que a maior parte da trocas de informação que envolvem os elementos do grupo tenham lugar entre os seus membros.

Teremos então quase uma circulação em circuito fechado da informação. A repetida aquisição dessa informação por parte de cada elemento da comunidade – a ser recombinada com a preexistente –, fará com que os seus membros tornem-se progressivamente mais semelhantes. Isto acontecerá ainda que nenhum pacote de informação em particular tenha uma probabilidade de ser adoptado maior que os demais.

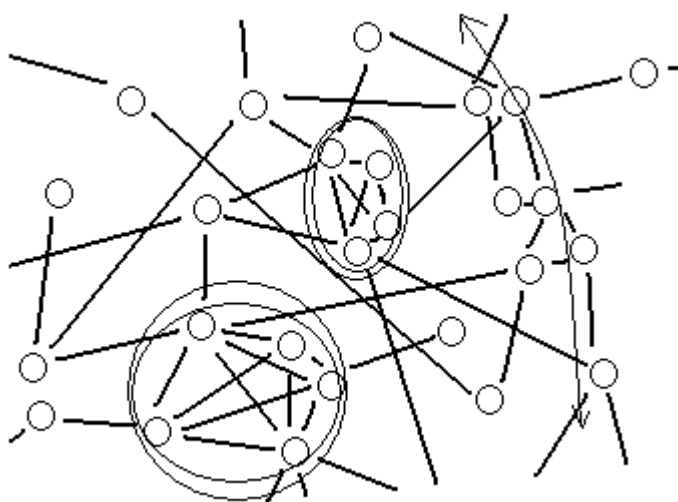


Fig. 2 Representação de parte de uma rede social. Os nós representam os indivíduos e as arestas os canais de comunicação abertos em ambos os sentidos. Assumamos que a informação é transmitida intermitentemente entre pares de nós adjacentes. A topologia é suficiente para definir direcções preferenciais para o fluxo de informação. Esta tenderá a circular internamente, como que formando vórtices dentro dos subgrafos mais densamente ligados – comunidades, por definição. A informação tenderá também a deslocar-se ao longo de estruturas paralelas, em feixe, como se fossem estradas principais. Esta dinâmica é salientada na figura pela delimitação de duas comunidades por círculos (centro), e pela identificação de uma estrutura axial (direita).

Assim, a formação de grupos conduz à progressiva concentração dos novos conteúdos dos seus elementos num espaço cada vez mais restrito. Este comportamento também sucede para a rede como um todo. É somente maior o tempo necessário para toda a rede atingir um mesmo grau de homogeneidade.

2.2.5 *A organização em grupos paraleliza o processamento de informação*

A oposição à existência de vários grupos é a existência de um único grupo. Quando a troca de informação é feita aleatoriamente entre todos os nós de uma rede, e caso a entrada de novos dados não seja suficiente para compensar a informação perdida pela cópia da informação vinda de outros actores, haverá a convergência para a exploração duma única

parte limitada do espaço representado pelos dados individuais. Em contraste, numa rede de trocas de informação com múltiplos grupos teremos a exploração simultânea e independente de outras tantas regiões do espaço.

2.2.6 *A organização em grupos aumenta a capacidade de armazenamento de informação da rede*

A existência simultânea de vários conjuntos de nós com dados internos semelhantes entre si, mas sem relação com os dados de outros grupos, significa uma maior diversidade de dados na população. Desde que certas informações sejam preferencialmente retidas em detrimento de outras por uma medida de mérito, então esta diversidade significará um acumular de conhecimento sobre o sistema. O que confere maior capacidade de adaptação a um meio dinâmico.

March (91) considera o caso particular dos dados representarem as actividades de uma organização. Nesse contexto, a criação de alternativas aos procedimentos padrão da organização – produzida por indivíduos que tem dificuldade em aderir a estes padrões –, facilitará a transformação das actividades da organização necessária à manutenção da sua competitividade. Além disso, segundo Lazer (03), esta actividade exploratória deverá a longo prazo gerar melhores procedimentos.

2.3 **Da selecção de informação à auto-organização em grupos**

2.3.1 *Auto-organização de grupos de trabalho*

Mesmo dentro de organizações formais com objectivos definidos existe espaço para a auto-organização das pessoas em grupos orientados para a execução. Hinds *et al.* (00) estudaram os critérios empregues por estudantes universitários na selecção dos seus parceiros de projecto. Os grupos envolviam tipicamente 5 ou 6 elementos. Foram registados para cada indivíduo os seus dados sócio-demográficos, desempenho escolar e a sua participação em trabalhos anteriores – qual o sucesso do projecto, a sua especialização dentro do projecto, com quem trabalhou e com que intensidade. Pediu-se então aos participantes que indicassem os parceiros de trabalho preferenciais. A análise estatística das respostas revelou a predilecção por indivíduos:

1. culturalmente semelhantes;
2. com competência demonstrada em áreas-chave do projecto;
3. com quem já tenham trabalhado no passado.

Em contraste, não se verificou a preferência por indivíduos com reputação de serem globalmente competentes, ou competentes nas áreas complementares à especialização de quem preenchia o questionário.

Note-se que a preferência por colegas de projectos anteriores é mais acentuada quando esses projectos foram bem sucedidos, mas verifica-se mesmo em caso de insucesso. É mais importante ter havido colaboração directa frequente. Tal indicia que a razão da preferência por parceiros conhecidos seja a redução da incerteza no cálculo dos custos de integração e coordenação do novo elemento no grupo.

2.3.2 Homofilia

2.3.2.1 Conceito de Homofilia

Lazarsfeld e Merton (54) introduziram o conceito de homofilia para designar a tendência para pessoas semelhantes terem maior predisposição para estabelecer relações entre si. A semelhança pode ser relativa às características sócio-demográficas – tais como idade ou sexo -, ou culturais dos indivíduos - como religião, educação ou profissão -, chamando-se então homofilia de estatuto; ou pode ser relativa à maneira de pensar dos indivíduos - homofilia de valores (McPherson *et al.*, 01). Assim, por exemplo, Aral *et al.* (09) sugerem que na adopção do uso de aplicativos móveis a cópia de comportamentos de indivíduos similares seja dominante sobre a influência directa dos amigos.

É questionável a separação entre a posição dos indivíduos na estrutura social e as opções de comunicação que os indivíduos fazem. Kossinets e Watts (09) observaram que a tendência para os indivíduos ligarem-se a outros semelhantes é limitada pela dificuldade de contacto com tais indivíduos. Ao mesmo tempo, os mesmo autores também sugerem que os agentes humanos, por serem dotados de intenções e de capacidade de previsão, procuram juntar-se a uma dada organização para poderem ter mais fácil acesso às pessoas que querem conhecer.

Relembremos que o objectivo deste trabalho não é a compreensão do comportamento humano, mas apenas o reconhecimento e apropriação dos mecanismos pelos quais a informação é processada nas redes sociais humanas. As redes sociais não são aqui representadas como sistemas multi-agente, mas como grafos, em que os nós são depósitos de informação sobre o problema e as arestas são canais de comunicação.

Neste contexto, por homofilia entendemos o facto observado da receptividade de um indivíduo (recipiente) a uma qualquer informação vinda de outro (fonte) aumentar com a similaridade entre as informações contidas nos dois. Ora, a probabilidade de uma informação vinda da possível fonte ser tanto mais relevante para o recipiente aumenta tanto quanto mais semelhantes forem as informações associadas a ambas. Todavia, no limite, quando a informação da fonte for igual à do recipiente, a utilidade da informação propriamente da fonte será nula. Portanto, a utilidade da relevância de uma informação não é uma função monotónica da sua semelhança mútua.

Todavia existe uma outra forma pela qual a informação está presente do sistema. Trata-se da informação contida da organização do grupo – em particular, o facto do recipiente estar susceptível a aceitar uma informação proveniente daquela fonte particular. Susceptibilidade essa que derivará das interacções anteriores do recipiente e da fonte. Assim, também dentro do nosso âmbito limitado reconhecemos dificuldade em dissociar a estrutura de comunicação daquilo que é comunicado.

2.3.2.2 Aplicações do conceito de homofilia

Foram criados vários modelos de formação de grupos com base no conceito de homofilia. Dois modelos merecem destaque: o modelo sócio-cognitivo de Carley (90, 91) e o modelo de disseminação cultural de Axelrod(97, 97a).

O modelo sócio-cognitivo de Carley tenta explicar a estabilidade dos grupos de pessoas. Para Carley, os indivíduos possuem corpos de conhecimento correspondentes à cada uma das dimensões que definem o seu posicionamento social – sobre como executar as suas tarefas, por exemplo -, e são estes conhecimentos, não o seu posicionamento, que decidem o seu comportamento, designadamente a escolha de com quem comunicar.

Segundo Carley (91):

1. A aquisição e transferência de informação são actividades permanentes dos seres humanos.
2. A informação que um indivíduo possui influi na sua escolha de parceiros de comunicação.
3. O comportamento de um indivíduo depende do seu conhecimento presente.
4. Os grupos formam-se e persistem devido às diferenças do conhecimento dos seus membros.
5. Os grupos são entidades dinâmicas na medida em que há a aquisição e transferência de informação nova.
6. Grupos estáveis são aqueles em que toda a informação é do conhecimento comum.

Ou seja, a actividade básica dos grupos humanos auto-organizados é a procura de informação e a sua estrutura de comunicação é um subproduto. Neste ponto, vêm a propósito referir, por analogia, a teoria *constructal*² da ciência dos materiais (Bejan e Lorente, 10; Bejan, 10). Esta teoria enuncia que os sistemas dinâmicos abertos tendem a modificar-se estruturalmente de modo a facilitar os fluxos que os atravessam.

O modelo de disseminação cultural de Axelrod (97, 97a) foi criado para estudar a emergência de culturas diferentes. Nesta representação uma população de indivíduos é representada como uma grelha rectangular bidimensional. Cada indivíduo possui um vector de dígitos correspondente a uma sequência de traços culturais e tem a capacidade de comunicar com a sua vizinhança de Neumann. É um autómato celular bidimensional. A comunicação entre é feita entre dois indivíduos vizinhos, mas não é certa; ocorre com probabilidade igual à fracção de traços comuns.

Daqui resulta a possibilidade da população vir a organizar-se em grupos fechados, que não comunicam entre si por não terem traços em comum e logo são estáveis. Com efeito, as simulações executadas a partir dum estado inicial aleatório revelaram a formação de tais grupos com poucos elementos e isolados dentro de grupos maiores, desde que as extensões do mosaico e do vector de traços sejam suficientemente grandes.

O modelo de disseminação cultural foi importante porque conseguiu induzir a formação de grupos estáveis de indivíduos com traços semelhantes a partir de regras locais. Todavia, estas zonas culturais fechadas tem uma presença residual e não seriam estáveis caso fosse permitida uma perturbação aleatória dos traços culturais. Esta fragilidade será uma consequência da linearidade da função permissão de troca de informação.

Bonacich (03) repetiu as simulações usando desta vez autómatos celulares com quatro dimensões. Observou igualmente a formação de grupos, se bem que mais reduzidos em número e tamanho. Posteriormente, Flache *et al.* (06) introduziram várias modificações no modelo de Axelrod:

1. Alteração aleatória dos traços culturais.
2. Traços de carácter que são variáveis contínuas³.

² Este é o termo original, em inglês.

³ Donde a total dissemelhança torna-se uma situação limite.

3. Limiar de confiança – valor de similaridade abaixo do qual não há comunicação.
4. Probabilidade de comunicação independente da semelhança entre indivíduos.

Flache *et al.* (06) verificaram que a introdução de um limiar de confiança favorece a manutenção da sua diversidade, enquanto as restantes modificações, em particular a última, favorecem a homogeneização da população.

No decurso deste trabalho foram reproduzidas as experiências de Axelrod, tendo-se obtido os mesmos resultados triviais. A organização em grupos produzida pelo autómato celular bidimensional construída por Axelrod é apenas um transiente, com o número de grupos a decair progressivamente ao longo do tempo. Tal é uma consequência do desenho do sistema, que à importação de informação opõe-se uma restrição probabilística. Por outras palavras, esta barreira é estática e porosa. Não existem mecanismos de compartimentalização activa.

Concluimos que o ponto mais fraco dos modelos de diferenciação cultural de Axelrod (97, 97a) e seus derivados, bem como o de Carley (90, 91), é a rigidez do critério de demarcação dos grupos. A razão profunda desta falha será a atribuição de conteúdo (informação) cultural exclusivamente aos indivíduos e nenhum às ligações, isto é, à estrutura.

Mark (98) faz uma identificação topológica dos grupos como cliques no sentido restrito do termo - subconjuntos completamente conexo dos vértices de um grafo ou rede. Uma demarcação topológica parece ser menos artificial. Todavia, a definição dos grupos como cliques é extrema. A definição de comunidade de Girvan e Newman (02) faz uma auto-referência; corresponde a um processo dinâmico de aprendizagem não super-visionada, auto-organizado e recursivo.

2.3.2.3 *Conceitos associados à Homofilia*

A explicação de certos comportamentos de grupos com base no princípio da homofilia pode ser incorrecta. Existem outros mecanismos de difícil distinção, como a heterofobia e a frequência de contacto.

1. Heterofobia: À maior semelhança entre dois elementos quando comparados com um terceiro, corresponde a uma exclusão relativa deste em relação aos dois primeiros, exclusão essa que poderá aumentar. Todavia, podemos entender a dinâmica do sistema segundo um ponto de vista complementar: abaixo de certo valor de semelhança, o primeiro indivíduo pode alterar a sua informação interna no sentido de aprofundar as diferenças para com o segundo - heterofobia. Este conceito foi considerado por Kitts (06) na polarização de redes de influência. Igualmente Flache *et al.* (06) consideraram importante a sua introdução em modelos de diferenciação cultural.
2. Frequência de contacto (familiaridade): Se a troca de informação aumenta a semelhança da informação interna dos participantes, então o subconjunto dos parceiros frequentes e o subconjunto dos indivíduos semelhantes tendem para a equivalência.

2.3.3 *Princípios gerais da influência interpessoal segundo Cialdini*

Cialdini (01) desenvolveu um estudo experimental e de observação participativa sobre a prática profissional da influência. No seu seguimento, propôs que a maior parte das acções tomadas com vista a controlar as decisões de outrem têm por base o uso, consciente ou não, de seis princípios psicológicos fundamentais na orientação do comportamento humano. Os princípios são:

1. **Reciprocidade;**
2. **Compromisso e Consistência;**
3. **Prova Social;**
4. **Agrado⁴;**
5. **Autoridade;**
6. **Escassez.**

Reciprocidade: Os seres humanos de quase todas as culturas sentem uma obrigação estimulada socialmente de retribuir uma oferta com outra. Esta necessidade é despoletada mesmo que a oferta inicial não tenha sido solicitada. É de tal modo forte que nem leva em conta as ordens de grandeza do valor dos objectos a trocar.

Esta regra é uma adaptação à vida em sociedade. Ao introduzir um ónus à quebra de relações, cria a predisposição para a sua manutenção por defeito.

O aproveitamento desta regra corresponde à dádiva inicial de algo sem valor, tendo em vista uma retribuição de valor desproporcionado.

Compromisso e Consistência: Os seres humanos desenvolvem uma necessidade de perante os outros manter uma constância de crenças e atitudes. Resulta tanto da reprovação social severa de um comportamento imprevisível, como da apreciação positiva de um carácter estável e facilmente reconhecível.

Este princípio é paralelo ao anterior. Introduce um custo à mudança de intenções o que leva à sua manutenção por defeito.

A exploração desta regra faz-se convencendo o sujeito-alvo a expressar publicamente ou por escrito uma decisão ou atitude. Uma vez exteriorizada, indivíduo sente-se comprometido com essa posição. Poderá mantê-la mesmo que lhe seja desfavorável.

Prova Social (ou Procura de Consenso, ou Popularidade): Os seres humanos tem tendência em imitar comportamentos observado nos outros. Esta predisposição será tanto maior quanto mais próximo da unanimidade estiver a adopção de um dado comportamento. Este efeito é mais nítido em cenários de tomada de decisão com incerteza.

Esta predisposição é passível de exploração pela apresentação conjunta de um grande número de aderentes à atitude que se pretende promover. Todavia, a apresentação de estatísticas sobre a adesão pode também produzir efeito. A situação mais simples de activação deste princípio, tal como é feita pelos profissionais da persuasão, é o testemunho individual.

⁴ No inglês original: *liking*.

Agrado: Uma mensagem tem maior probabilidade de ser aceite caso o emissor ou o contexto da mensagem forem atraentes para o receptor. Caem dentro deste princípio várias susceptibilidades a estímulos exploradas pelos profissionais da influência.

1. Efeito de aura: as pessoas fisicamente atraentes criam uma impressão maior de bondade e inteligência do que outras pessoas com menor beleza, mas em tudo o resto semelhantes. Vide a discussão das bases fisiológicas da susceptibilidade à autoridade para uma possível explicação.
2. Similaridade (Homofilia): tendemos a dar mais atenção aos indivíduos com características, posição social ou experiência mais próximas da nossa.
3. Lisonja: ao manifestar apreço pelo receptor o emissor estimula uma atitude mais favorável do receptor para com a sua mensagem.⁵
4. Familiaridade: os seres humanos confiam mais em mensagens vindas de emissores com quem já tenham interagido no passado. Vide Hinds *et al.* (00).
5. Condicionamento e associação: a transmissão da mensagem em simultâneo com a exposição do receptor a objectos ou acções com carga emotiva positiva torna a mensagem mais atraente.

Autoridade: Os seres humanos são condicionados a dar particular atenção às mensagens vindas de indivíduos – chamados de autoridades -, em localizações privilegiadas na rede social. Emerson (62) define estas posições pelas suas características estruturais. Nas sociedades humanas, a autoridade de um indivíduo é usualmente reconhecida pelo ocupar de uma posição na hierarquia de uma organização, ou a recepção de um prémio ou título.

A atribuição de autoridade requer a capacidade de identificação específica de indivíduos. Na espécie humana esse reconhecimento é visual. A identificação de caras envolve uma área especializada do córtex do lobo temporal: o giro fusiforme (Kanwisher *et al.*, 97). A deferência à autoridade não será apenas um condicionamento social. Possuirá também uma base neuro-fisiológica. Deaner *et al.* (05) fizeram um estudo em macacos onde observaram que, para além de imagens de macacas jovens e saudáveis, também o visionamento de faces de macacos com elevada posição social despertava sensações de prazer nos primatas testados.

Os profissionais da influência exploram estes condicionamentos quando fazem notar os seus certificados de autoridade, verdadeiros e relevantes, ou não, para vender a sua mensagem.

Escassez: Em igualdade de circunstâncias, os seres humanos dão tanto mais valor a uma informação ou objecto quanto menos acessível for. No limite, as peças únicas não tem preço. A valorização da escassez é feita por antecipação: um aviso da redução na acessibilidade de um item leva a um aumento desproporcionado da sua procura. Particularmente quando só recentemente se teve acesso a esse item.

⁵ O emissor - aquele que procura influenciar -, ao manifestar atracção pelo sujeito alvo induz neste uma avaliação positiva do emissor. Isto porque, segundo defendeu Heider na apresentação da sua teoria do equilíbrio (vide adiante), as apreciações afectivas tendem para a simetria.

2.3.3.1 *Mecanismos de influência e avaliação da utilidade da informação*

Os princípios da influência enunciados por Cialdini (01) correspondem em larga medida a critérios de selecção de informação. De facto, podemos associar estes princípios a características importantes numa informação:

1. Novidade;
2. Relevância;
3. Fiabilidade.

A valorização da novidade de uma mensagem é representada pelo princípio de escassez. Em particular, o conceito de escassez tem a ver directamente com a probabilidade de uma informação já ter sido utilizada. Portanto o efeito deste princípio é fomentar a diversidade da informação na população.

Em resultado da homofilia, a semelhança entre mensagens está positivamente correlacionada com a semelhança entre emissor e receptor. Por outro lado, a relevância da informação do emissor para o receptor está relacionada com a semelhança entre as informações que ambos contém. Logo, a homofilia é um mecanismo de reconhecimento da relevância na escolha de informação. Com sacrifício na variedade de informação. A familiaridade de um emissor é também uma medida de relevância, desde que a utilidade da informação recebida favoreça a manutenção do contacto.

A preferência por emissores já conhecidos (familiares), que mantenham o mesmo discurso (consistência), que tenham já sido escolhidos por outros (popularidade), ou reconhecidos como autoridades, visa garantir a fiabilidade da informação.

A representação da popularidade é simples de quantificar: quanto maior número de indivíduos possuir uma dada informação, maior será a probabilidade dessa informação ser passada um outro. Já a atribuição de autoridade corresponde à marcação de certos indivíduos, por parte de terceiros, como possuindo informação particularmente valiosa.

Temos ainda incluídas no princípio de agrado a atracção por factores exteriores à mensagem que nada têm a ver com o conteúdo desta, como o efeito de aura, lisonja, condicionamentos. Serão falhas do sistema cognitivo; vide Kahneman (11).

Por último, a tendência para reciprocitar independentemente do custo será uma das manifestações da predisposição humana para a cooperação e vida em sociedade.

2.3.4 *A formação de estruturas sociais é uma selecção de informação intermediada pela escolha de interlocutores*

Consideremos agora a definição de estrutura social. Mark (98) explicita uma definição anterior de Carley (91) como sendo a definição das “probabilidades de interacção entre cada par de indivíduos do sistema”. Giddens (79), citado em Cohen *et al.* (01), define-a como sendo “padrões de interacção, implicando relações entre actores individuais ou grupos e a continuidade da interacção no tempo”.

A partir destas definições, é visível que os critérios de selecção de fontes de informação atrás incluídos no rol das susceptibilidades à informação conduzem directamente à formação de estruturas sociais. Em particular, a preferência pela manutenção de parceiros conhecidos confere estabilidade. Já as preferências por fontes específicas de informação segundo critérios de popularidade, autoridade, ou novidade, definem a dinâmica das estruturas e contribuem directamente para a sua utilidade.

2.4 Teoria do equilíbrio estrutural das redes sociais

2.4.1 Representação das redes sociais na forma de grafos

Voltamo-nos agora para uma outra abordagem ao comportamento dos grupos humanos. Na sociologia, o estudo do equilíbrio estrutural visa entender a reorganização das redes sociais em grupos e subgrupos, em função das atitudes, crenças e sentimentos dos seus elementos participantes.

Na representação das redes sociais, os indivíduos correspondem aos nós e a possibilidade de contacto directo entre dois indivíduos às arestas. As relações directas são também chamadas de simples, em contraste com as relações intermediadas por terceiros indivíduos, que são designadas por compostas; relações simples correspondem a arestas, relações compostas correspondem a caminhos. As relações simples entre indivíduos podem ser simétricas – donde o grafo será não orientado –, ou assimétricas; por defeito, serão assumidas como simétricas.

Às relações simples podem ser atribuídos sinais. Uma relação positiva significa a atitude favorável de um indivíduo face a outro, designadamente o tomar como boas as informações vindas do segundo; uma relação negativa significa uma atitude desfavorável ao segundo indivíduo. Constata-se que a relação entre duas pessoas, quando é bidireccional e não existem erros de percepção, tende para a simetria. Nessas condições, pode reduzir-se a descrição da rede a uma matriz de adjacência simétrica, isto é, uma rede ou grafo não orientados.

Dado os valores associados às arestas poderem ser negativos ou positivos, estas redes são designadas por **Redes com Sinais Algébricos** (*signed networks*). A representação de um sistema dinâmico na forma de redes com sinais é invulgar. Repare-se que na revisão recente da literatura sobre a identificação de grupos em grafos feita em Fortunato (2010) é notada a incipiência do desenvolvimento desta área. As redes com sinais aparecem sobretudo no estudo das redes sociais, tendo o conceito uma das suas primeiras aplicações em Cartwright e Harary (56). Mais recentemente, ganhou dimensão como fonte de criação de redes com sinais a produção de matrizes de coeficientes de correlação de actividade entre os elementos de um sistema. Bansal *et al.* (02, 04) designaram a tarefa genérica da partição de redes com sinais como o problema de *clustering* de correlações (*correlation clustering problem*).

Na estudo do equilíbrio estrutural das redes sociais, os sinais das relações entre nós são o essencial do que precisamos de saber sobre o estado interno dos indivíduos.

2.4.2 Teoria do equilíbrio de Heider

Consideremos um sistema formado por uma primeira pessoa – P –, que toma o papel de observador activo, um outro sujeito – O –, e um terceiro elemento – X –, que pode ser qualquer entidade – situações, ideias, objectos, uma pessoa ou grupo de pessoas –, sobre a qual P e O manifestaram atitudes, favoráveis ou desfavoráveis, representadas igualmente por arestas com sinal. P e O são as iniciais de *person* (pessoa, em inglês) e *other* (outra pessoa).

Heider (46, 58) classifica algumas destas configurações como sendo estáveis ou equilibradas, e as restantes como instáveis ou desequilibradas. Configurações estáveis são aquelas onde se verifica transitividade, isto é, onde a relação composta P-O-X tem um sinal – correspondente ao produto dos sinais das relações P-O e O-X –, que é idêntico ao da relação simples P-X. A figura 3 apresenta a classificação das 8 configurações possíveis.

Caso a presente configuração seja instável, então P irá alterar a sua atitude para com, ou O ou X, de modo que a configuração resultante seja estável.

No contexto original, da psicologia social, as configurações instáveis foram associadas a uma situação de **dissonância cognitiva**: a apreciação do objecto X por parte de P, quando é feita indirectamente, isto é, por intermédio do segundo sujeito O, é diferente da avaliação directa por P.

No presente contexto, esta dinâmica pode ser entendida como um mecanismo de verificação cruzada, por parte de P, da fiabilidade de uma qualquer sua fonte de informação O.

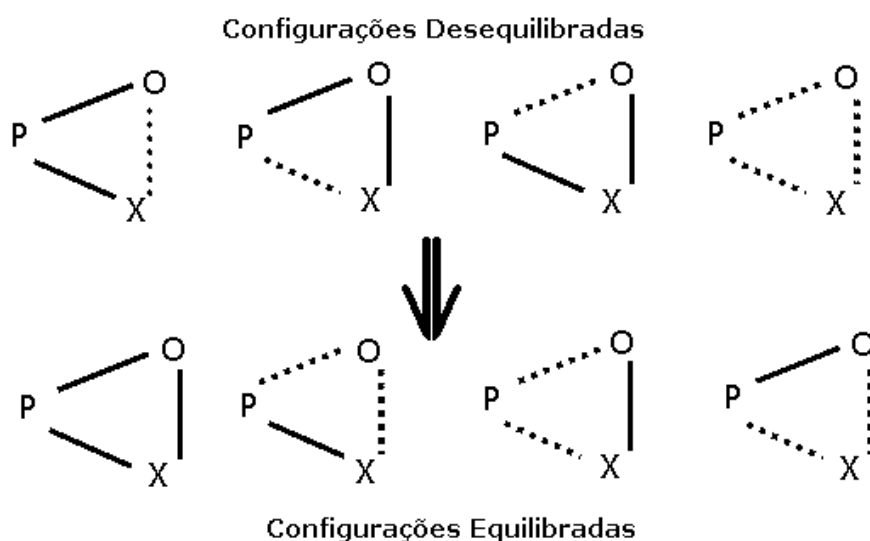


Fig. 3 Classificação das relações triangulares quanto à sua estabilidade segundo a teoria de Heider (46, 58). As linhas a cheio representam relações positivas e as linhas a tracejado relações negativas. A seta indica a transição de uma qualquer das configurações instáveis acima para uma (não especificada) das configurações estáveis abaixo. A ordenação horizontal das configurações é casual.

Rapoport (63) codificou a teoria do equilíbrio de Heider (46, 58) na forma de aforismos. Às configurações estáveis da figura anterior (linha de baixo), ordenadas da esquerda para a direita, corresponde a seguinte sequência:

1. O amigo do meu amigo é meu amigo.
2. O inimigo do meu inimigo é meu amigo.
3. O amigo do meu inimigo, meu inimigo é.
4. O inimigo do meu amigo é meu inimigo.

A teoria do equilíbrio de Heider (46, 58) permite a definição da energia da rede com sinais algébricos como sendo uma função das relações entre os indivíduos da população. Possua cada ligação simples T_{ij} entre dois nós i e j pertencentes a um mesmo triângulo três estados possíveis: +1 (ligação positiva); -1 (ligação negativa); 0 (ausência de ligação). Então, assumindo que a energia associada aos circuitos fechados de ligações com tamanho superior a 3 pode ser desprezada, a energia E do sistema será igual ao somatório das energias de todos os triângulos constituído por três nós designados pelos índices P, O e X:

$$E = -\frac{1}{6} \sum_P \sum_O \sum_X T_{PO} T_{OX} T_{XP}, \quad \text{Eq. 2-6}$$

em que o factor 6 é utilizado para eliminar a multiplicidade de referências a um mesmo conjunto de três nós.

O não considerar da energia referente aos ciclos de maior dimensão é coerente com a actividade das redes sociais, já que:

1. Existe uma limitação à mobilidade dos indivíduos; frequentam normalmente um conjunto restrito de locais comuns aos frequentados pelas suas relações. É aí que podem observar a interacção entre dois dos seus conhecidos.
2. É difícil justificar a necessidade de coerência numa relação que envolva mais de três indivíduos. As exigências de coordenação da actividade cognitiva aumentam com o factorial do número de indivíduos envolvidos. É assim impossível manter o mesmo nível de sincronização para um número relativamente grande de indivíduos. As interacções tornam-se mais superficiais.
3. Ainda que fosse possível manter o mesmo nível de interacção, a atribuição de incoerência torna-se mais difícil. Apenas podemos atribuir estabilidade ou instabilidade a configurações dos ciclos com 4 ou mais arestas quando existe apenas uma aresta negativa ou, no máximo, quando existem duas e são consecutivas.

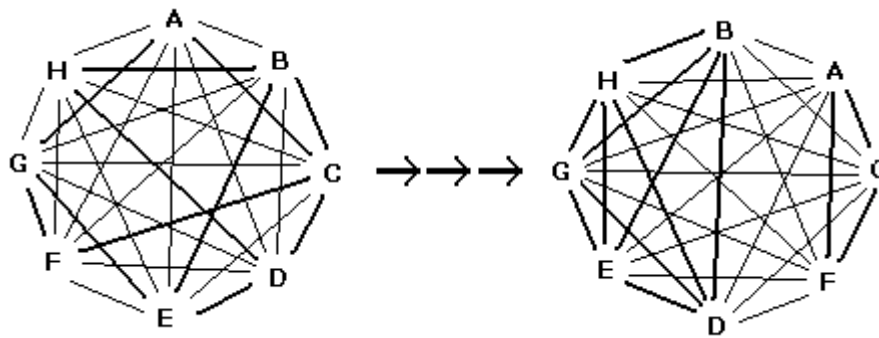


Fig. 4 Polarização de uma rede em dois grupos tal como é proposta pelo teorema da estrutura. As linhas mais grossas representam as relações positivas e mais finas as negativas. A apresentação da sequência de setas representa a transformação repetida da rede, que conduz ao estágio final, à direita.

2.4.3 Desenvolvimentos da teoria de Heider: primeiro teorema da estrutura

Cartwright e Harary (56) analisaram o resultado da aplicação repetida da teoria do equilíbrio de Heider (46, 58) a uma rede de relações afectivas. O seu *Primeiro Teorema da Estrutura* enuncia que:

"os nós de qualquer rede completa de relações que esteja totalmente em equilíbrio podem ser associados em dois subconjuntos – polarização –, tais que as relações entre elementos

do mesmo subconjunto são todas positivas e as relações entre elementos de subconjuntos diferentes todas negativas" (Cartwright e Harary, 56).

2.4.4 Desenvolvimentos da teoria de Heider: generalização do teorema da estrutura

Davis(67) reviu a classificação de Heider (46, 58) das configurações quanto à sua estabilidade, tal como ilustra a figura 5.

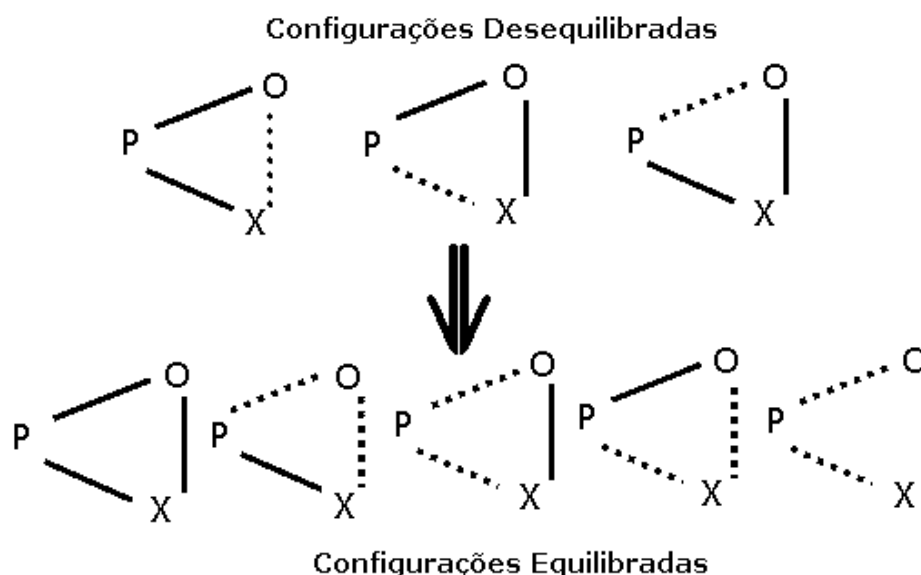


Fig. 5 Classificação revista das relações a três quanto à sua estabilidade segundo Davis (67). As linhas a cheio representam relações positivas e as linhas a tracejado relações negativas. A seta indica a transição de uma qualquer das configurações instáveis acima para uma (não especificada) das configurações estáveis abaixo. Atente-se que a configuração (-1,-1,-1), agora estável, não pode ser alcançada directamente – isto é, com a alteração de uma só aresta -, a partir de qualquer uma das configurações instáveis.

Davis demonstrou que a requalificação da configuração com três ligações negativas como estável, ilustrada pela figura 5, é suficiente para que a repetida transformação da rede, sempre no sentido de maior estabilidade, conduza a um estado final com um número qualquer de subconjuntos, apenas limitado pelo número total de nós - N -, tal que as ligações entre nós de um mesmo grupo sejam todas positivas e as ligações entre nós de grupos diferentes todas positivas (Davis, 67). Este é o chamado *Segundo Teorema da Estrutura*.

Davis entendeu a imposição original de instabilidade à configuração (-1,-1,-1) como a exigência do alinhamento dos agrupamentos (*clusters*) de indivíduos em coligações.

Este autor define os estados finais de equilíbrio generalizado como sendo aqueles em que não existam relações compostas triangulares instáveis. Davis (67) identifica ainda os estados finais com uma situação de contacto limitado entre nós tal que os *clusters* correspondem a cliques. A figura 6 é exemplo de uma rede social a evoluir nesse sentido.

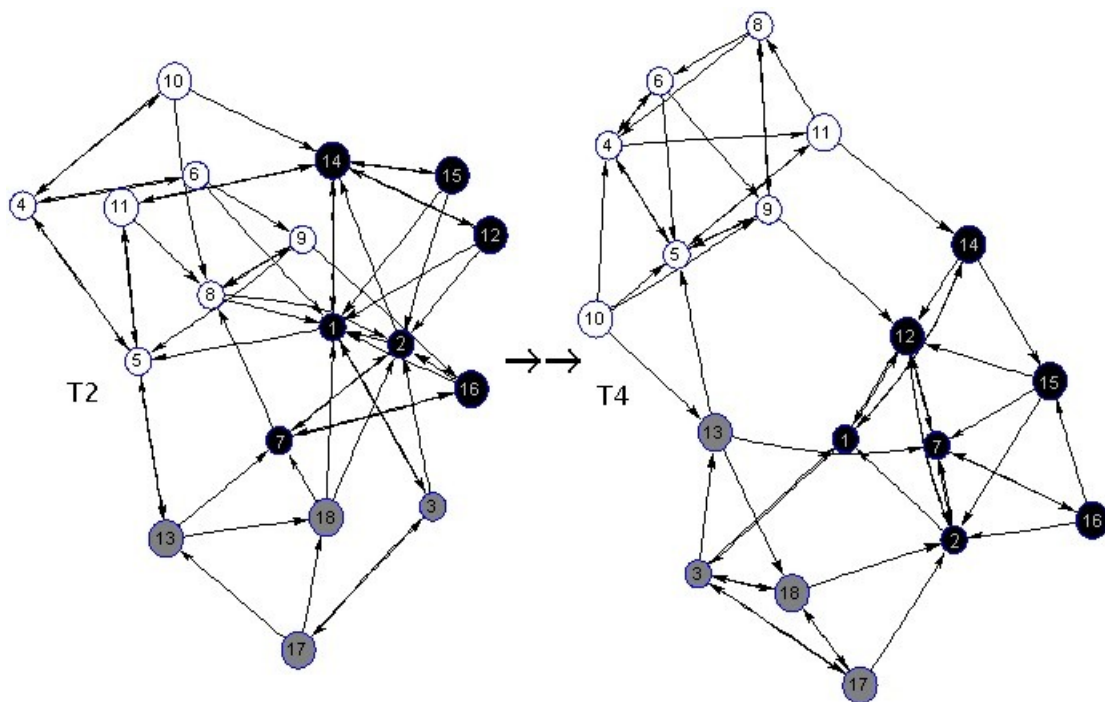


Fig. 6 Diferenciação da rede de amizades de Sampson (68) em três grupos. À esquerda temos as relações no instante T2 e à direita a mesma rede no instante T4. Apenas estão representadas as relações positivas. Estas redes constam do Anexo IV com os índices 104 e 106.

Dado não exigir a total conectividade da rede, este segundo teorema é mais geral que o de Cartwright e Harary (56). Tal é conseguido pela equivalência, não explicitada - como fez notar Bramsen (02) -, de uma ausência de contacto a uma relação negativa.

Ficou todavia ainda por dizer sobre esta revisão da dinâmica que a instabilidade de uma relação composta pode resolver-se, não só pela mudança de sinal, como pela eliminação de relações simples nela envolvidas.

2.4.5 Aplicação da teoria na análise da dinâmica de grupos humanos

Foram propostos vários métodos genéricos para quantificar o estado relativo de equilíbrio generalizado das redes. Por exemplo, Harary *et al.* (65) propuseram as seguintes medidas:

1. a fracção dos circuitos fechados da rede que estão em equilíbrio;
2. o cardinal do conjunto de arestas cuja remoção total, ou inversão total, equilibrará a rede;
3. a soma do número de falhas na partição de uma rede com sinais – sejam ligações negativas entre nós do mesmo grupo, ou ligações positivas entre nós de diferentes grupos. É designada como índice de linha do desequilíbrio (LIB).

A primeira medida é fácil de formalizar mas dispendiosa de calcular em redes de grande tamanho ou densidade. Isto porque os circuitos podem envolver teoricamente todos os nós da rede. Em particular, e considerando o caso genérico em que não existe limite para o

número de grupos da rede, uma sequência fechada de arestas unindo nós de uma rede será avaliada um ciclo equilibrado caso inclua apenas uma aresta negativa ou, no máximo, duas arestas negativas, desde que consecutivas.

A segunda medida é de mais difícil determinação e não é completamente clara. Isto porque a inversão de sinal de uma relação pode ter efeitos contrários na estabilidade de diferentes ciclos. Donde se percebe que nem todas as arestas tem a mesma importância para a estabilidade da rede.

A terceira medida (LIB) é um desenvolvimento do conceito de modularidade. Numa rede comum – onde todas as arestas existentes tem sinal positivo – atribui-se mérito a uma partição quando todas as ligações são internas aos grupos. Numa rede em que existam também arestas negativas, espera-se que, num estado de consolidação perfeita dos grupos, estas relações estejam limitadas às arestas que ligam nós de grupos diferentes. Uma partição será avaliada pelo seu afastamento deste estado ideal.

Esta última medida foi desenvolvida por Doreian e Mrvar (96), com a introdução de pesos diferenciados para os dois tipos de falhas. À sua avaliação de uma partição C sobre uma rede A estes autores chamaram **função critério P** para a escolha da melhor partição. Sejam i e j dois nós quaisquer da rede A , e seja C_i e C_j os elementos do vector partição que identificam a que grupos pertencem os mesmos dois nós. A função critério P toma a seguinte forma

$$P(A, C) = \alpha \sum_{\substack{A_{ij} < 0 \\ C_i = C_j}} |A_{ij}| + (1 - \alpha) \sum_{\substack{A_{ij} > 0 \\ C_i \neq C_j}} A_{ij} . \quad Eq. 2-7$$

onde o somatório do primeiro termo refere-se aos pesos das ligações negativas internas aos agrupamentos e no segundo termo surge o somatório dos pesos das ligações positivas entre nós de agrupamentos diferentes. Atente-se que as ligações são assumidas nos seus componentes unidireccionais, pelo que uma eventual ligação simétrica entre dois quaisquer nós é contabilizada duas vezes. O peso relativo dos dois tipos de falhas é definido pelo parâmetro α , com $0 < \alpha < 1$. Referir-nos-emos frequentemente a P como uma medida da inconsistência entre os sinais algébricos atribuídos a cada aresta e a relação de pertença a um mesmo grupo, ou não, dos nós nas suas extremidades.

Estes autores aplicaram esta medida na avaliação da evolução temporal das relações num grupo de 18 monges, tal como foi registada por Sampson (68). Por quatro ocasiões obtiveram, por questionário confidencial, a relação ordenada dos indivíduos com que mantinham as três relações mais intensas, de simpatia (+3,+2,+1), e de antipatia (-3,-2,-1).

Verificaram a redução do desequilíbrio estrutural, conforme previsto pela dinâmica revista de Davis (67). A redução deveu-se à formação de vários grupos, com uma constituição muito próxima da observada no terreno. Todavia, as transformações das arestas da rede ao longo da simulação foram diferentes das observadas no campo. Na configuração final, a maior parte da desorganização P calculada devia-se à persistência de relações positivas entre elementos de *clusters* diferentes.

Pouco depois, Doreian *et al.* (96a) apresentaram uma análise da evolução temporal das relações de afinidade interpessoal num grupo de estudantes - descrita por Nordlie (58) e Newcomb (61). Nesta experiência colocaram um grupo de 17 estudantes, inicialmente não

relacionados, a viver numa mesma casa. Uma vez por semana, durante 15 semanas, cada indivíduo ordenava os seus companheiros por ordem de proximidade, de 1 a 16. Avaliaram a dinâmica do sistema a três níveis:

1. Reciprocidade das relações entre pares de indivíduos;
2. Transitividade das relações: estabilização local da rede, entre três indivíduos;
3. Equilíbrio estrutural – estabilização em larga escala da rede, ao nível dos *clusters* de indivíduos.

Doreian *et al.* (96a) observaram, desde a primeira semana, o elevado grau de reciprocidade nas relações simples desse sistema. Em particular, observaram que a atribuição dos mais altos graus de afinidade era sempre reciprocada. Note-se contudo que não foi determinada uma correlação oposta para os graus mais baixos de afinidade.

As alterações na rede tem um efeito ambivalente, podendo simultaneamente estabilizar uns triângulos e desestabilizar outros. A transitividade cresce regularmente durante 8 semanas e estabiliza a partir daí.

O equilíbrio estrutural generalizado foi avaliado pela função critério de Doreian e Mrvar. Para o seu cálculo, as ligações entre indivíduos mais próximos contaram como positivas, as entre mais afastados como negativas e as restantes foram desprezadas. Concluíram que o equilibrar da rede ocorreria de acordo com o modelo de Davis e que era mais lento do que o ganho em transitividade, de tal forma que ainda não tinha sido atingido no final do período de observação.

Os resultados da aplicação do algoritmo de partição de redes com sinais de Doreian e Mrvar (96), deram origem à proposta de um *Terceiro Teorema da Estrutura*:

pode-se associar a qualquer rede com sinais um valor mínimo e único da função critério – P_{min} – a que corresponderá uma partição, ou várias, dos nós da rede em k grupos, ou em valores vizinhos de k , isto é, limitados a valores entre $k-1$ e $k+1$. (Doreian *et al.*, 05; Doreian, 08; Doreian e Mrvar, 09).

2.4.6 Revisão do alcance da dinâmica de Heider e de Davis

Doreian e Krackhardt (01) enunciaram e puseram à prova o que designaram como *Hipótese Fundamental do Equilíbrio Estrutural*:

Numa rede social, o número de triângulos equilibrados tenderá a aumentar ao longo do tempo enquanto o número de triângulos desequilibrados tenderá a diminuir.

Estes autores compararam as frequências observadas de cada uma das oito configurações possíveis com as respectivas frequências expectáveis para uma rede aleatória com os mesmos parâmetros. Os resultados foram inesperados. A tabela 1 resume as observações feitas e as diferenças entre o comportamento previsto e o comportamento registado.

Doreian e Krackhardt consideraram interpretações alternativas para esta discrepância. A primeira proposta parte da observação que as configurações estáveis são aquelas em que P-X e O-X tem o mesmo sinal e que são instáveis as configurações em que P-X e O-X tem sinais diferentes. Este processo promoverá à sintonia entre P e O sobre a atitude em

relação a X; é um processo de procura de consenso. Todavia, esta primeira hipótese não pode ser verificada dada a perda de dados originais sobre a experiência.

Tabela 1 Estabilidade das diferentes configurações (Doreian *et al.*, 96a). Ao contrário do previsto por Davis (67), as configurações (-,-,+) e (-,+,-), tidas como estáveis, tornam-se mais raras com o tempo, enquanto a configuração (-,+,+), tida como instável, torna-se mais comum. A configuração (-,-,-) tem o comportamento previsto.

Ligação P-O	Ligação O-X	Ligação P-X	Estabilidade segundo Heider Davis	Previsão da Variação temporal da frequência	Variação temporal da frequência observada
+	+	+	Estável	Crescimento	Crescimento
-	-	+	Estável	Crescimento	Decréscimo
-	+	-	Estável	Crescimento	Decréscimo
+	-	-	Estável	Crescimento	Crescimento
+	-	+	Instável	Decréscimo	Decréscimo
+	+	-	Instável	Decréscimo	Decréscimo
-	+	+	Instável	Decréscimo	Crescimento

Uma segunda hipótese será que a transformação da rede não tem a ver com factores estruturais – a busca da transitividade -, mas sim com, ou factores intrínsecos aos indivíduos que provocam a atracção ou afastamento generalizados, ou com manifestação de um outro processo. Quanto à segunda hipótese, Doreian e Krackhardt (01) fazem notar a assimetria na organização da rede no estado final da experiência, com alguns poucos *clusters* de um ou dois indivíduos recebendo a maioria das ligações negativas. Esta situação extrema pode ser responsável pelas discrepâncias na frequência das várias configurações.

Porém existe outro padrão no comportamento observado: sempre que a ligação P-O é negativa a teoria do equilíbrio de Heider (46, 58) é contradita e a correcção proposta por Davis (67) para a configuração (-,-,-) é confirmada. Assim, Doreian e Krackhardt (01) sugeriram que a teoria de Heider fosse aplicável apenas quando a ligação P-O é positiva. Aliás, Doreian (02) menciona Newcomb (68, 79) ter defendido que os dados experimentais não apoiam a teoria de Heider (46, 58) quando P-O é negativa. Posteriormente, em Hummon e Doreian (03), foi também lembrado o trabalho experimental de Truzzi (73), com a mesma conclusão.

Note-se que a análise que Doreian e Krackhardt (01) fizeram da evolução na frequência das relações a três é incompleta: não basta saber qual a variação da frequência de uma determinada configuração; é preciso determinar a matriz das probabilidades de transição entre estas. O seu cálculo a partir de dados experimentais não é fácil, pois entre dois instantes podem ocorrer transformações múltiplas e assíncronas da rede, com possibilidade de falhas de comunicação – vide Doreian(02), Hummon e Doreian (03).

Por outro lado, Adejumo *et al.* (08) equacionaram o valor do equilíbrio estrutural na resolução de tarefas por pequenos grupo de pessoas. Montaram um protocolo experimental em que equipararam a resolução de um problema em grupo à busca de um equilíbrio estrutural. Verificaram o decréscimo da medida LIB durante o processo.

2.4.7 *Modelo composto da dinâmica do equilíbrio estrutural*

Para além de propor a revisão da teoria do equilíbrio, Doreian e Krackhardt (01) sugeriram que a organização macro-estrutural da rede fosse devida também a outros processos a correr em paralelo. No seguimento, Doreian e Hummon desenvolveram um modelo em que, ao contrário dos anteriores, os indivíduos da população são representados por agentes – Doreian (02), Hummon e Doreian (03), Doreian (04). Esta representação obedece a um conjunto de princípios propostos por Stokman e Doreian (97):

1. os seus objectivos estão codificados na estrutura da rede;
2. a informação a que os agentes têm acesso é local e sujeita a erro;
3. a acção dos agentes é paralela, mas não totalmente independente.

Cada agente quebra, altera o sinal e cria ligações com outros agentes, de modo a estabilizar a sua posição na rede segundo dois critérios relativos a níveis de organização diferentes. Assim temos:

1. estabilização local, ou micro-estrutural, que ocorre ao nível das relações a três, definida pelas condições de equilíbrio de Heider ou de Davis;
2. estabilização ao nível de grupos, ou macro-estrutural, em que a medida de desorganização de Doreian e Mrvar (96) é utilizada para identificar inconsistências nas relações de pertença. Todavia, não é precisada a descrição do algoritmo empregue.

Este é um modelo dinâmico estratificado, em que existe uma interferência mútua entre os dois processos de estabilização. Não é apenas a transformação das relações a três que tem impacto na organização em grupos – concepção *bottom-up* do desenho do sistema -, também a organização local da rede impõe restrições às acções locais dos seus elementos – concepção *top-down*. O uso de uma representação mista é pouco vulgar na representação de sistemas sociais; vide uma defesa do seu uso por Macy e Willer (02).

Hummon e Doreian (03) constataram que o sistema por eles criado convergia para configurações estáveis ao nível local muito mais rapidamente que ao nível do grupo. Esta segunda convergência diminuía acentuadamente com o alargar da rede. A introdução de ruído na informação detida pelos agentes sobre o estado do sistema reduzia grandemente a velocidade de estabilização.

2.4.8 *Continuação do desenvolvimento da teoria de Heider: relaxações no conceito de equilíbrio estrutural e da relação de pertença a um grupo*

Doreian (04) continua as suas reflexões sobre os modelos de equilíbrio estrutural. Nesse artigo, chama a atenção para a distinção feita desde o primeiro instante por Heider (46) entre as atitudes de uns indivíduos para com outros e a tendência dos indivíduos em associarem-se constituindo formações (a começar pelas associações triangulares) que no seu conjunto seriam as forças motrizes da orientação dos indivíduos uns face aos outros. Esta dualidade de forças foi a base da criação do modelo composto descrito na última secção.

Na presente representação, as atitudes correspondem à avaliação dos outros indivíduos – que envolve o conhecimento dos resultados dos contactos anteriores com esse indivíduo (a sua reputação). A associação entre indivíduos é representada pela pertença, ou não, a um mesmo grupo. A orientação corresponde à atribuição de um valor à ligação entre os dois indivíduos - mais especificamente, a ligação unidireccional de vem do outro indivíduo até àquele que define a orientação; ou seja, as ligações positivas e negativas corresponderão aos dois estados possíveis de canais de entrada de informação, respectivamente aberto e fechado.

No mesmo artigo, Doreian (04) salienta a necessidade de reconhecer-se a existência dos estados mentais nos indivíduos e de não os considerar apenas como nós de uma rede. O que, no nosso contexto, designamos como capacidade individual de processamento de informação. Este autor advoga ainda a necessidade de aquisição de mais dados experimentais.

É no seguimento directo de tais preocupações que no trabalho de Doreian e Mrvar (09) surge a proposta de um **Equilíbrio estrutural relaxado**. Enquanto o equilíbrio estrutural original considera que numa rede equilibrada as ligações estarão num estado tal que, entre nós de um mesmo grupo todas as ligações devem ter um mesmo sinal positivo e todas as ligações de nós de um mesmo grupo com nós doutros grupos devem ter um mesmo sinal negativo, num estado de equilíbrio estrutural relaxado as ligações entre nós de um mesmo grupo devem ter um mesmo qualquer sinal e todas as ligações de nós de um mesmo grupo com nós doutros grupos devem um mesmo qualquer sinal.

Ou seja, permanece apenas a exigência de homogeneidade de avaliação dos nós de um grupo em relação a qualquer outro grupo, ou ao seu próprio grupo. A matriz de relações das rede que descreve uma rede num estado de equilíbrio relaxado perfeito continua a ser uma matriz de blocos, mas esses blocos deixam de ser necessariamente positivos se constituintes da sua diagonal e negativos nos demais.

A partir desta definição é proposto um *Quarto Teorema da Estrutura*:

Numa rede com sinais que tenha atingido um equilíbrio estrutural relaxado, a passagem de uma partição em k grupos para outra com uma maior número de grupos implica um decréscimo ou, quando muito, a manutenção, dos valores da função critério P (Doreian e Mrvar, 09).

Este trabalho define ainda o conceito de dual, ou duplo, de uma rede com sinais, como sendo a rede original com todos os sinais das suas arestas invertidos. Esta definição é proposta de modo a poder pôr em evidência as relações de simetria tornadas possíveis pela relaxação do conceito de equilíbrio e que são formalizadas num conjunto de afirmações que se constituem num *Quinto Teorema da Estrutura*:

1. O duplo de uma rede com sinais, em equilíbrio estrutural relaxado, está igualmente em equilíbrio estrutural relaxado;
2. Se uma rede com sinais, considerando uma dada partição, está num estado de equilíbrio estrutural canónico (não relaxado), então o seu duplo não estará no estado de equilíbrio canónico com base na mesma partição;
3. Se uma rede com sinais, considerada uma dada partição, está num estado de equilíbrio estrutural relaxado tal que existem blocos homogeneamente negativos

na diagonal e blocos homogeneamente positivos fora da diagonal, então a sua matriz dual estará em equilíbrio canônico.

Foram aplicadas redes obtidas pela integração de dados nas experiências numéricas que acompanharam em Doreian e Mrvar (09) o relaxamento da definição de equilíbrio estrutural. Por exemplo, para a rede do mosteiro de Sampson (68) no instante T4 foi considerada a rede correspondente à soma das quatro avaliações aí registradas – amizade, estima, influência e aprovação de comportamento. Terá sido esta a solução encontrada para representar a capacidade de processamento individual de informação no formalismo de rede.

Por outro lado, em Davis e Carley (08) e Davis (12) foi feito o alargamento da relação de pertença, que deixaria de ser mutuamente exclusiva, para ser difusa. Ou seja, um indivíduo poderia pertencer simultaneamente a diferentes grupos, em diferentes graus.

Estes autores associam o cálculo da pertença de cada indivíduo a um dado grupo ao produto das probabilidades desse indivíduo estar presente nos eventos promovidos por esse grupo e ausente dos eventos não promovidos por esse grupo. Os grupos são definidos implicitamente. Temos aqui novamente o recurso à definição de comunidade de Girvan e Newman (02).

Finalmente, a dinâmica do equilíbrio estrutural despertou na última década o interesse de alguns físicos. Dedicam-se ao estudo da estabilidade do sistema e à previsão das suas transições de estado. Os trabalhos de Antal *et al.* (05, 06), Gawroński *et al.* (05) e Marvel *et al.* (09) aplicam o modelo de Heider (46, 58) a redes de tamanho arbitrário.

2.4.9 Aplicações da dinâmica do equilíbrio estrutural

A área inicial de aplicação das teorias do equilíbrio estrutural foi em relações internacionais, na análise e previsão da formação de coligações de potências antagonistas. O exemplo clássico foi a reorganização das alianças entre as grandes potências europeias no período entre a Guerra Franco-Prussiana, de 1870, e a Primeira Guerra Mundial, entre 1914 e 1918. Atribuiu-se a este sistema de alianças uma tendência para o equilíbrio, segundo o modelo original de Heider (46, 58) e verifica-se globalmente um ganho de estabilidade (Antal *et al.*, 06). Vide uma revisão desta abordagem em Maoz (12).

A aplicação deste modelo a este sistema parece adequada. Uma rede de alianças é uma preparação para a guerra. As guerra tendem a ter lugar entre dois campos rivais. Caso se formem mais de dois campos teremos a possibilidade se formarem alianças entre blocos. Teremos o mesmo formalismo em mais de um nível de organização. Como vimos, a condição de equilíbrio de Heider (46, 58) produz uma polarização da rede.

Por outro lado, a representação não considera a dimensão das potências envolvidas. Seria interessante tentar prever a evolução da rede ao atribuir-se às arestas valores diferenciados em função das potências envolvidas e das áreas de sobreposição de interesses de cada uma, como variáveis de base para o cálculo dos níveis de ameaça.

Um tal modelo permitiria descrever uma dinâmica mais de acordo com o comportamento observado do sistema em causa. A Alemanha, pátria da segunda revolução industrial conjuntamente com os Estados Unidos da América, tornou-se uma ameaça para os países vizinhos. As outras grandes potências europeias - Reino Unido, França e Rússia quebraram as ligações (alianças e acordos) que tinham com esta e forjaram novas alianças entre si para contrabalançar o poderio germânico. Aliás, do triângulo de alianças ilustrado

nas referências acima, apenas a Autro-Hungria se manteve do lado alemão; a Itália fez mesmo a guerra contra a Alemanha na Primeira Guerra Mundial. A presença do Império Otomano do lado alemão tem outra motivação geoestratégica - a selecção de vias para o acesso ao petróleo.

Noutro exemplo mais sofisticado, Traag e Bruggeman (09) propuseram a aplicação do modelo dinâmico de Davis (67) à interacção entre países à escala mundial. Obtiveram uma divisão em seis grandes comunidades. Porém ficou por descrever quantitativamente o estado final da rede.

Outra área de aplicação é identificação de comunidades em redes com sinais obtidas a partir de sítios da Internet dedicados ao registo de opiniões. Leskovec *et al.* (10) testaram em que medida as apreciações sobre produtos e também os outros indivíduos emissores de opiniões - caso do sitio *Epinions* -, ou apenas de outros indivíduos - caso de do sitio *Slashdot* ou das votações dos candidatos a administradores do sitio *Wikipédia* -, estão de acordo com os modelos dinâmicos do equilíbrio estrutural. As redes são formadas apenas com os valores das apreciações dos indivíduos. A maioria das relações registadas são geralmente unidireccionais. Observaram que no caso das relações serem transformadas em bidireccionais, as frequências relativas das diferentes configurações das relações triangulares estavam de acordo com os valores previstos pelo modelo dinâmico de Davis, mas não com o modelo dinâmico original de Heider (46, 58). Quando as ligações são aceites na sua unidireccionalidade, observa-se frequentemente uma anti-transitividade: se A faz uma apreciação positiva de B, e B faz uma apreciação positiva de C, então C fará provavelmente uma apreciação negativa de A. Estes dados sugerem que a apreciação que os indivíduos fazem uns dos outros não tem por base uma apreciação de algo objectivo, independente das apreciações dos outros. O grau de objectividade poderá ser alvo de uma avaliação cruzada no caso do sítio *Epinions*, já que aí são registadas tanto as apreciações dos objectos inanimados quanto as apreciações dos indivíduos que os avaliam.

Estamos neste caso a observar um comportamento que não é aquele que foi tentado modelar por Heider (46, 58). Porque neste modelo e seguintes, a apreciação de um indivíduo era um meio de confirmar a sua opinião sobre um terceiro objecto. Ora a actividade que se observa em comunidades *on-line* poderá até ser em certo sentido colaborativa, mas sê-lo-á num sentido limitado e apenas em algumas comunidades, já que em muitas das comunidades o objectivo prioritário dos indivíduos aparenta ser ganhar uma maior centralidade dentro do sistema social.

2.5 Resumo

Neste capítulo discutimos primeiro a utilidade dos grupos humanos em termos de processamento de informação. Depois partimos para a análise da formação destes grupos a partir das capacidades de processamento individuais, que são em primeiro lugar a selecção de informação. Verificamos que, sendo tudo o resto igual, os seres humanos privilegiam as informações em função do seu mérito, popularidade, novidade e exclusividade, e pela autoridade, consistência e semelhança relativa do emissor. A preferência de algumas fontes em relação a outras corresponde à formação de redes sociais. À parte a entrada de nova informação, estas redes são estão sujeitas a mecanismos de ajuste interno que operam a diferentes níveis de organização.

3 BASES PARA A APLICAÇÃO DO EQUILÍBRIO ESTRUTURAL DAS REDES SOCIAIS EM OPTIMIZAÇÃO

3.1 Enquadramento

Este capítulo está dividido em duas partes. Primeiro fazemos uma redefinição e clarificação da teoria do equilíbrio estrutural da sociologia. Assim, nas secções 3.2 e 3.3 ocupamo-nos respectivamente dos seus componentes macro e microestruturais. Analisamos ainda as consequências desta redefinição na estabilidade do sistema.

Na segunda parte do capítulo analisamos o seu campo de aplicações. Na secção 3.4, poremos em perspectiva a função do equilíbrio estrutural. Será com base neste reposicionamento que será justificado emprego da teoria do equilíbrio estrutural em diversas tarefas práticas.

3.2 Revisão do mecanismo de equilíbrio macro-estrutural

Hummon e Doreian (03) propuseram um modelo composto do equilíbrio estrutural em que diferentes mecanismos actuam a diferentes níveis. Todavia, existia uma sobreposição entre as acções dos diferentes mecanismos e não foi apresentada uma descrição algorítmica precisa da articulação dos diferentes componentes da dinâmica. Vamos fazer algumas distinções entre os mecanismos macro e microestruturais que actuam sobre os elementos da população. Deixaremos a descrição da sua implementação para depois.

O equilíbrio macro-estrutural é o componente de acção *top-down* da dinâmica de equilíbrio estrutural das redes sociais. Corresponde à gestão do ambiente de cada indivíduo em termos da sua pertença, ou exclusão, em relação a um ou mais grupos – macro-gestão. A inclusão de um indivíduo num grupo é determinada pela estrutura da rede a média ou larga escala. Está fora do controlo dos elementos isolados da população. Todavia, os indivíduos estão sujeitos a certas acções por serem membros de um grupo. Isto é, a estrutura da rede vai condicionar as acções do indivíduos (causalidade descendente).

O primeiro elemento deste módulo de comportamento é pois um algoritmo dedicado à delimitação de grupos a partir da estrutura da rede, ou seja, de partição de grafos, mais especificamente o reconhecimento de comunidades. Seja um algoritmo independente e especializado, seja um método expedito, o seu custo computacional é relativamente elevado, pelo que o seu uso terá de ter lugar a uma escala temporal mais elevada do que aquela onde é feita a micro-gestão.

Quer a micro-gestão, quer a macro-gestão, correspondem a uma transformação das suas relações locais. Todavia, os comportamentos de macro-gestão tem de se diferenciar dos comportamentos de micro-gestão não apenas pela informação em que se baseiam, como na qualidade dos efeitos que produzem. A um superior investimento computacional deverá corresponder um maior grau de confiança nos resultados obtidos, podendo ser tomadas decisões com grau mais elevado de risco. Então, enquanto a micro-gestão altera sobre o sinal das arestas, a macro-gestão pode eliminar ou criar arestas. O critério será a comunhão de grupo ou não entre o primeiro indivíduo (indivíduo focal ou activo) e o indivíduo situado no outro extremo da ligação existente ou a criar.

Podemos considerar acções de estabilização da fronteira do grupo ou acções de desestabilização. No primeiro caso, a eliminação de arestas inter-grupos deve ser favorecida, bem como a criação de novas arestas intra-grupo. No segundo caso a preferência nas acções deve ser invertida.

3.3 Reavaliação da componente micro-estrutural da teoria do equilíbrio

3.3.1 Análise do impacto da revisão da condição do equilíbrio de Heider

À parte dos dados experimentais, é possível imaginar uma razão quantitativa para que uma ligação P-O negativa retire a justificação para que P mude a sua relação para com X. Vamos demonstrar de seguida como esta reavaliação é uma consequência da organização dos indivíduos em mais do que dois grupos, ou seja, do fim da exigência de formação de coligações.

