

# **Modellierung und Analyse von Schraubenvakuumpumpen im Blower-Betrieb**

Zur Erlangung des akademischen Grades eines

**Dr.-Ing.**

von der Fakultät Maschinenbau  
der Technischen Universität Dortmund  
genehmigte Dissertation

**Dipl.-Ing. Kai Nadler**

aus

Herdecke

Tag der mündlichen Prüfung: 21.12.2016

1. Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Andreas Brümmer

2. Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Martin Böhle

**Dortmund, 2017**



Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Angestellter am Fachgebiet Fluidtechnik der Technischen Universität Dortmund.

Mein Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. Andreas Brümmer für die Förderung und Begleitung meiner wissenschaftlichen Karriere bis hin zu der Begutachtung dieser Arbeit. Die mir gewährten Freiheiten und das gegenseitige Vertrauen waren der Schlüssel zum Erfolg. Darüber hinaus gilt mein Dank Herrn Prof. Dr.-Ing. Martin Böhle für die Übernahme des Korreferats und die kritische Durchsicht dieser Arbeit. Ein besonderer Dank gebührt Prof. Dr.-Ing. Knut Kauder, der mich in all den Jahren freundschaftlich zum Abschluss dieser Dissertation ermutigt hat. Thomas Dreifert danke ich für die nötigen Freiheiten und das richtige Maß an Ansporn diese Arbeit nach dem Verlassen der Universität abschließen zu können.

Bei allen Mitarbeitern des Fachgebiets möchte ich mich für die unkomplizierte, freundschaftliche und intensive Zusammenarbeit bedanken. Es waren sehr aufregende aber auch anstrengende Jahre, die ich in eurer Gesellschaft sehr genossen habe. Allen voran möchte ich mich bei Alexander Nikolov bedanken, der einen Großteil der experimentellen Untersuchungen mit betreut und durchgeführt hat. Ohne ihn wäre die Arbeit in dieser Form nicht möglich gewesen.

Abschließend bleibt ein großer Dank an Carina Nadler, Magnus Janicki, Jan Hütker und Christian Saßenscheidt, die ihr möglichstes getan haben, um mir beim Abschluss dieser Arbeit zu helfen.

Danke!

Brühl, im Oktober 2017

Kai Nadler



# Inhaltsverzeichnis

<b>Inhaltsverzeichnis</b> .....	<b>5</b>
<b>Verwendete Symbole und Indizes</b> .....	<b>9</b>
<b>Abstract</b> .....	<b>15</b>
<b>1. Einleitung</b> .....	<b>16</b>
1.1 Historische Entwicklung.....	16
1.2 Zweiwellige Rotationsverdrängermaschinen.....	20
1.2.1 Arbeitsspiel.....	20
1.2.2 Spaltverbindungen.....	22
1.2.3 Geometrische und thermodynamische Kennzahlen.....	25
1.3 Stand der Technik.....	30
1.3.1 Trockenlaufende Vakuumpumpen.....	31
1.3.2 Geometrische Modellierung von Rotationsverdrängermaschinen.....	36
1.3.3 Geometrische Berechnung von arbeitsraumbegrenzenden Spaltverbindungen.....	39
1.3.4 Simulation von Rotationsverdränger-Vakuumpumpen.....	42
1.4 Screw Vacuum Blower.....	46
1.5 Ziel der Arbeit.....	51
<b>2. Vorgehensweise in der Softwareentwicklung</b> .....	<b>53</b>
2.1 Notwendigkeit der Softwaretechnik.....	53
2.2 Qualität von Software.....	54
2.3 Techniken zur Qualitätssicherung.....	55
2.4 Adaption von Werkzeugen und Techniken.....	57
<b>3. Komponenten der Kammermodell-Simulation</b> .....	<b>59</b>
3.1 Solver (KaSim).....	59
3.1.1 Grundlagen der Füll- und Entleermethode.....	59
3.1.2 Struktur des Zeitschrittverfahrens.....	63
3.1.3 Generalisierung differentieller Verbindungen.....	70
3.1.4 Modellfrequenzabhängige Elemente.....	72
3.1.5 Erweiterung des Konvergenzkriteriums.....	73
3.1.6 Modularisierung der Kennfelddatei.....	75
3.2 Pre-Processing (KaSim-PRE).....	75
3.2.1 Modellierung der Schraubenmaschinengeometrie.....	77
3.2.2 Arbeitskammerzentrisches Modell.....	79
3.2.3 Interaktion mit Systemen der rechnergestützten Entwicklung.....	83
3.3 Post-Processing (KaSim-POST).....	87
3.4 Anwendung und Erweiterung der Simulationsumgebung.....	91

<b>4. Thermodynamische und strömungsmechanische Modellierung.....</b>	<b>97</b>
4.1 Arbeitskammer.....	97
4.2 Spaltströmung.....	99
4.2.1 Modellierung auf Basis des normierten Massenstromes.....	99
4.2.2 Erweiterung der geometrischen Grenzen.....	104
4.2.3 Temperatur- und Gasartabhängigkeit.....	109
4.3 Gasrücktransport über Oberflächen.....	118
4.3.1 Mechanismen der Ad- und Desorption.....	118
4.3.2 Abbildung des Adsorbens als Kapazität.....	123
4.3.3 Abbildung der Sorptionskinetik als differentielle Verbindung.....	124
4.3.4 Abbildung der Sorptionskinetik als integrale Verbindung.....	131
4.3.5 Definition des Bezugssystems.....	135
4.3.6 Physikalische Eigenschaften der Material- und Fluidkombination.....	137
4.4 Ladungswechsel.....	137
4.5 Wärmeübergang.....	139
4.5.1 Arbeitskammer.....	139
4.5.2 Spalte.....	141
4.6 Externe Leckagen.....	144
<b>5. Geometrische Berechnung der arbeitsraumbegrenzenden Spaltverbindungen.....</b>	<b>146</b>
5.1 Modellierung der Rotorgeometrie.....	146
5.2 Kollisionsanalyse der Hüllkörperhierarchie.....	147
5.3 Unterteilung der Annäherungsregion.....	149
5.4 Berechnung der Punktepaare der Quasi-Eingriffslinie.....	152
<b>6. Geometrische Analyse und Modellierung.....</b>	<b>157</b>
6.1 Identifikation der Arbeitskammern.....	157
6.1.1 Bauteilbezogene Stirnschnittanalyse.....	159
6.1.2 Synthese der Arbeitskammern in diskreten Rotorstellungen.....	164
6.1.3 Drehwinkelabhängige Identifikation der Arbeitskammern.....	166
6.1.4 Berechnung der Arbeitskammervolumina.....	168
6.1.5 Einfluss der Spaltverbindungen auf das Arbeitskammervolumen.....	173
6.2 Identifikation der Spaltverbindungen.....	176
6.2.1 Gehäuse- und Profileingriffsspalt.....	176
6.2.2 Stirnspalte.....	179
6.2.3 Berechnung von Spaltparametern.....	182
6.2.4 Berücksichtigung von Bauteilverformungen durch Verschiebungsfelder.....	196
6.3 Identifikation der Kammerverbindungen zwischen Haupt- und Nebenrotor.....	200
6.3.1 Gemeinsame Flächen des virtuellen Gehäuses.....	201
6.3.2 Heuristische Festlegung der Kopfrundungsöffnung.....	205

6.3.3	Weitere Möglichkeiten zur Berechnung der Kopfrundungsöffnung .....	207
6.4	Identifikation von Gehäuseöffnungsflächen .....	208
6.4.1	Radiale Flächen .....	208
6.4.2	Axiale Flächen .....	213
6.5	Identifikation der Grenzfläche des Adsorbens .....	217
6.5.1	Ermittlung der Grenzflächen im Bezugssystem der Arbeitskammer .....	218
6.5.2	Ermittlung der Transferflächen im Absolutsystem .....	220
6.6	Identifikation und Parametrisierung des konvektiven Wärmeübergangs .....	224
6.6.1	Parametrisierung der erzwungenen Konvektion.....	225
6.6.2	Modellierung der Bauteiloberflächen als Wärmekapazität .....	228
6.7	Identifikation der Lagerräume und ihrer Verbindung zu Arbeitskammern .....	230
6.7.1	Abschätzung der Lagerraumvolumina.....	230
6.7.2	Ermittlung der Spaltverbindungsgeometrie.....	232
6.8	Identifikation druckbelasteter Rotoroberflächen .....	234
6.8.1	Modellierung der Rotoren als Starrkörper.....	234
6.8.2	Berechnung der druckbezogenen Kräfte und Momente .....	236
6.9	Identifikation der relevanten Rotorkrümmungen.....	239
<b>7.</b>	<b>Kennfeldanalyse einer ausgewählten Schraubenvakuumpumpe.....</b>	<b>241</b>
7.1	Versuchsaufbau .....	241
7.1.1	Eingesetzte Messtechnik.....	242
7.1.2	Externe Leckagen .....	247
7.1.3	Betriebsparameter .....	249
7.1.4	Randbedingung der isothermen Maschine .....	249
7.2	Maximales Kompressionsverhältnis .....	251
7.2.1	Einfluss des Vorvakuumdruckes .....	251
7.2.2	Einfluss der Drehzahl .....	257
7.3	Saugvermögen.....	262
7.3.1	Einfluss des Eintrittsdruckes .....	262
7.3.2	Einfluss des Vorvakuumdruckes .....	267
7.3.3	Einfluss der Drehzahl .....	271
<b>8.</b>	<b>Validierung der thermodynamischen Simulation .....</b>	<b>276</b>
8.1	Modellierung des Screw Vacuum Blowers.....	276
8.2	Maximales Kompressionsverhältnis .....	279
8.3	Saugvermögen.....	283
8.4	Leistungsaufnahme .....	286
8.5	Variation der Stirnspalthöhe .....	290
8.6	Untersuchung des Lagerraumdruckes .....	293
8.7	Druckindizierung des Arbeitsraumes.....	297

8.8 Spaltströmungen bei fixierten Rotoren .....	303
<b>9. Analyse und Evaluierung der physikalisch-technischen Wirkmechanismen .....</b>	<b>310</b>
9.1 Interne Leckagen.....	310
9.2 Ladungswechsel.....	328
9.3 Gastemperaturen .....	331
9.4 Mechanische Belastung in der Rotorverzahnung.....	334
<b>10. Zusammenfassung.....</b>	<b>338</b>
<b>Literaturverzeichnis.....</b>	<b>341</b>



## Verwendete Symbole und Indizes

Symbol	Einheit	Bedeutung
$\alpha$	[°]	Hauptrotordrehwinkel
$\alpha_0$	[°]	Nullstellung des Hauptrotors
	[-]	Temkin-Koeffizient (S. 127)
	[W·m <sup>-2</sup> ·K <sup>-1</sup> ]	Wärmeübergangskoeffizient (S.139)
	[°]	Innenwinkel eines Dreiecks
$\beta$	[°]	Innenwinkel eines Dreiecks
	[°]	Winkel der Spaltbreite eines Lagerraumspaltes (S. 233)
$\gamma$	[°]	Innenwinkel eines Dreiecks
$\delta$	[-]	Normierter Spaltmassenstrom (S. 99)
$\delta_{\text{int}}$	[-]	Mittlere normierte Rückströmung (S. 254)
$\delta x_{\text{integral}}$	[-]	Relativer, integraler Fehler (S. 73)
$\Delta \tilde{n}$	[m <sup>-2</sup> ]	Flächenbezogene Anzahldichte von adsorbierten Molekülen
$\Delta s$	[mm]	Integrationsschrittweite
$\Delta z$	[mm]	Stirnschnittebenenabstand
$\eta$	[N·s·m <sup>-2</sup> ]	Dynamische Viskosität
$\Theta$	[-]	Bedeckungsgrad einer Oberfläche (S. 120)
$\kappa$	[-]	Isentropenexponent
$\lambda_L$	[-]	Liefergrad (S. 27)
$\mu$	[-]	Dimensionsloser innere Leckage (S. 312)
$\nu_0$	[s <sup>-1</sup> ]	Molekulare Schwingungsfrequenz (S. 126)
$\Pi$	[-]	Druckverhältnis
$\rho$	[kg·m <sup>-3</sup> ]	Dichte
	[-]	Relative Fehlerschranke (S. 73)
$\sigma$	[N·mm <sup>-2</sup> ]	Hertzsche Pressung
$\varphi$	[°]	Umschlingungswinkel
$\varphi_{\text{ZT}}$	[°]	Zahnteilungswinkel (S. 26)
$\dot{\Phi}_{\text{Reib}}$	[W]	Reibleistung (S. 28)

a	[mm]	Achsabstand einer zweiwelligen Rotationsverdrängermaschine
A	[mm <sup>2</sup> ]	Fläche
b	[mm]	Breite
c	[m·s <sup>-1</sup> ]	Strömungsgeschwindigkeit
$\bar{c}$	[m·s <sup>-1</sup> ]	Mittlere Teilchengeschwindigkeit (S. 112)
C	[-]	Dimensionslose Druckänderungsgeschwindigkeit (S.122)
d	[mm]	Durchmesser
E	[J]	Energie
$\vec{e}$	[mm]	Einheitsvektor im R <sup>3</sup>
f	[-]	Logarithmische Interpolationsfunktion (S. 143)
f <sub>m</sub>	[Hz]	Modellfrequenz (S. 62)
f <sub>Spalt</sub>	[-]	Spaltform (VR1 ... VR9_3)
$\vec{f}$	[-]	Parameterpaar (u,v)
$\vec{F}$	[N]	Kraftvektor im R <sup>3</sup>
h	[mm]	Höhe
H	[J]	Enthalpie
$\dot{H}$	[W]	Enthalpiestrom
I	[mm <sup>4</sup> ]	Polares Flächenträgheitsmoment (S. 235)
j	[m <sup>-2</sup> ·s <sup>-1</sup> ]	Flächenstoßrate
K	[-]	Kompressionsverhältnis (S. 28)
	[mm <sup>-1</sup> ]	Krümmung (S. 188)
K <sub>0</sub>	[-]	Kompressionsverhältnis bei Nullförderung (S. 28)
Kn	[-]	Knudsen-Zahl (S. 17)
l	[mm]	Länge
l <sub>char</sub>	[mm]	Charakteristische Länge
m	[kg]	Masse
m <sub>T</sub>	[kg]	Statistische Masse eines Moleküls
$\dot{m}$	[kg·s <sup>-1</sup> ]	Massenstrom
M	[-]	Verhältnis der Leckagemassenströme am Ein- und Austritt (S. 319)

	[Nm]	Drehmoment
$\vec{M}$	[Nm]	Drehmomentvektor im $R^3$
Ma	[-]	Mach-Zahl
n	[cm <sup>-3</sup> ]	Teilchenanzahldichte
	[-]	(maximale) Anzahl
	[min <sup>-1</sup> ]	Drehzahl
	[-]	Spalthöhenaufweitung (S. 179)
$\vec{n}$	[mm]	Normalenvektor im $R^3$
$\tilde{n}$	[m <sup>-2</sup> ]	Flächenbezogene Anzahldichte von Molekülen
N	[-]	Teilchenanzahl auf einer Oberfläche
Nu	[-]	Nußelt-Zahl
p	[mbar]	Druck
$\vec{p}$	[mm]	Kartesischer Koordinatenpunkt im $R^3$
P	[W]	Leistung (S. 27)
P <sub>12</sub>	[-]	Molekulare Durchlaufwahrscheinlichkeit
q <sub>L</sub>	[mbar·l·s <sup>-1</sup> ]	Leckrate (S. 145)
$\dot{Q}$	[W]	Wärmestrom
r	[mm]	Radius
R	[J·mol <sup>-1</sup> ·K <sup>-1</sup> ]	Universelle Gaskonstante
R <sub>s</sub>	[J·kg <sup>-1</sup> ·K <sup>-1</sup> ]	Spezifische Gaskonstante
Re	[-]	Reynolds-Zahl
s	[-]	(Normierte) Phase der Mehrkammermodell-Simulation (S. 62)
	[-]	Haftwahrscheinlichkeit
s <sub>0</sub>	[-]	Haftwahrscheinlichkeit bei leerer Oberfläche
$\vec{s}$	[mm]	Vektorieller Hebelarm
S	[m <sup>3</sup> ·h <sup>-1</sup> ]	Saugvermögen einer Verdrängermaschine (S. 26)
t	[s]	Zeit
T	[°C]	Temperatur
u	[J·kg <sup>-1</sup> ]	Spezifische innere Energie
U	[J]	Innerer Energie

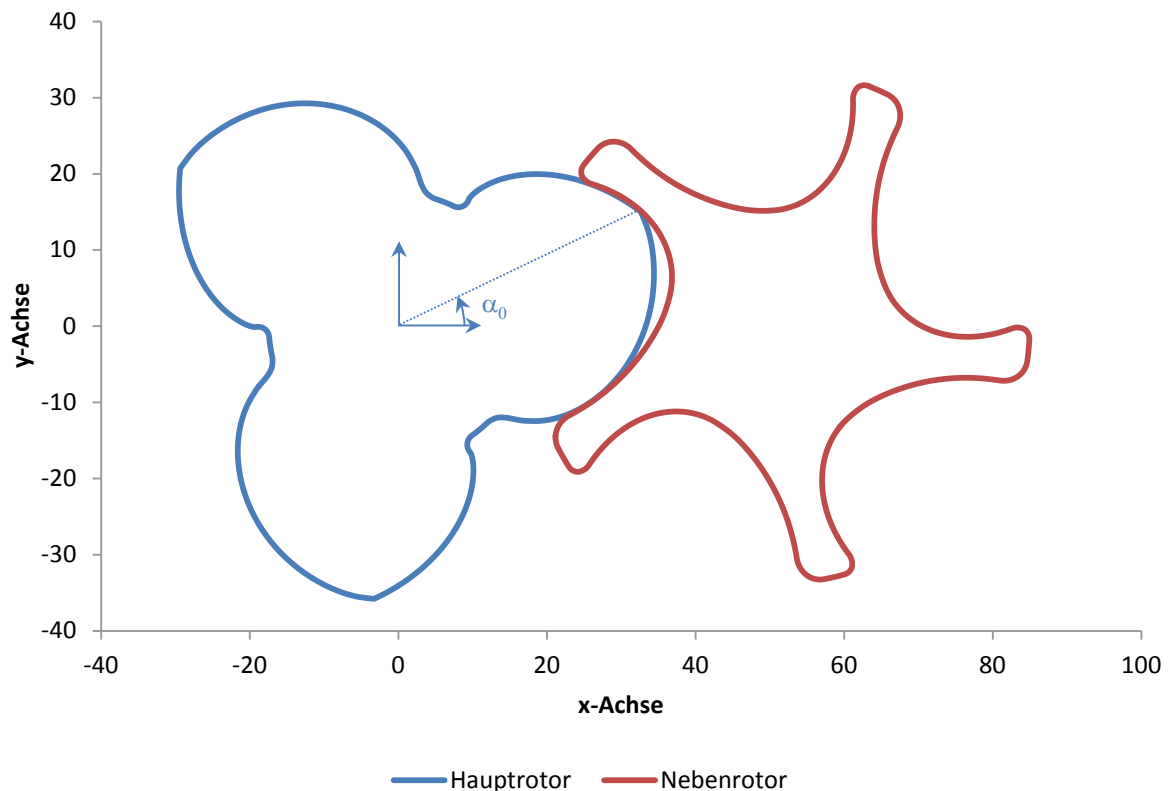
$v_i$	[-]	Inneres Volumenverhältnis (S. 26)
$\vec{v}$	[mm]	Verschiebungsvektor im $R^3$
$V$	[m <sup>3</sup> ]	Volumen
$V_{\max}$	[m <sup>3</sup> ]	Maximales Arbeitskammervolumen beim Abschluss des Ansaugvorganges (S. 26)
$V_{\text{ex}}$	[m <sup>3</sup> ]	Arbeitskammervolumen zu Beginn des Ausschiebevorgangs (S. 26)
$w$	[J·kg <sup>-1</sup> ]	Spezifische Arbeit (S. 27)
$W$	[J]	Arbeit (S. 27)
$z$	[mm]	Koordinate in Richtung der Rotorachse
	[-]	Zähnezahl

<b>Index</b>	<b>Begriff</b>	<b>Bedeutung</b>
0, 1, 2, 3, ...		Laufindizes in Listen oder Zeitpunkte in einem Zeitschrittverfahren
ad	Adsorption	
adsorbens	Adsorbens	Die Größe bezieht sich auf den Adsorbens (Festkörper)
adsorptiv	Adsorptiv	Die Größe bezieht sich auf das Adsorptiv (Gas)
at	Atmosphäre	
A	Austritt	Definiert einen Größe oder Zustand unmittelbar am Auslass einer Vakuumpumpe oder am Austritt eines Spaltes
A,B		Identifikation der Berandung bei Spaltströmungen mit bewegter Berandung
Berandung		Das verwendete Symbol bezieht sich auf eine Spaltberandung im Stirnschnitt
char	charakteristisch	
des	Desorption	
e	effektiv	
ex	Expansion	Aus der Nomenklatur des Schraubenmotors übernommene Bezeichnung für den Beginn des Ausschiebevorgangs
E	Eintritt	Definiert einen Größe oder Zustand unmittel-

		bar am Einlass einer Vakuumpumpe oder am Eintritt eines Spaltes
f	gefördert	
F	Fußkreis	
Fiktiv		Fiktive Größe, die als Referenz für einen Vergleich verwendet wird
Gehäuse	Gehäusespalt	
HR	Hauptrotor	
i	innere	
	Indizierung	
K	Kopfkreis	
Kammer		Das verwendete Symbol bezieht sich auf eine Arbeitskammer
m		Arithmetischer Mittelwert aus zwei Größen
max	maximal	
min	minimal	
mono	Monoschicht	
N	Norm	Normbedingungen entsprechen einem Druck von 1013 mbar und einer Temperatur von 0 °C
NR	Nebenrotor	
p	Druckbezogen	
PE	Profileingriffsspalt	
Rotor		Das verwendete Symbol bezieht sich auf einen Rotor
Spalt		Das verwendete Symbol bezieht sich auf einen Spalt
Stirn	Stirnspalt	
Stromfaden		Das verwendete Symbol bezieht sich auf die tatsächliche dreidimensionale Richtung der Strömung im Spalt
th	theoretisch	
T	Transfer	
V	Vorvakuum	Definiert einen Größe oder Zustand unmittelbar am Austritt der Vakuumpumpe
Verbindung		Das verwendete Symbol bezieht sich auf die Geometrie einer fluidaustauschenden Verbindungsquerschnittsfläche
wü	Wärmeübergang	

## Definition des Rotorstirnschnittes

**Abbildung 0.1** zeigt das Rotorprofil des im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Screw Vacuum Blower in der Nullstellung. Das zugrundeliegende Koordinatensystem hat seinen Ursprung im Drehpunkt des Hauptrotors, wobei die Orientierung der x-Achse und y-Achse wie gezeigt ist. Die Richtung der z-Achse, welche die gleiche Richtung wie die Rotationsachse der Rotoren hat, steht senkrecht auf der Stirnschnittebene. Der gezeigte Stirnschnitt entspricht dem ersten Stirnschnitt auf der Einlassseite. Die Extrusion des Rotorpaares findet aus der Ebene heraus statt.



