

Stefan POHLKAMP, Aachen

## **Digitale Visualisierungen authentischer Daten als Querverbindung zwischen *statistical literacy* und Modellierung**

Seit Beginn der COVID-19-Pandemie hat die deutsche Politik mehrmals die maßgebliche Kenngröße gewechselt, nach der sie ihre Beschlüsse ausrichtet: von der Verdopplungszahl über den R-Wert zur Sieben-Tage-Inzidenz. Zugleich sind zu einer Kenngröße verschiedene Grenzwerte herangezogen worden, z. B. bei den Neuinfektionen pro 100.000 Einwohnern binnen sieben Tagen u. a. 35 und 50. Dabei ist öffentlich ein Unbehagen artikuliert worden, inwieweit diese Daten den Verlauf der Pandemie beschreibend wiedergeben oder ob man „immer neue Grenzwerte erfinden“ würde (Armin Laschet am 15.2.21)<sup>i</sup>.

Dieses Hinterfragen der neutralen Abbildungsfunktion von Mathematisierungen und die Betonung des damit verbundenen menschlichen Gestaltungspotenzials entspricht der mathematikdidaktischen Unterscheidung von deskriptiven und normativen Aspekten in einer mathematischen Modellierung. Anhand authentischer Daten zur Entwicklung des Meereises wird exemplarisch aufgezeigt, inwieweit über die Querverbindung von Fragen der Modellierung und *statistical literacy* staatsbürgerliche Mündigkeit bei Datenaufbereitung und -auswertung gefördert werden kann. Aufbauend auf den *Sea Ice Index* (Fetterer 2017) sind digitale Lernumgebungen zur Eisoberfläche entstanden, an denen konstruktiv der Bildungswert entsprechender Visualisierungen im Spannungsfeld von Mathematik und Sachkontext aufgezeigt wird.

### **Bezüge zwischen „Daten und Zufall“ und „Modellieren“**

Die im Folgenden fokussierten Konzepte „Daten und Zufall“ und „Modellieren“ entstammen den Bildungsstandards: Ersteres strukturiert als Leitidee Inhalte des Mathematikunterrichtes, an denen dann Kompetenzen wie „Modellieren“ erworben werden sollen. Vergleicht man die Charakterisierungen der beiden Begriffe, finden sich Überschneidungen in den Formulierungen „Darstellungen“, „interpretieren“ sowie „reflektieren“, auch „bewerten“ und „kritisch beurteilen“ sind nah beieinander. (vgl. KMK 2003, S. 8f., 12)

Auffällig ist erstens die Gemeinsamkeit, dass mit der Evaluation anspruchsvolle kognitive – bei Berücksichtigung persönlicher Werte sogar affektive – Lernziele adressiert werden. Zweitens werden beide Male Mathematik und Realität in ein Verhältnis gesetzt, nämlich über eine abbildende („Darstellungen“) und eine eingreifende („interpretieren“) Funktion.

Dabei tut sich ein Widerspruch auf: Die verbreitete Fehlvorstellung von Mathematik als objektivem, universell zuständigem Beschreibungswerkzeug (vgl. Hersh 1991, S. 130) scheint sich in beiden Konzepten zu bestätigen: So gelten Statistiken als deskriptive Quantifizierungen und in den meisten Lehrplänen wird

Modellieren auf das Beschreiben/Erfassen der Welt reduziert. Genauere mathematikdidaktische Untersuchungen verstehen Daten jedoch als Signale mit Rauschen bzw. Zahlen im Kontext (vgl. Biehler & Engel 2015, S. 227, 229) und zeigen normative Aspekte des Modellierens auf (vgl. Pohlkamp 2020). In diesem Zusammenhang werden für die Mathematik atypische Eigenschaften wie eine fehlende zweiwertige Logik und Ungenauigkeit deutlich und in Hinblick auf die Anwendung erklärbar (vgl. Biehler & Engel 2015, S. 228f.).

