

Franziska TILKE, Münster & Karina HÖVELER, Münster

## **Von individuellen Erkenntnissen zum geteilten Wissen: Ordnen im inklusiven Mathematikunterricht**

### **Ausgangspunkte und theoretischer Hintergrund**

Bezüglich der Gestaltung des inklusiven Mathematikunterrichts herrscht weitgehend Einigkeit, dass dieser sowohl individuelle Vorgehensweisen als auch gemeinsames Lernen ermöglichen sollte (u. a. Häsel-Weide & Nührenbörger, 2021). Da das Ziel des Mathematikunterrichts darin besteht, dass „nicht individuelles, sondern geteiltes Wissen, das über die Klasse und die Grundschule hinaus anschlussfähig ist“ (Wittmann & Müller, 2017, S. 17) erworben wird, betont Selter (1994) im Umgang mit Heterogenität, dass ausgehend von der Vielfalt, „dafür Sorge zu tragen [ist], daß wichtige Bestandteile individuellen Wissens zu geteiltem Wissen werden“ (S. 71). Gemäß Ruf und Gallin (2003) ist dazu gemeinsames Lernen notwendig, im Zuge dessen die Lernenden in der individuellen Auseinandersetzung mit dem Lerngegenstand individuelle, singuläre Erkenntnisse entwickeln, welche durch den gemeinsamen Austausch erweitert werden und worauf aufbauend das reguläre Wissen des Faches erarbeitet werden muss. Eine solche Konsolidierung der individuellen Erkenntnisse und den Übergang zu regulärem mathematischem Wissen bezeichnen Prediger et al. (2021) als Ordnen.

Die Forschung zur Gestaltung gemeinsamen Lernens im inklusiven Mathematikunterricht hat in den letzten Jahren deutlich zugenommen, der Fokus liegt jedoch bislang vorrangig auf der individuellen Auseinandersetzung mit dem Lerngegenstand sowie dem gemeinsamen, erweiternden Austausch (u. a. Höveler, 2019). Zur Aushandlung des regulären, geteilten Fachwissens – dem Ordnen – liegen erste Erkenntnisse für die Sekundarstufe (Prediger et al., 2021) vor, konkrete Erkenntnisse für die Grundschule fehlen. Das nachfolgend dargestellte Projekt knüpft an diesen Forschungsbedarf an.

### **Das Projekt LiiMu-ForScheR**

Das Projekt LiiMu-ForScheR folgt dem Forschungsprogramm der fachdidaktischen Entwicklungsforschung (Prediger et al., 2012). Auf der *Entwicklungsebene* wird ein Lehr-Lern-Arrangement für den inklusiven Mathematikunterricht mit Aktivitäten zum Ordnen der individuellen Erkenntnisse (kurz Ordnungsaktivitäten, vgl. Abb. 1) (Tilke & Höveler, 2022) (weiter-)entwickelt. Auf der *Forschungsebene* werden lokale Theorien zu den individuellen Erkenntnissen der Lernenden in den verschiedenen Ordnungsaktivitäten im Kontext der Konstanzeigenschaften erforscht. Der vorliegende Beitrag fokussiert auf die Forschungsebene und die Frage:

Welche Veränderungen der individuellen Erkenntnisse bezüglich der Konstanzeigenschaften lassen sich bei den Lernenden in den Ordnungsaktivitäten ‚Konstanzeigenschaften vergleichen‘ und ‚Regel formulieren‘ rekonstruieren?

Um die Veränderung der individuellen Erkenntnisse zu analysieren, wurde die Durchführung des Lehr-Lern-Arrangements in drei Zyklen im zweiten bzw. dritten Schuljahr videografiert und zur Datenanalyse transkribiert. Als Analysemethode dient das epistemologische Dreieck nach Steinbring (2005): Mit diesem lässt sich auf der Grundlage des Wechselspiels zwischen Zeichen und Referenzkontext die begriffliche Deutung der Lernenden bezogen auf deren individuelle Erkenntnisse bezüglich der Konstanzeigenschaften rekonstruieren. Als angestrebtes reguläres mathematisches Wissen für die Konstanzeigenschaften der Addition gilt: Wird ein Summand um einen bestimmten Wert verkleinert und der andere um diesen Wert (gleicher Wert) vergrößert (*Operation & Gegenoperation*), bleibt die Summe konstant.

