

Christian DORNER, Wien & Christoph ABLEITINGER, Wien

Prozedurales Wissen österreichischer Gymnasiast*innen am Ende der Sekundarstufe II

An Universitäten und Fachhochschulen sind in den letzten Jahren (wieder) vermehrt Beschwerden darüber zu hören, dass Studienanfänger*innen über keine ausreichenden operativen mathematischen Fertigkeiten ohne technologische Hilfsmittel (prozedurales Wissen) verfügten (Loveless & Coughlan, 2004; Billington & Gabrielsen, 2017; Offener Brief, 2017; Matyas & Drmota, 2018). In Österreich werden in diesem Zusammenhang oft der fortschreitende Technologieeinsatz im Unterricht und die uneingeschränkte Möglichkeit, ein CAS bei der Matura zu verwenden, als Ursachen genannt. Es fehlen dazu allerdings belastbare Daten, auch über das tatsächlich verfügbare prozedurale Wissen von Maturant*innen. Das zuständige Ministerium versucht, dem beschriebenen Problem durch die Etablierung eines technologiefreien Teils bei der zentralen schriftlichen Reifeprüfung an AHS (Gymnasien) zu begegnen, der erstmals 2026 zu absolvieren sein wird (BMBWF, 2020). „Grundlegende Rechengänge“ sollen wieder von Hand beherrscht werden, wie etwa einfache Termumformungen, das Lösen von Gleichungen oder das Ableiten einer Funktion mit Hilfe der Produktregel (BMBWF, 2020, S. 2).

Im Projekt OFF (Operative Fähigkeiten und Fertigkeiten ohne den Einsatz technologischer Hilfsmittel) soll über die nächsten Jahre u. a. das prozedurale Wissen der österreichischen Schüler*innen in der Abschlussklasse erhoben werden, um nachzuweisen, ob die Einführung des technologiefreien Teils Auswirkungen auf die operativen Fertigkeiten hat. Wir präsentieren in diesem Beitrag Ergebnisse der ersten Erhebung (April 2021) und über bestimmte Merkmale der verwendeten Aufgaben.

Theoretischer Rahmen

Wir orientieren uns an den Begrifflichkeiten von Altieri (2016), der sich wiederum auf das Standardwerk zur Unterscheidung von prozeduralem und konzeptuellem Wissen von Hiebert und Lefevre (1986) bezieht. Prozedurales Wissen setzt sich demzufolge aus Kalkülkenntnis (Kenntnis von Regeln und Prozeduren, um mathematische Aufgaben zu lösen) und Kalkülfertigkeit (notwendige Fertigkeiten, um Kalkülkenntnis fallspezifisch und gezielt in einer Weise anzuwenden, die in angemessener Zeit zu einem korrekten Ergebnis führt) zusammen (Altieri, 2016, S. 25). Kalkülkenntnis meint also spezifische Prozeduren zur Lösung eines bestimmten Problemtyps (z. B. die Kenntnis der Produktregel beim Ableiten), Kalkülfertigkeit umfasst meist

(elementar-)mathematische Fertigkeiten, die bei unterschiedlichen Problemtypen eingesetzt werden können (z. B. Termumformung, Bruchrechnen).

Wir haben folgende Dimensionen bei der Itemerstellung berücksichtigt: die Bearbeitungslänge (i. W. die Anzahl unterschiedlicher Bearbeitungsschritte beim Lösen prozeduraler Aufgaben) und die curriculare Stufe (von Klassenstufe 5 bis 12). Des Weiteren haben wir 15 Experten und Expertinnen (Fachmathematiker*innen, Fachdidaktiker*innen, Lehrer*innen) um ihre Einschätzung gebeten, ob aus ihrer Sicht die Beherrschung des technologiefreien Lösens der einzelnen prozeduralen Items für Schüler*innen der Abschlussklasse wichtig ist (von 0 „nein“ bis 3 „ja“).

Stand der Forschung

An vielen Universitäten gibt es mittlerweile Eingangstests, um die mathematischen Fähigkeiten von Studienanfänger*innen zu erheben (Greefrath et al., 2015; Kopanska-Bródka et al., 2015; Cambridge Assessment Admissions Testing, 2019). Hoever und Greefrath (2018) konnten in diesem Zusammenhang eine Abnahme der Mathematikkenntnisse über die vergangenen Jahre hinweg nachweisen. Auch wenn in solchen Tests hauptsächlich operative Fertigkeiten überprüft werden (Heinze et al., 2019), fehlen umfassende, validierte Tests für prozedurales Wissen, die für unsere Zwecke geeignet sind.