Consideremos a classificação de Heider (46, 58) das relações a três quanto à sua estabilidade. Esta classificação, como se depreende pelo Primeiro Teorema da Estrutura, de Cartwright e Harary (56), pressupõe a existência de apenas dois grupos. Sejam estes dois grupos de nós g_1 e g_2 , e Ω o conjunto de todos os nós. Teremos

$$g_1 \cup g_2 = \Omega, \quad \text{Eq. 3-1}$$

pelo que temos as seguintes relações de complementaridade de conjuntos:

$$\overline{g_1} = g_2 = \overline{g_2}. \quad \text{Eq. 3-2}$$

Neste contexto, à atribuição de carácter negativo a uma qualquer ligação, como por exemplo P-O, é tanto um argumento a favor de O não pertencer ao mesmo conjunto do que P, quanto um argumento de O pertencer especificamente ao conjunto complementar do conjunto do qual P é membro. Por exemplo

$$(P \in g_1 \wedge P \overset{-}{\longleftrightarrow} O) \Rightarrow O \notin g_1 \Leftrightarrow O \in g_2. \quad \text{Eq. 3-3}$$

Logo uma ligação negativa entre O e o terceiro elemento - X -, será um argumento tão forte quanto os anteriores de que X pertença ao complemento do complemento do conjunto do qual P é membro, isto é, ao mesmo conjunto do que P. Ou seja,

$$\begin{aligned} & (P \in g_1 \wedge P \overset{-}{\longleftrightarrow} O \wedge O \overset{-}{\longleftrightarrow} X). \text{ Donde} \quad \text{Eq. 3-4} \\ & \Rightarrow (O \in g_2 \wedge X \in \overline{g_2}) \Rightarrow X \in g_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (P \in g_1 \wedge P \overset{-}{\longleftrightarrow} O \wedge O \overset{-}{\longleftrightarrow} X) \wedge (P \in g_1 \wedge P \overset{-}{\longleftrightarrow} X) \quad \text{Eq. 3-5} \\ & \Leftrightarrow (P \in g_1 \wedge P \notin g_1) \end{aligned}$$

o que é inconsistente. Resumindo, quando existem apenas dois conjuntos as ligações negativas contém tanta informação quanto as positivas e a configuração (-1,-1,-1) é incoerente.

Quando passamos para o contexto da condição de equilíbrio de Davis (67) – em que podem existir mais do que dois grupos -, esta simetria quebra-se: se existem mais de dois grupos então o complemento do primeiro conjunto já não se restringe ao segundo conjunto. Basta a inclusão de uma ligação negativa numa sequência de ligações para deixarmos de poder inferir o grupo a que pertencem os nós da cadeia a seguir a essa ligação. É uma implicação mais fraca e limitada ao nó após a dita ligação negativa. Em contraste, uma cadeia de ligações positiva atribui sempre uma pertença a um grupo (comum). Quando, por exemplo, P, Q e R são três nós unidos por ligações positivas, podemos estender a relação de pertença ao grupo de índice $n - g_n$, de P aos restantes nós:

$$\begin{aligned} & (P \in g_n \wedge P \overset{+}{\longleftrightarrow} O \wedge O \overset{+}{\longleftrightarrow} Q \wedge Q \overset{+}{\longleftrightarrow} R) \\ & \Rightarrow (P \in g_n \wedge O \in g_n \wedge Q \in g_n \wedge R \in g_n) \end{aligned} \quad \text{Eq. 3-6}$$

As consequências da modificação por Davis da condição de equilíbrio original de Heider foram assim subestimadas.

Esta explicação pode mesmo ser inédita na literatura da sociologia, dada a sua simplicidade e à pouca atenção dada aos trabalhos de Newcomb (68, 79) e Truzzi (73). A ser inédita, tal dever-se-á à diferença de objectivos entre este estudo, que visa em última análise a construção de sistemas artificiais e os trabalhos dos sociólogos matemáticos e psicólogos sociais, que buscam essencialmente identificar os processos que ocorrem nos sistemas naturais.

3.3.2 *Condição de equilíbrio de Newcomb e a regra de Influência Condicionada*

Vamos agora definir a condição de equilíbrio de Newcomb - designação aqui proposta em homenagem ao autor que primeiro circunscreveu a falta de apoio dos dados experimentais à formulação do equilíbrio das relações compostas de Heider (46, 58) e Davis (67).

A figura 7 mostra as regras de transição de estados locais da rede – relativos às configurações em triângulo de ligações -, que definem a condição de equilíbrio originalmente defendida por Newcomb (68, 79), e que rotulamos por influência condicional. Podemos também representar esta condição de equilíbrio pela tabela 2.

Tabela 2 Estabilidade das diferentes configurações segundo Newcomb. Difere da condição de equilíbrio de Heider por não considerar as configurações em que a ligação P-O é negativa.

Ligação P-O	Ligação O-X	Ligação P-X	Estabilidade
+	+	+	Estável
+	+	-	Instável
+	-	+	Instável
+	-	-	Estável

Podemos condensar esta tabela na seguinte regra, que chamaremos de Influência Condicionada:

Se existir uma relação positiva entre P e O, então P pode adotar de O a avaliação que este faz da interação com um terceiro indivíduo X.

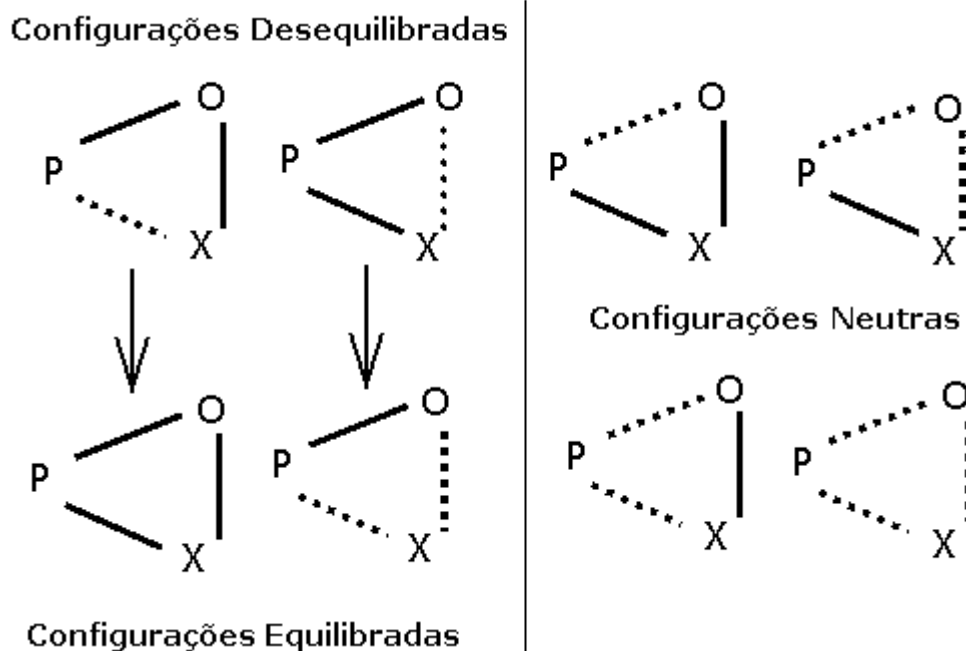


Fig. 7 Classificação revista das relações a três quanto à sua estabilidade segundo Newcomb. As linhas a cheio representam relações positivas e as linhas a tracejado relações negativas. As setas indicam transições entre pares específicos de configurações, ao contrário das classificações de estabilidade das figuras anteriores.

3.3.3 Relação do equilíbrio micro-estrutural com a aprendizagem Hebbiana

Na maior parte dos algoritmos que gerem a estrutura das redes neuronais artificiais, o peso das ligações entre neurónios é ajustado com base numa condição empírica proposta por Hebb (49) para explicar o fortalecimento das ligações entre neurónios biológicos. Esta regra pode também ser estendida ao enfraquecimento das ligações. Vide a equação 3-7. Em Haykin (99, p.55), encontramos uma formulação da regra estendida, a partir dos trabalhos de Stent (73) e de Changeux e Danchin (76), que transcrevemos como:

1. Se dois neurónios, nos dois extremos de uma sinapse - ligação entre neurónios -, são activados em simultâneo, isto é, sincronizadamente, então a força dessa sinapse será aumentada.
2. Se dois neurónios, situados nos dois extremos de uma sinapse, são activados dessincronizadamente, então essa sinapse será enfraquecida ou eliminada.

A relação entre a teoria do equilíbrio estrutural e a modificação de redes neuronais artificiais – especificamente as redes de Hopfield (82) -, já foi notada por Kitts (06), mas num sentido muito genérico, de em ambos os casos o estado dos sistema ser codificado pelos sinais das arestas e logo a mudança dos sinais ser uma função desses sinais. Kitts não procurou todavia representar analiticamente o equilíbrio estrutural.

Vamos agora verificar que existe uma relação directa entre a regra de Hebb (49) e a regra de Influência Condicional.

Consideremos três neurónios - p , o e ainda um neurónio ou grupo de neurónios x ; para maior simplicidade na expressão seguinte, vamos considerar x como sendo um único neurónio. Este sistema é representado na figura 8.

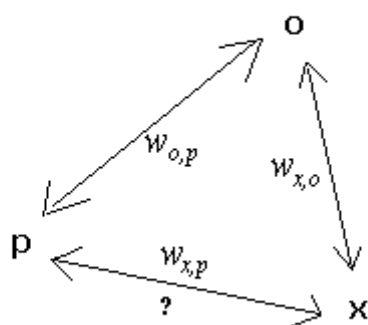


Fig. 8 Representação abstracta da teia de relações entre três neurónios - p , o e x .

A aplicação da regra de Hebb (49) no ajuste da ligação entre p e x pode ser agora ser representada pela equação seguinte:

$$\Delta w_{x,p} = \eta \cdot \Delta y_{o,p} \cdot \Delta y_{x,o}, \quad Eq. 3-7$$

onde w_{ij} corresponde à força da ligação entre dois quaisquer neurónios i e j , η corresponde a uma constante de aprendizagem, e y_{ij} corresponde à frequência temporal de disparo de potenciais de acção do axónio que vai de um neurónio i para um outro neurónio j , num dado curto intervalo de tempo. De y_{ij} deriva-se Δy_{ij} , como sendo a diferença, nesse intervalo de tempo, de y_{ij} para o seu valor médio expectável durante uma janela temporal muito mais larga – $E(y_{ij})$. Assim as frequências relativas Δy_{ij} podem tomar valores positivos ou negativos, bem como as forças de ligação w_{ij} (correspondendo os seus valores positivos a um efeito de excitação no neurónio de chegada e os valores negativos a um efeito inibitório).

Compare-se esta expressão com a formulação seguinte da aplicação do equilíbrio de Heider sobre um sistema com a mesma estrutura em que os vértices P, O e X correspondem a membros numa rede social e os valores das ligações existentes estão limitados a $\{+1,-1\}$. Seja sgn a função sinal (das ligações) representada por sgn ; virá

$$\text{sgn}(X - P) = \text{sgn}(X - O)\text{sgn}(O - P). \quad \text{Eq. 3-8}$$

A definição do sinal das outras ligações pode ser feita por equações equivalentes.

Na prática, temos apenas uma diferença de representação: enquanto nas redes neuronais mais comuns as relações entre neurónios são definidas de um modo difuso, nas redes sociais a representação é bivalente (-1 ou +1).

3.3.4 *A aplicação da regra da Influência Condicional conduz à estabilidade do sistema*

Existe um problema de estabilidade na aplicação da equação acima. Não existe assimetria entre as três relações. Como escolher que ligações colocar em quais membros da equação? A condição de equilíbrio de Newcomb dá uma resposta a este problema: apenas as ligações positivas entre O e P servem de referência.

Mais ainda, a aplicação desta regra corresponde à cópia dos sinais de uma ligação próxima, como se percebe pela simplificação da equação acima:

$$\text{sgn}(X - P) = \text{sgn}(X - O). \quad \text{Eq. 3-9}$$

Assim, a aplicação da regra de Influência Condicionada pode conduzir à formação de aglomerados locais de arestas com sinais positivos. O oposto não se verifica, porque existe uma assimetria: é necessário existir uma aresta positiva local. A expansão dos aglomerados (domínios) positivos será relativamente lenta já que este processo tenderá a converter sinais positivos em negativos na fronteira do domínio.

3.4 **Gestão da Identidade como significado último do Equilíbrio Estrutural**

Vimos que o efeito básico da participação num grupo é a uniformização da informação entre os seus membros. Todavia, a não participação em qualquer grupo significa a falta de acesso à informação angariada pelos outros indivíduos. Um compromisso é necessário. Esse compromisso corresponderá a uma identidade distribuída de cada elemento da população. À regulação permanente, feita por cada indivíduo, do ponto de equilíbrio entre perda de informação acumulada e ausência de novidade - isto é, da distribuição de identidade -, corresponde a dinâmica individual do equilíbrio estrutural. A razão de ser desta mudança de perspectiva radica na facilidade de quantificação do conceito de identidade no nosso contexto.

Por identidade de um elemento da população de um algoritmo de procura multi-ponto, ou de um vértice de um grafo, entendemos pelo menos uma de duas coisas:

1. A informação interna ao indivíduo que possui. Esta poderá ser a sua localização no espaço de procura, ou a informação que acumulou durante a exploração deste, como por exemplo o caminho que percorreu. Todavia, pode também ser imutável.
2. A informação externa ao indivíduo, mas interna à rede - isto é, topológica -, que possui. É definida em termos das suas ligações imediatas, ou do fecho destas ligações a uma escala superior, sob a forma de grupos (comunidades).

A informação interna é directamente gerida pelos mecanismos do equilíbrio micro-estrutural e indirectamente pelos mecanismos do equilíbrio macro-estrutural. O grande factor de diferenciação está em que apenas a micro-gestão executa acções em função da informação exterior à população, isto é, vinda do espaço onde se encontram os indivíduos.

3.5 Emprego da Teoria do Equilíbrio Estrutural em problemas práticos

Antes de tudo o mais, há que distribuir-se a informação a manipular pelos elementos da rede. A informação pode ser atribuída a cada nó, às arestas que ligam cada par de nós, ou a ambos. Consideremos por exemplo os seguintes problemas:

1. *Clustering* e Classificação: cada um dos elementos a ser organizados corresponde a um nó, que possuirá como informação interna e imutável uma lista das suas características. O sinal das arestas codifica relações de identidade entre os nós da rede - positiva significa pertença ao mesmo grupo e negativa significa pertença a grupos diferentes. Uma divisão ideal dos elementos por categorias será reconhecível por cada elemento de uma mesma categoria possuir apenas ligações positivas com elementos do mesmo grupo e apenas ligações negativas (ou inexistentes) com membros de outras categorias.
2. Partição de Redes com Sinais: à parte poder não existir informação intrínseca sobre cada elemento – nó -, e logo toda a informação inicial estar associada às arestas, é um caso similar ao anterior.
3. Optimização sem restrições: cada nó corresponde a uma possível solução - codificada como uma localização mutável no espaço de soluções -, cujo mérito é uma função das coordenadas da solução. A existência de uma aresta entre dois nós identifica a possibilidade de troca de informações entre as duas soluções, correspondendo as ligações positivas a canais preferenciais de comunicação e as negativas a canais desaconselhados.
4. Problema de Coloração de um Mapa: cada nó corresponde a um elemento a colorir e possuindo uma variável interna que codifica a cor presente. A existência de uma aresta entre dois nós sinaliza a existência de uma fronteira comum; se os nós têm cores iguais o sinal da aresta é negativo, caso contrário é positivo. Num seu estado ideal, a rede possuirá apenas ligações positivas.
5. Definição de Horários: cada evento é considerado como um nó e recebe uma variável interna inteira e mutável que identifica o intervalo de tempo atribuído. Após criar-se uma aresta entre todos quaisquer pares de eventos que exijam um recurso comum – o que os torna temporalmente incompatíveis -, este problema torna-se um isomorfismo do anterior, entendendo-se cada um dos intervalo de tempo como uma cor diferenciada.

Codificamos assim a representação das soluções dos problemas acima como configurações de rede e identificamos os seus estados óptimos. O passo seguinte é definir processos de procura iterada de soluções como sendo operadores que aproximem a rede dum estado ideal. Estes operadores são específicos para cada problema concreto.

O valor da procura de equilíbrio estrutural surge quando transformações sucessivas da rede conduzem a uma mistura de progressos e recuos em relação a um estado ideal. Nesta situação, a redução da dissonância cognitiva corresponde à tentativa de integração da

informação já obtida sobre o problema em curso. Mais precisamente, quer-se minimizar o efeito disruptivo de eventuais informações contraditórias. A estrutura da rede, depositária da informação sobre as soluções anteriormente testadas, deve ter uma evolução suave e coerente.

Podem-se observar os seguintes comportamentos emergentes da micro-gestão do equilíbrio estrutural:

1. a auto-organização da rede em múltiplos grupos;
2. a capacidade destes grupos poderem-se dividir ou coalescer.

O que faz um grupo em termos de processamento de informação? Relembremos Tarde (01), que defende que a actividade essencial da sociedade é a imitação inconsciente⁶. Ora, ao copiar informação de outros membros, eventualmente todos os membros de um grupo convergirão para uma vizinhança cada vez mais pequena de um estado final único. Os grupos fazem portanto uma procura em profundidade. Note-se porém que a homofilia torna assíncrono o processo de convergência: indivíduos mais próximos entre si convergem a maior velocidade. Assim, a convergência induz a ramificação dos grupos em subgrupos e destes em sub-subgrupos. A capacidade de formação simultânea de múltiplos grupos corresponde então a uma procura paralela em profundidade, que permite a manutenção da diversidade de informação. Por último, a capacidade dos grupos poderem-se separar ou reunificar significa que a procura local é reversível.

Todos estes comportamentos emergentes da aplicação do equilíbrio estrutural parecem ser úteis para a exploração do espaço de soluções.

3.6 Resumo

Neste capítulo começamos por demonstrar que a revisão que Davis (67) fez da condição de equilíbrio de Heider (46, 58) foi incompleta. Explicamos que as regras para o equilíbrio estrutural observadas por Newcomb (68, 79) tem validade geral. Verificamos poder comprimir essa dinâmica do equilíbrio estrutural numa regra simples, a que chamamos regra de influência condicionada. Mostramos ser essa regra semelhante à equação base do treino das redes neuronais. Por fim, foi resumidamente proposto como aplicar as regras do equilíbrio estrutural na resolução de várias tarefas práticas.

⁶ *La société, c'est l'imitation, et l'imitation c'est une espèce de somnambulisme; (...)* in Tarde (01, p.147).

4 ALGORITMOS EMPREGUES NA CRIAÇÃO DOS ALGORITMOS HÍBRIDOS DE OPTIMIZAÇÃO PROPOSTOS

4.1 Enquadramento

Serão primeiro descritos com particular detalhe dois algoritmos de optimização sem restrições: a Optimização por Enxames de Partículas (PSO) e os Algoritmos Genéticos. Estes algoritmos são classificados como multi-ponto por em cada uma das suas iterações serem formuladas e testadas simultaneamente várias novas soluções. Essa característica levou-nos a considera-los como escolhas preferenciais para a criação de uma rede de troca de informação em que cada solução seria um elemento da nossa rede social artificial.

A produção paralela de soluções levanta o problema de como integrar a informação das diferentes novas soluções. Ao aproximar todas as soluções da melhor conhecida corre-se o risco de ocorrer uma convergência rápida para uma solução com um valor sub-óptimo. Por outro lado pode-se restringir a transferência da informação entre soluções. Eis onde os mecanismos de regulação da troca de informação entre elementos de uma rede social se podem tornar úteis: permitir uma exploração em profundidade e ao mesmo tempo paralela, feita por diferentes grupos. O algoritmo híbrido resultante é apresentado no capítulo 5.

Em segundo lugar será apresentado um algoritmo de partição de grafos chamado Rede Evolutiva Auto-Organizada o qual, subtilmente transformado, pode descrever a transferência de informação dentro de uma rede social. Servirá de base à construção do algoritmo híbrido de partição de grafos a apresentar no capítulo 6. Serão igualmente descritos outros algoritmos derivados do anterior. Será ainda apresentado um algoritmo de partição de grafos que, sem simular a actividade de uma rede social, contém uma medida útil do sucesso na tarefa de partição.

4.2 Optimização por Enxames de Partículas

4.2.1 *Modelo de Reynolds para o comportamento de enxame*

Este algoritmo baseia-se na dinâmica dos bandos de pássaros, manadas de quadrúpedes e cardumes de peixes, avançada por Reynolds (87). Este autor inclui todos estes sistemas debaixo do termo bando, que define como “um grupo de objectos que manifestam este tipo genérico de deslocamento agregado, polarizado⁷ e sem colisões” Reynolds (87, p. 25, em nota de rodapé). Este comportamento é reproduzido pela atribuição a cada objecto (*boid* -), de um conjunto de regras que definem o seu movimento individual. Temos em ordem de prioridade:

1. evitar colisões com os vizinhos;
2. igualar a sua direcção e velocidade às dos vizinhos;
3. manter-se próximo dos vizinhos.

⁷ Alinhados segundo uma mesma direcção e sentido do seu deslocamento.

Qual a utilidade deste comportamento? Para além de conferir protecção face às investidas dos predadores é uma estratégia eficiente de procura de alimentos e de parceiros para reprodução.

Trata-se de um exemplo típico de organização espontânea dos elementos de um sistema numa estrutura colectiva capaz de acção sincronizada, ou seja, um comportamento complexo do tipo II segundo a classificação de Vilela Mendes (98).

No artigo de apresentação do algoritmo PSO, Kennedy e Eberhart (95) incluem uma citação de Wilson (75, p. 209) sobre o movimento colectivo de grupos animais: "Pelo menos em teoria, os membros do cardume podem lucrar das anteriores descobertas e experiências de todos os outros elementos do cardume durante a procura de alimento. Esta vantagem pode tornar-se decisiva, compensando as desvantagens da competição [directa com os outros elementos do cardume] pelos objectos com valor alimentar, sempre que os recursos estejam organizados em parcelas dispersas de uma forma imprevisível" (Kennedy e Eberhart, 95, p. 1943).

4.2.2 *As capacidades computacionais dos bandos*

Kennedy e Eberhart (95) vão substituir no modelo acima o alimento por ganhos da função objectivo, criando o algoritmo PSO. Cada solução corresponde a uma partícula e ao conjunto é chamado enxame.

Os proponentes deste algoritmo utilizaram o modelo de enxame para a construção do algoritmo, por considerar as propriedades abstractas dos enxames como úteis para a resolução de problemas práticos. Estas propriedades foram enumeradas por Millonas (94) como sendo os princípios básicos da inteligência de enxame:

1. Proximidade: o enxame no seu conjunto pode executar cálculos simples no espaço e tempo, que se podem traduzir em cálculos sobre a energia (local) do sistema e conduzir à sua minimização.
2. Qualidade: o enxame deve atribuir diferentes utilidades a diferentes elementos do ambiente ou a diferentes localizações.
3. Diversidade de resposta: não devem existir caminhos ou meios de acesso únicos para um dado recurso.
4. Estabilidade: uma perturbação do meio ambiente não deve necessariamente alterar a actividade de todo o enxame.
5. Adaptabilidade: a actividade do enxame deve alterar-se em função de perturbações exteriores.

4.2.3 *Descrição do algoritmo*

Consideremos um espaço de procura constituído por tantas dimensões quantas as variáveis necessárias à resolução de um problema de optimização. Estas variáveis são representadas por números reais pelo que o espaço de procura é contínuo.

Vamos povoar este espaço com um conjunto de pontos. A posição – vector X - de cada ponto corresponde a uma solução possível específica. Estes pontos são dotados de inércia, isto é, possuem uma velocidade - vector V -, e estão sujeitos a forças de aceleração. Assim, designaremos estes pontos como partículas. As partículas possuem memória, isto é, definem a sua dinâmica em função de algumas informações referentes às iterações anteriores da execução do algoritmo. Temos para cada partícula i :

1. a memória da melhor solução individual: registo da posição B_i , correspondente à melhor solução encontrada até então pela partícula;
2. a memória da melhor solução do grupo: registo da posição G_i , correspondente à melhor solução encontrada até então pelas partículas na vizinhança de i ou pela própria partícula i .

No limite, se toda a população for considerada como fazendo parte da vizinhança então G_i corresponderá à melhor solução absoluta. Esta última topologia é designada como *gbest* (*global best*) e é a topologia original do algoritmo.

As posições B_i e G_i identificam as zonas de exploração preferencial do espaço de procura para uma qualquer partícula i . Corresponderem a atractores pontuais, em torno dos quais irão oscilar as respectivas partículas. Não são atractores fixos, já que caso uma partícula chegue a uma localização cujo valor da função objectivo seja mais desejável do que todas as outras anteriores, então o seu vector B_i – atractor específico da partícula i –, será actualizado e o mesmo poderá acontecer para o vector G_i – atractor de grupo desta partícula i e das suas vizinhas. Podemos então definir o movimento de um enxame com N partículas no instante $k+1$ como um sistema de equações diferenciais de 2ª ordem, decomponível em $2N$ equações - 2 por partícula -, da forma:

$$\begin{cases} V_i^{k+1} = \omega V_i^k + c_1 \phi_{1,i}^k (B_i - X_i^k) + c_2 \phi_{2,i}^k (G_i - X_i^k) \\ X_i^{k+1} = X_i^k + V_i^{k+1} \end{cases}, \quad 4-1$$

em que V_i^{k+1} e X_i^{k+1} , e V_i^k e X_i^k representam a posição e velocidade da partícula i nas iterações $k+1$ e k . O valor da inércia das partículas - ω - é tal que $0 < \omega < 1$; c_1 e c_2 são constantes superiores a 1 e, em quase todas as referências encontradas, iguais; ϕ_1 e ϕ_2 são números pseudo-aleatórios, gerados com igual probabilidade dentro do intervalo $[0,1]$ para cada partícula i e iteração k . Note-se que a actualização das coordenadas de cada partícula é feita independentemente para cada dimensão. Assim, poderíamos decompor a dinâmica do sistema em $2ND$ equações, em que D é o numero de dimensões do problema.

Enquanto ϕ_1 e ϕ_2 conferem um carácter estocástico ao algoritmo - imitando parcialmente o movimento browniano dos objectos microscópicos imersos num fluido. Os parâmetros ω , c_1 e c_2 estão relacionados com a estabilidade do algoritmo. Existem dois comportamentos dinâmicos extremos e opostos, e igualmente indesejáveis:

1. Dispersão do enxame - caso as partículas se afastem muito a informação que cada um possa fornecer às outras perde relevância.
2. Convergência precoce - caso as partículas permaneçam muito juntas apenas uma fracção da paisagem de procura terá sido explorada, pelo que será pouco provável encontrar o óptimo global. Ao invés, ocorrerá uma convergência precoce para um óptimo local.

Uma primeira estratégia para garantir a convergência das partículas para ótimos da função objectivo foi a imposição de uma velocidade máxima. Ao reduzir a velocidade máxima estamos a dificultar o afastamento das partículas das posições de referência existentes até à data. Daqui resulta uma menor exploração do espaço de fase. Um estudo da sua aplicação pode ser encontrado em Shi e Eberhart (98). Uma aplicação menos restritiva e não exclusiva desta estratégia é igualar os limites de velocidade aos valores extremos desta variável no espaço de procura⁸.

Uma segunda estratégia de conseguir a convergência foi a variação da inércia das partículas - ou, em alternativa e conforme a nota de rodapé anterior, do atrito viscoso exercido sobre as partículas -, ao longo do tempo da simulação. Isto porque o valor da inércia tem um impacto directo no equilíbrio entre exploração global e exploração local. Quanto maior for ω menos imediato é o efeito dos atractores. Mais concretamente, quanto maior a inércia, menor será o enviesamento da órbita das partículas em relação à posição dos atractores e logo menor será a amplitude de oscilação das partículas.

No limite, se a inércia fosse zero, a velocidade das partículas seria exclusivamente determinada pelas forças centrais concorrentes, associadas aos últimos termos da primeira equação da dinâmica. A zona explorada do espaço de procura seria uma combinação das trajectórias entre o ponto actual e as posições dos atractores.

Assim, o método habitual de redução da inércia das partículas - Shi e Eberhart (98) -, corresponde a uma mudança de um regime de exploração global para um regime de procura local. Obtém-se um efeito semelhante à imposição de um limite de velocidade, mas que, ao contrário deste, se faz sentir mesmo a baixas velocidades. A variação do parâmetro de inércia ω , entre valores mínimo e máximo pré-estabelecidos, respectivamente ω_{\min} e ω_{\max} , em função do intervalo de tempo (número de iterações) - k -, é definida usualmente como uma função afim. A forma abaixo é uma variante truncada:

$$\omega^k = \begin{cases} \omega_{\min} + \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{T_s} k, & \text{se } k < T_s, \\ \omega_{\min}, & \text{se } k \geq T_s; \end{cases} \quad \text{Eq. 4-1}$$

em que T_s é o número de iterações até à estabilização do parâmetro de inércia. Posteriormente foram desenvolvidos métodos mais sofisticados de ajuste da inércia; vide Shi e Eberhart (01).

Vários autores definiram as condições de convergência das partículas em função dos valores de c_1 , c_2 e a inércia ω . A estabilidade do sistema é uma função combinada destas variáveis: a atribuição de um sobre-impulso (*overshooting*) às partículas é importante para a cobertura do espaço de procura por servir de contraponto à acção do atrito viscoso - correspondente à diferença positiva $1-\omega$. Uma análise do impacto conjunto destas variáveis na convergência do algoritmo foi apresentada em Trelea (03). Segundo este autor, as

⁸ Isto quando os valores extremos desta variável no espaço de fase são simétricos. Quando não o são pode definir-se um limite para o valor absoluto da velocidade das partículas que seja proporcional à diferença entre os valores extremos.

condições de convergência das partículas para a aproximação determinística às equações da dinâmica do PSO serão:

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega < 1 \\ \frac{1}{2}(c_1 + c_2) > 0 \\ 2\omega - \frac{1}{2}(c_1 + c_2) + 2 > 0 \end{array} \right. \quad . \quad \text{Eq. 4-2}$$

Mais tarde Bergh (06) demonstrou que para que uma partícula isolada possa convergir localmente para a posição de um seu atrator bastará que ω , c_1 e c_2 sejam tais que

$$\omega > \frac{1}{2}(c_1 + c_2) - 1. \quad \text{Eq. 4-3}$$

Na generalidade das aplicações os coeficientes c_1 e c_2 são iguais. Seja c a média de c_1 e c_2 , e S o sobre-impulso. Então a condição para que uma partícula isolada e não submetida a perturbações estocásticas, possa explorar eficientemente o espaço de procura em torno dos atratores, sendo todavia passível de convergir para eles – mesmo no caso extremo em que são coincidentes os dois atratores, local e de grupo, é dada por:

$$0 < S = c - 1 < \omega. \quad \text{Eq. 4-4}$$

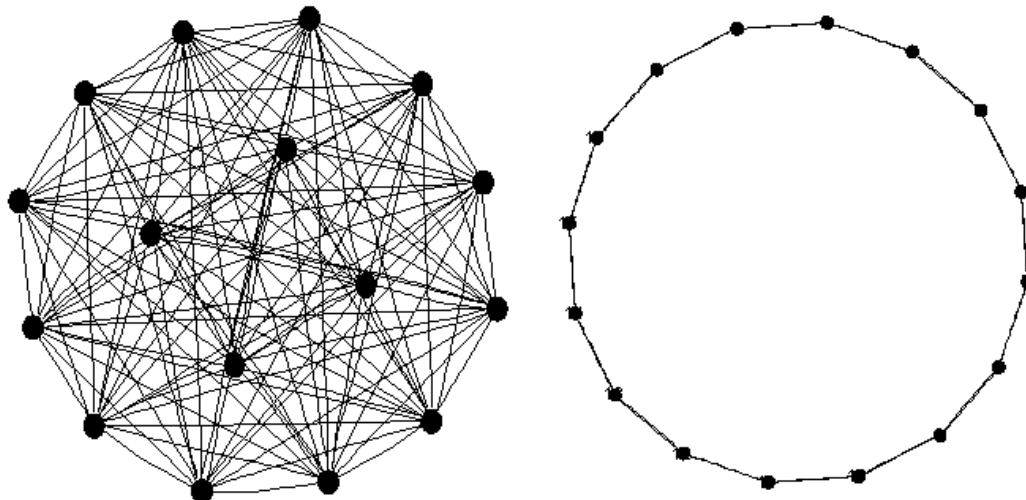


Fig. 9 Topologias básicas. Uma aresta indica que os nós dos extremos pertencem ao mesmo grupo, isto é, partilham o atrator G. À esquerda temos a configuração em grafo pleno - clique única ou *gbest* -, em que o atrator de grupo corresponde à melhor solução da população e à direita a configuração em anel - ou *lbest* -, em que o atrator G corresponde à melhor solução da própria partícula ou das suas duas vizinhas imediatas.

Subjacente à definição de vizinhança está a matriz de adjacência entre partículas – A –, que define a topologia. No PSO canónico são utilizadas as topologias estáticas mais simples – em grafo pleno ou em anel –, representadas na figura 9.

Apresentamos na tabela 3 o algoritmo PSO na forma de pseudo-código, definido especificamente para a tarefa de achar uma solução x tal que $f(x) < z$ - minimização -, em que f designa a função de custo e z é o custo máximo aceitável. Na forma canónica do PSO os atractores de grupo dos elementos da população – G –, correspondem aos atractores locais de melhor desempenho da vizinhança de cada partícula.

Tabela 3 Pseudo-código do algoritmo PSO simples, ou PSO canónico.

Gerar enxame (população) de N partículas, com posições - X -, e velocidades - V -, distribuídas uniformemente no domínio $[x_{\min}, x_{\max}]$.
Para cada partícula
Determinar o valor Y da função objectivo na sua posição actual X
Atribuir ao valor da sua melhor posição Y_{best} o valor actual Y
Atribuir à melhor posição da partícula (atractor individual) B a sua posição actual X
Atribuir ao valor da melhor posição da população y_{min} o menor valor de Y_{best}
Atribuir à melhor posição da população x_{best} a posição da partícula com menor Y_{best}
Para cada iteração k até um número máximo de iterações k_{max}
// actualizar os atractores de grupo G a partir da topologia
Para cada partícula
Determinar lista L de elementos da população ligados por uma aresta a essa partícula
Calcular $Y_{L_{best}}$ valor mínimo de Y_{best} entre a vizinhança L ; seja L_{best} a partícula associada
Se $Y_{L_{best}} < Y_{best}$ da primeira partícula Então
Atribuir ao atractor local G da partícula a posição do atractor local B da partícula L_{best}
No caso contrário
Atribuir ao atractor local G da partícula a posição do seu próprio atractor individual B
// explorar o espaço de procura
Para cada partícula
Actualizar a sua velocidade e posição, tais que
$V^{k+1} \leftarrow \omega V^k + c_1 \varphi_1 (B - X^k) + c_2 \varphi_2 (G - X^k)$
$X^{k+1} \leftarrow X^k + V^{k+1}$
Manter a velocidade das partículas no intervalo $[x_{\min}-x_{\max}, x_{\max}-x_{\min}]$
Manter a posição das partículas no intervalo $[x_{\min}, x_{\max}]$
Determinar o valor Y da função objectivo na sua posição actual X^k
Se $Y < Y_{best}$ Então
Atribuir a Y_{best} o novo valor de Y
Atribuir à melhor posição B da partícula a sua posição actual X^k
Se $Y_{best} < y_{min}$ Então
Atribuir ao valor da melhor posição da população y_{min} o valor de Y_{best}
Atribuir à melhor posição x_{best} da população a posição melhor B da partícula
Se $y_{min} < z$ Então
Terminar a execução do algoritmo

4.2.4 O algoritmo PSO como exemplo de inteligência de enxame

Observe-se que o algoritmo PSO possui todas as propriedades referenciadas em Millonas (94). Temos, segundo a sequência anteriormente apresentada, que:

1. O conceito de proximidade manifesta-se na definição das acelerações como uma função das distância aos atractores e está indirectamente ligada à definição de grupo. As equações da dinâmica são muito simples e o algoritmo é dito elegante.
2. A promoção das soluções com qualidade superior à condição de atractor é o mecanismo pelo qual a dinâmica de enxame é associada à tarefa de optimização.
3. A flexibilidade na exploração do espaço de fase resulta, quer da existência de múltiplas partículas, quer do potencial de angariação de mais partículas para exploração duma qualquer área particular – assinalada pela elevação de uma posição da vizinhança à condição de atractor local -, quer pela aplicação de coeficientes aleatórios ao cálculo das acelerações, o que alarga o raio de cobertura possível de cada partícula.
4. A estabilidade do enxame manifesta-se pela alteração da dinâmica de qualquer uma das partículas só ocorrer na condição de ter chegado a uma posição do espaço de procura mais privilegiada do que todas por que passou anteriormente.
5. A adaptabilidade do enxame manifesta-se pela alteração da dinâmica – mudança na posição dos atractores de uma ou mais partículas -, quando se verifica a condição acima.

4.3 Refinamento do algoritmo PSO pela exploração das melhores topologias

4.3.1 Topologias estáticas

Vamos agora tratar da definição de vizinhança das partículas, isto é, como é o enxame dividido em grupos. Note-se que as partículas do mesmo grupo, por partilharem um atractor, tenderão a explorar uma zona contígua e comum do espaço de procura. Na formulação original do PSO era utilizada a configuração *gbest*, mas em estudos seguintes foi igualmente vulgar a organização em anel das partículas do enxame. Kennedy e Mendes (03) atribuem uma vantagem relativa ao emprego da configuração *gbest* quando a função objectivo tem um relevo suave, enquanto a configuração em anel é mais adequada à exploração simultânea de múltiplas regiões do espaço de procura.

Kennedy (99) desenvolveu uma exploração sistemática do conceito de vizinhança aplicada ao PSO, comparando o desempenho do algoritmo em função de diferentes topologias. Este autor considerou para além das topologias supra-citadas a estrutura em roda e uma rede totalmente aleatória. Vide a figura 10. As diferentes topologias foram aplicadas em problemas de referência da optimização sem restrições: as funções Esfera, Rosenbrock, Rastrigin e Griewank, e sempre com 30 dimensões. Todas estas funções são descritas na secção 5.5.2, onde são ilustradas respectivamente pelas figuras 16, 17, 18 e 19. Observou que, com a excepção da função de Rastrigin, a topologia em anel obtinha melhores resultados do que a roda e que as redes aleatórias tinham bons desempenhos relativos.

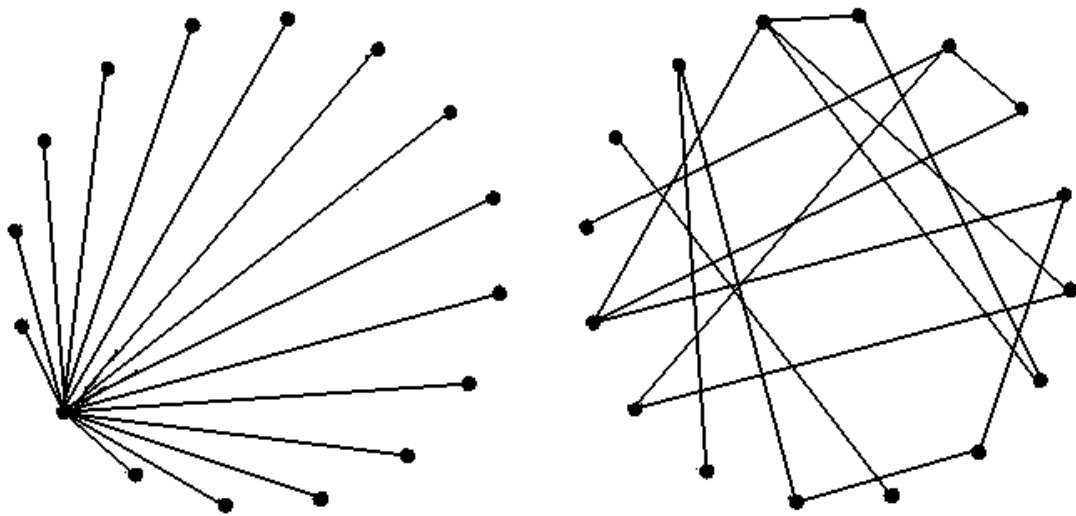


Fig. 10 Exemplos de estruturas em roda, à esquerda, e de rede aleatória, à direita. Uma aresta indica que os nós dos extremos pertencem ao mesmo grupo, isto é, partilham o atrator G .

Mais tarde, Kennedy e Mendes (02, 03) repetem as mesmas funções de testes, mais a função F6 de Schaffer. Desta vez empregam um maior leque de estruturas, a saber: grafo pleno (*gbest*), anel (*lbest*), em roda e o grafo de von Neumann, correspondente a um mosaico bidimensional com as arestas definidas pela regra de vizinhança de von Neumann e fechado sobre si próprio, como é ilustrado na figura 11. Várias destas estruturas aparecem em duas variantes – em função de cada partícula ser considerada, ou não, na escolha do seu atrator de grupo G .

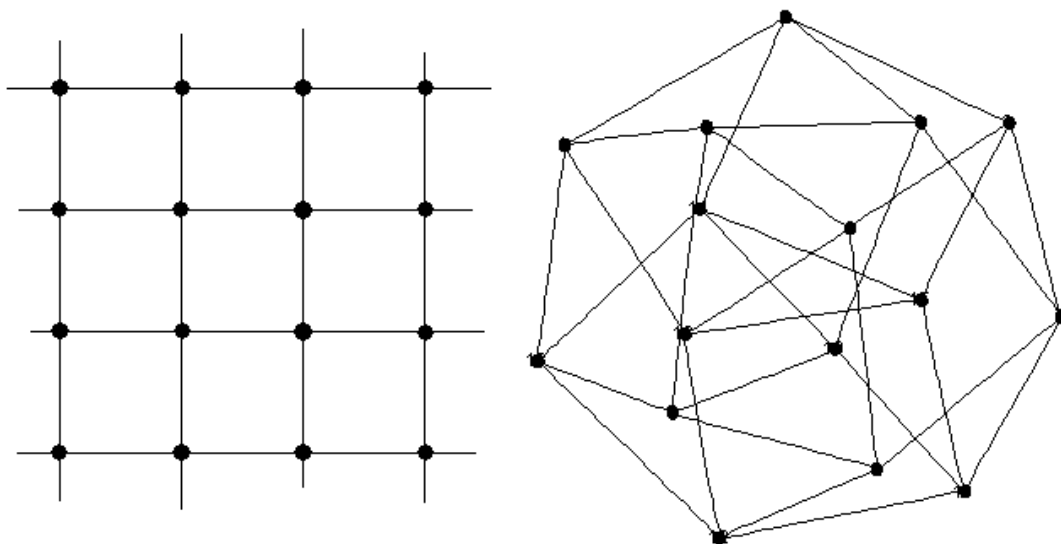


Fig. 11 Mosaico bidimensional com vizinhança de von Neumann, à esquerda, e o mesmo mosaico agora com as ligações da periferia fechadas, à direita. A existência de uma aresta a unir duas partículas indicam que estas pertencem ao mesmo grupo, isto é, partilham o atrator G .

Juntam-se ainda um conjunto de grafos não especificados, quase todos aleatórios. Kennedy e Mendes concluem ser a topologia de von Neumann, de preferência com a inclusão da própria partícula na selecção do atractor de grupo G , a melhor para a generalidade dos problemas, enquanto as piores geometrias são a roda e o grafo pleno.

Na descrição desta linha de investigação ficaram excluídas as experiências com o algoritmo FIPS – *Fully-Informed Particle Swarm* – de Mendes *et al.* (04). Isto porque o estudo deste algoritmo – que considera no cálculo da velocidade das partículas os atractores individuais de todas as partículas da vizinhança –, passa por uma análise das funções objectivo que ultrapassaria o âmbito deste trabalho. Sem esta análise, pode todavia sugerir-se que o FIPS obtém sucesso relativo na optimização das funções multimodais em que é aplicado por fazer uma amostragem do valor médio local das funções objectivo, e que estas funções multimodais tem um traçado tal – vide figuras do capítulo 5 –, que esta operação as converte em funções unimodais separáveis.

Uma revisão recente das topologia estáticas pode ser encontrada em Schor (10).

4.3.2 Topologias dinâmicas

Suganthan (99) explorou a transformação dinâmica da topologia da rede, da configuração em anel *lbest* para a configuração *gbest*, de modo a melhorar a capacidade de procura local do enxame. Não verificou alterações significativas do desempenho do enxame.

Kennedy (00) utiliza o algoritmo *fastclus* – vide Sarle (85) –, uma variante do algoritmo *k-means*, para definir 2 grupos em cada iteração, a partir das posições dos atractores b_i . Os atractores alternativos cb_i e cg_i são então definidos como sendo o centro geométrico do conjunto dos atractores do mesmo tipo associados às partículas do grupo ao qual a partícula i pertence. As várias combinações de atractores possíveis são testadas nos mesmos problemas do trabalho anterior. A substituição dos atractores de grupo g_i revelou-se desvantajosa. A substituição dos atractores individuais b_i pela combinação de atractores cb_i não alterou significativamente o desempenho do algoritmo. Porém, a ideia base desta variante do PSO é interessante e deve ser novamente explorada, empregando-se todavia um algoritmo de *clustering* em que o número de grupos não esteja pré-definido.

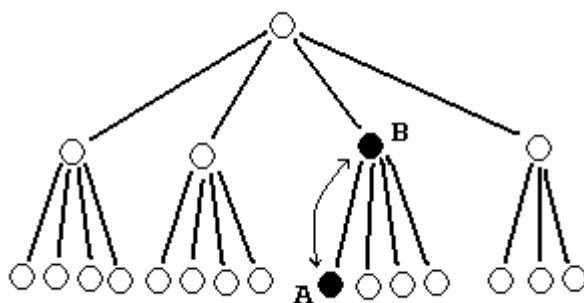


Fig. 12 Exemplo da estrutura em árvore do algoritmo H-PSO com altura $h = 3$, ramificação $r = 4$, e número de nós $m = 20$. Em cada iteração e para cada nível da árvore, a qualidade da sua melhor solução encontrada até agora é comparada com a dos seus descendentes e, se alguma destas for melhor (por exemplo A), as partículas trocam de posição entre si.

Janson e Middendorf (05) apresentaram uma versão do algoritmo PSO chamado H-PSO (PSO hierárquico) em que as partículas tem uma organização fixa em árvore, mas as

partículas podem trocar de posição entre níveis hierárquicos. Uma partícula A que tenha conseguido chegar a solução uma melhor do que a melhor da partícula B , situada no nível acima, passará para o nível superior por com troca com B , de modo a influenciar B , agora de qualidade inferior, bem como aquelas partículas que eram antes topologicamente indistinguíveis de A . A figura 12 retrata esta transformação.

No H-PSO adaptativo, ou AH-PSO (PSO adaptativo hierárquico), a estrutura do enxame varia ao longo do tempo de execução, indo de uma estrutura mais próxima da configuração g_{best} – isto é, desenvolvida na horizontal, em resultado de um elevado número de descendentes por nó, até uma estrutura vertical com grau de ramificação reduzido, semelhante na sua baixa conectividade à topologia em anel (l_{best}). O sentido desta transformação, contrário ao de Suganthan (99), justificar-se-á provavelmente pela configuração limite em anel favorecer a manutenção da diversidade da população. Ora, como a diversidade da população decresce com o tempo de execução do algoritmo, faz sentido que esta perda seja crescentemente compensada pelo ajuste da topologia.

Os sucessivos decréscimos da ramificação da árvore são conseguidos pela poda dos ramos e folhas com os melhores valores de b à data. A figura 13 mostra uma destas transições. Os autores justificam a opção escolhida por:

1. ter tido melhor desempenho nos testes preliminares;
2. serem os nós com melhor desempenho aqueles que tem a menor expectativa de permanência no nível hierárquico inferior.

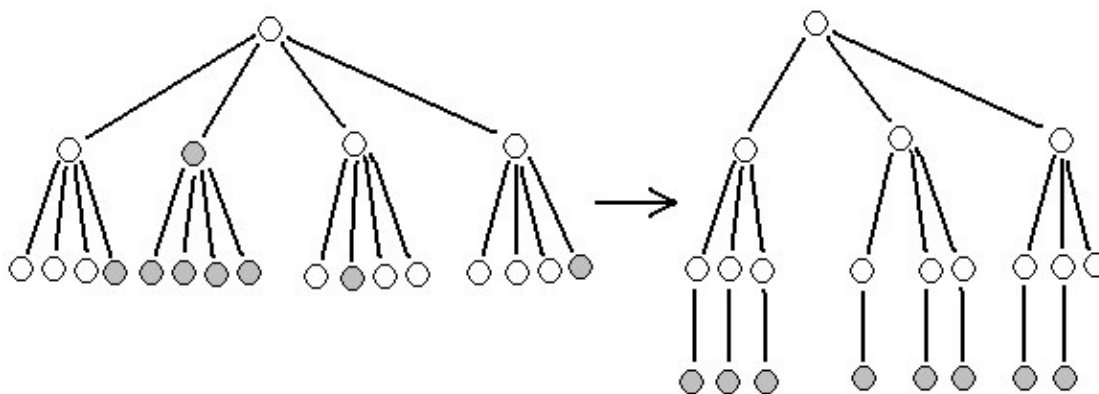


Fig. 13 Exemplo de transformação da estrutura própria do algoritmo AH-PSO. Passamos de uma árvore com altura $h = 3$ e ramificação $r = 4$, à esquerda, para uma árvore com altura $h = 4$ e ramificação $r = 3$. O número m de nós é 21. Os nós podados estão marcados a cinzento.

Note-se porém que esses nós uma vez retornados ao nível acima voltam a descer. Talvez porque ao baixar o nível hierárquico das partículas com melhores soluções relativas até à data, concede-se mais tempo às partículas do mesmo nível que tiveram até agora piores resultados para explorar as respectivas parcelas do espaço de procura – digamos, a partícula j . Assim, serão atribuídos mais recursos computacionais para a exploração dessas zonas – pelo recrutamento de outras partículas para a movimentação sob o efeito do atractor b_j .

Janson e Middendorf (05) propõem duas variantes do algoritmo AH-PSO em que a dinâmica das partículas é diferenciada em função do nível hierárquico que ocupam na estrutura. Para tal, o parâmetro de inércia é redefinido como uma função independente do tempo, mas dependente do nível hierárquico n das partículas - ω_n -, tal que:

$$\omega_n(\wedge H - PSO) = \omega_{min} + \frac{n}{h-1}(\omega_{max} - \omega_{min}) \quad Eq. 4-5$$

$$\omega_n(\vee H - PSO) = \omega_{max} - \frac{n}{h-1}(\omega_{max} - \omega_{min}); \quad Eq. 4-6$$

em que n toma valores inteiros entre 0 – raiz -, e $h-1$ – o nível mais baixo da árvore. Assim, na variante \wedge H-PSO a inércia ω_n cresce à medida que descemos na hierarquia, enquanto a inércia reduz-se com a descida na variante \vee H-PSO.

Como mnemónica, associemos à distância entre os segmentos de recta dos símbolos \wedge e \vee a variação vertical, na árvore, da grandeza relativa dos valores de ω_n – a qual terá uma variação paralela no tempo de convergência das partículas desse nível até à posição dos seus atractores. Assim, no caso da sub-variante \vee H-PSO, a inércia das partículas será mínima na base da hierarquia; o mesmo acontecerá para a largura média relativa expectável das suas órbitas em torno dos atractores. Ambas as variantes - \vee H-PSO e \wedge H-PSO -, foram aplicadas exclusivamente ao AH-PSO.

Os autores aplicaram estas variantes aos problemas de teste anteriores – funções Esfera, Rosenbrock, Rastrigin, Griewank, todas com 30 dimensões, e na função F6 de Schaffer, bidimensional. Utilizaram ainda a função de Ackley com 30 dimensões.

Todavia, neste problema, as variantes \wedge H-PSO e \vee H-PSO empregues tem uma estrutura fixa, em árvore binária – isto é, com $r = 2$. Como $m = 31$, temos $a = 5$. Para fazer notar este facto, vamos designar estas sub-variantes particulares como \wedge abH-PSO e \vee abH-PSO.

Os resultados mostram que:

1. Árvores com uma estrutura mais estendidas na horizontal - mais próximas da topologia $gbest$ -, tem melhor desempenho na optimização das funções unimodais – tais como as funções Esfera e Rosenbrock. Conseguem obter também uma convergência inicial mais rápida para as restantes funções (multimodais). Todavia, árvores com uma estrutura mais vertical, isto é, mais próximas da topologia $lbest$, acabam por ter melhor desempenho final nas funções multimodais. O que está de acordo com os resultados de trabalhos anteriores.
2. O desempenho do algoritmo H-PSO é intermédio entre os desempenhos das topologias em anel e em clique única ($gbest$), entre as quais transita - da primeira para a segunda -, ao longo da execução.
3. A topologia \vee H-PSO obtém sistematicamente taxas de convergência para o óptimo global tão boas quanto as melhores, mas fá-lo mais rapidamente do que o \wedge H-PSO e restantes algoritmos; excepto no caso da função de Rastrigin.

Os resultados sugerem ser compensadora a especialização da actividade das partículas entre a exploração global do espaço de procura – níveis próximos da raiz–, e a exploração local – níveis inferiores. Todavia, isto não é certo, uma vez que somente na implementação das variantes adaptativas são atribuídos valores de inércia baixos que favorecem a procura local a pelo menos algumas partículas. É necessário averiguar as condições em que a atribuição de valores baixos de inércia conduz a melhores desempenhos.

Posteriormente, Janson *et al.* (06) recorreram a uma estrutura em árvore binária, numa forma planificada (bidimensional), aos algoritmos genéticos - vide secção seguinte -, produzindo um algoritmo genético celular hierárquico que foi aplicado em problemas de codificação binária. Este novo algoritmo significou a divergência da linha de investigação destes autores do âmbito deste trabalho.

Pouco depois, Elshamy *et al.* (07), Elshamy (07) e, no seguimento, um destes autores, Emara (09), apresentaram novas formas do algoritmo PSO com uma topologia dinâmica assente na atribuição reversível das partículas do enxame a diferentes clubes, isto é, subpopulações partilhando um mesmo atractor de grupo G .

Elshamy *et al.* (07) propuseram o algoritmo *Clubs-based* PSO (C-PSO). Cada partícula pode pertencer a vários grupos ao mesmo tempo e a sua vizinhança corresponde ao conjunto de todas as partículas que são membros de pelo menos um dos seus grupos. Na primeira iteração cada partícula é associada a dm grupos. Nas iterações seguintes cada partícula será retirada de um dos seus grupos ao acaso sempre que fôr a partícula com melhor resultado de um dos seus grupos, e será incluída num novo grupo, sempre que fôr a partícula com pior resultado de um dos seus grupos. Isto desde que qualquer das duas operações não faça essa partícula sair do intervalo entre os valores máximo e mínimo permitidos de pertenças a grupos. Este impedimento é improvável, uma vez que o número de grupos aos quais cada partícula pertence é feito convergir para o valor de pertenças por defeito dm , pela saída de um grupo ou junção a outro, quando o número de grupos a que essa partícula pertence é respectivamente superior ou inferior a dm . Esta operação ocorre de rr em rr iterações, sendo rr designado como taxa de retenção.

Um dos autores do C-PSO original - Emara (09) -, propôs posteriormente uma variante adaptativa do C-PSO que designa como AMC-PSO (*Adaptive Default Membership Club-based* PSO), ou seja um C-PSO com um número adaptativo de pertenças a grupos. No AMC-PSO o número de grupos ao qual se pretende que cada partícula esteja ligada - dm - crescer com o tempo. O valor de dm parte de um valor muito baixo - 2 -, até um valor de 80.

Estes autores utilizaram uma bateria de testes muito semelhante à usada por Janson e Middendorf (05) para avaliar a eficiência do algoritmo, mas com diferentes valores para os critérios de convergência. A dimensão do enxame é igualmente diferente; tem um número padrão para o PSO de 20 partículas. Assim não é possível fazer uma comparação directa com os algoritmos de Janson e Middendorf (05), que utilizaram 31 partículas.

O facto mais significativo sobre o algoritmo de Elshamy *et al.* (07) é que a dinâmica das partículas do enxame não segue o sistema de equações 4.1. Trata-se de uma versão modificada em que a inércia das partículas é uma função estocástica: o valor do parâmetro de inércia ω_{max} passa a ser multiplicado por um terceiro vector φ_0 de números pseudo-aleatórios gerado com igual probabilidade dentro do intervalo $[0,1]$ para cada partícula e iteração.

$$\left\{ \begin{array}{l} V_i^{k+1} = 2\omega_{\max} \varphi_{0,i}^k V_i^k + c_1 \varphi_{1,i}^k (B_i - X_i^k) + c_2 \varphi_{2,i}^k (G_i - X_i^k) \\ X_i^{k+1} = X_i^k + V_i^{k+1} \end{array} \right. , \quad Eq. 4-7$$

em que o parâmetro de inércia ω_{\max} toma valores médios próximos dos considerados em Janson e Middendorf (05) para ω .

As consequências das alterações à dinâmica das partículas não são fáceis de prever. Consideremos os valores dos coeficientes de inércia utilizados em Elshamy *et al.* (07) e Emara (09) apresentados na tabela 10 (subsecção 5.5.3). Para valores de φ_0 muito altos, a dinâmica das partículas não obedece à primeiras das condições expressas por Trelea (03) no sistema de equações 4.2. Para valores de φ_0 muito baixos, a dinâmica modificada não satisfaz a condição de Bergh (equação 4.3).

O impacto da modificação da dinâmica das partículas será mais significativo numa situação de próxima da convergência, em que os segundo e terceiro termos do membro da direita do componente de cima do sistema de equações 4.1 tendem para zero, aproximando-se essa equação da forma

$$V_i^{k+1} = 2\omega_{\max} \varphi_{0,i}^k V_i^k \quad Eq. 4-8$$

Além disso, para números pseudo-aleatórios $\varphi_0^k \in]0,1[$, temos

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \prod_{k=1}^n 2\varphi_0^k = 0 \neq n = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n 2\varphi_0^k . \quad Eq. 4-9$$

Nas suas experiências Elshamy et al. (07) não aplicaram a versão modificada da dinâmica de partículas às versões básicas do PSO usadas como termos de comparação, donde não é possível dissociar empiricamente o efeito da divisão em clubes do efeito da transformação das equações do movimento. Note-se ainda que na experiência de Elshamy *et al.* (07) os parâmetros ω são diferenciados para cada função de teste, ao contrario do trabalho de Janson e Middendorf (05), e apenas para o C-PSO.

4.4 Algoritmos Genéticos

Os algoritmos genéticos (GA - *Genetic Algorithms*) são uma classe de algoritmos evolutivos de procura multi-ponto inspirados nos processos da evolução biológica. Foram propostos por Holland (62, 75). Baseiam-se no modo como é feita a organização e transmissão da informação genética:

1. A codificação da sequência das diferentes proteínas que constituem as células e definem a sua actividade está disposta numa sequência linear nas cadeias de DNA

dos cromossomas, correspondendo a codificação de uma proteína a uma sequência de símbolos – gene. Um cromossoma é uma sequência de genes.

2. Esta codificação está sujeita, com uma muito baixa probabilidade - p_m -, a alterações pontuais da sequência de uma qualquer proteína. Este acontecimento designa-se por mutação.
3. Durante a produção de novos indivíduos a sequência de DNA está sujeita a que fracções troquem de lugar com partes equivalentes de outras sequências com uma probabilidade p_c . Este acontecimento é designado por cruzamento (*crossover*).

Consideremos ainda alguns factos simples da genética das populações e conceitos da teoria da evolução biológica:

1. Os diferentes indivíduos das populações biológicas podem ter um desempenho mais ou menos eficiente das funções e comportamentos vitais, fruto da sua constituição genética.
2. Darwin definiu selecção natural como sendo a reprodução diferencial dos indivíduos mais aptos. Os indivíduos com maior eficiência de processos tendem a gerar maior número de filhos férteis e logo a frequência dos genes desses indivíduos tende a aumentar na população.

Os genes são representados como sequências sequências, não das 4 letras do alfabeto das bases azotadas, mas de bits – codificação binária -, ou números em vírgula flutuante – codificação real -, descrevendo o espaço de soluções para um devido problema de optimização.

Mede-se o valor destas sequências pelo recurso a uma função objectivo. Simula-se a acção da selecção natural pela escolha tendencial dos indivíduos com melhores soluções para a produção de novas soluções, por combinação de duas soluções. Ao processo de escolha dos indivíduos chama-se emparelhamento; ao processo de produção de novas soluções pela combinação das soluções anteriores chama-se cruzamento. Na produção de novas soluções intervêm ainda um outro processo – mutação –, de transformação parcial das novas soluções. A selecção natural é normalmente também representada pela manutenção na população da melhor ou melhores soluções. Normalmente as novas soluções vão substituir soluções anteriores. Temos assim descrito um algoritmo genético típico.

A tabela 4 faz uma descrição de um algoritmo genético abstracto, adaptada de Fernandes (00), após Davis (91). O algoritmo é dedicado a encontrar uma solução que minimize uma função de custo dada.

A selecção para reprodução não é feita directamente na função objectivo, de modo a resolver um problema: uma mesma diferença no valor da função objectivo é tão mais significativa quanto mais próxima estiver da melhor solução até a data. Isto é, um dado ganho sobre uma má solução é menos significativo que um ganho sobre uma das melhores soluções.

Assim, para métodos de emparelhamento que considerem a qualidade absoluta das soluções – como o método da roleta -, os valores da função de custo tem de ser reescalados. Já métodos que considerem apenas a qualidade relativa das soluções – como o método de torneio -, este ajuste não é necessário. Existe ainda um outro problema

resolvido pela introdução da função de mérito: num problema de minimização, a qualidade da solução não é crescente com o valor da função de custo. Porém a sua resolução é trivial; basta multiplicar a função objectivo por -1.

Tabela 4 Pseudo-código de um Algoritmo Genético abstracto. De entre os múltiplos métodos de selecção de indivíduos para produção de novas soluções, foram escolhidos dois dos mais frequentes: por roleta e por torneio. Assumimos que o tamanho da população – N -, é par. A subrotina *rand* produz números pseudo-aleatórios no intervalo [0,1].

Gerar aleatoriamente uma população de N soluções X (tb chamadas indivíduos ou cromossomas)
 Para cada indivíduo
 Determinar o valor Y da função objectivo para a solução X correspondente

Atribuir ao valor da melhor solução da população y_{min} o menor valor de Y
 Atribuir à melhor solução da população x_{best} a solução do indivíduo com menor Y

Para cada iteração k até um número máximo de iterações k_{max}
 Enquanto não tiverem sido produzidos N novos indivíduos Fazer
 // definir $N/2$ pares de indivíduos (pais) cujas soluções serão misturadas produzindo 2 novas soluções (filhos)
 Caso método de emparelhamento seja igual a ...
 roleta :
 Para cada indivíduo da população
 Determinar o mérito M correspondente ao valor Y da sua solução.
 Determinar a soma dos valores de mérito ($Msum$)
 Enquanto o número de pares de indivíduos para cruzamento for menor do que $N/2$ Fazer
 Seleccione um indivíduo (pai1) com uma probabilidade igual ao seu mérito a dividir por $Msum$
 Seleccione um indivíduo (pai2) com uma probabilidade igual ao seu mérito a dividir por $Msum$
 torneio :
 Enquanto o número de pares de indivíduos para cruzamento for menor do que $N/2$ Fazer
 Escolher ao acaso (e com reposição) um conjunto de Q membros da população
 Definir como pai1 o elemento do conjunto com melhor desempenho Y
 Escolher ao acaso (e com reposição) um conjunto de Q membros da população
 Definir como pai2 o elemento do conjunto com melhor desempenho Y
 Se *rand* < probabilidade de ocorrer cruzamento (p_c) Então
 Criar nova solução (filho1) pela mistura das soluções pai1 e pai2.
 Criar nova solução (filho2) pela mistura das soluções pai1 e pai2.
 No caso contrário
 Igualar nova solução (filho 1) à solução pai1.
 Igualar nova solução (filho 2) à solução pai2.
 Se *rand* < probabilidade de ocorrer mutação (p_m) Então
 Modificar parte da nova solução (filho1).
 Se *rand* < probabilidade de ocorrer mutação (p_m) Então
 Modificar parte da nova solução (filho2).

Para cada nova solução da população (filhos)
 Determinar o valor Y da função objectivo para a nova solução X

Seleccionar os E indivíduos da população com melhores soluções (elite)
 Substituir a anterior população, excepto a elite, pelas novas soluções (filhos)
 Atribuir ao valor da melhor solução da população y_{min} o menor valor de Y
 Atribuir à melhor solução da população x_{best} a solução do indivíduo com menor Y
 Se $y_{min} \leq z$ Então
 Terminar a execução do algoritmo

Os GA correspondem a sistemas dinâmicos com componentes actuando em sentidos opostos. Assim, o operador mutação promove a exploração global do espaço de procura, enquanto a selecção conduz na pratica à convergência da população para zonas limitadas do espaço de procura. O operador cruzamento tende a promover a procura local.

4.5 Variantes estruturadas dos algoritmos genéticos

Na generalidade dos algoritmos genéticos não existem distinções de sexo ou quaisquer outras restrições à selecção de parceiros para reprodução; todos os indivíduos podem-se cruzar entre si (panmixia). Como se os indivíduos fossem moléculas de um gás, livres de colidir entre si.