**Abbildung 0.1:** Definition des Rotorprofiles und des zugrundeliegenden Koordinatensystem in der Rotornullstellung

Die Nullstellung des Hauptrotors  $\alpha_0$  definiert sowohl für die geometrische als auch thermodynamische Analyse den Ausgangszustand, aus dem eine Veränderung des Hauptrotordrehwinkels  $\alpha$  stattfindet. Im Rahmen dieser Arbeit ist die Nullstellung durch den Winkel zwischen dem Rotorzahnkopf und der x-Achse definiert und beträgt  $24^\circ$ .

## **Abstract**

This thesis presents an approach for modelling and analysis of screw machines operating as blower pumps in vacuum applications. The main focus of this thesis is the combined experimental and theoretical investigation of an exemplary screw vacuum blower as a replacement for typically used roots blowers.

The prototype machine used for experimental investigations is based on the G1 51.2 which is a screw supercharger designed to work at high operational speeds. Theoretical investigations are carried out using the thermodynamic simulation tool KaSim. To improve the results obtained from KaSim, this thesis introduces a new model to calculate the back flow based on adsorption and desorption. In order to handle the increasing complexity, a novel method for the geometric analysis of screw-type machines is developed. The automatic chamber model generation is thus the crucial point of this thesis.

The experimental results obtained from the prototype illustrate the high potential of screw machines used as blowers in vacuum applications. Foremost the ability to operate at high rotational speeds leads to a high suction speed while the footprint of such a machine remains small. Nevertheless a screw vacuum blower can reach lower ultimate pressure compared to similar roots blowers. The simulation results show a good agreement compared to experimental results and can therefore provide a more detailed insight into the mechanism of the pump.

# 1. Einleitung

Im Fokus der vorliegenden Arbeit steht die experimentelle und theoretische Analyse der Schraubenkompressor-Technologie in der Anwendung als Vakuumpumpe. Diese Arbeit berührt dabei verschiedene Disziplinen des Ingenieurwesens und der Informationstechnologie, deren Grundzüge im Folgenden vorgestellt werden. Dies betrifft zunächst die Aspekte der Vakuumphysik und der zweiwelligen Schraubenkompressoren, welche in allen Teilbereichen dieser Arbeit präsent sind. Im Anschluss wird der Stand der Technik für die wesentlichen inhaltlichen Themengebiete der Arbeit dargelegt und der im Rahmen dieser Arbeit entwickelte und untersuchte Versuchsträger vorgestellt. Die Einleitung schließt mit einer Zusammenfassung des Ziels der Arbeit.

## 1.1 Historische Entwicklung

Der Begriff des Vakuums wurde aus historischer Sicht zunächst maßgeblich durch den griechischen Philosophen Leukipp und seinen Schüler Demokrit (ca. 400 v. Chr.) geprägt. Diese postulierten ein Modell, wonach alle Materie aus elementaren, unteilbaren Bausteinen (aus dem griechischen atomos = das Unzerteilbare) zusammengesetzt wäre. Im Umkehrschluss bedeutete dies, dass es zwischen den Atomen das Nichts, also einen leeren Raum, geben müsse. Diese sehr fortschrittliche Denkweise ist durch eine Vielzahl an Philosophen und Naturwissenschaftlern abgelehnt worden, da ihrer Ansicht nach die Natur eine „Abneigung“ gegenüber einer solchen absoluten Leere hätte. Diese z.B. von Aristoteles fast dogmatisch propagierte Theorie des „horror vacui“ konnte letztendlich erst durch die Experimente von Evangelista Torricelli und Blaise Pascal (ca. 1640 n. Chr.) widerlegt werden, welche die Existenz eines nahezu luftleeren Raumes nachweisen konnten. Aus der Tatsache, dass ein absolut leerer Raum technisch nicht realisierbar ist, hat sich in der Wissenschaft im Laufe der Zeit ein neues Verständnis für den Begriff des Wortes Vakuum etabliert, welches über die ursprüngliche Wortbedeutung (aus dem lat. vacuus = entblößt, frei, leer) hinausgeht. Das Deutsche Institut für Normung z.B. definiert den Begriff Vakuum anhand des Druckes in einem Behälter in Relation zum niedrigsten auf der Erdoberfläche messbaren Druck (DIN 28400). Eine Abstufung bzw. Klassifizierung verschiedener Vakua kann anhand des statischen Druckes oder der Teilchenanzahldichte erfolgen (**Tabelle 1.1**). [1]



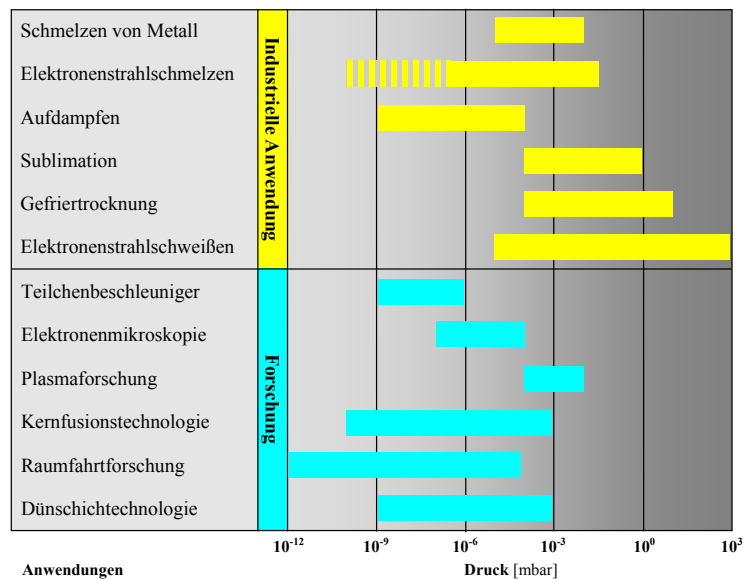
**Tabelle 1.1:** Druck  $p$  und Teilchenzahldichte  $n$  für Luftmoleküle in den zugehörigen Vakuumklassen (Teilchenzahl  $n$  bei Normtemperatur  $T_{\text{Norm}}$  auf Zehnerpotenzen gerundet) [2]

	<b>Großvakuum</b>	<b>Feinvakuum</b>	<b>Hochvakuum</b>	<b>Ultrahochvakuum</b>
<b>Druck [mbar]</b>	$10^3 - 10^0$	$10^0 - 10^{-3}$	$10^{-3} - 10^{-7}$	$10^{-7} - \dots$
<b>Teilchenzahl [cm<sup>-3</sup>]</b>	$10^{19} - 10^{16}$	$10^{16} - 10^{13}$	$10^{13} - 10^9$	$10^9 - \dots$
<b>Freie Weglänge [mm]</b>	$10^{-4} - 10^{-1}$	$10^{-1} - 10^2$	$10^2 - 10^6$	$10^6 - \dots$

Aus Sicht der Strömungsmechanik ist die mittlere freie Weglänge  $\bar{l}$ , also die Strecke die ein molekulares Teilchen ohne Zusammenstoß mit einem anderen Teilchen im statistischen Mittel zurücklegen kann, eine entscheidende Rolle zum Verständnis der physikalischen Effekte auf mikroskopischer und makroskopischer Ebene. Insbesondere dann, wenn das Strömungsfeld geometrisch begrenzt ist, können charakteristische Abmessungen  $l_{\text{char}}$ , z.B. die Höhe eines Spaltes  $h_{\text{Spalt}}$ , genutzt werden, um die Knudsen-Zahl zu bilden [2].

$$\text{Kn} = \frac{\bar{l}}{l_{\text{char}}} \quad \text{Gl. 1.1}$$

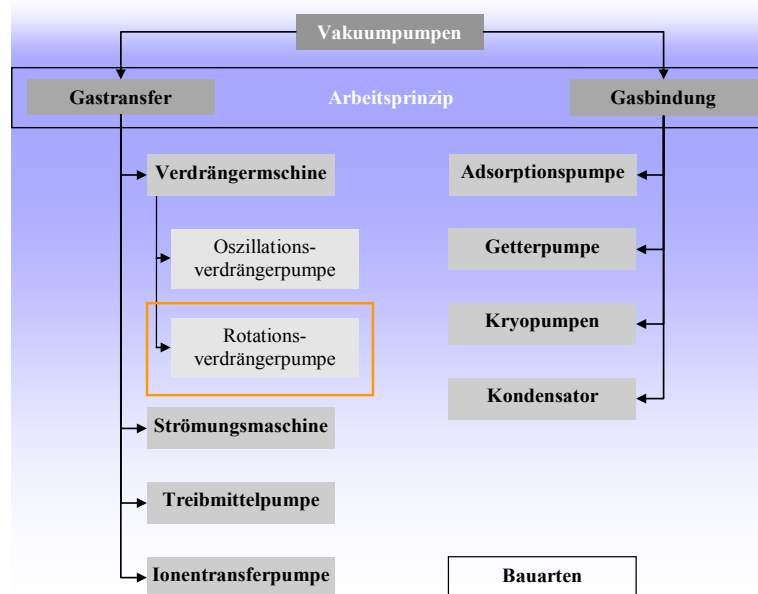
Die Knudsen-Zahl ermöglicht die Unterteilung von Strömungen in Kontinuumströmungen für  $\text{Kn} < 0,01$  und molekulare Strömungen für  $\text{Kn} > 0,5$ . Im Übergang zwischen beiden Strömungsformen stellt sich oftmals ein Mischverhalten beider Strömungsformen ein. Die wissenschaftliche Ergründung und Erforschung des Vakuums und der zugrunde liegenden Physik war und ist eng mit der Entwicklung von Methoden zu dessen technischer Erzeugung verbunden. Einen wesentlichen Beitrag zur Erzeugung und damit auch zur Nutzung von Vakuum als technologisches Mittel hat Otto von Guericke (ca. 1650 n. Chr.) mit der Erfindung einer Kolbenluftpumpe geleistet [2]. Der Gedanke der technischen Erzeugung von Vakua ist im Laufe der Zeit aufgegriffen und in eine Vielzahl von an die jeweiligen Anforderungen der technischen Applikationen angepassten Funktions- und Konstruktionsprinzipien umgesetzt worden.



**Abbildung 1.1: Ausgewählte Anwendungsbereiche der Vakuumtechnologie in industrieller Anwendung und Forschung [2]**

Eine teilweise Übersicht der typischen und vielfältigen Anwendungen der Vakuumtechnik zeigt **Abbildung 1.1**. Vakuumtechnik spielt eine zentrale Rolle in industrialisierten Prozessen wie z.B. Stahlgasung, Gefriertechnik oder der Displaytechnologie. Vakuumpumpen werden in diesen Prozessen zum Evakuieren von Prozess- oder Schleusenkammern verwendet und sind somit die Grundvoraussetzung für deren Durchführbarkeit. Neben bereits industrialisierten Prozessen spielt die Vakuumtechnik in vielen Bereichen der Forschung eine wichtige Rolle. Hier sind z.B. Teilchenbeschleuniger und Raumfahrtforschung typische Anwendungen der Vakuumtechnik.

Zur Erzeugung von technischen Vakua werden Maschinen verschiedener Bauarten eingesetzt, wobei diese übergeordnet den Vakuumpumpen zugeordnet werden können. Die topologische Einordnung als Pumpe ist angesichts des in der Regel kompressiblen Arbeitsmediums irreführend, da solche Maschinen eigentlich als Kompressoren klassifiziert werden müssten. Die Einordnung als Pumpe geschieht vor dem historischen Hintergrund, dass die ersten Bauformen an die bereits bekannten Wasserpumpen angelehnt wurden [2]. Die vielfältigen Anwendungsfelder von Vakuumpumpen und die jeweils benötigte Form des Vakuums erfordern eine Vielzahl an verschiedenen Prinzipien zur Vakuumerzeugung.



**Abbildung 1.2:** Ausgewählte Bauarten und Funktionsprinzipien industriell eingesetzter Vakuumpumpen nach [2]

Vakuumpumpen lassen sich zunächst nach ihrem Funktionsprinzip in zwei elementare Gruppen einteilen. Die erste Gruppe umfasst die Gastransfervakuumpumpen, die zweite Gruppe die gasbindenden Vakuumpumpen (**Abbildung 1.2**). Das wesentliche Unterscheidungskriterium ist die Art und Weise, wie das Arbeitsmedium aus dem Rezipienten entfernt wird. Zur Gruppe der Gastransferpumpen zählen alle nach dem Verdrängerprinzip oder Drehimpulswandlung funktionierenden Bauarten, wobei dies die Gruppe der Verdrängermaschinen und Strömungsmaschinen umfasst. Die gasbindenden Vakuumpumpen arbeiten nach einem völlig anderen Konzept. Zu dieser Gruppe zählen Vakuumpumpen, welche einen physikalischen Effekt wie z.B. Adsorption oder Kondensation ausnutzen, um Moleküle des Arbeitsmediums an eine Oberfläche zu binden. Sind ausreichend Moleküle gebunden, erfolgt die räumliche Trennung vom Rezipienten. Die umfangreiche Anzahl an unterschiedlichen Funktionsprinzipien und Bauarten ist durch die Bandbreite der Anwendung und die verschiedenen Bereiche des Vakuums bedingt, da es in der Regel keine Vakuumpumpe gibt, welche alle gestellten Forderungen erfüllt, sondern diese nur durch den Einsatz von Pumpenkombinationen abgedeckt werden können. Die verschiedenen Funktionsprinzipien werden, je nach physikalischen Wirkmechanismen, in jeweils zugeordneten Vakuumbereichen eingesetzt. Im Grobvakuum werden bevorzugt Verdränger-Vakuumpumpen eingesetzt, welche in Kombination auch den Bereich des Fein- und angrenzenden Hochvakuums erreichen können. Für den Bereich des Fein- und Hochvakuums werden oftmals Turbomolekularpumpen, also prinzipiell Strö-

mungsmaschinen eingesetzt. Für den Bereich des Fein-, Hoch- und Ultrahochvakuum kommen dann oftmals die gasbindenden Vakuumpumpen zum Einsatz.

Die Verdränger-Vakuumpumpen teilen sich in verschiedene Untergruppen auf. Eine Unterteilung kann zunächst aus kinematischer Sicht zwischen oszillierenden und rotierenden Bauarten erfolgen, die rotierenden Bauarten können wiederum nach der Anzahl an Wellen, üblicherweise in ein- und zweiwellige Varianten, unterteilt werden. Ein von der Geometrie und Kinematik losgelöstes Kriterium ist die Unterscheidung zwischen nass- und trockenlaufenden Bauformen. Das Einbringen von Dicht-, Schmier- und/oder Kühlmedien in den Arbeitsraum der Verdrängermaschine erweist sich hinsichtlich der Betriebseigenschaften als sinnvoll, da gegenüber trockenlaufenden Varianten eine teilweise Abdichtung der systemimmanenten Spaltverbindungen erreicht werden kann und die Verdichtungswärme anteilig durch das zusätzliche Medium abgeführt wird. Ein wesentlicher Nachteil ist die Kontamination des eigentlichen Arbeitsmediums mit dem Hilfsmedium und die zusätzliche Reibleistung die durch die meist hochviskosen Medien entsteht. Die Kontamination kann zwar durch den Einsatz von Filtertechniken zu großen Teilen aus dem Arbeitsmedium entfernt werden, für eine Vielzahl an Anwendungen ist jedoch eine hohe Reinheit des Arbeitsmediums erforderlich. Eine weitere Problematik, die sich für flüssige Hilfsmedien in Vakuumanwendungen ergibt, ist der Dampfdruck, welcher nicht größer als der zu erreichende Enddruck sein darf, da ansonsten eine unerwünschte Verdampfung des Hilfsmediums stattfindet.

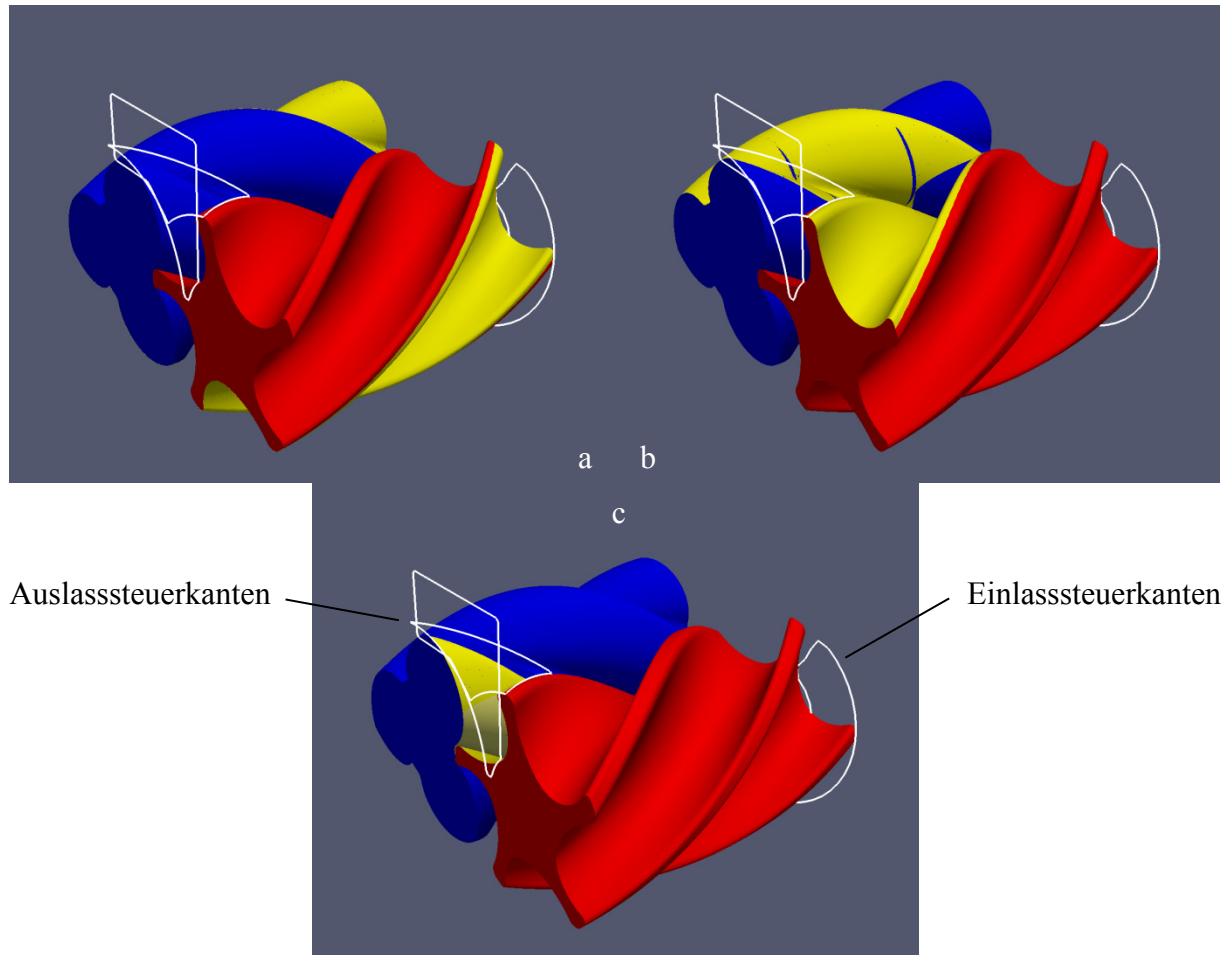
## **1.2 Zweiwellige Rotationsverdrängermaschinen**

Das grundlegende Funktionsprinzip und die wesentlichen Kenngrößen zur geometrischen und thermodynamischen Charakterisierung einer zweiwelligen Rotationsverdrängermaschine spielen für diese Arbeit eine zentrale Rolle. Die Begriffe des Arbeitsspieles, der Spaltverbindungen sowie der wesentlichen Kennzahlen werden am Beispiel des Schraubenkompressors erläutert, da dieser die technologische Basis für den im weiteren Verlauf der Arbeit vorgestellten Prototypen bildet.

### **1.2.1 Arbeitsspiel**

Das den Schraubenkompressoren zugrunde liegende Verdrängerprinzip ist exemplarisch in **Abbildung 1.3** dargestellt. Die sich zyklisch ändernden, gekapselten Arbeitskammern, welche das gemeinsame Kennzeichen aller Verdrängermaschinen sind, bilden sich bei dem Schrau-

benkompressor in Zahnlückenräumen. Die ansaugenden Arbeitskammer bildet sich durch das Auseinanderdrehen der sich zuvor im Eingriff befindlichen Rotoren (Abbildung 1.3a). Das Fluid strömt in den hier gelb markierten Arbeitsraum bis dieser bei fortlaufender Rotation durch Überfahren der Einlasssteuerkanten von der Saugseite abgeschlossen wird.



**Abbildung 1.3:** Das Arbeitsspiel einer exemplarischen Schraubenmaschine bestehend aus den drei Phasen Ansaugen (a), Verdichten (b) und Ausschleiben (c)

Durch weitere Drehung der Rotoren wird der nun von Saug- und Druckseite gekapselte Profillückenraum verkleinert und das Fluid somit verdichtet (Abbildung 1.3b). Beim Überfahren der Auslasssteuerkante entsteht eine Verbindung zwischen Arbeitskammer und Druckseite (Abbildung 1.3c). Durch fortschreitende Drehung der Rotoren wird das Fluid aus dem Arbeitsraum verdrängt.

Die Steuerkanten, sowohl auf der Einlass- als auch auf der Auslassseite, sind meistens durch eine radiale und eine axiale Fläche definiert. Die axiale Fläche ist durch das Rotorprofil im Stirnschnitt des Schraubenkompressors definiert, die Kontur der radialen Fläche folgt den

Zahnkopflinien der Rotoren in Achsrichtung. Bei einem Schraubenkompressor laufen stets mehrere Arbeitsspiele gleichzeitig ab. Bei Beginn der Verdichtung in einer Arbeitskammer beginnt zeitgleich der Ansaugvorgang der nachfolgenden Kammer und aus der Vorhergehenden wird das Fluid ausgeschoben. Die Kammerfrequenz, also die Frequenz ausgeführter Arbeitsspiele, ergibt sich somit aus der Hauptrotorfrequenz multipliziert mit der Hauptrotorzahnezahl.

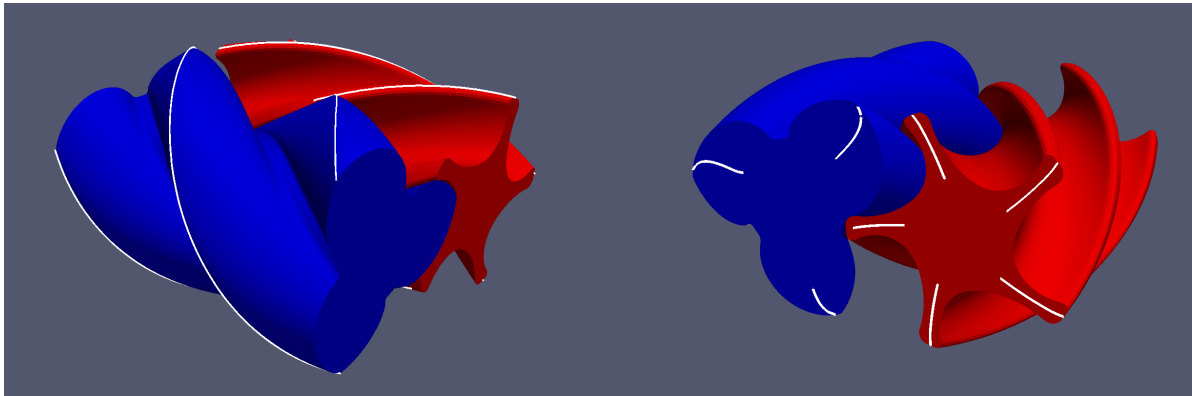
### 1.2.2 Spaltverbindungen

Allen Schraubenkompressoren gemein ist die prinzipbedingte Existenz von Spalten zwischen Rotor und Gehäuse sowie zwischen Haupt- und Nebenrotor. Diese begrenzen stets den gekapselten und damit idealerweise spaltlosen Arbeitsraum einer Verdrängermaschine. Schraubenmaschinen für die Anwendung im Vakuum werden sowohl in trockenlaufender als auch in nasslaufender Bauart ausgeführt. Bei Nassläufern fungiert in der Regel ein in den Arbeitsraum eingespritztes Öl als dichtendes Medium in den Arbeitsraumspalten. Zudem kommt dem Öl eine kühlende und schmierende Funktion zu. Demgegenüber steht in vielen Anwendungen die Forderung nach einem sauberen bzw. ölfreien Vakuum. Das bedeutet, dass jegliche Kontamination des Systems - und somit Zuführung eines zusätzlichen Mediums wie Öl - zu vermeiden ist. Dies ist gleichzusetzen mit der Forderung nach trockenlaufenden Vakuumpumpen [3]. Spaltströmungen haben insbesondere bei trockenlaufenden Vakuumpumpen einen signifikanten Einfluss auf die Energiewandlungsgüte [3] [4] [5].

