

Curvas de Hilbert

Agrupamentos em espaços bidimensionais

david.paiva.fernandes@gmail.com

InforAberta 2014

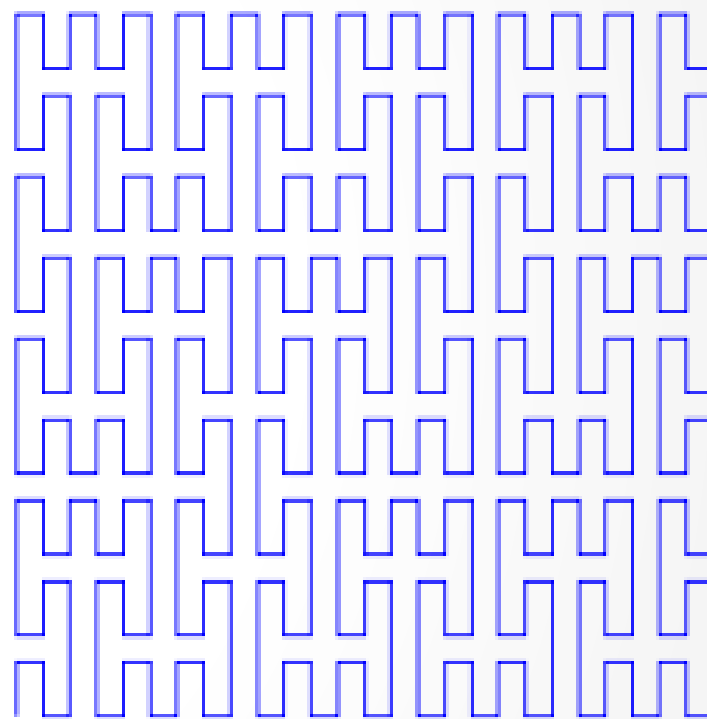
IV Jornadas de Informática da Universidade Aberta

Agenda

- Curvas de preenchimento do espaço
- Curvas de Peano
- Curvas de Hilbert
- (Open) Vehicle Routing Problem