Existem todavia muitos métodos que consideram restrições à formação de parceiros e não existe uma classificação unânime. Consideremos primeiro as variantes baseadas na ideia de subpopulação. Terá sido Bossert (67), no seu estudo da evolução biológica, o primeiro a sugerir a simulação computacional da competição entre várias subpopulações de modo a combater a redução da diversidade no total da população.

Sendo os GA algoritmos populacionais, a ideia da sua execução em arquitecturas de processamento paralelo surgiu desde cedo na literatura. Já Holland (75) sugere esta aplicação. Após um primeiro modelo de paralelismo – dito global -, em que há distribuição da computação por múltiplo processadores, mas a população permanece indivisa, não havendo restrições ao emparelhamento de parceiros, surgiram outros modelos em que não existe panmixia:

1. Modelos de ilhas, de migração, ou de grão grosseiro, segundo a nomenclatura de Bergh (06); algoritmos genéticos distribuídos, segundo Tomassini (99), e Alba e Tomassini (02).
2. Modelos de vizinhança, de difusão, ou de grão fino, segundo Bergh (06); designados alternativamente como algoritmos genéticos celulares, segundo Tomassini (99), e Alba e Tomassini (02).

Nos primeiros existem várias subpopulações (demes), dentro das quais não existe restrições ao emparelhamento, mas entre as quais não existe comunicação. Todavia, ocasionalmente alguns indivíduos podem migrar de uma população para outra. Aqui, mais importante do que o número de indivíduos transferidos é a frequência das migrações.

Nos segundos temos a população ordenada numa grelha com uma ou duas dimensões, em que as subpopulações correspondem a parcelas da grelha, pertencendo os indivíduos situados nas franjas destas parcelas a mais do que uma subpopulação. Geralmente a fracção central da subpopulação corresponde a um único vértice e a franja corresponde aos seus vizinhos imediatos.

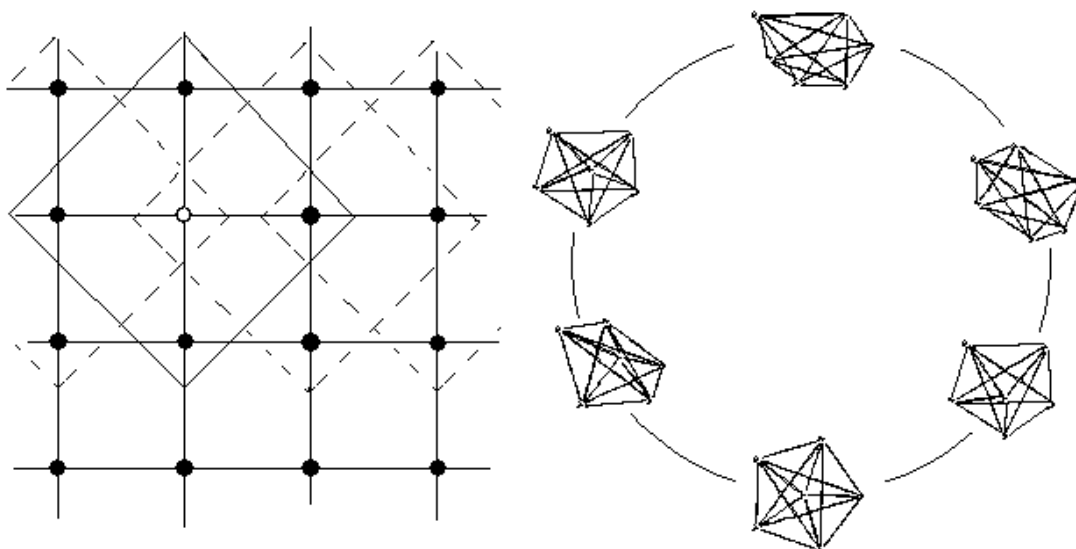


Fig. 14 Comparação entre algoritmos genéticos celulares e algoritmos genéticos distribuídos. Num algoritmo genético celular – cGA –, à esquerda, cada indivíduo pode trocar informação apenas com os seus vizinhos (no caso segundo a definição de Neumann). Num algoritmo genético distribuído – dGA –, à direita, a população está dividida em subconjuntos dentro dos quais a troca de informação é livre; periodicamente ocorre uma transferência de elementos de uma população para outra.

A classificação acima não considerou os algoritmos evolutivos baseados em grafos, ou GBEAs (*graph-based evolutionary algorithms*) - Bryden *et al.* (06). Esta linha de investigação não está necessariamente relacionada com a computação paralela e utiliza a topologia da rede para regular a perda da diversidade da população. Estas topologias são regulares, mas não homogêneas. Tomam tipicamente formas mais sofisticadas do que as dos modelos já referidos.

Aproveitando a analogia com os estados da matéria, nesta linha de investigação as populações tem uma organização semelhante às estruturas cristalinas. Aqui, a topologia regula o fluxo de informação através da população:

1. O grau de conectividade ao nível de todo o grafo controla a velocidade global de convergência; ao nível local – o grau de um nó –, determina a possibilidade que esse indivíduo possui de reproduzir a sua informação.
2. As conexões entre zonas distantes do grafo dificultam a convergência precoce e definem o fluxo global de informação dentro da população.
3. A existência de zonas do grafo fracamente ligadas entre si tem um efeito semelhante à divisão em subpopulações própria dos algoritmos genéticos distribuídos.

Os algoritmos genéticos foram a primeira escolha como algoritmo de procura que serviria de base à construção do algoritmo híbrido para a tarefa de optimização sem restrições. Todavia, a escolha final foi o algoritmo PSO, pelas razões explicadas na subsecção 5.4.1.

4.6 Relação entre Topologia e Dinâmica de Procura em Algoritmos Multi-ponto

4.6.1 *A topologia como elemento de controlo*

A capacidade de aquisição de nova informação tem de ter um ponto de equilíbrio com a cópia da informação pré-existente. Este ponto de equilíbrio pode ser definido pela limitação da comunicação entre indivíduos, isto é, pela definição da topologia da população.

Tomemos em particular a tarefa de optimização. Aí a uniformização da população corresponde à convergência precoce para um qualquer óptimo, provavelmente local, da função objectivo. A definição das relações de vizinhança entre os indivíduos de um algoritmo de procura multi-ponto deverá ser manter uma diversidade de soluções na população, de modo a explorar o maior número possível de óptimos com o menor acréscimo possível de esforço computacional resultante da diminuição da velocidade de convergência.

Consideremos casos bem definidos e aparentemente extremos da topologia, para melhor avaliarmos o seu efeito potencial. À partida, a estrutura em grafo pleno poderá facilitar um carácter avarento à dinâmica de procura, já que todos os N indivíduos estão à distância 1 de qualquer outro. Todavia, a probabilidade de escolherem o (outro) indivíduo com melhor desempenho de população será $1/(N-1)$. Em contraste, numa topologia em roda, praticamente todos os indivíduos estão a uma distância 2, mas existe um indivíduo pelo qual passa toda a comunicação; a partir do momento em que este indivíduo focal adopte uma solução próximo de um qualquer óptimo, é provável a convergência de toda a população para esse óptimo. Temos aqui uma velocidade elevada de transferência de informação em simultâneo com uma capacidade total mínima da sua retenção.

Já a estrutura em anel está próxima do outro extremo, uma vez que define um número de grupos igual ao tamanho da população, com um máximo de distância geodésica entre indivíduos. Assim, para dominar toda uma população a informação sobre uma localização privilegiada do espaço demorará cerca de $N/2$ iterações. Os modelos de ilhas, empregues nos algoritmos genéticos de modo a simular os processos de especiação alopátrica da evolução biológica, são derivados da estrutura em anel pela substituição dos nós por cliques correspondentes a subpopulações dentro das quais existe livre troca de informação genética. A especiação alopátrica é o modelo darwinista clássico de formação de novas espécies biológicas com base numa separação física prolongada.

4.6.2 *Um problema paralelo: o impacto das relações aleatórias e das ligações entre grupos nas redes sociais*

Milgram e seus colaboradores executaram três experiências que deram origem ao conceito de *small-world*. A mais conhecida é descrita em Milgram (67) e Travers e Milgram (69). Nessa experiência, Milgram solicitou a indivíduos vivendo no meio dos E.U.A. que tentassem fazer chegar cartas a um desconhecido que vivia num lugar afastado do mesmo país por intermédio de uma qualquer pessoa com quem tivessem familiaridade suficiente para a tratar pelo primeiro nome e pedindo na carta que essa segunda pessoa e seguintes repetissem o procedimento. Verificou-se que existia uma mediana de 5.2 intermediários entre o recipiente original da carta e o destinatário final. Milgram sugeriu então que quaisquer duas pessoas nos E.U.A. estariam, em média, separadas entre si por, não 5 pessoas, mas 5 círculos de relações. Assim, o país seria relativamente pequenos segundo

esta medida. Mais tarde estendeu-se este conceito a toda a população humana, apenas com a adição de mais uma ligação; qualquer membro da população do planeta estaria assim afastado de qualquer outro por 6 pessoas (seis graus de separação).

Todavia, uma análise dos arquivos relativos a estas experiências feita por Kleinfeld (02), revela que primeiro, todas as experiências obtiveram taxas de sucesso inferiores a 30%. Isto mesmo não contabilizando os recipientes da solicitação dos investigadores que nem chegaram a iniciar a cadeia de cartas. Segundo, os métodos de angariação dos indivíduos recipientes do pedido dos investigadores conduziram à selecção de indivíduos com poder económico e intensidade de relações sociais acima da média. Terceiro, os estudos de outros autores não conseguiram ter taxas de sucesso elevadas sem ter que alterar o protocolo experimental de modo a reatar cadeias de contactos interrompidas e sem deixar de considerar o todo da população.

Kleinfeld (02) sugere em conclusão que as redes sociais não sejam, nem Mundos Pequenos, nem Mundos Grandes – redes em que o número de intermediários entre dois nós (distância geodésica) é elevado -, mas sim uma mistura de ambos, com uma pequena elite da sociedade capaz de encurtar a rede pelo elevado número e distribuição dos seus contactos.

Embora as conclusões de Milgram (67) e Travers e Milgram (69) possam não ser correctas, o seu estudo promoveu o desenvolvimento de diversas linhas de investigação. Assim, Kleinberg (00, 04), debruçando-se sobre os resultados de Milgram (67) e de Travers e Milgram (69), diferenciou dois factos:

1. A possibilidade de ligações entre indivíduos da sociedade humana não limitada pela distância física entre eles que permite uma transferência de informação rápida – já que passando por poucos intermediários -, a qualquer distância (efeito de *small-world*);
2. A capacidade dos indivíduos em ser capaz de, numa forma distribuída, conseguir estabelecer esse caminho apenas com conhecimentos limitado da rede social, do alvo e do caminho já percorrido pela mensagem.

Kleinberg (00) defendeu que nas *small-world networks*⁹ construídas por Watts e Strogatz (98), em que a distribuição das ligações aleatórias não são uma função da distância existirá um algoritmo descentralizado capaz de construir, com probabilidade não negligenciável, um caminho com o tamanho obtido por Milgram (67), e Travers e Milgram (69). Tamanho este que é comparável ao diâmetro de um grafo aleatório com o mesmo número de elementos, mas menor do que o diâmetro da rede em estudo. Depois demonstrou que, para obter os caminhos mais curtos possíveis, a probabilidade p da existência de ligações entre dois nós quaisquer - i e j - de uma rede *small-world* deve decair exponencialmente com a sua distância d , sendo o expoente α igual à dimensão do subgrafo ordenado da rede. Daqui resulta que a probabilidade p seja tal que:

$$p(i, j) \propto d(i, j)^{-\alpha}; \quad \text{Eq. 4-10}$$

⁹ *Small-world networks* são um tipo específico de redes, um entre muitos outros tipos onde se observa o fenómeno *small-world*, constituídas pelas justaposição de uma rede aleatória a uma rede ordenada, tal como um mosaico ou anel.

com α igual a 1, no caso de um anel, ou α igual a 2, no caso de um mosaico bidimensional. Deste modo, a cobertura da rede, a partir de um qualquer nó, seria uniforme para todas as escalas (ordens de magnitude) de distância entre nós – Kleinberg (04). Com base nos resultados das experiências de Milgram (67), e de Travers e Milgram (69), Kleinberg (01) sugeriu que uma organização hierárquica numa rede permitirá que algoritmos descentralizados possam fazer uma procura eficiente por um qualquer nó específico. Igualmente Watts *et al.* (02) propuseram uma estrutura hierárquica para as redes sociais de modo a explicar os resultados da experiência de Milgram.

Mais recentemente, Simsek e Jensen (08) conceberam um método promissor para resolver de um modo distribuído o problema da entrega de uma mensagem a um endereço desconhecido e na presença de ruído. A estratégia seguida foi o envio da mensagem, em cada passo do caminho, ao nó conhecido com maior probabilidade de acesso ao recipiente final. Esta probabilidade é definida para cada nó como sendo o produto do número de ligações de saída desse nó pelo grau de semelhança estimado entre esse nó e o recipiente final. Existe pois um reconhecimento do valor da homofilia.

Um estudo aprofundado da procura descentralizada em rede pode ser encontrado em Easley e Kleinberg (10).

Os trabalhos de Watts e Strogatz (98), e de Watts (99), sobre o efeito *small-world* mostraram como em redes altamente organizadas a introdução de algumas ligações aleatórias reduz fortemente a distância mínima entre os nós da rede.

Podemos fazer a correspondência entre essas ligações aleatórias e os laços fracos estudados por Granovetter (73), revisto em Granovetter (83). Este autor observou que a maior parte dos indivíduos havia originalmente tomado conhecimento das ofertas dos empregos que mais tarde viriam a ocupar, não por pessoas chegadas, mas sim por meros conhecidos. Daí concluiu a importância das dessas ligações fracas para o acesso à informação a circular no grosso da população. Adicionalmente, Granovetter (83) cita a análise de Lin *et al.* (78) da experiência original de Milgram, onde se verificou que as cartas que chegaram ao destinatário final passaram por mais ligações fracas do que aquelas cujo percurso ficou incompleto.

4.7 Algoritmo de partição de redes de Doreian e Mrvar

Doreian e Mrvar (96) propuseram um algoritmo de optimização combinatorial para a determinação da partição óptima de redes com sinais com base na medida de inconsistência apresentada na subsecção 2.4.5.

Este algoritmo, que designaremos como DM, tem o mérito de ser muito simples. Todavia a sua complexidade computacional é elevada. Vide a sua descrição na tabela 5. É estocástico, porque a selecção da partição inicial e das suas transformações é feita aleatoriamente. Segundo Yang *et al.* (07a), o algoritmo possui uma complexidade computacional de ordem $O(n^3)$. É *greedy* porque a mudança da partição é feita sempre num sentido de obter um valor mais desejável (menor) da função P , portanto pode ficar retido na vizinhança de um mínimo local de P . Por isso, os autores notaram a necessidade da experiência ter de ser corrida múltiplas vezes - entre 12 e 15 -, para as experiências numéricas descritas em Doreian e Mrvar (96). Além disso, os autores incluíram transformações por permutas na classificação de pares de nós, de modo a poder fugir a

equilíbrios de Nash correspondentes a alguns dos mínimos locais. Os resultados apresentados correspondem assim aos valores mínimos obtidos.

Tabela 5 Pseudo-código do algoritmo de partição de Doreian e Mrvar (96, 09). Note-se que os parâmetros que definem a amplitude da produção de partições transformadas – ditas vizinhas da partição à altura – C – não são especificados.

Gerar uma partição aleatória inicial C dos nós em <i>clusters</i>
Calcular a função critério da partição $P(C)$
Durante N iterações
Gerar um certo número de transformações C' de C por transferência de um nó de um <i>cluster</i> para outro
Gerar um certo número de transformações C^* de C por troca de um par de nós entre dois <i>clusters</i>
Igualar a variação no valor da função critério ΔP a 0
Enquanto $\Delta P \geq 0$ e existirem transformações por testar
Escolher outra das transformações produzidas por testar C_{nova}
Verificar ΔP de uma transformação C_{nova} escolhida aleatoriamente
No caso contrário // isto é, $\Delta P < 0$ ou já não existirem mais transformações por testar
Igualar C a C_{nova}
Igualar $P(C)$ a $P(C) + \Delta P$

Os autores não explicitaram qual o número de novas soluções geradas em cada passo do algoritmo nem quais os critérios de paragem. Todavia indicaram que os resultados do artigo de 1996 tinham sido obtidos após entre 5500 e 7800 transformações. É de supor que o critério de paragem seja um repetido insucesso em melhorar a partição.

Como vimos, Doreian e Mrvar (96) propuseram um algoritmo para a partição de grafos que não se baseia nas teorias do equilíbrio estrutural. Isto sucedeu precisamente porque, querendo estes autores demonstrar que as redes tendiam para um grau de inconsistência mínima, teriam que utilizar um método independente de prova. Esta já não será uma limitação para os autores seguintes.

4.8 Partição de redes com sinais pelo algoritmo SONE e seus relacionados

4.8.1 Descrição do algoritmo SONE

Yang (06) propôs um algoritmo de detecção de comunidades com base na criação de uma rede dinâmica. O algoritmo Rede Evolutiva Auto-Organizada (*Self-Organizing Network Evolving* - SONE) inspira-se no modo como se formam as redes de amizade humana. É constituído por uma sequência de 4 passos, correspondentes a outros tantos operadores – o_1 a o_4 . É aplicável a redes orientadas e não orientadas. A tabela 6 apresenta o algoritmo na forma de pseudo-código.

Passemos à descrição dos vários passos do algoritmo. Designemos a matriz de adjacência da rede, à entrada de cada iteração do ciclo principal, como A . À matriz de adjacência transformada pelos sucessivos operadores chamaremos S . O cálculo da similaridade estrutural entre dois vértices quaisquer – i e j –, é feito recorrendo apenas a informação sobre a sua vizinhança directa, através seguinte definição:

$$S(i, j) = o_1(A) = \begin{cases} 0, & \text{se } A(i, j) \leq 0 \\ \frac{\sum_{k \in \Gamma_i^+ \cap \Gamma_j^+} A(i, k)}{\sum_{k \in \Gamma_i^+ \cup \Gamma_i^-} |A(i, k)|} \cdot \frac{\sum_{k \in \Gamma_i^+ \cap \Gamma_j^+} A(j, k)}{\sum_{k \in \Gamma_j^+ \cup \Gamma_j^-} |A(j, k)|}, & \text{se } A(i, j) > 0 \end{cases}; \quad Eq. \quad 4-11$$

em que Γ_i^+ , por exemplo, representa o subconjunto dos vértices constituído pelo vértice i mais todos os vértices que recebem arestas com pesos positivos vindas de i , enquanto Γ_i^- representa o subconjunto dos vértices formado por i mais todos os vértices sobre os quais incidem arestas com pesos negativos vindas de i .

Os valores da semelhança estrutural servem para redefinir as relações de vizinhança entre pares de vértices. Temos

$$S2(i, j) = o_2(S) = \begin{cases} 0, & \text{se } S(i, j) \leq f_i(S); \\ S(i, j), & \text{caso contrário} \end{cases}; \quad Eq. 4-12$$

$$\text{com } f_i(S) = \omega_1 [\mu_i(S) + \omega_2 \sigma_i(S)]. \quad Eq. 4-13$$

Aqui f_i é uma função limiar de pertença, ω_1 e ω_2 são constantes e μ_i e σ_i referem-se, respectivamente, à média e ao desvio-padrão dos valores de S_{i, K_i^+} , sendo K_i^+ o conjunto dos vértices sobre os quais incidem arestas com pesos positivos vindas de i .

O passo seguinte é a expansão da vizinhança de cada nó, pelo estabelecimento de novas arestas com outros nós, à partida vizinhos dos actuais vizinhos. Corresponde a acção do operador o_3 sobre S , produzindo uma nova matriz de adjacência $S3$. A escolha aleatória do nó intermediário confere um carácter estocástico ao algoritmo. Este é o passo do algoritmo que executa a tarefa essencial de arregimentar nós para um mesmo agrupamento. Dado ser a selecção de nós limitada pelas relações de vizinhança existentes à saída no passo anterior, a redução da distância geodésica entre dois quaisquer nós da rede será, no máximo, para metade da existente ao iniciar este passo do algoritmo.

Por último, a matriz de adjacência transformada é tornada simétrica pela seguinte operação linear:

$$o_4(S4) = \frac{1}{2} [S3(i, j) + S3(j, i)]. \quad Eq. 4-14$$

Tabela 6 Pseudo-código do algoritmo SONE. Através de acções repetidas e opostas, de expansão e de corte, é feita a expansão das relações de vizinhança directa entre os vértices da rede dada. A matriz de adjacência transformada deverá eventualmente estabilizar. É assumido que no estado final estável todos os vértices ligados entre si por relações positivas pertençam ao mesmo grupo.

Seja S3 uma cópia da matriz de adjacência da rede dada, com os elementos da diagonal reduzidos a zero

Para cada iteração k até um número máximo de iterações k_{max}

Seja A uma cópia de S4

// aplicar primeiro operador (o_1), relativo ao cálculo das semelhanças estruturais

Seja S uma matriz de zeros com tamanho $N \times N$

Para cada aresta com sinal positivo (i,j) de A

Atribuir a $S(i,j)$ o índice de semelhança estrutural entre os dois nós, dado por (vide Eq. 4-8)

$$\frac{\sum_{k \in \Gamma_i^+ \cap \Gamma_j^+} A(i,k)}{\sum_{k \in \Gamma_i^+ \cup \Gamma_i^-} |A(i,k)|} \cdot \frac{\sum_{k \in \Gamma_i^+ \cap \Gamma_j^+} A(j,k)}{\sum_{k \in \Gamma_j^+ \cup \Gamma_j^-} |A(j,k)|}$$

// aplicar segundo operador (o_2), relativo à selecção de vizinhos

Seja S2 uma cópia de S

Para cada nó

Calcular a média μ e o desvio padrão σ do valor absoluto das intensidades dos arcos que saem do nó

Igualar o limiar de intensidade a $\omega_1 \cdot (\mu + \omega_2 \sigma)$

Anular todos os arcos de S2 que partam do nó com um valor inferior ao limiar.

// aplicar terceiro operador (o_3), que executa a expansão das vizinhanças

Seja S3 uma cópia de S2

Para cada (primeiro) nó

Escolher ao acaso um segundo nó que seja recipiente de uma ligação positiva vinda do primeiro

Para cada (terceiro) nó recipiente de uma ligação vinda do segundo, que não seja o primeiro nó

Se $S2(\text{primeiro}, \text{terceiro}) < S2(\text{primeiro}, \text{segundo}) \cdot S2(\text{segundo}, \text{terceiro})$ Então

Substituir o valor actual de $S3(\text{primeiro}, \text{terceiro})$ por $S(\text{primeiro}, \text{segundo}) \cdot S(\text{segundo}, \text{terceiro})$

Calcular a média μ e o desvio padrão σ das intensidades dos arcos que saem do primeiro nó

Definir o limiar de intensidade como sendo igual a $\omega_1 \cdot \mu + \omega_2 \cdot \sigma$

Anular todos os arcos que partam do primeiro nó com um valor inferior ao limiar.

// aplicar quarto operador (o_4), que torna a matriz S simétrica

Para cada elemento (i,j) da matriz S4

Substituir o valor desse elemento pelo valor médio de $S3(i,j)$ e de $S3(j,i)$

// verificar estabilização da rede ; se tal houver sucedido, determinar a partição do grafo a partir de S3

Se S4 for igual a A Então

Terminar a execução do algoritmo

Subjacente a esta transformação está a representação de uma aresta de um grafo não orientado como sendo a combinação linear das duas arestas do grafo orientado correspondente.

4.8.2 Os algoritmos FEC e MCS

Yang *et al.* (07a) propuseram o algoritmo FEC para a identificação de comunidades dentro de redes com sinais, mas também em redes com arestas sempre positivas. O

algoritmo baseia-se num *random walk* probabilístico ao longo das arestas da rede. Esta é uma medida indirecta da densidade das ligações entre nós. Donde este método deriva em última da definição de comunidades feita por Girvan e Newman (02).

As ligações negativas são contabilizadas no cálculo probabilístico da proximidade geodésica, mas tal como no caso do algoritmo SONE tem um papel nos cálculos menor que o das ligações positivas. Note-se ainda que os resultados de Milgram (67) e de Travers e Milgram (69) são considerados no cálculo do número de passos do *random walk* - l - suficiente para que todos os membros de uma mesma comunidade possam ser alcançados. Este parâmetro, referido como o valor mínimo de l , é igualado inicialmente a 6 (os atrás referidos 6 graus de separação). Testes posteriores, para as redes em estudo, aconselham valores mínimos de l iguais ou acima de 10.

Na mesma altura, Yang e Liu (07) apresentaram o algoritmo MCS, para a detecção de comunidades especificamente em redes com sinais. Este algoritmo vai executar cortes repetidos da rede de modo a manter juntos grupos de nós que possuam, na sua maioria, arestas positivas entre si e arestas negativas para com os outros nós. É pois inspirado na formula da inconsistência de Doreian e Mrvar (96), a qual lembremos, é uma extensão do conceito de modularidade para redes com sinais, o qual considera no cálculo da inconsistência, a possibilidade de atribuir importâncias diferentes às relações negativas internas ao grupo, e às ligações positivas entre grupos; relação esta que é definida pelo parâmetro α .

Todavia, na apresentação de ambos os algoritmos, este parâmetro foi omitido. Assim, para comparar os resultados obtidos por estes algoritmos nas suas baterias de teste com os resultados obtidos por outros algoritmos noutras experiências em que se usou o valor padrão $\alpha = 0,5$, teve-se que dividir por 2 os valores do erro apresentados nestes dois artigos.

A complexidade computacional de ambos os algoritmos é declarada como sendo $O(n+m)$, em que n e m tem o seu significado habitual, representando respectivamente o número de nós e o número de ligações da rede.

4.9 Resumo

Neste capítulo foram apresentados vários algoritmos de procura em que a informação relevante para a tarefa é em cada iteração transferida entre os elementos do sistema e processada de modo distribuído e local – Algoritmo Genético (GA), Enxame de Partículas para Optimização (PSO) e a Rede Evolutiva Auto-Organizada (SONE). Os dois primeiros são algoritmos de procura multi-ponto, existindo uma produção simultânea de múltiplas soluções completas para o problema, enquanto no último caso a solução para o problema corresponde ao próprio sistema (rede), e logo é única.

No caso dos algoritmos multi-ponto, deu-se atenção sobretudo às restrições na transferência de informação entre elementos, a que corresponde uma estruturação topológica do conjunto de soluções. Foram consideradas topologias estáticas e topologias dinâmicas, isto é, com capacidade de reajuste.

5 APLICAÇÃO DE UMA REDE DE TROCAS DE INFORMAÇÃO NA OPTIMIZAÇÃO SEM RESTRIÇÕES

5.1 Enquadramento

Vamos explorar as potencialidades da aplicação dos conceitos de equilíbrio estrutural e de influência condicional na tarefa de optimização sem restrições. Para tal construímos um algoritmo híbrido que associa os conceitos citados a um algoritmo de procura multi-ponto - conforme é requerido pela representação em rede - no caso, a optimização por enxame de partículas. O algoritmo resultante é uma versão do PSO com topologia dinâmica.

Trata-se da construção dum sistema dinâmico em que os detalhes de implementação podem desequilibrar em favor de qualquer extremo de organização da rede. Vamos por isso decompor a descrição da sua criação em várias etapas. Na secção 2 justificamos a aplicação da dinâmica dos grupos humanos; na secção 3 são apresentadas algumas propriedades desejadas para a dinâmica de rede, mas cuja emergência não é garantida e possíveis modos genéricos de sintetizar algumas dessas propriedades; finalmente, na secção 4 apresentamos o algoritmo de optimização proposto. Na secção 5 apresentamos a bateria de testes; a secção 6 é dedicada aos resultados, que são comentados na secção 7.

5.2 Fundamentos da aplicação da dinâmica de comunidades em optimização

5.2.1 *A dinâmica de grupos é uma solução topológica*

Consideremos um algoritmo de procura multi-ponto genérico. Temos um conjunto (população) de endereços de memória contendo cada um deles a codificação de uma solução para o problema em causa. Designa-se usualmente cada um destes endereços como um indivíduo. Uma solução pode ser entendida como uma localização no espaço de procura, também designado na área de algoritmos evolutivos como paisagem de procura - cujo relevo é definido pela função objectivo. Os indivíduos estão dispersos no espaço de procura, mas trocam informação entre si no sentido em que as novas soluções são um produto de geralmente, mas nem sempre¹⁰, duas soluções preexistentes.

Uma via possível para aumentar a eficiência de um algoritmo populacional é fazer com que as trocas de informação não sejam feitas entre indivíduos ao acaso, mas tenham uma probabilidade maior de ocorrer entre certos pares de indivíduos do que entre outros. Podemos então representar a população de indivíduos por um grafo em que os nós são os indivíduos e as arestas identificam as relações preferenciais de recombinação de informação. Dizemos de um tal algoritmo que é estruturado. Várias formas estruturadas de dois exemplos de algoritmos populacionais dedicados à optimização sem restrições - algoritmos genéticos e optimização por enxame de partículas -, foram já apresentadas no capítulo 4.

¹⁰ Por exemplo, no método de Evolução Diferencial cada nova solução resulta da combinação de um grupo de soluções.

Ora, a definição de uma estrutura topológica particular vai restringir o tipo de problemas para os quais o algoritmo tem um desempenho competitivo. Esta é uma consequência do teorema No-Free-Lunch, de Wolpert e Macready (97).

Então porque não criar uma topologia que se modifique à medida que novas soluções para o problema são testadas? A topologia adaptar-se-ia a cada problema em particular, reduzindo a arbitrariedade da escolha. A observação das melhores topologias finais auto-geradas permitir-nos-ia identificar quais as melhores topologias para cada problema.

É esta a razão de ser das topologias dinâmicas em geral. Esta é também uma justificação do interesse pela dinâmica particular aos grupos humanos, enquanto sistema de informação natural que se reorganiza em função da informação que flui através de si, permitindo uma alocação dinâmica dos recursos computacionais na exploração em profundidade de múltiplas regiões do espaço de procura em simultâneo.

5.2.2 *A dinâmica das comunidades é um processo controlado de procura*

O aspecto e comportamento dos seres vivos é definidos essencialmente pela sua informação genética, expressa em função do seu ambiente local. A espécie humana ultrapassou parcialmente essa condição: a nossa aparência e acções é em grande parte definida por memórias externas ao núcleo das nossas células, acumulando-se primeiro nas configurações das redes de neurónios, quando as representações do mundo e o saber tecnológico são passadas por via oral – graças à invenção da linguagem –, para depois tornarem-se externas ao nosso corpo com a invenção da escrita. Assim, do ponto de vista da gestão da informação, podemos dizer que:

1 - a primeira função da organização humana em grupos é a transmissão da informação genética e cultural.

A capacidade de processamento de informação em grupo foi desenvolvida a partir das capacidades básicas de comunicação, desenvolvidas para a execução das tarefas em grupo. A coexistência de múltiplos indivíduos, cada um capaz de receber e processar informação do meio, vai possibilitar a troca e integração de informação.

Como vimos no capítulo 2, um facto fundamental da actividade dos grupos é o de, mercê de trocaram mais informação entre si do que com o exterior, os seus membros tendem a tornar-se cada vez mais semelhantes. Dir-se-á no presente contexto que tendem a cobrir uma região cada vez reduzida do espaço de procura (procura local).

2 – Uma segunda função dos agrupamentos humanos espontâneos é a exploração conjunta e em profundidade de fracções do espaço de possibilidades dos problemas postos a essa população, sendo a unidade funcional de exploração a comunidade ou grupo¹¹.

Logo que exista especialização de tarefas passa a existir especialização dos conhecimentos. Então, para a tomada de decisão em problemas complexos, os membros de um grupo vão ter de recolher informação de outros membros.

Apenas uma pequena parte da capacidade individual de processamento de informação é passível de comunicação, porque verbalizável, donde o fornecimento de informação

¹¹ Os dois termos são usados indistintamente.

especializada a um segundo indivíduo é necessariamente incompleto. Então a aquisição de informação representa um depositar de confiança do segundo indivíduo no primeiro.

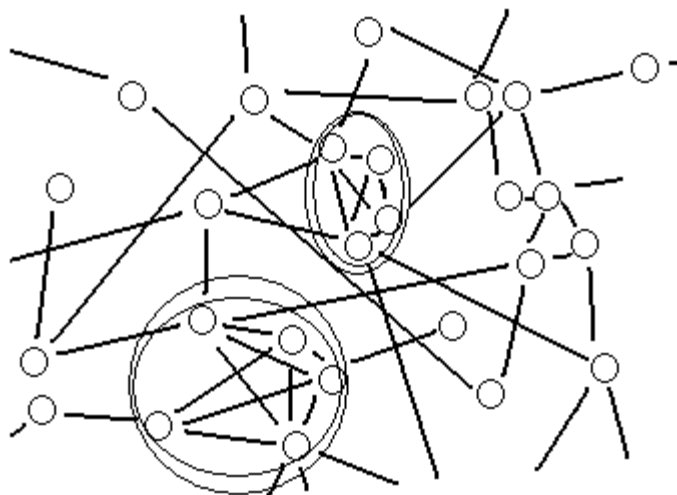


Fig. 15 Representação de parte de uma rede social em que os nós representam os indivíduos e as arestas os canais de comunicação abertos em ambos os sentidos. As comunidades estão delimitadas por círculos.

Quando existem diferentes indivíduos capazes de fornecer a mesma informação especializada, um indivíduo pode então exercer controlo sobre a informação que recebe pela reavaliação do grau de confiança que deposita nas suas potenciais fontes de informação.

Assim, a circulação da informação numa população humana organizada informalmente pode ser representada por uma rede em que os nós são os elementos do grupo e os valores associados a cada aresta correspondem ao grau de confiança, enquanto possível fonte de informação, de um primeiro elemento num segundo. Valores negativos expressam relativa desconfiança e valores positivos relativa confiança.

Numa organização formal humana, a estrutura de comunicação é pré-definida e sujeita a um controlo centralizado em alguns elementos da organização. Em contraste, temos que:

3 - numa população auto-organizada, a gestão da informação corresponderá a uma regulação local do grau de confiança que um nó deposita nos seus vizinhos.

Vamos agora considerar que propriedades resultam da acção dos mecanismos de controlo endógeno discutidos nos capítulos 2 e 3.

A estabilização macro-estrutural da rede, discutida na subsecção 2.4.8, pressupõe que os indivíduos dentro de uma população são capazes de identificar os seus vizinhos como pertencendo ao mesmo grupo ou pertencendo a um grupo diferente. Em função desta avaliação cada indivíduo irá ajustar o seu grau de confiança nos seus vizinhos:

1. os vizinhos pertencentes ao mesmo grupo são fontes preferenciais de informação;
2. membros do mesmo grupo que não sejam ainda vizinhos são alvos preferenciais para o estabelecimento de novas ligações;

3. vizinhos não pertencentes ao mesmo grupo são alvos preferenciais para a cessação de comunicação.

Todas estas acções conduzem ao reforço da divisão da população em grupos.

Consideremos agora as implicações do mecanismo estabilização micro-estrutural da rede na organização dos grupos aos quais pertencem os nós envolvidos.

Advogamos nesta tese que a deve reger-se pela regra de influência condicional. Relembremos a sua formulação (vide Eq. 3-9). Sejam P, O e X três elementos quaisquer da população, sendo que existe uma ligação positiva de O para P. Então P tenderá a adoptar a mesma avaliação que O tomou em relação a um terceiro elemento X, isto é:

$$\text{sgn}(X - P) = \text{sgn}(X - O), \quad \text{Eq. 5-1}$$

seja esta avaliação positiva ou negativa.

Atente-se que, de cada vez que a avaliação de X como fonte de informação é passada de um nó para outro da vizinhança de X aumenta a probabilidade dessa mesma avaliação ser estendida à restante vizinhança – já que os vizinhos dos vizinhos de X são eles próprios vizinhos de X.

Terá a aplicação repetida da regra de influência condicional um impacto uniforme independente o estado de organização da rede? Para o perceber vamos equacionar três cenários correspondente a estados de desagregação crescente da fronteira entre dois grupos:

- I. Todos os três elementos pertencem ao mesmo grupo.
- II. Dois dos elementos pertencem a um mesmo grupo enquanto o terceiro pertence a um segundo grupo.
- III. Os elementos envolvidos na relação triangular pertencem a três grupos distintos.

O primeiro cenário é uma situação interna ao grupo. Dado o predomínio esperado das relações positivas entre os elementos de um grupo é de esperar que, primeiro, a aplicação da regra de influência condicional seja mais frequente no interior dos grupos e, segundo, que a avaliação transmitida entre os vizinhos seja maioritariamente positiva. Caso a transmissão de avaliações positivas sobre X seja dominante, a estrutura local evoluirá no sentido da integração completa de X no seu grupo. Caso a dominante seja negativa, evoluirá no sentido da sua total exclusão. Dizemos que:

4 – as aplicações sucessivas da regra de influência condicional sobre os elementos de um grupo tendem promover uma avaliação uniforme dum nó pelos restantes membros do grupo e logo a consistência na demarcação dos grupos.

Os cenários II e III passam-se na fronteira entre grupos: a informação a transferir corresponde a uma importação duma avaliação feita externamente ao grupo – se os elementos O e X pertencerem a diferentes grupos -, ou será transferida para o exterior do grupo – caso P e X forem de diferentes grupos ou, finalmente, a transmissão terá sido

intermediada por um elemento exterior ao grupo – quando P e O são de grupos diferentes. No cenário III verificam-se todas as situações. Assim, podemos dizer que:

5 – as aplicações sucessivas da regra de influência condicional sobre nós pertencentes a diferentes grupos tenderá a reduzir a distinção entre o exterior e o interior dos grupos envolvidos.

Note-se que enquanto os mecanismos de equilíbrio macro-estrutural foram propostos para explicar como é preservada a organização em grupos numa população, já os mecanismos de equilíbrio micro-estrutural tanto podem reforçar a separação entre nós de grupos diferentes como dissolver as barreiras à comunicação.

5.3 Propriedades da dinâmica de grupos a fazer emergir

5.3.1 Os grupos devem fazer a exploração local das melhores parcelas do espaço de procura

O método mais directo de acoplar a evolução da rede ao sucesso na tarefa de optimização será atribuir o sinal algébrico das arestas em função da utilidade da informação transmitida de um nó para outro. Assim:

1. quando uma nova solução resultante da combinação de duas soluções satisfazer um certo critério de qualidade atribuir-se-á um sinal positivo à ligação correspondente;
2. quando a mesma solução não satisfazer o mesmo critério, receberá um sinal negativo.

Uma condição alternativa para promover a procura local de parcelas promissoras do espaço de procura será favorecer a manutenção das ligações que conduziram à formação de boas soluções. Por exemplo, as arestas negativas terão um decaimento mais rápido ou com maior probabilidade do que as arestas positivas.

Resta-nos depois promover o uso das fontes de informação tidas como boas na produção de novas soluções. Para tal, no processo de selecção de parceiros para formação de uma nova solução, um nó dará prioridade, se não mesmo exclusividade, aqueles nós aos quais está ligado por arestas positivas.

Eventualmente formar-se-ão aglomerados de nós nas zonas mais promissoras do espaço de procura densamente ligados entre si por ligações maioritariamente positivas. Deste modo, podemos associar a sobrevivência dos grupos ao bom desempenho dos seus elementos na tarefa de optimização.

5.3.2 Devem existir múltiplos grupos para manter a diversidade da população

Quando a população está estruturada num único grupo todos os indivíduos tendem a confluir numa mesma parcela limitada do espaço de procura. Quando existem vários grupos diferentes parcelas podem ser exploradas simultaneamente e a diversidade da população é maior.

A diversidade será uma função do número de grupos e da semelhança das soluções associadas. Pretendemos não ter controlo directo sobre o número e dimensão de grupos activos na população. E, uma vez que a representação topológica é completamente

independente da distância entre os indivíduos no espaço de procura, o grau de semelhança será ainda mais indirectamente controlado.

Podemos dificultar a aproximação da estrutura da organização do grafo pleno, ou clique única, em que a informação tenderá a fluir com máxima velocidade entre os indivíduos da população e a probabilidade de diferenciação de conteúdos entre indivíduos é mínima. Esta é situação correspondente a um algoritmo não estruturado. O modo mais simples de o fazer é limitar o número de conexões dos indivíduos da população. Pode perceber-se o impacto deste factor pelo modo como a distância geodésica entre os nós de um grafo aleatório é reduzida com o aumento do grau médio dos nós: num grafo aleatório formado por 30 nós com grau 6, a excentricidade média dos nós será 2; num grafo aleatório com 100 nós, a excentricidade média será 3.

Outro método é considerar redes com sinais, em que as arestas com sinais negativos correspondem a canais fechados de transmissão de informação. Desse modo, o grau médio efectivo dos nós é reduzido. Finalmente, temos o uso do mecanismo explícito de preservação da separação entre grupos, pela eliminação e criação de arestas em função dos dois nós nos extremos pertencerem ao mesmo grupo ou não.

5.3.3 Os grupos devem ter capacidade de expansão e contracção

Em cada iteração de um algoritmo de procura multi-ponto, uma nova solução é produzida para cada indivíduo. Ou quase sempre, já que existem excepções - por exemplo, nos algoritmos genéticos, os indivíduos com as melhores soluções são usualmente mantidos imutáveis no seio da população - elitismo -, de maneira à sua informação ser reutilizada por outros indivíduos na construção de novas soluções. Donde a fracção de recursos computacionais de uma comunidade é, aproximadamente, directamente proporcional ao número dos seus membros.

Assim, à variação do número de elementos das várias comunidades corresponderá uma distribuição dinâmica de recursos computacionais por várias parcelas do espaço de procura.

Para que o tamanho das comunidades varie em função do potencial de exploração da parcela do espaço de procura que correntemente ocupam, sendo o tamanho da população constante, bastará que a manutenção das ligações da estrutura seja dependente da qualidade das condições criadas, ou que a conectividade seja controlada; assuntos esses que foram tratados nas subsecções anteriores. Existem todavia outros mecanismos de promover o crescimento de uns grupos relativamente a outros. Um terceiro método será a criação e eliminação de indivíduos em função da qualidade das soluções associadas. Ou estabelecer uma preferência na formação das novas ligações por parceiros com maior grau. As redes criadas pelos primeiros dois métodos terão um carácter mais elástico do que as criadas pelos restantes, mas perdem em velocidade de convergência.

5.3.4 A fusão e união dos grupos deve ser feita sem sacrifício da coerência interna dos grupos

Dentro de uma dada região do espaço de procura existirão várias sub-regiões em que a função de custo toma menores valores e que valerá a pena explorar. Um comportamento desejável será um grupo poder fraccionar-se em várias comunidades mais pequenas - de acordo com o carácter recursivo da definição de comunidade -, que eventualmente se especializarão na exploração de diferentes sub-regiões. Por outro lado, durante essa exploração separada pode verificar-se que a exploração de uma das sub-regiões tenha sido

infrutífera. Convirá então que a separação anterior não seja imediata e completa de modo a que possa ainda vir a ser revertida durante algum tempo após a separação.

A conjugação destes dois comportamentos fará da organização em comunidades uma estratégia para uma procura iterada – no sentido de poder haver uma repetida, mas reversível, decomposição em subgrupos.

5.4 Anatomia do algoritmo CI-PSO

5.4.1 Porquê a escolha do PSO como algoritmo de base

Apresentamos agora um algoritmo dedicado à optimização que simula uma dinâmica de grupos, segundo os princípios acima defendidos, em particular a regra de influência condicional. Por essa razão, o algoritmo é designado CI-PSO (*Conditional Influence – Particle Swarm for Optimization*), ou Optimização por Enxame de Partículas com Influência Condicional entre as partículas do enxame.

Antes de entrar na análise do algoritmo, importa notar que esta não foi a primeira aplicação da dinâmica de grupos à tarefa de optimização. Anteriormente foi construído um outro algoritmo híbrido, que conjugava um módulo de definição dinâmica da topologia com um algoritmo genético com codificação real. Foi decidido utilizar a optimização por enxames de partículas ao invés de algoritmos genéticos, por várias razões:

1. No PSO, a exploração do espaço de procura é feita pelas partículas do enxame de uma forma relativamente suave. Em contraste, nos GA a exploração é feita de forma disruptiva. A correlação entre a nova solução do indivíduo que recebe informação e a melhor solução à data – B –, enviada pelo indivíduo fonte, é rapidamente destruída. O que dificulta a atribuição de crédito a este último.
2. No algoritmo PSO, as melhores soluções de cada elemento i da população – B_i –, são preservadas à parte do seu estado actual – X_i . Isto permite a simultaneidade do empréstimo da sua melhor solução a um segundo elemento – j –, com o uso por parte de i da informação relativa à melhor solução de um elemento que geralmente não será, nem i nem j , mas sim um terceiro – k . A separação entre X e B permite o encadeamento da actividade exploratória das partículas no espaço de fase.
3. Como qualquer versão do algoritmo PSO exige uma definição de grupo para a escolha dos atractores não locais – G –, pode dizer-se do próprio algoritmo que é necessariamente estruturado. Assim, a aplicação de uma topologia dinâmica à população é uma transformação imediata do algoritmo PSO.
4. A optimização por enxame de partículas possui menor número de parâmetros do que os algoritmos genéticos. Assim, a adição dos parâmetros que definem a dinâmica da rede é mais comportável.

A característica fundamental do CI-PSO é a posse de uma estrutura topológica dinâmica, de cuja actualização se ocupa a maior parte do algoritmo. Como se notará pela leitura da tabela 7, que descreve a organização geral do algoritmo.

A dinâmica da rede tem por base um modelo composto de equilíbrio estrutural, sobre o qual actua um mecanismo de adaptação aos resultados da tarefa de optimização. Existem ainda rotinas de manutenção da rede como o garantir um número mínimo de ligações e a dissipação lenta das ligações de modo a eliminar estruturas não funcionais.

5.4.2 *Garantia de poder mínimo de escolha de fontes de informação*

Embora a estrutura da rede seja dinâmica, existem limitações ao número de conexões dos seus nós. Para que um nó (indivíduo) possa transferir – dar e receber –, a sua informação a outros nós, tem que ter um número mínimo de ligações - d_{min} . Com duas ligações, podemos ter uma circulação linear da informação. Assim, por defeito, teremos d_{min} igual a 2. Por outro lado, é necessário impor-se um valor máximo para o grau dos nós da rede - d_{max} -, de maneira a evitar que, mercê do encurtamento das distâncias geodésicas entre nós, a rede fique com uma topologia próxima do grafo pleno. Nessas condições, uma solução B_i de elevada qualidade poderia dominar rapidamente toda a população e teríamos uma convergência precoce do algoritmo para um óptimo qualquer. Para populações relativamente reduzidas, como aquelas que são empregues em optimização, d_{max} não poderá ser muito superior a 2.

Dado o carácter dinâmico da rede, pode suceder que um vértice da rede possua um número reduzido de vizinhos ou mesmo não possuir nenhum. Assim, a primeira tarefa do ciclo principal, antes da selecção das fontes de informação, é a verificação para cada ponto do cumprimento das condições de conectividade. Caso a condição de conectividade mínima acima não seja cumprida será criado um novo arco partindo de um vértice qualquer da rede que ainda não tenha atingido o limite d_{max} . Este arco possuirá valor absoluto unitário e sinal positivo – marcando-o como elegível para transmissão de informação.

5.4.3 *Seleção de fontes de informação*

Em ambos os algoritmos parte-se da topologia da rede - A -, para definir qual o conjunto de indivíduos a quem tomar de empréstimo os respectivos atractores locais - B -, para servir como atractores globais - G . Todavia, enquanto no PSO simples os atractores de grupo provêm da vizinhança directa imutável de cada partícula i , no CI-PSO as vizinhanças estão em constante revisão, quer na sua existência, quer na sua avaliação – identificada pelo seu sinal. À partida são elegíveis apenas os nós que fazem incidir arcos positivos sobre i . Atente-se que a marcação de um arco com um sinal positivo está associada ao reconhecimento da utilidade da informação contida no nó situado no extremo de onde parte o arco. No entanto, caso não existam arestas positivas a incidir em i poderão ser utilizadas arestas marcadas com sinais negativos.

5.4.4 *Exploração do espaço de procura*

Aplica-se a dinâmica de enxame do algoritmo PSO para determinar novas soluções para o problema.

Para que a avaliação de qualquer arco $A(j,i)$ seja precisa, os atractores B devem ser mantidos durante um número tt (tempo de teste de ligação), de iterações do ciclo de produção de novas soluções suficiente para averiguar o seu potencial mesmo que não correspondam às melhores soluções da vizinhança directa. Esta constrição implica uma redução da capacidade de convergência das partículas para o óptimo mais próximo.

5.4.5 Ajuste da rede em função dos resultados do processo de procura

5.4.5.1 Reforço e marcação das ligações

As arestas que representam a ligação entre duas quaisquer partículas – i e $j \in P_i$ –, são avaliadas pelo desempenho da partícula i durante o período de empréstimo por parte de j do seu atractor local B_j . Como critério de bom desempenho temos a melhoria da qualidade da solução associada ao indivíduo - Y_i -, quando comparado com o seu valor antes da execução do último conjunto de ciclos de exploração do espaço de procura – Y_i^* . As associações que satisfizeram este critério são directamente favorecidas no seu potencial de voltarem a ser escolhidas:

1. a sua intensidade é restaurada ao valor absoluto inicial;
2. recebem um sinal positivo para indicar a sua elegibilidade para o fornecimento de informação.

Ao invés, se o critério de sucesso não foi cumprido, as ligações $A(P_i, i)$ são desfavorecidas no seu potencial de estabelecimento de novas ligações:

1. a sua intensidade é restaurada ao valor absoluto inicial;
2. recebem um sinal negativo que marcará P_i como fonte de informação de pouca confiança para i .

5.4.5.2 Recomendação

Um vértice P_j que tenha contribuído para uma ligação de sucesso vai ter o seu potencial de fornecedor de informação aumentado de uma segunda maneira. O seu número de ordem é colocado no vector R , correspondente ao registo, para todos os vértices, do último elemento da população a contribuir na formação de uma solução que tenha satisfeito o critério de sucesso relativo acima. Posteriormente, quando B_i tiver por sua vez servido para produzir uma solução de sucesso por parte de um qualquer terceiro elemento da população k , e desde que i não tenha entretanto importado informação de um outro vértice, então será estabelecida a aresta (P_i, k) ; tal como é estabelecida a ligação $(R(P_i), i)$ após a atribuição de P_i a R_j . Designar-se-á este mecanismo como recomendação.

O estabelecimento desta ligação tem vários objectivos:

1. É mais um modo de difusão da informação sobre a localização no espaço de procura de uma solução de elevada qualidade (B_i).
2. Faz a ligação directa entre um fornecedor original de informação j e um seu recipiente posterior não imediato k , passando ao lado do intermediário i . Com isto encurta-se o caminho que a informação tem de percorrer até chegar a k , onde se infere que seja relevante, mercê do cumprimento encadeado do critério de sucesso na formação de novas soluções.
3. Conduz à formação de ciclos fechados de ligações – a começar pelos ciclos com três elementos. Conduz à formação de grupos; podendo no caso extremo à formação de grupos totalmente conexos - cliques.
4. Ao formar ciclos fechados de 3 elementos, cria as condições para a aplicação das condições do equilíbrio micro-estrutural de Heider e desenvolvimentos seguintes.

5.4.6 *Aplicação da Teoria do Equilíbrio Estrutural*

5.4.6.1 *Ajuste local da estrutura da rede pela regra de influência condicional*

Entramos agora na descrição do modelo composto de equilíbrio estrutural. O ajuste local da rede corresponde ao componente de acção *bottom-up* deste modelo. A estrutura local da rede é conduzida ao um estado de maior estabilidade pela aplicação da Regra de Influência Condicional. Em cada iteração e para cada nó, o sinal uma sua aresta incidente é alterado de acordo com esta regra.

5.4.6.2 *Ajuste macro-estrutural da rede*

Esta subrotina dá corpo ao componente *top-down* da dinâmica de equilíbrio estrutural da rede. Corresponde a uma gestão do ambiente (estrutura) de cada indivíduo em termos da sua pertença a um dado grupo.

É executada com menor frequência que o mecanismo de equilíbrio micro-estrutural. A sua menor frequência justifica-se pelo maior custo computacional da partição da estrutura da população em grupos. Todavia a sua acção é mais aguda. Manifesta-se pela dupla acção seguinte, para cada partícula e de P_G – período de ajuste de grupos - em P_G iterações:

1. Remoção de uma ligação negativa entre nós de grupos diferentes;
2. Estabelecimento de uma ligação positiva entre nós do mesmo grupo que ainda não estejam ligados entre si.

Para equiparar a intensidade média do seu efeito à do mecanismo de dissipação – a apresentar -, igualamos este período P_G ao tempo de vida *a priori* de uma aresta (LL).

O mecanismo de controlo macro-estrutural pressupõe um método de cálculo para separar em grupos os nós da rede. No cálculo da partição em grupos, pode ser utilizado qualquer algoritmo de partição de grafos.

Para reduzir os custos computacionais é utilizado um método expedito. Consideremos duas partículas i e j quaisquer. Para verificar se ambas pertencem a um mesmo grupo, vamos contar os números de ligações positivas e negativas que existem entre as partículas da vizinhança directa de ambas as partículas. Caso o número de ligações positivas seja superior a um dado limiar G_t , considera-se que as partículas i e j pertencem ao mesmo agrupamento.

5.4.7 *Dissipação de informação*

O último componente da dinâmica de rede é um mecanismo de decaimento das arestas. Em cada iteração, todas as arestas são atenuadas por um dado factor r , tal que ao fim de um certo número de iterações LL – correspondente ao tempo de vida das arestas, na ausência de modificações por via de outros componentes da dinâmica -, o valor absoluto de uma aresta cai abaixo dum valor mínimo - S_{min} . Para maior simplicidade, o valor da intensidade da aresta é então anulado.

Assim, a estabilidade a longo prazo de qualquer parte da estrutura vai depender do reforço das suas ligações como recompensa de um bom desempenho na tarefa de optimização.

5.4.8 Variantes do algoritmo CI-PSO

Consideramos três variantes do CI-PSO:

1. **Variante assimétrica independente** – aCI-PSO. Os canais de comunicação são unidireccionais, pelo que a existência de um canal de informação aberto de i para j nada nos diz sobre a existência e fecho do canal no sentido contrário.
2. **Variante simétrica** – sCI-PSO. Os canais de comunicação são bidireccionais. Para cada par i e j de partículas, $A(i,j) \equiv A(j,i)$. Se existe um canal de comunicação aberto de i para j , então também será permitida a transferência de informação no sentido contrário, independentemente de qual das duas partículas tenha a melhor solução.
3. **Variante anti-simétrica** – anCI-PSO. Os canais de comunicação são unidireccionais e anti-simétricos. Se existe um canal de informação aberto de i para j - $A(i,j)=+1$ -, então o canal de comunicação j para i estará necessariamente fechado - $A(j,i)=-1$.

É de esperar que ao aumento de assimetria corresponda um aumento do carácter *greedy* da procura.

A tabela 7 faz a descrição precisa do algoritmo. Consideramos como modelo a variante assimétrica - aCI-PSO -, já que as duas outras variantes são mais simples.

Tabela 7 Pseudo-código do algoritmo CI-PSO, na sua forma assimétrica (aCI-PSO). As designações partícula e nó são equivalentes. O anexo II mostra a sua implementação em Matlab.

Gerar população de N partículas, com posições e velocidades - X e V -, aleatórias mas dentro de limites
Para cada partícula

Determinar o valor Y da função objectivo na sua posição actual X

Atribuir ao valor da sua melhor posição Y_{best} o valor actual Y

Atribuir à melhor posição da partícula (atractor individual) B a sua posição actual X

Atribuir ao valor da melhor posição da população y_{min} o menor valor de Y_{best}

Atribuir à melhor posição da população x_{best} a posição da partícula com menor Y_{best}

Para cada partícula

Calcular os seus semi-graus interior e exterior - inD e $outD$ -, com base na topologia inicial

Para cada iteração k até um número máximo de iterações k_{max}

// garantir número mínimo de ligações

Para cada nó

Se o semi-grau interior inD do nó for menor que o valor mínimo desejado d_{min} Então

Criar nova ligação que incida neste nó, vindo de outro nó, com semi-grau exterior $outD < d_{max}$

Incrementar o semi-grau interior inD do primeiro nó e o semi-grau exterior $outD$ do segundo

// seleccionar fontes de informação

Para cada partícula

Determinar o conjunto dos nós que lançam arcos positivos sobre a partícula

Se o conjunto acima for vazio Então

Determinar o conjunto dos nós que lançam arcos sobre a partícula, sem atender ao seu sinal

Acrescentar ao conjunto a própria partícula

Tomar como Fonte o nó do conjunto acima com melhor desempenho Y

// explorar o espaço de procura

Actualizar ω em função do tempo

Durante tt iterações

Para cada partícula

Igualar o atractor de grupo G da partícula à melhor solução B da partícula Fonte respectiva

Para cada partícula

Actualizar a sua velocidade e posição, tais que

$$V^{k+1} \leftarrow \omega V^k + c_1 \varphi_1 (B - X^k) + c_2 \varphi_2 (G - X^k)$$

$$X^{k+1} \leftarrow X^k + V^{k+1}$$

Mantener a velocidade das partículas no intervalo $[x_{\min}-x_{\max}, x_{\max}-x_{\min}]$

Mantener a posição das partículas no intervalo $[x_{\min}, x_{\max}]$

Determinar o valor Y da função objectivo na sua posição actual X^k

Se $Y < Y_{best}$ melhor desempenho da partícula Y_{best} Então

Atribuir a Y_{best} o novo valor de Y

Atribuir à melhor posição B da partícula a sua posição actual X^k

Se $Y_{best} < y_{\min}$ Então

Atribuir ao valor da melhor posição da população y_{\min} o valor de Y_{best}

Atribuir à melhor posição x_{best} da população a posição melhor B da partícula

// adaptar a estrutura em função dos resultados

Para cada nó

Se o melhor desempenho Y_{best} do nó tiver melhorado Então

Atribuir ao arco (Fonte(nó), nó) o valor +1

// recomendação

Registar Fonte como mais recente transmissor de informação útil R do nó

Se $outD(R(\text{Fonte}(\text{nó}))) < d_{\max}$ AND $inD(\text{nó}) < d_{\max}$ Então

Criar arco ($R(\text{Fonte})$, nó) com valor +1

No caso contrário

Atribuir ao arco (Fonte(nó), nó) o valor -1.

// aplicação da componente micro-estrutural (relaxação) da dinâmica de equilíbrio da rede

Para cada primeiro nó, e segundo uma ordem aleatória de chamada

Achar um triângulo instável segundo Newcomb, estando o nó na posição 1 (ponto focal)

Igualar o sinal do arco do terceiro para o primeiro nó ao sinal do arco do terceiro para o segundo

// aplicação da componente macro-estrutural da dinâmica de equilíbrio da rede

Se a iteração do ciclo principal - k -, for um múltiplo do período de ajuste de grupos - P_G -, Então

Fazer a partição da rede em comunidades

Para cada nó

Eliminar um arco com sinal negativo incidente vindo de um nó não pertencente ao mesmo grupo

Criar um novo arco, com valor +1, que incida sobre o nó, vindo de um outro nó do mesmo grupo

// dissipação

Para cada arco da rede

Enfraquecer esse arco, multiplicando-o por um factor < 1

Se intensidade do arco $<$ intensidade mínima S_{\min} Então

Eliminar o arco

Decrementar os semi-graus exterior $outD$ e interior inD dos nós dos respectivos extremos do arco

5.4.9 Sobre a estabilidade do algoritmo CI-PSO

O algoritmo CI-PSO, tal como as restantes variantes do PSO consideradas nas experiências numéricas seguintes, distingue-se da forma canónica do PSO pelos métodos

de selecção das partículas que irão actuar como atractores. Como, quaisquer que seja as partículas escolhidas como atractores, os parâmetros da dinâmica dessas partículas satisfazem as condições de estabilidade, resulta daí que o enxame de partículas regido pelo algoritmo CI-PSO será tão estável quanto o correspondente algoritmo PSO canónico com os mesmos parâmetros dinâmicos.

Portanto, para garantir a eventual convergência das partículas do enxame para as coordenadas das partículas que actuam como atractores bastou-nos utilizar conjuntos de parâmetros dinâmicos já validados por outros autores. Conforme se poderá comprovar pela leitura da tabela 11 à luz das condições de estabilidade na subsecção 4.2.3 (Eq. 4.2 a 4.4). Faremos na terceira bateria de testes uma excepção bastante restrita e bem identificada, com o uso da dinâmica de partículas da equação 4.7, para tentar diferenciar entre os efeitos desta alteração da dinâmica e os efeitos da topologia.

5.5 Baterias de testes

5.5.1 Critério de escolha dos testes

Vamos avaliar a eficiência do algoritmo CI-PSO aplicado à tarefa de optimização sem restrições em três cenários diferentes. O conjunto de funções objectivo é praticamente comum, variando a definição do intervalo de procura ou o critério de convergência.

As seis funções escolhidas são aquelas empregues por Kennedy (99, 00), Kennedy e Mendes (02, 03), e Janson e Middendorf (05), nos seus estudos do efeito das topologias da população no desempenho do algoritmo PSO. De facto, estas funções são as de emprego mais comum na avaliação de algoritmos de optimização sem restrições quando é utilizada uma codificação real.

Faremos de seguida uma descrição das funções usadas. Em todos os casos estamos perante um problema de minimização, em que pretendemos determinar as coordenadas de um qualquer ponto dentro do domínio considerado no qual a função objectivo tome um valor que não seja superior em mais do que z do seu valor mínimo nesse domínio. A variável z é designada por critério de convergência.

5.5.2 Lista de funções objectivo

5.5.2.1 Função Esfera

$$F_{esfera}(X) = \sum_{i=1}^D X_i^2 \quad Eq. 5-2$$

Esta função é unimodal, isto é, possui apenas um óptimo local que inevitavelmente coincidirá com o óptimo global. É uma função separável, isto é, pode ser decomposta num produto de funções, cada qual envolvendo diferentes variáveis, podendo a procura das melhores soluções ser feita independentemente para cada uma destas variáveis. A separabilidade significa que uma aproximação ao ponto X_{opt} feita ao longo de uma qualquer dimensão do domínio nunca irá aumentar o valor da função objectivo - donde a procura de X_{opt} pode ser decomposta em cada uma dessas dimensões.

É uma função simétrica e é completamente suave, isto é, sem rugosidades. A versão bidimensional da função está desenhada na figura 16.

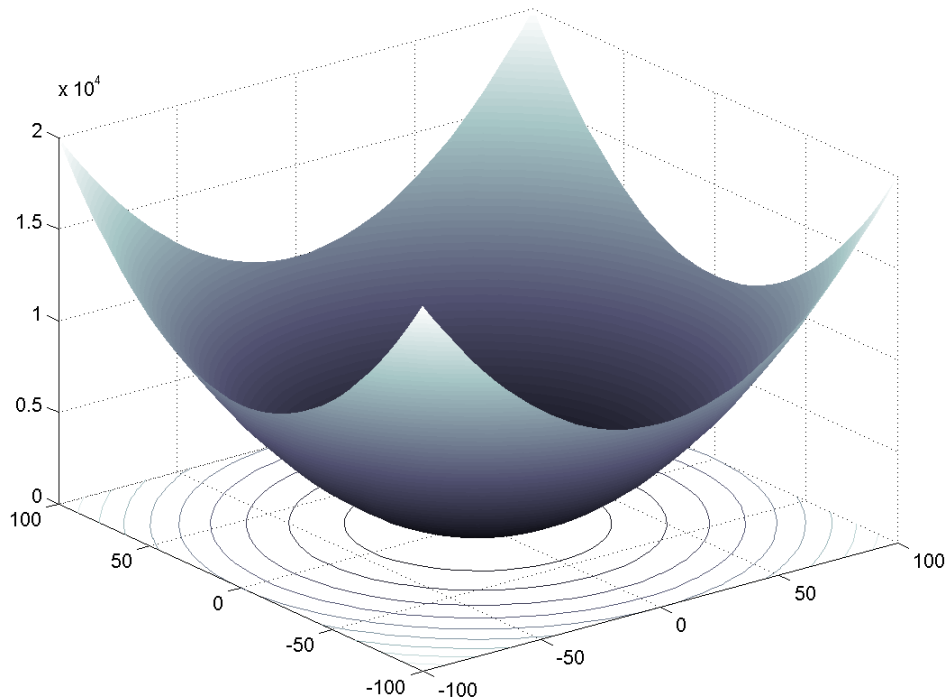


Fig. 16 Traçado da função Esfera com duas dimensões.