Spezifische empirische Erhebungen des prozeduralen Wissens in der Sekundarstufe sind nur für einzelne Themengebiete zu finden, z. B.: Bruchrechnung (Hallet et al., 2010; Zakaria & Zaini, 2009), lineare Gleichungen (Schneider et al. 2011), Funktionen (Lauritzen, 2012).

Forschungsfragen

- Welche Lösungsquoten haben lehrplankonforme prozedurale Aufgaben in einer repräsentativen Stichprobe österreichischer Gymnasiast*innen in der Abschlussklasse bei Bearbeitung ohne Technologie und Formelheft?
- Welchen Zusammenhang gibt es zwischen der Lösungsquote einer prozeduralen Aufgabe und ihrer Bearbeitungslänge, der curricularen Stufe und der von Expert*innen eingeschätzten Wichtigkeit der Aufgabe?

Methode

Es wurden 30 prozedurale Items entlang der österreichischen Sekundarstufencurricula entworfen, die nach diversen Validierungsprozessen (Experten-codierung der Prozeduralität, Expertenfeedback zu den Aufgabenformulierungen, konvergente Konstruktvalidierung mit Items von Hoever (unveröffentlicht), Schüler*innenbearbeitungen mit „think aloud method“) auf 24 Items dezimiert und auf zwei Testhefte aufgeteilt wurden. Darunter finden

sich z. B. das Anwenden einer binomischen Formel, das Lösen einer quadratischen Gleichung und das Berechnen eines bestimmten Integrals.

Für die 50-minütige Erhebung im April 2021 wurde eine repräsentative Stichprobe aus allen Gymnasien Österreichs gezogen, insgesamt nahmen 455 Schüler*innen der Abschlussklasse teil (Heft A: 225, Heft B: 230). Sie durften weder höherwertige Technologie noch einen wissenschaftlichen Taschenrechner oder ein Formelheft verwenden.

Die Bearbeitungen wurden durch die Autoren codiert (1 „korrekt gelöst“, 0 „sonst“), danach wurden die Daten deskriptiv analysiert und es wurden (multiple) lineare Regressionen gerechnet. Schließlich wurde auch die Interaktion zwischen den beiden Testheften überprüft, um sicherzugehen, dass die gewonnenen Effekte in beiden Testheften im Wesentlichen gleich sind.

Einblick in die Ergebnisse und Kurzinterpretation

Wir berichten hier nur zentrale Ergebnisse der Studie, eine Detailedarstellung wird gesondert veröffentlicht. Die mittlere Lösungshäufigkeit über alle 24 Aufgaben hinweg liegt bei 36%, wobei die Streuung durchaus hoch ist (Median 30%, $q_1 = 17%$, $q_3 = 52%$). Die Anzahl der Bearbeitungsschritte hat interessanterweise keinen signifikanten Einfluss auf die Lösungsquote einer Aufgabe. Allerdings nimmt die Lösungshäufigkeit mit zunehmender curricularer Stufe signifikant ab (etwa 10 Prozentpunkte pro Klassenstufe) und mit der eingeschätzten Wichtigkeit der Aufgabe signifikant zu (knapp 19 Prozentpunkte pro Ratingstufe).

Eine Interpretation der relativ niedrigen Lösungsquoten ist schwierig, da unsere Daten bislang nur eine Momentaufnahme darstellen. Sie lassen keine Aussagen über eine Entwicklung des prozeduralen Wissens in den letzten Jahren zu. Weitere Erhebungen in den kommenden Jahren, auch zur Entwicklung der Technologienutzungshäufigkeit im Unterricht, sind geplant.