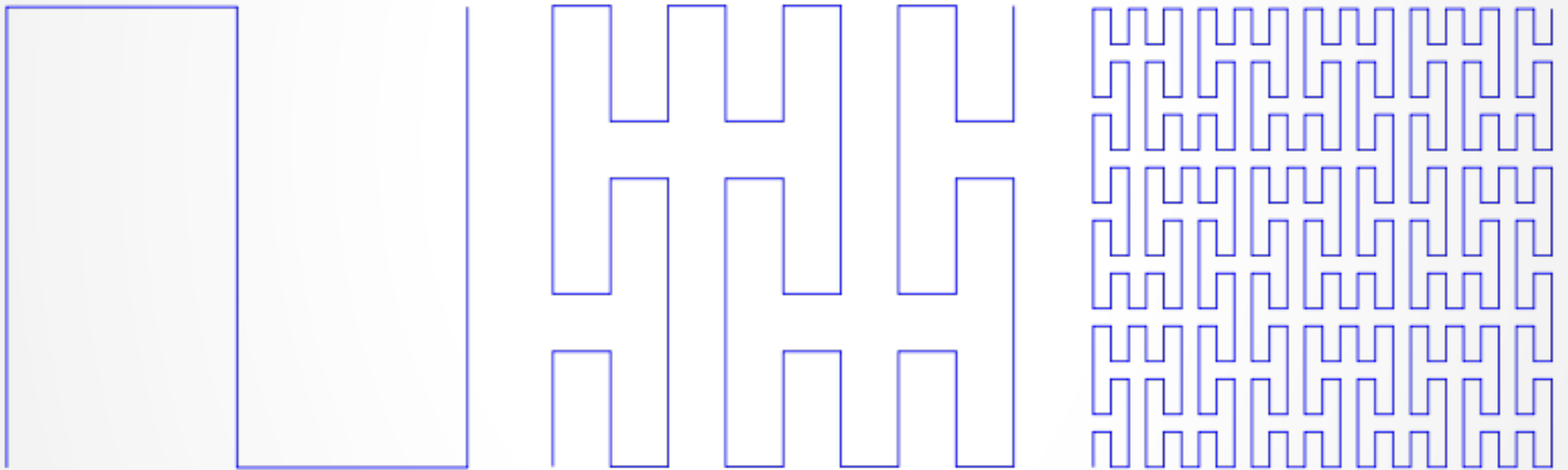
Curvas de Preenchimento do Espaço

- Giuseppe Peano (1890)
- Curvas que passam por todos os pontos de um hipercubo unitário.
- $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$
- Redução de dimensões



