

Dominik BECHINIE, Berlin & Katja EILERTS, Berlin & Tobias HUHMAN, Weingarten & Michael LENKE, Paderborn & Carsten SCHULTE, Paderborn & Felix WINKELNKEMPER, Paderborn

Geometrielernen digital unterstützen – Räumliche Kompetenzen und individuelle Lernwege mittels adaptierbarer algorithmischer Rückmeldemöglichkeiten fördern

Lernen und Lehren mit digitalen Medien ist gegenüber analogen Medien insbesondere im Zusammenwirken von Wahrnehmen, Handeln und Kognitionsentwicklung durch Qualitätsverluste gekennzeichnet: Statt mit physisch-konkreten Objekten umgehen zu können, die angefasst, von allen Seiten betrachtet und mit denen direkt gehandelt werden kann, sehen sich die Lernenden virtuellen Repräsentationen gegenüber, die anderer Gestalt sind als ihre analogen Pendanten, sich anders verhalten und die durch die programmierte Anwendungslogik in der Regel in der Manipulation eingeschränkt sind. Ausgehend von der Grundposition frühkindlichen Lernens 'Be-Greifen – um zu erfahren' werden hier vielfältige Fragen in Bezug auf das Verinnerlichen von Handlungen und die Auswirkungen auf die Kognitionsentwicklung (Piaget, 1966; Aebli, 1980) aufgeworfen. Trotz dieser Qualitätseinschränkungen im Vergleich zum Lernen mit analogen Medien beinhalten digitale Medien Potenziale, um die durch analoge Medien bestehenden Grenzen zu überwinden. Dieses für Lehr-Lernkontexte zu analysieren und zu optimieren, erfordert *fachdidaktische Mediensensibilität*. Darunter verstehen wir (1) die Fähigkeit potenzialorientierte Analysen von „für den Lernprozess geeigneten Medien“ vorzunehmen. Darauf aufbauend soll (2) zielgerichtetes Lernen mit analogen und digitalen Medien für einen mehrwertorientierten Einsatz im Lernprozess orchestriert werden. Nur mit derartigem Wissen kann Technik bedeutungsvoll eingesetzt werden.

Für die Entwicklung von Lehr-Lern-Software bedeutet fachdidaktische Mediensensibilität zudem: Wenn *Potenziale digitaler Medien* optimal ausgeschöpft werden sollen, bedingt es die intelligente und kreative Kombination der grundlegenden *digitalen Potenziale*. Digitale Medien, die durch Ausnutzen dieser (technischen) digitalen Potenziale inhalts- oder prozessbezogene Potenziale digitaler Medien ausschöpfen und somit die Grenzen des analogen Lernens überwinden, profitieren insbesondere durch einen interdisziplinären Entwicklungs- und Forschungsansatz. Unser Projekt vereint mathematik- sowie informatikdidaktisches Wissen und das technische Knowhow zur eigenständigen Entwicklung einer App zum Lerngegenstand Pentomino. In vorangegangenen Iterationen konnten Potenziale identifiziert und umgesetzt werden. Der aktuelle Fokus der Entwicklung liegt auf der Adaptierbarkeit (1) der digitalen Hilfestellungen an die individuellen Bedürfnisse der Lernenden und (2) der Lernumgebung durch die Lehrkräfte.