Die minimale geometrische Beschreibung eines Spaltes erfolgt anhand seiner charakteristischen Abmessungen, wobei im Folgenden die Spaltlänge  $l_{\text{Spalt}}$  stets die Länge des Spaltes in Strömungsrichtung des Fluides beschreibt. Die Spalthöhe  $h_{\text{Spalt}}$  und die Spaltbreite  $b_{\text{Spalt}}$  spannen eine zur Strömungsrichtung orthogonale Ebene auf, wobei die Spalthöhe stets die geometrisch kleinere Abmessung von Breite und Höhe beschreibt. Sie entspricht, sofern nicht anders deklariert, immer dem absoluten Minimalwert entlang eines Stromfades durch die Spaltgeometrie.

Bei Schraubenmaschinen stellen Spalte Verbindungen zwischen angrenzenden Arbeitskammern, zwischen Arbeitskammern und Ein- und Auslasseite oder sogar unmittelbare Verbindungen zwischen Ein- und Auslasseite dar. Es lassen sich grundsätzlich vier Spaltarten unterscheiden, der Gehäusespalt, der Stirnspalt, der Profileingriffsspalt und die Kopfrundungsöffnung. Diese unterscheiden sich - neben ihrer logisch-geometrischen Klassifizierung - sowohl

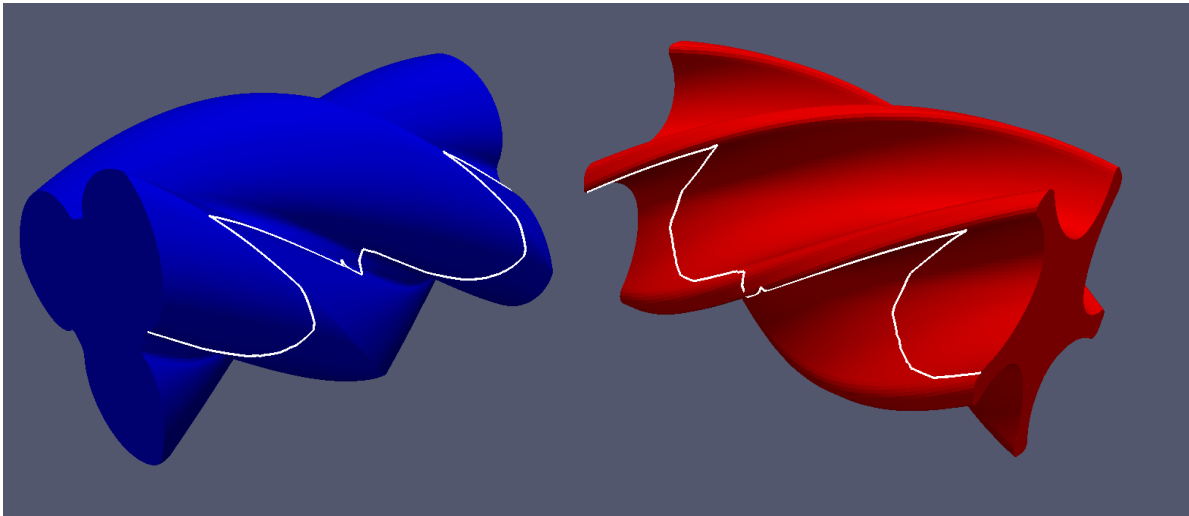
durch die Arbeitskammern welche sie verbinden, als auch durch das zwischen Spalteintritt und Austritt herrschende Druckverhältnis. Dieses ist maßgeblich für die unerwünschte Rückströmung des Fluides von der Seite höheren zu der Seite niedrigeren Druckpotentials verantwortlich.



**Abbildung 1.4:** Exemplarische Darstellung der Gehäuse- und Stirrspalte einer Schraubenmaschine

Der Gehäusespalt befindet sich zwischen den Rotorzahnköpfen und der die Rotoren umschließenden Gehäusewand (**Abbildung 1.4**). Die Spaltform und -länge ist durch das Rotorprofil definiert und unterscheidet sich somit für die meisten technisch relevanten Rotorprofile auf der Haupt- und Nebenrotorseite. Die Spaltbreite wird maßgeblich durch die Länge der Zahnkopflinie bestimmt. Die Spalthöhe ist zunächst ein konstruktiver Parameter, welcher durch die Durchmesserdiffferenz zwischen Rotorkopfkreis und Gehäusebohrung definiert ist. Abweichungen von diesem Wert sind fertigungs- und betriebsbedingt. Die Ursachen der betriebsbedingten Abweichung werden im Anschluss für alle Spaltarten gleichermaßen diskutiert. Der Gehäusespalt verbindet ausschließlich benachbarte Zahnlückenräume miteinander.

Der Stirrspalt bildet sich jeweils zwischen den Gehäuse- und Rotorstirnflächen an der Ein- und Austrittseite der Maschine aus (**Abbildung 1.4**). Er verbindet in den meisten Fällen, ähnlich wie der Gehäusespalt, benachbarte Zahnlückenräume miteinander. Darüber hinaus kann der Stirrspalt jedoch auch eine unmittelbare Verbindung zwischen Ein- und Austrittsseite der Maschine herstellen. Der entscheidende geometrische Einflussfaktor ist dabei der Umschlingungswinkel. Bei kleinen Umschlingungswinkeln entsteht diese unmittelbare Verbindung, eine Vergrößerung des Umschlingungswinkels minimiert diese bzw. schließt die unmittelbare Verbindung abhängig von der Geometrie der Steuerkanten gänzlich aus. Die Höhe des Stirrspaltes ergibt sich konstruktiv aus der dem jeweiligen Abstand der Rotorstirnfläche zur Gehäusestirnfläche.

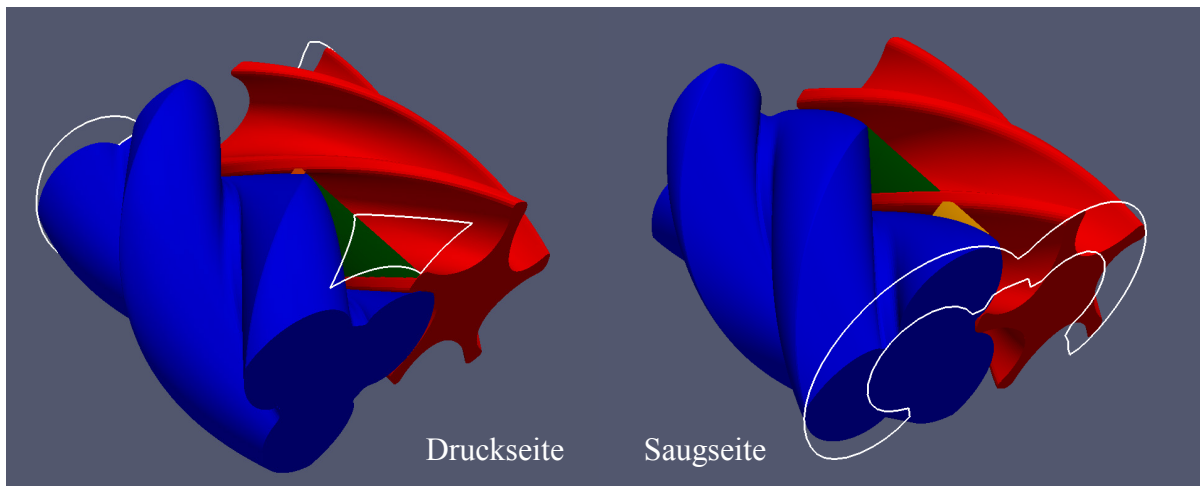


**Abbildung 1.5:** Exemplarische Darstellung des Profileingriffsspalt einer Schraubenmaschine auf dem Haupt- und Nebenrotor

Der Profileingriffsspalt verläuft entlang der Eingriffslinie oder Quasi-Eingriffslinie der beiden Rotoren (**Abbildung 1.5**). Da der Eingriffslinie einer spielfreien Verzahnung in den meisten Anwendungen nur eine theoretische Bedeutung zukommt, wird im Folgenden der Begriff der Quasi-Eingriffslinie verwendet. Diese gibt den kürzesten Abstand zwischen Haupt- und Nebenrotor bei einem Rotorprofil wieder. Bei einem Rotorpaar ohne externe Synchronisierung, auch als unsynchronisiert bezeichnet, wälzen die Rotoren direkt aufeinander ab. Das bedeutet, dass die Quasi-Eingriffslinie in den Kontaktpunkten der tatsächlichen Eingriffslinie entspricht. Die Spaltbreite erstreckt sich über die gesamte im Eingriff befindliche verwundene Länge zwischen Haupt- und Nebenrotor. Der Profileingriffsspalt verbindet somit ebenfalls benachbarte Profillückenräume miteinander. Allerdings kann abhängig von den geometrischen Parametern des Rotorpaares über den Profileingriffsspalt auch eine unmittelbare Verbindung zwischen Ein- und Austrittsseite der Maschine entstehen.

Die Kopfrundungsöffnung, auch als Blasloch bezeichnet, entsteht zwischen der Verschneidungskante des Gehäuses und der Profilkontur im Rotorkopfbereich von Haupt- und Nebenrotor (**Abbildung 1.6**). Die Kopfrundungsöffnung bildet dabei eine Verbindung zwischen angrenzenden Profillückenräumen. Hierbei kann zwischen der saugseitigen und druckseitigen Kopfrundungsöffnung unterschieden werden. Die Kopfrundungsöffnung muss dabei von den regulären Verbindungsflächen der Arbeitskammern auf Haupt- und Nebenrotorseite unterschieden werden, welche in der Regel zwei Arbeitskammern mit ähnlichem oder gleichem Druckniveau verbinden.





**Abbildung 1.6:** Druckseitige und saugseitige Kopfrundungsöffnung (orange) und reguläre Kammerverbindung (grün) zwischen Arbeitskammern des Haupt- und Nebenrotors

Anhand der Abbildung 1.6 ist ersichtlich, dass sich die Flächeninhalte der saug- und druckseitigen Kopfrundungsöffnung deutlich unterscheiden. Dieser Effekt ist der zumeist asymmetrischen Profilgestaltung zuzuschreiben, welche die Minimierung der Spaltmassenströme und somit der Spaltflächen zum Ziel hat. Die Verkleinerung der druckseitigen Kopfrundungsöffnung durch den Einsatz eines asymmetrischen Rotorprofils bedeutet jedoch eine gleichzeitige Vergrößerung der saugseitigen Kopfrundungsöffnung. In den meisten Anwendungsfällen spielt diese Verbindung jedoch eine untergeordnete Rolle, da sie lediglich zwei Arbeitskammern auf der Haupt- und Nebenrotorseite verbindet, die bereits durch die Einlassfläche miteinander verbunden sind.

### 1.2.3 Geometrische und thermodynamische Kennzahlen

Neben dem Funktionsprinzip und den geometrisch beschreibbaren Spaltverbindungen existieren verschiedene geometrische und thermodynamische Kenngrößen, die eine Rotationsverdränger-Vakuumpumpe kennzeichnen. Bei Profilen mit unterschiedlichen Größen für Haupt- und Nebenrotor beziehen sich die Größen, wenn nicht explizit angegeben, auf den Hauptrotor. Die Geometrie der Rotoren wird oftmals durch ein Profil im Stirnschnitt sowie einen Umschlingungswinkel  $\varphi_{HR}$  definiert. Der Umschlingungswinkel beschreibt quantitativ die Verwindung der Rotorverzahnung entlang der Rotorachse. Er ist definiert als der Winkel, den ein Rotorzahn aus axialer Sicht entlang seiner Bahn über die gesamte Länge des Rotors einschließt. Der Umschlingungswinkel des Nebenrotors ergibt sich dabei automatisch in Abhängigkeit der Zähnezahlen  $z_{HR}$  und  $z_{NR}$  des Haupt- und Nebenrotors (**Gl. 1.2**).

$$\varphi_{NR} = \varphi_{HR} \cdot \frac{z_{HR}}{z_{NR}} \quad \text{Gl. 1.2}$$

Der Zahnteilungswinkel  $\varphi_{ZT}$  des Rotorprofils ergibt sich aus der Zähnezahzahl eines Rotors. Er wird beschrieben durch das Verhältnis eines gesamten Kreisumfangs bezogen auf die Zähnezahzahl  $z$  und entspricht dem Winkel zwischen zwei Zahnköpfen eines Rotors (**Gl. 1.3**).

$$\varphi_{ZT} = \frac{360^\circ}{z} \quad \text{Gl. 1.3}$$

Eine weitere geometrische Kenngröße ist das innere Volumenverhältnis  $v_i$  eines Schraubenkompressors. Es ist das Verhältnis des Arbeitskammervolumens nach Abschluss des Füllungsvorganges  $V_{\max}$  und des Volumens  $V_{\text{ex}}$  zu Beginn des Ausschleibevorganges. Damit ist das innere Volumenverhältnis nur durch die Kombination von Rotorgeometrie und Ein- und Auslassflächen definiert (Abbildung 1.3). Es ist aus thermodynamischer Sicht ein Maß für die innere Verdichtung, die das Fluid während eines Arbeitsspiels erfährt (**Gl. 1.4**).

$$v_i = \frac{V_{\max}}{V_{\text{ex}}} \quad \text{Gl. 1.4}$$

Das maximale Kammervolumen  $V_{\max}$ , welches oftmals dem Kammervolumen zum Abschluss des Ansaugvorganges entspricht, bildet zusammen mit der Hauptrotorzähnezahzahl und der Hauptrotordrehzahl das theoretische Saugvermögen  $S_{\text{th}}$  (**Gl. 1.5**).

$$S_{\text{th}} = V_{\max} \cdot z_{HR} \cdot n_{HR} \quad \text{Gl. 1.5}$$

Das theoretische Saugvermögen  $S_{\text{th}}$  ist wie das innere Volumenverhältnis vollständig aus der Geometrie der Maschine abgeleitet und beschreibt den idealisierten und vollständig verlustfreien Volumenstrom, den die Schraubenmaschine unabhängig von den Betriebsbedingungen fördern kann. Wird die Dichte  $\rho_E$  des Fluides am Eintritt der Maschine berücksichtigt, ergibt sich aus dem theoretischen Saugvermögen der theoretisch förderbare Massenstrom  $\dot{m}_{\text{th}}$  (**Gl. 1.6**).

$$\dot{m}_{th} = \rho_E \cdot S_{th} \quad \text{Gl. 1.6}$$

Sowohl bei dem theoretischen Saugvermögen als auch bei dem theoretischen Massenstrom handelt es sich um einheitenbehaftete Größen, so dass für eine bessere Vergleichbarkeit der Liefergrad  $\lambda_L$  als dimensionslose Größe definiert werden kann. Dieser ist als Verhältnis des effektiven Fördermassenstromes  $\dot{m}_f$  und des theoretischen Massenstromes  $\dot{m}_{th}$  definiert (Gl. 1.7).

$$\lambda_L = \frac{\dot{m}_f}{\dot{m}_{th}} \quad \text{Gl. 1.7}$$

Unter der Annahme, dass sich sowohl das theoretische als auch das effektive Saugvermögen auf denselben Fluidzustand am Eintritt beziehen, kann der Liefergrad auf das Verhältnis des effektiven und theoretischen Saugvermögens reduziert werden (Gl. 1.8).

$$\lambda_L = \frac{S_f}{S_{th}} \quad \text{mit} \quad \dot{m}_f = \rho_E \cdot S_f \quad \text{Gl. 1.8}$$

Die Bilanz der Leistungsaufnahme ist neben dem Saugvermögen die zweite entscheidende Größe zur integralen Beurteilung des Betriebsverhaltens einer Vakuumpumpe. Je nach Definition der Systemgrenzen kann zwischen der effektiven Leistung  $P_e$ , der inneren Leistung  $P_i$  und der dem Fluid aufgeprägten reversibel nutzbaren Leistung  $P_f$  unterschieden werden. Die innere Leistung  $P_i$  bzw. die zugrunde liegende Innenarbeit  $W_i$  spielt insbesondere aus Sicht der thermodynamischen Betrachtung eine wichtige Rolle, da sie das Ringintegral des thermodynamischen Prozesses beschreibt.

$$P_i = W_i \cdot n_{HR} \cdot z_{HR} = \oint V dp \cdot n_{HR} \cdot z_{HR} \quad \text{Gl. 1.9}$$

Der Zusammenhang zwischen Leistung und Arbeit pro Arbeitsspiel ist durch die Hauptrotordrehzahl und die Hauptrotorzähnezahl gegeben (Gl. 1.9). Die Innenarbeit kann direkt nur mit viel Aufwand durch eine Druckindizierung des Arbeitsraumes messtechnisch erfasst werden.

Aus diesem Grund wird oftmals die effektive Leistung betrachtet, welche zu der Innenleistung die mechanischen Reibleistungen  $\dot{\Phi}_{\text{Reib}}$  z.B. in Lagern und Dichtungen beinhaltet (**Gl. 1.10**).

$$P_e = P_i + \dot{\Phi}_{\text{Reib}} \quad \text{Gl. 1.10}$$

Der mit abnehmenden Ein- und Austrittsdrücken ebenfalls durch den Einfluss auf die Dichte des Arbeitsmediums abnehmende Massenstrom führt für die Anwendung als Vakuumpumpe dazu, dass die Innenleistung sehr kleine Absolutwerte annehmen kann. Damit ist eine Betrachtung der mechanischen Reibverluste besonders interessant. In Betriebszuständen mit kleinen Absolutdrücken wird die Innenleistung vernachlässigbar klein, so dass die mechanische Reibleistung in etwa der effektiven Antriebsleistung entspricht.

Eine besondere Kenngröße im Bereich der Vakuumtechnik ist der Enddruck  $p_{E,\text{min}}$  einer Maschine. Eine ideale Maschine, deren Saugvermögen nicht von den Betriebsbedingungen abhängt, kann einen ideal abgedichteten Rezipienten bis auf einen beliebigen Druck evakuieren. Unter technischen Gesichtspunkten führen jedoch innere und äußere Leckagen dazu, dass mit zunehmendem Kompressionsverhältnis  $K$  und sinkendem Eintrittsdruck  $p_E$  das effektive Saugvermögen der Pumpe tendenziell abnimmt. Beim Überschreiten eines bestimmten Kompressionsverhältnisses fördert die Pumpe keinen Volumenstrom mehr. Dementsprechend kann ein angeschlossener Rezipient oder der blindgeflanschte Saugstutzen nicht weiter evakuiert werden. Dieser Druck wird als Enddruck der Pumpe bezeichnet. Das zugehörige Kompressionsverhältnis bei Nulldurchsatz wird als  $K_0$  bezeichnet (**Gl. 1.11**).

$$K = \frac{p_V}{p_E} \quad \text{bzw.} \quad K_0 = \frac{p_V}{p_{E,\text{min}}} \quad \text{Gl. 1.11}$$

Der Enddruck bzw. die maximale Kompression einer Blower-Vakuumpumpe ist dabei im Wesentlichen von den beiden Betriebsparametern Drehzahl und Vorvakuumdruck abhängig, so dass in der Regel der Begriff  $K_0$ -Kurve verwendet wird [2].