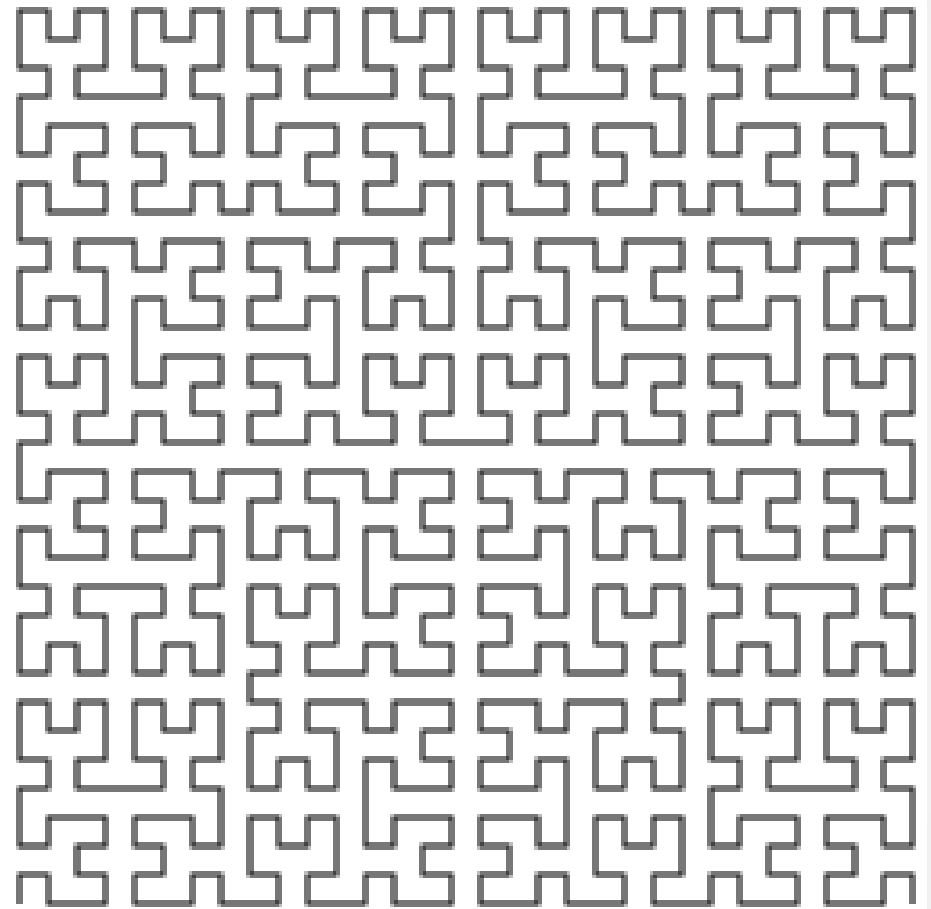
Curvas de Preenchimento do Espaço

- Curvas fractais

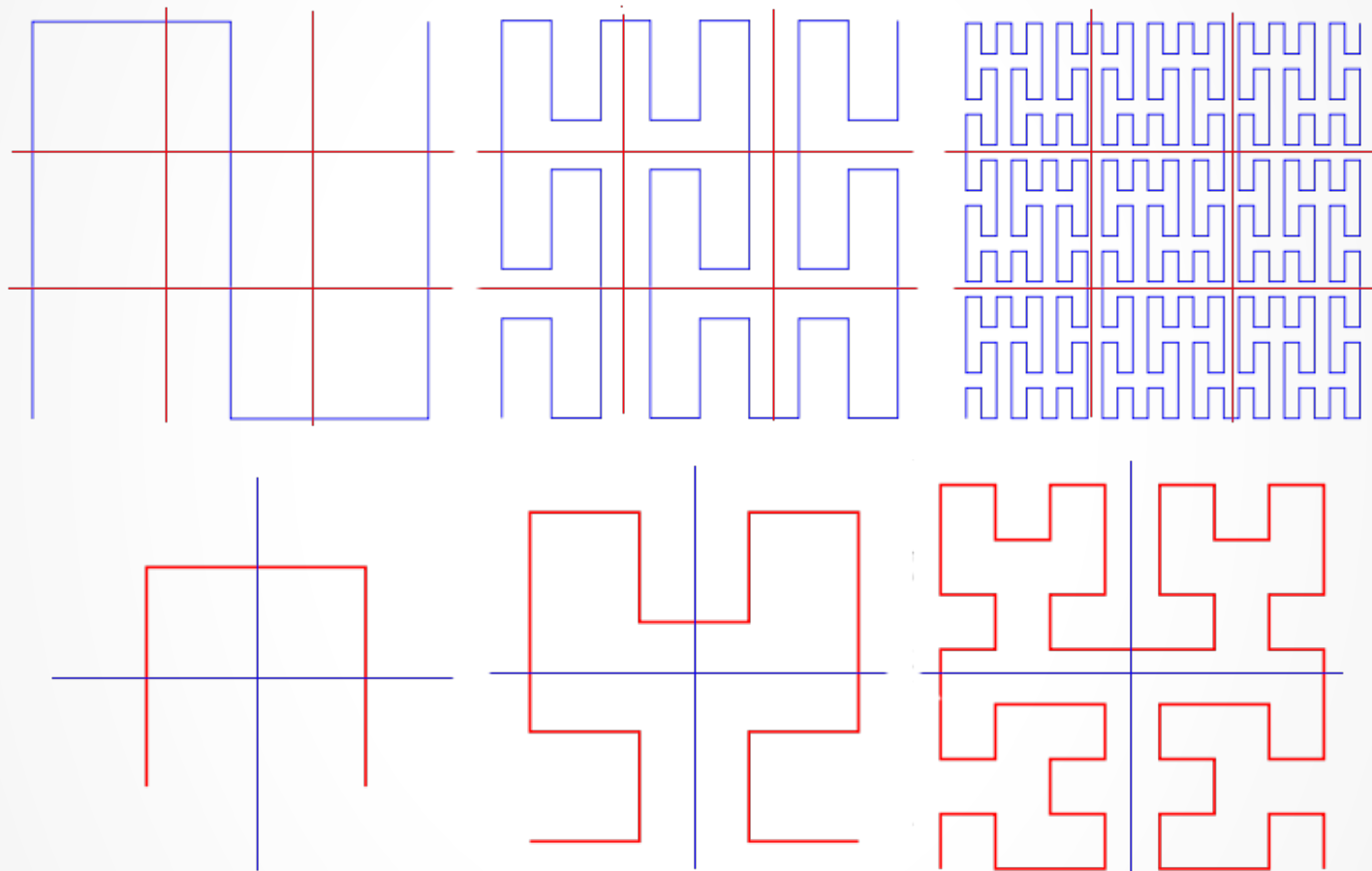