5.5.2.2 Função de Rosenbrock

$$\mathbf{F}_{Rosenbrock}(X) = \sum_{i=1}^{D-1} \left[100(X_i^2 - X_{i+1})^2 + (X_i - 1)^2 \right] \quad Eq. 5-3$$

A função de Rosenbrock é, para dimensões acima de 3 como no presente contexto, uma função multimodal (Shang e Qiu, 06). É uma função não-separável, o que significa que para encontrar-se as coordenadas do seu óptimo global tem de ser feita uma exploração concertada do espaço de fase nas suas diversas dimensões. É subtilmente assimétrica. A existência de uma zona extensa próxima do mínimo global com valores apenas ligeiramente mais elevados, na forma de um vale curvo, é frequentemente citada como sendo uma dificuldade característica desta função. Os seus mínimos locais estão localizados numa zona relativamente próxima do espaço e alinhados em paralelo com o vale. A figura 17 mostra-nos parte do vale central da função bidimensional de Rosenbrock.

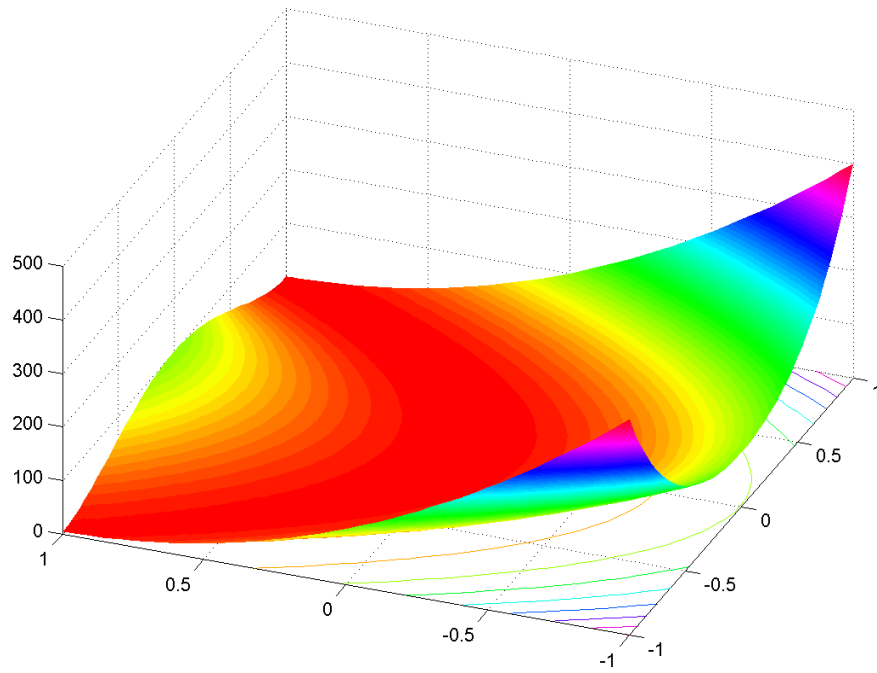


Fig. 17 Traçado da função de Rosenbrock com duas dimensões. Detalhe da zona próxima do óptimo global.

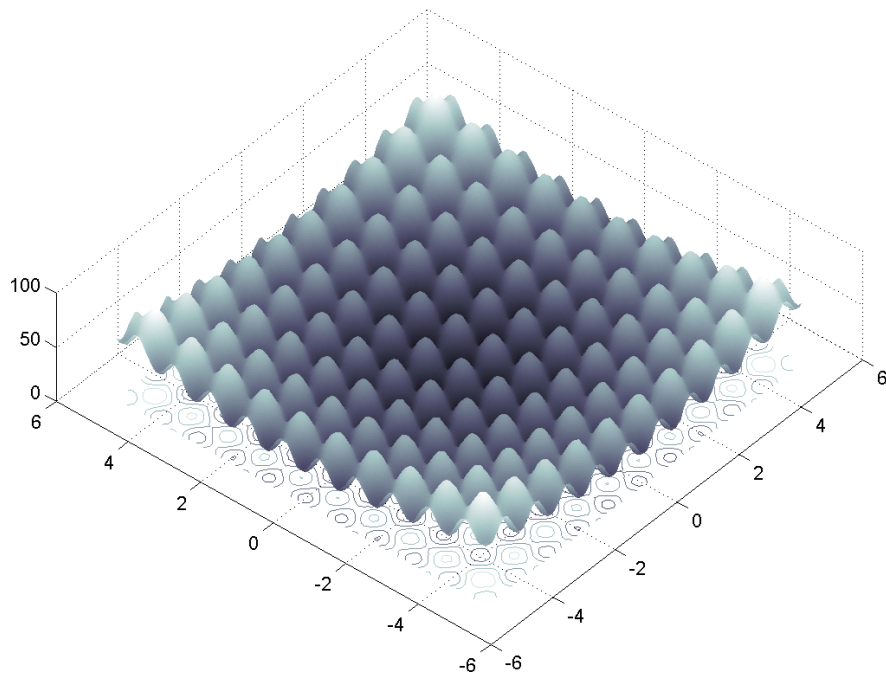


Fig. 18 Traçado da função de Rastrigin a duas dimensões próximo do óptimo global.

5.5.2.3 Função de Rastrigin

$$\mathbf{F}_{Rastrigin}(X) = \sum_{i=1}^D [X_i^2 - 10 \cos(2\pi X_i) + 10] \quad Eq. 5-4$$

A função de Rastrigin é multimodal. Todavia é uma função separável. Apesar da função ser rugosa, podemos identificar uma função envelope suave sobre a qual estão distribuídos regularmente os mínimos locais. Está representada na figura 18.

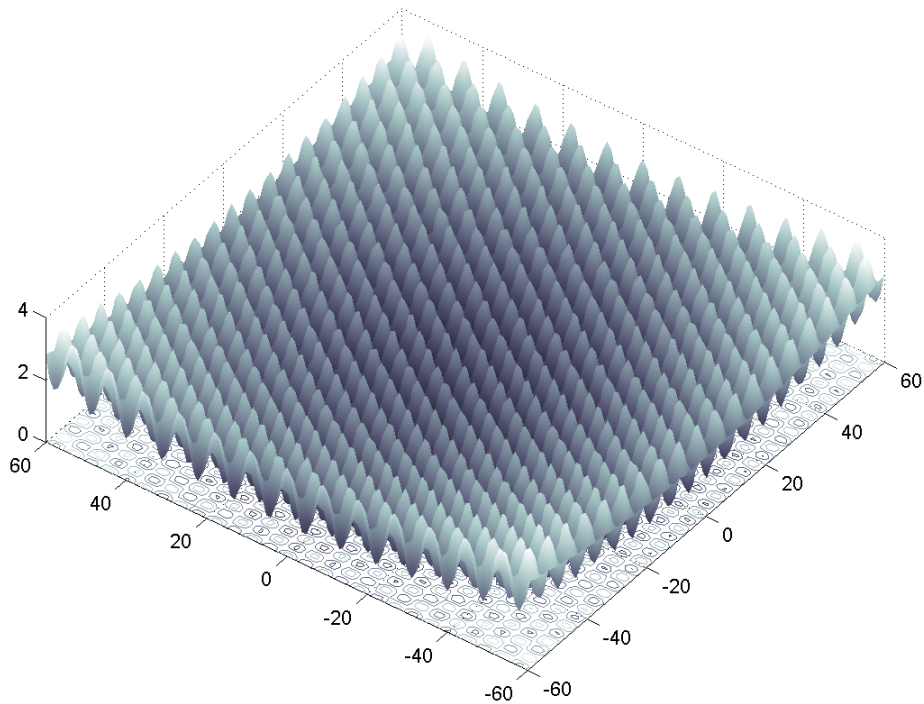


Fig. 19 Detalhe do traçado da função de Griewank com duas dimensões na zona central do domínio considerado.

5.5.2.4 Função de Griewank

$$\mathbf{F}_{Griewank}(X) = 1 + \frac{1}{4000} \sum_{i=1}^D X_i^2 - \prod_{i=1}^D \cos\left(\frac{X_i}{\sqrt{i}}\right) \quad Eq. 5-5$$

A função de Griewank é multimodal e não-separável. Note-se porém a suavidade da função envelope associada aos mínimos locais. Estes distribuem-se regularmente pelo espaço de fase. Vide a figura 19.

Esta função de teste tem a particularidade ver reduzida a sua dificuldade com o aumento da dimensionalidade. Isto porque, à medida que o número de dimensões D aumenta, aumenta não só o número de mínimos locais, mas também o espaçamento entre eles; de tal modo que um mesmo subdomínio finito da função de teste conterá um menor número de mínimos locais (Cho *et al.*, 08).¹²

5.5.2.5 Função F6 de Schaffer

$$F_{SchafferF6}(X) = 0,5 - \frac{\left[\text{sen}(\sqrt{X_1^2 + X_2^2}) \right]^2 - 0,5}{\left[1 + 0,001(X_1^2 + X_2^2) \right]^2} \quad \text{Eq. 5-6}$$

A função F6 de Schaffer é multimodal, não-separável e bidimensional. Comparando com as anteriores, é extremamente irregular. Além disso, as suas rugosidades aumentam à medida que nos aproximamos do óptimo global. Assim, o traçado geral da função não vai acompanhar a função envelope associada à localização dos mínimos locais da função de teste. Pelo contrário, vai tender a ocupar o espaço multidimensional entre essa função envelope e a função envelope associável ao conjunto dos máximos locais. Está representada na figura 20.

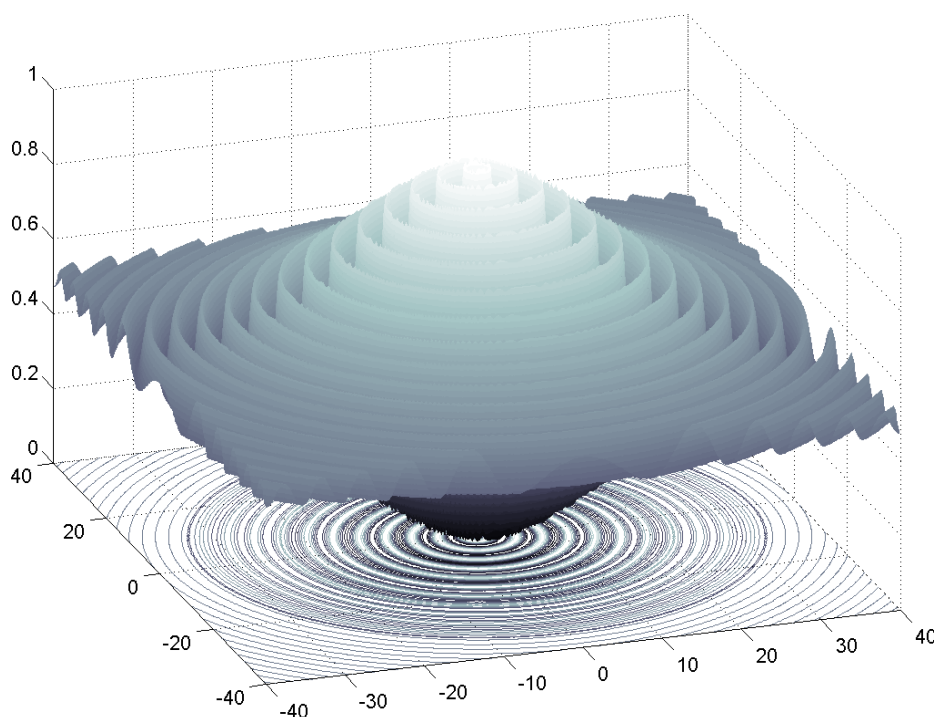


Fig. 20 Traçado da função F6 de Schaffer próximo da zona central do domínio considerado.

¹² Podemos visualizar a perda de rugosidade da função de Rastrigin, pela distensão elástica das funções coseno do piatório, à medida que aumenta a dimensão i .

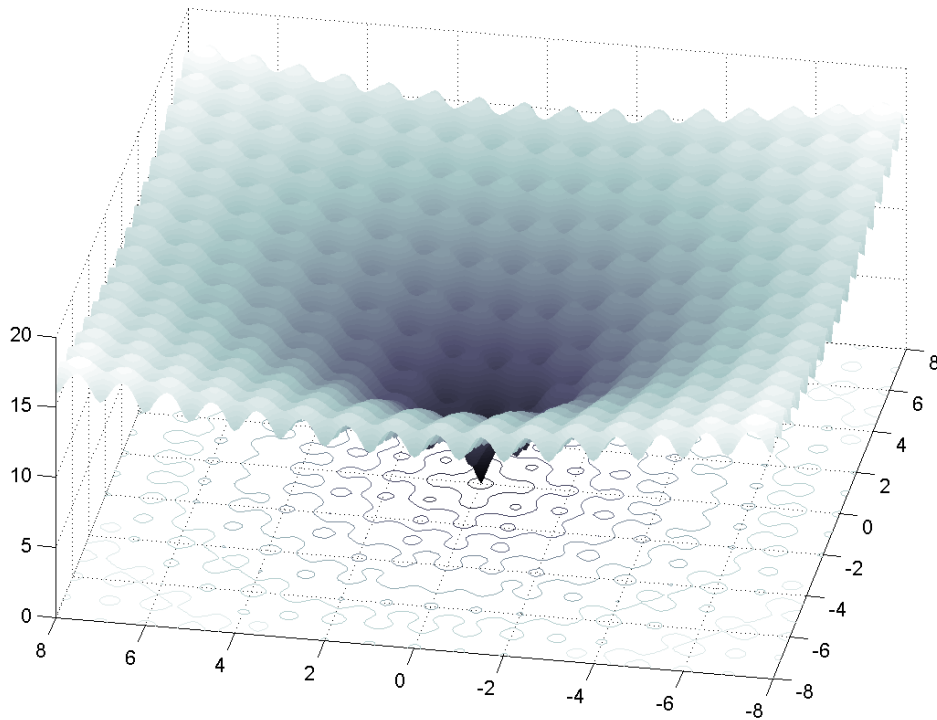


Fig. 21 Traçado da função de Ackley com duas dimensões próximo do óptimo global.

5.5.2.6 Função de Ackley

$$F_{Ackley}(X) = -20 \exp\left(-0,2 \sqrt{\frac{1}{D} \sum_{i=1}^D X_i^2}\right) - \exp\left(\frac{1}{D} \sum_{i=1}^D \cos(2\pi X_i)\right) + 20 + e$$

Eq. 5-7

A função de Ackley é multimodal e separável. Esta função não possui uma rugosidade uniforme; é relativamente suave na maior parte do seu domínio, mas na vizinhança do óptimo global corresponde a uma depressão profunda em forma de funil, rodeada de óptimos locais bem demarcados. Vide a figura 21.

5.5.3 Descrição das experiências numéricas

São reproduzidas as condições experimentais de dois trabalhos anteriores que exploraram igualmente as possibilidades de organização em grupo das partículas do enxame. O primeiro conjunto de testes, descrito na tabela 8, foi anteriormente utilizado por Janson e Middendorf (05) para testar as suas propostas de organização hierárquica. Iremos comparar o desempenho do CI-PSO com essas variantes do PSO já apresentadas no capítulo 4 e nas condições propostas por estes autores.

Tabela 8 Lista de funções e respectivos parâmetros empregues no primeiro bloco de testes, utilizados primeiramente em Janson e Middendorf (05).

Nome da função	Limites e número de dimensões do Domínio [$X_{i,Max}$; $X_{i,min}$] ^D	Critério de convergência (z)
Esfera	$[-100; +100]^{30}$	10^{-2}
Rosenbrock	$[-30; +30]^{30}$	10^{+2}
Rastrigin	$[-5, 12; +5, 12]^{30}$	10^{+2}
Griewank	$[-600; +600]^{30}$	10^{-1}
Schaffer F6	$[-100; +100]^2$	10^{-5}
Ackley	$[-32; +32]^{30}$	10^{-1}

O segundo conjunto de testes, descrito na tabela 9, foi o utilizado em Kennedy (00). Este autor – um dos dois criadores originais do algoritmo PSO -, apresenta um algoritmo híbrido que emprega uma variante do algoritmo de *clustering k-means* para definir agrupamentos, cujos centros vão substituir, dependendo da variante considerada, os atractores individuais locais (B), ou o atractor global (G). Considerou-se apenas a primeira experiência já que o modo de apresentação dos resultados das restantes experiências dificulta uma comparação.

O segundo conjunto de testes é um subconjunto do primeiro. O que não sucede por acaso. Tipicamente, a primeira preocupação na construção de cada novo artigo propondo uma variante de um tipo algoritmo de optimização é a validação de resultados por comparação com as variantes pré-existentes, afins e de referência, do mesmo algoritmo. E quando o algoritmo proposto é de um novo tipo, as funções de teste são usualmente importadas de artigos sobre algoritmos afins já bem estabelecidos. Assim, Janson e Middendorf incorporaram no seu trabalho as funções de teste usualmente utilizadas anteriormente por Kennedy e Eberhart – os proponentes originais do algoritmo PSO – ou os seus colaboradores. Estes por sua vez recorreram às funções de teste utilizadas no estudo dos algoritmos evolutivos a essa data, as quais derivaram da bateria de testes empregue no trabalho pioneiro de DeJong (75) na avaliação de desempenho dos algoritmos genéticos¹³.

Notemos as diferenças subtis entre os dois protocolos experimentais. Na segunda experiência, os domínio da função de Rosenbrock e de Griewank correspondem a fracções de, respectivamente, $1/3^{30}$ e $1/2^{30}$, isto é, aproximadamente 5×10^{-15} e 9×10^{-10} , do domínio das mesmas funções na primeira bateria de testes. O que embora tenha um impacto, e diferenciado, no número de óptimos locais dentro do domínio restante, não vai afectar a

¹³ Note-se a relação de parentesco. Os algoritmos genéticos são uma divisão dos algoritmos evolutivos, a classe de algoritmos de procura assim designada por se inspirar nos mecanismos da teoria darwiniana da evolução biológica, fundamentada pelas descobertas da genética.

variação das densidade da concentração destes. Irá todavia afectar a curvatura média das funções envelope associadas às funções de teste. Assim, não é certo que este corte implique apenas que, nesta segunda bateria de testes, os enxames de partículas dispensem as primeiras iterações da exploração do espaço de procura cumpridas pelos seus correspondentes na bateria inicial. Embora o estudo desta questão caia fora do âmbito deste trabalho, fica aqui mais uma nota sobre a pouca atenção que tem sido dada à importância da existência e propriedades das funções envelope associadas aos testes mais estabelecidos.

Tabela 9 Lista de funções de teste empregues no segundo bloco de testes relativo à primeira experiência de Kennedy (00).

Nome da função	Limites e número de dimensões do Domínio [$X_{i,Max}$; $X_{i,min}$] ^D
Esfera	$[-100; +100]^{30}$
Rosenbrock	$[-10; +10]^{30}$
Rastrigin	$[-5, 12; +5, 12]^{30}$
Griewank	$[-300; +300]^{30}$
Schaffer F6	$[-100; +100]^2$

A primeira experiência de Kennedy (00) teve de ser reproduzida com alguns cuidados. Foi necessário fazer uma repetição da execução do PSO canónico para servir de referência ao desempenho do CI-PSO no segundo conjunto de experiências. Isto porque Kennedy (00) usou diferentes equações para simular a dinâmica das partículas. A convergência do enxame foi garantida pela aplicação de uma constrição parcial e assimétrica sobre a variação das velocidades das partículas, com base no trabalho de Clerc e Kennedy (02), à altura em processo de revisão.

Em contraste, no nosso trabalho e no de Janson, a condição de convergência da órbita das partículas para os seus atractores assentou na relação entre os coeficientes de aceleração e de inércia das partículas.

O conjunto *a* foi recomendado por Trelea (03) e obedece à sua condição de convergência, mas não à condição de convergência enunciada por Bergh (06). Este conjunto *a* conduz a uma convergência mais rápida, mas tem uma maior probabilidade de reter o enxame de partículas na vizinhança dum óptimo local. O conjunto *b* satisfaz ambas as condições, de Trelea e de Bergh. É o conjunto de parâmetros padrão. O conjunto *c* é derivado das condições experimentais das experiências de Elshamy *et al.* (07) e de Emara(09), e satisfaz também ambas as condições de estabilidade. Vide a tabela 11 abaixo.

Sendo a forma canónica do algoritmo PSO o primeiro padrão de referência dos novos algoritmos e sendo o factor em estudo a organização topológica do enxame, Janson e Middendorf (05) tiveram o cuidado de considerar duas estruturas topológicas para este algoritmo: em clique - *gbest* (abreviadamente *gb*)-, ou em anel - *lbest* (*lb*). Estas duas estruturas topológicas clássicas para este algoritmo estão representadas na figura 9.

Isto significa que quatro diferentes combinações de parâmetros foram equacionadas, correspondentes a duas escolhas dicotómicas: dois conjuntos de parâmetros dinâmicos - *a* e *b* -, e duas possíveis estruturas topológicas iniciais. Para maior facilidade de leitura, serão agora apresentados em tabelas ou gráficos apenas os melhores dos quatro resultados. Resultados mais detalhados podem porêm ser consultados no Anexo I.

Não é completamente claro da leitura de Emara (09) qual as equações consideradas para a dinâmica das partículas, se o sistema 4.1 ou o sistema de equações 4.7, nem quais os coeficientes de inércia utilizados. Todavia, Emara (09) utiliza como termo de comparação apenas o algoritmo C-PSO de Elshamy *et al.* (07), que redenomina como JLC-PSO para diferenciar quer da nova versão adaptativa AMC-PSO quer do modelo C-PSO apresentado em Elshamy (07). Além disso, Emara é um dos autores de Elshamy *et al.* (07). Por essas duas razões, presumimos que as equações da dinâmica das partículas e os coeficientes de inércia utilizados em Emara (09) são os mesmos de Elshamy *et al.* (07).

Tabela 10 Lista de funções de teste empregues na experiência de Emara (09). As funções utilizadas coincidem com as da tabela 8, excepto para a função de Griewank, onde são consideradas apenas 10 dimensões. Os critérios de convergência são subtilmente diferentes, excepto para as funções de Rosenbrock e de Griewank, onde são iguais. Os coeficientes de inércia ω variam de teste para teste. Os seus valores médios correspondem a metade dos valores listados.

Nome da função	Limites e número de dimensões do Domínio [$X_{i,Max}$; $X_{i,min}$] ^D	Critério de convergência (z)	ω
Esfera	[-100;+100] ³⁰	10^{-4}	1.2
Rosenbrock	[-30;+30] ³⁰	10^{+2}	1.2
Rastrigin	[-5,12;+5,12] ³⁰	$5 \times 10^{+1}$	1.4
Griewank	[-600;+600] ¹⁰	10^{-1}	1.4
Schaffer F6	[-100;+100] ²	10^{-3}	1.65
Ackley	[-32;+32] ³⁰	10^{-2}	1.36

Resultados mais detalhados podem ser consultados no Anexo I.

Para comparar devidamente os resultados, aplicamos o mesmo procedimento na execução do algoritmo CI-PSO. Também a repetição dos resultados do algoritmo PSO canónico considerou a mesma variedade de parâmetros.

Tabela 11 Parâmetros da dinâmica de partículas utilizados nas várias baterias de teste.

Conjunto de parâmetros	c_1, c_2	ω
a	1,700	0,600
b	1,494	0,729
c	1,494	Metade do valor da tabela 10 para a função em causa.

Para cada banco de testes, foi adoptado para o algoritmo CI-PSO um tamanho do enxame de partículas utilizado nos algoritmos dos outros autores. Janson e Middendorf usaram especificamente 31 partículas, de modo a poderem construir uma estrutura hierárquica homogénea. Kennedy (00) e Emara (09) utilizaram nas suas experiências apenas 20 partículas – que é o tamanho típico dos enxames –, e como tal usamos esse número nos segundo e terceiro banco de testes, quer para o algoritmo CI-PSO, quer para a reprodução do PSO canónico na experiência de Kennedy.

Finalmente, atribuímos para os parâmetros de rede de todas as variantes do algoritmo CI-PSO os valores da tabela 12.

Tabela 12 Parâmetros de rede do algoritmo CI-PSO.

Grau máximo dos nós	d_{max}	5
Grau mínimo dos nós	d_{min}	3
Tempo de teste de ligação	Tt	3
Limiar de pertença ao agrupamento	G_t	0
Tempo de vida <i>a priori</i> das ligações	LL	8

Admitimos uma forma mínima de elitismo: o indivíduo com a melhor solução individual – B – à altura não irá importar qualquer atractor de outro elemento da população como atractor de grupo (G).

5.6 Resultados e discussão

O critério de avaliação tomou em conta não apenas a velocidade de convergência, mas também a frequência de convergência. Os dois termos foram combinados no cálculo do *número expectável de iterações até à convergência* (NEIC), correspondente ao quociente NIC/PCR, em que NIC significa o número médio de iterações executadas por cada algoritmo até ocorrer convergência e PCR é a percentagem das simulações em que cada algoritmo conseguiu obter resultados suficientemente próximos do óptimo global. O NEIC é uma medida do esforço computacional necessário para obter soluções aceitáveis para os problemas de optimização. Quanto menor o esforço necessário, melhor o algoritmo.

Atente-se a que, por os exames do algoritmo CI-PSO e dos seus competidores possuírem sempre um idêntico número de partículas, a um igual número de iterações corresponderá igual número da avaliações da função objectivo. O qual é o critério mais comum de avaliação do desempenho de um algoritmo de optimização.

Tabela 13 Resultados resumidos da primeira bateria de testes. Para cada algoritmo aparecem apenas os resultados da variante mais bem sucedida. (*) No caso da função de Ackley, Janson e Middendorf (05) atribuíram ao algoritmo AH-PSO uma estrutura fixa em árvore binária, isto é, com ramificação $r = 2$, que designamos como abH-PSO. A estrutura topológica inicial em clique designa-se por gb e em anel por lb. A estrutura do PSO canónico é fixa. Os termos a e b identificam qual o conjunto de parâmetros dinâmicos do PSO da tabela 11 foi usado.

Algoritmo	NIC - média	NIC - mediana	PCR	NEIC
Esfera (30D)				
PSO – a (gb)	309,4	303,0	100	309,4
H-PSO – a	360,0	361,0	100	360,0
∇ H-PSO	209,6	205,0	100	209,6
sCI-PSO – a (gb)	386,5	389	100	386,5
Rosenbrock (30D)				
PSO – a (gb)	497,1	302,5	100	497,1
H-PSO – a	528,3	340,5	100	528,3
∇ H-PSO	352,7	262,5	100	352,7
sCI-PSO – a (lb)	589,8	409	100	589,8
Rastrigin (30D)				
PSO – a (gb)	104,0	101,5	98	106,1
H-PSO – a	432,7	291,0	99	437,1
^ H-PSO	151,2	127,0	100	151,2
aCI-PSO – a (lb)	253,4	238,5	100	253,4
Griewank (30D)				
PSO – a (gb)	263,9	260,0	95	277,8
H-PSO – a	324,9	320,0	100	324,9
∇ H-PSO	184,6	183,0	95	194,3
atCI-PSO – a (lb)	369,3	365	100	369,3
Schaffer F6 (2D)				
PSO – a (gb)	572,0	126,0	70	817,1
H-PSO – b	389,9	208,0	100	389,9
∇ H-PSO	317,2	201,0	97	327,0
aCI-PSO – a (lb)	240,6	203	100	240,6
Ackley (30D)				
PSO – a (lb)	422,3	415,0	100	422,3
H-PSO – a	324,1	323,5	86	376,9
∇ abH-PSO (*)	225,9	226,0	98	230,5
sCI-PSO – a (lb)	356,3	355	100	356,3

Comecemos pelo primeiro conjunto de experiências numéricas. A tabela 13 e a figura 22 descrevem o sucesso relativo dos diferentes algoritmos, considerando para cada um deles apenas os resultados da melhor variante. Os resultados de todas as variantes do algoritmo CI-PSO estão disponíveis no anexo I. Para consultar os resultados de todas as variantes

dos algoritmos PSO canônico, H-PSO e AH-PSO, e não apenas as melhores, vide a tabela III de Janson e Middendorf (05).

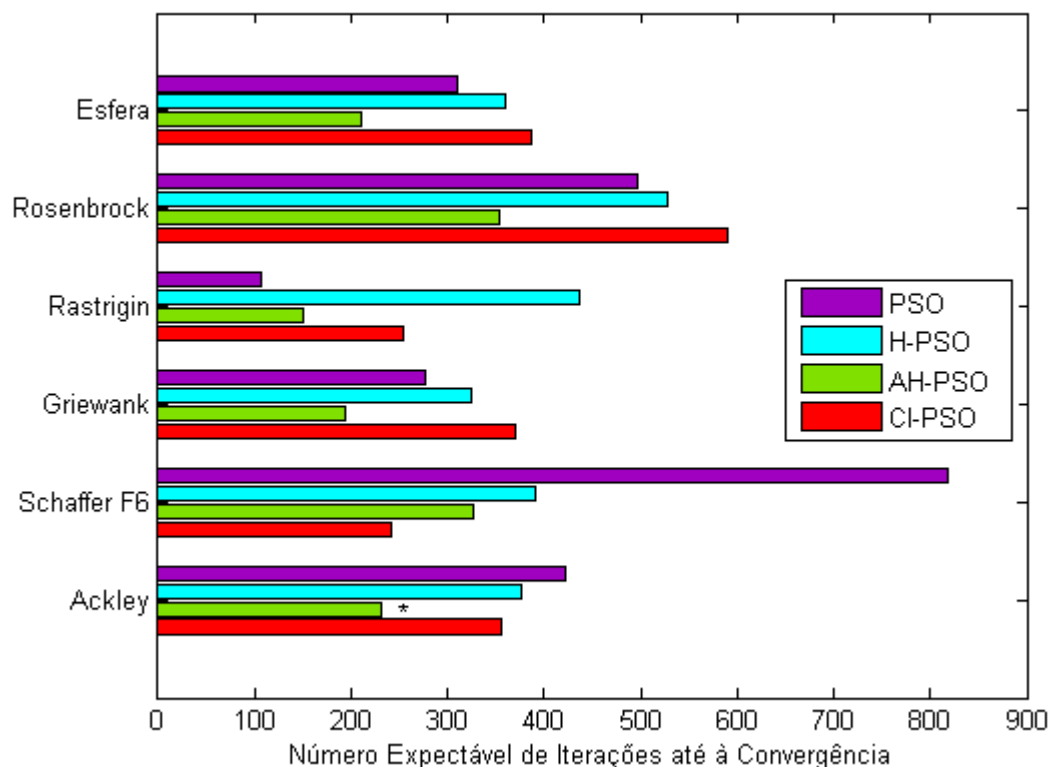


Fig. 22 Resultados do primeiro conjunto de testes tal como são apresentados na tabela 13. Os valores obtidos para o algoritmo CI-PSO são comparados com aqueles publicados por Janson e Middendorf (05) para o PSO, H-PSO e AH-PSO. São apresentados os valores da melhor variante para cada teste e algoritmo. (*) No caso da função de Ackley, Janson e Middendorf (05) utilizaram uma estrutura não dinâmica, mas sim fixa, em árvore binária (com ramificação $r = 2$).

Da leitura da figura 22 ressalta desde logo uma distinção entre dois conjuntos de funções. No caso das primeiras 4 funções - Esfera, Rosenbrock, Rastrigin e Griewank -, a forma canônica do algoritmo PSO obtém melhores resultados do que a maioria das variantes com os exames organizados em grupos representadas nesta experiência. Dizemos então que o PSO canônico é competitivo nessas funções. Em particular, na função de Rastrigin, a forma canônica requer menor esforço computacional para a tarefa de minimização que todas as restantes topologias.

Em contraste, nas funções F6 de Schaffer e de Ackley, a forma canônica é mais ineficiente do que a maioria das variantes topológicas organizadas em grupos. Em particular, na função F6 de Schaffer, a forma canônica é ultrapassada por todas as outras. Não podemos dizer o mesmo com total certeza para a função de Ackley, já que o algoritmo AH-PSO teve uma taxa de convergência reduzida quando aplicado na sua forma totalmente flexível¹⁴; pelo que esse resultado particular de Janson e Middendorf (05) foi obtido com uma topologia de rede ajustada expressamente para esse problema.

¹⁴ Vide notas da tabela 3 de Janson e Middendorf (05).

Provavelmente o NEIC da forma original do AH-PSO seria não inferior ao obtido pelo H-PSO e logo na vizinhança do valor obtido pelo PSO canónico.

A julgar por este conjunto de resultados, o factor que distingue as funções onde a organização das partículas em grupos ganha vantagem parece ser a ausência de suavidade da função objectivo na vizinhança do óptimo global.

Voltemo-nos agora para a análise comparativa do desempenho do algoritmo CI-PSO. Para tal comecemos por lembrar as diferenças na organização do enxame em grupos nos três algoritmos:

1. Todas as partículas do H-PSO estão organizadas em subgrupos dispostos ordenadamente numa estrutura hierárquica constante, em árvore, simétrica e moderadamente vertical. Em particular, todos os atratores locais estão organizados hierarquicamente. Podem ascender na hierarquia da rede caso obtenham melhores valores do que os elementos acima – correspondentes aos seus atratores locais.
2. A rede do AH-PSO é uma transformação da rede anterior. Assim, a rede evolui irreversivelmente ao longo do tempo para a verticalidade extrema; excepto no caso da função de Ackley, onde possui sempre a configuração limite. As partículas possuem especialização funcional: quanto mais global for um atrator, maior será a sua inércia, isto é, mais independente será a sua exploração do espaço de procura. Falamos especificamente da versão \forall H-PSO, que é a forma representativa deste algoritmo, por em todos os casos, excepto um, ser a variante com melhores resultados – sendo esse caso a função de Rastrigin, onde as organizações topológicas em grupo falham sistematicamente, pelo que \forall H-PSO é representativa mesmo nos insucessos.
3. A rede do CI-PSO pode organizar-se em grupos de qualquer tamanho e ligações entre si, e esses grupos podem subdividir-se e voltar a coalescer. Pretende-se que a organização seja um subproduto do repetido cruzamento local de informação entre três partículas, servindo eventualmente o desenho da malha para armazenar a informação acumulada sobre a função de teste.

Observamos que o algoritmo CI-PSO é mais ineficiente do que todos os outros algoritmos para as primeiras 4 funções – apenas com a excepção do H-PSO na função de Rastrigin. Em contraste, o CI-PSO é o mais eficiente dos algoritmos para as últimas duas funções, onde a organização das partículas em grupos representa uma clara vantagem.

Comparando em particular com melhor dos algoritmos concorrentes, verificamos que a organização do enxame pelo algoritmo \forall H-PSO propicia uma convergência mais rápida do que a gerada pelo algoritmo CI-PSO, e mesmo o próprio PSO canónico, para as funções Esfera, Rosenbrock e Griewank. É porém menos bem sucedido do que o CI-PSO na função F6 de Schaffer, e a sua topologia inicial – $d=5$ - teve mesmo que ser abolida para poder convergir na função de Ackley.

Finalmente, comparando os desempenhos das três variantes do CI-PSO, verificamos a variante mais representativa é a sCI-PSO – aquela em que os sinais de controlo do fluxo de informação entre as partículas do enxame são simétricos. Porque, mais do que a variante simétrica revelar um predomínio ligeiro de eficiência ao longo do espectro de funções de

teste, o seu desempenho relativo é consonante com os acima referidos pontos fortes e fracos do algoritmo CI-PSO. Em particular, a variante simétrica do CI-PSO obtém o melhor resultado na função de Ackley, tem quase tão bons resultados quanto a melhor variante (assimétrica) na função F6 de Schaffer e tem os piores resultados na função de Rastrigin. Assim, se houver que escolher uma variante para aplicar num novo problema, deve optar-se pela variante com matriz simétrica de sinais de controlo para o fluxo de informação – sCI-PSO.

Neste ponto podemos-nos perguntar quão diferentes seriam os resultados apresentados na tabela 13 e figura 22 se, ao invés de considerarmos para cada função de teste a variante mais bem sucedida do algoritmo CI-PSO - tal como Janson e Middendorf fizeram na apresentação dos seus algoritmos -, considerássemos para todas as funções de teste apenas a variante sCI-PSO? A resposta é que não existiria diferença em termos relativos. Ou seja, nas três funções de teste em que não é a melhor, a variante simétrica do CI-PSO obtém também piores resultados que as melhores variantes de todos os outros algoritmos na função de Rastrigin, tem um resultado praticamente idêntico ao da variante anti-simétrica na função de Griewank e na função F6 de Schaffer produz um resultado que é ainda assim melhor do que o obtido por qualquer variante dos restantes algoritmos.

Tendo traçado o padrão dos desempenhos relativos a várias escalas, vamos agora a partir desse padrão propor explicações começando pelos factos mais salientes.

O melhor desempenho do \forall H-PSO nas funções Esfera, Rosenbrock e Griewank (de alta dimensionalidade), mas não na função de Rastrigin, nem nas funções F6 de Schaffer e Ackley está relacionado com o que diferencia as primeiras das últimas funções. Nenhuma das três primeiras funções possui uma distribuição N-dimensional de múltiplos mínimos locais na vizinhança do óptimo global. A função esfera porque possui um único mínimo (é convexa); a função de Rosenbrock tem os seus mínimos locais tendencialmente alinhados numa direcção – donde a transição de um grupo da órbita de um atractor localizado num dos mínimos para outro localizado noutra mínimo tenderá a realinhar essas partículas com a direcção do óptimo global; o espaçamento entre óptimos locais promovido na função de Griewank pelo aumento da dimensionalidade permite que seja provável que alguns subgrupos da rede do \forall H-PSO atinjam a vizinhança do óptimo global antes da rede se tornar fortemente vertical e logo mais inclinada para uma procura em profundidade. Em contraste, na exploração das funções de Rastrigin e F6 de Schaffer, o algoritmo \forall H-PSO vai continuar a ter uma incerteza da localização do óptimo local até numa fase tardia da sua procura. Isto porque quer porque, no caso da função de Rastrigin, existe multimodalidade e as características do espaço de procura não variam com a escala – lembre-se a suavidade do função envelope -, ou porque, no caso da função F6 de Schaffer, o traçado disruptivo dificulta a integração da informação proveniente de diferentes subgrupos de uma estrutura hierárquica.

Já a detecção do óptimo global da função de Ackley, pelo algoritmo \forall H-PSO, falha na fase inicial da exploração, quando a organização do enxame em árvore é relativamente horizontal, ou seja, quando a maioria das partículas do enxame possuem coeficientes de inércia baixa, que favorece uma convergência precoce para óptimos locais. O que sugere a dificuldade de um enxame organizado em árvore, isto é, sem transferência lateral de informação, poder adaptar-se às mudanças do traçado da função (no caso, de Ackley, e nas proximidades do óptimo global).

A estrutura da rede gerida pelo algoritmo CI-PSO é constantemente reajustada pelos mecanismos de equilíbrio macro e micro-estrutural de modo a fazer um processamento de informação, respectivamente, conjunto e coerente. E os resultados observados parecem confirmar estas propriedades.

Assim, o superior desempenho do CI-PSO na minimização da função F6 de Schaffer é uma demonstração da capacidade da malha do enxame em conseguir filtrar informações contraditórias sobre o relevo do espaço de procura. O que não será de admirar – afinal o teorema do equilíbrio de Heider é a proposta dum mecanismo de redução da dissonância cognitiva.

A eficiência na minimização da função de Ackley terá uma explicação semelhante. O cruzamento de informação entre as partículas permitirá reorganizar os grupos em torno dos sucessivos novos mínimos locais cada vez mais próximos do ótimo global. Todavia, o recurso de Janson e Middendorf (05) a uma estrutura em árvore dicotómica permitiu maximizar o valor médio da inércia das partículas do \checkmark H-PSO e assim reduzir a probabilidade de convergência precoce das partículas. A partir do momento em que a convergência precoce deixou de ser um problema para o algoritmo \checkmark H-PSO, a superior capacidade desse algoritmo face ao CI-PSO na procura local garantiu uma vantagem na minimização da função de Ackley.

A relativa lenta convergência do CI-PSO nas pouco deceptivas quatro primeiras funções é um custo da organização característica da sua rede. Por comparação com a estrutura do AH-PSO, se tentarmos mapear a estrutura da rede resultante para uma organização em árvore pela colocação dos elementos mais densamente conectados aos grupos nas posições mais elevadas das hierarquia, iremos observar como resultado imediato do mecanismo de recomendação incorporado no CI-PSO a predominância das ligações transversais – isto é, entre nós do mesmo nível hierárquico da árvore -, sobre as ligações verticais.

Em resumo, o algoritmo CI-PSO ganha vantagem nos problemas mais deceptivos pela sua capacidade de cruzamento de informação. Todavia, na sua forma presente, carece de mecanismos de diferenciação funcional das partículas, como o de que beneficiou o \checkmark H-PSO.

Consideremos agora o segundo conjunto de experiências. Neste segundo protocolo experimental não existe critério de convergência. As execuções são terminadas apenas quando se esgotam os recursos computacionais e a medida de sucesso de sucesso é a qualidade média das soluções obtidas.

Os resultados do algoritmo híbrido e do seu correspondente PSO canónico foram retirados da tabela 2 de Kennedy (00). A versão canónica do PSO equivale a configuração padrão, em que ambos os atractores considerados correspondem a partículas individuais. Dado o CI-PSO utilizar um modelo dinâmico das partículas do enxame diferente do anteriormente utilizado por Kennedy (00), foi necessário incluir como referência uma réplica da execução do algoritmo PSO canónico com mesmo o modelo dinâmico, e respectivos parâmetros, do CI-PSO.

A tabela 14 e a figura 23 descrevem o desempenho dos diferentes algoritmos. A tabela de resultados completa pode ser encontrada no anexo I. Simplificamos novamente a apresentação dos resultados ao escolher para cada função de teste a melhor das variantes de cada algoritmo.

Tabela 14 Resultados resumidos da segunda bateria de testes. A estrutura topológica inicial em clique designa-se por gb e em anel por lb. As estrutura topológicas dos PSO canônicos são fixas. Os termos a e b identificam que conjunto de parâmetros dinâmicos do PSO da tabela 11 foi usado.

Esfera (30D)	
PSO canónico (Kennedy)	0,0000 (<1E-4)
B obtido por <i>clustering</i>	0,0000 (<1E-4)
atCI-PSO – a (gb)	1,9952E-9
PSO – a (lb)	4,659E-8
Rosenbrock (30D)	
PSO canónico (Kennedy)	39,6499
B obtido por <i>clustering</i>	25,2236
atCI-PSO – a (lb)	50,2872
PSO – b (gb)	44,813
Rastrigin (30D)	
PSO canónico (Kennedy)	51,8001
B obtido por <i>clustering</i>	8,6626
aCI-PSO – a (lb)	58,7623
PSO – a – (lb)	82,1427
Griewank (30D)	
PSO canónico (Kennedy)	1,2E-3
B obtido por <i>clustering</i>	1,51E-2
atCI-PSO – a (lb)	1,3345E-2
PSO – a – (lb)	6,2483E-3
Schaffer (2D)	
PSO canónico (Kennedy)	0,0000 (<1E-4)
B obtido por <i>clustering</i>	1,7E-3
aCI-PSO – a (lb)	4,8580E-4
PSO – b - (lb)	3,3624E-3

Em todas as funções de teste, a variante mais eficaz do algoritmo híbrido de Kennedy foi a modificação do algoritmo PSO limitada à substituição do atractor específico da partícula (B). Este deixa de ser a melhor posição até então registada da própria partícula, para ser definido como a melhor posição até então para o centro geométrico do agrupamento do qual é membro essa partícula.

Como existem algoritmos de procura e funções de teste comuns a ambas as experiências, a nossa primeira tarefa é verificar a consistência de resultados de uma bateria de testes para outra, e de uma implementação do PSO canónico para outra. Verificação essa que é dificultada pelas diferenças entre os dois protocolos experimentais: nas medidas de desempenho, número de partículas do enxame e na extensão do espaço de procura para as funções de Rosenbrock e Griewank.

A transposição das medidas de desempenho de uma bateria para outra é grandemente simplificada graças à quase total convergência nas experiências da primeira bateria de testes. Assim, basta-nos comparar os critérios de convergência dessa experiência com os valores finais médios obtidos na segunda bateria. Verificamos que os dois conjuntos de resultados são compatíveis para as funções Esfera, Rosenbrock, Rastrigin e Griewank. No caso da função de F6 de Schaffer, a obtenção na segunda bateria de valores finais médios acima do

critério de convergência pode ser compatível, caso signifique que algumas corridas não tenham chegado a convergir na segunda experiência, para todos os algoritmos excepto, quando muito, a implementação original de Kennedy do PSO canónico. Se assim for, o parâmetro estatístico média estará a mascarar o comportamento mais frequente desses algoritmos.

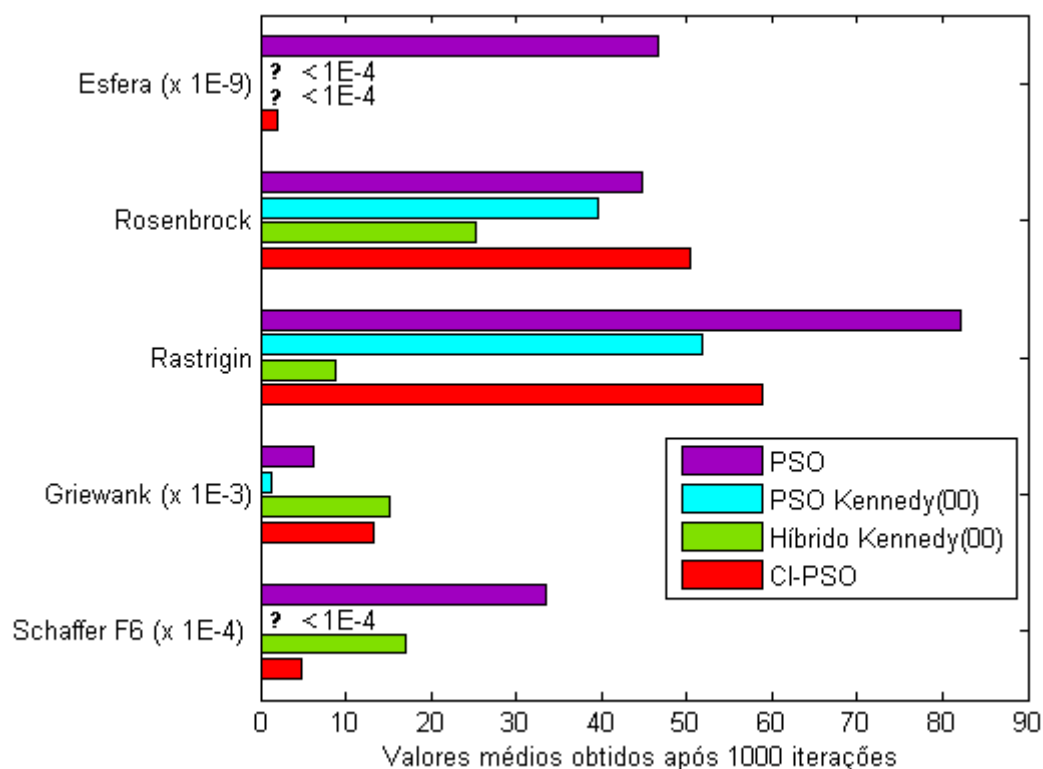


Fig. 23 Desempenho dos algoritmos híbrido de Kennedy, CI-PSO e respectivas implementações do PSO canónico na segunda bateria de testes. Todas as funções de teste tem um valor mínimo nulo nas coordenadas do seu óptimo global; logo os valores obtidos são uma medida do erro de aproximação. Note-se a baixa precisão dos valores apresentados em Kennedy (00); em três casos os resultados foram especificados apenas como sendo inferiores a 1×10^{-4} .

O desempenho relativo do CI-PSO em relação ao respectivo PSO canónico para as duas baterias de testes é compatível, embora não total coincidente. Em contraste com a primeira bateria de testes, nas funções Esfera e de Rastrigin, o algoritmo CI-PSO obtém melhores resultados do que o PSO canónico com os mesmos parâmetros.

Uma possível explicação estará na diferença de tamanho da população. Numa rede mais pequena, alguns dos mecanismos do CI-PSO poderão funcionar melhor, e daí resultar um maior desempenho na tarefa de cruzamento de informação. Por exemplo, o cruzamento de informação será mais imediato numa rede mais pequena. Uma explicação alternativa, específica para a função de Rastrigin, estará na inexistência do critério de convergência. Talvez que o espaço de procura, na sua zona de cota abaixo desse valor, tenha um relevo tal que dificulte mais a convergência do PSO canónico do que o CI-PSO.

Verifica-se que a implementação do PSO canónico com o mesmo modelo e parâmetros do CI-PSO, quando comparada com a implementação original de Kennedy, conduz a

resultados relativamente piores nas funções de Rosenbrock e Rastrigin, e a resultados notavelmente piores nas funções de Griewank e, sobretudo, na função F6 de Schaffer. O que sugere que as diferenças nos valores médios finais sejam devidas a uma limitada capacidade de convergência da forma canónica nas funções de Griewank e F6 de Schaffer, pela aplicação do modelo dinâmico mais recente, mas não se verificará com o modelo usado por Kennedy. Esta hipótese é fortalecida pela análise das taxas de convergência (NIC) do PSO canónico na primeira bateria de teste, em que o modelo dinâmico mais recente foi também empregue; o NIC nas funções de Rosenbrock e Rastrigin foi de, respectivamente, 100% e 98%, e desce para 95% e 70% para as funções de Griewank e Schaffer. Se atentarmos que cada teste teve 100 réplicas na primeira bateria e 20 na segunda bateria, então a expressão destas percentagens assentará perfeitamente com os resultados da segunda bateria. Estes resultados sugerem que o modelo dinâmico usado pelo CI-PSO não dará superioridade sobre o algoritmo híbrido de Kennedy. As eventuais vantagens de desempenho do CI-PSO dever-se-ão a méritos próprios.

Vamos comparar o CI-PSO com o algoritmo híbrido de Kennedy. Não para a função Esfera, devido ao baixo grau de precisão dos resultados de Kennedy.

Os resultados do algoritmo híbrido são superiores ao CI-PSO e a todos os demais no caso das funções de Rosenbrock e de Rastrigin. O resultado é particularmente significativo para a função de Rastrigin, onde na primeira bateria de testes nenhuma das variantes organizadas em grupos conseguiu bater o PSO canónico com as suas geometrias básicas em estrela ou em anel. Provavelmente porque o cálculo do centro geométrico dos agrupamentos actua como filtro sobre o contorno da função de teste nessa região, permitindo detectar a inclinação da função envelope associada aos mínimos da função, a qual é, ao contrário da função de teste, suave e unimodal. O desempenho relativamente fraco do CI-PSO nas funções de Rosenbrock e de Rastrigin foi já anteriormente analisado.

Pelas mesmas razões, na função de Griewank o CI-PSO será menos eficaz do que o seu correspondente PSO canónico. Já o porquê de, na mesma função, o CI-PSO ser mais eficaz do que o algoritmo de Kennedy (00), carece de explicação, dada a semelhança de propriedades dessa função com a de Rastrigin. A razão pela qual o híbrido tem uma pior eficácia no teste de Griewank poderá ser a sua não separabilidade, que tornará o cálculo do centro geométrico de um conjunto de partículas espacialmente vizinhas num método menos eficiente de procura local.

Para a função F6 de Schaffer, observamos uma redução da capacidade de convergência do CI-PSO e dos demais algoritmos. O factor responsável por esta mudança será, pelo menos para o CI-PSO, o factor que mudou de um protocolo experimental para outro – o tamanho do enxame. Ainda assim, existe uma vantagem em eficácia do algoritmo CI-PSO sobre o híbrido de Kennedy (00), que estará na capacidade já referida do CI-PSO em filtrar informações contraditórias sobre a localização das boas regiões no espaço de procura. Aparentemente, será mais eficiente do que o recurso, feito pelo algoritmo híbrido, do centro geométrico de grupos de partículas como atractor.

Finalmente, consideremos a análise da terceira bateria de testes. Esta bateria de testes visa comparar o desempenho do algoritmo CI-PSO com as variantes do algoritmo C-PSO (*Clubs-based* PSO). O C-PSO altera simultaneamente a estrutura topológica do enxame e a dinâmica das suas partículas. A análise da segunda destas modificações sai fora do âmbito deste trabalho. Assim não é possível tirar conclusões especificamente relativas às

diferenças de topologia entre os dois algoritmos. Todavia, o desenvolvimento do C-PSO é um processo paralelo ao desenvolvimento do CI-PSO, no sentido em que ambos se inspiraram no mesmo conjunto de trabalhos. Justifica-se pois a comparação de resultados. Note-se ainda que a na aplicação do CI-PSO ao terceiro conjunto de testes foram utilizados os valores de parâmetros já conhecidos, sejam os empregues no primeiro teste, sejam os de Elshamy *et al.* (07) e Emara (09).

Tabela 15 Resultados resumidos da terceira bateria de testes. A estrutura topológica inicial em clique designa-se por gb e em anel por lb. Os termos a, b e c identificam qual o conjunto de parâmetros do PSO da tabela 11 foi usado. A referência var. ω identifica um caso em que o algoritmo CI-PSO utiliza a dinâmica de partículas do sistema de equações 4.7 .

	NIC - média	NIC - mediana	PCR	NEIC
Esfera (30D)				
PSO – gb	1583	1571	100	1583
JLC-PSO	847	847	100	847
AMC-PSO	1604	1610	100	1604
atCI-PSO– c (lb)	596,6	596	100	597
Rosenbrock (30D)				
PSO – gb	2840	1565	98	2898
JLC-PSO	1308	729	98	1335
AMC-PSO	2997	1475	100	2997
atCI-PSO– a (gb)	545,6	473	100	546
Rastrigin (30D)				
PSO – gb	1028	964	100	1028
JLC-PSO	551	469	78	706
AMC-PSO	1572	1507	100	1572
atCI-PSO- var. ω – b (lb)	1308,1	1172	94	1392
Griewank (10D)				
PSO – gb	916	471	86	1065
JLC-PSO	579	216	72	804
AMC-PSO	710	587	100	710
atCI-PSO– a (gb)	386,4	317,5	92	420
Schaffer F6 (2D)				
PSO – lb	1505	636	100	1505
JLC-PSO	2514	292	70	3591
AMC-PSO	471	424	100	471
aCI-PSO– b (gb)	319,1	225	100	319
Ackley (30D)				
PSO – gb	1454	1443	100	1454
JLC-PSO	853	808	88	969
AMC-PSO	1438	1440	100	1438
aCI-PSO– a (lb)	674,8	679	82	823

Observamos que o algoritmo CI-PSO bate o *Clubs-based* PSO em todas as funções de teste, excepto no caso da função de Rastrigin. Em particular, as variantes assimétrica (aCI-PSO) e anti-simétrica (atCI-PSO) do algoritmo CI-PSO batem as variantes do *Clubs-based* PSO em todas as funções de teste, excepto na função de Rastrigin. A função de Rastrigin é

igualmente a única função em que a modificação da dinâmica das partículas é vantajosa para o algoritmo CI-PSO. Aliás, conforme se pode verificar no anexo I, esse ganho observa-se para todas as três variantes do CI-PSO. Tal sugere que a vantagem do *Clubs-based* PSO na função de Rastrigin seja devida à modificação da dinâmica das partículas.

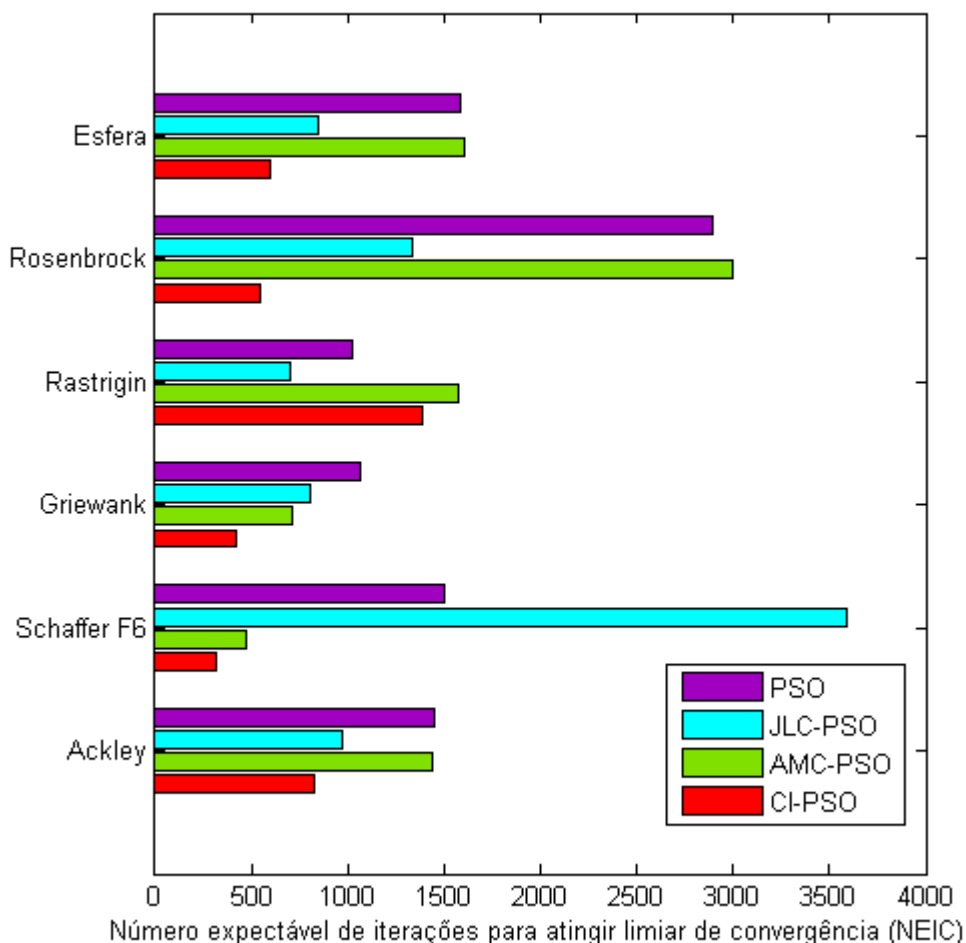


Fig. 244 Desempenho dos algoritmos PSO, *Clubs-based* PSO (variantes JLC-PSO e AMS-PSO), e CI-PSO na terceira bateria de testes. Estão incluídos os resultados da experiência original (Emara, 09). Estes gráficos correspondem aos valores da tabela 15. Resultados mais detalhados podem ser encontrados no Anexo I.

Em conclusão, no âmbito das experiências efectuadas, o CI-PSO revela-se como sendo, na sua presente forma, um algoritmo de optimização sem restrições que é relativamente lento, embora eficaz, a identificar as soluções óptimas para problemas em que as variações de qualidade das soluções sejam suaves, mas relativamente rápido a convergir (eficiente) em problemas com perturbações mais abruptas da paisagem de procura. Estas vantagens e desvantagens competitivas derivarão da sua capacidade de cruzamento de informação entre as suas partículas.

6 APLICAÇÃO DE UMA REDE DE TROCAS DE INFORMAÇÃO NA PARTIÇÃO DE REDES COM SINAIS

6.1 Enquadramento

No capítulo anterior foi apresentada uma primeira aplicação em que a modelação do equilíbrio estrutural das redes sociais é utilizado como mecanismo regulador da troca de informação durante um processo de procura. Apesar do algoritmo se ter comportado como esperado ao mostrar-se vantajoso em funções com um traçado mais irregular, falta-lhe elegância. Por sentir necessário uma simplificação da representação do mecanismo de troca de informação, passamos agora para uma aplicação directa do mecanismo de regulação da troca de informações, numa forma simplificada e fazendo uma exploração da relação de forças entre os parâmetros de propagação da rede.

Trata-se de uma modificação do algoritmo SONE de modo a reproduzir o conceito de influência condicionada. O algoritmo resultante é aplicado à tarefa de partição de redes com sinais. Por esta tarefa estar directamente ligada aos sistemas que tentamos simular, o desempenho do algoritmo servirá de teste quer à validade do conceito de influência condicional na descrição da dinâmica dos grupos informais humanos, quer à hipótese que essa dinâmica seja um mecanismo eficiente de gestão de informação. Será ainda um teste à estabilidade do algoritmo SONE original.

6.2 Relação entre partição de redes com sinais e dinâmica de equilíbrio estrutural

A ruptura do conjunto de nós de um grafo em vários subconjuntos pode ser representada pela existência simultânea de forças de atracção e de repulsão entre esses nós, que podemos simbolizar pela atribuição de valores, respectivamente, positivos e negativos às arestas que os unem. Por outras palavras, a atribuição de valores com sinais algébricos às arestas de um grafo – que se torna assim, por definição, uma rede com sinais - permite uma representação explícita da evolução do sistema.

Em contraste, a associação às arestas de valores meramente positivos – correspondentes a forças de atracção -, é uma representação incompleta que requer a adição de variáveis adicionais para permitir simular a divisão da rede não negativa assim criada. Por exemplo, a atribuição de um tempo de vida limitado às arestas. Como a representação na forma de redes com sinais é mais directa, podemos esperar que os algoritmos que a usem sejam mais competentes.

Além disso, esta representação permite a utilização da regra de influência condicional. A qual, de acordo com a argumentação que se segue, poderá – não é feita prova -, guiar a deslocação do sistema para regiões de consistência elevada do espaço de partições possíveis. O que, note-se, não é garantia de sucesso em encontrar o máximo global da consistência da partição em grupos, caso exista descontinuidade das regiões com mais elevada consistência.

Relembremos que o teorema do equilíbrio estrutural foi uma representação de Heider (46, 58) para descrever a eliminação da dissonância cognitiva entre dois observadores de uma terceira entidade; em que a dissonância corresponde a uma divergência entre as

avaliações directa e indirecta – mediada pela avaliação que o primeiro observador faz do segundo observador - feitas pelo primeiro elemento sobre o terceiro. Estas avaliações têm dois resultados possíveis; originalmente era agrado ou desagrado, com conotações respectivamente positivas ou negativas.

A regra de influência condicionada corresponde ao estabelecimento de uma concordância entre dois processadores individuais de informação, com uma relação positiva entre si, da avaliação, positiva ou negativa, da sua relação com um terceiro processador (ao qual o primeiro poderia não estar anteriormente ligado). Foi deduzida no capítulo 4 como o culminar lógico da extensão do teorema do equilíbrio estrutural de Heider (46, 58) para quaisquer conjuntos de um número não limitado de processadores individuais de informação, agrupáveis num número não limitado de subconjuntos. Ao representarmos o sistema por uma rede, os processadores correspondem aos nós e a avaliação de um elemento por outro à existência de uma aresta entre os dois com o valor da sua avaliação, que desde a formulação original de Heider (46, 58) se ser assume simétrica. Dada esta simetria e dado cada nó ser avaliador e também objecto de avaliação, podemos associar às avaliações negativa e positiva a confiança ou desconfiança mútuas entre nós. No contexto da partição de redes, as avaliações corresponderão à pertença ou não-pertença ao mesmo grupo.

De cada vez que a regra é aplicada, garante-se a existência (poderia já existir ou é estabelecida de novo) de uma relação transitiva de vizinhança, e consistente entre os três das suas relações de pertença ou não-pertença aos vários grupos. E de cada vez que é aplicada, a proporção dos vizinhos do terceiro nó que o define como pertencendo ao mesmo grupo desloca-se para um ou outro extremo; sendo porém que um deslocamento no sentido da pertença tenderá a aumentar a probabilidade de novas reavaliações, e no sentido da não pertença a diminui-la. Eventualmente, todos os vizinhos de um nó que pertençam a um mesmo grupo terão a mesma avaliação de um terceiro nó, donde atingir-se-á, para esse nó e esse grupo uma total consistência.

Se e quando isso suceder para todos os nós e grupos, todos os nós de cada comunidade terão somente relações positivas entre si e somente relações negativas com os nós de outras comunidades, ou seja, a inconsistência da rede segundo a medida de Doreian e Mrvar (96), será zero. Às comunidades corresponderão os subconjuntos de nós em que se dividirá a rede.

Note-se que não é demonstrado que um estado de total consistência seja atingido pela aplicação da regra da influência condicional. Também não é certo de que a rede convirja no sentido duma maior consistência em todas as situações.

6.3 Relação entre a dinâmica de rede no algoritmo SONE e o equilíbrio micro-estrutural

O algoritmo SONE dedica-se à partição de grafos em grupos de vértices mais ligados entre si do que com o restante subconjunto dos vértices da rede, isto é, comunidades. Esta partição é obtida a partir de um processo da expansão das relações de vizinhança entre elementos vizinhos da rede. Porém, apenas as relações positivas são expandidas.

Esta expansão é análoga à primeira transição da regra de influência condicional, ao mecanismo de recomendação constituinte do algoritmo CI-PSO que vimos no capítulo anterior. Porém não existe a criação de novas ligações negativas.