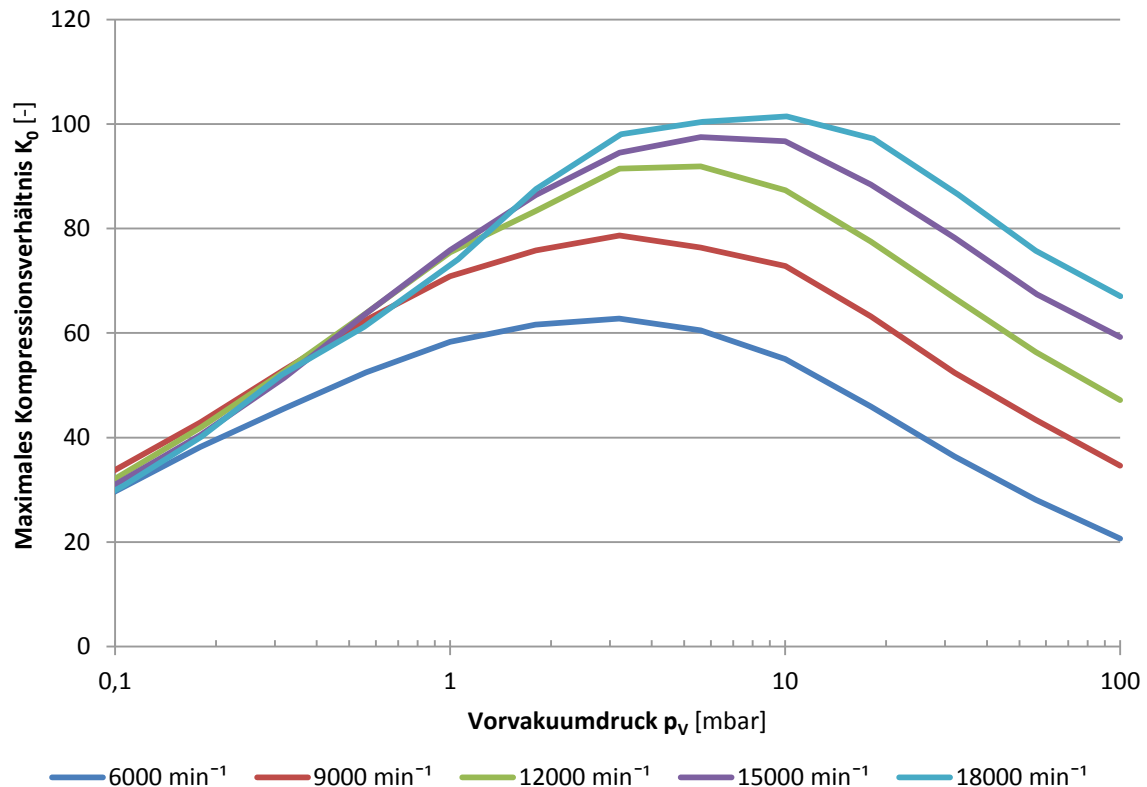


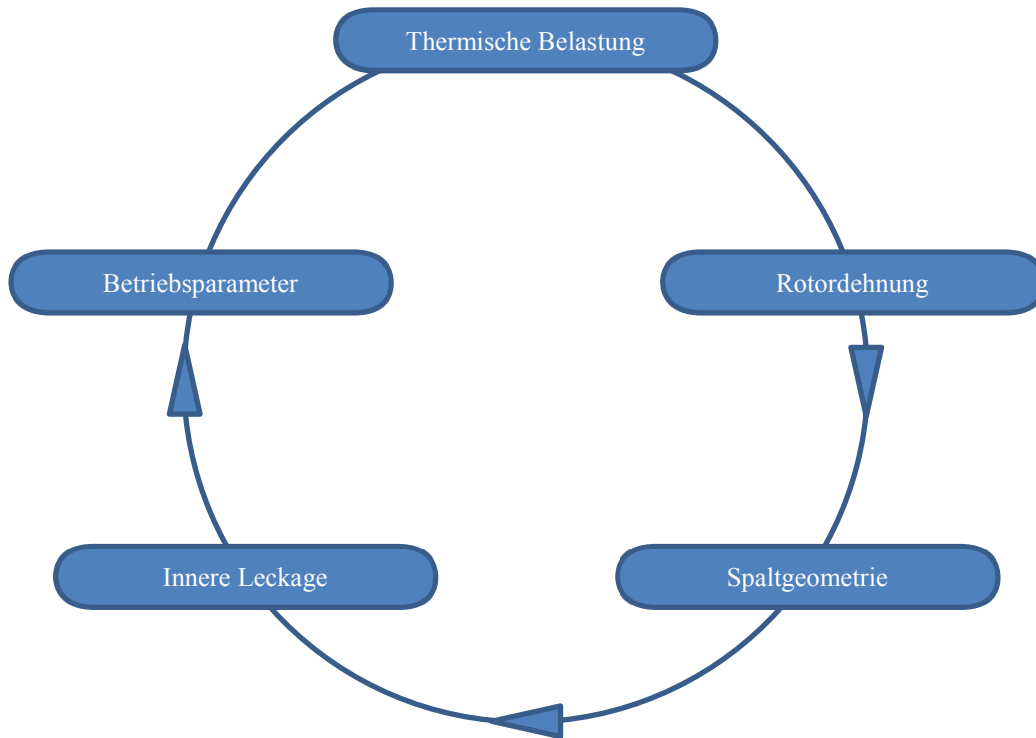
Abbildung 1.7: Exemplarische  $K_0$ -Kurven einer Blower-Vakuumpumpe bei Variation der Drehzahl  $n$  als Funktion des Vorvakuumdruckes  $p_v$

Typische  $K_0$ -Kurven einer Blower-Vakuumpumpe sind in **Abbildung 1.7** dargestellt. Sie zeichnen sich in der Regel durch die Ausbildung eines drehzahl- und vorvakuumdruck Abhängigen Maximalwert aus [6]. Die abnehmenden maximalen Kompressionsverhältnisse für steigende bzw. sinkende Vorvakuumdrücke bezogen auf einen drehzahlabhängigen Maximalwert sind auf zwei wesentliche Mechanismen zurückzuführen.

Für hohe Vorvakuumdrücke bestimmen Spaltmassenströme die maximal erreichbaren Enddrücke. Dabei ist aus physikalischer Sicht zu berücksichtigen, dass der Leitwert oder das Durchströmungsverhalten eines Spaltes eine signifikante Abhängigkeit von der Verdünnung der Strömung hat. Mit abnehmendem Druck steigt die Verdünnung des Gases an und die Leitfähigkeit nimmt typischerweise ab. Dies hat sinkende Spaltdurchflüsse zur Folge und ein gleichzeitiges Ansteigen der maximalen Kompression. [2] [6]

Im Bereich niedriger Vorvakuumdrücke wird der Gasrücktransport primär durch die Oberflächen des Gehäuses und den Rotor dominiert und verschiedene Effekte wie z.B. ein „Zwickelraum“ oder Ad- und Desorption sind für die inneren Leckagen verantwortlich [2]. Diese Ef-

fekte haben zur Folge, dass mit sinkendem Vorvakuumdruck ebenfalls die maximale Kompression abnimmt.



**Abbildung 1.8:** Problemkreis zur Auslegung trockenlaufender Rotationsverdränger-Vakuumpumpen nach [3]

Die Wechselwirkung zwischen Physik und Geometrie von Vakuumpumpen ist vollständig nur schwer zu beschreiben. Allein für das Beispiel der Spaltströmungen als typischer Wirkmechanismus existiert ein zirkulärer Bezug zwischen Geometrie, Spaltströmung und thermischer Belastung durch die gewählten Betriebsparameter. Dieser Problemkreis ist am Beispiel der Spaltströmungen einfach zu illustrieren (**Abbildung 1.8**Abbildung 1.7), unter realen Bedingungen bei gleichzeitiger Betrachtung von Mechanismen wie Ladungswechsel und Ad- und Desorption jedoch deutlich komplexer.

### 1.3 Stand der Technik

In dem folgenden Abschnitt wird der aktuelle Stand der Technik dargelegt. Es werden vier Schwerpunktthemen detaillierter beleuchtet, die die wesentliche Grundlage dieser Arbeit bilden. Hierzu zählen die trockenlaufenden Vakuumpumpen, die geometrische Modellierung von

Schraubenmaschinen, die Berechnung ihrer arbeitsraumbegrenzenden Spalte sowie abschließend die verfügbaren Techniken zur Simulation von Verdrängermaschinen und insbesondere Vakuumpumpen.

### **1.3.1 Trockenlaufende Vakuumpumpen**

Für Vakuumanwendungen im Bereich des Grob- und Feinvakuums hat sich die Nutzung von Pumpenkombinationen etabliert. Insbesondere bei Anwendungen, welche eine hohe Anforderung an die Reinheit des Arbeitsmediums haben, kommen trockenlaufende Verdränger-Vakuumpumpen zum Einsatz. Ein typischer Pumpenstrang besteht dabei aus einer als Vorvakuumpumpe fungierenden Schraubenspindel-Vakuumpumpe, welche gegen den Atmosphärendruck ausschleibt, und einem oder mehreren Blowern zur weiteren Absenkung des Druckes auf der Rezipientenseite. Als Blower fungieren in dieser Anordnung fast ausschließlich Wälzkolben-Vakuumpumpen [2]. Im Bereich der trockenlaufenden Vorvakuumpumpen hat in den letzten 15 Jahren eine deutliche Weiterentwicklung insbesondere der Bauart der Schraubenspindel-Vakuumpumpen stattgefunden. Wesentliche Merkmale waren zunächst die gezielte Kühlung von Gehäuse und Rotoren. Bei den Rotoren ermöglichten konisch eingebrachte Kühlkanäle besonders gute Wärmeübergänge, welche es letztendlich ermöglichten, sehr große Druckverhältnisse bei handhabbaren Bauteilverformungen zu realisieren. Ein weiterer Trend der letzten Jahre betrifft die variable Gestaltung der Rotorgeometrie. Frühe Schraubenspindel-Vakuumpumpen wiesen in der Regel eine Rotorgeometrie mit einer konstanten Steigung auf. Dies führt bei hinreichend kleiner Steigung zu einer hohen Anzahl an Stufen und damit zu einer prinzipiell guten Abdichtung der immanenten Spaltströmungen, jedoch bleibt das Arbeitskammervolumen während der Verdichtungsphase konstant. Aus diesem Grund wird die Verdichtungsphase in diesen Fällen auch als Transportphase bezeichnet, da keine innere Verdichtung, also auf Volumenänderung basierende Verdichtung des Gases, stattfindet. Die Verdichtung des Gases kann also folglich nur durch Rückströmungen von der Austrittsseite erreicht werden. Diese Form der Verdichtung ist jedoch aus thermodynamischer Sicht ungünstig und führt durch den spezifischen Arbeitsaufwand bedingt zu hohen Gastemperaturen insbesondere auf der Austrittsseite. Die Folge der hohen Gastemperaturen sind hohe Wärmeströme in die Rotoren und das Gehäuse, wodurch die Auslegung betriebssicherer Spalthöhen vor dem Hintergrund einer guten Energiewandlungsgüte deutlich erschwert wird. Die variable Gestaltung der Rotorsteigung stellt eine Möglichkeit dar, die Geometrie des Rotorpaares stärker an die Anforderungen einer Vorvakuumpumpe anzupassen. Aktuelle Schraubenspindel-Vakuumpumpen werden mit einer abnehmenden Steigung und/oder konischen Rotoren gebaut

[7]. Die Folge ist die Realisierung einer inneren Verdichtung durch ein abnehmendes Arbeitskammervolumen. Die innere Verdichtung mindert die eingangs dargelegten Probleme hinsichtlich der Leistungsaufnahme und Temperaturentwicklung, ermöglicht allerdings auch das Erreichen höherer Saugvermögen bei gleichem Bauraumvolumen. Hierbei profitiert die Schraubenspindel-Vakuumpumpe von der Vergrößerung der saugseitigen Rotorsteigung, welche zu einem größeren Arbeitskammervolumen bei Abschluss der Ansaugphase führt. Weitere Entwicklungspotentiale zeichnen sich insbesondere bei der konkreten Gestaltung der Rotorsteigungsfunktion und der Rotorprofile ab. [8] konnte mit Hilfe evolutionärer Optimierungsstrategien an einem vereinfachten Simulationsmodell zeigen, dass sowohl eine Minderung der spezifischen Leistung, eine Erhöhung des Saugvermögens als auch ein gleichmäßigerer Wärmeeintrag durch Rotorsteigungsfunktionen erreicht werden können, welche ihre minimale Steigung nicht an der Austrittsseite des Rotors, sondern bereits früher erreicht. Eng mit der dreidimensionalen Rotorgeometrie verknüpft ist das zweidimensionale Stirnschnittprofil. Die Optimierung des Stirnschnittprofils mit thermodynamisch abgeleiteten Kennzahlen stellt zwar prinzipiell eine gute Möglichkeit dar, die Geometrie hinsichtlich Kriterien wie Saugvermögen oder Leistungsaufnahme zu optimieren, wünschenswert ist jedoch eine ganzheitliche, dreidimensionale Gestaltung der Rotorgeometrie, um insbesondere die Profileingriffsspalthöhe und -breite kontrollieren zu können [8] [9]. Die Variation der Rotorsteigung entlang der Rotorachse erfordert dementsprechend eine kontinuierliche Anpassung des Rotorstirnschnittprofils zur Einhaltung von minimalen Spalthöhen im Sinne der Betriebssicherheit und Energiewandlungsgüte. Diese ganzheitliche Form der Rotorgeometriegestaltung und -optimierung ist jedoch noch nicht entscheidend verbreitet und stellt, je nach Komplexität der Geometrie, möglicherweise aus Sicht der Fertigungstechnologie eine Herausforderung dar [10].

Wälzkolben-Vakuumpumpen sind die klassischen Blower-Pumpen und werden als sogenannte Blower eingesetzt. Sie dienen in der Regel der Absenkung des Druckes um Faktor 2-8 gegenüber der Vorpumpe bei Erhöhung des zur Verfügung stehenden Saugvermögens um bis zu dem zehnfachen Wert [2]. Wälzkolben-Vakuumpumpen sind hinsichtlich ihres Lieferverhaltens stark abhängig von der gewählten Spalthöhe. Die Spalthöhe stellt einen Kompromiss aus hohem volumetrischen Wirkungsgrad und Betriebssicherheit dar. Eine zu starke Erwärmung der Bauteile und die resultierende Bauteilverformung führt in der Regel zu einem Anlaufen der Rotoren und einem Versagen der Pumpe. Darüber hinaus können Lager und Dichtungen eine limitierende Größe darstellen. Bedingt durch die mit sinkendem Druck abnehmende Wärmeleitfähigkeit der gasförmigen Arbeitsmedien ergeben sich durch thermische Belastung



hohe Rotor und Wellentemperaturen, die in direktem Kontakt zu den Wellendurchführungen und Lagern stehen. Aus diesen Gründen beträgt die maximal zulässige Druckdifferenz von typischen Wälzkolben-Vakuumpumpen oftmals nur 50 mbar oder noch deutlich weniger [2].

Die thermische Limitierung der maximalen Druckdifferenz hat vor allem Einfluss auf die Einsatzmöglichkeit von Wälzkolben-Vakuumpumpen in Abpumpprozessen, insbesondere dann wenn es sich um ständige wiederholende Abpumpvorgänge mit kurzer Taktzeit handelt. Als Folge der maximal zulässigen Druckdifferenz können sie erst bei entsprechend kleinen Drücken mit maximaler Wirkung an dem Abpumpvorgang partizipieren. Somit kann das hohe Saugvermögen der Wälzkolben-Vakuumpumpen nur zeitlich begrenzt genutzt werden. Um diesen Nachteilen zu begegnen, gibt es verschiedene operative und konstruktive Möglichkeiten um die Einsatzgrenzen von Wälzkolben-Vakuumpumpen zu erweitern [11]. Diese Methoden umfassen z.B. Frequenzumrichtersteuerungen, die durch eine Drehzahlregelung die Leistung der Pumpe in einem tolerierbaren Bereich halten oder Pumpen mit eingebautem Bypassventil, welches dafür sorgt, dass die Pumpe bei zu hohen Druckverhältnissen durch einen parallel zur Pumpe geschaltetes Ventil entlastet wird. Diesen Maßnahmen ist jedoch gemein, dass sie weitere Nachteile wie höhere Investitionskosten oder höhere Leistungsaufnahme mit sich bringen.

Wälzkolben-Vakuumpumpen werden als trockenlaufende Pumpen in Applikationen eingesetzt, welche ein „ölfreies“ Vakuum fordern. Diese Prozesse sind z.B. im Bereich Lebensmittelindustrie beim Gefriertrocknen zu finden. Allerdings sind die meisten als trockenlaufende Vakuumpumpen klassifizierten Bauarten nur quasi-trockenlaufend. In solchen Pumpen wird Öl zwar nicht als Kühl- oder Dichtmittel im Arbeitsraum eingesetzt [2], dennoch wird es arbeitsraumnah als Schmiermittel für Synchronisationszahnräder oder an Dichtungselementen eingesetzt. Auch durch den Einsatz von Kolbenringdichtungen hin zum Arbeitsraum kann keine vollständige Ölfreiheit des Arbeitsraumes garantiert werden, insbesondere dann, wenn keine externe Getriebeevakuierung verfügbar ist. Hierbei sind die Leckraten der Kolbenringdichtung so groß, dass ein Mitschleppen von Öl-Tröpfchen nicht vollständig verhindert werden kann.

Wälzkolben-Vakuumpumpen sind ein wichtiges Element von Pumpsystemen, sowohl in stationären Prozessen als auch in Abpumpprozessen. Eine Verbesserung der Leistungsfähigkeit der Wälzkolben-Vakuumpumpen kann insbesondere durch ein höheres effektives Saugvermö-

gen bei hohen Vorvakuumdrücken erreicht werden. Hierdurch könnten kürzere Abpumpzeiten erreicht werden oder ggfs. einzelne Pumpen in Kombinationen eingespart werden. Dies setzt aber eine Verträglichkeit von hohen Druckdifferenzen seitens der Wälzkolben-Vakuumpumpen voraus, was jedoch im Hinblick auf die bereits diskutierte thermische Belastung und Betriebssicherheit problematisch ist. In diesem Bereich sind keine signifikanten Fortschritte zu erkennen.

Im nächsten Schritt wird der aktuelle Stand der Technik der physikalisch-technischen Wirkmechanismen in Rotationsverdrängermaschinen für die Themenkomplexe Spaltströmungen, Ad- und Desorption sowie Wärmeübergänge dargelegt.

Im Bereich der Vakuumpaltströmung existieren verschiedene analytische und empirische Modelle zur Quantifizierung einer Spaltströmung. Diese Modelle unterscheiden sich zudem auch durch den Umfang der geometrischen und physikalischen Abbildungsmöglichkeiten. Einen wesentlichen Beitrag zur theoretischen Untersuchung stellt die Arbeit von [12] dar, welcher auf einer Lösung der linearisierten Boltzmann-Gleichung mittels Bhatnagar-Gross-Krook-Operator [13] basiert. Aus diesem Grund wird das Modell auch mit LBGK bezeichnet. Grundlegende Schwachpunkte dieses Modells sind die fehlende Berücksichtigung der Kompressibilität des Gases durch Vernachlässigung des Dichtegradienten sowie die eingeschränkten geometrischen Modellierungsmöglichkeiten, da lediglich vorberechnete Daten für Rechteckkanäle und Rohre zur Verfügung stehen. Ein weiteres Modell, welches neben der Kompressibilität des Gases zusätzlich Wärmeübergänge berücksichtigt, stammt von [14], jedoch ist auch dieses Modell hinsichtlich der geometrischen Modellierungsmöglichkeiten eingeschränkt. Eine grundsätzlich verschiedene Vorgehensweise wird durch [3] [5] verfolgt. Das hier entstandene Modell basiert im Wesentlichen auf einer umfangreichen Messdatenbank und bietet hinsichtlich der geometrischen Modellierung eine hohe Flexibilität durch Definition einer Reihe an Spaltkonturformen. [6] konnte dieses Modell für den molekularen Strömungsbereich um den Einfluss bewegter Spaltberandungen ergänzen. Eine weiterführende Betrachtung weiterer Spaltströmungsmodelle kann [14] entnommen werden. Es existieren viele Modelle zur Beschreibung einer Vakuumpaltströmung, jedoch kann bisher noch kein Modell alle physikalischen und geometrischen Teilaspekte in sich vereinen. Aus diesem Grund werden im Rahmen dieser Arbeit, je nach Anforderung, das Modell LBGK nach [12] oder das Messdatenmodell nach [3] [5] [6] eingesetzt.

Grundlegende Untersuchungen des Phänomens der Ad- und Desorption stammen unter anderem von [15] und [16]. Obwohl die mikroskopischen Vorgänge durch kinetische oder statistisch-mechanische Modelle beschreibbar sind [17], werden in der Praxis aufgrund der Komplexität empirisch ermittelte Modelle eingesetzt [18]. Da diese Modelle zunächst für eine konstante Temperatur ermittelt werden, wird der funktionale Zusammenhang zwischen Druck der Gasphase und Bedeckung der Oberfläche als Sorptionsisotherme bezeichnet. Im Kontext der Vakuumanwendung wird Ad- und Desorption als physikalischer Effekt insbesondere beim Evakuieren von Rezipienten beobachtet und untersucht [19]. Untersuchungen der Ad- und Desorption als Gasrücktransportmechanismus in trockenlaufenden Vakuumpumpen sind unter anderem von [6] und [20] nur in integraler Form durchgeführt worden. Die physikalischen Grundlagen und die für diese Arbeit relevanten Sorptionsisothermen werden, ebenso wie die Aufbereitung für ein Simulationsmodell, im weiteren Verlauf der Arbeit wieder aufgegriffen.

Für die Integration des Gasrücktransports in die Simulation einer Vakuumpumpe ist ein integraler Ansatz verfolgt worden, der den Fluidtransport als Bypass parallel zur eigentlichen Pumpe modelliert. Der durch den Gasrücktransportmechanismus erzeugte Massenstrom wird durch zwei vereinfachte Ansätze berechnet. Der erste Ansatz ist eine Kennzahlenmethode nach [20], welche basierend auf einem empirisch hergeleiteten mathematischen Zusammenhang einen Massenstrom ermitteln kann. Die Parameter des Modells müssen für eine konkrete Maschine, basierend auf gemessenen Kurven, ermittelt werden und sind im Regelfall drehzahlabhängig. Der zweite Ansatz ist das Modell des virtuellen Schadraums nach [6]. Dieser Schadraum wird, in Analogie zu einer ausgewählten Sorptionsisothermen, drehzahlabhängig befüllt und entleert, um den integralen Massenstrom zu bestimmen. Dieses Modell muss ebenfalls parametrisiert werden, jedoch sind die Parameter deutlich stärker mit der Geometrie der Pumpe und dem physikalischen Effekt der Sorption verknüpft.

Diese Umsetzungen stellen, gemessen an der Komplexität des physikalischen Modells, eine deutliche Vereinfachung dar, welche dazu führt, dass der Wirkmechanismus keinen direkten Einfluss auf den thermodynamischen Prozess nimmt bzw. umgekehrt nicht durch die Druck- und Temperaturänderungen des thermodynamischen Prozesses beeinflusst wird. Eine detailliertere Modellierung ist sinnvoll, da die vereinfachten Modelle bisher an Wälzkolben-Vakuumpumpen untersucht wurden. Diese verfügen zwar, wie alle Verdrängermaschinen, über einen gekapselten Arbeitsraum, jedoch nur für einen kurzen Zeitraum gemessen an der Dauer des gesamten Arbeitsspiels. Der Screw Vacuum Blower hingegen hat, je nach geomet-

rischer Konfiguration, eine gekapselte Arbeitskammer mit innerer Verdichtung, so dass eine Modellierung ohne Berücksichtigung des vollständigen thermodynamischen Prozesses eine zu starke Vereinfachung darstellt.

Die wissenschaftliche Ergründung der Wärmeübergänge in Spalten und Arbeitskammern von trockenlaufenden Vakuumpumpen ist zumeist auf die Adaption von bekannten Modellen aus der Kontinuumsmechanik begrenzt. [5] konnte am Beispiel einer Schraubenspindel-Vakuumpumpe zeigen, dass mit dieser Vorgehensweise im Bereich der Spaltströmung qualitativ gute Ergebnisse erzielt werden können. Eine tiefergehende Modellierung der Spaltströmung unter Berücksichtigung des Wärmeaustausches mit den Spaltberandungen liefert [14]. Dieses Modell konnte durch umfangreiche Messungen validiert werden. Allerdings ist dieses Modell nur für eine eingeschränkte Spaltgeometrie verfügbar. Für die Wärmeübergänge in der Arbeitskammer existiert kein fundiertes Wissen. [5] hat, analog zu den Spaltströmungen, ein Modell der Kontinuumsmechanik übernommen, wohingegen [6] vorschlägt, in der Arbeitskammer einen vollständigen Wärmeübergang anzunehmen.

Die physikalischen Modelle zur Beschreibung der relevanten Wirkmechanismen in trockenlaufenden Vakuumpumpen haben noch keinen etablierten Standard erreicht bzw. offenbaren teilweise noch Lücken im detaillierten Verständnis. Dies bedeutet im Rahmen dieser Arbeit, dass zwar bereits bekannte physikalische Modelle adaptiert werden können, diese jedoch im Hinblick auf die integralen Ergebnisse einer Simulation im Vorhinein nur schwer zu beurteilen sind.

### **1.3.2 Geometrische Modellierung von Rotationsverdrängermaschinen**

Die geometrische Modellierung im Allgemeinen ist eine weit verbreitete Disziplin, da neben Computergrafik und Computer-Aided Design z.B. in vielen Bereichen der Simulation auf eine geometrische Repräsentation von Objekten zurückgegriffen werden muss. Aus diesem Grund haben sich verschiedene Darstellungsschemata etabliert. Es wird zwischen direkten Schemata, welche den Körper als Volumen beschreiben, und indirekten Schemata unterschieden, bei denen die Beschreibung z.B. über Punkte, Kanten oder Oberflächen erfolgt [21]. Typische Vertreter der direkten Darstellungsschemata sind z.B. das Normzellen-Aufzählungsschema und die konstruktive Festkörpergeometrie. Zu den indirekten Darstellungsschemata zählen unter anderem das Drahtgittermodell und das Oberflächenmodell. Da-rüber hinaus sind beliebige Mischformen denkbar. Eine Klassifizierung nach Schema ist demnach nicht immer sinn-

voll, stattdessen wird nach Anzahl der unterstützten Dimensionen, nach verwendeten Primitiven und nach den unterstützten Operationen unterteilt.