Grundcharakterisierung Pentominos

Der Lerngegenstand Pentominos (Quadratfünflinge) ist ein geometrischer Figurentyp, bei dem durch Aneinanderlegen von jeweils fünf gleichgroßen Quadraten mit jeweils gemeinsamen Seiten insgesamt 12 verschiedene Pentominos entstehen, die nicht durch Drehen oder Spiegeln aufeinander abgebildet werden können. An den Lerngegenstand sind vielfältige mathematische Aktivitäten gebunden, insbesondere Auslegeaufgaben zu unterschiedlichen Figuren, bei denen Pentominos gedreht und gespiegelt werden können. Typische 'Pentomino-Spielbretter' sind Rechtecke von 6×10 oder 5×12 Quadraten, die mit allen Pentominos lückenlos und überschneidungsfrei ausgelegt werden müssen. Mit derartigen Auslegeaufgaben sollen inhalts- und prozessbezogene Kompetenzen gefördert werden, vor allem die Teilbereiche der visuellen Wahrnehmung, das räumliche Denken z.B. bei mentalen Operationen mit Elementen der Legefigur, die Entwicklung von Symmetrievorstellungen sowie mathematisches Kommunizieren über Vorgehensweisen, Argumentieren und Problemlösen (Koth & Grosser, 2010). Sollen die Auslegeaufgaben mit analogen Medien bearbeitet werden, sind individuelle Lösungsprozesse mit vielerlei Problemen verbunden, denn die Betrachtung der jeweiligen Auslegesituation gibt zumeist keinerlei Hinweise, die eine Einschätzung der Lösbarkeit oder eine Handlungsempfehlung zur weiteren Lösung ermöglichen würden. So verbleibt das Handeln oftmals auf einer Stufe des ‚Trial & Error-Puzzelns‘. Hinzu kommt das typische Problem der Darstellungsflüchtigkeit analoger Manipulationen (Huhmann, 2013): Jedes Positionieren, Wegnehmen, Drehen oder Wenden eines Pentominos ändert die aktuelle Situation, die ohne weitere Dokumentation der Wahrnehmung nicht mehr zugänglich ist. Insbesondere können Lernende nur eine der in einer konkreten Situation gebildeten Hypothesen näher untersuchen, sodass Ideen und Vermutungen nicht verfolgt werden können und Lernmöglichkeiten ungenutzt bleiben. Mit einer digitalen Umsetzung von Auslegeaufgaben kann diesen Schwierigkeiten z.B. mittels performanterer Lösungsalgorithmen und Speicher- bzw. Schnappschussfunktionen begegnet werden.

Pentomino-Auslegeaufgaben lösbar machen

Die Auslegeaufgaben kennzeichnen sich durch verschiedenste Schwierigkeitsgrade, abhängig von der Auslegeform, der Anzahl möglicher Lösungen und der Anzahl zu verwendender Pentominos. Ein Problem, das sich medienunabhängig in unseren Erprobungen seit 2018 (Beyer et al., 2020) gezeigt hat, ist der hohe Schwierigkeitsgrad der 6×10 und 5×12 -Bretter, da diese keine Anhaltspunkte für eine Strategiebildung bieten. Eine digitale Variante bietet hier verschiedene Möglichkeiten. Dazu gehören etwa (1) eine Dreiteilung der auszulegenden Fläche, bei der diese in drei gleich große Teile geteilt wird, die nacheinander bearbeitet werden können. Hierbei stehen nur die jeweils für das aktuelle Drittel benötigten Pentominos zur Verfügung. In Verbindung mit den

„nicht-glatten Randbereichen“ lassen sich diese Drittel von allen Probanden unserer Erprobungen medienunabhängig lösen (ebd). Eine solche Drittelung ist in der digitalen Version für alle Lösungen umsetzbar, in der analogen Variante jedoch nur für einige Lösungen praktikabel. Ebenfalls ist es digital möglich, eine Dreiteilung auch dann noch zu starten, wenn schon einige Pentominos positioniert wurden. Eine weitere Möglichkeit ist, wie nachfolgend ausführlicher dargestellt, (2) die digitale Funktion des ‚Vorausfüllens‘ (ebd.), die in analoger Variante ebenso für wenige Lösungen praktikabel ist. Hierbei können bis zu zehn Pentominos von links, von rechts oder von der Mitte beginnend vorausgefüllt vorgegeben werden.

Raumwahrnehmung und Raumvorstellung frühzeitig aktivieren

Das Lösen von Pentomino-Auslegeaufgaben wird dann leichter, wenn sich durch wahrnehmbare Auslegesituationen Hypothesen für die noch zu platzierenden Pentominos ergeben. Wird ein Pentomino lösungsgerecht positioniert, können sich durch dessen Form Hinweise ergeben, welche Pentominos scheinbar passend daran anliegend positioniert werden können. Auslegeaufgaben werden in der Konsequenz stets vom Rande her gefüllt, dies bestätigt sich auch in unseren Erprobungen als am häufigsten genutzte Vorgehensweise. Durch die Eigenschaft der digitalen Pentomino-Version, zu jedem Zeitpunkt alle Lösungen zur Verfügung zu haben, kann durch den Computer etwas geleistet werden, was für Lernende sowie Lehrkräfte nicht möglich ist: Es kann ein Pentomino so positioniert werden, dass es nicht zwangsweise die bereits vorhandenen Pentominos berührt und die Auslegeaufgabe immer noch lösbar ist.