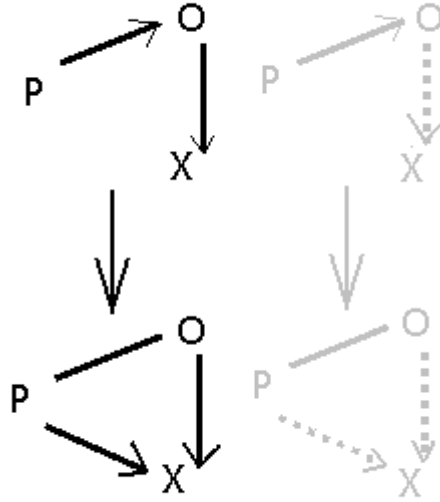


Fig. 25 Diferença entre a dinâmica dos algoritmos SONE e CI-SONE. O algoritmo SONE original faz a expansão das ligações positivas, de acordo da primeira transição da condição de influência condicional. Porém, não cria novas ligações negativas. A segunda transição, ausente do SONE mas presente na regra de influência condicional, está representada a cinzento. Temos linhas a cheio a marcar relações positivas e a tracejado as relações negativas.

Assim, no passo 3 do algoritmo SONE, as novas ligações são sempre positivas e unem dois nós ligados indirectamente por ligações positivas. Esta restrição está já presente na definição da semelhança estrutural entre pares de vértices - i e j -, correspondente ao passo 1, e foi descrita pela equação 4-11, reproduzida abaixo:

$$S(i, j) = o_1(A) = \begin{cases} 0, & \text{se } A(i, j) \leq 0 \\ \frac{\sum_{k \in \Gamma_i^+ \cap \Gamma_j^+} A(i, k)}{\sum_{k \in \Gamma_i^+ \cup \Gamma_i^-} |A(i, k)|} \cdot \frac{\sum_{k \in \Gamma_j^+ \cap \Gamma_j^-} A(j, k)}{\sum_{k \in \Gamma_j^+ \cup \Gamma_j^-} |A(j, k)|}, & \text{se } A(i, j) > 0 \end{cases} \quad Eq. \quad 6-1$$

Aqui Γ_i^+ é o subconjunto dos nós constituído pelo nó i , mais todos os nós que recebem arestas com pesos positivos vindas de i , e Γ_i^- representa o subconjunto dos nós formado por i , mais todos os nós que recebem arestas com pesos positivos vindas de i , e analogamente para j .

Esta expressão enuncia a semelhança estrutural entre dois nós como sendo uma função do número de nós com os quais ambos tem relações positivas, ou seja, do número de triângulos (+,+,+) em que i e j estão simultaneamente envolvidos, e dos pesos das arestas correspondentes. No caso das arestas não possuírem pesos, o numerador coincidiria com o número de triângulos (+,+,+) comuns a i e j . Mais do que isso, tendo em conta que a dinâmica da rede corresponde à progressiva angariação de nós vizinhos até que todos os nós duma mesma comunidade estejam na vizinhança directa uns dos outros, isto significa que o SONE identifica comunidades como sendo conjuntos de nós que partilham uma apreciação positiva das relações entre si.

Em contraste, a regra de influência condicional conduz à partilha entre dois nós da avaliação da sua relação com nós terceiros, seja esta avaliação positiva ou negativa.

Saliente-se que o algoritmo SONE original elimina a representação explícita das ligações negativas, como é visível na expressão da semelhança estrutural entre nós. Assim, verifica-se não ser trivial que a expansão das relações negativas conduza a um melhor desempenho do algoritmo. Pode não ocorrer convergência da matriz da adjacência, ou ocorrer uma transição rápida da matriz de adjacência para um estado final nulo.

O passo 4 do algoritmo SONE garante que as relações entre quaisquer dois nós são sempre bidireccionais e simétricas. Note-se que Heider, quando formulou a sua teoria do equilíbrio estrutural, pressupõe que as relações afectivas tenderiam para a simetria numa escala de tempo mais curta do que aquela em que têm lugar as transições que propôs. Se assim não fosse, o comportamento do sistema tornar-se-ia caótico. Assim, o passo 4 é compatível e facilita a aplicação de mecanismos de equilíbrio estrutural derivados do modelo de Heider (46, 58).

6.4 Modificação do algoritmo SONE

É possível incorporar no algoritmo a transferência de ligações negativas, presente na condição de Newcomb para o equilíbrio micro-estrutural, mas ausente no SONE, sem mudar a estrutura geral do algoritmo. Esta mantém-se como uma sequência de quatro passos, que executa a expansão condicionada das relações de vizinhança directa. À versão transformada do algoritmo SONE de Yang (06) chamamos CI-SONE, já que a rede obedece agora à dinâmica de influência condicional. Este algoritmo vem descrito na tabela 16.

Atente-se na semelhança básica entre o algoritmo assim produzido com o algoritmo CI-PSO que propusemos no capítulo anterior para a resolução de problemas de optimização. Em ambos os casos temos uma rede com três componentes dinâmicos:

1. Estabilização das relações cruzadas entre nós segundo mecanismos do equilíbrio estrutural (macro e micro-estrutural no CI-PSO, apenas micro-estrutural no CI-SONE);
2. Criação de novas ligações (mecanismo de recomendação no CI-PSO, expansão das ligações existentes no CI-SONE);
3. Eliminação de ligações existentes (dissipação no caso do CI-PSO, poda das ligações mais fracas no CI-SONE).

Note-se ainda que uma vez criada a nova ligação, temos o fecho de uma relação triangular. Isto significa que na iterações seguintes a dinâmica do equilíbrio estrutural terá oportunidade de actuar ainda mais frequentemente sobre esta parte da rede, confirmando ou desconfirmando as relações de identidade - no sentido da pertença a um mesmo grupo ou comunidade - entre os nós envolvidos.

O algoritmo CI-SONE equaciona já o peso das ligações negativas no cálculo da semelhança estrutural, a qual dá uma medida do grau de confiança na transferência de relações de vizinhança. Além disso, pode produzir novas ligações negativas. O grau de semelhança estrutural entre dois nós i e j quaisquer - $S(i,j)$ -, é calculado como

$$S(i, j) = \text{sgn}(A(i, j)) \cdot \frac{\sum_{k \in \Gamma_i^+ \cap \Gamma_j^+} A(i, k) - \sum_{k \in \Gamma_i^- \cap \Gamma_j^-} A(i, k)}{\sum_{k \in \Gamma_i^+ \cup \Gamma_i^-} |A(i, k)|} \cdot \frac{\sum_{k \in \Gamma_j^+ \cap \Gamma_j^+} A(j, k) - \sum_{k \in \Gamma_j^- \cap \Gamma_j^-} A(j, k)}{\sum_{k \in \Gamma_j^+ \cup \Gamma_j^-} |A(j, k)|} \quad . \quad \text{Eq. 6-2}$$

Tal como antes, os valores de S são utilizados na poda selectiva das relações de vizinhança entre vértices:

$$S_2(i, j) = o_2(S) = \begin{cases} S(i, j), & \text{se } S(i, j) < -f_i^-(S) \text{ ou } S(i, j) > f_i^+(S) \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad \text{Eq. 6-3}$$

$$\text{com } f_i^+(S) = \omega_1^+ [\mu_i(S) + \omega_2^+ \sigma_i(S)] \text{ e } f_i^-(S) = \omega_1^- [\mu_i(S) + \omega_2^- \sigma_i(S)]. \quad \text{Eq. 6-4}$$

O limiar de pertença f_i é calculado com base nos parâmetros ω_1^- , ω_2^- , ω_1^+ , ω_2^+ , que são constantes positivas, e nos valores da média e ao desvio-padrão dos valores absolutos de S_{i,k_i} , e que são designados respectivamente por μ_i e σ_i .

Note-se que, pela manipulação dos valores de ω_1^- e ω_2^- , poderemos avaliar a importância que as relações negativas, isto é, os mecanismos de exclusão, tem na delimitação das comunidades de uma dada rede. O algoritmo CI-SONE coincidirá com o algoritmo SONE original quando não existirem relações negativas.

O terceiro passo corresponde ao estender das relações de vizinhança. Este operador - o_3 -, é alterado, de modo a considerar ligações com qualquer dos dois sinais algébricos. O facto da selecção do segundo nó ser feita ao acaso faz com que o CI-SONE seja um algoritmo estocástico, tal como na forma original SONE. Dai resulta uma possibilidade teórica de escapar ao aprisionamento do sistema em configurações sub-óptimas (de partição).

O quarto passo não é alterado. A sua função é ainda o garantir da simetria da matriz de adjacência. Relembremos este operador:

$$o_4(S3) = \frac{1}{2}[S3(i,j) + S3(j,i)]. \quad \text{Eq. 6-5}$$

A complexidade computacional do algoritmo CI-SONE encontra-se, tal como a do SONE original, entre $O(n^2)$ e $O(n^3)$, dependendo da densidade da rede.

Tabela 16 Pseudo-código do algoritmo CI-SONE. A função abs retorna valores absolutos. O código do programa que implementa este algoritmo na linguagem Matlab é apresentado no anexo III.

Seja S4 uma cópia da matriz de adjacência da rede dada, de tamanho $N \times N$, com elementos da diagonal nulos

Para cada iteração k até um número máximo de iterações k_{max}

Seja A uma cópia de S4

// aplicar primeiro operador (o_1), relativo ao cálculo das semelhanças estruturais

Seja S uma matriz de zeros de tamanho $N \times N$

Para cada par ordenado de nós (i,j) de A ao qual corresponde um arco

Atribuir a $S(i,j)$ o índice de semelhança estrutural entre os dois nós, dado pela respectiva fórmula S_{var}

// aplicar segundo operador (o_2), relativo à selecção de vizinhos

Seja S2 uma cópia de S

Para cada nó

Calcular a média μ e o desvio padrão σ das intensidades dos arcos que saem do nó

Igualar o limiar de intensidade para os arcos positivos a $\omega_1^+ \cdot (\mu + \omega_2^+ \sigma)$

Igualar o limiar de intensidade para os arcos negativos a $\omega_1^- \cdot (\mu + \omega_2^- \sigma)$

Anular todos os arcos de S2 que partam do nó com valor absoluto inferior ao limiar respectivo

// aplicar terceiro operador (o_3), que executa a expansão das vizinhanças

Seja S3 uma cópia de S2

Para cada (primeiro) nó, segundo uma ordem aleatória de chamada

Escolher ao acaso um segundo nó que seja recipiente de uma ligação positiva vinda do primeiro

Para cada (terceiro) nó recipiente de uma ligação vinda do segundo, que não seja o primeiro nó

Se $\text{abs}(S3(\text{primeiro}, \text{terceiro})) < \text{abs}(S2(\text{primeiro}, \text{segundo}) \cdot S2(\text{segundo}, \text{terceiro}))$ Então

Substituir o valor actual de $S3(\text{primeiro}, \text{terceiro})$ por $S2(\text{primeiro}, \text{segundo}) \cdot S2(\text{segundo}, \text{terceiro})$

Calcular a média μ e o desvio padrão σ das intensidades dos arcos que saem do primeiro nó

Igualar o limiar de intensidade para os arcos positivos a $\omega_1^+ \cdot (\mu + \omega_2^+ \sigma)$

Igualar o limiar de intensidade para os arcos negativos a $\omega_1^- \cdot (\mu + \omega_2^- \sigma)$

Anular todos os arcos que partam do primeiro nó com valor absoluto inferior ao limiar respectivo

// aplicar quarto operador (o_4), que torna a matriz Sn simétrica

Seja S4 uma matriz de zeros de tamanho $N \times N$

Para cada elemento (i,j) da matriz S4

O valor desse elemento será igual ao valor médio de $S3(i,j)$ e de $S3(j,i)$

// verificar estabilização da rede; se tal houver sucedido, determinar a partição do grafo a partir de S4 e parar

Se S4 for igual a A Então

Para cada nó

Se o nó não pertence ainda a um grupo Então

Criar um novo grupo, e fazer membros o nó bem como aqueles com quem tem arcos positivos

Terminar a execução do algoritmo

6.5 Banco de Testes

6.5.1 Critério de escolha dos testes

Vamos confrontar o algoritmo CI-SONE com o seu antecessor SONE apenas em redes em que existam ligações negativas, isto é, em redes com sinais. Quer por o algoritmo CI-SONE não se diferenciar do algoritmo original SONE quando as redes são estritamente positivas, quer por apenas as redes com sinais serem um modelo dinâmico completo.

Isto porque as ligações negativas são instáveis, e conferem instabilidade ao sistema, na medida em que o seu desaparecimento tende a ser acompanhado de um rearranjo da estrutura da rede local, incluindo relações positivas associadas. Essa instabilidade interessou-nos anteriormente, no domínio da optimização, como instrumento para a alocação dinâmica de recursos computacionais. No domínio da partição de grafos, as ligações negativas correspondem a pontos de fractura, que por expansão ou alinhamento provocam o rasgar da rede.

As redes com sinais são pouco estudadas. Porém, podem converter-se redes apenas com arestas positivas em redes com sinais. Por exemplo, pela atribuição de valores negativos moderados às arestas inexistentes de uma rede; ou pela subtracção ao peso de cada aresta do valor médio das arestas. Todavia, o desenvolvimento e análise destes métodos ficou fora do âmbito desta tese. Iremos simplesmente utilizar como testes redes já existentes.

Os casos escolhidos são exemplos de redes sociais cuja actividade foi registada empiricamente. Sejam relações entre indivíduos, em casa – redes de Sampson e de Newcomb –, ou no local de trabalho – rede descrita por Roethlisberger e Dickson (39). Ou relações entre grupos de indivíduos organizados, em subtribos ou partidos políticos. Deste modo, pela escolha destes testes poderemos também avaliar a regra de influência condicional enquanto modelo da dinâmica estrutural das redes sociais.

Todas estas redes descrevem cenários de colaboração e de potencial conflito. A divisão em grupos, frequentemente informal, corresponde de facto a uma estratégia de minimização do potencial de conflito.

Nas redes escolhidas para a bateria de testes, esta divisão não é perfeita, donde a tarefa de partição não será trivial. Outras redes, tais como as redes propostas por Yang *et al.* (07a) – figuras 1a e 1b dessa referência –, não foram incluídas na bateria de testes devido à estabilidade das relações existentes, em que a aplicação de qualquer um dos algoritmos em estudo converge rapidamente.

Todas as redes consideradas são descritas no programa listado no anexo IV. Esse programa fornece ainda os dados sobre as duas redes apresentadas em Yang *et al.* (07a), a rede (sem sinais) descrita por Zachary (77) e ainda a rede de compatibilidades entre cadetes pilotos aviadores (*Flying teams*). Esta última foi excluída da bateria de testes por ter informação limitada sobre esse sistema.

6.5.2 Lista de casos de estudo

6.5.2.1 Rede social do mosteiro de Sampson

Consideramos primeiro a evolução temporal da teia de relações entre monges noviços num mosteiro da Nova Inglaterra, descrita originalmente por Sampson (68). Foram

utilizadas as representações das redes com diferenciação de pesos, retiradas de Doreian e Mrvar (96).

No instante T1 ainda não haviam entrado para a pequena comunidade alguns elementos. Os instantes T2, T3 e T4 correspondem à diferenciação de grupos, acompanhada de um crescendo do antagonismo entre os membros. Esta tensão iria culminar na ruptura da comunidade, com a saída de vários elementos após o instante T4. Os restantes tempos de registo não foram incluídos, precisamente por a rede ser mais reduzida nesses pontos.

Foram registados 4 tipos de avaliações privadas de uns membros sobre os outros; de estima, influência, aprovação e de amizade. As avaliações de amizade nos momentos T2, T3 e T4 correspondem aos três primeiros testes. Os três últimos correspondem respectivamente às avaliações de estima, influência e aprovação; são todas relativas a T4, o único instante para o qual estas avaliações foram disponibilizadas. como parte do programa PAJEK, da autoria de Batagelj e Mrvar.

Em todos os estados aqui considerados, a rede é assimétrica e relativamente densa. Cada nó está envolvido em múltiplas relações triangulares.

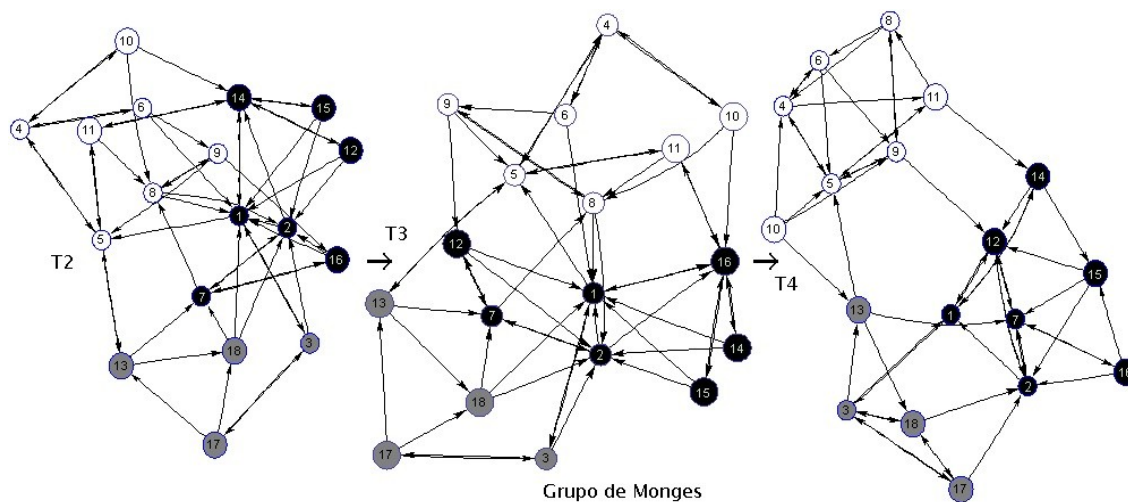


Fig. 26 Evolução temporal das avaliações de amizade entre monges noviços de um mosteiro da Nova Inglaterra, descrita por Sampson (68). As configurações T2, T3 e T4 correspondem aos testes 1, 2 e 3. Nesta representação destes caso de estudo, como em todos os seguintes, o tamanho dos nós não transmite qualquer informação. Apenas as avaliações positivas estão representadas e a espessura das setas não indica a intensidade relativa das ligações. Esta redes são descritas no Anexo IV com os índices 104 a 106.

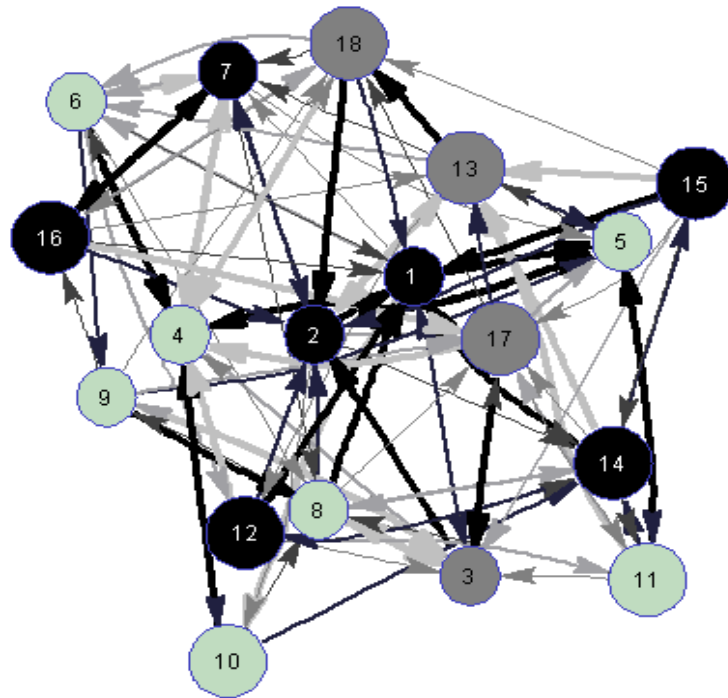


Fig. 27 Diagrama das das avaliações de amizade registadas na rede social do mosteiro no instante T2. Estão representadas as relações positivas e também as negativas. A espessura das setas indica a intensidade relativa das ligações. Esta rede é listada no Anexo IV com o índice 104.

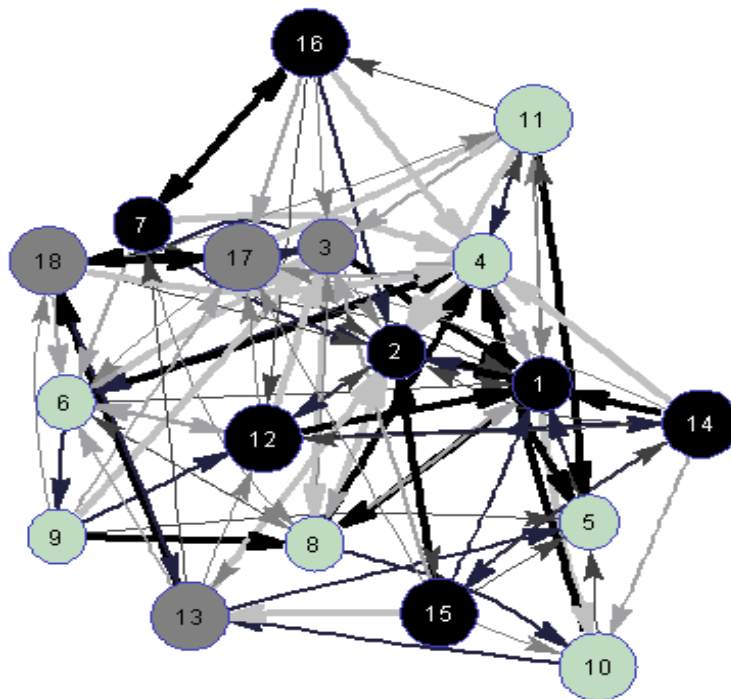


Fig. 28 Diagrama das avaliações de amizade registadas na rede social do mosteiro no instante T3. Quer as relações positivas, quer as negativas, estão representadas. A espessura das setas indica a intensidade relativa das ligações. A rede figura no Anexo IV com o índice 105.

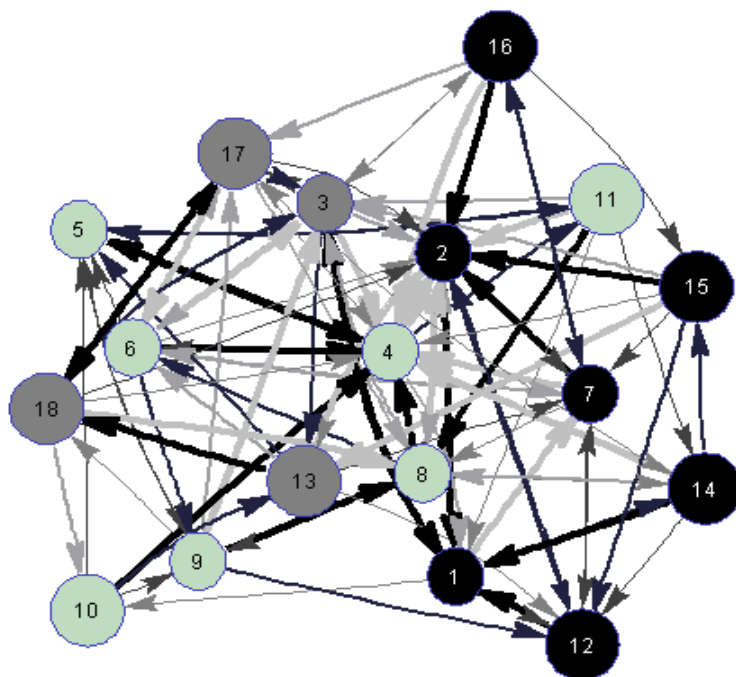


Fig. 29 Diagrama das avaliações de amizade registadas na rede social do mosteiro no instante T4. Esta rede é listada no Anexo IV com o índice 106.

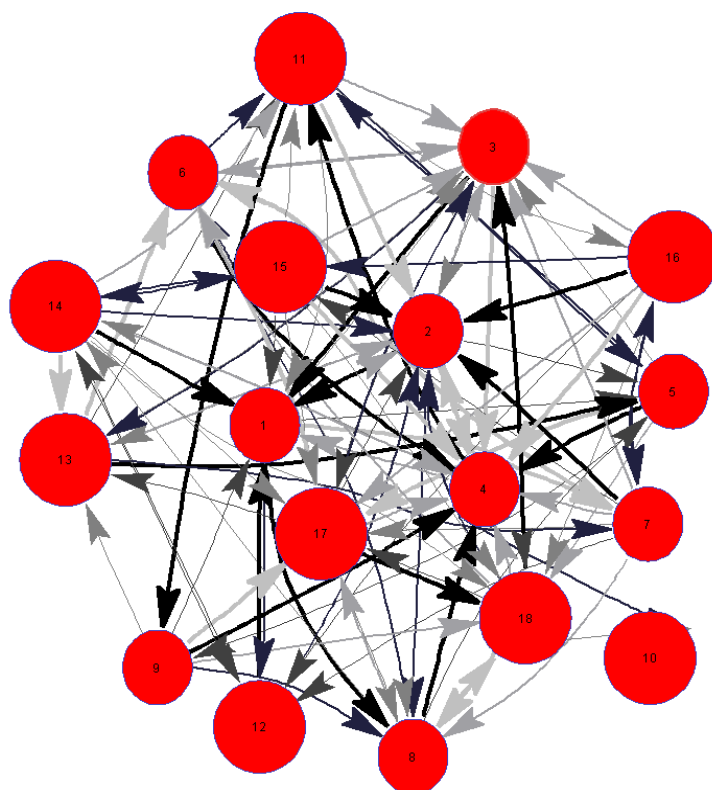


Fig. 30 Diagrama das avaliações de estima registadas na rede social do mosteiro no instante T4. Esta rede é listada no Anexo IV com o índice 112.

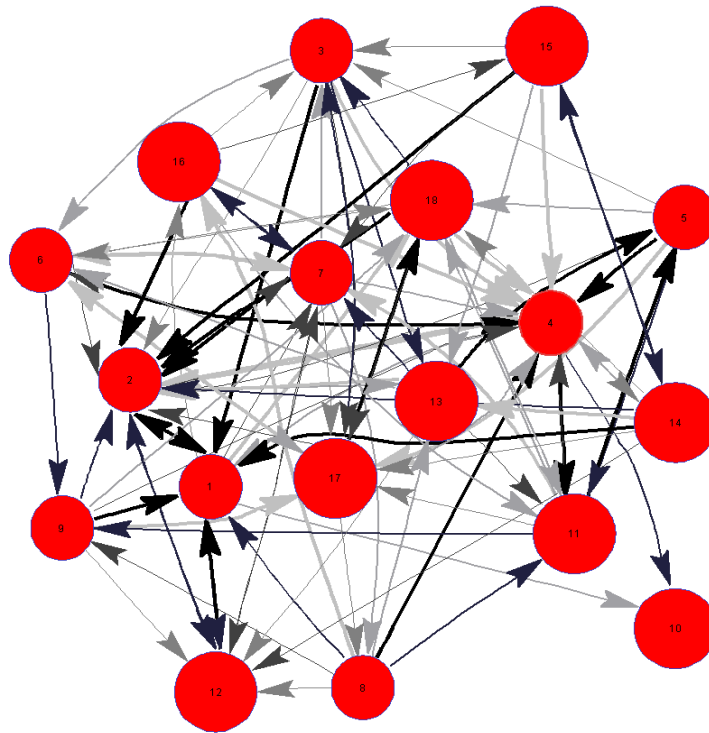


Fig. 31 Diagrama das avaliações de influência registadas na rede social do mosteiro no instante T4. É especificada no Anexo IV com o índice 113.

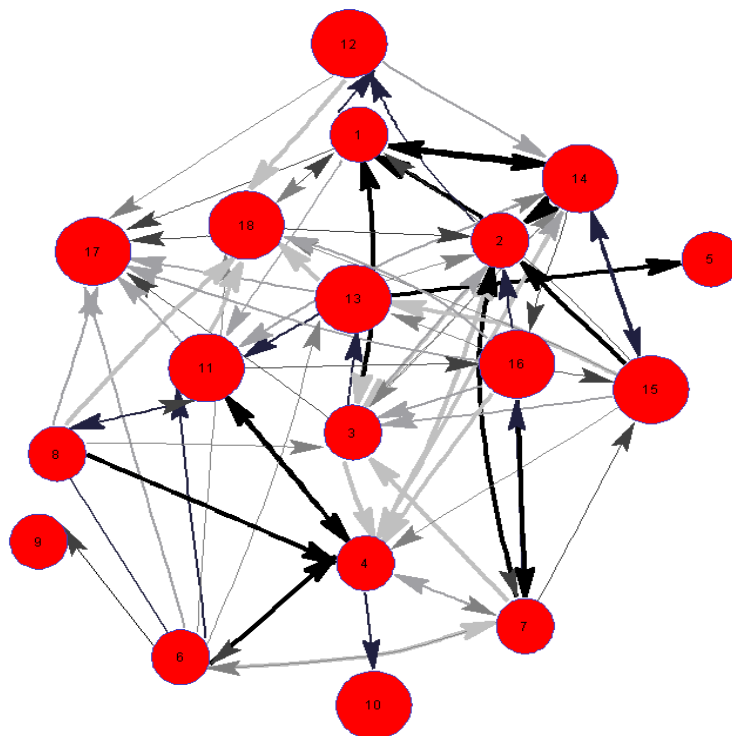


Fig. 32 Diagrama das avaliações de aprovação registadas na rede social do mosteiro no instante T4. Esta rede vem listada no Anexo IV com o índice 114.

6.5.2.2 *Equipa de trabalho de Roethlisberger e Dickson*

Como teste seguinte, temos a rede de relações observada durante 6 meses numa equipa de trabalho fabril. Estas observações foram descritas por Roethlisberger e Dickson (39) nos seus estudos das organizações e utilizadas mais tarde por Breiger *et al.* (75).

Observou-se que a equipa tinha-se organizado informalmente em dois grupos de trabalhadores, ficando os restantes elementos marginais aos grupos. Os membros de um grupo possuem um padrão semelhante de relações de afinidade, e de falta de afinidade, para com os mesmos restantes elementos da equipa. No limite da concordância total, estes elementos são estruturalmente equivalentes.

Esta rede é simétrica. A sua estrutura é invulgar: existem zonas da rede onde existem apenas relações positivas entre os nós vizinhos; noutras existem quase só relações negativas. De tal sorte que é possível sem ajuda de qualquer algoritmo conceber uma partição que agrupe todos os nós que possuam uma ligação positiva que seja e associar cada um dos restantes nós a outros tantos grupos de um só elemento. Esta partição não possui qualquer inconsistências, mas, todavia, é igualmente notório que esta não será a melhor divisão possível de acordo com a nossa tendência intuitiva de associar grupos a estruturas em clique – e a divisão dos nós com ligações positivas em duas cliques é imediatamente reconhecível.

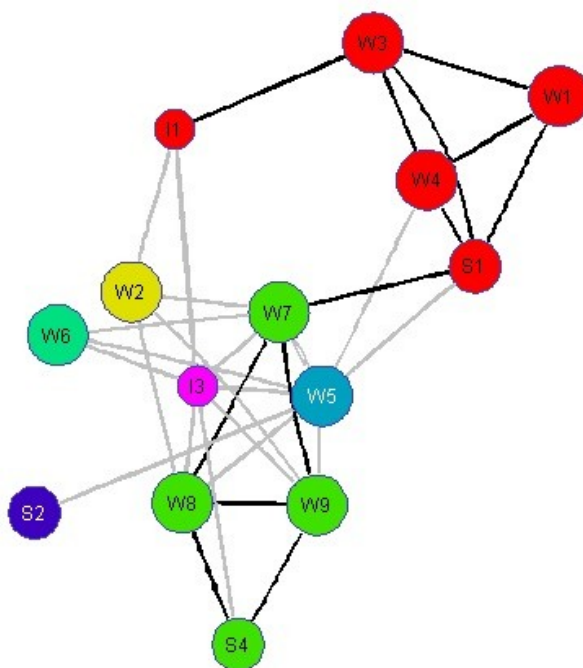


Fig. 33 Auto-organização em grupos observada na equipa de trabalhadores por Roethlisberger e Dickson. O primeiro grupo tinha W1,W3,W4,S1 e I1 como membros; o segundo incluía W7,W8,W9 e S4. Apenas as relações mais fortes estão assinaladas; as positivas a preto e as negativas a cinzento. A rede é listada no Anexo IV com o índice 107.

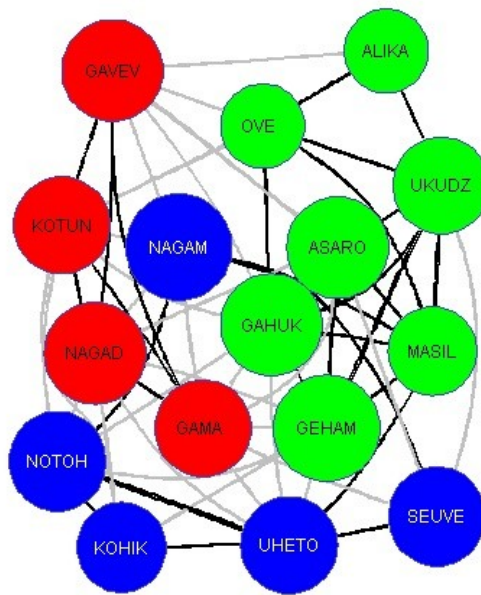


Fig. 34 Esquema das alianças guerreiras entre subtribos dos Gahuku-Gama observadas por Read. As relações positivas estão assinaladas a preto e as negativas a cinzento. Esta rede aparece no programa do Anexo IV com o índice 102.

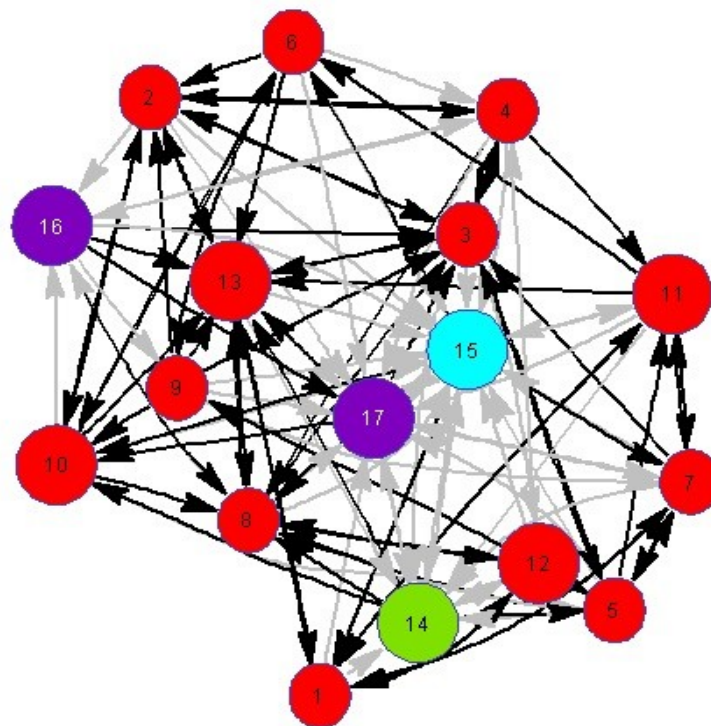


Fig. 35 Diagrama das interações na república de estudantes criada por Newcomb na última semana do estudo (T15). A maioria dos participantes organizou-se num único grupo, do qual foram excluídos 4 estudantes. Repare-se que a matriz não é simétrica. A rede é descrita no Anexo IV, onde possui o índice 103.

6.5.2.3 Rede de alianças entre as subtribos dos Gabuku-Gama

Consideremos agora a rede de alianças entre as subtribos dos Gahuku-Gama, das montanhas da Nova Guiné, tal como foi descrita por Read (54). Estas subtribos envolvem-se em guerras sazonais.

Hage e Harary (83) apresentaram esta rede como exemplo de uma rede com sinais passível de ser dividida em grupos, pela evolução das ligações individuais tal como proposta por Cartwright e Harary (56). A rede é simétrica e relativamente densa.

6.5.2.4 República de estudantes de Newcomb

A rede seguinte descreve o estado final observado da evolução das interações entre os elementos de uma república de estudantes da Universidade do Michigan, a partir da descrição feita por Nordlie (58) e Newcomb (61). Esta república foi expressamente organizada por Newcomb para recolher dados periódicos sobre a interação entre os seus membros, através do preenchimento de questionários. É por isso também designada como pseudo-república.

Na representação abaixo, a intensidade das relações não é considerada. São indicadas por cada estudante apenas as seis relações mais fortes: as três maiores relações de amizade, e os três antagonismos mais intensos. Dadas estas condições, o número de arestas incidentes positivas e negativas poder-nos dar uma medida do grau de, respectivamente, popularidade e impopularidade de cada membro. A representação que utilizamos é binária. A matriz tem elevada assimetria.

6.5.2.5 Rede de relações entre partidos no parlamento da Eslovénia

O último teste é uma matriz de afinidades políticas entre os partidos com assento no parlamento da Eslovénia em 1994. Resulta do resposta, pela maioria dos deputados, a um questionário formulado por analistas políticos sobre quão próximas, ou afastadas, consideravam as tomadas de posição políticas do seu partido numa série de questões, com as posições de cada um dos outros partidos com assento parlamentar. Cada deputado podia atribuir valores desde -3 a +3; os elementos da matriz correspondem aos valores acumulados das respostas de todos os participantes. Daqui resulta que, primeiro, existem grandes variações no valor absoluto dos elementos não nulos da matriz de adjacência, e, segundo, que essa matriz é simétrica. Este rede está disponível como parte do programa PAJEK e é descrita igualmente em Yang (07).

6.5.2.6 Resumo

A tabela 17 lista as propriedades das redes com sinais algébricos utilizadas como teste para os diferentes algoritmos. O anexo IV contém a descrição explícita das redes, tal como foram utilizadas nas simulações, bem como algumas informações adicionais.

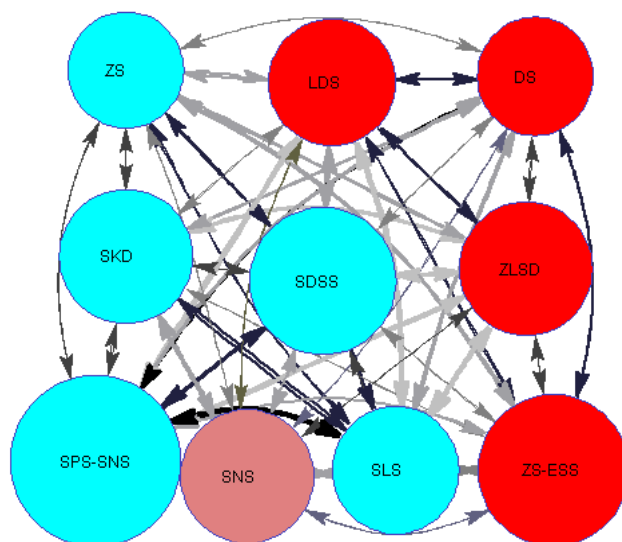


Fig. 36 Rede de afinidades políticas entre os partidos do parlamento esloveno de 1994. O valor acumulado das afinidades está marcado a preto, se for positivo, e a cinzento, se negativo. A largura das ligações é proporcional ao valor absoluto das afinidades. Os partidos estão organizados em dois grupos. Nota para o partido SNS, que tem uma afinidade incompleta com os membros do grupo no qual é habitualmente classificado. Novamente, o tamanho dos nós não transmite qualquer informação. A rede é listada no Anexo IV com o índice 109.

Tabela 17 Propriedades das diferentes redes com sinais consideradas. Diz-se assimétrica da rede em que todas as ligações entre pares de nós são simétricas, e assimétrica no caso contrário. Sem pesos significa que todas as ligações tem o mesmo valor absoluto. Por completa entenda-se uma matriz em que todos os nós estão ligados entre si.

	Número de nós	Número de ligações positivas	Número de ligações negativas	Grau médio dos nós	Atributos qualitativos das redes dignos de nota
Rede de amizades do mosteiro (T2)	18	55	49	5,78	Assimétrica
Rede de amizades do mosteiro (T3)	18	57	48	5,83	Assimétrica
Rede de amizades do mosteiro (T4)	18	56	47	5,72	Assimétrica
Rede de estimas do mosteiro (T4)	18	54	58	6,22	Assimétrica
Rede de influências do mosteiro (T4)	18	53	50	5,72	Assimétrica
Rede de aprovação do mosteiro (T4)	18	39	41	4,44	Assimétrica
Rede de operários	14	26	38	4,57	Simétrica, Sem Pesos
Rede de subtribos	16	58	58	7,25	Simétrica, Sem Pesos
República de estudantes (T15)	17	68	51	7	Assimétrica, Sem Pesos
Rede do parlamento esloveno	10	36	54	9	Simétrica, Completa

6.5.3 Protocolo experimental

Vamos utilizar como medida do bom desempenho dos algoritmos a função critério P de Doreian e Mrvar (96), já descrita no capítulo 2. Esta função quantifica as falhas na separação da rede em grupos de vértices, tais que existam apenas relações positivas no interior dos grupos, e que sejam negativas todas as arestas que liguem nós de grupos diferentes. Relembremos a fórmula de cálculo desta medida (Eq. 2-7). Seja A a matriz de adjacência da rede e C o vector que descreve a partição dos nós da rede por grupos, então virá:

$$P(A, C) = \alpha \sum_{\substack{A_{ij} < 0 \\ C_i = C_j}} |A_{ij}| + (1 - \alpha) \sum_{\substack{A_{ij} > 0 \\ C_i \neq C_j}} A_{ij}; \quad \text{Eq. 6-6}$$

em que o primeiro termo contém o somatório dos pesos das ligações negativas internas aos agrupamentos e o segundo o somatório dos pesos das ligações positivas entre nós de agrupamentos diferentes. O peso relativo dos dois tipos de falhas é dado por α , com $0 < \alpha < 1$.

Foi notado em Doreian e Mrvar (96) e em Doreian *et al.* (96a) que o número de ligações negativas internas aos grupos nas redes, respectivamente, do mosteiro de Sampson (68) e da república de estudantes de Newcomb (61), era muito mais baixo que as ligações positivas entre grupos. Estes autores sugeriram que esta seria a norma nos grupos humanos: a existência de relações negativas internas ao grupo seria particularmente danosa para a estabilidade do grupo, e logo menos tolerada. Tal sugere uma maior estabilidade das relações positivas entre grupos. E, além disso, podemos ainda lembrar o trabalho de Granovetter (73, 83) sobre a importância das ligações afastadas discutido na secção 4.6.2. A existência de ligações positivas entre grupos será fundamental para o acesso a informação nova. Se existisse uma proibição deste tipo de ligações a rede seria dividida em ilhas. Estas observações que sugerem que $\alpha > 0,5$.

Todavia, vamos aqui assumir que $\alpha = 0,5$. Isto porque, em primeiro lugar, não presumir um impacto diferenciado de qualquer dos dois tipos de imperfeição é a solução mais simples. Em segundo lugar, porque foi essa a escolha seguida nos trabalhos mais directamente relacionados com a criação do algoritmo CI-SONE. Em terceiro lugar, porque em alguns dos trabalhos paralelos efectuados recentemente por outros investigadores foi considerada uma representação incompleta da função critério de Doreian e Mrvar (96) – sem considerar o parâmetro α –, o que pode ser prontamente corrigido na condição que $1 - \alpha = \alpha = 0,5$.

Note-se que em casos práticos não é provável obter uma partição com inconsistência nula. As redes de relações activas apresentam alguma incoerência correspondente a uma contínua reavaliação da informação que é trocada entre os seus elementos.

Em todos os casos, vamos atribuir aos parâmetros ω_2^+ e ω_2^- o valor 0,2, o mesmo empregue em Yang (06) no algoritmo SONE original. Restam assim apenas dois parâmetros a ajustar: ω_1^+ e ω_1^- . Testaremos o desempenho dos algoritmos SONE e CI-SONE em função de uma grelha discreta de valores para para estes parâmetros. Mais

precisamente, ω_1^+ tomará os seguintes valores: 0, 0,1, 0,2, 0,3, ... , 0,8. Já ω_1^- tomará os valores 0, 0,05, 0,10, 0,15, 0,20, 0,25, 0,30, ..., 0,80. Pretendemos portanto verificar o efeito de uma expansão desigual das ligações positivas e negativas no sucesso na identificação dos grupos ou comunidades.

Adoptaremos aqui a condição de paragem original de Yang (06) para o algoritmo SONE, que é a estabilização total da rede, de uma iteração do algoritmo para a seguinte. Isto significa que os valores de todas as ligações tem de, ou convergir para zero, ou de parado de divergir para valores indefinidamente elevados. Todavia, os novos valores das arestas estão limitados por um tecto, uma vez que são o produto dos índices de semelhança estrutural – inferiores ou iguais a 1 -, a multiplicar pelo produto dos valores das arestas sucessivas que constituem os caminhos da rede em expansão – que são finitos uma vez que o número de nós, bem como os valores iniciais das arestas, são finitos. Assim, a divergência para valores absolutos infinitamente grandes é uma impossibilidade, e um estado de convergência incompleta corresponderá a uma matriz de adjacência em que alguns elementos não convergiram ainda para valores absolutos abaixo dos limiares de corte. Limiares estes que são uma função dos valores médios das arestas com o mesmo sinal. Em caso de não convergência aplica-se um mecanismo de gestão de danos: são eliminadas da matriz de adjacência final todas as ligações com um valor absoluto inferior a 0,01 do valor médio das arestas da matriz.

Para a execução de cada algoritmo foram concedidas um máximo de 200 iterações para atingir a convergência. Este número limite de iterações foi definido a partir de resultados preliminares que indicaram que, com este limite, o tempo máximo para executar o número total de ensaios permaneça dentro do razoável. Cada experiência numérica é repetida 50 vezes. Dado o número de réplicas e o tamanho das grelhas de parâmetros de ω_1^+ e ω_1^- , temos um total de 50x9x17 execuções de cada algoritmo para cada um dos casos de estudo.

Os algoritmos comparados foram programados na linguagem Matlab, versão R007b. O código do programa que executa o algoritmo CI-SONE é apresentado no anexo III. É igualmente dada a listagem de código do programa auxiliar que contém a informação descritiva aos vários casos de estudo considerados, e as envia ao primeiro programa. Com 200 iterações, consegue-se obter um tempo de execução máximo inferior a 60 minutos, para cada conjunto de 50x17 simulações correspondentes a um dado valor de ω_1^+ , mesmo no mais demorado dos testes, e na ausência completa de convergência precoce. Isto significa que no pior cenário considerado o tempo de cálculo é de cerca de 4 segundos para execução de 200 iterações do algoritmo CI-SONE. O tempo de execução do algoritmo SONE, por iteração, é muito semelhante.

Dada a relativa rapidez da produção de possíveis soluções, podemos avaliar os algoritmos não apenas pelo seu desempenho médio, como também pelos seus melhores desempenhos. Tanto mais que ambos são algoritmos estocásticos, que sacrificam a constância do desempenho em favor da redução do custo computacional e da possibilidade teórica de escapar as configurações iniciais desvantajosas. De qualquer modo, e como se poderá confirmar da leitura dos gráficos, teremos o cuidado de não tabelar para os algoritmos valores mínimos que tenham ocorrido em apenas um único conjunto de 50 execuções.

6.6 Resultados e discussão

Primeiro que tudo, verificamos que o algoritmo CI-SONE atinge a convergência em grande parte das suas execuções. O que não era um dado adquirido, já que enquanto no algoritmo original SONE não podem ser criadas novas ligações negativas, no algoritmo CI-SONE as novas ligações podem ser tanto negativas quanto positivas. Donde as alterações introduzidas no sinal de algumas arestas, para a estabilização de algumas relações compostas, poderiam ter um efeito contrário noutras relações compostas nas quais essa aresta está envolvida. Seria possível assim ocorrerem flutuações contínuas de sinal em algumas arestas.

Esta estabilização requer porém um maior número de iterações. Enquanto, para os problemas considerados, o algoritmo SONE satisfaz o critério de convergência acima descrito tipicamente em cerca de 10 iterações, o CI-SONE pode não conseguir convergir em 200 iterações numa fracção significativa das corridas.

Porquê a diferença nas velocidades de convergência? Analisando a evolução da rede, verifica-se que as intensidades de ligação tendem a estabilizar em valores não nulos rapidamente, enquanto as intensidades de ligação negativas, que são renovadas apenas pelo algoritmo CI-SONE, decrescem continuamente.

Esta assimetria poder-se-á explicar pela evolução oposta dos índices de semelhança estrutural consoante o sinal da ligação, que se descreve de imediato. À sucessão das iterações do ciclo principal do algoritmo CI-SONE correspondem a ciclos alternados de expansão e contracção da rede, com a retenção das ligações com maior intensidade. Em cada etapa a intensidade de cada ligação é multiplicada pelos índices revistos de semelhança estrutural. Ora, as ligações positivas seleccionadas tendem a ligar dois nós que pertençam ao mesmo grupo, logo existirá uma probabilidade elevada (e crescente, à medida que os grupos são consolidados) que mantenham com nós terceiros arestas de igual sinal, donde os índices de semelhança estrutural tenderão a aproximar-se de 1. Quanto às relações negativas, estas tenderão a ligar dois nós que pertençam a diferentes grupos, donde existirá uma probabilidade elevada e crescente que esses dois nós mantenham arestas de sinais opostos com àquela fracção dos nós que pertença aos seus dois grupos, donde os índices de semelhança estrutural serão inferiores a 1. No caso extremo da partição da rede ser dicotómica, dois nós ligados por uma aresta negativa tenderão a estabelecer com nós terceiros arestas com sinais opostos, donde os índices de semelhança estrutural tenderão para 0. Nesta situação a convergência será mais rápida.

Analisaremos agora em detalhe a eficiência e eficácia dos algoritmos, voltando à análise das taxas de convergências apenas quando estas forem pertinentes para estes outros critérios de avaliação. Primeiro esta análise será feita separadamente para caso de estudo. Posteriormente será apresentado e discutido um resumo dos resultados obtidos.

Para cada caso de estudo, um primeiro gráfico dá-nos uma medida da qualidade média das soluções obtidas pelos algoritmos, enquanto o seguinte especifica os melhores valores no total de 50 ensaios. Se necessário, serão fornecidos gráficos adicionais para melhor ilustrar o comportamento dos algoritmos.

Em cada gráfico, uma linha corresponde a uma combinação de um algoritmo e de um valor para ω_i^+ ; é formada pela ligação entre 17 registos correspondentes aos sucessivos valores de ω_i^- . Como esta última variável não é utilizada pelo algoritmo SONE original, cada teste deste algoritmo com um dado valor de ω_i^+ corresponderá na prática a 17

conjuntos de réplicas da mesma experiência. A variação dos resultados destas réplicas da execução do algoritmo SONE, dispostos ao longo do eixo horizontal, darão uma medida das flutuações.

No caso do algoritmo CI-SONE, as relações entre as variáveis de corte ω_1^+ e ω_1^- que conduzam aos melhores desempenhos dão-nos informação sobre a relativa preponderância entre as ligações positivas e negativas para a dinâmica de consolidação dos nós da rede em grupos consistentes. Esta relação pode ser confirmada pela comparação dos desempenhos do SONE e CI-SONE.

Começemos com a partição da rede do mosteiro de Sampson (68), tal como foi observada no instante T2. Os resultados são apresentados nas figuras 37 e 38. Constatamos que a maior qualidade média das soluções foi obtida pelo algoritmo SONE, com ω_1^+ igual a 0,4. Os melhores resultados médios do CI-SONE são conseguidos para valores do parâmetro ω_1^+ entre 0,5 (sobretudo) e 0,7. Quanto maior o valor de ω_1^- maiores as diferenças de desempenho em função do valor de ω_1^+ .

A variação resultados dos valores mínimos da função critério P é mais esclarecedora. Os melhores desempenhos pertencem ao SONE. Verificamos que os melhores resultados relativos de ambos os algoritmos são obtidos quando ω_1^+ é igual a 0,3, a que correspondem mínimos de P de 20 e 22, respectivamente para SONE e CI-SONE. Se bem que o CI-SONE possa manter o seu nível de desempenho em valores mais elevados de ω_1^+ , desde que ω_1^- seja também elevado, a inconsistência P das suas partições nunca desce abaixo de 22; a não ser uma única vez, em que é produzida uma partição com $P = 18,5$.

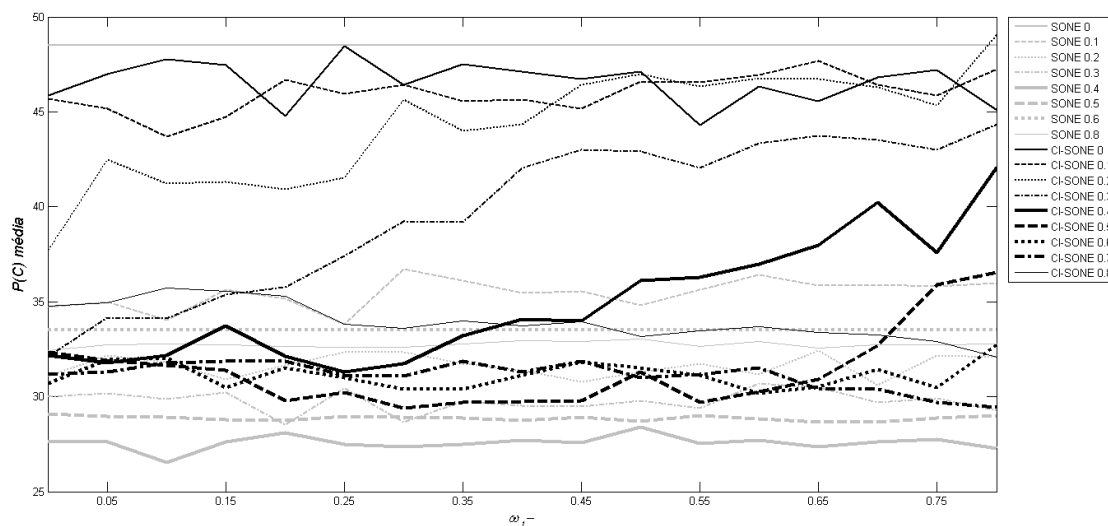


Fig. 37 Médias da função critério P para a rede de amigos de Sampson (68) no instante T2, calculadas pelos algoritmos SONE e CI-SONE em função dos valores de ω_1^+ e ω_1^- .

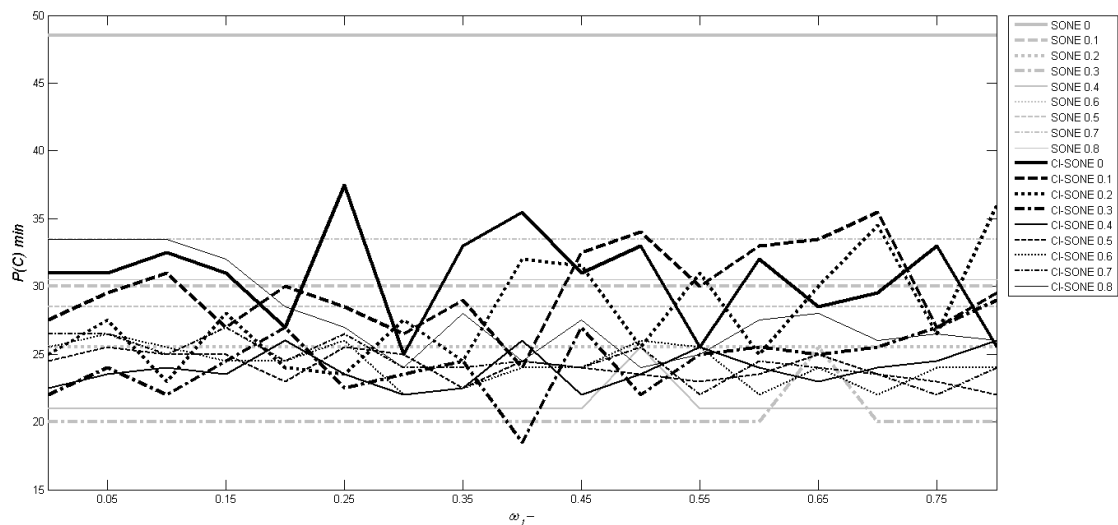
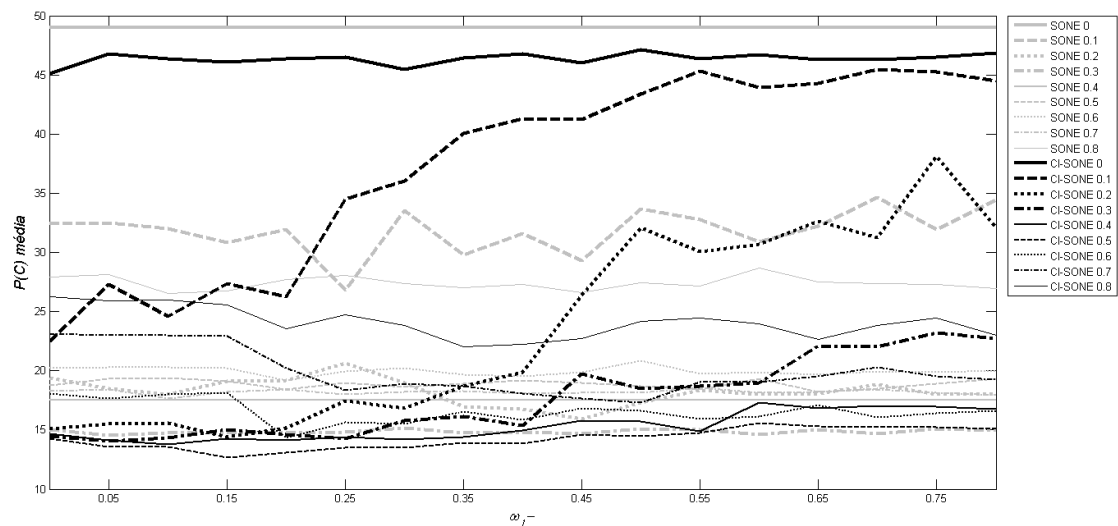


Fig. 38 Mínimos da função critério P para a rede de amizades de Sampson (68) no instante T2, calculadas pelos algoritmos SONE e CI-SONE em função dos valores de ω_i^+ e ω_i^- .

As figuras 39 e 40 apresentam os resultados da rede de amizades de Sampson (68) no instante T3. Os resultados médios da partição da mesma rede no instante de observação T3 são melhores para o algoritmo CI-SONE – com P por volta de 13 –, quando ω_i^+ é igual a 0,5 e ω_i^- é inferior a 0,35. O algoritmo SONE, quando ω_i^+ é igual a 0,3, também obtém



valores médios de P iguais ou muito ligeiramente inferiores a 15.

Fig. 39 Médias da função critério P para a rede de amizades de Sampson (68) no estado T3, tal como foram calculadas pelos algoritmos SONE e CI-SONE, em função dos valores de ω_i^+ e ω_i^- .

Quanto aos melhores desempenhos absolutos de cada algoritmo em função dos parâmetros ω_i^+ e ω_i^- , o algoritmo SONE obtém valores mínimos de P de 14 sempre que ω_i^+ é igual a 0,3. O CI-SONE obtém mínimos iguais a 11 sempre que ω_i^+ é igual a 0,2 ou

0,3, ou mesmo 0,1, desde que ω_1^- seja inferior a 0,4. Donde os melhores resultados médios do CI-SONE neste teste resultaram da sua maior eficácia. A diminuição das inconsistências média e mínimas de um teste para outro sugere que a rede de amizades evoluiu de T2 para T3 para uma estrutura com grupos mais consolidados – mais próxima duma estrutura em cliques -, ou, pelo menos, para uma estrutura que facilite o reconhecimento desses grupos pelos algoritmos empregues. O que está de acordo com a história conhecida da rede.

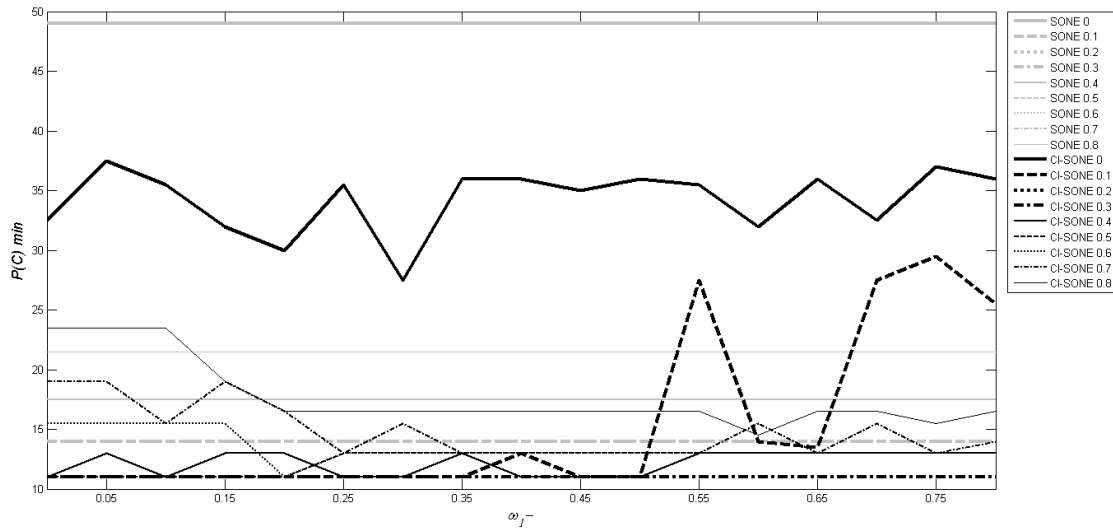


Fig. 40 Mínimos da função critério P para a rede de amizades de Sampson (68) no estado T3, calculados pelos algoritmos SONE e CI-SONE em função dos valores de ω_1^+ e ω_1^- .

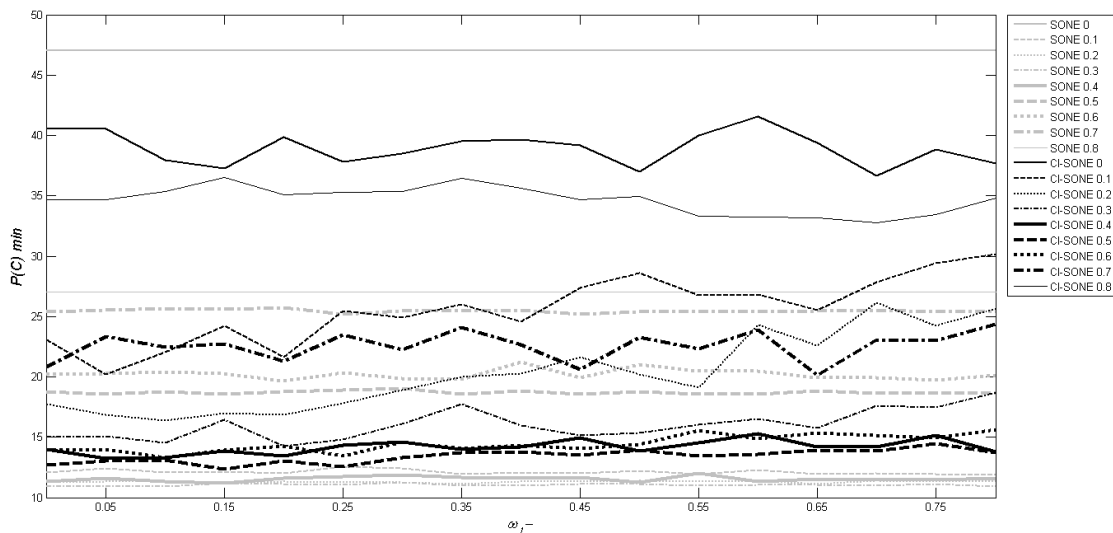


Fig. 41 Médias da função critério P para a rede de amizades de Sampson (68) no último estado considerado – T4 -, calculadas pelos algoritmos SONE e CI-SONE, em função de ω_1^+ e ω_1^- .

O teste seguinte é relativo ao último estado que antecede a ruptura da rede social do mosteiro (T4). Os valores médios mais baixos são obtidos pelo algoritmo SONE, quando

ω_1^+ está entre 0,1 e 0,4. Aos melhores resultados médios do CI-SONE correspondem valores de ω_1^+ entre 0,4 e 0,6. Vide figura 41.

Um valor mínimo para a inconsistência P de 10,5 é obtido pelos algoritmos SONE – quando ω_1^+ está entre 0,1 e 0,4 -, e também pelo CI-SONE – quando ω_1^+ está entre 0,2 e 0,6 e ω_1^- entre 0,15 e 0,30 (figura 42).