Curvas de Hilbert

- David Hilbert (1891)
- Como variante ao trabalho de Peano



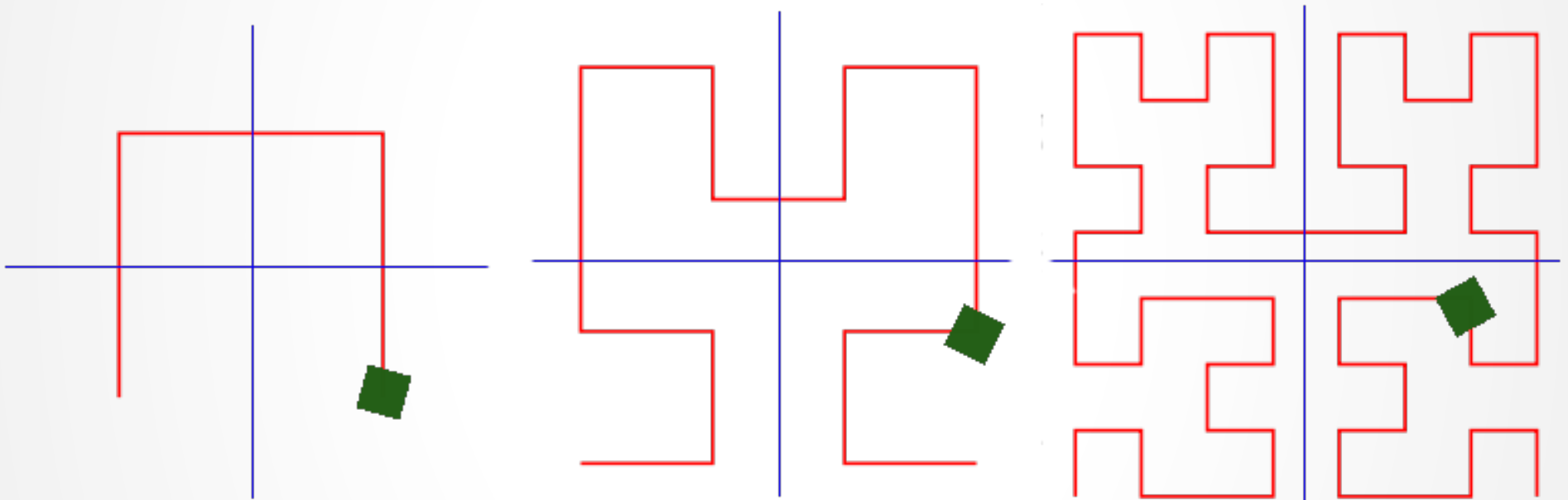
Peano vs Hilbert