### Ausgewählte Ergebnisse aus dem zweiten Zyklus

Im Folgenden werden exemplarisch Emma und Lina (3. Schuljahr) betrachtet, die unterschiedliche Bearbeitungen aus der Erkundung der Konstanzeigenschaften anhand von Entdeckerpäckchen mitbringen (Abb. 1).

$\begin{array}{r} 17 \\ 16 \\ 15 \\ 14 \\ 13 \\ 12 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{r} 28 \\ 29 \\ 30 \\ 31 \\ 32 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{r} 45 \\ 45 \\ 45 \\ 45 \\ 45 \\ 45 \\ \hline \end{array}$ <p style="text-align: center;">-1      +1      0</p>	<p>Vergleiche die Aufgaben. Was fällt dir auf?</p> <p>Die 1. Zahl wird immer um 1 kleiner. Die 2. Zahl wird immer um 1 größer. Das Ergebnis bleibt immer gleich.</p>	$\begin{array}{r} 48 \\ 47 \\ 46 \\ 45 \\ 44 \\ \hline \end{array} - \begin{array}{r} 19 \\ 18 \\ 17 \\ 16 \\ 15 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{r} 29 \\ 29 \\ 29 \\ 29 \\ 29 \\ \hline \end{array}$	<p>Vergleiche die Aufgaben. Was fällt dir auf?</p> <p>mir fällt auf das der 1. Summand immer ein bisschen kleiner wird und der 2. Summand immer ein bisschen größer wird. Das Ergebnis bleibt immer gleich.</p> <p>Die 1. Zahl wird immer um 1 kleiner. Die 2. Zahl wird immer um 1 größer. Das Ergebnis bleibt immer gleich.</p>
$\begin{array}{r} 39 \\ 40 \\ 41 \\ 42 \\ 43 \\ 44 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{r} 14 \\ 13 \\ 12 \\ 11 \\ 10 \\ 9 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{r} 53 \\ 53 \\ 53 \\ 53 \\ 53 \\ 53 \\ \hline \end{array}$ <p style="text-align: center;">+1      -1      0</p>	<p>Vergleiche die Aufgaben. Was fällt dir auf?</p> <p>Die 1. Zahl wird immer um 1 größer. Die 2. Zahl wird immer um 1 kleiner. Das Ergebnis bleibt immer gleich.</p>	$\begin{array}{r} 57 \\ 58 \\ 59 \\ 60 \\ 61 \\ 62 \\ \hline \end{array} - \begin{array}{r} 38 \\ 39 \\ 40 \\ 41 \\ 42 \\ 43 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{r} 19 \\ 19 \\ 19 \\ 19 \\ 19 \\ 19 \\ \hline \end{array}$	<p>Vergleiche die Aufgaben. Was fällt dir auf?</p> <p>der 1. Summand wird +1 der 2. Summand wird -1 die Summe bleibt =</p> <p>Die 1. Zahl wird immer um 1 größer. Die 2. Zahl wird immer um 1 größer. Das Ergebnis bleibt immer gleich.</p>

**Emma**

**Lina**

#### Ordnungsaktivität 1 ‚Konstanzeigenschaften vergleichen‘

Wie kann man bei den Entdeckerpäckchen mit gleichem Ergebnis schnell erkennen, ob die Beschreibung zu den Plusaufgaben oder zu den Minusaufgaben gehört?

#### Ordnungsaktivität 2 ‚Regel formulieren‘

Wann haben Entdeckerpäckchen immer das gleiche Ergebnis?

Schreibt gemeinsam eine Regel für Plusaufgaben und Minusaufgaben auf.