Engel und Kuntze charakterisieren Statistik unter anderem über das Modellieren von Daten und finden empirische Belege, dass Kompetenzen im Bereich von *statistical literacy* und Modellieren voneinander abhängen (vgl. 2011, S. 398, 404). Dies liegt sicher darin begründet, dass beide im Spannungsfeld von Mathematik und Wirklichkeit verortet werden können. Damit geht ein staatsbürgerliches Potenzial einher, wenn *statistical literacy* als Förderung einer kritischen Grundhaltung gegenüber Daten und auf sie beruhenden Argumenten verstanden wird (vgl. Krüger 2016, S. 2f.). Dies kann auf Modelle übertragen werden, die in der Öffentlichkeit als Thema diskutiert werden, z. B. Wahlrecht oder Steuersystem, oder als Argumente herangezogen werden, z. B. Armutsdefinition oder Grenzwerte. Mithilfe einer konkreten digitalen Visualisierung soll dieses Ideal von Mündigkeit in der Schnittmenge von „Daten und Zufall“ und „Modellieren“ erkundet werden.

### Untersuchung einer typischen Darstellung

Abb. 1 zeigt links die Meereisoberfläche auf der nördlichen Hemisphäre. Mit dem Schieberegler können die Jahreskurven von 1979 bis 2019 angezeigt werden. Mittels der Dynamik wird trotz einzelner Ausnahmen der Trend eines Eisschwundes über die Jahre qualitativ deutlich. Einer solchen Grafik, wie sie in den Medien vorkommt, qualitative Aussagen abzulesen, ist ein Anlass, Konzepte der Schulstatistik veranschaulicht und kontextbezogen zu untersuchen: arithmetisches Mittel vs. Median (alle 18 Jahre seit 2002 liegen im Aug. unter dem Median), Spannweite vs. Standardabweichung (letztere wird intuitiv grafisch zugänglich).