Curvas de Hilbert

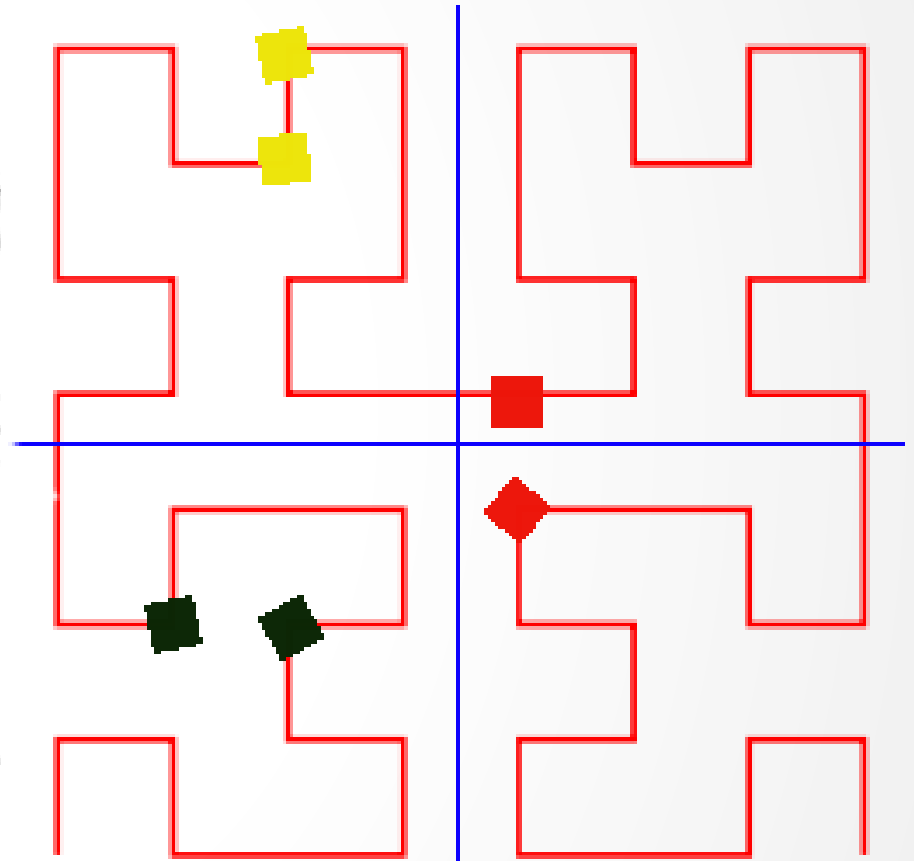
- Cálculo / construção
 - $O(\log n)$
 - **n** → lado do quadrado