Die Modellierung der Geometrie von Rotationsverdrängermaschinen ist die grundlegende Voraussetzung für verschiedene ingenieurwissenschaftlichen Aufgaben. Die Anforderung, die Geometrie eines Rotors beschreiben zu können, entstammt in erster Linie der Fertigungstechnologie. Sie benötigt eine konstruktive Dokumentation der Geometrie zur Beschreibung der Form der Rotoren, zur Fertigung von Werkzeugen und Steuerung von Werkzeugmaschinen [22] [23]. Durch die verstärkte Rechnerunterstützung in der Forschung an Rotationsverdrängermaschinen und der Entwicklung neuer Produkte steht die geometrische Modellierung zudem im Fokus der mathematisch-physikalisch getriebenen Simulation. Hierbei sind oftmals die Simulationsvorbereitung, Profilentwicklung oder Optimierung die Hauptanwendungsgebiete [9] [24] [25] [26]. Eine weitere, wenn auch scheinbar triviale Anwendung, ist die Visualisierung und Präsentation von Schraubenmaschinengeometrien.

Eine anerkannte und erprobte Vorgehensweise zur Beschreibung einer Rotorgeometrie ist die Verwendung des Rotorprofils im zweidimensionalen Stirnschnitt. Oftmals wird diese zweidimensionale Geometrie durch Anwendung einer Extrusion in eine quasi-dreidimensionale Darstellung überführt. Die Extrusion ermöglicht zwar eine Variation des Steigungsverlaufes, setzt dabei aber in der Regel eine Invarianz des Rotorprofils voraus. Anwendung findet dieses Verfahren in fast allen bekannten Anwendungsbereichen. Insbesondere die Profilerzeugung bzw. Verzahnungsberechnung [25] [27] [28] [29] [30] [31], die kennzahlenbasierte Analyse von Rotorprofilen [32] [33] [34] [35] [36] in Kombination mit stochastischen oder evolutionären Optimierungen [9] und die Berechnung des Profileingriffsspalt für zweiwellige Maschinenvarianten [37] stellen typische Anwendungen des extrudierten Stirnschnittprofils dar. Eine weitere häufige Anwendung ist der Bereich des Computer-Aided Manufacturing. Durch die Verwendung dreidimensionaler Rotormodelle wird die Berechnung der passenden Fertigungswerkzeuge für Dreh- und Schleifprozesse erheblich vereinfacht [22] [23] [29]. Die direkte Anwendung dreidimensionaler Rotorgeometrien ist bisher jedoch nicht weit verbreitet. Es existieren Verfahren zur Berechnung des Profileingriffsspalt, welche auf einer vollständig dreidimensionalen Rotorgeometrie basieren [38] [39]. Weitere Beispiele finden sich im Umfeld der thermodynamischen Simulation, bei denen die geometrische Abstraktion einen starken Fokus erhält [40] [41]. Darüber hinaus finden sich Arbeiten, welche ein dreidimensio-

nales Modell der Rotorgeometrie zur Generierung, Simulation und Optimierung asymmetrischer Rotorprofile im Bereich der Schraubenlader nutzen [42].

Die Betrachtung der Klassifizierung „Dimension“ ist eng mit der Klassifizierung der verwendeten Primitiven und verfügbaren Operationen verknüpft. Die verwendeten Primitiven sind oftmals definierte Abschnitte analytisch beschreibbarer Kurven wie Linien oder Kreise bei Betrachtung zweidimensionaler Methoden [35]. Darüber hinaus kommen Punkte, Polygonzüge sowie Bezierkurven oder B-Spline-Kurven bzw. deren Generalisierung NURBS zum Einsatz [9] [43]. In Analogie werden bei dreidimensionalen Darstellungen entweder Punktwolken mit geeigneten Interpolationsalgorithmen [38] oder aber NURBS als Flächen eingesetzt [39]. Die benötigten geometrischen Operationen lassen sich in die Gruppen Transformation, Boolesche Operatoren und Konstruktion bzw. Erzeugung unterteilen. Die Transformationsoperationen sind für alle Primitivtypen verfügbar, sogar komplexe Flächen wie NURBS lassen sich durch Anwendung der Transformation auf das Kontrollpunktnetz geeignet modifizieren. Auch boolesche Operatoren und konstruktive Operationen wie die Extrusion sind für nahezu alle praktisch relevanten Primitivtypen verfügbar bzw. in einer numerischen Implementierung anwendbar.

Die Übertragung eines mathematischen Modells in eine numerische Implementierung stellt für viele Operationen und Auswertungen ein Problem hinsichtlich der Exaktheit dar. Durch die Einführung einer Diskretisierung muss selbst eine analytisch exakte Funktion oftmals numerisch ausgewertet werden. Typische Beispiele hierzu sind Schnittpunktberechnungen zwischen verschiedenen Entitäten oder die Auswertung von Flächen- oder Volumeninhalten. Hierzu zeigt [40] mögliche Probleme in der Genauigkeit berechneter geometrischer Größen am Beispiel der Kopfrundungsöffnung und Schöpfflächen volumina im Vergleich eines CAD-Werkzeuges mit einem eigenen Geometriemodell. Die zu beobachtenden Differenzen deuten an, dass die Verwendung von typischen CAD-Werkzeugen für die Erstellung von Simulationsmodellen nicht ohne Probleme hinsichtlich der numerischen Genauigkeiten möglich ist.

Ein etablierter Standard im Bereich der geometrischen Modellierung insbesondere im Hinblick auf die Modellierung von Rotationsverdrängermaschinen ist nicht zu erkennen. Die meisten Ansätze sind eine Form von Kantenmodell, welches durch eine einfache Form der Extrusion entsteht. Die Kanten des Modells werden dabei oft durch Strecken beschrieben. Nur in einigen Fällen handelt es sich tatsächlich um Flächenmodelle. Der Vorteil der Flächenmo-

delle liegt in der prinzipiellen Unabhängigkeit von einem festen Rotorstirnschnittprofil und ermöglicht die Erzeugung und Betrachtung beliebig komplexer Rotorgeometrien [39]. Die direkte Kopplung eines geometrischen Modells an ein CAD-Werkzeug wie z.B. in [42] erscheint im Hinblick auf mögliche numerische Aspekte nicht sinnvoll.

### **1.3.3 Geometrische Berechnung von arbeitsraumbegrenzenden Spaltverbindungen**

Die Ermittlung der Spaltverbindungen in der Rotationsverdrängermaschine nimmt einen wichtigen Stellenwert für deren thermodynamische Berechnung und somit auch für die logische Analyse ein. Hierbei steht bei zweiwelligen Maschinen insbesondere der Profileingriffsspalt aufgrund seiner geometrischen Komplexität im Vordergrund. Ein Verfahren, welches in der Lage ist den Profileingriffsspalt zu berechnen, ist auch in der Lage die Gehäusespalte zu berechnen.

Für die Definition des Profileingriffsspaltess kann zwischen zwei Begriffen differenziert werden, der Eingriffslinie und der Quasi-Eingriffslinie. Die Eingriffs- oder auch Berührlinie existiert nur für ein geometrisch ideales Profil, welches z.B. mit Hilfe des Verzahnungsgesetzes berechnet wird. Sie stellt die Verbindungslinie aller Punkte dar, in denen die Rotorflanken aufeinander abwälzen. Für ein beliebiges lauffähiges Profil mit vorhandener Profileingriffsspalthöhe existiert hingegen nur eine Quasi-Eingriffslinie. Diese kann aus geometrischer Sicht durch den minimalen Abstand der beiden Rotoroberflächen zueinander definiert werden. Zur Berechnung der Profileingriffslinie sind, analog zur Begriffsdefinition, zwei prinzipielle Vorgehensweisen denkbar. Die eine Möglichkeit ist die Anwendung einer Verzahnungsmethode, die andere Möglichkeit ist die geometrische Berechnung des minimalen Abstandes der Rotoroberflächen. Die Anwendung der Evolventen- oder Zykloidenmethode ermöglicht die Berechnung des idealen Nebenrotorprofils [25]. Die zugehörige Eingriffslinie wird implizit direkt mitberechnet, da das Verzahnungsgesetz alle Wälzpunkte bestimmt. Mögliche Verfahren zur Berechnung des spielfreien Nebenrotorprofils finden sich z.B. in [25] [44]. Prinzipiell ist auch eine Umkehr des Verfahrens denkbar, bei dem auf Basis einer gewünschten Eingriffslinie der zugehörige Nebenrotor berechnet wird. Diese Vorgehensweise wird z.B. von [45] und [46] beschrieben. Obwohl die Anwendung der Nebenrotorberechnung in der Regel nur für das zweidimensionale Rotorprofil erfolgt, kann unter Zuhilfenahme der Länge und Umschlingung des Hauptrotors die dreidimensionale Erstreckung der Eingriffslinie berechnet werden. Die tatsächliche geometrische Berechnung der Quasi-Eingriffslinie stellt eine anspruchsvolle Aufgabe dar, da die Rotoroberflächen nahezu beliebig geformt sein können. Basierend auf einer

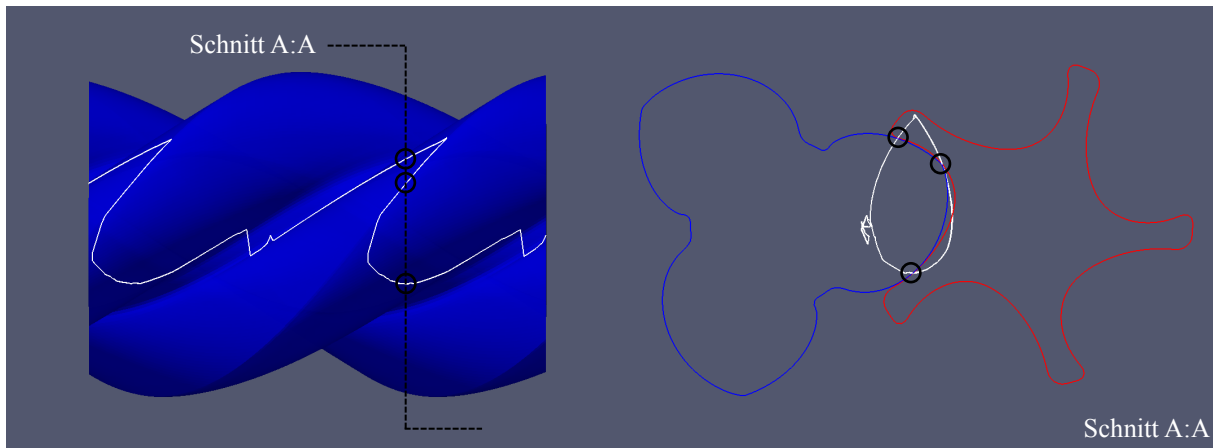
geometrischen Repräsentation der Oberflächen kann mit Hilfe verschiedener Suchstrategien die Menge an Punktepaaren des minimalen Abstandes gesucht und zu einer Linie auf jeder Rotoroberfläche zusammengesetzt werden. Hierbei kann zwischen zwei- und dreidimensionalen Ansätzen unterschieden werden. Beide Prinzipien zur Berechnung der Eingriffslinie bzw. der Quasi-Eingriffslinie haben Vor- und Nachteile.

Die Vorteile der Berechnung auf Basis einer Verzahnungsmethode sind der geringe Rechenaufwand und die oftmals analytischen Ansätze, welche sich auf viele geometrische Repräsentationen übertragen lassen. Nachteilig ist die Tatsache, dass lediglich der geometrische Verlauf der Eingriffslinie berechnet wird und damit die Spalthöhe explizit in allen Berührungspunkten zu Null wird. Dementsprechend ist eine Anwendung auf spielbehaftete oder thermisch und mechanisch verformte Profile nur als Näherungslösung denkbar. Zudem ist z.B. das Verzahnungsgesetz nicht für alle denkbaren Rotorprofile erfüllt, so dass hierdurch ebenfalls Einschränkungen in der Anwendungsvielfalt hingenommen werden müssen [9].

Die Vorteile der geometrischen Verfahren liegen in ihrer universellen Gültigkeit. Die einzige Grundvoraussetzung ist, dass sich die Rotorgeometrie in der für das Verfahren benötigten geometrischen Repräsentation mit hinreichender Genauigkeit darstellen lässt. Damit können dann auch z.B. thermisch/mechanisch verformte Geometrien analysiert werden. Ein wesentlicher Nachteil ist der deutlich höhere Rechenaufwand, da für derartig komplexe Freiformflächen keine exakten bzw. analytischen Lösungen verfügbar sind. Die Qualität des Ergebnisses hängt je nach Vorgehensweise stark von der Qualität der geometrischen Repräsentation und von der Suchstrategie ab. Hierbei sind in der Regel Informationen über die maximale bzw. die minimale Profileingriffsspalthöhe hilfreich.

Für die zweidimensionalen Methoden, welche z.B. in [37] und [46] vorgestellt werden, wird zunächst eine Vereinfachung dahingehend vorgenommen, dass sie die Suche nach minimalen Abständen in den Rotorstirnschnitt verlagern. Hierdurch wird die geometrische Komplexität deutlich reduziert, da nur noch minimale Abstände zwischen zwei beliebig gestalteten Rotorconturen berechnet werden müssen. Diese Einschränkung führt jedoch zu möglichen Komplikationen in Bereichen, in denen die Quasi-Berührlinie eine Hinterschneidung in Rotorachsrichtung aufweist (Schnitt A:A in **Abbildung 1.9**).

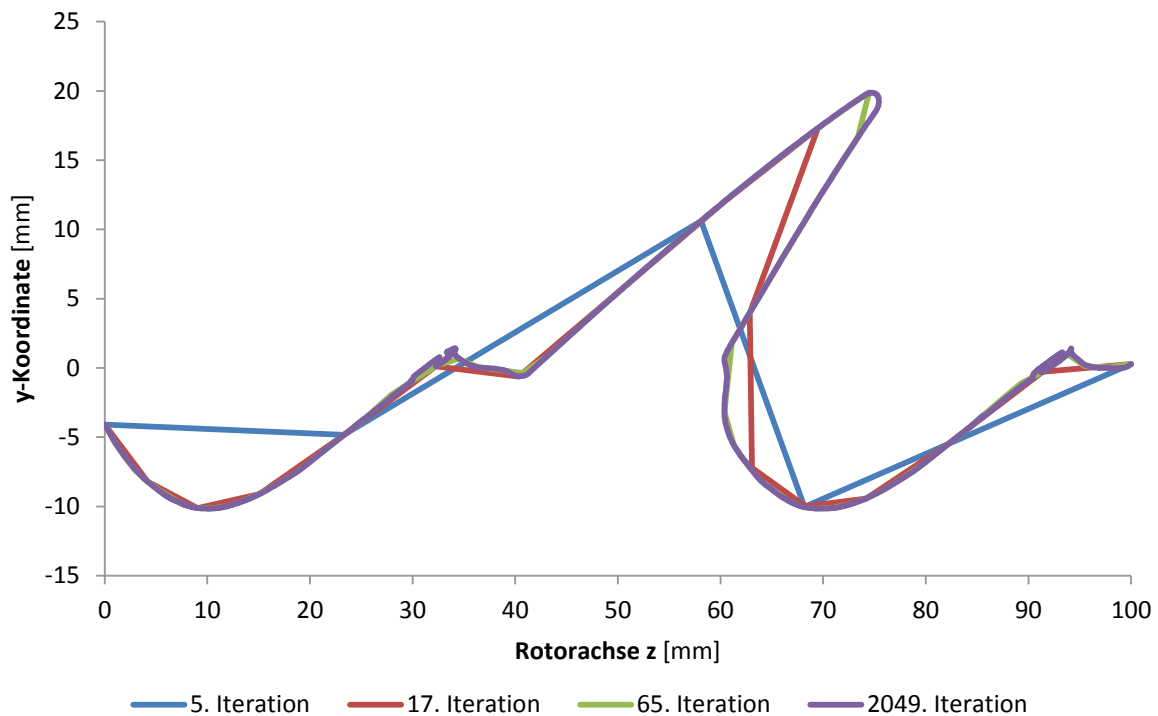




**Abbildung 1.9: Hinterscheidung in der Quasi-Berührlinie in Rotorachsrichtung und die Auswirkung auf zweidimensionale Berechnungsansätze**

In diesen Bereichen existiert keine eindeutige Lösung bezüglich des minimalen Abstandes der Rotorstirnschnitte, so dass eine Bewertung der minimalen Abstände erfolgen muss.

Die tatsächlich dreidimensionale Profileingriffsspaltberechnung hat einen weiten Anwendungsbereich, der über den von Verfahren, welche z.B. auf Verzahnungsmethoden oder der Profilsteigungsfunktion [31] beruhen, hinausgeht. Ein bekanntes, vollständig dreidimensionales Verfahren wird in [38] vorgestellt. Das wesentliche Merkmal dieser Methode ist die iterative Vorgehensweise. Ausgehend von einer Analyse der beiden Rotorstirnseiten werden zwei geeignete Startpunkte für die eigentliche Berechnung bestimmt. Aus diesen beiden Punkten wird eine initiale Quasi-Eingriffslinie gebildet, die im ersten Schritt lediglich diese beiden Punkte direkt miteinander verbindet und somit nur eine extrem grobe Annäherung der Quasi-Eingriffslinie entspricht. Im Folgenden wird diese Linie nach dem Bisektionsverfahren weiter verfeinert (**Abbildung 1.10**). Hierzu wird zwischen zwei bekannten Punkten eine Linie senkrecht zum bisherigen Verlauf der Eingriffslinie auf die Oberfläche des einen Rotors gelegt. Ausgehend von dieser Linie wird der Punkt des minimalen Abstandes zur Gegenrotoroberfläche bestimmt und in die Menge der bisher berechneten Quasi-Berührpunkte eingefügt. Dieses Vorgehen wird solange wiederholt, bis eine ausreichende Annäherung der Eingriffslinie erreicht worden ist. Weitere Verfahren zur dreidimensionalen Profileingriffsspaltberechnung werden z.B. in [47] beschrieben.



**Abbildung 1.10: Iterative Verfeinerung des Profileingriffsspaltess mittels Bisektionsverfahren nach [38]**

Weitere Verfahren zur dreidimensionalen Berechnung werden z.B. von [48] im Zusammenhang mit der Gestaltung von Fertigungswerkzeugen und dem Einfluss des Kontaktstatus des Rotorpaars betrachtet.

### 1.3.4 Simulation von Rotationsverdränger-Vakuumpumpen

Die Simulation ist ein anerkanntes Mittel zur theoretischen Untersuchung von technischen Systemen auf Basis einer Methode, welche beliebige physikalische Effekte in sich vereinen kann. Der Vorteil der Simulation liegt z.B. in der Möglichkeit, real noch nicht existierende Systeme zu analysieren oder Untersuchungen durchzuführen, die praktisch nur mit hohem Aufwand zu realisieren wären. Die Simulation kann sowohl zum Verständnis technischer Systeme beitragen als auch die Kosten im Rahmen einer Produktentwicklung senken. Voraussetzung für den effizienten Einsatz von Simulation in der Entwicklung von Fluidenergiemaschinen ist die Verfügbarkeit eines entsprechenden Softwarepaketes, bestehend aus Pre-Processor, Solver und Post-Processor. Nur wenn ein Softwarepaket diese Teillösungen gut miteinander verknüpft, ist die reibungslose Integration der Simulation in die Wertschöpfungskette des Produktes möglich.

Für Simulation der Rotationsverdrängermaschinen und insbesondere der Vakuumpumpen existieren nach heutigem Stand der Technik primär vier verschiedene Formen der Modellierung [49] [50]. Diese reichen von einfachen funktionalen bzw. analytischen Zusammenhängen zwischen Ein- und Ausgangsgrößen bis hin zu der Modellierung von Mehrphasenströmungen mittels numerischer Strömungssimulation und bewegter und verformter Gitternetze.

1. Modellierung auf Basis funktionaler Zusammenhänge
2. Modellierung auf Basis eines Zellen- oder Kammermodells
3. Modellierung auf Basis eines eindimensionalen Charakteristikenverfahrens
4. Modellierung auf Basis mehrdimensionaler Strömungssimulation

Die Modellierung auf Basis funktionaler Zusammenhänge ist zwar geeignet, um qualitative Abhängigkeiten von integralen Kenngrößen (z.B. Liefergrad) von den Betriebsparametern aufzuzeigen, eine Quantifizierung ist in der Regel jedoch aufgrund der Vernachlässigung oder Vereinfachung von Spaltströmungen, Wärmeübergängen sowie dissipativer Vorgänge beim Ladungswechsel nicht möglich. Für die quantitative Untersuchung von Rotationsverdränger-Vakuumpumpen ist die Modellierungstiefe dieser Methode zu flach, einige Anwendungen sind jedoch in der Literatur zu finden [5] [51]. Mit steigender Modellierungstiefe hin zur Simulation auf Basis der numerischen Strömungssimulation steigt zwar der Detailgrad der erzielbaren Ergebnisse, jedoch steigt ebenfalls der zur Modellbildung sowie zur Verifikation und Validierung benötigte Arbeitsaufwand.

Die Modellierung auf Basis eines Zellen- oder Kammermodells ist prinzipiell vergleichbar. Beide Ansätze gehen davon aus, dass der Arbeitsraum einer Rotationsverdrängermaschine durch mehrere Volumina abgebildet werden kann, deren Fluidinhalt einen homogenen Zustand besitzt. Kennzeichnend für die Zellen- und Kammermodellmethode ist die Bilanzierung von Energie und Masse zwischen den Arbeitskammern zur Berechnung der quasistationären Zustandsänderung. Die Kammermodellmethode betrachtet darüber hinaus die drehwinkelabhängige Änderung der Geometrie und berücksichtigt dies in den entsprechenden Bilanzgleichungen für Energie und Masse. Somit sind die Zustandsgrößen des Fluides eine Funktion der Zeit bzw. des Drehwinkels. Die Anwendung der Kammermodell-Methode auf Rotationsverdrängermaschinen und Vakuumpumpen ist bereits vielfach erprobt [5] [6] [49] [52] [53].

Mit Hilfe des eindimensionalen Charakteristikenverfahrens, welches zusätzlich zur Massen- und Energieerhaltung in differentieller Form eine Impulserhaltung realisiert, können instationäre Effekte der Rotationsverdrängermaschine wie der Ladungswechsel abgebildet werden. Voraussetzung hierfür ist, dass die akustisch relevante Geometrie der Schraubenmaschine richtig erfasst wird und sich die relevanten instationären Effekte durch ebene Wellen approximieren lassen. Im Bereich der Verbrennungsmotor-Prozesssimulation wird dieses Verfahren bereits angewendet [54], im Bereich der Schraubenmaschinen wurde dieses Verfahren z.B. von [55] [56] erprobt.