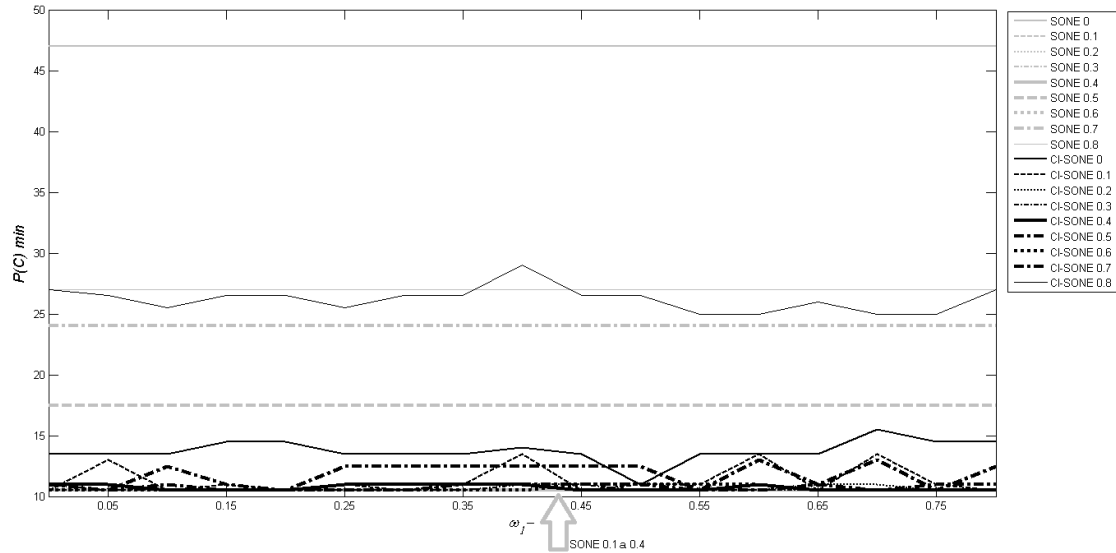


Fig. 42 Mínimos da função critério P para a rede de amigos de Sampson (68) no último estado considerado – T4 -, calculados pelos algoritmos SONE e CI-SONE, em função de ω_1^+ e ω_1^- .

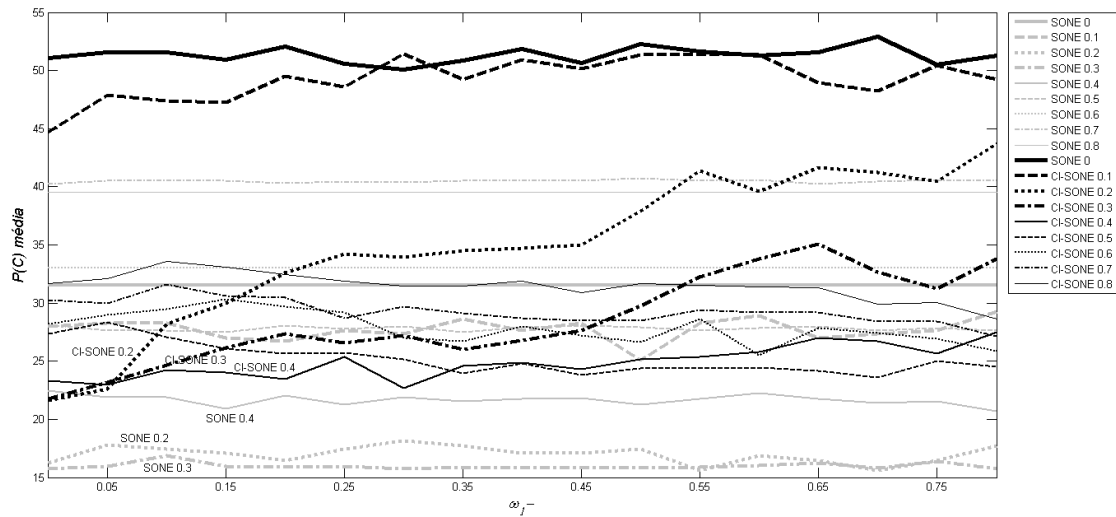


Fig. 43 Valores médios da função critério P para a rede de estimas de Sampson (68) no estado T4, tal como foram calculados pelos algoritmos SONE e CI-SONE, em função de ω_1^+ e ω_1^- .

Um padrão semelhante é encontrado nos resultados da partição da rede de estimas no mesmo instante T4, particularmente para os valores mínimos. Vide as figuras 43 e 44. Os valores médios mais baixos são obtidos pelo algoritmo SONE, quando ω_1^+ está entre 0,2 e

0,3. Aos melhores resultados médios do CI-SONE correspondem valores ideais de ω_i^+ entre 0,2 e 0,4 - menores do que os do teste anterior-, e valores de ω_i^- inferiores a 0,2.

Um valor mínimo para a inconsistência P de 15,5 é obtido pelos algoritmos SONE – quando ω_i^+ está entre 0,1 e 0,4 -, e também pelo CI-SONE – quando ω_i^+ está entre 0,2 e 0,3 e ω_i^- entre 0,15 e 0,30. Apenas num conjunto de réplicas é obtida uma partição com P igual a 14, pelo CI-SONE.

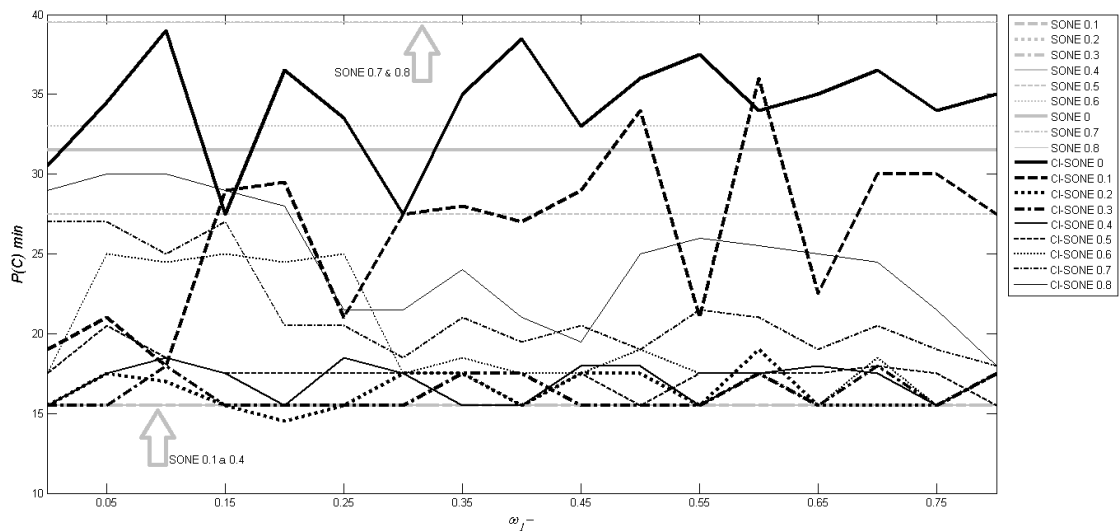


Fig. 44 Mínimos da função critério P para a rede de estimas de Sampson (68) no estado T4, tal como foram calculados pelos algoritmos SONE e CI-SONE, em função dos valores de ω_i^+ e ω_i^- .

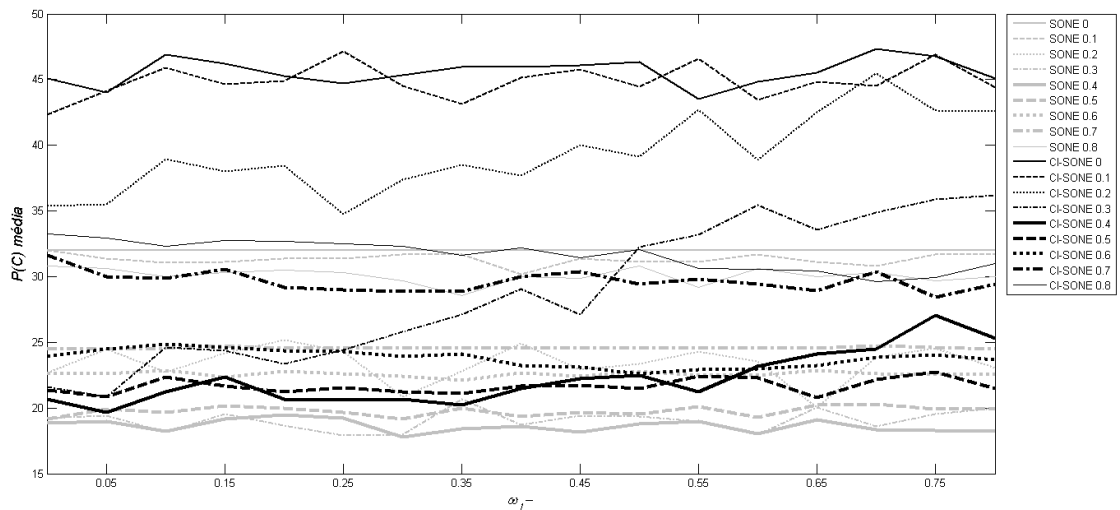


Fig. 45 Valores médios da função critério P para a rede de influências de Sampson (68) no estado T4, calculados pelos algoritmos SONE e CI-SONE, em função de ω_i^+ e ω_i^- .

Na partição da rede de influências, o algoritmo SONE obtém os melhores resultados médios, enquanto o CI-SONE obtém os melhores resultados mínimos. A forma original SONE produz partições com inconsistência média P abaixo de 20 para valores de ω_i^+ entre

0,3 e 0,5. Os melhores valores médios do CI-SONE são obtidos quando ω_1^+ está entre 0,4 e 0,5, e ω_1^- é igual ou inferior a 0,35; mas também quando ω_1^+ é igual a 0,3 e ω_1^- igual ou inferior a 0,05. Os melhores resultados absolutos do SONE são valores de inconsistência de 14,5, quando ω_1^+ é igual a 0,2, ou, ocasionalmente, 0,1. O algoritmo CI-SONE obtém partições com P quase sempre igual ou inferior a 13,5 quando ω_1^+ está entre 0,3 e 0,5. Em particular, o CI-SONE obtém regularmente valores mínimos de P quando ω_1^+ é igual a 0,3 ou 0,4. Estes resultados estão representados nas figuras 45 e 46.

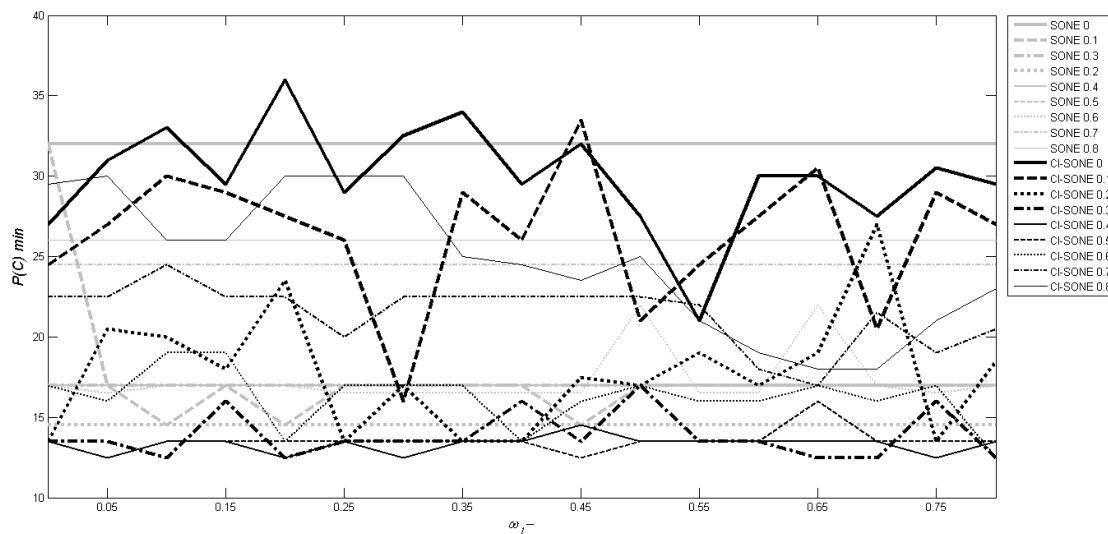


Fig. 46 Mínimos da função critério P para a rede de influências de Sampson (68) no estado T4, tal como foram calculados pelos algoritmos SONE e CI-SONE, em função de ω_1^+ e ω_1^- .

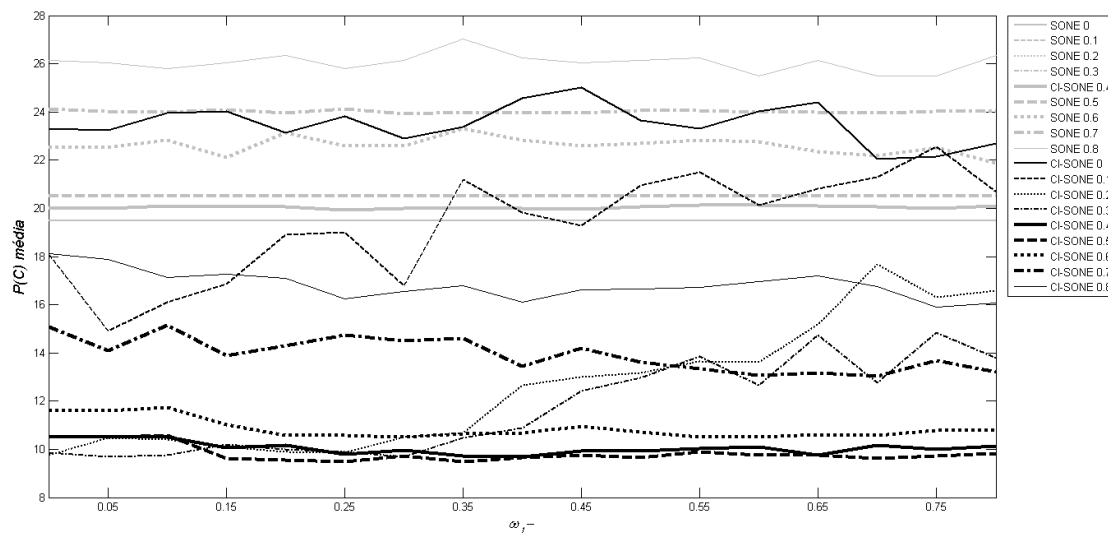


Fig. 47 Médias da função critério P para a rede de aprovação de comportamento de Sampson (68) no estado T4, calculadas pelos algoritmos SONE e CI-SONE, em função de ω_1^+ e ω_1^- .

O algoritmo CI-SONE produz melhores partições da rede de aprovação de comportamento do que o algoritmo SONE, em termos médios e absolutos. Vide figuras 47 e 48.

O algoritmo SONE produz o seu melhor valor médio de inconsistência $P = 19,5$, que aliás corresponde ao seu melhor valor absoluto, quando ω_i^+ é menor ou igual a 0,3; ou seja, nestas condições, todas as execuções do SONE convergem para partições com esse grau de inconsistência. O CI-SONE obtém os seus melhores valores médios, iguais ou abaixo de 10, para valores de ω_i^+ entre 0,4 e 0,5, independentemente do valor de ω_i^- , ou mesmo no intervalo mais largo de ω_i^+ entre 0,2 e 0,5, desde que ω_i^- esteja entre 0,15 e 0,25. O CI-SONE produz sempre algumas partições com inconsistência P igual a 9,5 quando ω_i^+ é igual ou menor que 0,3, independentemente dos valores de ω_i^- , ou desde que ω_i^+ seja igual ou menor do que 0,5 e que ω_i^- seja igual ou superior a 0,15. Estas observações sugerem que a manutenção e expansão das arestas negativas é importante na evolução da rede promovida pelo algoritmo CI-SONE até esta atingir um nível de inconsistência mínimo, mas que durante essa transformação será conveniente eliminar algumas destas arestas.

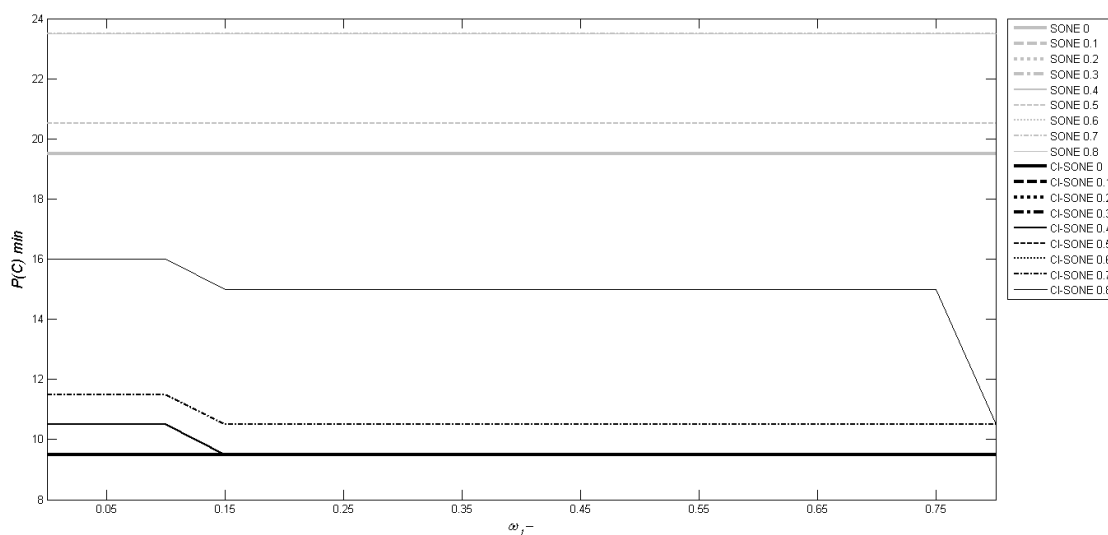


Fig. 48 Mínimos da função critério P para a rede de aprovação de comportamento de Sampson (68) no estado T4, calculados pelos algoritmos SONE e CI-SONE, em função de ω_i^+ e ω_i^- .

Passemos agora aos resultados da partição em grupos da rede de Roethlisberger e Dickson (39). Para ambos os algoritmos, os resultados médios de P alcançam o valor mínimo possível de 0 - total ausência de inconsistências -, quando ω_i^+ é igual a 0,0 - valor que dita uma total impossibilidade de corte das ligações positivas. Para valores de limiar de corte ω_i^+ imediatamente superiores, os dois algoritmos obtém valores de P entre 0 e 1; ainda assim, para o CI-SONE os valores são apenas ligeiramente acima de 0 e apenas para valores baixos do limiar de corte ω_i^- .

A partição com inconsistência nula foi já identificada na apresentação deste sistema. Existem várias partições possíveis com $P = 1$, mas a mais frequente será aquela, identificada igualmente na apresentação desta rede como sendo a mais intuitiva, que faz a divisão dos nós com ligações positivas em dois grupos, e que foi precisamente a divisão

observada *in loco* pelos investigadores originais. A inconsistência de 1 desta partição é devida às duas ligações positivas entre grupos diferentes: de W7 para S1 e vice-versa.

Quando ω_1^+ é igual ou superior a 0,3, o algoritmo SONE original toma sempre o valor $P = 1$. O algoritmo CI-SONE fixa-se no mesmo valor apenas para valores baixos do limiar de corte das ligações negativas - ω_1^- igual ou menor do que 0,45. Quando $\omega_1^- \geq 0,5$, e à medida que ω_1^+ passa de 0,3 para 0,6, a partição mais comum deixa de ser a partição com P nulo, para ser a partição com P igual a 1. Para $\omega_1^- \geq 0,5$ e à medida que ω_1^+ sobe acima dos 0,5, a rede do CI-SONE vai evoluir para uma maior variedade de partições. Para $\omega_1^+ = 0,8$, as partições com inconsistência $P > 1$ tornam-se dominantes, embora ainda também seja obtida a partição com P nulo. A figura 49 descreve a variação dos valores médios de P .

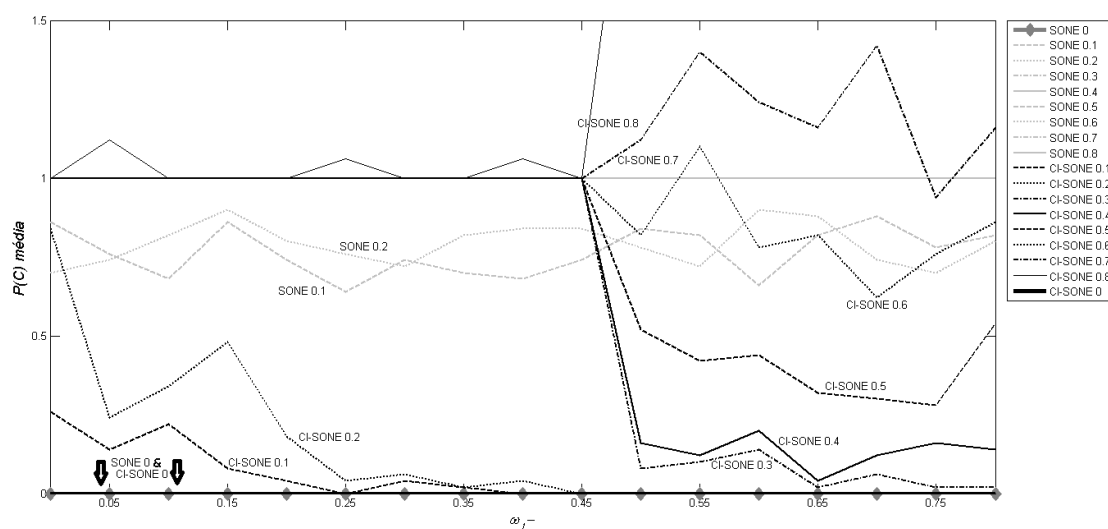


Fig. 49 Médias da função critério P para a rede de Roethlisberger e Dickson, calculadas pelos algoritmos SONE e CI-SONE, em função de ω_1^+ e ω_1^- .

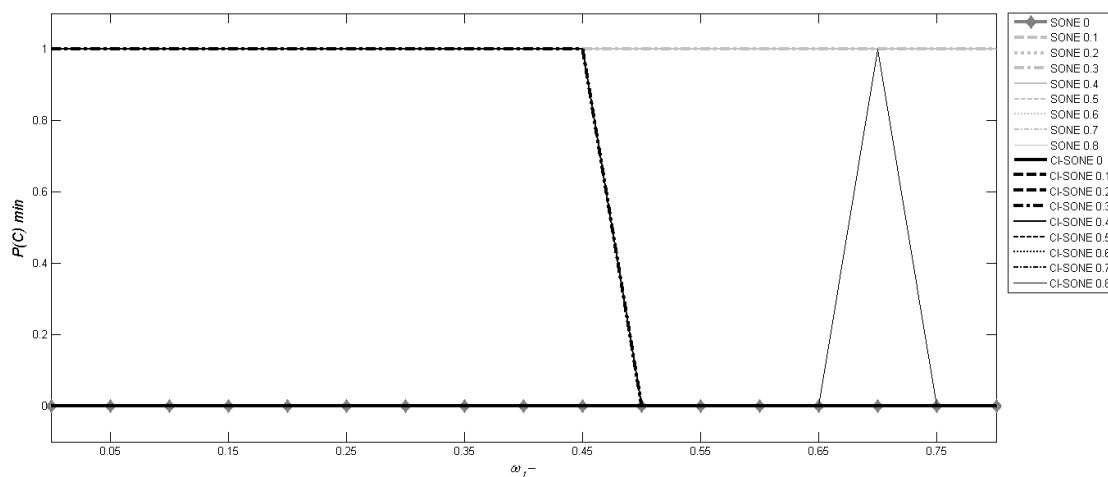


Fig. 50 Mínimos da função critério P para a rede de Roethlisberger e Dickson, calculados pelos algoritmos SONE e CI-SONE, em função de ω_1^+ e ω_1^- . A inexpressividade deste gráfico justifica a reprodução dos mesmos dados na representação alternativa seguinte.

A variação dos valores mínimos de inconsistência \mathbf{P} das partições obtidas confirma os padrões encontrados na variação dos valores médios. Para ambos os algoritmos e para valores de $\omega_i^+ \leq 0,2$, pelo menos algumas de cada conjunto de 50 réplicas convergem para a partição com \mathbf{P} nulo. Quando $\omega_i^+ \geq 0,3$, todas as execuções do SONE produzem partições com $\mathbf{P} = 1$, e também todas as execuções do CI-SONE, desde que $\omega_i^- < 0,5$. Estes resultados são apresentados nas figuras 50 e 51.

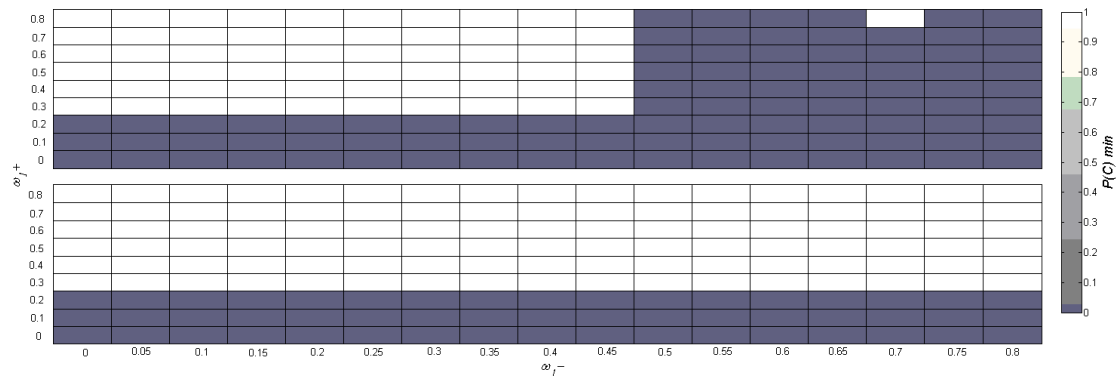


Fig. 51 Representação alternativa da variação dos valores mínimos da função critério \mathbf{P} para a rede de Roethlisberger e Dickson, calculados pelos algoritmos SONE (baixo) e CI-SONE (cima), em função de ω_i^+ e ω_i^- (sendo que o segundo parâmetro não é utilizado pelo SONE). Cada rectângulo corresponde a um ponto experimental, isto é, um conjunto de 50 réplicas, cujo valor mínimo obtido para \mathbf{P} é codificado numa escala de cores. Na prática, foram obtidos apenas dois valores mínimos: 0 e 1.

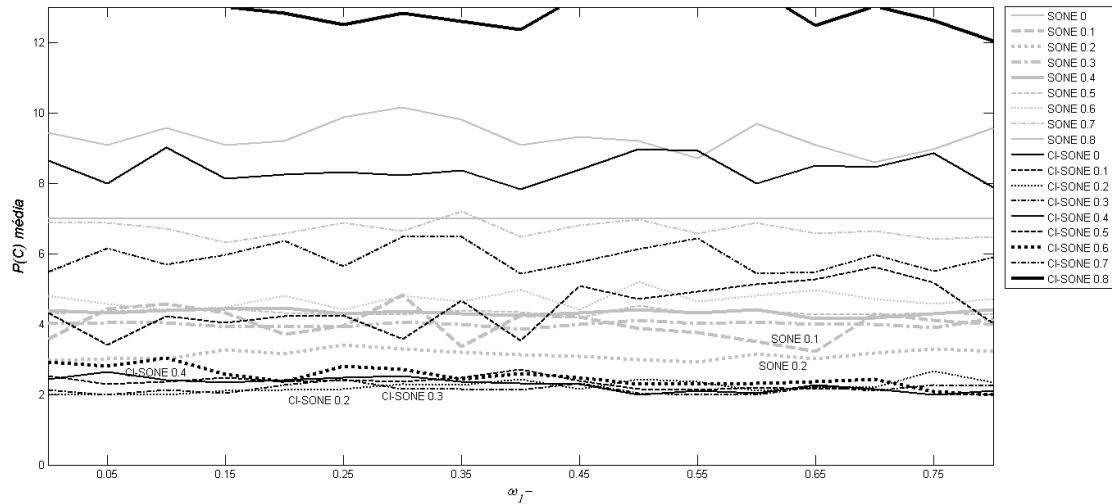
A rede de operários é um sistema muito simples. Os resultados obtidos oferecem-nos uma oportunidade para nos apercebermos de como os parâmetros ω_i^+ e ω_i^- determinam a transformação de uma única aresta – aquela que faz a ponte, em ambos os sentidos, entre os dois grupos.

Esta rede é muito esparsa. De tal modo que é possível obter uma partição com total consistência, se admitirmos que todos os nós com ligações positivas com quaisquer outros nós fazem parte de uma única comunidade e considerando os outros como entidades isoladas. Todavia, o algoritmo SONE, e por herança, também o algoritmo CI-SONE, consideram também a semelhança estrutural entre os nós. Ora sucede que as arestas positivas não são em número suficiente para estabelecer uma diferença no relacionamento de W7, W8, W9 e S4 com os restantes elementos da rede, por oposição ao outro conjunto de nós ligado entre si por arestas positivas. É necessária a contribuição das relações negativas com os elementos isolados da rede. Esta ligações tendem a ser eliminadas no CI-SONE quando ω_i^- toma valores elevados. Quando a dissemelhança estrutural entre os dois grupos de nós é reconhecida, torna-se necessário apenas que exista uma possibilidade moderada de ocorrer a remoção de ligações positivas – que o limiar de corte ω_i^+ seja igual ou superior a 0,3 - para que aquelas que formam a ponte entre os grupos seja eliminadas.

As variações de desempenho observadas neste teste sugerem duas conclusões sobre o funcionamento do algoritmo CI-SONE. Primeiro, ω_i^+ deve ter valores equilibrados; nem demasiado baixos que impeçam a flexibilidade do rearranjo da rede, nem demasiado altos

que destruam a organização da rede. Segundo, a expansão das ligações negativas, negada por valores elevados de ω_1^- , fornece estabilidade à evolução da rede neste teste.

A variação dos valores médios da inconsistência P das partições obtidas para a rede de subtribos revela claramente um conjunto de padrões. Em primeiro lugar, valores baixos, mas não extremos, de ω_1^+ conduzem aos melhores desempenhos. Segundo, cada algoritmo



produz as partições de longe mais inconsistentes para valores muito elevados de ω_1^+ .

Fig. 52 Médias da função critério P para a rede de alianças dos Gahuku-Gama, calculadas pelos algoritmos SONE e CI-SONE, como função de ω_1^+ e ω_1^- .

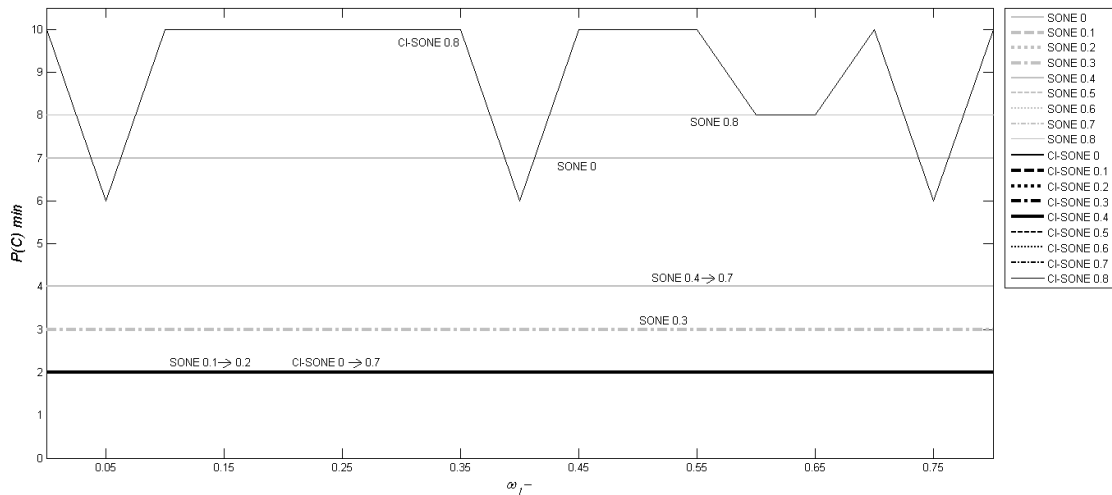


Fig. 53 Mínimos da função critério P para a rede de alianças das subtribos dos Gahuku-Gama, tal como foram calculados pelos algoritmos SONE e CI-SONE em função de ω_1^+ e ω_1^- .

Terceiro, para a partição desta rede os valores de ω_1^- não são significativos. Estas três observações sugerem que o factor organizador dominante da rede de subtribos seja a teia

de relações positivas. Finalmente, constata-se que o algoritmo CI-SONE obtém, em média, partições mais consistentes do que o SONE original. Vide figura 52.

A variação dos valores mínimos da inconsistência das partições está conforme com a variação dos valores médios (figura 53). O valor mínimo de P igual a 2 – é obtido por ambos os algoritmos, e é independente do valor de ω_1^- , e para um espectro de valores de ω_1^+ que são limitados aos valores de 0,1 e 0,2, para o SONE, mas que para o CI-SONE pode ser qualquer valor entre 0 e 0,7. As diferenças nos valores médios dever-se-ão pois a diferenças de eficácia.

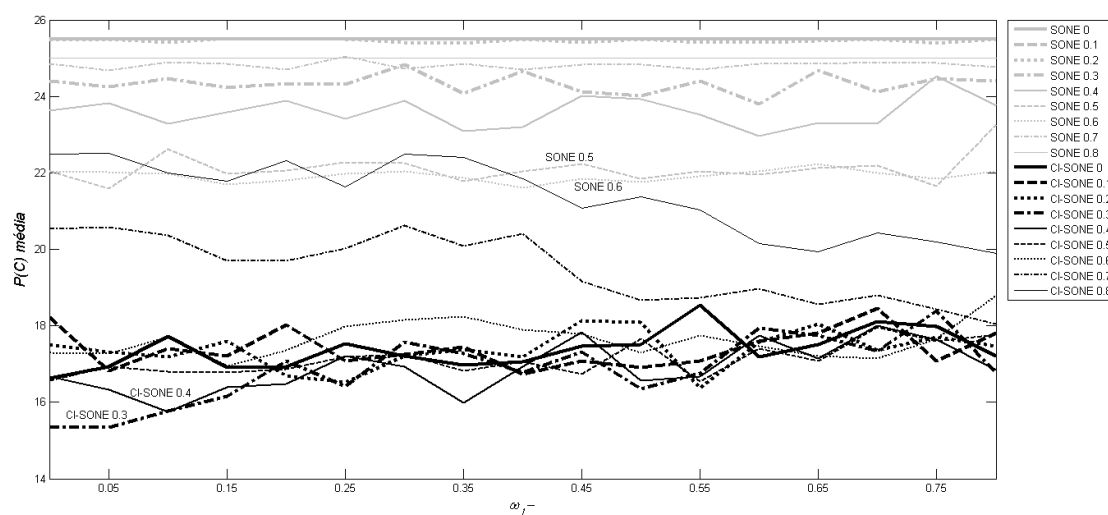


Fig. 54 Variação das médias da função critério P para a rede da república de estudantes de Newcomb (61), calculadas pelos algoritmos SONE e CI-SONE em função de ω_1^+ e ω_1^- .

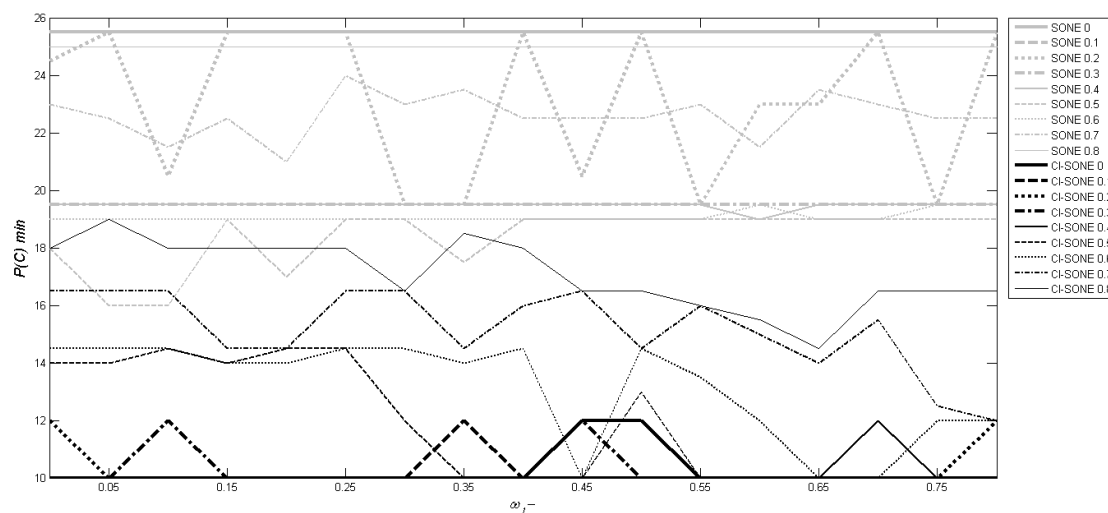


Fig. 55 Mínimos da função critério P para a rede da república de estudantes de Newcomb (61), calculados pelos algoritmos SONE e CI-SONE em função de ω_1^+ e ω_1^- .

Os melhores valores médios de inconsistência P para as partições da rede de estudantes de Newcomb (61) foram obtidos pelo algoritmo CI-SONE, quando ω_1^+ é igual a 0,3 e ω_1^-

toma um valor muito baixo (igual ou inferior a 0,05). O algoritmo SONE obtém os seus valores quando ω_1^+ é igual a 0,5 ou 0,6. Vide a figura 54.

Os melhores valores mínimos de inconsistência ($P=10$) são obtidos pelo CI-SONE quando ω_1^+ é igual ou inferior a 0,4; é recomendado um valor de ω_1^- entre 0,15 e 0,30. O algoritmo SONE produz partições com inconsistência P inferior a 19 apenas quando ω_1^+ é igual a 0,5. Conforme mostra a figura 55.

Este conjunto de observações sugere que o factor dominante da dinâmica de consolidação de grupos nesta rede é a expansão das ligações negativas. Isto é, ocorre essencialmente uma dinâmica de exclusão de alguns elementos por parte duma maioria.

A figura 56 mostra-nos a variação da qualidade média das partições encontradas para a rede de afinidades políticas do parlamento esloveno. Verifica-se que, para todos os valores de ω_1^+ , o algoritmo SONE converge para uma partição com $P = 15$, que é o valor mais baixo possível para a função critério. Esta é a partição codificada na representação gráfica da rede. A inconsistência desta partição deve-se à existência de duas avaliações negativas, embora com valor relativo muito baixo – por esse facto representadas nessa figura por setas muito finas e a cinzento -, entre o partido SNS e dois dos outros partidos da mesma facção – ZS-ESS e DS.

O algoritmo CI-SONE produz partições de consistência mais elevada, cuja qualidade não varia muito com a alteração dos valores de ω_1^+ e ω_1^- . Excepto quando o limiar de corte das ligações negativas ω_1^+ toma o valor máximo; nessas condições as partições obtidas são de pior qualidade. O que sugere que um corte mais extensivo das relações positivas pode tornar a estrutura em cliques irreconhecível.

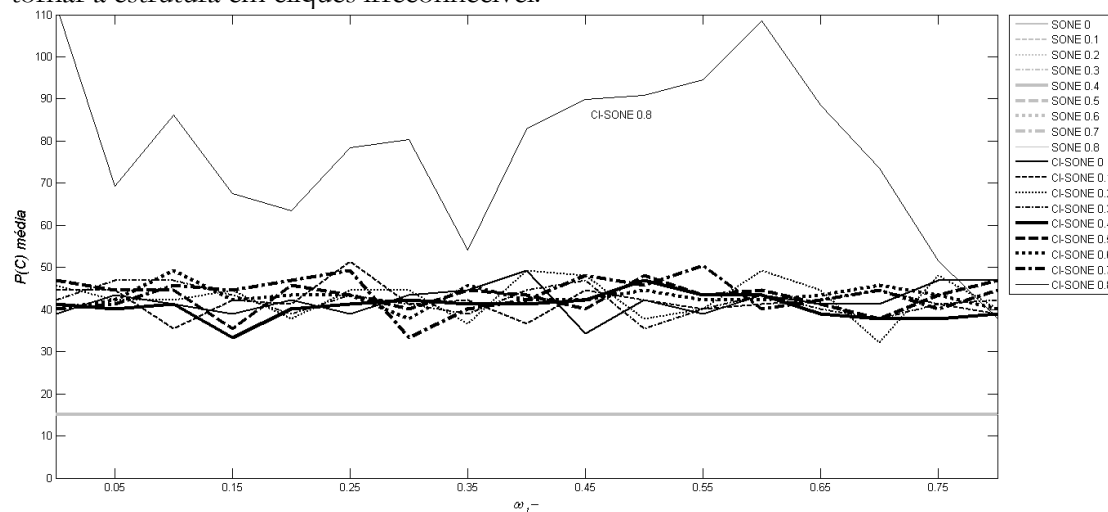


Fig. 56 Médias da função critério P para a rede de partidos no parlamento esloveno, calculadas pelos algoritmos SONE e CI-SONE, em função de ω_1^+ e ω_1^- .

Não existe variação da qualidade máxima das partições para este teste. Em todos os casos, a menor inconsistência P encontrada foi 15. Este facto levou-nos a assumir que também o algoritmo CI-SONE tenda a convergir para este valor e a produção de partições longe do óptimo seja o resultado do atraso na convergência deste algoritmo – a qual requererá por vezes mais do que o número limite de 200 iterações. Vide figura 57.

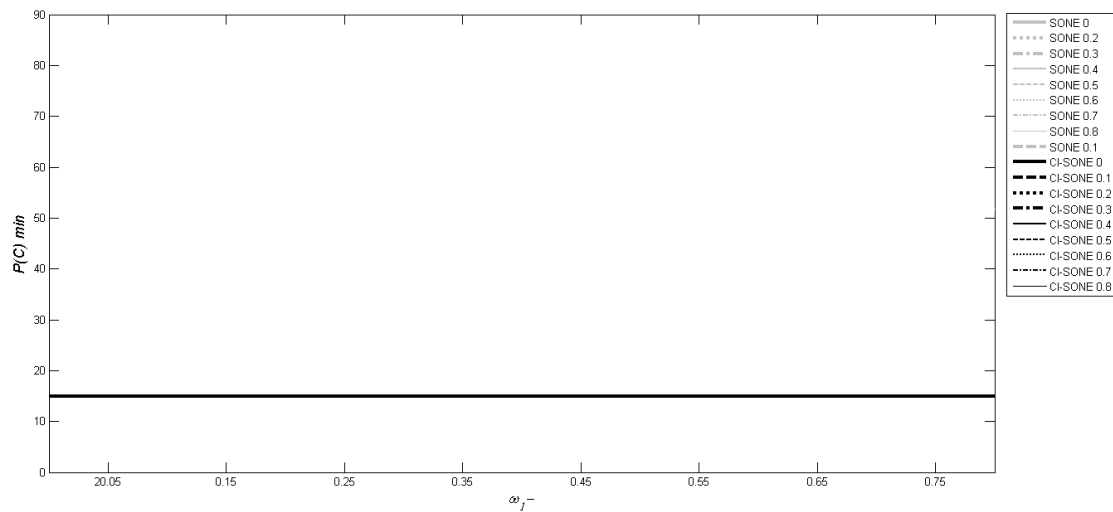


Fig. 577 Mínimos da função critério P para a rede de partidos no parlamento esloveno, calculados pelos algoritmos SONE e CI-SONE em função de ω_1^+ e ω_1^- . Em todos os conjuntos de 50 ensaios foi obtido um mesmo valor mínimo: 15. Este é, de facto, o valor menor possível para P , resultando esta inconsistência da inclusão do partido SNS num grupo contendo os partidos LDS, ZLDS, DS e ZS-SS, com os dois últimos dos quais o partido SNS tem afinidades ligeiramente negativas.

Assim, foi produzida um outra representação gráfica (Fig. 58), que coloca lado a lado os valores médios da inconsistência do algoritmo CI-SONE e as respectivas taxas de não convergência.

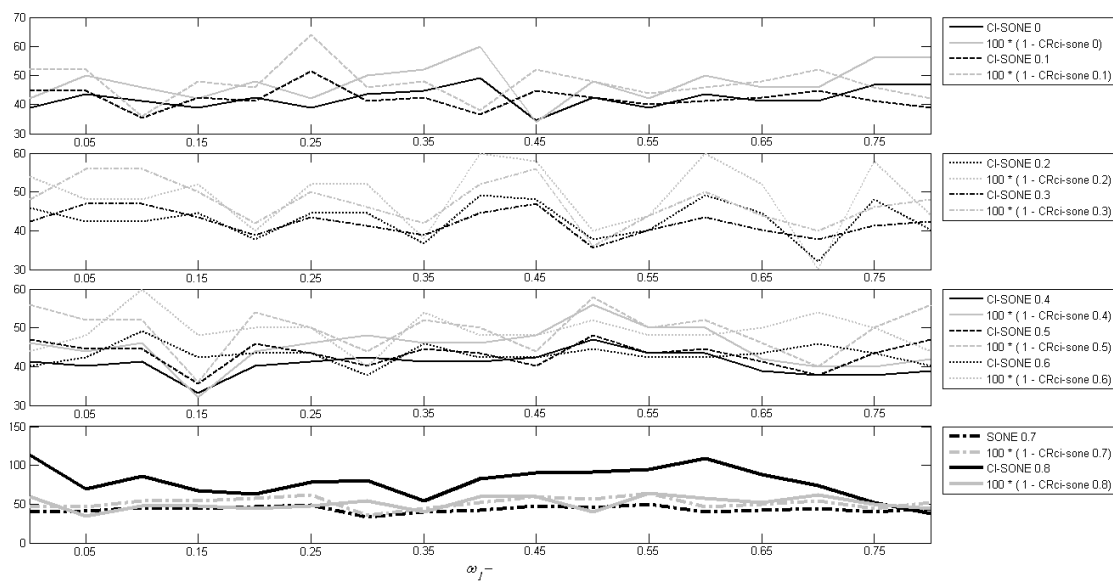


Fig. 58 Variação conjunta das taxas de não convergência e das médias da função critério P para a rede de partidos no parlamento esloveno, calculadas pelo CI-SONE, em função de ω_1^+ e ω_1^- .

Observamos que existe uma variação paralela entre a inconsistência média das partições e a taxa de execuções do algoritmo CI-SONE em que não ocorreu convergência. Excepto

quando ω_i^+ toma o valor extremo de 0,8 – condição em que o grau de inconsistência torna-se demasiado elevado para dever-se apenas a atrasos na convergência, para dever-se provavelmente também à convergência para partições sub-óptimas. Sobretudo se $\omega_i^- \geq 0,45$. Nestas condições, a variação deixa de ser paralela.

Olhemos finalmente para a bateria de testes como um todo. A tabela 18 junta os resultados mínimos para a função critério \mathbf{P} obtidos pelos algoritmos SONE e CI-SONE, aos resultados obtidos pelos algoritmos de otimização local de Doreian e Mrvar (96), que designamos abreviadamente por DM, pelo algoritmo FEC, de Yang *et al.* (07a), e pelo algoritmo MCS, de Yang e Liu (07). Os valores de \mathbf{P} dos dois últimos algoritmos foram ajustados de acordo com o descrito no final da subsecção 4.8.2.

Para melhor compreensão do desempenho dos diferentes algoritmos obtidos, vamos considerar uma medida do afastamento relativo das partições obtidas da situação ideal em que todas as relações entre membros de um mesmo grupo são positivas e todas as relações entre membros de grupos diferentes são negativas. O erro relativo será igual à fracção dos pesos absolutos que não cumprem esta condição:

$$e = \frac{\sum_{\substack{A_{ij} < 0 \\ C_i = C_j}} |A_{ij}| + \sum_{\substack{A_{ij} > 0 \\ C_i \neq C_j}} A_{ij}}{\sum_{A_{ij}} |A_{ij}|} \dots\dots\dots Eq. 6-7$$

Dado que $\alpha = 0,5 \Rightarrow \alpha = (1 - \alpha)$, Eq. 6-8

então, dada a equação 2.7, virá $e = 2 \frac{\mathbf{P}(A, C, \alpha = 0,5)}{\sum_{A_{ij}} |A_{ij}|}$. Eq. 6-9

Esta função erro relativo é apresentada na tabela 18 numa forma percentual.

Consideremos agora a eficácia dos diferentes algoritmos. Atente-se antes de tudo o mais que alguns casos de teste são resolvidos com igual sucesso por todos os algoritmos, pelo que não tomaremos essas experiências em consideração na análise dos resultados. É notável que o algoritmo DM, de Doreian e Mrvar (96) tenha obtido sempre os melhores resultados; pode assim ser tomado como referência. Por comparação com o algoritmo DM, os algoritmos CI-SONE e MCS, e especialmente o SONE, obtêm piores resultados. O algoritmo CI-SONE em particular obtém pior resultado do que o DM no primeiro caso de estudo e resultados idênticos nos restantes, donde podemos afirmar que o algoritmo CI-SONE tem um desempenho competitivo. Em contraste, o algoritmo SONE obtém os

piores resultados nos casos de teste difíceis (excepto para o primeiro). O algoritmo SONE não é competitivo. Constatamos ainda que o algoritmo CI-SONE obtém globalmente melhores resultados do que os algoritmos FEC e MCS, para além do SONE.

Em concreto, o algoritmo CI-SONE é menos eficaz que os algoritmos DM e SONE na partição da rede de amizades do mosteiro no instante T2 e é menos eficaz que os algoritmos FEC e MCS na partição da rede de estimas. Estas duas redes tem em comum o facto de serem assimétricas e de codificação não binária, sem que os valores da matriz de adjacência resultem de uma integração de dados.

Tabela 18 Comparação entre os valores mínimos da função critério P . O símbolo * assinala que o valor de P obtido para a rede de operários de Roethlisberger e Dickson, apesar ser o mais baixo possível, não corresponde à melhor partição, pelas razões apontadas à altura.

Teste \ Método	DM	SONE	CI-SONE	FEC	MCS
Rede de amizades do mosteiro (T2)	17,5 (16,9%)	20 (19,3%)	22 (21,3%)		27,5 (26,6%)
Rede de amizades do mosteiro (T3)	11 (10,6%)	14 (13,5%)	11 (10,6%)		12,5 (12,1%)
Rede de amizades do mosteiro (T4)	10,5 (10,2%)	10,5 (10,2%)	10,5 (10,2%)	12 (11,7%)	10,5 (10,2%)
Rede de estimas do mosteiro (T4)		15,5 (14,2%)	15,5 (14,2%)	14,5 (13,2%)	14,5 (13,2%)
Rede de influências do mosteiro (T4)		14,5 (14,1%)	12,5 (12,1%)	12,5 (12,1%)	12,5 (12,1%)
Rede de aprovação do mosteiro (T4)		19,5 (24,7%)	9,5 (12,0%)	11 (13,9%)	11,5 (14,6%)
Rede de operários		0* (0%)	0* (0%)		
Rede de subtribos		2 (3,45%)	2 (3,45%)	2 (3,45%)	2 (3,45%)
República de estudantes (T15)	10 (16,8%)	16 (26,9%)	10 (16,8%)		
Rede do parlamento esloveno		15 (0,23%)	15 (0,23%)	15 (0,23%)	15 (0,23%)

Comparemos por último os resultados do algoritmo CI-SONE com os da forma SONE original, tendo em conta em que condições são obtidos os melhores resultados. Imaginemos que as melhores partições pelo algoritmo CI-SONE eram obtidas através de valores de ω^+ muito baixos e de ω^- muito altos; ou seja, as condições que minimizam o corte das ligações positivas e maximizam o das ligações negativas. Esta seria uma indicação de que o CI-SONE funcionaria melhor tanto quanto mais próximo estivesse das condições do SONE, e que, provavelmente, as transformações operadas no algoritmo original não

tiveram sucesso – caso as partições obtidas pelo CI-SONE fossem piores, o que já vimos não ser o caso. Ainda que o CI-SONE tivesse obtido partições melhores do que o SONE em tais condições, tal indicaria que o ganho de desempenho do algoritmo proposto fosse devido a razões inesperadas.

Porém, verifica-se que os melhores resultados são obtidos para valores médios de ω_1^+ e que valores baixos de ω_1^- aumentam muitas vezes a qualidade média das partições. Tendo em conta os resultados obtidos recomendam-se os seguintes valores:

$$\left\{ \begin{array}{l} w_1^+ = 0.30 \\ 0.15 \leq w_1^- \leq 0.30 \end{array} \right. \quad \text{Eq. 6-10}$$

Assim parece que a restrição da expansão das ligações negativas deve ser relativamente menor do que a restrição às ligações positivas, pela atribuição de um limiar de corte, isto é, de irrelevância, mais baixo. Estes resultados sugerem que a contribuição das arestas negativas foi globalmente valiosa para o cálculo das semelhanças estruturais dos nós e possivelmente na inibição preemptiva da criação de certas arestas positivas com certos outros nós.

Por fim, a capacidade do algoritmo SONE em suportar a transferência de ligações negativas é uma demonstração do mérito, quer das ideias básicas do algoritmo SONE, quer do modelo de equilíbrio micro-estrutural. O algoritmo CI-SONE será então uma segunda aplicação prática bem sucedida dos mecanismos de gestão da informação própria dos grupos humanos espontâneos. O que era um dos objectivos últimos deste trabalho.

7 SUMÁRIO E CONCLUSÃO

7.1 Resumo do trabalho

Esta tese descreve a identificação de mecanismos de gestão de informação próprios dos agrupamentos humanos e a sua posterior aplicação na optimização sem restrições e na partição de grafos, pela sua reprodução em sistemas análogos artificiais. Esta divisão do trabalho em duas fases, de exploração e de execução, reflecte-se na organização da tese.

O capítulo da introdução menciona um conjunto de modelos a estudar, que são descritos e analisados no segundo. Assim, o modelo de disseminação cultural de Axelrod (97, 97a) não foi considerado para adaptação, dado o critério do homofilia na selecção de informação não ser suficiente para induzir uma exploração divergente do grau de procura. Aliás, a formação de grupos neste modelo é muito frágil.

Quanto à descrição multivectorial das susceptibilidades dos indivíduos humanos à informação vinda do exterior, feita por Cialdini (01), todos os conceitos envolvidos são relevantes, mas este autor não especifica como quantificar os diferentes critérios. Ainda que adoptássemos uma codificação binária da informação e daí definíssemos medidas de semelhança, novidade e conceitos derivados, restaria o problema de comensurar os diferentes factores.

Passamos então à representação dos grupos informais humanos como redes sociais. Foram primeiro consideradas as redes de influência, por ser um modelo já conhecido de computação em rede. Porém, a dinâmica destas redes é de uma convergência irreversível, o que significa uma exploração muito limitada do espaço de soluções possíveis. Nos casos de tomada de decisão ponderada, o ponto de convergência corresponde ao centro de massa do sistema.

Consideramos então a organização das redes sociais ao seu nível organizacional mais baixo, do controlo que cada individuo pode exercer sobre as ligações que mantém com outros. A teoria do equilíbrio estrutural das redes sociais foi inicialmente proposta por Heider (46, 58) como um mecanismo de redução local da dissonância cognitiva. A parte final desse capítulo descreve como as condições de equilíbrio foram subsequentemente revistas por vários autores, sem que exista acordo sobre qual a forma correcta. É todavia reconhecido que a aplicação deste mecanismo local conduz à estabilização de toda a rede.

O capítulo três é uma defesa do uso da teoria do equilíbrio para os nossos propósitos. Para tal, é primeiramente demonstrado que apenas um dos modelos propostos para o equilíbrio estrutural tem validade geral. Depois é descrito como a procura de soluções para diversos problemas práticos podem ser representados sobre a forma de uma rede. Finalmente, é proposto que a redução constante e descentralizada das informações contraditórias sobre a localização das melhores regiões dentro do espaço de soluções permita uma procura fluida e multi-centrada, com cada centro localizado sobre uma região promissora à altura.

A terminar a parte preparatória da tese foram apresentados vários algoritmos de procura preexistentes em que existe um processamento distribuído de informação por uma série de elementos ligados em rede. Foi discutido com particular destaque o efeito da arquitectura da rede na actividade de procura. Este estudo foi necessário, primeiro, para compreender o

funcionamento dos algoritmos concorrentes e, segundo, porque acabou-se por abdicar de conceber mecanismos independentes de produção de novas soluções para focar a atenção na gestão da informação obtida durante os processos de procura.

Os capítulos seguintes descrevem a concepção e resultados de duas aplicações. Os algoritmos produzidos serão modificações de algoritmos multi-ponto.

O primeiro algoritmo proposto foi dedicado à optimização sem restrições. Para tal criamos uma variante do PSO com uma topologia dinâmica que mimetiza um modelo composto do equilíbrio estrutural. A escolha do algoritmo PSO como base ocorreu somente após longas tentativas de uso dos algoritmos genéticos como geradores de novas soluções. Todavia, a exploração do espaço de procura por este método revelou-se demasiado disruptiva. Além disso, o PSO requer sempre a definição de uma topologia.

À descrição do algoritmo sucedeu-se o enunciar das suas propriedades desejadas e de como os diferentes componentes do algoritmo foram desenhados para as produzir. Os três elementos fundamentais foram a modificação do valor das ligações em função de haver ganho com a informação transferida, o mecanismo de estabilização estrutural referido e um mecanismo de recomendação que promove a estabilização e expansão dos subgrupos bem-sucedidos na descoberta de melhores soluções.

Foram efectuados testes numa série de problemas padrão da optimização sem restrições. Como termo de comparação utilizámos algoritmos com propriedades semelhantes - variantes do PSO com topologias menos ou mais sofisticadas, estáticas e dinâmicas, e ainda um algoritmo híbrido que emula uma exploração em grupo utilizando uma técnica muito diferente. Verificou-se que o algoritmo proposto obteve piores resultados que os seus concorrentes no caso dos testes de mais fácil convergência, resultados semelhantes em testes de média dificuldade e resultados semelhantes ou ligeiramente melhores em testes com funções com um traçado menos suave.

A segunda aplicação foi a criação de um algoritmo de partição de grafos que lida com redes com sinais de um modo não trivial. Esse algoritmo foi obtido pela transformação do algoritmo SONE, através da incorporação da dinâmica proposta para o equilíbrio micro-estrutural. Não existem muitos sistemas representados por redes com sinais. Note-se porém que é possível atribuir pesos negativos a arestas de uma qualquer rede, convertendo-a numa rede com sinais. A maior parte dos exemplos existentes são redes sociais à beira da sua decomposição em subgrupos. Foram esses os exemplos que escolhemos, de modo a não apenas a obter uma medida da capacidade do algoritmo em executar a tarefa de partição de grafos, como também a testar o modelo proposto para a dinâmica de equilíbrio estrutural.

Note-se ainda que o algoritmo SONE, que tomamos como base de trabalho, processa a informação relativa às ligações negativas de um modo conservador. Possui uma dinâmica de convergência diferencial. Já a dinâmica do algoritmo proposto CI-SONE é ambivalente, podendo os valores associados às arestas crescer em valores absolutos e positivos ao mesmo tempo que outras arestas podem tornar-se cada vez mais positivas. Assim, no nosso caso a estabilização da rede não é um dado garantido. Portanto, quando verificamos que o algoritmo CI-SONE converge de facto em todos os casos, independentemente de ser mais ou menos lentamente, essa é uma observação não trivial que vem confirmar que o modelo de estabilização estrutural das redes seja correcto e viável a sua aplicação a partições de grafos. Quanto aos seus resultados, foram globalmente melhores do que os

obtidos pelos algoritmos SONE, FEC e MCS, e próximos dos resultados do algoritmo de optimização combinatorial estocástica de Doreian e Mrvar.

7.2 Contribuições originais

7.2.1 *Análise dos sistemas naturais que tentamos emular e seus modelos*

O estudo da troca de informação dentro das redes sociais levou-nos a múltiplas conclusões:

1. Foi feita uma sistematização das susceptibilidades dos seres humanos à informação identificadas por Cialdini. Em particular, foi notado que a tendência para a reciprocidade e para a consistência são mecanismos e que visam manter e sustentar as redes sociais, e nada tem a ver com o conteúdo informacional das interacções sociais. As restantes susceptibilidades são mecanismos de selecção preferencial de conteúdos.
2. Demonstramos que o fim da admissão da existência de não mais de dois grupos subentendida na formulação original da teoria do equilíbrio por Heider conduz à ruptura da simetria da igualdade do conteúdo em informação entre as ligações negativas e positivas de uma rede com sinais.
3. Mais precisamente, a existência de uma ligação negativa quebra a cadeia de relações de pertença.
4. A dinâmica do equilíbrio micro-estrutural pode ser definida por um menor número de regras, que coincidem precisamente com as observadas por Newcomb.
5. Estas condições empíricas de Newcomb podem ser reduzidas a uma regra simples, que designamos como regra de influência condicional.
6. A redução da dissonância cognitiva dos indivíduos, que foi a motivação de Heider para a construção do seu modelo seminal, corresponderá simplesmente à transmissão entre dois indivíduos da avaliação do grau de confiança sobre um terceiro indivíduo.
7. A redução da dissonância cognitiva dos indivíduos, que foi a motivação de Heider para a construção do seu modelo seminal, será conseguida pela transmissão entre dois indivíduos da avaliação do grau de confiança sobre um terceiro indivíduo.
8. A teoria do equilíbrio estrutural, quer na formulação de Heider, quer a revisão feita por Davis corresponderá a um artefacto devido às restrições impostas pelas condições fronteira do sistema (triângulo de relações).

7.2.2 *Desenvolvimento de ferramentas*

O desenvolvimento dos novos algoritmos passou por uma série de etapas:

1. Sendo a escolha da informação a reter a actividade fundamental dos grupos ou comunidades humanos, tanto assim que os membros de um mesmo grupo tornam-se progressivamente mais homogéneos (por homofilia), então identificamos a organização em grupos como sendo uma estratégia de procura em profundidade.

2. Como a organização em grupos ou comunidades é recursiva e paralela e reversível, isto é, cada grupo é a base para a formação de vários subgrupos que eventualmente podem voltar-se a fundir, então a organização em grupos é também uma estratégia de procura paralela e reversível.
3. Avançamos então que a síntese de uma tal organização pode ser útil em tarefas de optimização. Nessas tarefas a procura local tem de ser equilibrada com a fuga a uma convergência precoce para uma fracção limitada do espaço de procura. A emulação de uma dinâmica de grupo pode promover esse equilíbrio.
4. Propusemos que diferentes tipos de optimização podem ser representados na forma de redes, pela distribuição do conhecimento sobre o problema nos diversos elementos da estrutura da rede. Nestas redes poderemos reproduzir a dinâmica da organização em grupos.
5. Pusemos em evidência a estreita semelhança da regra de influência condicional com o princípio da aprendizagem Hebbiana, que tem um papel central no treino das redes neuronais artificiais.
6. Restringimos nos nossos modelos a actividade dos grupos humanos à regulação das trocas de informação. Não consideramos qualquer novo mecanismo de produção de novas soluções para o problema de optimização sem restrições característico do sistema que pretendemos emular. Tornou-se assim necessário integrar nos algoritmos um mecanismo já existente. A nossa primeira escolha foram os mecanismos de procura dos algoritmos genéticos. Verificamos ser a exploração do espaço de procura pelos GA demasiado errática para ser conjugada com a estabilização estrutural da rede.
7. Verificamos todavia que a exploração de espaço de procura tal como é descrita pela dinâmica do algoritmo PSO é suficientemente suave para poder ser utilizada em conjunto com os nossos mecanismos de gestão da rede de comunicações.
8. Incorporamos mecanismos de estabilização macro e micro-estrutural derivados dos modelos das redes sociais como elementos reguladores da troca de informação numa forma básica do algoritmo PSO para produzir um novo algoritmo de optimização sem restrições (CI-PSO).
9. Na tarefa de optimização de partição de redes com sinais, onde a procura se restringe ao espaço de configurações topológicas, os mecanismos de equilíbrio estrutural são potencialmente auto-suficientes. Todavia, a emulação da actividade de uma rede passa pela resolução outros problemas, tais como a medida da semelhança entre nós, a atribuição do peso às novas arestas da rede e os critérios de paragem do algoritmo. A identificação do algoritmo SONE como uma base adequada de trabalho para a emulação da dinâmica de troca de informação nos grupos humanos espontâneos permitiu a resolução rápida destes problemas. Para tal tivemos primeiro que tudo pôr em evidência a superficialidade com que as ligações negativas são tratadas pelo algoritmo SONE original.
10. Valemo-nos do facto das ligações negativas não serem expandidas no algoritmo SONE para incluir essa possibilidade sem ter de modificar componentes preexistentes da dinâmica. Demonstramos que a regra de influência condicional pode ser decomposta na expansão condicional de ligações positivas ou negativas. Assim a integração deste componente correspondeu à integração do equilíbrio micro-estrutural na dinâmica do novo algoritmo (CI-SONE).