**Abb. 12:** Bearbeitungen Emma & Lina und Arbeitsaufträge (Tilke & Höveler, 2022, S. 36)

Zu Beginn der Ordnungsaktivität 1 (Abb. 1) fordert Lina Emma auf, ihre Entdeckungen zu beschreiben, unterbricht dann ihre Aufforderung („Hey, Emma, mir fällt was bei dir auf“) und deutet Emmas Arbeitsblatt (Abb. 2, Zeichen). Sie beschreibt: „bei dir immer eher immer kleiner und größer, kleiner und größer, kleiner und größer, größer, größer, kleiner und grö- [...] Du hast

immer kleiner und größer.“ Die Eigenschaft ‚kleiner und größer‘ stellt für Lina die operative Veränderung bei der Addition dar (Abb. 2, Referenzkontext). Aus dem Wechselspiel zwischen Zeichen und Referenzkontext geht die begriffliche Deutung der Operation und Gegenoperation hervor (Abb. 2, Begriff). Analog deutet Lina ihr Arbeitsblatt der Subtraktion und entwickelt als begriffliche Deutung die gleichen Operationen als Konstanzeigenschaft (Abb. 3, Begriff).

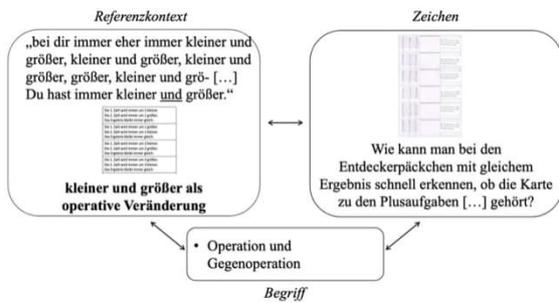


Abb. 13: Linas Deutung (Addition)

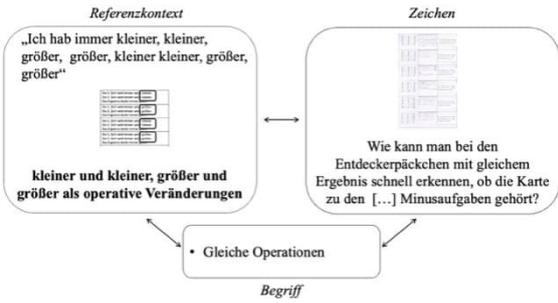


Abb. 14: Linas Deutung (Subtraktion)

Erst nach der Aufforderung zum Vergleich der Entdeckerpäckchen der Addition und der Subtraktion stellt Lina Zusammenhänge zwischen den einzelnen Entdeckerpäckchen her. An dieser Stelle wird deutlich, dass Lina ihre individuellen Erkenntnisse im Austausch weiterentwickeln kann, diese jedoch noch nicht dem regulären Wissen der Konstanzeigenschaften entsprechen und somit nicht zum geschickten Rechnen anschlussfähig sind.

In der Ordnungsaktivität ‚Regel formulieren‘ (Abb. 1) beschreibt Emma, „dass das immer kleiner, größer ist“ als Gemeinsamkeit bei den operativen Veränderungen (Abb. 4, Referenzkontext) und deutet auch die Operation und Gegenoperation als Konstanzeigenschaften (Abb. 4, Begriff). Durch den Impuls der Lehrkraft die Regel zu konkretisieren (Abb. 5, Zeichen), ergänzt Lina ‚die gleichen Zahlen‘ und bezieht sich auf das gegensinnige Verändern *um den gleichen Wert* (Abb. 5, Referenzkontext). Sie gelangt auf diese Weise zur begrifflichen Deutung der Konstanz der Summe (Abb. 5, Begriff) und zum regulären mathematischen Wissen.