Ein Vorteil der mehrdimensionalen Strömungssimulation ist ihre weite Verbreitung, so dass über kommerzielle Lizenzen bzw. durch Quelloffenheit Softwarelösungen verfügbar sind, welche den Anwender bei der Modellgenerierung und der Auswertung der Simulationsergebnisse unterstützen und somit einen rentablen Einsatz von Simulationen ermöglichen. Allerdings ist aus physikalischer Sicht die mehrdimensionale numerische Strömungssimulation für den Anwendungsbereich der Rotationsverdrängermaschine als Vakuumpumpe nur eingeschränkt geeignet. Hierfür sind mehrere Gründe anzuführen.

Aus physikalischer Sicht hat die Wahl des Turbulenzmodells einen signifikanten Einfluss auf die Abbildungsgüte der Strömungssimulation und die erreichbare Genauigkeit. Turbulenzmodelle, welche die dreidimensionale, instationäre Strömung in Rotationsverdrängermaschinen abbilden können, sind jedoch nur bedingt verfügbar bzw. geeignet. [42] [57] [58] [59] Die hohe Komplexität der Wechselwirkung zwischen Strömung im Spalt und der Arbeitskammer zeigt z.B. [4] durch den Einsatz der Schlierentechnik an einem vereinfachten Schraubenmaschinenmodell.

Darüber hinaus stellen aus geometrischer Sicht die komplexe Rotorgeometrie sowie die deutlich unterschiedlichen zeitabhängigen geometrischen Abmessungen in Arbeitskammern und Spalten eine Herausforderung für die Generierung hochwertiger Rechenetze dar. Eine dieser Herausforderungen ist das „Entstehen und Verschwinden“ von Arbeitskammern. Bei den zweiwelligen Maschinen tritt dies im Bereich des Profileingriffs auf und erfordert eine extrem starke Deformation der Netze. Hierbei müssen die einzelnen Zellen, die zuvor eine Arbeitskammer in radialer Richtung gefüllt haben auf die um Größenordnung kleinere Profileingriffsspalthöhe gestaucht werden. Diese Aspekte sind zwar technisch in den Griff zu bekommen, der prinzipiell negative Einfluss auf das Lösungsverhalten und die eigentliche Qualität

der Lösung lässt sich jedoch nicht unterbinden. Alternativ besteht die Möglichkeit, das Netz für eine diskrete Anzahl an Stützstellen neu zu berechnen und die Ergebnisse per Interpolationsverfahren zu übertragen [60] [61] [62]. Neue Produktentwicklungen wie z.B. TwinMesh versuchen durch eine automatische Netzgenerierung und eine adaptive Aufteilung der Arbeitskammern zwischen Haupt- und Nebenrotor die Qualität der Netze deutlich zu verbessern und so eine bessere Ausgangssituation für die numerischen Lösungsverfahren zu schaffen [63] [64]. Zudem wird der Zeitaufwand für eine vollständige Vernetzung und Simulationsvorbereitung deutlich reduziert.

Eine weitere Besonderheit, welche sich für die numerische Strömungssimulation ergibt, ist das rotierende Netz, welches entsprechende Übergangsbereiche zu den nicht-bewegten Netzen benötigt. Hier kann die Komplexität und die benötigte Berechnungszeit z.B. für die Anwendung bei Wälzkolben-Vakuumpumpen durch Reduktion auf einen zweidimensionalen Stirnschnitt reduziert werden, die grundlegenden Schwierigkeiten in der Modellierung bleiben jedoch bestehen [65] [66].

Die Anwendung von mehrdimensionaler numerischer Strömungssimulation basierend auf einer Form der Navier-Stokes-Gleichung ist im Hinblick auf die zu erwartenden Strömungsformen insbesondere in den Spalten von Vorvakuumpumpen nur eingeschränkt als sinnvoll bzw. gültig einzustufen [65]. Mögliche Alternativen basieren auf Lattice-Boltzmann oder teilchenorientierten Methoden. Die Lattice-Boltzmann-Methode bringt den Vorteil mit sich, dass die Technik zwar ebenfalls ein Netz benötigt, jedoch keine hohen Qualitätsansprüche an das Netz selbst hat. Allerdings ist diese Methode nicht für alle Knudsen-Zahlen zulässig, da bei einer zu großen Verdünnung die Verteilungsfunktion der Boltzmann-Gleichung unstetig wird [67]. In diesen Bereichen müssen dann andere Methoden wie z.B. die direkte Monte-Carlo-Simulation [68] oder die Testpartikel-Methode [69] Anwendung finden. Eine Implementierung der direkten Monte-Carlo-Simulation ist quelloffen durch OpenFOAM<sup>1</sup> verfügbar, jedoch benötigt diese Methode wiederum ein Netz zur Berechnung. Die Testpartikel-Methode benötigt hingegen keine Netze, ist aber hinsichtlich der Knudsen-Zahlen zu stark eingeschränkt und nur für freie Molekularströmungen gültig. Eine Untersuchung der Strömungsverhältnisse einer Wälzkolben-Vakuumpumpen mittels Testpartikel-Methode zeigt zwar gute Ergebnisse, eine Übertragung auf die geometrisch deutlich komplexere Schraubenmaschine ist angesichts der zu

---

<sup>1</sup> [www.openfoam.org](http://www.openfoam.org), besucht am 21.03.2015 um 18:02 Uhr

erwartenden Berechnungszeiten kaum möglich [70]. Andere netzfreie Methoden wie z.B. Finite-Point-Set sind nur für Kontinuumsströmungen zulässig [71]. Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass die Methoden zur numerischen Strömungssimulation für die speziellen Anforderungen der Simulation von Vakuumpumpen ungeeignet oder nur in eingeschränkten Bereichen hinsichtlich der Gasverdünnung gültig sind.

Aus diesen Gründen empfiehlt sich eine Reduktion der Modellierungstiefe auf die Erfordernisse eines Kammermodells. Eine Berechnung von Rotationsverdrängermaschinen auf Basis eines Kammermodells ist mit der Software KaSim möglich und für eine Vielzahl an Anwendungsfällen bereits verifiziert. Nachteilig für die Software KaSim ist der fehlende PreProcessor, welcher den Anwender in der Geometrieabstraktion und Wahl der physikalischen Modelle unterstützt. Der Anwender kann zwar auf eine Vielzahl verschiedener 2D- und 3D-CAD-Programme zurückgreifen, jedoch ist die manuelle Auswahl und Berechnung aller erforderlicher geometrischen Größen sehr zeitaufwendig. Aus diesem Grund ist die Entwicklung einer speziellen Analysesoftware zur automatisierten Generierung eines Kammermodells für den produktiven Einsatz von KaSim unverzichtbar.

#### **1.4 Screw Vacuum Blower**

Der Screw Vacuum Blower stellt den Versuch dar, das bisher nicht erforschte Anwendungspotential der Schraubenmaschine als Vakuumpumpe im Blower-Betrieb zu nutzen. Aus Sicht der Thermodynamik stellt die Verdichtung durch Rückströmung bei der Wälzkolben-Vakuumpumpe eine Zustandsänderung mit starker Entropiezunahme dar und ist somit die Kernursache aller Probleme, die in Folge hoher thermischer Belastung auftreten. Der Screw Vacuum Blower ist in der Lage, hohe innere Verdichtungsverhältnisse zu realisieren und somit die Leistungsaufnahme bei gleicher anliegender Druckdifferenz im Vergleich zur Wälzkolben-Vakuumpumpe zu reduzieren. Umgekehrt kann aufgrund der inneren Verdichtung ein größeres Druckverhältnis bei gleichbleibender Leistungsaufnahme und thermischer Belastung erzielt werden. Diese Tatsache offenbart großes Potential sowohl in der Gestaltung von Pumpen und Pumpkombinationen für kürzere Abpumpzeiten als auch für Prozesspumpen. Ein weiteres Problem insbesondere für Pumpsysteme mit mehreren seriell verbundenen Wälzkolben-Vakuumpumpen stellen die Gastemperaturen dar. Die ungünstige thermodynamische Prozessführung ist makroskopisch direkt an einer vergleichsweise hohen Gastemperatur nach Abschluss des Verdichtungs Vorgangs zu erkennen. Die hohen Gastemperaturen wirken sich ent-

weder negativ auf den Liefergrad der folgenden Pumpe aus oder es muss mittels Wärmetauscher eine Rückkühlung des Gases erreicht werden. Ein Verzicht auf Zwischenkühlung ermöglicht es, die Komplexität von Pumpkombinationen zu reduzieren und die Investitionskosten zu senken.

Die Veränderung der thermodynamischen Prozessführung im Vergleich zur Wälzkolben-Vakuumpumpe hat nicht nur Einfluss auf die Leistungsaufnahme und damit den Wärmehaushalt, sondern auch aus Sicht der Maschinenakustik spielt das innere Volumenverhältnis eine wichtige Rolle. Oftmals sind durch Pulsationen des Gases verursachte Vibrationen an Rohrleitungen und Maschinenbauteilen die Ursache für laute und unerwünschte Geräusche. Das Auftreten von Resonanzphänomenen kann in Extremfällen sogar zu Schäden führen. Untersuchungen unter Anwendung der Stoßrohrtheorie zeigen, dass das Pulsationsniveau mit der Druckdifferenz im Moment der druckseitigen Kammeröffnung korreliert [72]. Die innere Verdichtung des Screw Vacuum Blowers sorgt dafür, dass bei gleichen Betriebsdrücken die Druckdifferenzen zu Beginn des druckseitigen Ladungswechsels kleiner als bei herkömmlichen Wälzkolben-Vakuumpumpen sind.

Die typischerweise eingesetzten Wälzkolben-Vakuumpumpen haben eine lange Tradition als Blower, jedoch weisen sie einige systemimmanente und konstruktionsbedingte Schwachpunkte auf. Der Screw Vacuum Blower vereint die Vorteile des einfachen Aufbaus und der mechanischen Robustheit einer Wälzkolben-Vakuumpumpe mit dem vorteilhaften Betriebsverhalten einer Schraubenmaschine. Um dieses experimentell nachweisen zu können, erfolgt die Entwicklung eines Prototyps auf Basis einer Schraubenmaschinentechologie, die die Anforderungen einer möglichst flexiblen Geometrie im Hinblick auf die angestrebten experimentellen Untersuchungen der Maschinenvariationen erfüllt. Hierzu wird eine am Fachgebiet Fluidtechnik entwickelte Schraubenmaschine ausgewählt [49] [53]. Die als Schraubenlader bereits experimentell untersuchte Maschine bietet folgende Vorteile:

- konstruktiv einfacher, modularer Aufbau (einfache Variation der Bauteilgeometrien)
- Verringerung der Profileingriffsspalthöhe gegenüber handelsüblichen Schraubenmaschinen möglich (unsynchronisierter Rotorbetrieb)
- trockenlaufender Betrieb durch Verschleißschicht auf den Rotoroberflächen gewährleistet.

Der Aspekt des trockenlaufenden Betriebs hat - unter Berücksichtigung der aktuellen Trends hin zu trockenlaufenden Verdrängervakuumpumpen - den großen Vorteil, dass durch die Kombination des unsynchronisierten Rotorbetriebs und den Einsatz von mediengeschmierten Hybridlagern eine tatsächlich vollständig ölfreie Verdrängervakuumpumpe entsteht<sup>2</sup>.

Die direkt aufeinander abwälzenden Schraubenrotoren lassen einen positiven Einfluss auf das Betriebsverhalten der Maschine im Hinblick auf eine Reduzierung des Spaltmassenstromes durch den Profileingriffsspalt erwarten. Der als Funktion der Betriebszeit fortschreitende Abtrag des Rotormaterials sollte aufgrund der reduzierten Belastung im Vakuum geringer ausfallen, als es aus den atomosphärischen Anwendungen bekannt ist.

Die für die Verbrennungsmotoraufladung bereits realisierten Drehzahlen von bis zu  $30.000\text{min}^{-1}$  stellen einen weiteren Vorteil des Screw Vacuum Blowers hinsichtlich des Platzbedarfs der Pumpe dar. Durch eine hinreichend hohe Drehzahl kann mit einer deutlich kleineren Pumpe das gleiche theoretische Saugvermögen wie mit einer meist deutlich größeren Wälzkolben-Vakuumpumpe zur Verfügung gestellt werden, denn Wälzkolben-Vakuumpumpen sind oftmals durch thermische und mechanische Gründe in der maximalen Drehzahl auf 50 bis 100 Hz limitiert [2].

Bedingt durch die modulare Bauweise wird der Schraubenlader für den Einsatz im Vakuum hinsichtlich der Minimierung externer Leckagen modifiziert (**Abbildung 1.11**). Für die Vakuumvariante des Schraubenladers SVB 51.2 (Screw Vacuum Blower 51.2) werden im Rahmen der Konstruktion zunächst O-Ringdichtungen zwischen allen Gehäusemodulen eingebracht. Diese konstruktive Maßnahme geht mit einer unmittelbaren Gehäusewandstärkenerhöhung einher. Ferner wird das ursprünglich aus zwei Teilen bestehende Rotorgehäuse (Rotorgehäuse und druckseitiges Lagerraummodul) zu einem einzelnen Modul in Topfbauweise umkonstruiert. Dadurch wird einerseits der Nachteil eines dreidimensionalen Spaltes im Bereich der druckseitigen Auslassfläche vermieden, andererseits beschränkt diese konstruktive Änderung jedoch die Möglichkeit einer beliebigen Steigerung des inneren Volumenverhältnisses der Maschine, da aus fertigungstechnischen Gründen ausschließlich radiale Auslassflächen hergestellt werden können. Der erkennbare axiale Anteil der Auslassfläche stellt lediglich eine Ver-

---

<sup>2</sup> Die Reinheit von Luft bzw. die zulässige Verschmutzung durch Öl- und Feststoffpartikel ist z.B. durch die Normschrift ISO 8573-1 festgelegt.



bindung des restlichen in der Kammer verbliebenen Gasvolumens zum Druckstutzen nach Abschluss der radialen Auslassfläche zur Verfügung.

Da die elektrische Antriebseinheit nicht in das Gehäuse integriert wird, stellt die Durchführung der Antriebswelle eine weitere potentielle Leckstelle dar. Diese wird im Gegensatz zur Ausführung des Schraubenladers anstelle von einem mit zwei Radialwellendichtringen ausgeführt, welche gegen den Atmosphärendruck abdichten. Die Berücksichtigung einer ausgeprägten verschleißbedingten Zeitabhängigkeit der Leckage hat noch keinen Eingang in die Untersuchungen gefunden, ist jedoch insbesondere für längere Betriebszeiten bei hohen Drehzahlen ein nicht zu unterschätzender Einfluss. Die Lösung mit einer berührenden Dichtung kann jedoch in Zukunft durch eine andere konstruktive Lösung wie z.B. eine Magnetkupplung ersetzt werden. Zur Reduktion der Leckagen wurde zudem die druckseitige Durchführung der Nebenrotorwelle gegenüber dem Kupplungsraum im Antriebsmodell abgeschlossen.

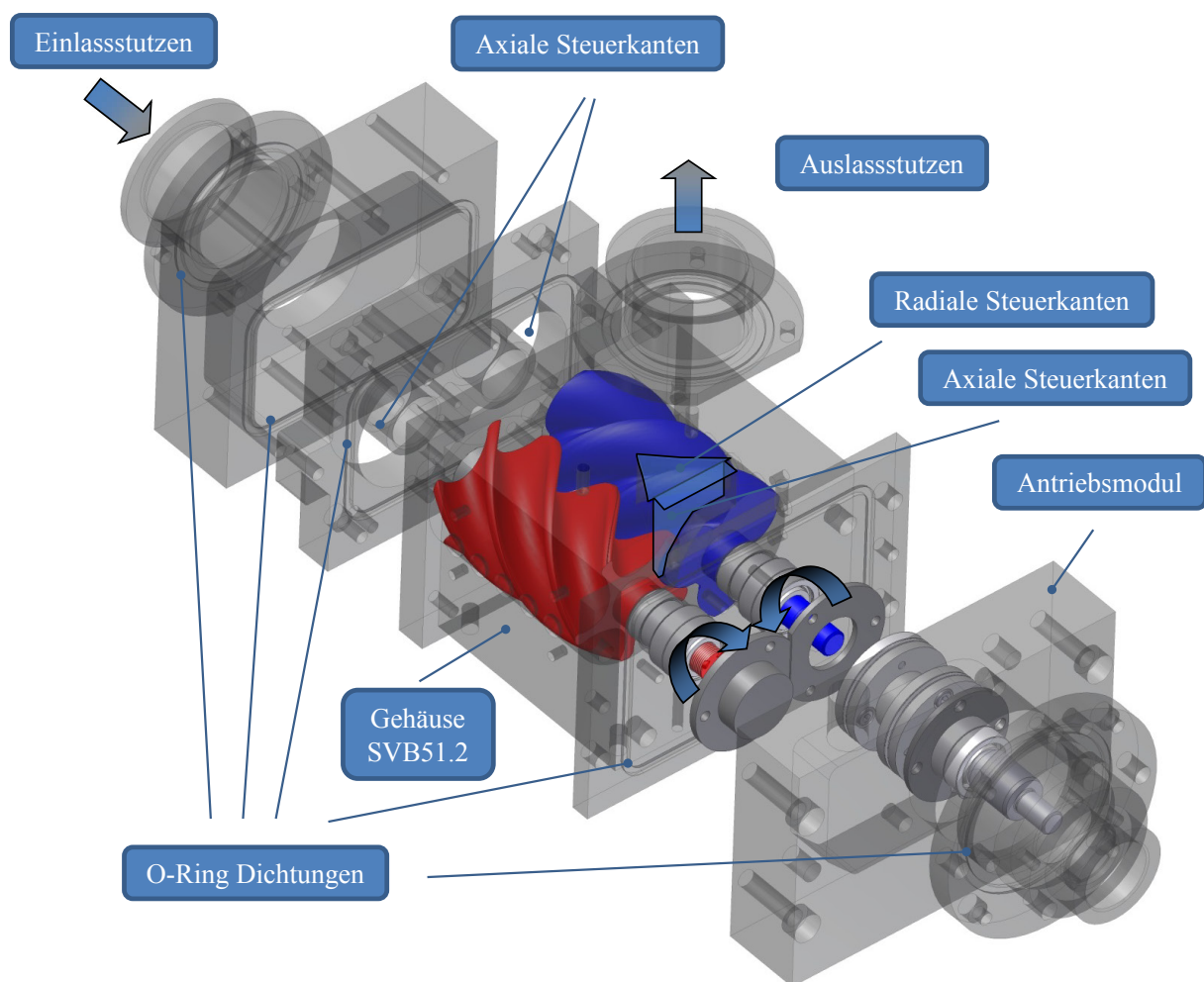


Abbildung 1.11: Explosionsdarstellung des Screw Vacuum Blowers SVB 51.2

Durch die Umsetzung der beschriebenen Konstruktionsmaßnahmen ist die Gesamtdichtheits-situation des SVB 51.2 für einen Prototypen zufriedenstellend gewährleistet. Die Leckrate  $q_L$  der Versuchsmaschine konnte durch mehrere Messungen zu  $1,6 \cdot 10^{-2} \text{ mbar} \cdot \text{l} \cdot \text{s}^{-1}$  bestimmt werden. Dadurch sind die Vorteile einer flexiblen Geometrie für die einfache Variation von geometrischen Parametern mit der Sicherheit zuverlässiger Ergebnisse für die Vakuumanwendung der Schraubenmaschine kombiniert worden.

Im Folgenden Abschnitt werden die geometrischen Daten der im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Maschinenvariante vorgestellt (**Tabelle 1.2**). Dabei wird die konkrete Maschinenvariante nicht nur in der experimentellen und theoretischen Untersuchung des Betriebsverhaltens verwendet, sondern dient ebenfalls als Beispiel für alle im weiteren Verlauf der Arbeit präsentierten Ergebnisse der geometrischen Modellgenerierung.

**Tabelle 1.2:** Geometrische Daten des untersuchten Screw Vacuum Blowers

Bezeichnung	SVB 51.2
Profil	Asymmetrisch / GL 51.2 <sup>3</sup>
Maximales Kammervolumen $V_{\max}$ [cm <sup>3</sup> ]	96,32
Theoretisches Saugvermögen bei 6000 min <sup>-1</sup> [m <sup>3</sup> /h]	104
Zähnezahlkombination [-]	3+5
Maximale Drehzahl $n$ [min <sup>-1</sup> ]	20000
Hauptrotorumschlingungswinkel $\varphi_{HR}$ [°]	200
Hauptrotorkopfkreisdurchmesser $d_{K,HR}$ [mm]	71,8
Nebenrotorkopfkreisdurchmesser $d_{K,NR}$ [mm]	67,5
Achsabstand $a$ [mm]	51,2
Rotorlänge $l_{\text{Rotor}}$ [mm]	101
Gehäusespalthöhe $h_{\text{Spalt,Gehäuse}}$ [mm]	0,16
Stirrspalthöhe $h_{\text{Spalt,Stim,ND}}$ [mm]	0,3
Stirrspalthöhe $h_{\text{Spalt,Stim,HD}}$ [mm]	0,1
Mittlere Profileingriffsspalthöhe $h_{\text{Spalt,PE}}$ [mm]	0,05
Inneres Volumenverhältnis $v_i$ [-]	1,47

<sup>3</sup> Das Profil des GL51.2 wurde maßgeblich durch [50] und [53] im Hinblick auf den unsynchronisierten, trockenlaufenden Betrieb entwickelt.

Ein verbleibender Schwachpunkt der konstruktiven Umsetzung des im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Prototyps stellt die Einstellbarkeit der Stirnspalte in dem Gehäusemodul dar. Prinzipiell können die Rotoren während der Montage in Achsrichtung verschoben und in der gewünschten Position arretiert werden. Dabei beträgt die Summe der beiden Stirnspalthöhen aufgrund der Längenunterschiede zwischen Gehäusebohrung und Rotor immer 0,4 mm. Durch die Ausführung des Gehäusemoduls in Topfbauweise ist die genaue Einstellung der Stirnspalthöhen nur eingeschränkt möglich und eine experimentelle Variation der Stirnspalthöhen hat gezeigt, dass es durchaus bereits während der Montage oder der Inbetriebnahme zu Abweichungen zwischen der tatsächlichen Stirnspalthöhe und dem gewünschten Wert kommen kann.

## **1.5 Ziel der Arbeit**

Ziel der vorliegenden Arbeit ist die geometrische und thermodynamische Modellierung und Analyse einer Schraubenvakuumpumpe. Die Simulation des thermodynamischen Betriebsverhaltens erfolgt mit einer erweiterten Version der Simulationssoftware KaSim. Die Entwicklung und Implementierung einer rechnergestützten Methode zur geometrischen Analyse und Modellierung von Rotationsverdrängermaschinen stellt hierzu die entscheidende Grundlage dieser Arbeit dar.

Die Vorteile einer rechnergestützten geometrischen Analyse als Pre-Processing sind mannigfaltig. Der offensichtliche und aus Anwendungssicht wertvollste Vorteil liegt in dem Wegfall der manuellen Modellgenerierung, welche extrem zeitaufwändig und zudem sehr fehleranfällig ist. Ohne hinreichende Erfahrung ist das manuelle Aufstellen eines Kammermodells kaum möglich. Im Hinblick auf die Ergebnisse ist die automatisierte Modellierung auch von Vorteil, da die Qualität der Kammermodelle durch die Anwendung von Algorithmen im Vergleich zu subjektiven Entscheidungen während einer manuellen Generierung steigt. Dies gilt sowohl für Aspekte wie die Volumenkurve, bei der die Qualität z.B. von der Zuverlässigkeit eines CAD-Werkzeuges abhängt oder auch bei der Parametrisierung von Spaltströmungsmodellen, bei denen oftmals Parameter mit persönlichem Ermessen bestimmt werden. Die automatisierte Modellierung hilft hierbei, Standards zu definieren und eine bessere Vergleichbarkeit von Simulationsergebnissen zu gewährleisten.