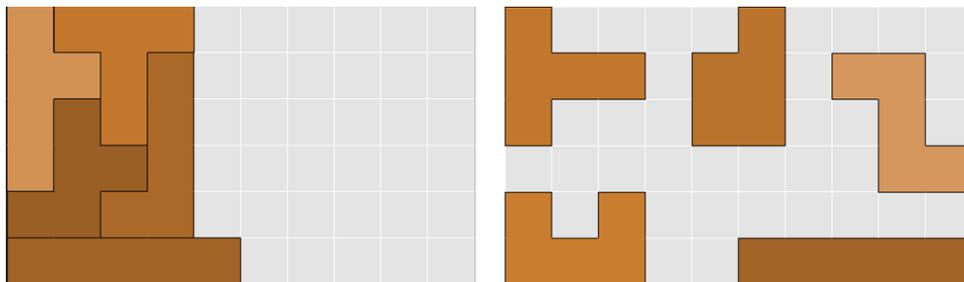


Abb.1: links Füllung von links mit Berührung; rechts: Füllung mit Lücken

Hierdurch wird eine Situation erzeugt, in der Lernende frühzeitig raumwahrnehmungs- und raumvorstellungsbezogene Kompetenzen aktivieren sowie die Hypothesenbildung angeregt wird. Ohne digitale Unterstützung wäre das nicht möglich, denn es gibt keinen wahrnehmbaren Hinweis darauf, ob solch ein positionierter Pentomino Teil einer korrekten Lösung ist. Was als Einzeltipp funktioniert, lässt sich kombinieren zu einer Version der vorausgefüllten Auslegesituationen, wie in Abbildung 1 zu sehen ist. Obgleich hier weniger als die Hälfte der Pentominos automatisch positioniert wurden, ergeben sich im Vergleich zur Füllung mit Berührung der Pentominos viele Hinweise zur Positionierung der übrigen Pentominos.

Viel zu tun, große Potenziale und Herausforderungen

‘Vorausfüllen auf Lücke’ ist lediglich *eine* Möglichkeit, adaptierbar die Raumwahrnehmung und Raumvorstellung bezogenen Kompetenzen der Lernenden anzuregen. Im Rahmen studentischer Projektgruppen werden weitere Unterstützungsfunktionen, wie das Vorschlagen des Füllens bestimmter Bereiche entwickelt. In der Konsequenz werden eine Vielzahl solcher Funktionen verfügbar sein, die angepasst an individuelle Lernstände und Vorgehensweisen ausgewählt und genutzt werden können. Hierzu gehört auch das Vorbereiten und Verteilen von vorgefertigten Auslegekonfigurationen oder Einstellungen bezüglich der verfügbaren Hilfsfunktionen, darunter die Möglichkeit, frühere Spielzustände wieder hervorzubringen. Durch die fachdidaktische Entwicklungsforschung im kontinuierlichen interdisziplinären mathematikdidaktischen und informatischen Diskurs in Bezug auf den jeweils aktuellen Entwicklungsstand der digitalen Version in enger Verbindung mit den jeweiligen Erprobungen mit Lernenden konnten große inhalts- und prozessbezogene Potenziale der digitalen Pentomino-Version erarbeitet werden, die in analogen Varianten nicht umzusetzen sind. Erst die geeignete Nutzung *digitaler Potenziale* eröffnet Möglichkeiten der Implementation von *Potenzialen in digitalen Medien*. Ob und wie sich diese entfalten, ist Gegenstand unserer weiteren Forschungen, denn die Nutzung digitaler Lernmaterialien kann nicht ohne eine *fachdidaktische Mediensensibilität* auskommen. Nur wenn Lehrkräfte die *digitalen Potenziale* nachvollziehen, können sie sich diese zu Eigen machen.

Literatur

- Aebli, H. (1980). Denken, das Ordnen des Tuns. Band I. Stuttgart: Klett-Cotta Verlag.
- Beyer, S., Huhmann, T., & Eilerts, K. (2020). Nutzung von Hilfen in Problemlöseprozessen – am Beispiel einer analogen und digital gestützten Lernumgebung zu Pentominos. In: Lernen, Lehren und Forschen mit digitalen Medien. WTM-Verlag.
- Huhmann, T. (2013). Einfluss von Computeranimationen auf die Raumvorstellungsentwicklung. Springer Fachmedien Wiesbaden.
- Koth, M., & Grosser, N. (2010). Das Pentomino-Buch. Denkspielspaß für Kinder von 9 bis 99. Aulis Verlag.
- Piaget, J. (1966). Psychologie der Intelligenz. 2. Aufl. Zürich: Rascher.