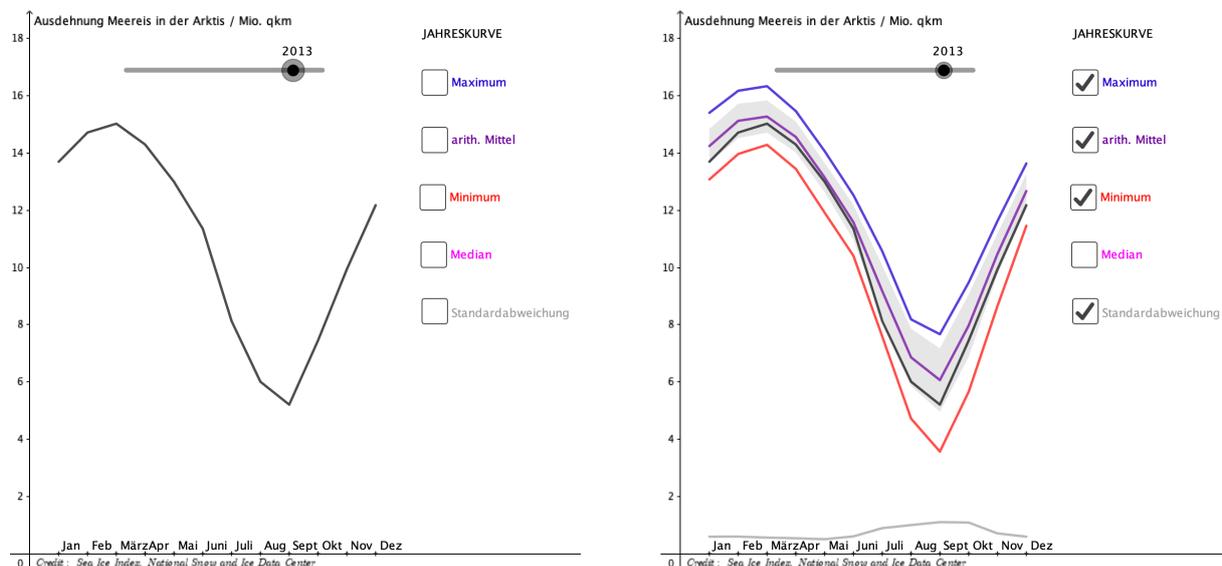


Abb. 1: Digitale Visualisierung von Daten aus dem *Sea Ice Index*

Die Frage nach dem Jahr mit der geringsten Eisfläche führt Schüler:innen in Durchführungen zur Minimierung der Fläche zwischen Jahreskurve und der Kurve der monatlichen Allzeitminima. Betrachten sie stattdessen die ganze Fläche unter der Jahreskurve, stoßen sie auf die Verbindung zum arithmetischen Mittel der Jahreswerte und damit propädeutisch auf die Mittelwertbildung als Grundvorstellung zum Integral. Über die Visualisierung hinterfragen Schüler:innen das arithmetische Mittel über das Jahr kritisch: Die Zeit mit wenig Eis ist kürzer und verfügt über stärkere Schwankungen als die Zeit mit viel Eis. Der Informationsverlust im Übergang zwischen Jahreskurve und -mittel wird gerade im Sachkontext transparent. Schüler:innen erkennen, dass bestimmte Perspektiven auf gewisse Darstellungen angewiesen sind: Eisbären brauchen nicht im Schnitt eine gewisse Eisfläche, sondern zu jedem Zeitpunkt.

### Sensibilisierung für nicht-deskriptive Entscheidungen

Für eine weitergehende Quantifizierung der Eisentwicklung bedarf es einer anderen Darstellung (Abb. 2). Dabei werden nicht mehr alle monatlichen Werte eines Jahres, sondern nur noch drei zugehörige statistische Maße betrachtet. Mit dem digitalen Werkzeug wird die lineare Regression um den Kalkül entlastet für Schüler:innen im Sachkontext zugänglich. Sie ist, insbesondere visualisiert, das Paradebeispiel vom Grenzbereich zwischen Datenaufbereitung und Modellierung. Die Gegenüberstellung der drei verschiedenen Geraden zeigt, dass die Modellierung nicht nur deskriptiv im Sinne von beschreibend und vorhersagend ist, sondern dass die prinzipiell willkürliche Auswahl des zugrunde liegenden statistischen Maßes enormen Einfluss darauf hat, wie dramatisch die Folgen der Klimakrise wahrgenommen werden. Nicht nur das Vorwissen zu den einzelnen Jahreskurven, sondern auch das Nebeneinander der Alternativen sensibilisiert Schüler:innen für die Manipulationsmöglichkeiten von Datenaufbereitungen. Mit digitalen Hilfsmitteln können aus einem Datensatz relativ schnell verschiedene (dynamische)