Der zweite wesentliche Vorteil liegt in der Parametrisierung von physikalischen Modellen und trägt so signifikant zur Erhöhung der Modellierungstiefe in KaSim bei. Viele Modelle für z.B. Spaltströmungen oder Wärmeübergänge sind bewusst einfach gehalten, einige Modelle sind aber auch bewusst in einer vereinfachten Form implementiert, da sie ansonsten in zu starker Form durch die Eingangs diskutierten Nachteile der manuellen Modellgenerierung betroffen wären. Für das Ziel dieser Arbeit eröffnet die Existenz der automatisierten Modellgenerierung die Möglichkeit, die bestehenden Spaltströmungsmodelle zu verfeinern und ein Modell für die Abbildung von Ad- und Desorptionsvorgänge zu implementieren.

Insbesondere für die Simulation von Vakuumpumpen im Feinvakuum stellen Gastransportmechanismen über Bauteiloberflächen einen entscheidenden Einflussfaktor dar. Ein physikalischer Effekt, der diesen Gastransport ermöglicht, ist Ad- und Desorption. Im Rahmen dieser Arbeit wird ein Modell basierend auf Ad- und Desorption entwickelt, untersucht und mit den in der Vergangenheit verwendeten Modellen verglichen, um die Eignung im Rahmen einer thermodynamische Simulation von Vakuumpumpen zu beurteilen.

Um die mit dem Pre-Processing erweiterte Simulationsumgebung zu vervollständigen, wird ein Werkzeug für das Post-Processing entwickelt. Dieses ermöglicht die Auswertung und graphische Aufbereitung typischer Fragestellungen rund um das Betriebsverhalten von Rotationsverdrängermaschinen. Die Umsetzung in einer modularisierte Struktur ist Voraussetzung dafür, bestehende Auswertungswerkzeuge z.B. auf Basis von Tabellenkalkulationsprogrammen zu ersetzen und Auswertungsmethodiken für zukünftige Aufgaben umzusetzen.

Die neu geschaffene Simulationsumgebung wird am Beispiel der Schraubenvakuumpumpe im Blower-Betrieb validiert. Ein Screw Vacuum Blower lässt gegenüber den typischerweise eingesetzten Wälzkolben-Vakuumpumpen verschiedene Vorteile hinsichtlich des Betriebsverhaltens erwarten. Um dieses vorteilhafte Betriebsverhalten nachzuweisen und die benötigten Analyse- und Simulationswerkzeuge zu verifizieren, ist die Entwicklung und experimentelle Erprobung eines Prototyps unumgänglich. Die Ergebnisse dieser Analyse geben Aufschluss darüber, in wie weit es der Einsatz der Schraubenkompressortechnologie ermöglicht, Wälzkolben-Vakuumpumpen durch ein neuartiges Maschinenkonzept zu ersetzen.

## **2. Vorgehensweise in der Softwareentwicklung**

Der Einsatz von rechnergestützten Methoden zur geometrischen Analyse und thermodynamischen Simulation von Rotationsverdrängermaschinen und im Besonderen Vakuumpumpen setzt entweder die Existenz passender, etablierter Software voraus oder geht einher mit der Entwicklung bzw. Weiterentwicklung ebensolcher Software. Da außer der am Fachgebiet Fluidtechnik (vormals Fachgebiet Fluidenergiemaschinen) entwickelte Software KaSim keine andere etablierte Software existiert, welche den funktionalen Ansprüchen und physikalischen Modellen dieser Arbeit genügt, wird die Software KaSim weiterentwickelt und um verschiedene Komponenten zu einer vollständigen Simulationsumgebung erweitert. Die Komplexität der Software KaSim ist durch die eingeführten Abstraktionen und vielfältigen physikalischen Modelle hoch [5] [6] [49] [53], eine Weiterentwicklung ohne begleitende, qualitätssichernde Maßnahmen nahezu unmöglich. Darüber hinaus werden große Teile der für diese Arbeit benötigten Software vollständig neu entwickelt. Aufgrund der bereits ersichtlichen Komplexität der Software KaSim ist für die weiteren Komponenten ein ähnlicher Umfang und eine vergleichbare Komplexität zu erwarten, so dass ein Prozess definiert werden muss, welcher die Vorgehensweise und die Qualitätssicherung der Softwareentwicklung mit wissenschaftlichen Methoden beschreibt. Ohne einen solchen Prozess und entsprechende persönliche und technische Maßnahmen ist eine Zielerreichung hinsichtlich der Softwareentwicklung und der für zuverlässige Ergebnisse erforderlichen Qualität unmöglich [73].

### **2.1 Notwendigkeit der Softwaretechnik**

Historisch hat sich für Prozesse, Methoden und Werkzeuge in der Softwareentwicklung der Oberbegriff der Softwaretechnik etabliert. Verwendet wird der Begriff erstmals durch Margaret Hamilton in der 1950er Jahren [74] und wird durch eine NATO-Tagung 1968 geprägt und umfangreich dokumentiert [75]. Diese Zeit markiert den Ursprung der Professionalisierung der Softwareentwicklung nach dessen Pionierzeit. Die Entwicklung von Software war bis zu dieser Zeit oftmals das Werk einzelner Personen, seltener auch kleiner Teams. Definierte Entwicklungsprozesse sind oftmals nicht vorhanden oder aber an etablierte Prozesse aus dem Bereich der Hardwareentwicklung angelehnt. Dies führt in der Folgezeit mit wachsenden Projektgrößen zu drastischen Konsequenzen und Fehlentwicklungen. Die steigende Komplexität von Software und die daraus resultierende hohe Zahl an möglichen Zuständen des Produktes macht sie schwer beschreibbar und testbar. Typische Probleme sind Fehleranfälligkeit der

Software auf Seiten des Benutzers sowie Zeit- und/oder Budgetüberschreitungen seitens der Entwickler. Ein gravierendes Problem stellt dabei die Fehleranfälligkeit dar, da dies unter extremen Umständen sogar Menschenleben kosten kann [76]. Die Tatsache, dass dieser Zustand eine substantielle Krise der Softwareentwicklung darstellte, wurde zuerst von [77] erkannt. Um diesen Problemen entgegenzuwirken, definiert die Softwaretechnik Prozesse, welche die Entwicklung und Wartung von Software planbar zuverlässig machen sollen [78]. Die Entwicklung der Prozesse in der Softwaretechnik dauert nach wie vor an, da sich durch die Entwicklung in der Computerhardware, der Verfügbarkeit von Internet und Mobilität die Anforderungen an Software ebenfalls ständig weiterentwickeln. Eine aktuelle Entwicklung in der Prozesswelt stellen die sogenannten leichtgewichtigen Methoden dar. Zu den prominentesten Vorgehensweisen gehören die agile Methoden, welche durch [79] begründet sind. Die agilen Methoden versuchen, die statischen Konstrukte typischer Prozesse mit festen Meilensteinen und fest geplanter Phasen von Spezifizierung, Implementierung, Test und Auslieferung zu durchbrechen und den Entwicklungsprozess flexibel zu machen. Scrum [80] z.B. zerteilt den gesamten Entwicklungsprozess in eine Vielzahl von Iterationen, in denen die Phasen Planung, Implementierung und Auslieferung immer wieder durchlaufen werden. Ziel ist es, unter anderem, das nach jeder solchen Iteration für den Benutzer ein Prototype der Software vorliegt. Dieser ist zwar zunächst im Umfang reduziert, aber vollständig funktionsfähig und testbar. Eine solche Methode geht oftmals über den klassischen Prozessbegriff hinaus und wird auch oft als Framework oder Philosophie bezeichnet, bei der der/die Softwareentwickler ihren Prozess anhand des Regelwerkes selbst definieren [80]. Unterstützt wird der Prozess durch etablierte Techniken, die die technische Unterstützung, Regeln für die persönliche Arbeitsweise und die Organisation der Zusammenarbeit im Team betreffen [81].

## **2.2 Qualität von Software**

Im Vordergrund aller Bestrebungen um die Softwaretechnik steht die Qualität der Software. Qualität von Software ist jedoch nicht nach einheitlichen Kriterien definiert, so dass eine Vielzahl an Modellen existiert, die es ermöglichen, die Qualität einer Software zu beurteilen oder sogar zu quantifizieren. Die ISO 25000 [82] definiert Kriterien, welche die Software als Produkt eines Prozesses beurteilt, jedoch nur bedingt den Prozess selbst. Die Leitkriterien sind Funktionalität, Zuverlässigkeit, Benutzbarkeit, Effizienz, Wartbarkeit und Übertragbarkeit. Abgesehen vom Kriterium Wartbarkeit beurteilen alle Kriterien die Software lediglich als Black-Box. Insbesondere im akademischen Kontext liegt der Fokus auf dem Merkmal Funk-

tionalität, da dies unter anderem die mathematische bzw. physikalische Richtigkeit der Ergebnisse beschreibt. Allerdings ist es nicht sinnvoll, den Prozess, den Quellcode, der die Software bildet und den Softwareentwickler bei der Beurteilung der Qualität zu vernachlässigen. Es existieren Metriken zur Quantifizierung von Quellcode-Qualität, die meisten dieser Verfahren helfen jedoch nur dabei, Schwachstellen im bestehenden Quellcode zu finden. Ein typisches Beispiel ist das Gesetz von Demeter [83], welches die Kopplung von Objekten beschreibt. Zeigt eine Analyse eine zu starke Kopplung von Objekten auf, so kann der bestehende Quellcode bei Bedarf überarbeitet werden. Im Sinne der Qualität ist es jedoch sinnvoller, den Entwickler mit in die Betrachtung einzubeziehen und bereits während der Entwicklung der Software den Fokus auf Qualität zu legen.

### 2.3 Techniken zur Qualitätssicherung

Die wesentliche Herausforderung in der Softwaretechnik liegt darin, nicht nur ein funktionierendes Produkt abzuliefern, sondern auch qualitativ hochwertigen Quellcode zu schreiben, welcher den Regeln des ausgewählten Prozesses genügt [84]. Dies schließt die Arbeitsweise des Entwicklers mit ein [85]. Wie eingangs erwähnt, gibt es eine Vielzahl an etablierten Praktiken und Vorgehensweisen, welche präventiven Charakter haben und nicht nur versuchen, auf Probleme in der ausgelieferten Software, dem Quellcode oder dem Prozess zu reagieren [86]. Hierzu wird im Folgenden versucht, zwischen drei Schwerpunktthemen zu unterscheiden, wobei dies in einigen Fällen nicht immer in vollem Umfang sinnvoll und nötig ist.

Das erste Thema betrifft die Anwendung anerkannter Entwurfsmuster, Idiome und Prinzipien. Diese hängen stark von den Paradigmen der Programmiersprache ab. Wird eine Programmiersprache mit objektorientiertem Paradigma verwendet, gelten die SOLID-Prinzipien als ein vielfach propagierter Leitfaden. Das Akronym steht dabei für die fünf Prinzipien die unter dem Oberbegriff vereint werden. Diese sind das Single Responsibility Prinzip, das Open-Closed Prinzip, das Liskovsches Substitutionsprinzip, das Interface Segregation Prinzip und das Dependency Inversion Prinzip. Das Einhalten eines solchen Prinzips als Richtlinie ist oftmals ambivalent und soll kurz am Beispiel des Single Responsibility Prinzips verdeutlicht werden. Die Hauptintention, dass einer Klasse nur eine Hauptverantwortlichkeit zugewiesen wird, liegt in der Änderungswahrscheinlichkeit begründet. Je mehr Verantwortlichkeiten einer Klasse zugewiesen werden, desto höher wird die Wahrscheinlichkeit, dass die Klasse zu einem späteren Zeitpunkt verändert werden muss und so das Risiko für Programmfehler steigt.

Die Anwendung dieses Prinzips führt zu Klassen mit hoher Kohäsion, kann aber auch dazu führen, dass gemeinsame Funktionalität nicht wiederverwendet, sondern dupliziert wird. Dies hat aus Qualitätssicht fatale Folgen und sollte gemäß des **Don't Repeat Yourself**-Prinzips vermieden werden. Es liegt also oftmals im Ermessen des Softwareentwicklers zu entscheiden, welche Prinzipien für eine konkrete Aufgabe anzuwenden bzw. welche Antimuster es zu vermeiden gilt. Dabei können sich einzelne Aspekte durchaus diametral gegenüberstehen. Zur Umsetzung einer Aufgabenstellung unter Einhaltung der voran genannten Prinzipien stehen dem Softwareentwickler Entwurfsmuster zu Verfügung [87]. Entwurfsmuster sind Vorlagen, welche stark abstrahierte Lösungen zu typischen Problemen beschreiben und ihre Nützlichkeit durch Publikation und Verbreitung nachgewiesen haben. Da sich Programmiersprachen und deren technologische Basis beständig weiterentwickelt, sind solche Entwurfsmuster oftmals nicht uneingeschränkt zeitlich gültig und werden unter Umständen sogar zu einem Antimuster, welches es zu vermeiden gilt.

Das zweite Themengebiet betrifft die Arbeitsweise des Softwareentwicklers, sowohl für sich persönlich als auch im Team. Die Arbeitsweise des Softwareentwicklers wird z.B. als Bestandteile des Extreme Programming adressiert [81]. Hierzu gehören Techniken wie Paar-Programming, Testgetriebene Entwicklung und Kontinuierliche Integration. Bei der Paar-Programmierung teilen sich zwei Softwareentwickler zeitweilig einen Arbeitsplatz und arbeiten gemeinsam die Lösung für eine konkrete Aufgabe aus. Typischerweise übernimmt ein Entwickler die „Schreibarbeit“ und der Andere die „Denkarbeit“. Die Rollen werden regelmäßig getauscht. Auf diese Weise entsteht ein intensiver Wissenstransfer und die Qualität des erzeugten Programmcodes kann signifikant steigen. Die Testgetriebene Entwicklung sieht vor, dass Modultests implementiert werden, bevor die eigentliche Funktionalität des Moduls umgesetzt wird. Diese Praktik führt dazu, dass der Entwickler frühzeitig über das Design und somit über die Qualität des Programmcodes nachdenkt. Je nach Umfang und Ziel wird zwischen verschiedenen Testklassen unterschieden. Die Nachhaltigkeit von Testgetriebener Entwicklung wird durch den Einsatz Kontinuierlicher Integration unterstützt. Kontinuierliche Integration bedeutet, dass der gesamte Quellcode ständig kompiliert und die zugehörigen Tests ausgeführt werden. Auf diesem Weg können z.B. Regressionsfehler bereits frühzeitig in einem Entwicklungszyklus erkannt werden. Die Kombination aus Kontinuierlicher Integration und Testgetriebener Entwicklung bildet die grundlegende Voraussetzung für eine weitere fundamental wichtige Praxis, die ständige Verbesserung des Codedesigns durch Refactoring [88]. Das Refactoring ist eine der Hauptmaßnahmen um Softwareerosion, also die schrittweise Ver-



altung der Software zu verhindern. Ziel eines Refactorings ist es, die Qualität eines Bereiches des Programmcodes bei Beibehaltung seiner Funktion nach außen zu steigern. Aus diesem Grund spielt die Verfügbarkeit umfangreicher Tests eine wesentliche Rolle, da ansonsten in möglicherweise aufwändigen manuellen Tests die Beibehaltung der gewünschten Funktion nachgewiesen werden muss.

Der dritte Punkt beschreibt die Unterstützung des Teams und des Entwicklers durch Softwarewerkzeuge. Als zentrales Werkzeug in der Softwareentwicklung gilt die Versionsverwaltung. Mit Hilfe eines solchen zentralen oder dezentralen Systems wird der Quellcode der Software verwaltet, versioniert und allen Entwicklern gleichermaßen zugänglich gemacht. Die Versionsverwaltung kann von einer Software zur Kontinuierlichen Integration verwendet werden um eine bestimmte oder auch die jeweils neuste Version des Quellcodes zu kompilieren und die zugehörigen Tests auszuführen. Die Automatisierung dieses Prozesses auf einem zentralen Server vereinfacht dabei die Arbeit der einzelnen Entwickler. Insbesondere in großen Softwareprojekten muss so nicht jeder Entwickler regelmäßig alle Tests selbst ausführen, sondern kann sich auf seinen unmittelbaren Arbeitsbereich beschränken und auf die Rückmeldung durch die Kontinuierliche Integration vertrauen.

## **2.4 Adaption von Werkzeugen und Techniken**

Im Rahmen dieser wird ein Softwareentwicklungsprozesses verwendet, dessen primäres Ziel das kontinuierliche Ausliefern von Software ist [89] [90]. Als Programmiersprache wird C++ eingesetzt, da sie objektorientierte und generische Paradigmen unterstützt und durch das Kompilieren in nativen Programmcode die Entwicklung extrem effizienter Programme erlaubt. Ein weiterer wesentlicher Vorteil der Programmiersprache liegt in ihrer Portabilität, die es ermöglicht, in C++ geschriebene Anwendungen für eine Vielzahl an Plattformen zu kompilieren.

Die konkrete Umsetzung der Portabilität erfordert jedoch den Einsatz weiterer Werkzeuge, da z.B. nicht jede Entwicklungsumgebung oder jeder Compiler auf jeder Plattform verfügbar ist. Aus diesem Grund wird zusätzlich zu dem Compiler bzw. der Entwicklungsumgebung der jeweiligen Plattform das plattformübergreifende Werkzeug CMake<sup>4</sup> eingesetzt. Dieses agiert,

---

<sup>4</sup> [www.cmake.org](http://www.cmake.org), besucht am 01.03.2015 um 20:47 Uhr

basierend auf einer eigenen Skriptsprache, als ein Erzeuger für die nativen Projektdateien oder Make-Dateien des jeweiligen Compilers.

Ein weiterer Kernpunkt stellt die Handhabung von Größe und Komplexität des Softwareprojektes dar. Dies betrifft in erster Linie die Konfiguration eines Softwarebuilds hinsichtlich der verwendeten Bibliotheken sowie der Konfiguration bestimmter Parameter und Algorithmen. Da CMake eine solche Funktionalität nur bedingt abbilden kann, wird das Konfigurationswerkzeug des Linux-Kernels KConfig<sup>5</sup> zu diesem Zweck verwendet. Mit diesen Konfigurationsoptionen kann durch den Einsatz von Programmen wie z.B. Jenkins<sup>6</sup> oder GitLab<sup>7</sup> eine Umgebung für die kontinuierliche Integration etabliert werden, welche die Komplexität des Buildprozesses von C++ handhabbar und automatisierbar macht.

CMake stellt als zusätzliche Werkzeuge noch CTest zum Ausführen von Tests und Berichten der Ergebnisse und CPack zu erstellen von Softwarepaketen zur Verfügung. Die Kombination dieser Werkzeuge zusammen mit dem Anspruch, in möglichst kurzen, iterativen Schritten zu entwickeln, ermöglichte es, dass die im Rahmen dieser Arbeit entstandene Software bereits während der Laufzeit des durch die AiF geförderten Projektes<sup>8</sup> den beteiligten Firmen des begleitenden Arbeitskreises in Form von mehreren Prototypen zugänglich gemacht werden konnte.

---

<sup>5</sup> [www.kernel.org/doc/Documentation/kbuild/kconfig-language.txt](http://www.kernel.org/doc/Documentation/kbuild/kconfig-language.txt), besucht am 01.03.2015 um 20:54 Uhr

<sup>6</sup> <https://jenkins-ci.org>, besucht am 01.03.2015 um 21:03 Uhr

<sup>7</sup> <https://about.gitlab.com>, besucht am 22.11.2015 um 01:06 Uhr

<sup>8</sup> AiF-Forschungsvorhaben-Nr. 15734 N/1 „Untersuchung des Anwendungspotentials von Schraubenvakuumpumpen im Blower-Betrieb“

### 3. Komponenten der Kammermodell-Simulation

In den Grundlagen der Kammermodell-Simulation werden die theoretischen Zusammenhänge der Füll- und Entleermethode diskutiert, welche die Basis für die thermodynamische Simulation mit KaSim darstellt. Darauf aufbauend wird die Struktur von KaSim als Simulationsumgebung vorgestellt und erläutert. KaSim, welches mit seinem Namen bisher ausschließlich synonym für eine Implementierung der Kammermodell-Simulation verwendet wird<sup>9</sup>, wird im Folgenden als vollständige Simulationsumgebung mit den Möglichkeiten der Modellgenerierung und Ergebnissauswertung vorgestellt. Da die thermodynamische Simulation KaSim als Solver das Kernstück der Umgebung darstellt, wird zunächst die Umsetzung der Füll- und Entleermethode in KaSim vorgestellt. Darauf aufbauend wird dann der Pre-Processor KaSim-PRE sowie das Werkzeug zur Auswertung von KaSim Ergebnissen KaSim-POST vorgestellt. Alle Komponenten der Simulationsumgebung werden in der Programmiersprache C++ umgesetzt um so die Vorteile des objektorientierten Paradigmas für die thermodynamische und geometrische Modellierung zu nutzen. Abschließend wird das Potential dieser strukturellen Integrität anhand von verschiedenen Erweiterungen aufgezeigt.

#### 3.1 Solver (KaSim)

In dem folgenden Teilkapitel wird zunächst ein Überblick über die Füll- und Entleermethode gegeben, da diese die theoretische Grundlage für die thermodynamische Berechnung von Verdrängermaschinen mittels Kammermodellsimulation darstellt. Als ein wesentlicher Schwerpunkt werden die für eine nulldimensionale Simulation getroffenen Annahmen und die fundamentalen Unterschiede zwischen einer Einkammer- und Mehrkammersimulation beschrieben. Im Anschluss wird die Umsetzung in KaSim als explizites Zeitschrittverfahren vorgestellt und die im Rahmen dieser Arbeit erforderlichen strukturellen Veränderungen an KaSim diskutiert.