Cálculo / construção



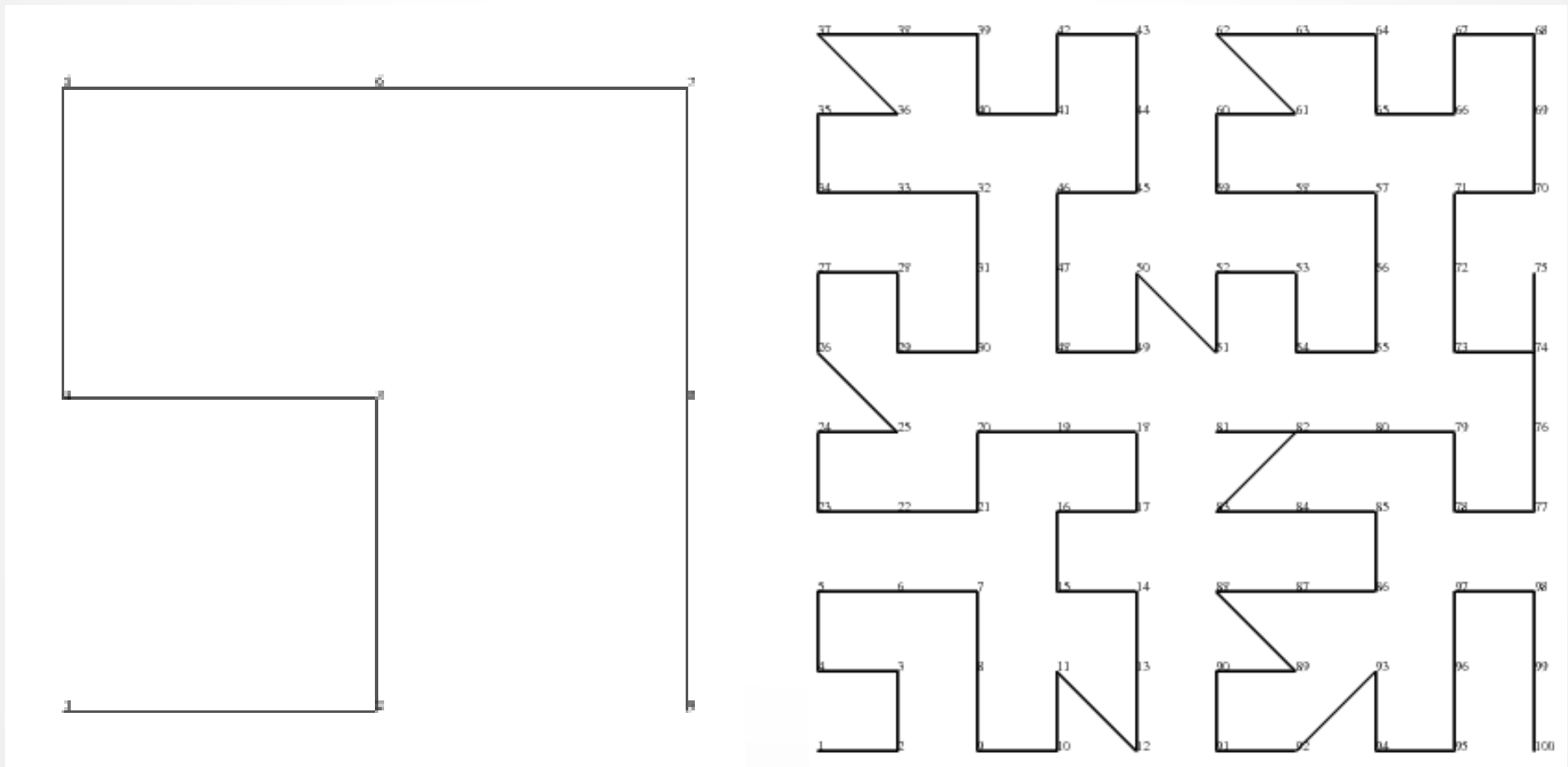
Curvas de Hilbert

- **de** – distância euclidiana
- **dh** – distância de hilbert
- **pd** – maximizar a probabilidade de uma $de \leq x \Rightarrow dh \leq y$



Curvas de Hilbert

- Aplicável para valores de **n** não potências de 2



Aplicação (O)VRP

- (Open) vehicle routing problem
 - n clientes devem receber encomendas de volume V_n
 - a serem entregues por $k \leq n$ veículos com capacidade c
 - todos os veículos partem de um mesmo local
 - ao qual não regressam (na versão Open)
 - **pretende-se minimizar k bem como a distância percorrida pela frota**

Aplicação (O)VRP

- Solução (possível)
 - Partindo de uma distribuição inicial (eventualmente aleatória) de clientes por veículos
 - Procurar melhor esta distribuição efectuando trocas:

Aplicação (O)VRP

– Trocas (cont.):

- A ordem das entregas num mesmo veículo:
 - PORTO->COIMBRA->LISBOA é preferível a
 - PORTO->LISBOA->COIMBRA
- Encomendas entre veículos:
 - VIANA->PORTO->LISBOA BEJA->ÉVORA
 - VIANA->PORTO LISBOA->BEJA->ÉVORA