7.2.3 Resultados obtidos

A aplicação dos novos algoritmos aos problemas de optimização permitiu-nos tirar as seguintes conclusões:

1. O algoritmo CI-PSO mostrou ser um algoritmo competente na tarefa de optimização sem restrições.
2. Em particular, no primeiro conjunto de testes, feito de acordo com o protocolo experimental de Janson e Middendorf (05), o algoritmo CI-PSO obteve melhores resultados do que os algoritmos PSO canónico, H-PSO e AH-PSO nas funções de Schaffer e de Ackley.
3. No segundo conjunto de testes, em que se seguiu o protocolo experimental de Kennedy (00), o algoritmo PSO obteve melhores resultados que o PSO canónico correspondente nas funções Esfera, Rastrigin e de Schaffer e bateu o algoritmo híbrido de Kennedy nas funções de Griewank e de Schaffer.
4. Estes resultados sugerem que o cruzamento de informação feito pelos mecanismos de estabilização estrutural incorporados no algoritmo CI-PSO facilita a integração de informações contraditórias sobre a localização das melhores zonas do espaço de procura, mais acentuada em funções de traçado mais irregular, sobretudo na função de Schaffer.
5. O algoritmo CI-SONE mostrou ser um algoritmo competente e competitivo na tarefa de partição de redes com sinais. Os seus resultados estão muito próximos dos obtidos pelo algoritmo de Doreian e Mrvar (96) - o qual é um algoritmo de optimização combinatoria e não tenta modelar a dinâmica das redes -, e são muito superiores ao algoritmo SONE original. Os resultados do CI-SONE são também superiores aos dos algoritmos FEC e MCS.
6. Assim, o modelo de dinâmica de rede do algoritmo CI-SONE, em particular a aplicação da regra da influência condicional que não estava implicada no SONE, parece ser uma representação correcta da evolução das redes consideradas.
7. O algoritmo CI-SONE obtém melhores resultados quando a expansão das ligações negativas é menos limitada do que a expansão das ligações positivas. Tal evidencia a relevância das ligações negativas na definição da estrutura das redes com sinais estudadas.
8. No seu conjunto, estes resultados sugerem que o modelo que desenvolvemos do equilíbrio estrutural das redes sociais pode ser uma estratégia útil para aplicar na construção de algoritmos de optimização.

7.3 Limitações desta investigação

Relembremos que o algoritmo de partição de grafos CI-SONE foi testado em sistemas sociais e em situação de pré-ruptura, por serem estes os sistemas registados empiricamente através de uma representação por redes com sinais, e igualmente pela proximidade com o sistema natural de onde foram extraídos mecanismo de gestão de informação. Ficou por explorar quais as transformações pelas quais são atribuíveis pesos negativos a uma fracção das ligações de redes genéricas, de modo a revelar uma dinâmica bivalente de atracção e repulsão entre os nós da rede, que a representação apenas por ligações positivas apenas

deixa subentender, mas que sabemos existir no comum das redes, já que raramente é observado um colapso da estrutura.

É igualmente necessário avaliar o grau relativo de dificuldade em avaliar as linhas de cisão de um sistema em subsistemas em comparação à identificação de agrupamentos naturais internos ao sistema inicial. O nosso pressuposto é que a cisão ocorre mais facilmente entre os elementos com menor afinidade.

O algoritmo de partição de grafos assume uma simetria perfeita na expansão das ligações positivas e negativas, muito embora certas regras empíricas de economia e gestão sugiram que a progressão de mensagens por recomendação directa com apreciação negativa têm maior impacto do que as recomendações com apreciação positiva.

O algoritmo de optimização sem restrições, na sua forma actual, é demasiado complexo. O mecanismo de estabilização macro-estrutural aumenta as necessidades de cálculo e o número de parâmetros a afinar, sem que tenha a elegância de concepção do mecanismo de estabilização micro-estrutural.

Não foi feito um reconhecimento exaustivo das relações significativas entre as principais variáveis paramétricas do algoritmo CI-PSO. Falta ainda testar o impacto do tamanho da rede. Este estudo foi adiado em desfavor da adopção dos tamanhos dos algoritmos concorrentes utilizados como termos de comparação.

Por último, faltou investir na monitorização e descrição da estrutura topológica da rede, tal como ela foi gerada ao longo da execução das aplicações práticas.

7.4 Linhas de Investigação Futuras

Os resultados obtidos sugerem várias perspectivas de continuidade e expansão deste trabalho. O diagrama da figura 59 serve como ajuda visual à arrumação das diversas possibilidades de desenvolvimento da presente linha de investigação.

I - Investigação na mesma área de trabalho e com os mesmos modelos e algoritmos	II - Aplicação dos algoritmos em novos problemas
III - Desenvolver novos modelos e algoritmos para resolver problemas dentro do âmbito deste trabalho	IV - Criação de novos modelos e algoritmos para resolver outros problemas

Fig. 59 Organização em grupos das possibilidades de expansão e aprofundamento do presente trabalho.

Os presentes algoritmos de partição de grafos e de optimização sem restrições podem ser aplicados a mais testes do mesmo tipo de problemas, ganhando-se conhecimento sobre quais as condições em que estes algoritmos são mais competentes.

No primeiro caso, deve ser feita uma análise comparativa do desempenho do CI-SONE em função dos parâmetros de rede, quer os valores estáticos relativos à estrutura a partir, quer, se disponível, a evolução conhecida desses parâmetros, e isto para diferentes valores do parâmetro α . Assim poder-se-ão delimitar as condições em que a dinâmica de rede do algoritmo CI-SONE consegue identificar a organização interna dos nós em grupos. Designadamente será importante perceber influência da dimensão da rede, em número de nós e grau de conectividade, a proporção entre ligações negativas e positivas, o grau de simetria da rede e o afastamento da rede numa situação de equilíbrio estrutural, no desempenho do algoritmo.

Será igualmente útil aumentar o número de funções de teste onde aplicar as diversas variantes do algoritmo de optimização sem restrições CI-PSO, de modo a avaliar a importância dos seus mecanismos componentes. Em particular, tentar medir a contribuição do mecanismo de equilíbrio macro-estrutural para a estabilidade da organização do enxame em grupos e o rendimento da procura dos grupos assim mantidos.

Num segundo grupo de linhas de trabalho temos a extensão da aplicação dos algoritmos na sua forma a problemas qualitativamente diferentes.

O algoritmo de optimização sem restrições poderá ser usado em problemas de optimização dinâmica, tais como o DALP (Dear, 76). Dada a sua capacidade de permanente reorganização, esta poderá ser a área de aplicação de maior vantagem competitiva para o CI-PSO.

Poderemos também expandir o âmbito de aplicação do algoritmo de partição de grafos CI-SONE a problemas de classificação em geral, através da representação do problema em forma de rede. As entidades a classificar corresponderão aos nós, e pode-se associar a cada par de nós uma aresta com um valor inicial igual a uma medida de semelhança entre os nós. Os valores assim obtidos são sempre positivos. Para transformar esta rede numa rede com sinais poder-se-á, ou subtrair a cada aresta um dado valor constante, ou alternativamente, atribuir às aresta a diferença no valor das medidas de semelhança dos dois nós da extremidade da aresta, relativamente a um ou mais (no limite, todos) daqueles nós terceiros com os quais os dois nós tenham uma medida de semelhança mais elevada.

Os resultados obtidos sugerem várias possibilidades de aperfeiçoamento dos algoritmos existentes.

No algoritmo de partição de grafos poderão ser dados pesos diferenciados para ligações positivas e ligações negativas no cálculo da inconsistência, como também da semelhança estrutural entre nós. Esta alteração do parâmetro α , e mesmo a sua incorporação no modelo, será em última análise o reconhecimento da assimetria do tratamento das arestas em função do seu sinal como uma adaptação à aquisição permanente de informação: a abertura a nova informação manifestar-se-á pelo persistente estabelecimento de novas arestas com nós que provavelmente pertencerão a outros grupos e poderá exigir como contraponto que a falha em integrar a informação proveniente das novas fontes com a contida do nó ou grupo de nós tenha uma penalidade maior do que a recompensa pelo sucesso da dessa integração, de modo a manter o encapsulamento dos nós em grupos.

Seria particularmente significativo mostrar uma correlação entre esta assimetria e a intensidade da entrada de informação nova no sistema ou subsistema (sub-rede).

Conforme notado no final do capítulo 6, a capacidade de convergência do CI-SONE para os mínimos globais da inconsistência é mais reduzida quando as ligações entre nós são assimétricas, se não mesmo anti-simétricas. Problema este que afecta não apenas o CI-SONE. De facto, a relaxação do equilíbrio estrutural proposta por Doreian e Mrvar (09) corresponde na prática a uma fuga a este problema pela redução das assimetrias da rede ao integrar (literalmente somar algebricamente) as matrizes de adjacência referentes ao mesmo grupo, mas produzidas em diferentes instâncias ou sobre diferentes assuntos.

Dentro do âmbito do CI-SONE, existem possibilidades de reduzir o impacto da assimetria das redes. Um primeira possibilidade será um recuar na simplificação do cálculo das intensidades das ligações nos passos de corte ou expansão da rede: as novas intensidades podem ser igualadas à soma dos produtos das intensidade de ligação entre um primeiro e terceiro nós, para todos os nós segundos (intermediários) que mantenham relações entre os dois nós, ou alternativamente, ao máximo desses produtos, ou uma diferença entre máximos positivo e negativo para esses produtos – com a condição da relação entre primeiro e segundo ser positiva. Todavia, isto significa aumentar a complexidade computacional do algoritmo, ainda que o recurso ao operador *máximo* tenha o mérito de reduzir os custos de armazenamento em memória e capacidade de cálculo até às dimensões comportáveis com as capacidades de processamento consciente dos agentes humanos. A questão subjacente é: quanto mais importante deverá ser uma ligação mais forte em relação a uma ligação mais fraca? A soma dos produtos corresponde a uma admissão de linearidade (proporcionalidade directa). Ou esta relação pode ser supra-linear. E, precisamente, o operador *máximo* corresponde à supra-linearidade no limite $+\infty$. A segunda possibilidade será, novamente, uma incorporação do parâmetro α no cálculo das novas intensidades.

No caso do algoritmo de optimização sem restrições, a simplificação do modelo de gestão de informação parece estar ainda incompleta e o caminho mais auspicioso para o melhoramento dessa aplicação parecer ser a continuação dessa simplificação. É aconselhável que apenas o mecanismo micro-estrutural deva ser mantido de modo a progredirmos no sentido de uma maior elegância e, pela redução do número de parâmetros a ajustar, uma maior simplicidade de uso do algoritmo.

A dinâmica de constante ruptura e fusão entre grupos seria então um resultado indirecto da estabilização micro-estrutural. O que talvez seja possível de conseguir somente após o ajuste do ponto de equilíbrio entre recompensa e punição de uma recombinação de informação, respectivamente, bem ou mal conseguida. Conforme proposto na melhoria do algoritmo de partição. Uma segunda alternativa será a substituição da dinâmica macro-estrutural pela introdução de um critério de homofilia na selecção das fontes de informação.

Notamos como o sucesso do algoritmo AH-PSO parece alicerçar-se em parte na diferenciação a actividade exploratória do espaço de procura por parte das partículas do enxame em função da sua posição na rede. Poder-se-á criar um mecanismo semelhante no algoritmo CI-PSO, em função do grau das partículas, por analogia com a dinâmica de desenvolvimento embrionário de sistemas geográficos e físicos notada em Bejan e Lorente (10) e em Bejan (10a).

Finalmente temos a criação de novos algoritmos para novos problemas. No capítulo 3 citamos dois problemas para os quais não chegamos a desenvolver algoritmos para a sua resolução: a coloração de um mapa e a definição de horários. Estes problemas possuem restrições diferentes, cuja satisfação pode impor transformações nos mecanismos de estabilização e recomendação. Uma primeira análise da representação destes problemas em forma de rede sugere que as configurações locais estáveis sejam um subconjunto das actuais, o que poderá tornar *greedy* a dinâmica de procura.

Podemos também fazer a revisão radical de algoritmos existentes. Por exemplo, transformar o algoritmo PSO tal que as acelerações não sejam somente de atracção, como de repulsa; o mecanismo de equilíbrio micro-estrutural pode servir como estabilizador.

O componente macro-estrutural do mecanismo de equilíbrio estrutural é semelhante às redes de Hopfield (82). Todavia, as redes de Hopfield tem uma topologia fixa. Podemos adicionar o mecanismo de equilíbrio estrutural às redes de Hopfield mantendo, ou não, a impossibilidade de ligações a longa distância.

Os novos algoritmos deverão focar-se em problemas relativos a sistemas fortemente abertos à entrada de informação e passíveis de ser representados por redes. A modificação da topologia da rede corresponderá à acomodação da nova informação.

Olhando retrospectivamente para o trabalho efectuado, o que parece mais digno de nota é o facto da análise efectuada aos modelos originais de representação dos sistemas naturais ter sido profunda o suficiente para permitir entender quão deformador foi o efeito das condições-fronteira na representação da dinâmica interna ao sistema¹⁵. O modelo original de Heider (46, 58), por considerar uma rede apenas três nós, está extremamente constrangido, e a expansão deste modelo por Davis (67) era ainda incompleta. Apenas o empirismo de Newcomb (68, 79) conseguiu pela primeira vez eliminar as condições-fronteira da representação, facto este que não foi ainda aceite por muitos sociólogos matemáticos. Também não foi aceite pela maioria daqueles estranhos a essa comunidade, como o autor, que procuraram reproduzir a dinâmica dos grupos humanos.

¹⁵ Existem outros modelos fortemente condicionados pela definição dos limites do sistema. Como exemplo extremo, temos o modelo duma partícula numa caixa unidimensional (Levine, 91, cap. 2), que busca precisamente restringir um pacote de ondas a uma fracção limitada do espaço.

BIBLIOGRAFIA

- ABELSON64: Abelson R.P., *Mathematical Models of the Distribution of Attitudes under Controversy*, in Fredriksen N., Gulliksen H. (editores), Contributions to Mathematical Psychology, Holt, Rinehart & Winston, New York, pp. 142-160, 1964.
- ADEJUMO08: Adejumo A.G., Duimering P.R., Zhong Z., *A Balance Theory Approach to Group Problem Solving*, *Social Networks*, 30 (1), pp. 83-99, 2008.
- ALBA02: Alba E., Tomassini M., *Parallelism and Evolutionary Algorithms*, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 6(5), pp. 443-462, 2002.
- ANTAL05: Antal T., Krapivsky P. L., Redner S., *Dynamics of social balance on networks*, *Physical Review E*, 72, 036121, 2005.
- ANTAL06: Antal T., Krapivsky P. L., Redner S., *Social Balance on Networks: The Dynamics of friendship and enmity*, *Physica D*, 224 (130), pp. 130-136, 2006.
- ARAL09: Aral S., Muchnik L., Sundararajan A., *Distinguishing influence-based contagion from homophily-driven diffusion in dynamic networks*, *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, 106 (51), pp. 21544-21549, 2009.
- AXELROD97: Axelrod R., *The Dissemination of Culture: A Model with Local Convergence and Global Polarization*, *Journal of Conflict Resolution*, 41, pp. 203-226, 1997.
- AXELROD97a: Axelrod R., *The Complexity of Cooperation*, capítulo 7, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1997.
- BANSAL02: Bansal N., Blum A., Chawla S., *Correlation Clustering*, *Proceedings of the 43rd Annual IEEE Symposium on Foundations of Computer Science*, pp. 238-247, 2002.
- BANSAL04: Bansal N., Blum A., Chawla S., *Correlation Clustering*, *Machine Learning*, 56 (1-3), pp. 89-113, 2004.
- BEJAN10: Bejan A., Lorente S., *The constructal law of design and evolution in nature*, *Philosophical Transactions of the Royal Society B*, 365, pp. 1335-1347, 2010.
- BEJAN10a: Bejan A., *The constructal-law origin of the wheel, size, and skeleton in animal design*, *American Journal of Physics*, 78 (7), pp. 1-8, 2010.
- BERGH06: Bergh P.v.d., *An Analysis of Particle Swarm Optimizers*, Tese de doutoramento, University of Pretoria, 2006.
- BONACICH03: Bonacich P., *Cellular Automata for the Network Researcher*, *Journal of Mathematical Sociology*, 27, pp. 263-278, 2003.
- BOSSERT67: Bossert W., *Mathematical optimization: Are there abstract limits on natural selection?*, in Moorhead P.S., Kaplan M.M. (editores), Mathematical Challenges to the Neo-Darwinian Interpretation of Evolution, Wistar Inst. Press, Philadelphia, PA, pp. 35-46, 1967.
- BRAMSEN02: Bramsen J., *Further algebraic results in the theory of balance*, *Journal of Mathematical Sociology*, 26, pp. 309-319, 2002.
- BREIGER75: Breiger R., Boorman S., Arabie P., *An algorithm for clustering relational data with applications to social network analysis and comparison with multidimensional scaling*, *Journal of Mathematical Psychology*, 12, pp. 328-383, 1975.
- BROOKS02: Brooks R., *New robotics: critical issues and the foreseeable future* (apresentação oral), International interdisciplinary seminar in new robotics, evolution and embodied cognition (IISREC), Lisboa, Portugal, 2002.

- BRYDEN06: Bryden K.M., Ashlock D.A., Corns S., Willson S.J., *Graph-Based Evolutionary Algorithms*, IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 10(5), pp. 550-567, 2006.
- CARLEY90: Carley K., *Group stability: A Socio-Cognitive approach*, Advances in Group Processes, 7, pp. 1-44, 1990.
- CARLEY91: Carley K., *A Theory of Group Stability*, American Sociological Review, 56, pp. 331-354, 1991.
- CARTWRIGHT56: Cartwright D., Harary F., *A generalization of Heider's Theory*, Psychological Review, 63, pp. 277-292, 1956.
- CHANGEUX76: Changeux J.P., Danchin A., *Selective stabilization of developing synapses as a mechanism for the specification of neural networks*, Nature, 264, pp. 705-712, 1976.
- CHIALVO95: Chialvo, D.R., Millonas M.M., *How swarms build cognitive maps* in Steels, L. (editor), *The biology and technology of intelligent autonomous systems* (144), NATO ASI Series, pp. 439-450, 1995.
- CHO2008: Cho H., Olivera F., Guikema S.D., *A derivation of the number of minima of the Griewank function*, Applied Mathematics and Computation, 204, pp. 694-701, 2008.
- CIALDINI01: Cialdini R.B., *Influence: Science and practice*, 4^a ed., Allyn & Bacon, Boston, Massachusetts, 2001.
- CLERC02: Clerc M., Kennedy J., *The particle swarm-explosion, stability, and convergence in a multidimensional complex space*, IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 6(1), pp. 58-73, 2002.
- COHEN01: Cohen M.D., Riolo R.L., Axelrod R., *The Role of Social Structure in the Maintenance of Cooperative Regimes*, Rationality and Society, 13, pp. 5-32, 2001.
- COLORNI91: Colorni A., Dorigo M., Maniezzo V., *Distributed Optimization by Ant Colonies*, Proceedings of the First European Conference on Artificial Life, Elsevier Publishing, Paris, France, pp. 134-142, 1991.
- DAVIS67: Davis J.A., *Clustering and Structural Balance in Graphs*, Human Relations, 20, pp. 181-187, 1967.
- DAVIS91: Davis L., *Handbook of Genetic Algorithms*, Van Nostrand Reinhold, 1991.
- DAVIS08: Davis G.B., Carley K.M., *Clearing the fog: Fuzzy, overlapping groups for social networks*, Social Networks, 30 (3), pp. 201-212, 2008.
- DAVIS12: Davis G.B., *Unsupervised Spatial, Temporal and Relational Models for Social Processes*, Tese de doutoramento, Carnegie-Mellon University, 2012.
- DEANER05: Deaner R.O., Khera A.V., Platt M.L., *Monkeys Pay Per view: Adaptive Valuation of Social Images by Rhesus Macaques*, Current Biology, 15, pp. 543-548, 2005.
- DEAR76: Dear R.G., *The dynamic scheduling of aircraft in the near terminal area*, Report R76-9, Flight Transportation Laboratory, MIT, Cambridge, MA, USA, 1976.
- DEJONG75: DeJong, K., *An analysis of the behaviour of a Class of Genetic Adaptive Systems*. Tese de doutoramento, Michigan University, 1975.
- DENEUBOURG91: Deneubourg J.L., Goss S., Franks N., Sendova-Franks A.B., Detrain C., Chretien L., *The dynamics of collective sorting: robot-like ants and ant-like robots*, in Meyer J.-A., Wilson S. (editores), *Simulation of animal behaviour: from animals to animats*, MIT Press, Cambridge, Massachusetts, pp. 356-365, 1991.
- DI PELLEGRINO92: Di Pellegrino G., Fadiga L., Fogassi L., Gallese V., Rizzolatti G., *Understanding motor events: a neurophysiological study*, Exp. Brain Res., 91, pp. 176-180, 1992.
- DOREIAN96: Doreian P., Mrvar A., *A Partitioning approach to Structural Balance*, Social Networks, 18, pp. 149-168, 1996.

- DOREIAN96a: Doreian P., Kapuscinski R., Krackhardt D., Szczypula J., *A brief history of Balance through Time*, Journal of Mathematical Sociology, 21(1-2), pp. 113-131, 1996.
- DOREIAN01: Doreian P., Krackhardt D., *Pre-Transitive Balance Mechanisms for Signed Networks*, Journal of Mathematical Sociology, 25(1), pp. 43-67, 2001.
- DOREIAN02: Doreian P., *Event Sequences as generators of Social Network Evolution*, Social Networks, 24, pp. 93-119, 2002.
- DOREIAN04: Doreian P., *Evolution of Human Signed Networks*, Metodološki zvezki, 1(2), pp. 277-293, 2004.
- DOREIAN05: Doreian P., Batagelj V., Ferligoj A., *Generalized Blockmodeling*, Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2005.
- DOREIAN08: Doreian, P., *A multiple indicator approach to blockmodeling signed networks*, Social Networks 30, pp. 247-258, 2008.
- DOREIAN09: Doreian, P., Mrvar A., *Partitioning signed social networks*, Social Networks, 31, pp. 1-11, 2009.
- DORIGO96: Dorigo M., Maniezzo V., Colomi A., *The Ant System: Optimization by a Colony of Cooperating Agents*, IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics - Part B, 26(1), pp. 29-41, 1996.
- EASLEY2010: Easley D., Kleinberg J., *Networks, Crowds and Markets: Reasoning about a Highly Connected World*, Cambridge University Press, 2010.
- EBERHART95: Eberhart R.C., Kennedy J., *A new optimizer using particle swarm theory*, Proceedings of the Sixth International Symposium on Micromachine and Human Science, Nagoya, Japan, pp. 39-43, 1995.
- ELSHAMY07: Elshamy W., Emara H.M., Bahgat A., *Clubs-based particle swarm optimization*, Proceedings of the 2007 IEEE Swarm Intelligence Symposium, Honolulu, HI, USA, pp. 289-296, 2007.
- ELSHAMY07: Elshamy W., *Using Artificial Intelligence Models in System Identification*, Dissertação de Mestrado, University of Cairo, Egypt, 2007.
- EMARA09: Emara H.M., *Adaptive Clubs-based particle swar optimization*, Proceedings of the 2009 conference on American Control Conference, IEEE Press, Piscataway, New Jersey, USA, 2009.
- EMERSON62: Emerson R.M., *Power-Dependence Relations*, American Sociological Review, 27(1), pp. 31-41, 1962.
- FERNANDES00: Fernandes C., *Algoritmos Genéticos*, Tech. Report, LaSEEB-ISR, Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa, 2000.
- FLACHE06: Flache A., Macy M.W.; Takács, K., *What Sustains Stable Cultural Diversity and What Undermines It? Axelrod and beyond*, Proceedings of the First World Congress on Social Simulation, Kyoto, Japan, 2006.
- FLAKE02: Flake G.W., Lawrence S., Giles C.L., Coetzee F.M., *Self-Organization and Identification of Web Communities*, IEEE Computer, 35, pp. 66-71, 2002.
- FORTUNATO10: Fortunato S., *Community detection in graphs*, Physics Reports, 486(3-5), pp. 75-174, 2010.
- FRANKS92: Franks N.R., Sendova-Franks A.B., *Brood sorting by Ants: Distributing the Workload Over the Work Surface*, Behavioral Ecology and Sociobiology, 30(2), pp. 109-123, 1992.
- FRIEDKIN03: Friedkin N.E., *Social Influence Networks Theory: Towards a Science of Strategic Modification of Interpersonal Influence Systems*, in Breiger R., Carley K., Pattison P. (editores),

- Dynamic Social Network Modelling and Analysis: Workshop Summary and Papers, The National Academies Press, pp. 89-100, 2003.
- FRIEDKIN04: Friedkin, N.E., Johnsen, E.C., *Attitude Change, Affect Control, and Expectation States in the Formation of Influence Networks*, *Advances in Group Processes*, 20, pp. 1-29, 2004.
- GAWROŃSKI05: Gawroński P., Groniek P., Kulakowski, *The Heider Balance and Social Distance*, *Acta Physica Polonica B*, 36(8), pp. 2549-2558, 2005.
- GIDDENS79: Giddens A., *Central problems in social theory: Action, Structure and Contradiction in Social Analysis*, University of California Press, 1979.
- GIRVAN02: Girvan M., Newman M.E.J., *Community structure in social and biological networks*, *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, 99, pp. 7821-7826, 2002.
- GRANOVETTER73: Granovetter M., *The strength of weak ties*, *American Journal of Sociology*, 78, pp. 1360-1380, 1973.
- GRANOVETTER83: Granovetter M., *The strength of weak ties: a network theory revisited*, *Sociological Theory*, 1, pp. 201-233, 1983.
- HAGE83: Hage P., F. Harary, *Structural models in anthropology*, pp. 56-60, Cambridge University Press, 1983.
- HARARY65: Harary F., Norman R.Z., Cartwright D., *Structural models: an introduction to the theory of directed graphs*, Wiley & Son, New York, 1965.
- HAYKIN99: Haykin S., *Neural networks: a comprehensive foundation*, 2ª edição, Prentice Hall, 1999.
- HEBB49: Hebb D.O., *The Organization of Behaviour: A Neuropsychological Theory*, Wiley, 1949.
- HEIDER46: Heider F., *Attitudes and Cognitive Organization*, *Journal of Psychology*, 21, pp. 107-112, 1946.
- HEIDER58: Heider F., *The Psychology of Interpersonal Relations*, Wiley & Son, New York, 1958.
- HINDS00: Hinds P.J., Carley K.M., Krackhardt D., Wholey D., *Choosing Work Group Members: Balancing Similarity, Competence, and Familiarity*, *Organizational Behaviour and Human Decisions Processes*, 81(2), pp. 226-251, 2000.
- HOLLAND62: Holland J.H., *Outline for a logical theory of adaptive systems*, *Journal of the ACM*, 3, pp. 297-314, 1962.
- HOLLAND75: Holland J.H., *Adaptation in Natural and Artificial Systems*, University of Michigan Press, Ann Arbor, Michigan, 1975.
- HOPFIELD82: Hopfield J.J., *Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities*, *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, 79 (8), pp. 2554-2558, 1982.
- HOROWITZ62: Horowitz I.L., *Consensus, Conflict and Cooperation: A sociological Inventory*, *Social Forces*, 41, pp. 177-188, 1962.
- HUMMON03: Hummon N.P., Doreian P., *Some dynamics of social balance processes: bring Heider back into balance theory*, *Social Networks*, 25(1), pp. 17-49, 2003.
- JANSON05: Janson S., Middendorf M., *A hierarchical Particle Swarm Optimizer and its Adaptive Variant*, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics – Part B: Cybernetics*, 35(6), pp. 1272-1282, 2005.
- JANSON06: Janson S., Alba E., Dorronsoro B., Middendorf M., *Hierarchical Cellular Genetic Algorithm*, in Gottlieb J., Raidl G.R. (editores), Lecture Notes in Computer Sciences, vol.3906, pp. 111-122, Springer Berlin / Heidelberg, 2006.
- KAHNEMAN11: Kahneman D., *Thinking, Fast and Slow*, Penguin Books, London, U.K., 2011.

- KANWISHER97: Kanwisher N.G., McDermott J., Chun M.M., *The fusiform face area: a module in human extrastriate cortex specialized for face perception*, Journal of Neuroscience, 17 (11), pp. 4302-4311, 1997.
- KENNEDY95: Kennedy J., Eberhart R.C., *Particle swarm optimization*, Proceedings of the 1995 IEEE International Conference on Neural Networks, Piscataway, N.J., pp. 1942-1948, 1995.
- KENNEDY99: Kennedy J., *Small worlds and mega-minds: Effects of neighborhood topology on particle swarm performance*, Proceedings of the 1999 Conference on Evolutionary Computation, pp. 1931-1938, 1999.
- KENNEDY00: Kennedy J., *Stereotyping: Improving particle swarm performance with cluster analysis*, Proceedings of the 2000 Congress on Evolutionary Computation, pp. 1507-1512, 2000.
- KENNEDY02: Kennedy J., Mendes R., *Population structure and particle swarm performance*, Proc. 4th Congr. Evolutionary Computation (CEC-02), Honolulu, HI, pp. 1671-1676, 2002.
- KENNEDY03: Kennedy J., Mendes R., *Neighbourhood topologies in fully-informed and best-of-neighborhood particle swarms*, Proc. IEEE SMC Workshop on Soft Computing in Industrial Applications (SM-Cia03), pp. 45-50, 2003.
- KITTS06: Kitts J.A., *Social influence and the emergence of norms amid ties of amity and enmity*, Simulation Modelling Practice and Theory, 14, pp. 407-422, 2006.
- KLEINBERG00: Kleinberg J.M., *The Small-World Phenomenon: an algorithmic perspective*, Proceedings of the 32nd ACM Symposium on Theory of Computing, 2000.
- KLEINBERG01: Kleinberg J., *Small-world phenomena and the dynamics of information*, Advances in Neural Information Processing systems (NIPS), 14, 2001.
- KLEINBERG04: Kleinberg J.M., *The Small-World Phenomenon and Decentralized Search*, SIAM News, 37(3), 2004.
- KLEINFELD02: Kleinfeld J., *Could it be a big world after all? The 'six degrees of separation' myth*, Society, 39(2), pp. 61-66, 2002.
- KOSSINETS09: Kossinets G., Watts D.J., *Origins of Homophily in an Evolving Social Network*, American Journal of Sociology, 115, pp. 405-450, 2009.
- LAUGHLIN08: Laughlin P.R., Carey H.R., Kerr N.L., *Group-to-Individual Problem-Solving Transfer*, Group Processes & Intergroup Relations, 11 (3), pp. 319-330, 2008.
- LAZARFELD54: Lazarsfeld P.F., Merton R.K., *Friendship as a social process: a substantive and methodological analysis*, in Berger M. (editor), Freedom and Control in Modern Society, Van Nostrand, New York, pp. 18-66, 1954.
- LAZER03: Lazer D., *Information and Innovation in a Networked World*, in Breiger R., Carley K., Pattison P. (editores), Dynamic Social Network Modelling and Analysis: Workshop Summary and Papers, The National Academies Press, pp. 101-118, 2003.
- LESKOVEC10: Leskovec J., Huttenlocher D., Kleinberg J., *Signed networks in social media*, Proceedings of the 28th International Conference on Human Factors in Computing Systems (CHI'10), NY, USA, pp. 1361-1370, 2010.
- LEVINE91: Levine I.N., *Quantum chemistry*, 4^a edição, Prentice-Hall, New Jersey, 1991.
- LIN78: Lin N., Dayton P., Greenwald P., *Analyzing the instrumental use of relations in the context of social structure*, Sociological Methods and Research, 7(2), pp. 149-166, 1978.
- MACY02: Macy M.W., Willer R., *From Factors to Actors: Computational Sociology and Agent-Based Modeling*, Annual Review of Sociology, 28, pp. 143-166, 2002.
- MAOZ12: Maoz Z., *How Network Analysis can inform the study of International relationships*, Conflict Management and Peace Science, 29 (3), pp. 247-256, 2012.

- MARCH91: March J.G., *Exploration and Exploitation in Organizational Learning*, Organization Science, 2(1), pp. 71-87, 1991.
- MARK98: Mark N., *Beyond Individual Differences: Social Differentiation from First Principles*, American Sociological Review, 63, pp. 309-333, 1998.
- MARVEL09: Marvel S.A., Strogatz S.H., Kleinberg J.M., *The energy landscape of social balance*, Physical Review Letters, 103 (19), 198701, 2009.
- MCPHERSON01: McPherson M., Smith-Lovin L., Cook J.M., *Birds of a Feather: Homophily in Social Networks*, Annu. Rev. Sociol., 27, pp. 415-444, 2001.
- MENDES04: Mendes R., Kennedy J., Neves J., *The fully informed particle swarm: Simpler, maybe better*, IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 8(3), pp. 204-210, 2004.
- MILGRAM67: Milgram S., *The Small-World Problem*, Psychology Today, 1, pp. 61-67, 1967.
- MILLONAS94: Millonas M.M., *Swarms, Phase Transitions, and Collective Intelligence*, in Langton C.G. (editor), Artificial Life III, SFI Studies in the Sciences of Complexity, vol. XVII, Addison-Wesley, 1994.
- NEWCOMB61: Newcomb T.M., *The Acquaintance Process*, Holt Rinehart and Winston, 1961.
- NEWCOMB68: Newcomb T.M., *Interpersonal balance*, in Abelson. R., Aronson E., McGuire W., Newcomb T.M., Rosenberg M., Tannenbaum O. (editores), Theories of Cognitive Consistency: A Source Book, Rand McNally, pp. 28-51, 1968.
- NEWCOMB79: Newcomb T.M., *Reciprocity of interpersonal attraction: a nonconfirmation of a plausible hypothesis*, Social Psychology Quarterly, 42(4), pp. 299-306, 1979.
- NEWMAN06: Newman M.E.J., *Modularity and community structure in networks*, Proc. Natl. Acad. Sci. USA, 103, pp. 8577-8582, 2006.
- NORDLIE58: Nordlie P.H., *A Longitudinal Study of Interpersonal Attraction in a Natural Group Setting*, Tese de doutoramento, Michigan University, 1958.
- ORTONY88: Ortony A., Clore G.L., Collins A., *The Cognitive Structure of Emotions*, Cambridge University Press, 1988.
- POLIO7: Poli R., Kennedy J., Blackwell T., *Particle Swarm Optimization: An overview*, Swarm Intelligence, 1 (1), pp. 33-57, 2007.
- RAMOS00: Ramos V., Almeida F., *Artificial ant colonies in digital image habitats – a mass behaviour effect study on pattern recognition*, Proceedings of ANTS'2000, pp. 113-116, 2000.
- RAPOPORT63: Rapoport A., *Mathematical models of social interaction*, in Luce R.D., Bush R.R., Galanter E. (editores), Handbook of Mathematical Psychology, vol.2, pp. 493-579, Wiley, New York, 1963.
- READ54: Read K., *Cultures of the central highlands, New Guinea*, Southwestern Journal of Anthrology, 10, pp. 1-43, 1954.
- REYNOLDS87: Reynolds C.W., *Flocks, Herds, and Schools: A Distributed Behavioral Model*, SIGGRAPH '87 Conference Proceedings, pp. 25-34, 1987.
- RIZZOLATTI04: Rizzolatti G., Craighero L., *The Mirror-Neuron System*, Annu. Rev. Neurosci., 27, pp. 169-192, 2004.
- ROETHLISBERGER39: Roethlisberger F., Dickson W., *Management and the worker*, Cambridge University Press, 1939.
- RUIZ-VANOYE12: Ruiz-Vanoye J.A., Díaz-Parra O., Cocón F., Soto A., Arias M.B., Verduzco-Reyes G., Alberto-Lira R., *Meta-Heuristics Algorithms based on the Grouping of Animals by Social Behavior for the Traveling Salesman Problem*, International Journal of Combinatorial Optimization Problems and Informatics, 3 (3), pp. 104-123, 2012.

- SAMPSON68: Sampson S.F., *A novitiate in a period of change: An experimental and case study of social relationships*, Tese de doutoramento, Cornell University, 1968.
- SARLE85: Sarle W.S., *The FASTCLUS procedure*, SAS User's Guide Statistics, Version 5 Ed., pp. 377-401, 1985.
- SCHOR10: Schor D., *A Study of Optimal topologies in Swarm Intelligence*, Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering (CCECE'10), pp. 1-8, 2010.
- SHANG06: Shang Yun-Wei, Qiu Yu-Huang, *A note on the extended Rosenbrock function*, *Evolutionary Computation* 14(1), pp. 119-126, 2006.
- SHI98: Shi Y., Eberhart R., *Parameter selection in particle swarm optimization*, Proceedings of the Seventh Annual Conf. On Evolutionary Programming, 1998.
- SHI01: Shi Y., Eberhart R., *Fuzzy adaptive particle swarm optimization*, Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computation – CEC'01, pp. 101-106, 1998.
- SIMON69: Simon H.A., *The Sciences of the Artificial*, MIT Press, MA, 1969.
- SIMSEK08: Simsek O., Jensen D., *Navigating networks by using homophily degree*, *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, 105 (35), pp. 12758-12762, 2008.
- STENT73: Stent G.S., *A physiological mechanism for Hebb's postulate of learning*, *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, 70, pp. 997-1001, 1973.
- STOKMAN97: Stokman F.N., Doreian P., *Evolution of social networks: processes and principles*, in Doreian P., Stokman F.N. (editores), *Evolution of social networks*, Gordon and Breach, pp. 233-250, 1997.
- SUGANTHAN99: Suganthan P.N., *Particle swarm optimizer with neighborhood operator*, *Proc. Congr. Evolutionary Computation (CEC'99)*, pp. 1958-1962, 1999.
- TARDE01: Tarde G., *Les Lois de l'Imitation*, *Les Empêcheurs de penser en rond / Éditions du Seuil*, [1890] 2001.
- TERO10: Tero A., Takagi S., Saigusa T., Ito K., Bebber D.P., Fricker M.D., Yumiki K., Kobayashi R., Nakagaki T., *Rules for Biologically inspired Adaptive Network Design*, *Science* 327, pp. 439-442, 2010.
- TOMASSINI99: Tomassini M., *Parallel and distributed evolutionary algorithms: A review*, in Miettinen K., Mkel M., Neittaanmki P., Periaux J. (editores), *Evolutionary Algorithms in Engineering and Computer Science*, J. Wiley and Sons, pp. 113-133, 1999.
- TRAAG09: Traag, V.A., Bruggeman. J., *Community detection in networks with positive and negative links*, *Phys. Rev. E* 80 (3), 036115, 2009.
- TRAVERS69: Travers J., Milgram S., *An experimental study of the small world problem*, *Sociometry* 32(4), pp. 425-443, 1969.
- TRELEA03: Trelea I.C., *The particle swarm optimization algorithm: convergence analysis and parameter selection*, *Information Processing Letters*, 85(6), pp. 317-325, 2003.
- TRUZZI73: Truzzi M., *An empirical examination of attitude consistency in complex cognitive structures*, *Behavioral Science* 18(1), pp. 52-59, 1973.
- VILELA98: Vilela Mendes R., *Medidas de Complexidade e auto-organização*, *Colóquio/Ciências*, 22, pp. 3-14, 1998.
- WANG03: Wang Z., Thorngate W., *Sentiment and social mitosis: Implications of Heider's Balance Theory*, *Journal of Artificial Societies and Social Simulation*, 6(3), 2003. Disponível em <http://jasss.soc.surrey.ac.uk/6/3/2.html>; acedido pela última vez em 31 de Março de 2013.
- WATTS98: Watts D.J., Strogatz S.H., *Collective dynamics of 'small-world' networks*, *Nature*, 393, pp. 440-442, 1998.
- WATTS99: Watts D.J., *Small Worlds: The dynamics of Networks between Order and Randomness*, Princeton University Press, 1999.

- WATTS02: Watts D.J., Dodds P.S., Newman M.E.J., *Identity and search in social networks*, Science, 296(5571), pp. 1302-1305, 2002.
- WILSON75: Wilson E.O., *Sociobiology: The new synthesis*, Belknap Press, 1975.
- WOKOMA05: Wokoma I., Shum L.L., Sacks L., Marshall I., *A Biologically-Inspired Clustering Algorithm Dependent on Spatial Data in Sensor Networks*, Proceedings of the European Conference on Wireless Sensor Networks (EWSN '05), pp. 386-390, 2005.
- WOLPERT97: Wolpert D.H., Macready W.G., *No Free Lunch Theorems for Optimization*, IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 1(1), pp. 67-82, 1997.
- WOOLLEY10: Woolley A.W., Chabris C.F., Pentland A., Hashmi N., Malone T.W., *Evidence for a Collective Intelligence Factor in the Performance of Human Groups*, Science 330, pp. 686-688, 2010.
- YANG06: Yang B., *Self-Organizing Network Evolving Model for Mining Network Community Structure*, in Li X., Zaiane O.R., Li Z. (editores), Lecture Notes in Computer Sciences, vol.4093, pp. 404-415, Springer Berlin / Heidelberg, 2006.
- YANG07: Yang B., Liu D., *A Heuristic Clustering Algorithm for Mining Communities in Signed Networks*, Journal of Computer Science and Technology, 22 (2), pp. 320-328, 2007.
- YANG07a: Yang, B., Cheung, W.K., Liu J., *Community Mining from Signed Social Networks*, IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering, 19 (10), pp. 1333-1348, 2007.
- YANG08: Yang B., Liu J., *Discovering Global Network Communities Based on Local Centralities*, ACM Transactions on the Web, 2 (1), artigo 9, 2008.
- ZACHARY77: Zachary W.W., *An information flow model for conflict and fission in small groups*, Journal of Anthropological Research, 33, pp. 452-473, 1977.

ANEXO I – TABELAS DE RESULTADOS DO CAPÍTULO 5

Tabela 19 Resultados da primeira bateria de testes.

Algoritmo	NIC - média	NIC - mediana	PCR	NEIC
Esfera (30D)				
PSO – a (gb)	309,4	303,0	100	309,4
H-PSO – a	360,0	361,0	100	360,0
∇ H-PSO	209,6	205,0	100	209,6
sCI-PSO – a (gb)	386,5	389	100	386,5
aCI-PSO – a (gb)	501,2	496,5	100	501,2
atCI-PSO – a (gb)	407,4	408	100	407,4
Rosenbrock (30D)				
PSO – a (gb)	497,1	302,5	100	497,1
H-PSO – a	528,3	340,5	100	528,3
∇ H-PSO – b	352,7	262,5	100	352,7
sCI-PSO – a (lb)	589,8	409	100	589,8
aCI-PSO – a (lb)	763,9	586,5	100	763,9
atCI-PSO – a (lb)	638,7	424,5	100	638,7
Rastrigin (30D)				
PSO – a (gb)	104,0	101,5	98	106,1
H-PSO – a	432,7	291,0	99	437,1
∧ H-PSO	151,2	127,0	100	151,2
sCI-PSO – a (lb)	1699,	1566	100	1699,
aCI-PSO – a (lb)	253,4	238,5	100	253,4
atCI-PSO – a (lb)	310,0	281	100	310,0
Griewank (30D)				
PSO – a - gbest	263,9	260,0	95	277,8
H-PSO – a	324,9	320,0	100	324,9
∇ H-PSO	184,6	183,0	95	194,3
sCI-PSO – a (lb)	369,1	357	99	372,8
aCI-PSO – a (lb)	467,5	463	100	467,5
atCI-PSO – a (lb)	369,3	365	100	369,3
Schaffer F6 (2D)				
PSO – a (gb)	572,0	126,0	70	817,1
H-PSO – b	389,9	208,0	100	389,9
∇ H-PSO	317,2	201,0	97	327,0
sCI-PSO – a (lb)	308,3	240,5	100	308,3
aCI-PSO – a (lb)	240,6	203	100	240,6
atCI-PSO – a (lb)	309,7	188	94	329,5
Ackley (30D)				
PSO – a (lb)	422,3	415,0	100	422,3
H-PSO - a	324,1	323,5	86	376,9
∇ abH-PSO (*)	225,9	226,0	98	230,5
sCI-PSO – a (lb)	356,3	355	100	356,3
aCI-PSO – a (lb)	467,1	461	93	502,3
atCI-PSO – a (lb)	363,9	365	90	404,3

Tabela 20 Resultados da segunda bateria de testes.

Esfera (30D)	
PSO canónico (Kennedy)	0,0000 ($<1E-4$)
B obtido por <i>clustering</i>	0,0000 ($<1E-4$)
G obtido por <i>clustering</i>	0,3178
B e G obtidos por <i>clustering</i>	2E-4
sCI-PSO – a (gb)	3,4389E-4
aCI-PSO – a (gb)	1,0097E-7
atCI-PSO – a (gb)	1,9952E-9
PSO – a (lb)	4,659E-8
Rosenbrock (30D)	
PSO canónico (Kennedy)	39,6499
B obtido por <i>clustering</i>	25,2236
G obtido por <i>clustering</i>	51,2138
B e G obtidos por <i>clustering</i>	26,8999
sCI-PSO – a (lb)	57,1880
aCI-PSO – a (lb)	54,8306
atCI-PSO – a (lb)	50,2872
PSO – b (gb)	44,813
Rastrigin (30D)	
PSO canónico (Kennedy)	51,8001
B obtido por <i>clustering</i>	8,6626
G obtido por <i>clustering</i>	9,2720
B e G obtidos por <i>clustering</i>	10,3473
sCI-PSO – a (lb)	111,715
aCI-PSO – a (lb)	58,7623
atCI-PSO – a (lb)	64,774
PSO – a – (lb)	82,1427
Griewank (30D)	
PSO canónico (Kennedy)	1,2E-3
B obtido por <i>clustering</i>	1,51E-2
G obtido por <i>clustering</i>	2,0669
B e G obtidos por <i>clustering</i>	0,1580
sCI-PSO – a (lb)	2,3433E-2
aCI-PSO – a (lb)	1,3801E-2
atCI-PSO – a (lb)	1,3345E-2
PSO – a (lb)	6,2483E-3
Schaffer (2D)	
PSO canónico (Kennedy)	0,0000 ($<1E-4$)
B obtido por <i>clustering</i>	1,7E-3
G obtido por <i>clustering</i>	2,0E-3
B e G obtidos por <i>clustering</i>	3,8E-3
sCI-PSO – a (lb)	1,0791E-3
aCI-PSO – a (lb)	4,8580E-4
atCI-PSO – a (lb)	3,8864E-3
PSO – b (lb)	3,3624E-3

Tabela 21 Resultados da terceira bateria de testes.

	NIC - média	NIC - mediana	PCR	NEIC
Esfera (30D)				
PSO – g	1583	1571	100	1583
PSO – l	2859	2873	100	2859
JLC-PSO	847	847	100	847
AMC-PSO	1604	1610	100	1604
sCI-PSO– b (gb)	890	907,5	100	890
aCI-PSO– c (lb)	699,3	662	100	699
atCI-PSO– c (lb)	596,6	596	100	597
Rosenbrock (30D)				
PSO – g	2840	1565	98	2898
PSO – l	2940	2768	100	2940
JLC-PSO	1308	729	98	1335
AMC-PSO	2997	1475	100	2997
sCI-PSO– a (lb)	903,7	467	86	1051
aCI-PSO– c (lb)	958,5	655,5	100	958
atCI-PSO– a (gb)	545,6	473	100	546
Rastrigin (30D)				
PSO – g	1028	964	100	1028
PSO – l	2831	1899	94	3012
JLC-PSO	551	469	78	706
AMC-PSO	1572	1507	100	1572
sCI-PSO- var. ω – b (lb)	4510,1	2623	74	6095
aCI-PSO- var. ω – c (lb)	1444,8	891,5	76	1901
atCI-PSO- var. ω – b (lb)	1308,1	1172	94	1392
Griewank (10D)				
PSO – g	916	471	86	1065
PSO – l	1191	572	96	1241
JLC-PSO	579	216	72	804
AMC-PSO	710	587	100	710
sCI-PSO– a (lb)	1187,2	736,5	96	1237
aCI-PSO– a (lb)	618,3	507	98	631
atCI-PSO– a (gb)	386,4	317,5	92	420

	Schaffer F6 (2D)			
PSO – g	1323	593	84	1575
PSO – l	1505	636	100	1505
JLC-PSO	2514	292	70	3591
AMC-PSO	471	424	100	471
sCI-PSO– b (gb)	359,5	239,5	100	359
aCI-PSO– b (gb)	319,1	225	100	319
atCI-PSO– b (gb)	332,7	241	96	347
	Ackley (30D)			
PSO – g	1454	1443	100	1454
PSO – l	2825	2837	100	2825
JLC-PSO	853	808	88	969
AMC-PSO	1438	1440	100	1438
sCI-PSO- var. ω – a (gb)	906,0	903	98	924
aCI-PSO– a (lb)	674,8	679	82	823
atCI-PSO– a (gb)	560,8	556	58	967

ANEXO II – PROGRAMA QUE IMPLEMENTA O ALGORITMO CI-PSO ASSIMÉTRICO

```

FUNCTION [X_BEST,Y_BEST,Y_HISTORY,EVALUATION_N_HISTORY,TIME_SPENT_HISTORY,RECORD]...
    = CIN6pso(task,maxIt,maxEval,maxTime,seed,options)
% Conditional Influence Networks for Optimization - version 6.
% Relational Graph is directed.
%
% This program was written for Matlab. Matlab is a trade mark of MathWorks,Inc.

% DECLARING AND INITIALISING GLOBAL VARIABLES
global initial_flag;
initial_flag = 0;
% DECLARING AND INITIALISING GLOBAL VARIABLES

tic;

% DEBUGGING OPTIONS
IN_DEVELOPMENT = 0;
% DEBUGGING OPTIONS

% PROFILING
% profile on -detail 'builtin'
% PROFILING

% *****
% I - PRE-PROCESSING
% *****

% *****
% 1 - PROCESS INPUT ARGUMENTS
% *****
% 1.1 - task description
% Reference of the function to be optimised
objective_function_n = task(1);
% Number of dimensions of the problem.
Dim_n = task(2);
% get more problem-specific parameters from primary ones
[objective_fun,Dim_n,Domain,unused,Y_optimal,z,unused,unused,unused,unused,...
    initial_population_bias,suite_func_no]= select_object_function(objective_function_n,Dim_n);

% *****
% PSO specific parameter
Vmax = Domain(3,:); % must appear before bounds are put in Domain
% *****

% NOTE [2]
% suppose there are no bounds - other than floating-point number representation - to
% search space. This can be recognized by the condition
%
% search amplitude == Domain(3,d) == realmax, where d is any given dimension.
%
% In that case, Domain would have been adjusted in the calling function to the convex
% space able to contain the whole CURRENT population of solutions.
dim_is_unbounded = Domain(3,:)==realmax;
for d = 1 : Dim_n
    if dim_is_unbounded(d)
        Domain(:,d) = initial_population_bias(:,d);
    end
end

% 1.2 - initialize pseudo-random number generators (involves checking "seed" variable)
% seed : value supplied to initialize the pseudo-random number generator routine.
if isempty(seed)

```



```

    seed = sum(1000*clock);
end
seed;
rand('state',seed);
randn('state',seed);

% 1.3 - check computational effort variables (non-parametric variables)
% maxIt : maximum number of main loop iterations
if isempty(maxIt)
    maxIt = realmax;
end
% maxEval : maximum number of evaluations of the cost function
if isempty(maxEval)
    maxEval = realmax;
end
% maxTime : amount of time available for computation
if isempty(maxTime)
    maxTime = realmax;
end

% 1.4 - parametric variables - defining how search is done
% *****
% 1 - APPRAISAL : condition which defines a relationship between two agents as positive
APPRaisal = options{1};
% 2 - CHANNELS_TRUSTED : information flow,unidirectional or bi-directional
CHANNELS_TRUSTED = options{2};
% 3 - DGR_MAX : maximum number of connections each agent may have
DGR_MAX = options{3};
% 4 - DGR_MIN : minimum in-degree an agent should hold in order to
% make an expressive choice among diferent possible sources (influences).
DGR_MIN = options{4};
% 5 - CLUSTERING_MIN
GROUP_ADJUST_METHOD = options{5};
% 6 - CROSSOVER TYPE
TRIAL_TIME = options{6};
% 7 - CROSSOVER PROBABILITY
GROUP_THRESHOLD = options{7};
% 8 - ELITISM
ELITISM = options{8};
% 9 - EDGE LIFETIME
LINK_LIFETIME = options{9};
LINK_STRENGTH_MIN = 0.1;
LINK_DECAY_RATE = 0.1 ^ (1/LINK_LIFETIME);
L_DECAY_RATE_inverse = 1 / LINK_DECAY_RATE;
L_STRENGTH_MIN_corrected = LINK_STRENGTH_MIN / LINK_DECAY_RATE;
% 10 - MUTATION TYPE
C1 = options{10};
% 11 - MUTATION FREQUENCY. the probability of occuring mutation to any specific agent
C2 = options{11};
% 12 - MUTATION AMPLITUDE
% For real-coded Genetic Algorithms,MUTATION STRENGTH is equal to the standard deviation
% of the Gaussian Mutation,relative to the amplitude of search space,given by Domain(3,;)
STABILITY_TIME = options{12};
% 13 - PAIRING
PAIRING = options{13};
% 14 - POPULATION SIZE
POPULATION = options{14};
Ag_n = POPULATION;
N = POPULATION;
% 15 - BALANCING METHOD
RELAXATION = options{15};
% decompose RELAXATION into its elementary decisions
relType= mod(RELAXATION,10);
relPrecision = (RELAXATION-relType)/10;
% 16 - EDGE POSITIVENESS CONDITION
REWARD = options{16};
% 17 - TYPE of SIMILARITY evaluation
Wi = options{17};
% 18 - SIMILARITY THRESHOLD - for relative methods of defining similar vs. different
Wf = options{18};
% 19 - NODES' INITIAL CONNECTIVITY STATUS

```

```

TOPOLOGY = options{19};

% *****
% 2 - DATA STRUCTURES INITIALISATION
% *****
% 2.1 - initialize internal data structures
%
% A -- Adjency matrix, and the associated agents degree matrix, and PSO atractors
A = zeros(N);
switch TOPOLOGY
case 1 % GBEST (CLIQUE)
    A = ones(N)-eye(N);
case 2 % LBEST (RING)
    A = full/gallery('tridiag',N,1,0,1);
    A(1,N) = 1;
    A(N,1) = 1;
case 3 % WHEEL, with agent #1 as Focal Point
    A = zeros(N);
    A(1,:) = 1;
    A(:,1) = 1;
case 4 % RANDOM
    A = zeros(N);
    for i = 1 : N
        for k = 1 : DGR_MIN
            j = ceil(N*rand(1));
            while j~=i
                j = ceil(N*rand(1));
            end
            A(i,j) = 1;
            A(j,i) = 1;
        end
    end
case 5 % von Neumann neighbourhood SQUARED closed graph
    step = sqrt(N);
    if step~=round(step)
        error('N is not a square number, thus Neumann SQUARE topology cannot be done');
    end
    A = zeros(N);
    for i = 1 : N
        A(i,mod( N+i-2,N)+1) = 1;
        A(i,mod( N+i,N)+1) = 1;
        A(i,mod( N-step+i-1,N)+1) = 1;
        A(i,mod( N+step+i-1,N)+1) = 1;
    end
end
% calculate degrees
inDgree = zeros(N,1);
outDgree = zeros(N,1);
for i = 1 : N
    for j = 1 : N
        if i ~= j
            if A(i,j)~=0
                outDgree(i)= outDgree(i)+1;
                inDgree(j) = inDgree(j)+1;
            end
        end
    end
end
end

% auxiliary variable : is used when picking a agent among others
available = zeros(1,N);
% identify the agents carrying the best solutions - Elite
isElite = zeros(1,POPULATION);% at what last iteration was (is) each agent in the elite?
% P -- evaluation of agents' information exchange performance.
% 0: no exchange; +1: satisfactory exchange; -1: unsatisfactory exchange
P = zeros(1,N);
% Recom -- list of Recommended agents: last Transmitter to help produce a good solution
Recom = zeros(1,N);
% Source -- list of agents who provide information to others.
% Source<0: no exchange =>no source
% Source=0: unstructured tournament. source but no appraisal

```

```

% Source>0: source AND appraisal
Source = zeros(1,N);

% 2.2 - initialize output arguments
% X -- Solutions to the cost minimization problem currently held by agents
if isempty(initial_population_bias)
    X = ones(N,1)*Domain(1,:)+rand(N,Dim_n).*(ones(N,1)*Domain(3,:));
else
    X = ones(N,1)*initial_population_bias(1,:) +...
        rand(N,Dim_n).*(ones(N,1)*initial_population_bias(3,:));
end

% Y -- cost associated to each solution (X).
Y = ones(1,N);
if suite_func_no==0
    for ag = 1 : N
        Y(ag) = feval(objective_fun,X(ag,:));
    end
else
    for ag = 1 : N
        Y(ag) = feval(objective_fun,X(ag,:),suite_func_no);
    end
end

% Evaluation_n -- number of calls to the objective function
Evaluation_n = N;
% Time_spent -- computation time. excluding time to store results or record search
Time_spent = 0;
% identify best solutions of the population. update search all-time best
switch ELITISM
case 0
    [Y_best,ag_best] = min(Y); % first minimum cost value
case 1
    [Y_best,ag_best] = min(Y);
    isElite(ag_best) = 1;
otherwise
    [ranked_Y,ranked_agents] = sort(Y);
    isElite(ranked_agents(1:ELITISM)) = 1;
    Y_best = ranked_Y(1);
    ag_best = ranked_agents(1);
end
X_best = X(ag_best,:);

% initial speed
V = ones(N,1)*Domain(1,:) + rand(N,Dim_n).*(ones(N,1)*Domain(3,:));
% attractors
B = X;
YB = Y;
% inertia
W = Wi*ones(1,N);

% 2.3 - initialize search record storage variables
if nargout>2
    Evaluation_n_history = zeros(maxIt,1);
    Time_spent_history = zeros(maxIt,1);
    Y_history = ones(N,maxIt);
    if nargout>= 6
        SourcesActual_history = int16(zeros(N,maxIt));
        % initialize storage file
        record = strcat('CIN6pso','_',F,num2str(objective_function_n),'D',...
            num2str(Dim_n),'N',num2str(N),'seed',num2str(seed),'.mat');

        save(record,'options','N','Dim_n','ELITISM','LINK_LIFETIME',...
            'LINK_STRENGTH_MIN','maxIt','MUTATION','MUTATION_RATE','MUTATION_STRENGTH',...
            'objective_function_n');
    end
end
% *****
% store iteration 1 data into file and display search state
Y_history(:,1) = YB;
Evaluation_n_history(1) = Evaluation_n;
Time_spent_history(1) = Time_spent;

```

```

if nargout >= 6
    SourcesActual_history(:,1) = int16(1:N);

    var1 = genvarname(['Acq_history' num2str(1)]);
    eval([var1 ' = A;']);
    var2 = genvarname(['X_history' num2str(1)]);
    eval([var2 ' = single(X);']);

    save(record,var1,var2,'-append');
    clear(var1);
    clear(var2);
end
% *****
end

% *****
% 3 - INITIALISATION OF GRAPHIC MONITORING OF AGENTS' DISTRIBUTION AND CONNECTIVITY
% *****
if IN_DEVELOPMENT ~ = 0
    monitor_figure_n = figure;
    Hsv236 = hsv(236);
    colormap(Hsv236);
    Colors = Hsv236(mod((1:N) * max(1,floor(236/N)),236)+1,:);
    scatter(X(:,1),X(:,2),4,Colors,'filled');
    axis([Domain(1,1),Domain(2,1),Domain(1,2),Domain(2,2)]);
    hold off;
    % scatter3(X(:,1),X(:,2),X(:,3),4,Colors,'filled');
end

% *****
% II - MAIN CYCLE
% *****
iter = 2;

for main_loop_iter = 1 : maxIt

    P = P*0; % reset all appraisal
    YB_old = YB; % duplicate matrix

    % *****
    % 1 - GUARANTEE CONNECTIVITY
    % *****
    call_sequence = randperm(N); % define random sequence of calls

    for ordinal = 1 : N
        ag = call_sequence(ordinal); % call next agent
        if inDgree(ag) < DGR_MIN
            choices_n = 0;
            for j = 1 : N
                if outDgree(j) < DGR_MAX && A(j,ag) == 0 && j ~= ag
                    choices_n = choices_n + 1;
                    available(choices_n) = j;
                end
            end
            if choices_n > 0
                % select randomly a new link
                new = available(ceil(rand(1)*choices_n));
                % in order to be accepted, must be better than "ag".
                if YB(new) < YB(ag)
                    % add edge
                    A(new,ag) = +1;
                    % update degree matrix
                    outDgree(new) = outDgree(new) + 1;
                    inDgree(ag) = inDgree(ag) + 1;
                end
            end
        end
    end
end
% *****

```

```

% 2 - GENERATE NEW SOLUTIONS
% *****
% 2.1 - select partners
% *****
for ag = 1 : N
    if isElite(ag)
        Source(ag) = ag;
    else
        switch CHANNELS_TRUSTED
            case 1 % only positive edges may transmit information
                choices_n = 0;
                for j = 1 : N
                    if A(j,ag)>0
                        choices_n = choices_n+1;
                        available(choices_n) = j;
                    end
                end
            case 2 % negative edges may be used if no positive edges exist
                choices_n = 0;
                for j = 1 : N
                    if A(j,ag)>0
                        choices_n = choices_n+1;
                        available(choices_n) = j;
                    end
                end
                if choices_n==0
                    for j = 1 : N
                        if A(j,ag)<0
                            choices_n = choices_n+1;
                            available(choices_n) = j;
                        end
                    end
                end
            case 3 % no distinction is made between negative and positive edges
                choices_n = 0;
                for j = 1 : N
                    if A(j,ag)~=0
                        choices_n = choices_n+1;
                        available(choices_n) = j;
                    end
                end
            end
        end
        if choices_n==0
            Source(ag) = ag;
        else
            switch PAIRING
                case 1 % random pairing
                    Source(ag) = available(ceil(rand(1)*choices_n));
                case 2 % local tournament
                    competitors = available(randperm(choices_n));
                    [unused,index] = min(YB(competitors(1:min(DGR_MIN,choices_n))));
                    Source(ag) = competitors(index);
                case 3 % select best solution
                    [unused,index] = min(YB(available(1:choices_n)));
                    Source(ag) = available(index);
                end
            end
        end
    end
end

% 2.2 - setup information exchange between partners via attractor sharing
% *****
% update Topology-Dependent Inertia (identified by a negative Ts)
if STABILITY_TIME < 0
    if Wi > Wf
        for i = 1 : N
            W(i) = Wf + nnz(A(i,:)>0)/DGR_MAX*(Wi-Wf);
        end
    else % Wi < Wf
        for i = 1 : N
            W(i) = Wf - nnz(A(i,:)>0)/DGR_MAX*(Wf-Wi);
        end
    end
end

```

```

        end
    end
end

for tt = 1 : TRIAL_TIME
    % update group attractors G
    G = B(Source,:);
    % update Time-Dependent Inertia (identified by a positive Ts)
    if iter <= STABILITY_TIME && Wf ~ = Wi
        W = (Wi + (Wf-Wi)*(iter-1)/(STABILITY_TIME-1)) * ones(1,N);
    end
    % *****
    % GENERATE NEW POSITIONS
    % *****
    for ag = 1 : N
        % calculate speed
        V(ag,:) = W(i)*V(ag,:) + C1*rand(1,Dim_n).*(B(ag,:)-X(ag,:)) + ...
            C2*rand(1,Dim_n).*(G(ag,:)-X(ag,:));

        for d = 1 : Dim_n
            % check speed limits
            if V(ag,d)>Vmax(d) && dim_is_unbounded(d)==0
                V(ag,d) = Vmax(d);
            elseif V(ag,d)<-Vmax(d) && dim_is_unbounded(d)==0
                V(ag,d) = -Vmax(d);
            end
            % calculate new position
            xd = X(ag,d) + V(ag,d);
            % check boundaries
            if Domain(1,d)<=xd && Domain(2,d)>=xd && dim_is_unbounded(d)==0
                X(ag,d) = xd;
            else
                V(ag,d) = 0;
            end
        end
        % *****
        % evaluation of new solution
        % *****
        if suite_func_no==0
            Y(ag) = feval(objective_fun,X(ag,:));
        else
            Y(ag) = feval(objective_fun,X(ag,:),suite_func_no);
        end
        Evaluation_n = Evaluation_n+1;
        if Evaluation_n==maxEval
            break
        end
        % update local and global attractors and minimum
        if Y(ag)<YB(ag)
            % update particle best attractor
            YB(ag) = Y(ag);
            B(ag,:) = X(ag,:);
            % check if there is a new global minimum
            if YB(ag) < Y_best
                % update global minimum
                Y_best = YB(ag);
                X_best = B(ag,:);
            end
        end
    end
end
% *****
% *****
% 4 - SEARCH INTERMISSION: STORE ITERATION DATA INTO FILE and DISPLAY SEARCH STATE
% *****
% update and stop computation time
Time_spent = Time_spent+toc;
% log search state WHILE TIME COUNTING IS OFF
if nargin>2
    Y_history(:,iter) = YB;
    Evaluation_n_history(iter) = Evaluation_n;
    Time_spent_history(iter) = Time_spent;
end