Literatur

- Altieri, M. (2016). *Erfolg in Mathematik Klausuren ingenieurwissenschaftlicher Studiengänge unter besonderer Berücksichtigung prozeduralen Wissens*. [Dissertation, Technische Universität Dortmund].
- Billington, M. G. & Gabrielsen, E. (2017). The older the better? Are younger Norwegian adults losing ground on basic numeracy skills? *Nordic Studies in Mathematics Education*, 22(1), 45–64.
- BMBWF. (2020). *SRP Mathematik (AHS): 3-Stufen-Plan zur Weiterentwicklung des Mathematik-Unterrichts und der Mathematik-Matura*. https://www.matura.gv.at/fileadmin/user_upload/downloads/Begleitmaterial/MA/srp_ma_3-stufen-plan_2020-10-01.pdf

- Cambridge Assessment Admissions Testing. (2019). *Test of Mathematics of University Admission trail – Durham University 2015*. Cambridge Assessment. <https://www.admissionstesting.org/Images/536431-tmua-trial-durham-2015-2019-report.pdf>
- Greefrath, G., Hoever, G., Kürten, R. & Neugebauer, C. (2015). Vorkurse und Mathematiktests zu Studienbeginn – Möglichkeiten und Grenzen. In J. Roth, T. Bauer, H. Koch, & S. Prediger (Hrsg.), *Übergänge konstruktiv gestalten* (S. 19–32). Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-658-06727-4>
- Hallett, D., Nunes, T. & Bryant, P. (2010). Individual differences in conceptual and procedural knowledge when learning fractions. *Journal of Educational Psychology*, 102(2), 395–406. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2012.07.009>
- Heinze, A., Neumann, I., Ufer, S., Rach, S., Borowski, A., Buschhüter, D., Greefrath, G., Halverscheid, S., Kürten, R., Pustelnik, K. & Sommerhoff, D. (2019). Mathematische Kenntnisse in der Studieneingangsphase – Was messen unsere Tests? In A. Frank, S. Krauss & K. Binder (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2019* (S. 345–348). WTM-Verlag. <http://dx.doi.org/10.17877/DE290R-20862>
- Hiebert, J. & Lefevre, P. (1986). Conceptual and Procedural Knowledge in Mathematics: An Introductory Analysis. In J. Hiebert (Hrsg.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (S. 1–28). Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Hoever, G. (unveröffentlicht). *Erhebungsbogen und Test zum Studienbeginn*. FH Aachen.
- Hoever, G. & Greefrath, G. (2018). Vorkenntnisse von Studienanfänger/innen, Vorkursteilnahme und Studienerfolg – Untersuchungen in Studiengängen der Elektrotechnik und der Informatik an der FH Aachen. In Fachgruppe Didaktik der Mathematik der Universität Paderborn (Hrsg.), *Beträge zum Mathematikunterricht 2018* (S. 803–806). WTM-Verlag. <http://dx.doi.org/10.17877/DE290R-19409>
- Kopnaska-Bródka, D., Dudzińska-Baryła, R. & Michalska, E. (2015). An Evaluation of the selected mathematical competence of the first-year students of economic studies. *Didactics of Mathematics*, 12(16), 69–84. <https://doi.org/10.15611/dm.2015.12.08>
- Lauritzen, P. (2012). *Conceptual and Procedural Knowledge of Mathematical Functions*. Dissertation, University of Eastern Finland. https://erepo.uef.fi/bitstream/handle/123456789/11481/urn_isbn_978-952-61-0893-3.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Loveless, T. & Coughlan, J. (2004). The arithmetic gap. *Educational Leadership*, 61(5), 55–59.
- Matyas, K. & Drmota, M. (2018). *Das "M" in MINT: TU Wien beobachtet Absinken der Mathematikkenntnisse von Studienanfänger_innen*. Offener Brief an Bundesminister Heinz Faßmann. <https://www.tuwien.at/tu-wien/aktuelles/news/news/das-m-in-mint-tu-wien-beobachtet-absinken-der-mathematikkenntnisse-von-studienanfaenger-innen>
- Offener Brief (2017). *Mathematikunterricht und Kompetenzorientierung – ein offener Brief*. <http://www.tagesspiegel.de/downloads/19549926/2/offener-brief.pdf>
- Schneider, M., Rittle-Johnson, B. & Star, J. R. (2011). Relations among conceptual knowledge, procedural knowledge, and procedural flexibility in two samples differing in prior knowledge. *Developmental Psychology*, 47(6), 1525–1538. <https://doi.org/10.1037/a0024997>
- Zakaria, E. & Zaini, N. (2009). Conceptual and procedural knowledge of rational numbers in trainee teachers. *European Journal of Social Sciences*, 9(2), 202–217.