Aplicação (O)VRP



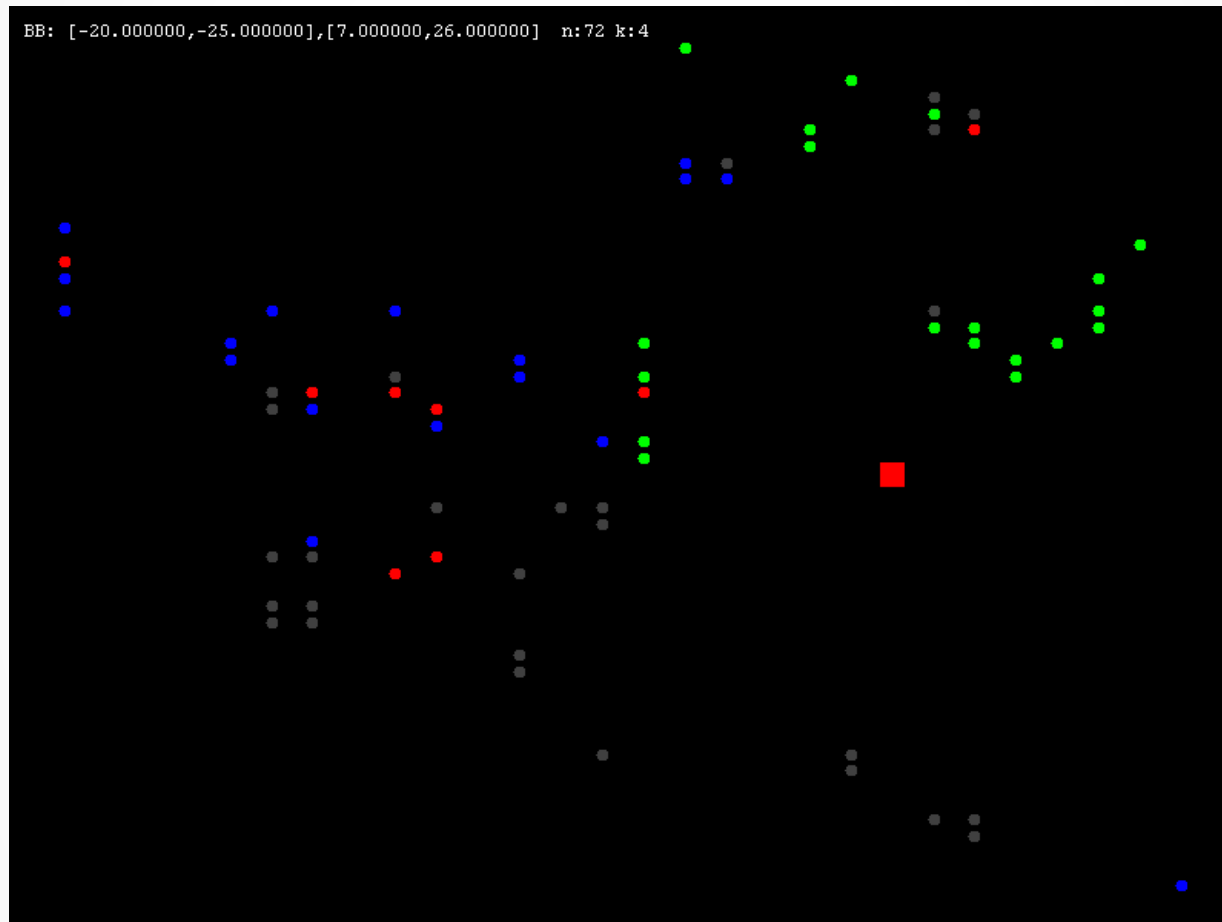
Aplicação (O)VRP



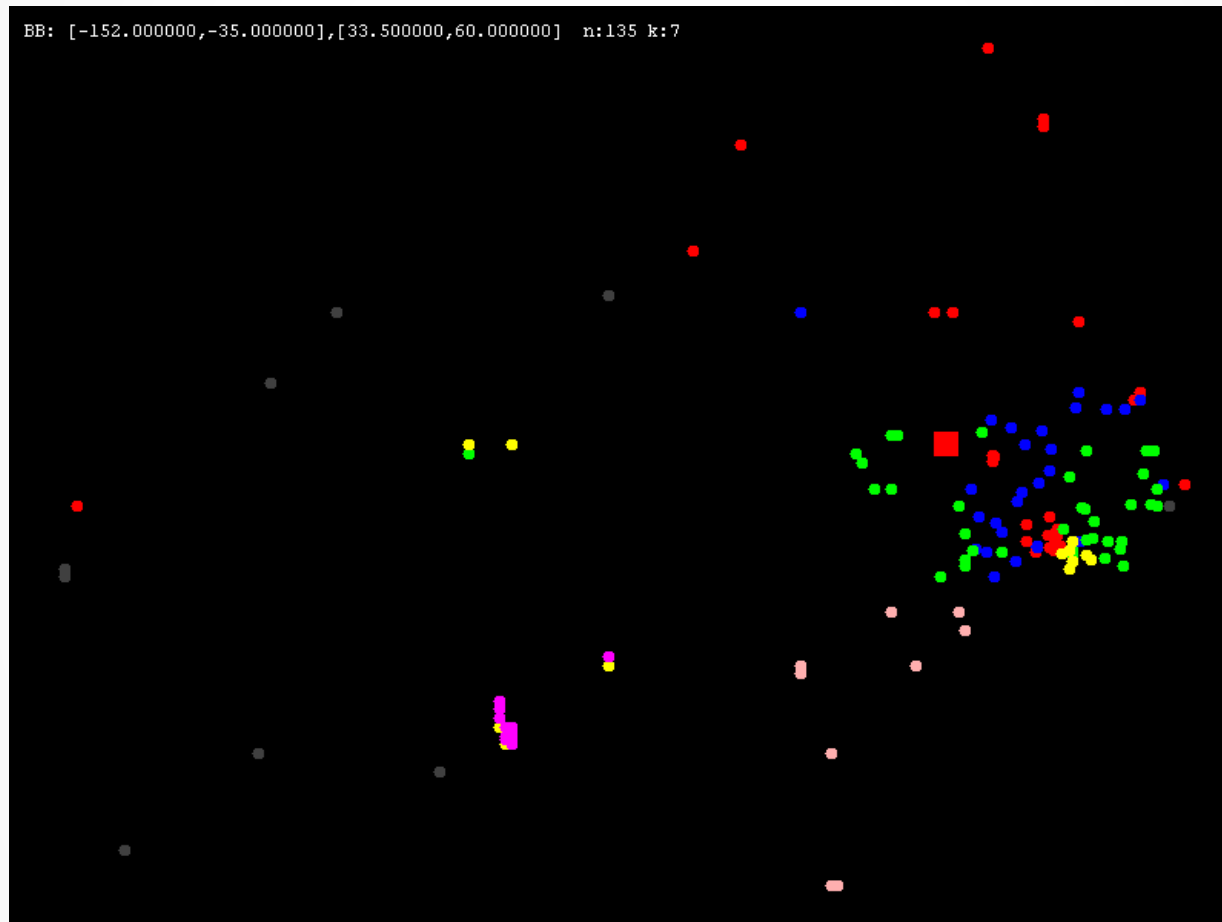
Aplicação (O)VRP



Aplicação (O)VRP

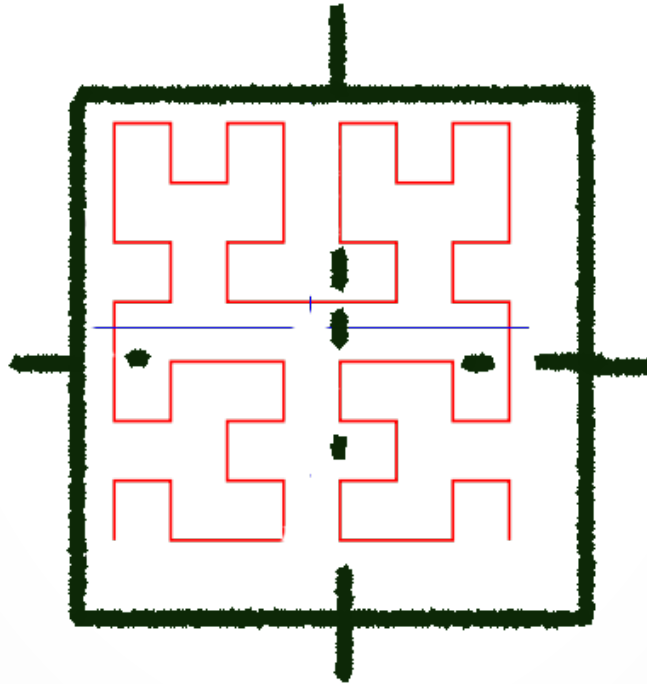


Aplicação (O)VRP



Desenvolvimento

- Aplicação de excentricidade ao espaço em múltiplas direcções;
- + 12.5%



Desenvolvimento

- Espaço 8x8 (dh<64)

de	dh	pd	pd (ecc 12.5%)	pd (ecc 10%)
1	8	.83	.86	.88
2	8	.74	.77	.78
3	8	.62	.61	.62
1	16	.92	.92	.93
4	16	.74	.73	.73
8	16	.45	.45	.45
3	9	.65		.66
5	25	.76		.77
6	36	.84		.85

Curvas de Hilbert

- Obrigado