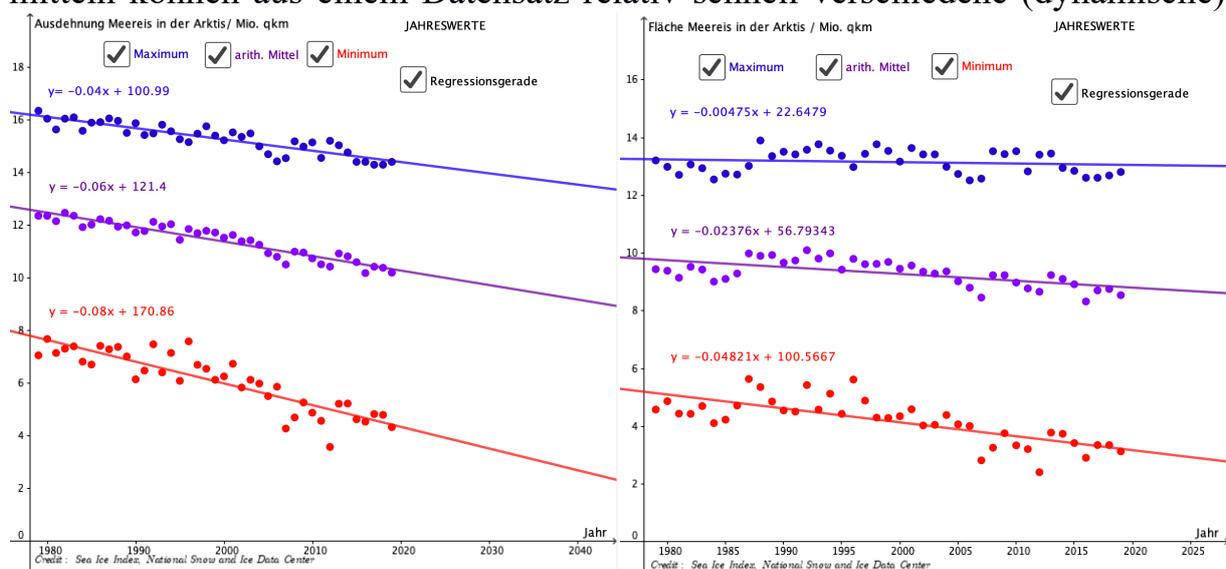


Abb. 2: Lineare Regressionen zu den Merkmalen ‚Ausdehnung‘ und ‚Fläche‘

Veranschaulichungen entstehen, sodass Schüler:innen im Vergleich einen kritischen Blick entwickeln können, wohingegen in den Medien oft nur eine Darstellung präsentiert wird. Es sind nicht nur mathematische Entscheidungen relevant. Der Unterschied zwischen der linken und rechten Variante in Abb. 2 bezieht sich darauf, ob ‚Ausdehnung‘ oder ‚Fläche‘ gemessen wird (bei einer Käsescheibe wäre die ‚Ausdehnung‘ die Fläche zwischen der Rinde und bei der ‚Fläche‘ würden die Löcher im Käse abgezogen). Zu einer Meinungsbildung müssen sowohl außer- als auch innermathematische Aspekte berücksichtigt werden. Die Manipulationskraft wird Schüler:innen klar, wenn sie die Festlegungen (Merkmal, stat. Maß und Rundung) nachvollziehen, die Leugner:innen der Klimakrise bei der gegebenen Datenlage treffen würden.

### **Bildungspotenzial durch kritisches Hinterfragen**

Das kritische Prüfen menschlicher Setzungen hinter solchen Daten lässt sich fortsetzen: Da nur die Oberfläche betrachtet wird, bleibt unklar, ob das Eis nicht auch immer dünner wird, wodurch die Entwicklung dramatischer ausfällt (bei ähnlichen Körpern besonders anschaulich vgl. Heitzer 2020, S. 409). Wie beim Modellieren lassen sich auch bei Datenaufbereitungen implizite und explizite, inner- und außermathematische Entscheidungen identifizieren. Neben Fragen nach Alternativen ist die Unterscheidung ‚deskriptiv – normativ‘ aufklärerisch: Wo werden Informationen abgebildet und wo Entscheidungen getroffen, die eine Beschreibung, Prognose oder Bewertung beeinflussen? Digitale Visualisierungen machen nicht nur deutlich, wie Datenaufbereitungen und Modelle im Sachkontext aufklären, sondern auch, dass diese dabei selbst kritisch zu hinterfragen sind.

### **Literatur**

- Biehler, R. & Engel, J. (2015): „Stochastik: Leitidee Daten und Zufall“, in: R. Bruder et al. (Hrsg.): *Handbuch der Mathematikdidaktik*, Berlin et al.: Springer Spektrum, S. 221–251.
- Engel, J. & Kuntze, S. (2011): „From Data to Functions: Connecting Modelling Competencies and Statistical Literacy“, in: G. Kaiser et al. (Hrsg.): *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling. ICTMA 14*, Dordrecht et al.: Springer, S. 397–406.
- Fetterer, F. et al. (2017 [tägl. akt.]): *Sea Ice Index, Version 3, [1979-2019]*, Boulder: National Snow and Ice Data Center (NSIDC), <https://doi.org/10.7265/N5K072F8> (17.02.2020).
- Heitzer, J. (2020): „Teach the truth – Mathematikunterricht angesichts einer berechtigten Forderung“, *Beiträge zum Mathematikunterricht 2020*, S. 409–412.
- Hersh, R. (1991): „Mathematics has a front and a back“, *Synthese* 88, S. 127–133.
- KMK (Hrsg.) (2003): *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss. Beschluss vom 4.12.2003*, [https://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen\\_beschluesse/2003/2003\\_12\\_04-Bildungsstandards-Mathe-Mittleren-SA.pdf](https://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen_beschluesse/2003/2003_12_04-Bildungsstandards-Mathe-Mittleren-SA.pdf) (11.04.2019).
- Krüger, K. (2016): „Statistische Grundbildung fördern“, *Mathematik lehren* 197, S. 2–7.
- Pohlkamp, S. (2020): „Macht durch Mathematik – Lernziele zu einem erweiterten Modellierungsbegriff“, *Beiträge zum Mathematikunterricht 2020*, S. 721–724.

---

<sup>1</sup> Zit. n. <https://www.zdf.de/nachrichten/politik/corona-laschet-35-inzidenz-check-100.html> (10.03.2021).