```

```

if nargout >= 6
    SourcesActual_history(:,iter) = int16(Source);

    var1 = genvarname(['Acq_history' num2str(iter)]);
    eval([var1 ' = A;']);
    var2 = genvarname(['X_history' num2str(iter)]);
    eval([var2 ' = single(X);']);

    save(record,var1,var2,'-append');
    clear(var1);
    clear(var2);
end
end
% DISPLAY SEARCH CURRENT STATE
if IN_DEVELOPMENT
    figure(monitor_figure_n);
    scatter(X(:,1),X(:,2),4,Colors,'filled');
    axis([Domain(1,1),Domain(2,1),Domain(1,2),Domain(2,2)]);
end
% resume time counting
tic;
% *****
% *****
% STOP SEARCH IF TERMINATION CONDITIONS ARE MET
if (Y_best-Y_optimal)<z
    break
end
% UPDATE iter
if iter < maxIt
    iter = iter + 1;
else
    break
end
end

% 3 - EVALUATE AND MODIFY SIMPLE RELATIONS BASED ON INFORMATION EXCHANGE RESULTS
% *****
% 3.1 - evaluation of activated edges: A(Source(n),n)
% *****
for ag = 1 : N
    pair = Source(ag);

    if pair~=ag
        P(ag) = -1; % appraisal of information exchange is negative by default

        switch APPRAISAL
            case 1 % yN<yR
                if YB(ag)<YB_old(ag)
                    P(ag) = +1;
                end
            case 2 % yN<yT
                if YB(ag)<YB_old(pair)
                    P(ag) = +1;
                end
            case 3 % yN<{yR,yT}
                if YB(ag)<YB_old(ag) && YB(ag)<YB_old(pair)
                    P(ag) = +1;
                end
            case 4 % yN<{yR,yV}
                if YB(ag)<YB_old(ag) && YB(ag)<min(YB_old(A(i,:),~=0))
                    P(ag) = +1;
                end
            case 5 % yN<yR XOR yN<yT, reward MINIMUM GAIN with NON-MONOTONOCITY.
                if xor(YB(ag)<YB_old(ag),YB(ag)<YB_old(pair))
                    P(ag) = +1;
                end
            case 6 % yN<{yR,yT} OR yN>{yR,yT} reward NON-MONOTONOCITY
                if (YB(ag)<YB_old(ag) && YB(ag)<YB_old(pair)) || ...
                    (YB(ag)>YB_old(ag) && YB(ag)>YB_old(pair))
                    P(ag) = +1;
                end
        end
    end
end

```

```

end
case 7 % yN < mean(YB(R's positive channels + Source))
channels = [find(A(:,ag)>0);pair];
if YB(ag) < mean( YB_old(channels) )
P(ag) = +1;
end
case 8 % yN < PERCENTILE33(YB(R's positive channels + Source));
channels = [find(A(:,ag)>0);pair];
if YB(ag) < prctile( YB_old(channels),33 )
P(ag) = +1;
end
end
end
end

% Suppose you use the 7th measure of APPRAISAL. Since depends on the connections of
% "ag", it would be affected by edges' signum switch, or RECOMMENDATION.
% Therefore we need to start a new loop.

% 3.2 - modify graph
% *****
call_sequence = randperm(N); % define random sequence of calls

for ordinal = 1 : N
ag = call_sequence(ordinal); % call next agent
pair = Source(ag);

if pair~=ag
% 3.2.1 - modification of existing edges
% *****
switch REWARD
case -3
if P(ag)==+1
A(pair,ag) = +1;
elseif P(ag)==-1
A(pair,ag) = -1;
end
case -2
if P(ag)==+1
A(pair,ag) = abs(A(pair,ag)) * L_DECAY_RATE_inverse;
elseif P(ag)==-1
A(pair,ag) = - abs(A(pair,ag)) * LINK_DECAY_RATE;
end
case -1
if P(ag)==+1
A(pair,ag) = abs(A(pair,ag));
elseif P(ag)==-1
A(pair,ag) = - abs(A(pair,ag));
end
case 1
if P(ag)==+1
A(pair,ag) = abs(A(pair,ag));
end
case 2
if P(ag)==+1
A(pair,ag) = abs(A(pair,ag)) * L_DECAY_RATE_inverse;
end
case 3
if P(ag)==+1
A(pair,ag) = +1;
end
end

% 3.2.2 - create new, or re-evaluate old, edges through Recommendation
% *****
rec = Recom(pair);
if P(ag)==+1 && rec>0 && rec~=ag
if A(rec,ag)==0 && outDgree(rec)<DGR_MAX && inDgree(ag)<DGR_MAX
% signal the creation of a positive edge between AG and PAIR's latest contributor.
% provided that neither ag nor recom(pair) have reached maximum allowed degree
% update degree matrix
outDgree(rec) = outDgree(rec)+1;

```



```

        inDgree(ag) = inDgree(ag)+1;
    end
    % in any case, put edge to maximum strength
    A(rec,ag) = +1;
end
% Prepare future recommendations: update AG's last contributor
Recom(ag) = pair;
end
end

% UPDATE DOMAIN - in case solutions to problem are unbounded
if any(dim_is_unbounded)
    Domain(1,dim_is_unbounded) = min(X(:,dim_is_unbounded));
    Domain(2,dim_is_unbounded) = min(X(:,dim_is_unbounded));
    Domain(3,dim_is_unbounded) = Domain(2,dim_is_unbounded)-Domain(1,dim_is_unbounded);
end

% *****
% 5 - VERIFY IF PROGRAMME TERMINATION CONDITIONS HAVE BEEN REACHED. if true go to III
% *****
% determine who are the agents carrying the best solutions in the population
switch ELITISM
case 0
    [min_pop,best_pop] = min(YB); % first minimum cost value
case 1
    [min_pop,best_pop] = min(YB);
isElite = isElite*0;
    isElite(best_pop) = 1;
otherwise
    [ranked_Y,ranked_agents] = sort(YB);
isElite = isElite*0;
    isElite(ranked_agents(1:ELITISM)) = 1;

    min_pop = ranked_Y(1);
    best_pop = ranked_agents(1);
end
% check for new minimum
if min_pop < Y_best
    Y_best = min_pop;
    X_best = X(best_pop,:);
end

% STOP SEARCH IF TERMINATION CONDITIONS ARE MET
if (Y_best-Y_optimal) < z
%     fprintf('found SATISFACTORY solution at iteration %d.',iter);
    break
elseif iter >= maxIt || Evaluation_n >= maxEval || Time_spent >= maxTime
%     fprintf('computational resources exhausted at iteration %d.',iter);
    break
end

% *****
% 6 - BALANCE COMPOUND RELATIONS
% *****

%
% We consider directed triads where node "person" has 2 in-links coming from "Other"
% and "XIS", and node "OTHER" has an edge coming from "XIS".
%
%      o
%      7 |
%      / |
%      / |
%      / v
% x---->p
%
node_rnd_order = randperm(N);

switch relType
case 1 % HEIDERIAN balance
    for ordinal = 1 : N
        % micro-balance flag starts off

```

```

balancing_is_done = 0;

p = node_rnd_order(ordinal);
% other nodes of triad are neighbours of "a"
neigh_n = 0;
for o = 1 : N
    if (A(o,p)>=LINK_STRENGTH_MIN || A(o,p)<=-LINK_STRENGTH_MIN) && o~=p
        neigh_n = neigh_n+1;
        available(neigh_n) = o;
    end
end
% randomly order neighbours
neigh = available(randperm(neigh_n));
% find one single triad that must be changed
for n = 1 : neigh_n
    % check if balance has already occurred. stop if so
    if balancing_is_done
        break
    end

    o = neigh(n);
    for j = 1 : neigh_n
        x = neigh(j);
        % define O-P relation evaluation
        if relPrecision > 1
            if A(o,p)>=LINK_STRENGTH_MIN
                OP_eval = +1;
            else
                OP_eval = -1;
            end
            for third = 1 : neigh_n
                if A(o,third)>=LINK_STRENGTH_MIN && third~=o
                    OP_eval = OP_eval + 1;
                elseif A(o,third)<=-LINK_STRENGTH_MIN && third~=o
                    OP_eval = OP_eval - 1;
                end
            end
        else
            OP_eval = A(o,p);
        end
        % check if nodes form an unbalanced triad
        if A(x,o)*OP_eval*A(x,p) < 0
            % switch edge sign
            A(x,p) = - A(x,p);
            % micro-balance flag is set on
            balancing_is_done = 1;
            break
        end
    end
end
end
end

case 2 % DAVIS equilibrium condition
for ordinal = 1 : N
    % micro-balance flag starts off
    balancing_is_done = 0;

    p = node_rnd_order(ordinal);
    % other nodes of triad are neighbours of "a"
    neigh_n = 0;
    for o = 1 : N
        if (A(o,p)>=LINK_STRENGTH_MIN || A(o,p)<=-LINK_STRENGTH_MIN) && o~=p
            neigh_n = neigh_n+1;
            available(neigh_n) = o;
        end
    end
    % randomly order neighbours
    neigh = available(randperm(neigh_n));
    % find one single triad that must be changed
    for n = 1 : neigh_n
        % check if balance has already occurred. stop if so

```

```

if balancing_is_done
    break
end

o = neigh(n);
for j = 1 : neigh_n
    x = neigh(j);
    % define O-P relation evaluation
    if relPrecision > 1
        if A(o,p)>=LINK_STRENGTH_MIN
            OP_eval = +1;
        else
            OP_eval = -1;
        end
        for third = 1 : neigh_n
            if A(o,third)>=LINK_STRENGTH_MIN && third~=o
                OP_eval = OP_eval + 1;
            elseif A(o,third)<=-LINK_STRENGTH_MIN && third~=o
                OP_eval = OP_eval - 1;
            end
        end
    else
        OP_eval = A(o,p);
    end
    % check if nodes form an unbalanced triad
    % | (o,p) * (x,o) | | OLD(x,p) | | NEW (x,p) : decision description
    % |-----| |-----| |-----|
    % | + | + | | + | | + | :
    % | + | + | | - | | + | : -> positive
    % | + | - | | + | | - | : -> negative
    % | + | - | | - | | - | :
    % | - | + | | + | | - | : -> negative
    % | - | + | | - | | - | :
    % | - | - | | + | | + | :
    % | - | - | | - | | - | :
    if OP_eval >= LINK_STRENGTH_MIN
        if (A(x,o)>=LINK_STRENGTH_MIN && A(x,p)<=-LINK_STRENGTH_MIN) || ...
            (A(x,o)<=-LINK_STRENGTH_MIN && A(x,p)>=LINK_STRENGTH_MIN)
            % switch edge sign
            A(x,p) = - A(x,p);
            % micro-balance flag is set on
            balancing_is_done = 1;
            break
        end
    elseif OP_eval <= -LINK_STRENGTH_MIN && A(o,x)>=LINK_STRENGTH_MIN &&...
        A(x,p)>=LINK_STRENGTH_MIN
        % switch edge sign
        A(x,p) = - A(x,p);
        % micro-balance flag is set on
        balancing_is_done = 1;
        break
    end
end
end
end

case 3 % MOST LIKELY SINGLE CHANGE equilibrium condition
for ordinal = 1 : N
    % micro-balance flag starts off
    balancing_is_done = 0;

    p = node_rnd_order(ordinal);
    % other nodes of triad are neighbours of "a"
    neigh_n = 0;
    for o = 1 : N
        if (A(o,p)>=LINK_STRENGTH_MIN || A(o,p)<=-LINK_STRENGTH_MIN) && o~=p
            neigh_n = neigh_n+1;
            available(neigh_n) = o;
        end
    end
    % randomly order neighbours

```

```

neigh = available(randperm(neigh_n));
% find one single triad that must be changed
for n = 1 : neigh_n
    % check if balance has already occurred. stop if so
    if balancing_is_done
        break
    end

    o = neigh(n);
    for j = 1 : neigh_n
        x = neigh(j);
        % define O-P relation evaluation
        if relPrecision > 1
            if A(o,p) >= LINK_STRENGTH_MIN
                OP_eval = +1;
            else
                OP_eval = -1;
            end
            for third = 1 : neigh_n
                if A(o,third) >= LINK_STRENGTH_MIN && third ~= o
                    OP_eval = OP_eval + 1;
                elseif A(o,third) <= -LINK_STRENGTH_MIN && third ~= o
                    OP_eval = OP_eval - 1;
                end
            end
        else
            OP_eval = A(o,p);
        end
        % check if nodes form an unbalanced triad
        % | (o,p) * (x,o) | | OLD(x,p) | | NEW (x,p) : decision description
        % |-----| |-----| |-----| :-----
        % | + | + | | + | | + | :
        % | + | + | | - | | + | : -> positive
        % | + | - | | + | | + | :
        % | + | - | | - | | - | :
        % | - | + | | + | | + | :
        % | - | + | | - | | - | :
        % | - | - | | + | | + | :
        % | - | - | | - | | - | :
        if OP_eval >= LINK_STRENGTH_MIN && (A(x,o) >= LINK_STRENGTH_MIN &&...
            A(x,p) <= -LINK_STRENGTH_MIN)
            % switch edge sign
            A(x,p) = abs( A(x,p) );
            % micro-balance flag is set on
            balancing_is_done = 1;
            break
        end
    end
end
end
end

case 4 % CONDITIONAL INFLUENCE equilibrium condition
for ordinal = 1 : N
    % micro-balance flag starts off
    balancing_is_done = 0;

    p = node_rnd_order(ordinal);
    % other nodes of triad are neighbours of "a"
    neigh_n = 0;
    for o = 1 : N
        if (A(o,p) >= LINK_STRENGTH_MIN || A(o,p) <= -LINK_STRENGTH_MIN) && o ~= p
            neigh_n = neigh_n + 1;
            available(neigh_n) = o;
        end
    end
    % randomly order neighbours
    neigh = available(randperm(neigh_n));
    % find one single triad that must be changed
    for n = 1 : neigh_n
        % check if balance has already occurred. stop if so
        if balancing_is_done

```

```

        break
    end

    o = neigh(n);
    for j = 1 : neigh_n
        x = neigh(j);
        % define O-P relation evaluation
        if relPrecision > 1
            if A(o,p)>=LINK_STRENGTH_MIN
                OP_eval = +1;
            else
                OP_eval = -1;
            end
            for third = 1 : neigh_n
                if A(o,third)>=LINK_STRENGTH_MIN && third~=o
                    OP_eval = OP_eval + 1;
                elseif A(o,third)<=-LINK_STRENGTH_MIN && third~=o
                    OP_eval = OP_eval - 1;
                end
            end
        else
            OP_eval = A(o,p);
        end
        % check if nodes form an unbalanced triad
        % | (o,p) * (x,o) | | OLD(x,p) | | NEW (x,p) : decision description
        % |-----| |-----| |-----| :-----
        % | + | + | | + | | + | :
        % | + | + | | - | | + | : -> positive
        % | + | - | | + | | - | : -> negative (in spite of pre. indication)
        % | + | - | | - | | - | :
        % | - | + | | + | | + | :
        % | - | + | | - | | - | :
        % | - | - | | + | | + | :
        % | - | - | | - | | - | :
        if OP_eval >= LINK_STRENGTH_MIN
            if (A(x,o)>=LINK_STRENGTH_MIN && A(x,p)<=-LINK_STRENGTH_MIN) || ...
                (A(x,o)<=-LINK_STRENGTH_MIN && A(x,p)>=LINK_STRENGTH_MIN)
                % switch edge sign
                A(x,p) = - A(x,p);
                % micro-balance flag is set on
                balancing_is_done = 1;
                break
            end
        end
    end
end
end
end
end
end

% *****
% 7 - ADJUST GROUPS
% *****
if GROUP_ADJUST_METHOD~=0 && mod(main_loop_iter,LINK_LIFETIME)==0
    pop_seq = randperm(N);

    switch GROUP_ADJUST_METHOD
    case 1 % DIRECT NEIGHBOURHOOD CONSULTATION
        for pop = 1 : N
            ag = pop_seq(pop);
            % get advisory commitee
            neigh = find(A(:,ag)>=LINK_STRENGTH_MIN);
            neigh_n = length(neigh);
            % find who is in and who is out
            candidates = zeros(1,N);
            for i = 1 : N
                for voter = 1 : neigh_n
                    if A(i,neigh(voter)) >= LINK_STRENGTH_MIN
                        candidates(i) = candidates(i) + 1;
                    elseif A(i,neigh(voter)) <= -LINK_STRENGTH_MIN
                        candidates(i) = candidates(i) - 1;
                    end
                end
            end
        end
    end
end

```

```

end
end
outsiders = find(candidates<GROUP_THRESHOLD);
insiders = find(candidates>GROUP_THRESHOLD);

% deselect an unpleasant outsider
unliked_outs = outsiders( A(outsiders,ag) <= -LINK_STRENGTH_MIN );
unl_outs_n = length(unliked_outs);
if unl_outs_n > 0
    % eliminate
    target = unliked_outs(ceil(rand(1)*unl_outs_n));
    A(target,ag) = 0;
    inDgree(ag) = inDgree(ag)-1;
    outDgree(target) = outDgree(target)-1;
end

% select an insider who is not yet a direct acquaintance
if inDgree(ag)<DGR_MAX
    unrelie_d_ins = insiders( A(insiders,ag) < LINK_STRENGTH_MIN );
    if ~isempty(unrelie_d_ins)
        unmet_ins = unrelie_d_ins( A(unrelie_d_ins,ag) > -LINK_STRENGTH_MIN & ...
            outDgree(unrelie_d_ins)<DGR_MAX );
        unm_ins_n = length(unmet_ins);
        if unm_ins_n > 0
            % create
            target = unmet_ins(ceil(rand(1)*unm_ins_n));
            A(target,ag) = +1;
            inDgree(ag) = inDgree(ag)+1;
            outDgree(target) = outDgree(target)+1;
        end
    end
end
end
end

case {2,3} % use SONE or CI-SONE algorithms
if GROUP_ADJUST_METHOD==2
    partition = sone(A);
elseif GROUP_ADJUST_METHOD==3
    partition = ci_sone(A);
end
for pop = 1 : N
    ag = pop_seq(pop);
    % find who is in and who is out
    outsiders = find( partition ~= partition(ag) );
    insiders = find( partition == partition(ag) );

    % deselect an unpleasant outsider
    unliked_outs = outsiders( A(outsiders,ag) <= -LINK_STRENGTH_MIN );
    unl_outs_n = length(unliked_outs);
    if unl_outs_n > 0
        % eliminate
        target = unliked_outs(ceil(rand(1)*unl_outs_n));
        A(target,ag) = 0;
        inDgree(ag) = inDgree(ag)-1;
        outDgree(target) = outDgree(target)-1;
    end

    % select an insider who is not yet a direct acquaintance
    if inDgree(ag)<DGR_MAX
        unrelie_d_ins = insiders( A(insiders,ag) < LINK_STRENGTH_MIN );
        if ~isempty(unrelie_d_ins)
            unmet_ins = unrelie_d_ins( A(unrelie_d_ins,ag) > -LINK_STRENGTH_MIN & ...
                outDgree(unrelie_d_ins)<DGR_MAX );
            unm_ins_n = length(unmet_ins);
            if unm_ins_n > 0
                % create
                target = unmet_ins(ceil(rand(1)*unm_ins_n));
                A(target,ag) = +1;
                inDgree(ag) = inDgree(ag)+1;
                outDgree(target) = outDgree(target)+1;
            end
        end
    end
end

```

```

        end
    end
end
end
end

% *****
% 8 - MEMORY LOSS
% *****
for i = 1 : N
    for j = 1 : N
        current = A(i,j);

        if current < L_STRENGTH_MIN_corrected && current > -L_STRENGTH_MIN_corrected
            % eliminate edges who would fall below the strength threshold |0.1|, after
            % weakening
            A(i,j) = 0;
            % update degree counters
            outDgree(i) = outDgree(i)-1;
            inDgree(j) = inDgree(j)-1;
        else % Weaken links
            A(i,j) = current * LINK_DECAY_RATE;
        end
    end
end

end % end of main cycle

% *****
% III - BEFORE TERMINATION
% *****

% *****
% 1 - CLOSE SEARCH RECORD
% *****
if nargout > 2
    % cut unused part of matrices
    Y_history(:,iter+1:maxIt) = [];
    Evaluation_n_history(iter+1:maxIt) = [];
    Time_spent_history(iter+1:maxIt) = [];
    % reduce floating-point precision of termination conditions
    Y_history = single(Y_history);
    Evaluation_n_history = single(Evaluation_n_history);
    Time_spent_history = single(Time_spent_history);

    % close MORE COMPREHENSIVE STORAGE
    if nargout >= 6
        SourcesActual_history(:,iter+1:maxIt) = [];
        if iter < maxIt
            maxIt = iter;
        end
        % store vectors
        save(record, 'append', 'Y_history', 'SourcesActual_history', ...
            'maxIt', 'Evaluation_n_history', 'Time_spent_history');
    end
end

% close monitoring graphics
if IN_DEVELOPMENT
    close(monitor_figure_n);
end

% % output to screen
% fprintf('\n Y_best %G\n relative_error %G\n Time_spent %G\n Evaluation_n %G \n', ...
%     Y_best, (Y_best - Y_optimal) / z, Time_spent, Evaluation_n);

% PROFILING
% profsave(profile('info'), profiler_results);
% profile off
% PROFILING

```


ANEXO III – PROGRAMA QUE IMPLEMENTA O ALGORITMO CI-SONE

```
FUNCTION [ PARTITION, CONVERGENCE_STATUS, S4 ] = CL_SONE_2( S4, W1POZ, W2POZ, W1NEG, W2NEG,  
TMAX, SEED )  
% Conditional Influence - Self-Organising Network Evolving model - CI-SONE -, for  
% DELIMITATION of COMMUNITIES  
%  
% This program was written for Matlab. Matlab is a trade mark of MathWorks, Inc.  
  
%% PROFILING  
% profile on -detail mmex  
  
%% INICIALIZAÇÃO  
N = length(S4);  
for i = 1 : N  
    S4(i,i) = 0;  
end  
  
if nargin < 2  
    w1poz = 0.2;  
end  
if nargin < 3  
    w2poz = 0.2;  
end  
if nargin < 4  
    w1neg = 0.2;  
end  
if nargin < 5  
    w2neg = 0.2;  
end  
if nargin < 6  
    tmax = 200;  
end  
if nargin < 7  
    seed = sum(1000*clock);  
end  
rand('state',seed);  
  
% variáveis usadas no passo 1  
Gplus = cell(1,N);  
Gminus = cell(1,N);  
Gall = cell(1,N);  
  
Vicinity = cell(1,N);  
Vicinity_sz = zeros(1,N);  
Viz_plus = cell(1,N);  
Viz_plus_sz = zeros(1,N);  
  
convergence_status = 0; % variável usada na sub-rotina de saída  
  
%% ciclo principal  
for t = 1 : tmax  
    % INICIAR O CICLO de produção de uma nova matriz S4  
    A = S4;  
  
    %% CALCULAR SEMELHANÇAS ESTRUTURAIS  
    % determinar vizinhanças  
    for i = 1 : N  
        poz = find(A(i,:)>0);  
        neg = find(A(i,:)<0);  
        Gplus{i} = [poz,i];  
        Gminus{i} = [neg,i];  
        Gall{i} = [poz,neg,i];  
    end  
end
```

end

% calcular coeficientes de semelhança estrutural. ou seja, seleccionar conselheiros.

S = zeros(N);

for i = 1 : N

for j = 1 : N

if A(i,j)~=0

denominator_left = sum(abs(A(i,Gall{i})));

denominator_right = sum(abs(A(j,Gall{j})));

gi = Gplus{i};

gj = Gplus{j};

gi_sz = length(gi);

gj_sz = length(gj);

Gplus_both = zeros(1,N);

gb_sz = 0;

for k = 1 : gi_sz

tst = gi(k);

for m = 1 : gj_sz

if gj(m)==tst

gb_sz = gb_sz + 1;

Gplus_both(gb_sz) = tst;

break

end

end

end

Gplus_both(gb_sz+1:end) = [];

gi = Gminus{i};

gj = Gminus{j};

gi_sz = length(gi);

gj_sz = length(gj);

Gminus_both = zeros(1,N);

gb_sz = 0;

for k = 1 : gi_sz

tst = gi(k);

for m = 1 : gj_sz

if gj(m)==tst

gb_sz = gb_sz + 1;

Gminus_both(gb_sz) = tst;

break

end

end

end

Gminus_both(gb_sz+1:end) = [];

numerator_left = sum(A(i,Gplus_both)) - sum(A(i,Gminus_both));

numerator_right = sum(A(j,Gplus_both)) - sum(A(j,Gminus_both));

S(i,j) = sign(A(i,j)) * numerator_left*numerator_right / (denominator_left*denominator_right);

end

end

end

%% REDEFINIR VIZINHANÇAS

S2 = S;

for i = 1 : N

% calcular média, desvio-padrão e limiar para ligações positivas

viz_pos = find(S(i,:)>0);

viz_pos_sz = length(viz_pos);

if viz_pos_sz == 0

fpoz = 0;

else

avg_pos = sum(S(i,viz_pos)) / viz_pos_sz;

diff = S(i,viz_pos) - (avg_pos * ones(1,viz_pos_sz));

stddev_pos = sqrt(sum(diff.*diff) / viz_pos_sz);

fpoz = w1poz*(avg_pos + w2poz*stddev_pos);

end

```

% calcular média, desvio-padrão e limiar para ligações negativas
viz_neg = find( S(i,:)<0);
viz_neg_sz = length(viz_neg);

if viz_neg_sz == 0
    fneg = 0;
else
    avg_neg = sum( S(i,viz_neg) ) / viz_neg_sz;
    diff = S(i,viz_neg) - ( avg_neg * ones(1,viz_neg_sz) );
    stddev_neg = sqrt( sum( diff.*diff ) / viz_neg_sz );
    fneg = w1neg*( avg_neg - w2neg*stddev_neg ); % <--- necessário porque stddev_neg E' POSITIVO
end

% podar as ligações abaixo do limiar de força
for j = 1 : N
    if S(i,j) < fpoz && S(i,j) > -fneg
        S2(i,j) = 0;
    end
end
end

%% ESTABELEECER NOVAS LIGAÇÕES
% para evitar a actualização assíncrona de S, produz-se uma sua cópia
S3 = S2;

% determinar as vizinhanças POSITIVAS OU NEGATIVAS a partir de S
for i = 1 : N
    Vicinity{i} = find( S2(i,:) );
    Vicinity_sz(i) = length( Vicinity{i} );
    Viz_plus{i} = find( S2(i,:)>0 );
    Viz_plus_sz(i) = length( Viz_plus{i} );
end

% definir uma ordem aleatória de chamada dos nós
rnd_ordr = randperm(N);

% expandir (provisoriamente) a vizinhança de cada nó
for ordinal = 1 : N
    i = rnd_ordr(ordinal);
    if Viz_plus_sz(i)>0
        % experimentar expandir
        % seleccionar ao acaso uma ligação positiva de S que sai de i
        j = Viz_plus{i}( ceil(rand(1)*Viz_plus_sz(i)) );
        % determinar o valor mais significativo atribuível à sequência
        % de duas arestas NAO-IMPORTA-SE-A-SEGUNDA-E'-POSITIVA i->j->k
        for ord = 1 : Vicinity_sz(i)
            k = Vicinity{i}(ord);
            val = S2(i,j)*S2(j,k);
            if abs(val) > abs(S3(i,k)) && k ~= i
                S3(i,k) = val;
            end
        end
    end

    % eliminar as tentativas de expansão falhadas
    % primeiro, determinar critério de poda com base em S3

    % calcular média, desvio-padrão e limiar para ligações positivas
    viz_pos = find( S3(i,:)>0);
    viz_pos_sz = length(viz_pos);

    if viz_pos_sz == 0
        fpoz = 0;
    else
        avg_pos = sum( S3(i,viz_pos) ) / viz_pos_sz;
        diff = S3(i,viz_pos) - ( avg_pos * ones(1,viz_pos_sz) );
        stddev_pos = sqrt( sum( diff.*diff ) / viz_pos_sz );
        fpoz = w1poz*( avg_pos + w2poz*stddev_pos );
    end

    % calcular média, desvio-padrão e limiar para ligações negativas
    viz_neg = find( S3(i,:)<0);

```

```

viz_neg_sz = length(viz_neg);

if viz_neg_sz == 0
    fneg = 0;
else
    avg_neg = sum( S3(i,viz_neg) ) / viz_neg_sz;
    diff = S3(i,viz_neg) - ( avg_neg * ones(1,viz_neg_sz) );
    stddev_neg = sqrt( sum( diff.*diff ) / viz_neg_sz );
    fneg = w1neg*( avg_neg - w2neg*stddev_neg); % <--- necessário porque stddev_neg E' POSITIVO
end

% podar as ligações abaixo do limiar de força
for j = 1 : N
    if S3(i,j) < fpoz && S3(i,j) > -fneg
        S3(i,j) = 0;
    end
end
end
end

%% TORNAR matriz S SIMÉTRICA
S4 = 0.5*(S3 + S3');

% verificar condições de fecho
if isequal(S4,A)
    convergence_status = 1;
    break
end
end

%% saída
if convergence_status == 0
    fprintf(' CI-SONE-2: Convergence unsuccessful after %d iterations, therefore vestigial matrix elements are removed!\n',tmax);
    threshold = 0.01*mean( abs(nonzeros(S4)) );
    S4( abs(S4)<threshold ) = 0;
else
    fprintf(' CI-SONE-2: Convergence SUCCESSFUL after %d iterations!\n',t);
end

partition = zeros(1,N);
groups_n = 0;
for i = 1 : N
    if partition(i)==0
        groups_n = groups_n + 1;
        partition(i) = groups_n;
        for j = i+1 : N
            if partition(j)==0 && S4(i,j)>0
                partition(j) = groups_n;
            end
        end
    end
end
end

%% PROFILING
% profile viewer
% p = profile('info');
% save profiler_results p
% profile off

```

ANEXO IV – PROGRAMA QUE FORNECE DADOS AOS ALGORITMOS DE PARTIÇÃO DE REDES

```

% function [ Adjency, standard_partition, node_labels ] = graph_partition_task( number )
% get one out a list of examples

node_labels = [];

if nargin == 0
    number = 1;
end

switch number
% TOY PROBLEMS FOR DEBUGGING
case 1
    Adjency = [ ...
        0 1 0 1 0 0;
        1 0 1 1 0 0;
        0 1 0 0 1 1;
        1 1 0 0 0 0;
        0 0 1 0 0 1;
        0 0 1 0 1 0;
    ];
    standard_partition = [ 1 1 2 1 2 2 ];
case 2
    Adjency = [ ...
        0 1 0 1 0 0 1;
        1 0 1 1 0 0 0;
        0 1 0 0 1 1 0;
        1 1 0 0 0 0 0;
        0 0 1 0 0 1 0;
        0 0 1 0 1 0 1;
        1 0 0 0 0 1 0;
    ];
    standard_partition = [ 1 1 2 1 2 2 1 ];
case 3
    Adjency = [ ...
        % A B C D E F G
        0 1 1 0 0 0 0;% A
        1 0 0 1 0 0 0;% B
        1 0 0 1 1 0 0;% C
        0 1 1 0 0 1 0;% D
        0 0 1 0 0 1 1;% E
        0 0 0 1 1 0 0;% F
        0 0 0 0 1 0 0;% G
    ];
    standard_partition = [ 1 1 1 1 1 1 1 ];
case 4
    Adjency = [ ...
        % A B C D E F G
        0 1 1 0 0 1 0;% A
        1 0 1 1 0 1 0;% B
        1 1 0 1 1 0 0;% C
        0 1 1 0 1 1 0;% D
        0 0 1 1 0 0 0;% E
        1 1 0 1 0 0 0;% F
        0 0 0 0 0 0 0;% G
    ];
    standard_partition = [ 1 1 1 1 1 1 2 ];
case 5
    Adjency = [ ...
        % A B C D E
        0 +1 0 -1 -1;% A
        +1 0 +1 0 -1;% B
        0 +1 0 -1 -1;% C
        -1 0 -1 0 -1;% D
        -1 -1 -1 -1 0;% E
    ];
    standard_partition = [ 1 1 1 2 3 ];
case 6

```

```

Adjency = [ ...
  % A B C D E
  0 +1 0 -1 -1;% A
  +1 0 +1 0 -1;% B
  0 +1 0 -1 -1;% C
  -1 0 -1 0 +1;% D
  -1 -1 -1 +1 0;% E
standard_partition = [ 1 1 1 2 2];
case 7
Adjency = [ ...
  % A B C D E F G H I
  0 0 0 0 1 1 1 1 1;% A
  0 0 0 0 1 1 1 1 1;% B
  0 0 0 0 1 1 1 1 1;% C
  0 0 0 0 0 1 1 0 1;% D
  0 0 0 0 0 0 0 0 0;% E
  0 0 0 0 0 0 0 0 0;% F
  0 0 0 0 0 0 0 0 0;% G
  0 0 0 0 0 0 0 0 0;% H
  0 0 0 0 0 0 0 0 0;% I
  0 0 0 0 0 0 0 0 0;% J
standard_partition = [ 1 1 1 1 2 2 2 2 2 2];
% SERIOUS PROBLEMS
case 101
  % Zachary W. (1977). An information flow model for conflict and fission in small groups.
  % Journal of Anthropological Research, 33, 452-473.
  %
  % Data extracted from: "UCINET IV Datasets", last time accessed in March, 30th, 2013, from
  % http://vlado.fmf.uni-lj.si/pub/networks/data/Ucinet/UciData.htm
Adjency = [ ...
  %1234567890123456789012345678901234
  045333322023130002020200000000200;%1
  4063000400000500010202000000002000;%2
  56030004510003000000000000002200020;%3
  3330000300003300000000000000000000;%4
  3000002000300000000000000000000000;%5
  3000005000300000300000000000000000;%6
  3000250000000000300000000000000000;%7
  2443000000000000000000000000000000;%8
  2050000000000000000000000000003034;%9
  0010000000000000000000000000000002;%10
  2000330000000000000000000000000000;%11
  3000000000000000000000000000000000;%12
  1003000000000000000000000000000000;%13
  3533000000000000000000000000000003;%14
  00000000000000000000000000000000032;%15
  00000000000000000000000000000000034;%16
  0000033000000000000000000000000000;%17
  2100000000000000000000000000000000;%18
  00000000000000000000000000000000012;%19
  22000000000000000000000000000000001;%20
  00000000000000000000000000000000031;%21
  2200000000000000000000000000000000;%22
  00000000000000000000000000000000023;%23
  00000000000000000000000000000504030054;%24
  0000000000000000000000000000203000200;%25
  0000000000000000000000000005200000700;%26
  00000000000000000000000000000040002;%27
  00200000000000000000000000004300000004;%28
  00200000000000000000000000000000202;%29
  0000000000000000000000000003004000042;%30
  02000000300000000000000000000000033;%31
  20000000000000000000000000002700200044;%32
  0020000030000033001030250000043405;%33
  0000000042000324002110340024223450;%34
  % 1234567890123456789012345678901234
standard_partition = ...
  [ 1 1 1 1 1 1 1 2 2 1 1 1 2 2 1 1 2 1 2 1 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2];
  % 12345678910123456789201234567893012334
case 102
  % GAHUKU-GAMA

```

```

%
% Data extracted from: "UCINET IV Datasets", last time accessed in April, 19th, 2013, from
% http://vlado.fmf.uni-lj.si/pub/networks/data/Ucinet/UciData.htm
% Data set named READ HIGHLAND TRIBES
Adjacency = [...
% 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 3 4 5 6
0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1;
1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1;
0 0 0 1 0 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 1 0 1 0 0 0 0 1 0 0;
0 0 1 0 0 0 1 1 0 0 1 1 0 0 0 0;
0 0 1 0 1 1 0 1 0 0 1 1 1 0 0 0;
0 0 1 1 0 1 1 0 0 0 1 1 0 0 0 0;
0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0;
0 0 0 0 0 1 1 1 0 0 0 1 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 1 1 1 0 0 1 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 1 0 1 1 0 0 0 1 0 0;
0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0;
1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1;
1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0];
% 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 3 4 5 6
Adjacency = Adjacency - [ ...
% 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 3 4 5 6
0 0 1 1 1 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0;
0 0 1 0 1 1 0 0 1 1 0 0 0 0 0 0;
1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1;
1 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 1;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0;
0 1 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0;
0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1;
0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 0 0 1 0 1 1;
1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1;
0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 1 1;
0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 1;
0 0 0 0 1 0 0 0 1 1 1 1 1 0 0 0;
0 0 0 0 1 1 0 0 0 0 1 1 1 1 0 0];
% 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 3 4 5 6
standard_partition = ...
[ 1 1 2 2 3 2 2 2 3 3 2 2 3 3 1 1 ];
% 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 3 4 5 6
node_labels = ...
['GAVEV';'KOTUN';'OVE ','ALIKA';'NAGAM';'GAHUK';'MASIL';'UKUDZ';'NOTOH';'KOHIK';...
'GEHAM';'ASARO';'UHETO';'SEUVE';'NAGAD';'GAMA '];
case 103
% Newcomb's (1961) data on the Pseudo-fraternity experiment. what lies bellow is the
% affections matrix at experiment's final time point.
%
% Data extracted from - DOREIAN96a: Doreian P., Kapuscinski R., Krackhardt D., Szczypula J.,
% A brief history of Balance through Time, Journal of Mathematical Sociology, 21(1-2), pp. 113-131, 1996.
Adjacency = [...
% 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17
% A B D E F G H I K L M N Q C J O P
0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1 1 1 -1 -1 0 -1;% A
0 0 1 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0 -1 -1 -1;% B
0 1 0 1 1 0 0 0 0 0 0 -1 1 -1 -1 0 0;% D
0 1 1 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 -1 -1 -1;% E
0 0 1 0 0 0 1 1 0 0 1 0 0 -1 -1 0 -1;% F
0 1 0 -1 0 0 0 0 1 1 0 0 1 0 -1 0 -1;% G
1 0 1 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 -1 -1 0 -1;% H
0 0 1 0 1 0 0 0 0 0 0 1 1 0 -1 -1 -1;% I
0 1 1 0 0 0 -1 0 0 1 0 0 1 0 -1 0 -1;% K
0 1 0 0 -1 1 0 1 0 0 0 0 1 0 -1 -1 0;% L
1 0 0 0 0 1 1 0 0 0 0 0 1 -1 -1 0 -1;% M
1 0 0 -1 1 0 0 1 1 0 0 0 0 -1 -1 0 0;% N
1 1 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 -1 -1 0 -1;% Q
0 0 0 0 1 0 0 1 0 1 0 -1 1 0 -1 0 -1;% C

```

```

1 0 0 0 0 1 1 0 0 1 -1 0 0 -1 0 0 -1;%J
0 0 1 -1 0 0 0 1 -1 0 0 0 1 0 -1 0 1;%O
0 0 1 0 0 0 -1 1 0 1 0 0 1 -1 -1 0 0;%P
% A B D E F G H I K L M N Q C J O P
% 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17
standard_partition = ...
[1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 2 3 4 4];
% 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17
case 104
% Sampson's (1968) monastery data. FRIENDSHIP at -----> T2 <-----
%
% Data extracted from - DOREIAN96: Doreian P., Mrvar A., A Partioning approach to Structural Balance,
% Social Networks, 18, pp. 149-168, 1996.
Adjency = [...
% 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18
0 0 2 0 3 -2 -1 0 0 -3 0 0 0 1 0 0 0 0;% 1 J-B
3 0 0 0 0 0 2 0 0 -1 0 0 -3 1 0 0 -2 0;% 2 Gr
2 3 0 -1 0 0 0 -3 -2 0 0 0 0 0 0 0 1 0;% 3 Ba
0 0 -2 0 3 1 -3 0 0 2 0 0 0 0 0 0 0 -1;% 4 Pe
0 0 0 3 0 0 0 0 0 0 2 0 1 0 0 0 0 0;% 5 Bonav
1 0 0 3 0 0 -3 -1 2 0 0 -2 0 0 0 0 0 0;% 6 Be
0 2 0 -3 -1 -2 0 1 0 0 0 0 0 0 0 3 0 0;% 7 Ma
3 2 -3 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 -2 0 0 -1 0;% 8 Vi
0 0 -3 0 2 0 0 3 0 0 0 0 0 0 0 1 -2 -1;% 9 Amb
0 0 0 3 0 0 0 1 0 0 0 0 0 2 0 0 0 0;% 10 Ro
0 0 -1 0 3 0 0 1 0 0 0 0 -3 2 0 0 -2 0;% 11 Lou
3 2 -1 -3 0 0 0 0 0 0 -2 0 0 1 0 0 0 0;% 12 Wi
0 -3 0 0 2 -2 1 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 3;% 13 Ama
3 0 0 0 0 0 0 -2 0 0 1 2 -3 0 2 0 -1 0;% 14 Hu
3 2 -2 0 0 0 0 0 0 0 0 -3 1 0 0 -1 -1;% 15 Bonif
1 2 0 0 0 0 3 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 -3 -2;% 16 Al
0 0 3 -3 -2 0 0 0 0 0 -1 0 2 0 0 0 0 1;% 17 El
2 3 0 -3 0 -2 1 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 0 0;% 18 Si
% 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18
standard_partition = ...
[1 1 2 3 3 3 1 3 3 3 3 1 2 1 1 1 2 2];
% 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18
case 105
% Sampson's (1968) monastery data. FRIENDSHIP at -----> T3 <-----
%
% Data extracted from - DOREIAN96: Doreian P., Mrvar A., A Partioning approach to Structural Balance,
% Social Networks, 18, pp. 149-168, 1996.
Adjency = [...
% 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18
0 2 0 -2 1 0 0 3 0 -3 -1 0 0 0 0 0 0 0;% 1 J-B
3 0 0 -3 0 0 1 -2 0 0 0 2 -1 0 1 0 0 0;% 2 Gr
3 -1 0 0 0 -2 0 -3 0 0 0 0 0 0 0 0 1 2;% 3 Ba
-2 -3 0 0 3 2 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0;% 4 Pe
2 0 0 3 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0;% 5 Bonav
1 0 -3 3 0 0 0 -1 2 0 0 -2 0 0 0 0 0 0;% 6 Be
1 2 0 -3 0 -2 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 3 0 0;% 7 Ma
-2 -3 -1 3 0 1 0 0 0 2 0 0 0 0 0 0 0 0;% 8 Vi
0 0 -3 0 1 0 0 3 0 0 0 2 0 0 0 0 -2 -1;% 9 Amb
0 0 0 3 1 0 0 0 0 0 0 0 2 0 0 0 0 0;% 10 Ro
-1 -3 -2 2 3 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0;% 11 Lou
3 1 -3 0 0 -2 0 0 0 0 0 0 0 2 0 0 -1 0;% 12 Wi
0 -3 0 0 2 -2 1 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 3;% 13 Ama
3 1 0 -3 0 0 0 0 0 -2 0 1 0 0 2 0 -1 0;% 14 Hu
2 3 -2 0 1 0 0 0 0 -1 0 0 -3 1 0 0 -1 0;% 15 Bonif
0 2 -1 -3 0 0 3 0 0 0 0 1 0 0 0 0 -2 0;% 16 Al
0 1 2 -2 0 -1 0 0 0 0 -3 0 0 0 0 0 0 3;% 17 El
0 1 0 -3 0 -2 0 0 0 0 -1 0 2 0 0 0 3 0;% 18 Si
% 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18
standard_partition = ...
[1 1 2 3 3 3 1 3 3 3 3 1 2 1 1 1 2 2];
% 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18
case 106
% Sampson's (1968) monastery data. FRIENDSHIP at -----> T4 <-----
%
% Data extracted from - DOREIAN96: Doreian P., Mrvar A., A Partioning approach to Structural Balance,
% Social Networks, 18, pp. 149-168, 1996.

```



```

Adjency = [...
% 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18
0 -2 3 0 0 0 -3 0 0 -1 0 1 0 2 0 0 0 0 0;% 1 J-B
3 0 0 -3 0 0 1 -2 0 0 0 2 -1 0 0 0 0 0;% 2 Gr
3 -2 0 -3 0 -2 0 0 0 0 0 0 2 0 0 -1 1 2;% 3 Ba
-2 -3 0 0 3 1 0 0 0 0 2 0 0 -1 0 0 0 0;% 4 Pe
0 0 0 3 0 0 0 0 1 0 2 0 0 0 0 0 0 0;% 5 Bonav
0 -1 -3 3 1 0 -2 0 2 0 0 0 0 0 0 0 -2 0;% 6 Be
0 3 0 -3 0 -2 0 -1 0 0 0 1 0 0 0 2 0 0;% 7 Ma
0 -3 -2 3 0 2 0 0 1 0 0 0 0 -1 0 0 0 0;% 8 Vi
0 0 -3 0 1 0 0 3 0 0 0 2 0 0 0 0 -2 -1;% 9 Amb
0 0 0 3 1 0 0 0 1 0 0 0 2 0 0 0 0 0;% 10 Ro
-1 -3 -2 0 2 0 0 3 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0;% 11 Lou
3 2 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;% 12 Wi
0 -3 0 0 2 -2 1 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 3;% 13 Ama
3 0 0 -3 0 0 0 -2 0 0 0 1 0 0 2 0 -1 0;% 14 Hu
0 3 -2 -1 0 0 1 0 0 0 0 2 -3 0 0 0 0 0;% 15 Bonif
0 3 -1 -3 0 0 2 0 0 0 0 0 0 0 1 0 -2 0;% 16 Al
0 1 2 -1 0 -3 0 -2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 3;% 17 El
0 1 2 -1 0 0 0 -3 0 -2 0 0 0 0 0 0 0 3 0;% 18 Si
% 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18
standard_partition = ...
[1 1 2 3 3 3 1 3 3 3 1 2 1 1 1 2 2];
% 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18
case 107
% Roethlisberger & Dickson (1939) FRIENDSHIP NETWORKS IN THE WORK PLACE. ULTRA-CLASSIC
% WORK RELATIONS EXPERIMENT.
%
% Data extracted from PAJEK program (data file name: WIRING.NET).
% Reference: "Pajek - Program for Large Network Analysis", last time accessed in April, 1st, 2013, from
% http://pajek.imfm.si/doku.php?id=pajek
Adjency = [...
% 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 3 4
0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0; ...
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0; ...
0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0; ...
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0; ...
1 0 1 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0; ...
0 0 1 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0; ...
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0; ...
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0; ...
0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 0 0; ...
0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 1 0 0 1; ...
0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 0 0 0 1; ...
0 0 1 0 1 1 0 0 1 0 0 0 0 0; ...
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0; ...
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 0 0 0];
% 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 3 4
Adjency = Adjency - [...
% 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 3 4
0 1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0; ...
1 0 0 0 0 0 1 1 1 1 0 0 1; ...
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0; ...
1 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 0 0 0; ...
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0; ...
0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0; ...
0 1 0 0 0 1 0 1 1 1 1 1 0; ...
0 1 0 0 0 0 1 0 1 0 0 0 0 0; ...
0 1 0 1 0 0 1 1 0 0 0 0 0 0; ...
0 1 0 1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0; ...
0 1 0 1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0; ...
0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0; ...
0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0; ...
0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0];
% 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 3 4
standard_partition = ...
[1 7 1 2 1 1 5 4 3 3 3 1 6 3];
% 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14
node_labels = ...
['I1';I3;W1;W2;W3;W4;W5;W6;W7;W8;W9;S1;S2;S4'];
% 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14

```

```

case 108
% FLYING TEAMS
%
% Reference: "Center for Computational Analysis of Social and Organizational Systems (C.A.S.O.S.) - Carnegie-Mellon Univ.",
% last time accessed in April, 1st, 2013, from
% http://www.casos.cs.cmu.edu/computational_tools/datasets/external/Flying_teams/Flying_teams.xml
% NOT USED

case 109
% Slovenian Parliamentary Parties Network.
% Data extracted from - YANG07a: Yang, B., Cheung, W.K., Liu J,
% Community Mining from Signed Social Networks, IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering, 19 (10), pp.
1333-1348, 2007.
Adjacency = [ ...
% 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
0 -215 114 -89 -77 94 -170 176 117 -210;% 1 SKD

-215 0 -217 134 77 -150 57 -253 -230 49;% 2 ZLDS

114 -217 0 -203 -80 138 -109 177 180 -174;% 3 SDSS

-89 134 -203 0 157 -142 173 -241 -254 23;% 4 LDS

-77 77 -80 157 0 -188 170 -120 -160 -9;% 5 ZS-ESS

94 -150 138 -142 -188 0 -97 140 116 -106;% 6 ZS

-170 57 -109 173 170 -97 0 -184 -191 -6;% 7 DS

176 -253 177 -241 -120 140 -184 0 235 -132;% 8 SLS

117 -230 180 -254 -160 116 -191 235 0 -164;% 9 SPS-SNS

-210 49 -174 23 -9 -106 -6 -132 -164 0;%10 SNS
% 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
standard_partition = ...
[2 1 2 1 1 2 1 2 2 1];
% 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
node_labels = ...
['SKD ';'ZLSD ';'SDSS ';'LDS ';'ZS-ESS'; ...
'ZS ';'DS ';'SLS ';'SPS-SNS';'SNS '];

case 110
% Matrix 1b from YANG07a: Yang, B., Cheung, W.K., Liu J,
% Community Mining from Signed Social Networks, IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering, 19 (10), pp.
1333-1348, 2007.
Adjacency = zeros(28);
%
Adjacency(1,2) = 1;
Adjacency(1,12) = 1;
Adjacency(1,28) = 1;
Adjacency(2,3) = 1;
Adjacency(2,15) = -1;
Adjacency(3,4) = -1;
Adjacency(3,19) = 1;
Adjacency(4,5) = 1;
Adjacency(4,16) = 1;
Adjacency(5,6) = +1;
Adjacency(5,18) = -1;
Adjacency(6,7) = +1;
Adjacency(6,20) = -1;
Adjacency(7,8) = -1;
Adjacency(7,22) = +1;
Adjacency(8,9) = +1;
Adjacency(8,18) = +1;
Adjacency(9,23) = -1;
Adjacency(9,26) = 1;
Adjacency(10,11) = 1;
Adjacency(10,21) = 1;
Adjacency(10,28) = 1;
Adjacency(11,12) = 1;
Adjacency(11,24) = -1;
Adjacency(12,13) = -1;

```

```

Adjency(13,14) = 1;
Adjency(13,25) = 1;
    Adjency(14,15) = 1;
    Adjency(14,27) = -1;
Adjency(15,16) = 1;
    Adjency(16,17) = -1;
Adjency(17,18) = 1;
Adjency(17,27) = 1;
    % Adjency(18, ... none new
Adjency(19,20) = 1;
Adjency(19,28) = 1;
    Adjency(20,21) = 1;
Adjency(21,22) = -1;
    Adjency(22,23) = 1;
Adjency(23,24) = 1;
    Adjency(24,25) = 1;
Adjency(25,26) = -1;
    Adjency(26,27) = 1;
% Adjency(27, ... none new
    % Adjency(28, ... none new
% BECAUSE MATRIX IS SIMMETRIC, WE CAN ...
Adjency = Adjency + Adjency';
%      1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 1 2 3 4 5 6 7 8 9 20 1 2 3 4 5 6 7 8
standard_partition = [ 3 3 3 1 1 1 1 2 2 3 3 3 1 1 1 1 2 2 3 3 3 1 1 1 1 2 2 3 ];
%      1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 1 2 3 4 5 6 7 8 9 20 1 2 3 4 5 6 7 8
case 111
% Matrix 1b from YANG07a: Yang, B., Cheung, W.K., Liu J,
% Community Mining from Signed Social Networks, IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering, 19 (10), pp.
1333-1348, 2007.
Adjency = zeros(28);
%
Adjency( 1, 2) = 1;
Adjency( 1,12) = 1;
Adjency( 1,28) = 1;
Adjency( 1,27) = -1; % extra
    Adjency( 2, 3) = 1;
    Adjency( 2,15) = -1;
    Adjency( 2,27) = -1; % extra
Adjency( 3, 4) = -1;
Adjency( 3,19) = 1;
    Adjency( 4, 5) = 1;
    Adjency( 4,16) = 1;
Adjency( 5, 6) = +1;
Adjency( 5,18) = -1;
    Adjency( 6, 7) = +1;
    Adjency( 6,20) = -1;
Adjency( 7, 8) = -1;
Adjency( 7,22) = +1;
    Adjency( 8, 9) = +1;
    Adjency( 8,18) = +1;
    Adjency( 8,20) = -1; % extra
    Adjency( 8,21) = -1; % extra
Adjency( 9,21) = -1; % extra
Adjency( 9,23) = -1;
Adjency( 9,26) = 1;
    Adjency(10,11) = 1;
    Adjency(10,21) = 1;
    Adjency(10,28) = 1;
Adjency(11,12) = 1;
Adjency(11,24) = -1;
    Adjency(12,13) = -1;
    Adjency(12,27) = -1; % extra
Adjency(13,14) = 1;
Adjency(13,25) = 1;
    Adjency(14,15) = 1;
    Adjency(14,27) = -1;
Adjency(15,16) = 1;
    Adjency(16,17) = -1;
Adjency(17,18) = 1;
Adjency(17,27) = 1;
    Adjency(18,20) = -1; % extra

```

```

Adjency(19,20) = 1;
Adjency(19,28) = 1;
    Adjency(20,21) = 1;
Adjency(21,22) = -1;
    Adjency(22,23) = 1;
Adjency(23,24) = 1;
    Adjency(24,25) = 1;
Adjency(25,26) = -1;
    Adjency(26,27) = 1;
% Adjency(27, ... none new
    % Adjency(28, ... none new
% BECAUSE MATRIX IS SIMMETRIC, WE CAN ...
Adjency = Adjency + Adjency';
%      1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 1 2 3 4 5 6 7 8 9 20 1 2 3 4 5 6 7 8
standard_partition = [ 2 2 2 1 1 1 1 2 2 2 2 2 1 1 1 1 2 2 2 2 2 1 1 1 1 2 2 2 ];
%      1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 1 2 3 4 5 6 7 8 9 20 1 2 3 4 5 6 7 8
case 112
% Sampson's (1968) monastery data. ESTEEM at -----> T4 <-----
%
% Data extracted from PAJEK programme (data file name: SAM_EST.NET).
% Reference: "Pajek - Program for Large Network Analysis", last time accessed in April, 1st, 2013, from
% http://pajek.imfm.si/doku.php?id=pajek
Adjency = zeros(18);
%
Adjency(1,2)=-2;
Adjency(1,3)=-1;
Adjency(1,5)=1;
Adjency(1,7)=-3;
Adjency(1,8)=3;
Adjency(1,12)=2;
Adjency(2,1)=3;
Adjency(2,3)=-2;
Adjency(2,4)=-3;
Adjency(2,5)=1;
Adjency(2,8)=2;
Adjency(2,13)=-1;
Adjency(3,1)=3;
Adjency(3,2)=-1;
Adjency(3,4)=-3;
Adjency(3,6)=-2;
Adjency(3,13)=2;
Adjency(3,17)=1;
Adjency(3,18)=1;
Adjency(4,1)=-2;
Adjency(4,2)=-3;
Adjency(4,6)=1;
Adjency(4,10)=2;
Adjency(4,11)=3;
Adjency(4,14)=-1;
Adjency(5,3)=-1;
Adjency(5,4)=3;
Adjency(5,9)=1;
Adjency(5,11)=2;
Adjency(5,17)=-3;
Adjency(5,18)=-2;
Adjency(6,3)=-2;
Adjency(6,4)=3;
Adjency(6,7)=-3;
Adjency(6,8)=-1;
Adjency(6,11)=2;
Adjency(6,17)=-2;
Adjency(7,2)=3;
Adjency(7,3)=-2;
Adjency(7,4)=-2;
Adjency(7,6)=-3;
Adjency(7,8)=-2;
Adjency(7,12)=1;
Adjency(7,15)=1;
Adjency(7,16)=2;
Adjency(7,17)=-1;
Adjency(8,4)=3;

```

```

Adjency(8,5)=1;
Adjency(8,6)=2;
Adjency(8,14)=-1;
Adjency(8,17)=-2;
Adjency(8,18)=-3;
Adjency(9,1)=1;
Adjency(9,4)=3;
Adjency(9,8)=2;
Adjency(9,13)=-1;
Adjency(9,17)=-3;
Adjency(9,18)=-2;
Adjency(11,1)=-1;
Adjency(11,2)=-3;
Adjency(11,3)=-2;
Adjency(11,5)=2;
Adjency(11,9)=3;
Adjency(11,16)=-1;
Adjency(12,1)=3;
Adjency(12,2)=2;
Adjency(12,14)=1;
Adjency(13,2)=-2;
Adjency(13,3)=-1;
Adjency(13,5)=3;
Adjency(13,6)=-3;
Adjency(13,7)=2;
Adjency(13,11)=1;
Adjency(14,1)=3;
Adjency(14,2)=2;
Adjency(14,4)=-2;
Adjency(14,11)=-2;
Adjency(14,12)=1;
Adjency(14,13)=-3;
Adjency(14,15)=2;
Adjency(14,17)=-1;
Adjency(14,18)=-1;
Adjency(15,1)=1;
Adjency(15,2)=3;
Adjency(15,3)=-2;
Adjency(15,4)=-3;
Adjency(15,11)=-1;
Adjency(15,14)=2;
Adjency(15,17)=-1;
Adjency(15,18)=-1;
Adjency(16,2)=3;
Adjency(16,3)=-2;
Adjency(16,4)=-3;
Adjency(16,7)=2;
Adjency(16,12)=1;
Adjency(16,15)=2;
Adjency(16,17)=-2;
Adjency(16,18)=-1;
Adjency(17,2)=1;
Adjency(17,3)=2;
Adjency(17,4)=-2;
Adjency(17,6)=-3;
Adjency(17,8)=-1;
Adjency(17,13)=1;
Adjency(17,18)=3;
Adjency(18,2)=2;
Adjency(18,3)=3;
Adjency(18,4)=-2;
Adjency(18,6)=-2;
Adjency(18,8)=-3;
Adjency(18,10)=-1;
Adjency(18,17)=1;
%
standard_partition = ones(1,18);
%
case 113
% Sampson's (1968) monastery data. INFLUENCE at -----> T4 <-----
%
```

```

% Data extracted from PAJEK programme (data file name: SAM_INFL.NET).
% Reference: "Pajek - Program for Large Network Analysis", last time accessed in April, 1st, 2013, from
% http://pajek.imfm.si/doku.php?id=pajek
Adjency = zeros(18);
%
Adjency(1,2)=3;
Adjency(1,7)=1;
Adjency(1,10)=-2;
Adjency(1,12)=2;
Adjency(1,16)=-1;
Adjency(1,18)=-3;
Adjency(2,1)=3;
Adjency(2,4)=-3;
Adjency(2,7)=1;
Adjency(2,12)=2;
Adjency(2,13)=-2;
Adjency(3,1)=3;
Adjency(3,2)=-1;
Adjency(3,4)=-3;
Adjency(3,6)=-2;
Adjency(3,13)=2;
Adjency(3,17)=1;
Adjency(4,1)=-2;
Adjency(4,2)=-3;
Adjency(4,6)=1;
Adjency(4,10)=2;
Adjency(4,11)=3;
Adjency(4,14)=-1;
Adjency(5,2)=1;
Adjency(5,3)=-1;
Adjency(5,4)=3;
Adjency(5,11)=2;
Adjency(5,17)=-3;
Adjency(5,18)=-2;
Adjency(6,2)=1;
Adjency(6,4)=3;
Adjency(6,7)=-3;
Adjency(6,9)=2;
Adjency(6,17)=-2;
Adjency(6,18)=-1;
Adjency(7,2)=3;
Adjency(7,3)=-2;
Adjency(7,4)=-2;
Adjency(7,6)=-3;
Adjency(7,8)=-2;
Adjency(7,12)=1;
Adjency(7,16)=2;
Adjency(7,17)=-1;
Adjency(8,1)=2;
Adjency(8,4)=3;
Adjency(8,9)=1;
Adjency(8,11)=2;
Adjency(8,12)=-1;
Adjency(8,13)=-2;
Adjency(8,16)=-3;
Adjency(9,1)=3;
Adjency(9,2)=2;
Adjency(9,4)=1;
Adjency(9,12)=-1;
Adjency(9,17)=-3;
Adjency(9,18)=-2;
Adjency(11,4)=1;
Adjency(11,5)=3;
Adjency(11,7)=-3;
Adjency(11,9)=2;
Adjency(11,17)=-1;
Adjency(11,18)=-2;
Adjency(12,1)=3;
Adjency(12,2)=2;
Adjency(12,7)=1;
Adjency(13,2)=-3;

```

```

Adjency(13,5)=3;
Adjency(13,6)=-2;
Adjency(13,7)=2;
Adjency(13,11)=1;
Adjency(13,12)=-1;
Adjency(14,1)=3;
Adjency(14,2)=2;
Adjency(14,4)=-2;
Adjency(14,12)=1;
Adjency(14,13)=-3;
Adjency(14,15)=2;
Adjency(14,17)=-1;
Adjency(14,18)=-1;
Adjency(15,2)=3;
Adjency(15,3)=-1;
Adjency(15,4)=-3;
Adjency(15,7)=1;
Adjency(15,13)=-2;
Adjency(15,14)=2;
Adjency(16,2)=3;
Adjency(16,3)=-1;
Adjency(16,4)=-3;
Adjency(16,7)=2;
Adjency(16,11)=-2;
Adjency(16,15)=1;
Adjency(17,2)=1;
Adjency(17,3)=2;
Adjency(17,4)=-2;
Adjency(17,6)=-3;
Adjency(17,8)=-1;
Adjency(17,18)=3;
Adjency(18,2)=3;
Adjency(18,3)=2;
Adjency(18,4)=-3;
Adjency(18,6)=-1;
Adjency(18,11)=-2;
Adjency(18,17)=1;
%
standard_partition = ones(1,18);
%
case 114
% Sampson's (1968) monastery data. SANCTION at -----> T4 <-----
%
% Data extracted from PAJEK programme (data file name: SAM_SANCT.NET).
% Reference: "Pajek - Program for Large Network Analysis", last time accessed in April, 1st, 2013, from
% http://pajek.imfm.si/doku.php?id=pajek
Adjency = zeros(18);
%
Adjency(1,3)=-3;
Adjency(1,11)=-2;
Adjency(1,12)=2;
Adjency(1,14)=3;
Adjency(1,17)=1;
Adjency(1,18)=-1;
Adjency(2,1)=3;
Adjency(2,3)=-3;
Adjency(2,7)=1;
Adjency(2,12)=2;
Adjency(3,1)=3;
Adjency(3,2)=-2;
Adjency(3,4)=-3;
Adjency(3,13)=2;
Adjency(3,14)=-1;
Adjency(3,17)=1;
Adjency(4,2)=-3;
Adjency(4,6)=1;
Adjency(4,7)=-1;
Adjency(4,10)=2;
Adjency(4,11)=3;
Adjency(4,14)=-2;
Adjency(6,4)=3;

```

```

Adjency(6,7)=-3;
Adjency(6,9)=1;
Adjency(6,11)=2;
Adjency(6,13)=-1;
Adjency(6,17)=-2;
Adjency(6,18)=-1;
Adjency(7,2)=3;
Adjency(7,3)=-3;
Adjency(7,4)=-2;
Adjency(7,6)=-1;
Adjency(7,15)=1;
Adjency(7,16)=2;
Adjency(8,3)=-1;
Adjency(8,4)=3;
Adjency(8,6)=2;
Adjency(8,11)=1;
Adjency(8,17)=-2;
Adjency(8,18)=-3;
Adjency(11,4)=3;
Adjency(11,8)=2;
Adjency(11,14)=-1;
Adjency(11,16)=1;
Adjency(11,17)=-2;
Adjency(11,18)=-3;
Adjency(12,14)=-2;
Adjency(12,17)=-1;
Adjency(12,18)=-3;
Adjency(13,2)=-1;
Adjency(13,5)=3;
Adjency(13,11)=2;
Adjency(13,17)=-2;
Adjency(13,18)=-3;
Adjency(14,1)=3;
Adjency(14,2)=3;
Adjency(14,3)=-1;
Adjency(14,4)=-3;
Adjency(14,11)=-2;
Adjency(14,15)=2;
Adjency(14,16)=1;
Adjency(15,1)=1;
Adjency(15,2)=3;
Adjency(15,3)=-2;
Adjency(15,4)=-1;
Adjency(15,13)=-3;
Adjency(15,14)=2;
Adjency(15,18)=-1;
Adjency(16,2)=2;
Adjency(16,3)=-2;
Adjency(16,4)=-3;
Adjency(16,7)=3;
Adjency(16,13)=-1;
Adjency(16,15)=1;
Adjency(16,17)=-2;
Adjency(16,18)=-2;
Adjency(18,1)=1;
Adjency(18,2)=1;
Adjency(18,17)=1;
%
standard_partition = ones(1,18);
%
end

```