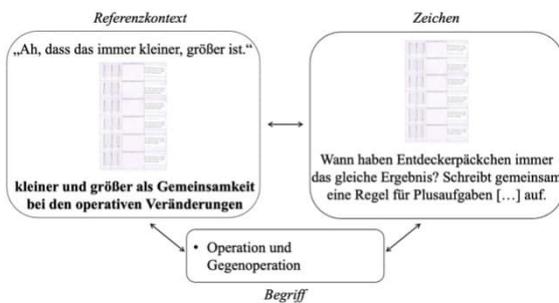


Abb. 15: Emmas Deutung (Addition)

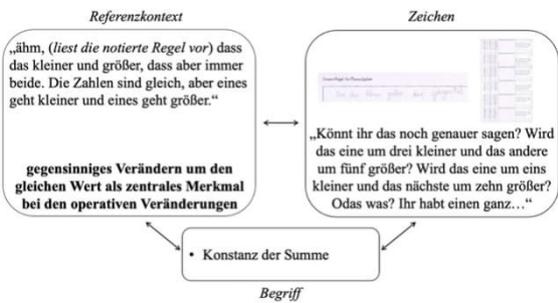


Abb. 16: Linas Deutung (Addition)

An dieser Stelle bleibt ungeklärt, ob auch Emma die Aushandlung des regulären Wissens bezüglich der Konstanz der Summe nachvollziehen kann.

## Zusammenfassung und Ausblick

Die dargestellten Ergebnisse zeigen, dass in der Untersuchung Lernende – wie Lina – durch die aufgezeigten Ordnungsaktivitäten in der Lage sind, ihre individuellen Erkenntnisse zu regulärem mathematischem Wissen zu den Konstanzeigenschaften weiterzuentwickeln. Gleichzeitig bleibt es eine Herausforderung, dass ALLE Kinder im inklusiven Mathematikunterricht die Konstanzeigenschaften vollständig erfassen. Einige Lernenden – wie Emma – verbleiben bei singulären Erkenntnissen (z. B. gleicher Wert ODER Operation & Gegenoperation als Konstanzeigenschaft). Dies macht die Notwendigkeit weiterer Ordnungsaktivitäten im inklusiven Mathematikunterricht deutlich.

## Literatur

Häsel-Weide, U. & Nührenbörger, M. (2021). Inklusive Praktiken im Mathematikunterricht. Empirische Analysen von Unterrichtsdiskursen in Einführungsphasen. *ZfG*, 14, 49–65.

Höveler, K. (2019). Learning Environments in Inclusive Mathematics Classrooms: Design Principles, Learning Processes and Conditions of Success. In D. Kolloosche, R. Marcone, M. Knigge, M. G. Penteadó & O. Skovsmose (Hrsg.), *Inclusive Mathematics Education* (S. 87–105). Springer International Publishing.

Prediger, S., Barzel, B., Hußmann, S. & Leuders, T. (2021). Towards a research base for textbooks as teacher support: The case of engaging students in active knowledge organization in the KOSIMA project. *ZDM – Mathematics Education*, 53, 1233–1248.

Prediger, S., Link, M., Hinz, R., Hußmann, S., Ralle, B. & Thiele, J. (2012). Lehr-Lernprozesse initiieren und erforschen. Fachdidaktische Entwicklungsforschung im Dortmunder Modell. *MNU*, 65(8), 452–457.

Ruf, U. & Gallin, P. (2003). *Austausch unter Ungleichen: Grundzüge einer interaktiven und fächerübergreifenden Didaktik* (2. Auflage). Kallmeyer.

Selter, C. (1994). *Eigenproduktionen im Arithmetikunterricht der Primarstufe. Grundsätzliche Überlegungen und Realisierungen in einem Unterrichtsversuch zum multiplikativen Rechnen im zweiten Schuljahr*. Deutscher Universitäts-Verlag.

Steinbring, H. (2005). *The Construction of New Mathematical Knowledge in Classroom Interaction. A Epistemological Perspektive* (Bd. 38). Springer.

Tilke, F. & Höveler, K. (2022). „4 + 10 sind 14. Und 3 + 11 sind auch 14, weil das ist ja hier einer weniger und da einer mehr“. Vom Entdecken mathematischer Muster zum Nutzen mathematischer Strukturen als Rechenstrategie. In M. Gutzmann & U. Carle (Hrsg.) *Anfangsunterricht für alle Kinder - Willkommen in der Schule!* (S. 25–43). Grundschulverband.

Wittmann, E. Ch. & Müller, G. N. (2017). *Handbuch produktiver Rechenübungen. Band 1: Vom Einspluseins zum Einmaleins*. Klett/Kallmeyer.