##### 3.1.1 Grundlagen der Füll- und Entleermethode

Die Füll- und Entleermethode stellt die theoretische Grundlage der Kammermodell-Simulation dar. Die Methode, welche ursprünglich für die Berechnung von Verbrennungsmotorprozessen entwickelt wurde, geht unter anderem auf die Arbeiten von [91] [92] zurück. Die

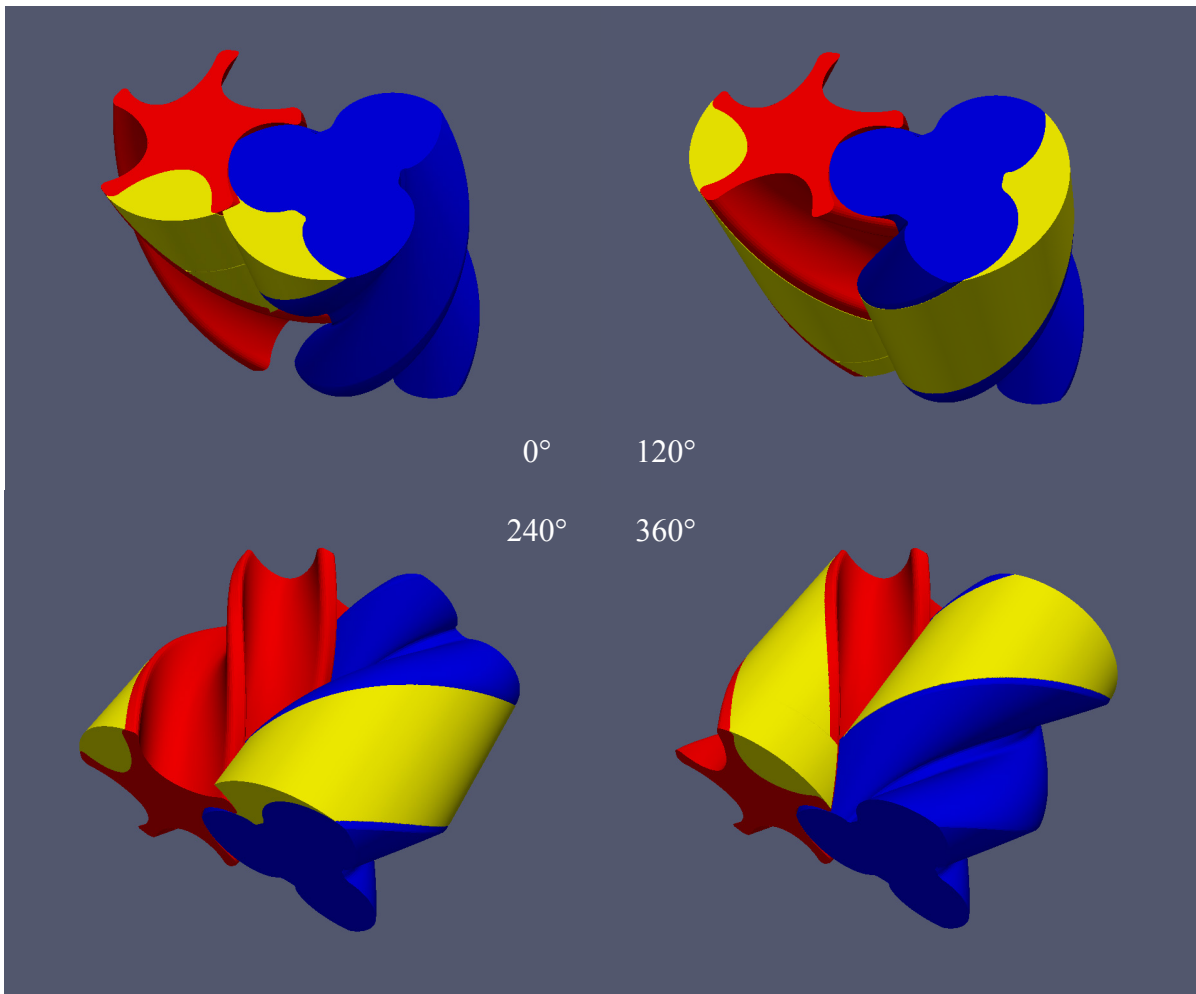
---

<sup>9</sup> Der Name KaSim ist von den Begriffen **K**ammermodell und **S**imulation abgeleitet.

betrachteten Prozessgrößen werden lediglich als Funktion der Zeit, aber nicht als Funktion des Ortes betrachtet. Es handelt sich dabei um eine Form der nulldimensionalen Modellierung. Zur Modellierung der einzelnen Komponenten des abstrahierten Ersatzsystems kommen die Erhaltungssätze für Masse und Energie zur Anwendung, weshalb die Füll- und Entleermethode auch oft als thermodynamisches Modell bezeichnet wird.

Die thermodynamische Modellierung von Rotationsverdrängermaschinen wird einerseits durch den Wegfall des Verbrennungsprozesses vereinfacht, andererseits durch die in Rotationsverdrängermaschinen häufig eingesetzten Hilfsflüssigkeiten (Wasser, Öle, etc.) deutlich erschwert. Eine sinnvolle Möglichkeit der Modellierung eines Prozessgases stellt das Dalton'sche Gesetz dar, welches die Modellierung von Gemischen idealer Gase anhand der Partialdrücke ermöglicht [93]. Das dem Gasgemisch zur Verfügung stehende Volumen wird dabei durch vorhandene Flüssigkeiten reduziert. Die einzelnen Komponenten des Gasgemisches befinden sich per Definition immer in einem vollständigen thermischen Gleichgewicht, wohingegen das thermische Verhalten von Flüssigkeiten im besonderen Hinblick auf Verdampfung bzw. Kondensation noch zu definieren ist [49].

Die Grundzüge dieser Methode haben Eingang in die Entwicklung der Kammermodell-Simulation für Rotationsverdrängermaschinen gefunden. Der drehwinkelabhängige Volumenverlauf eines Hubkolbenmotors als wesentliche Grundlage des Modells lässt sich einfach durch einen alternativen Volumenkurvenverlauf substituieren. Erste Ansätze hierzu stammen von [24] und [94]. Diese Form der Einkammermodell-Simulation bringt jedoch einen entscheidenden Nachteil mit sich. Die Annahme einer Gesamtvolumenkurve impliziert, dass es eine repräsentative Arbeitskammer gibt, welche in dem gesamten Drehwinkelbereich des Arbeitsprozesses existiert. Dies trifft insbesondere für die zweiwelligen Rotationsverdrängermaschinen in vielen Fällen nicht zu. Je nach Rotorprofil, Umschlingungswinkel und Zähnezahlkombination haben Arbeitskammern auf der Haupt- und Nebenrotorseite, welche zu Beginn des Arbeitsprozesses noch in direktem Kontakt standen, zum Ende des Arbeitsprozesses keinen Kontakt mehr (**Abbildung 3.1**).



**Abbildung 3.1:** Zwei während des Ansaugvorgangs verbundene Arbeitskammern auf Haupt- und Nebenrotorseite für die weiteren Hauptrotordrehwinkel  $\alpha$  120°, 240° und 360°

Wird die Einkammermodell-Simulation dennoch auf zweiwellige Rotationsverdrängermaschinen angewendet, kann durch die Verletzung dieser fundamentalen Annahme eine deutliche Verfälschung der Ergebnisse eintreten. Eine detaillierte Untersuchung dieses Zusammenhangs ist jedoch bisher nicht verfügbar [49]. Weitere Nachteile der Einkammermodell-Simulation, wie sie zuletzt von [95] und [96] eingesetzt wird, liegen in der Tatsache begründet, dass insbesondere der Zustand der vorlaufenden Kammer unbekannt ist. Es müssen also entweder Näherungsverfahren verwendet werden oder der Zustand der vorlaufenden Kammer aus einer vorherigen Lösung übernommen werden. Hierdurch wird die mathematische Lösungsfindung deutlich erschwert. Vorteilhafter ist es, eine separate Volumenkurve für die Haupt- und Nebenrotorseite zu betrachten. Der Eingang beschriebene Effekt, dass zwei Zahnlückenräume, welche zu Beginn der Arbeitsprozesses im Bereich der Verschneidungskante noch einen direkten Kontakt hatten und am Ende des Prozesses nur noch über Spalte verbunden sind, kann so durch eine geschickte Ausnutzung der geometrischen Periodizität

abgebildet werden [49]. Hierbei handelt es sich dann um eine Form der Mehrkammermodell-Simulation. Es lässt sich zwar für jedes Modell eine meist asymmetrische Gesamtvolumenkurve konstruieren, diese ist aber eher von theoretischer Bedeutung [40]. Die Mehrkammermodell-Simulation bringt zudem den Vorteil mit sich, dass der Beginn des Arbeitsspiels nicht durch eine bestimmte geometrische Position der Rotoren zu Beginn der Modellgenerierung definiert werden muss [40]. So entstehen Modelle, die durch Rotorprofile in beliebigen Stellungen erzeugt werden können und sowohl im Kompressions- als auch im Expansionsbetrieb berechnet werden können. Die korrekte Abbildung des vollständigen Arbeitsspiels über die Phasen Ansaugen, Transportieren und Verdichten sowie Ausschieben erfolgt durch die Implementierung eines Nachfolgerprinzips. Nach Ablauf eines Zahnteilungswinkels des Hauptrotors  $\varphi_{ZT,HR}$  (Gl. 1.3), in der Simulation auch als normierte Phase  $s$  (Gl. 3.1) bezeichnet, wird der Inhalt einer Arbeitskammer gemäß der geometrischen Periodizität an die logisch nachfolgende Arbeitskammer übergeben. Die normierte Phase hat einen Definitionsbereich von  $[0..1]$  und gibt die rotatorische Orientierung des Hauptrotors bezogen auf den Zahnteilungswinkel innerhalb eines Arbeitsspiels an. Die normierte Phase ermöglicht den Vergleich von Schraubenmaschinen unterschiedlicher Zähnezahzahl und bietet zudem eine anschauliche Darstellung eines jeden Zeitpunktes innerhalb des Arbeitsspiels.

$$s = \frac{\alpha}{\varphi_{ZT,HR}}, s \in [0;1] \quad \text{Gl. 3.1}$$

Der Bezug zwischen der Modellfrequenz  $f_m$ , also der zeitlichen Dauer einer normierten Phase, und der tatsächlichen Rotordrehzahl  $n_{HR}$  ist damit durch die Hauptrotorzähnezahzahl  $z_{HR}$  gegeben (Gl. 3.2).

$$f_m = z_{HR} \cdot n_{HR} \quad \text{Gl. 3.2}$$

Die Einführung der normierten Phase und der passenden Modellfrequenz ermöglicht es damit, das Kammermodell von der konkreten Zähnezahzahl und der Zähnezahzahlkombination bei mehrwelligen Maschinen zu entkoppeln.

### 3.1.2 Struktur des Zeitschrittverfahrens

Das thermodynamische Simulationsprogramm KaSim stellt eine Implementierung der Mehrkammermodellmethode dar. KaSim basiert, wie die zugrunde liegende Füll- und Entleermethode, auf den Erhaltungssätzen für Masse und Energie. Der Drehwinkelabhängigkeit der verschiedenen geometrischen und thermodynamischen Größen wie z.B. Kammervolumina etc. wird durch die Lösung mittels eines expliziten Zeitschrittverfahrens Rechnung getragen. Dieses ermöglicht eine nahezu beliebig feine zeitliche Auflösung einer normierten Phase. Eine iterative Verbesserung des Ergebnisses basierend auf initialen Anfangswerten ist durch die mehrfache Berechnung der normierten Phase möglich. Die vollständige Berechnung einer normierten Phase wird als Iteration bezeichnet.

Die Struktur von KaSim definiert das Kammermodell als eine Menge von miteinander interagierenden Elementen. Bei den Elementen wird grundsätzlich zwischen Kapazitäten und Verbindungen unterschieden. Die Schnittstelle Kapazität stellt einen Speicher für verschiedene physikalische Größen dar, wohingegen die Schnittstelle Verbindung einen Austausch zwischen den Kapazitäten ermöglicht und keinen eigenen Zustand besitzt, sondern zu jedem Zeitpunkt durch die angeschlossenen Kapazitäten definiert ist. Der Gesamtzustand eines Kammermodells ist ausschließlich durch die Summe der Zustände aller Kapazitäten definiert.

Die Definition einer Kapazität erfolgt einerseits durch die Art der zu speichernden physikalischen Größe und andererseits durch ihr logisches Verhalten innerhalb des Kammermodells. Als Beispiel für eine Kapazität kann z.B. eine Arbeitskammer betrachtet werden. Handelt es sich um eine finite Kapazität, so kann sich deren Zustand durch Vorgänge im Modell ändern. Handelt es sich um eine infinite Kapazität ist deren Zustand unabhängig von allen Vorgängen und Zuständen im Kammermodell.

Die Definition einer Verbindung verfolgt ein vergleichbares Konzept. Die Verbindung wird sowohl durch die Art der auszutauschenden physikalischen Größe als auch durch die Weise ihrer Berechnung definiert. Bei der beispielhaften Betrachtung des Vorgangs des Wärmeübergangs wird zwischen zwei Kapazitäten die physikalische Größe Wärme transportiert. Die Art der Berechnung legt fest, ob ein Wärmestrom oder eine Wärmemenge transportiert werden kann. Es wird zwischen differentiellen und integralen Verbindungen unterschieden. Eine differentielle Verbindung ist immer dadurch gekennzeichnet, dass sie durch einen Strom, also eine zeitbezogene Größe definiert ist und die tatsächlich getauschte Menge erst durch die zeit-

liche Integration im Rahmen des Zeitschrittverfahrens bestimmt wird. Die integrale Verbindung hingegen definiert direkt eine auszutauschende Menge der physikalischen Größe und ist somit logisch unabhängig von der Größe des Zeitschrittes. Integrale Verbindungen können in KaSim im Wesentlichen zwei Aufgaben erfüllen. Entweder werden sie eingesetzt um eine definierte Menge einer physikalischen Größe zu transportieren oder um eine Menge einer physikalischen Größe auszutauschen die zu einem definierten Gleichgewichtszustand zwischen zwei Kapazitäten führt. Bisher werden in KaSim integrale Verbindungen ausschließlich zur Bestimmung von Gleichgewichtsprozessen eingesetzt. Dies geschieht entweder explizit durch die Definition einer solchen Verbindung im Kammermodell oder automatisch durch KaSim selbst.

Darüber hinaus definiert KaSim verschiedene Schnittstellen, welche die Kommunikation zwischen den Elementen des Kammermodells und den globalen Kammermodelleigenschaften regeln. Dies betrifft die aktuelle normierte Phase, die aktuelle Zeit und die Modellfrequenz. Dies sind typische Informationen des Kammermodells, die jedoch von einigen physikalischen Modellen der Kapazitäten oder Verbindungen benötigt werden. Ein Element des Kammermodells kann dann eine oder mehrere der genannten Schnittstellen implementieren und so z.B. über den aktuellen Zustand bzw. eine Änderung der Drehzahl informiert werden. Diese Elemente werden dementsprechend phasenabhängig, zeitabhängig und frequenzabhängig genannt.

Der Ablauf der thermodynamischen Simulation mit KaSim ist in **Abbildung 3.2** dargestellt. Zu Beginn der Simulation wird das Kammermodell eingelesen und eine Initialisierung der Kapazitäten vorgenommen. Nach der Initialisierung beginnt das explizite Zeitschrittverfahren. Zunächst werden der aktuelle Zeitschritt und der sich daraus ergebende Phasenschritt berechnet. Wird durch den Zeitschritt das Ende der normierten Phase überschritten, so findet eine automatische Korrektur statt welche den neuen Zielzeitpunkt exakt auf das Ende der jeweiligen normierten Phase legt. Danach findet die eigentliche Ausführung des Zeitschrittes mit den zugehörigen Zustandsänderungen der Kapazitäten statt.



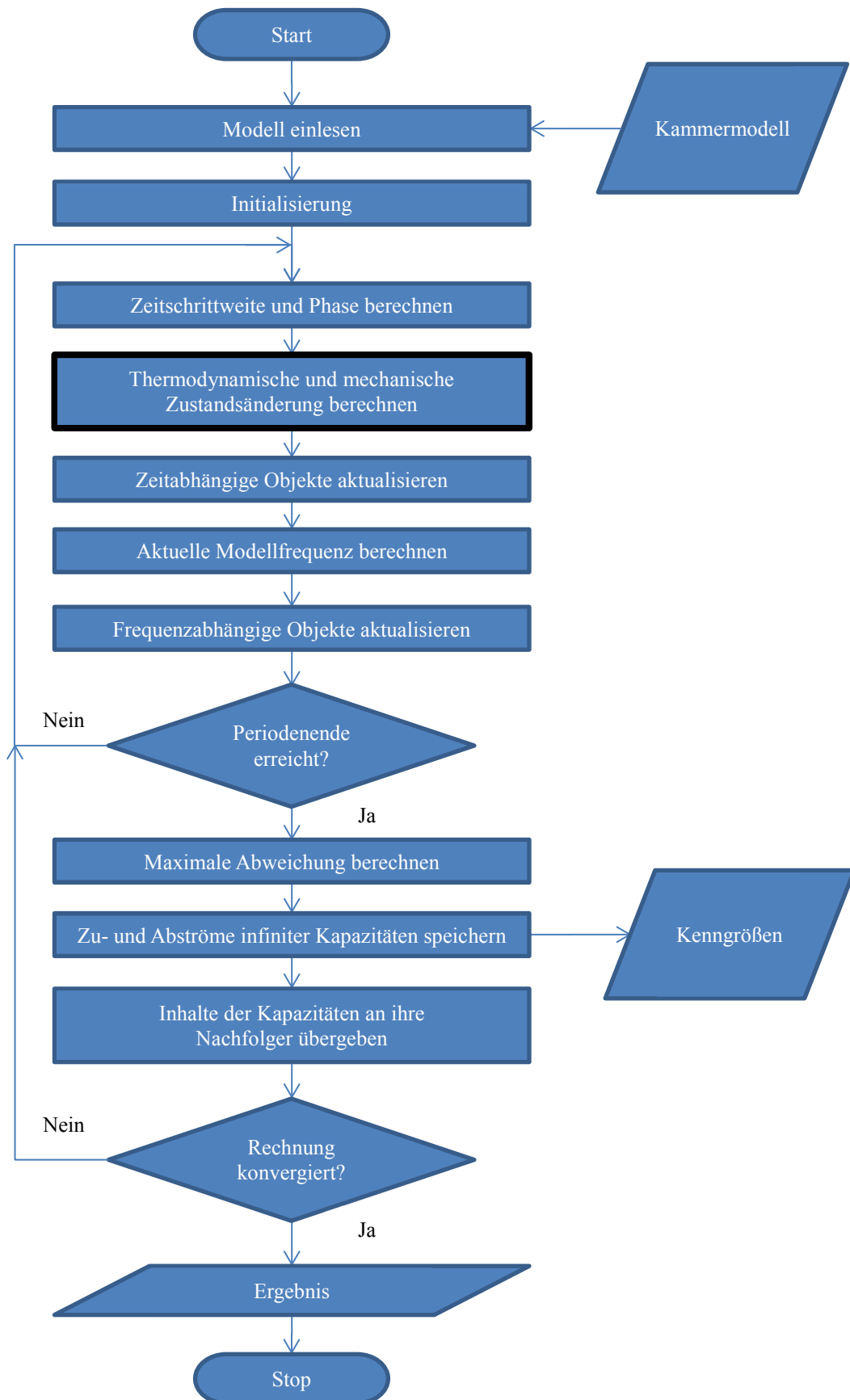


Abbildung 3.2: Ablauf der thermodynamischen Simulation mit KaSim

Aus Gründen einer besseren Übersicht wird der detaillierte Ablauf der Berechnung der Zustandsänderungen des Zeitschrittes erst im Anschluss vorgestellt. Die Berechnung des Zeitschrittes wird mit einer Aktualisierung aller zeitabhängigen Objekte im Kammermodell abgeschlossen. Da die Berechnung der Zustandsänderung der mechanischen Kapazitäten zu einer Veränderung der Rotordrehzahl führen kann [53], wird die neue Modellfrequenz aus der aktuellen Rotordrehzahl ermittelt und anschließend allen frequenzabhängigen Objekten mitgeteilt. Ist mit dem aktuellen Zeitschritt das Ende einer normierten Phase erreicht, so wird die aktuelle normierte Phase abgeschlossen. Ansonsten beginnt die Zeitschrittberechnung erneut.

Der Abschluss der normierten Phase umfasst im Wesentlichen zwei Schritte. Dies sind die Bestimmung des Konvergenzverhaltens der aktuellen Iteration und die Anwendung des Nachfolgerprinzips. Die Ausführung des Nachfolgerprinzips ist durch die Definition des Kammermodells gegeben. Das Modell muss für alle phasenabhängigen Kapazitäten einen Nachfolger definieren. Im Regelfall bedeutet das z.B. für eine Arbeitskammer, dass die Arbeitskammer des nächsten Zahnstückenvolumens als Nachfolger definiert wird. Der Übergang in die neue Iteration wird dann für alle Kapazitäten gleichermaßen ausgeführt. Es wird der Zustand der aktuellen Kapazität zum Ende der normierten Phase auf den Nachfolger übertragen, wobei dieser sich logisch bereits wieder am Anfang der nächsten normierten Phase befindet. Handelt es sich um eine infinite Kapazität, wird der während der normierten Phase akkumulierte Zustand ebenfalls zurückgesetzt.

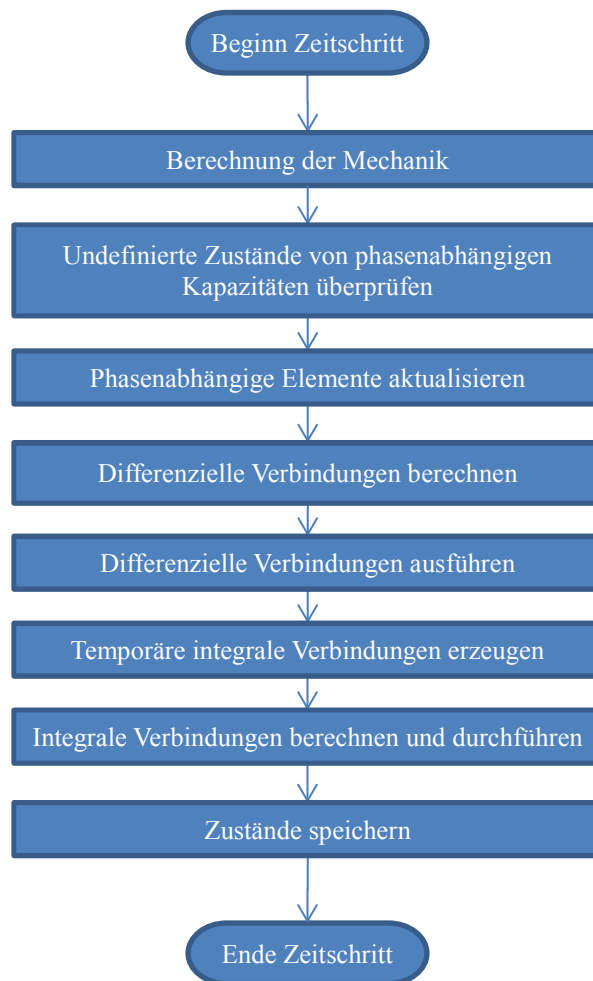
Bei der Nachfolgerdefinition gibt es prinzipiell zwei Sonderfälle zu beachten. Eine Kapazität hat sich selbst als Nachfolger definiert oder gar keinen Nachfolger. Der erste Fall ist zulässig und bedarf keiner weiteren Behandlung, der zweite Fall stellt aus logischer und numerischer Sicht ein Problem dar, da eine Kapazität ohne Nachfolger per Definition mit Erreichen des Endes der normierten Phase in einen undefinierten Zustand übergeht. Ein Beispiel ist bei den zweiwelligen Rotationsverdrängermaschinen das Verschwinden einer Arbeitskammer durch die stetige Verkleinerung des eingeschlossenen Zahnstückenvolumens. Die Behandlung des Übergangs in einen undefinierten Zustand wird jedoch innerhalb der Berechnung der Zustandsänderung während des Zeitschrittes abgefangen.

Die Berechnung der Konvergenz wird im Anschluss detaillierter diskutiert. Allen Verfahren ist gemein, dass sie den Vergleich von zwei Iterationen auf einen skalaren Wert reduzieren und so einen Vergleich mit einem vorgegebenen Kriterium ermöglichen. Ist die Konvergenz gut und

damit die Genauigkeit hinreichend hoch, wird die Simulation beendet. Andernfalls wird sie mit einer weiteren Iteration fortgesetzt. Den Abschluss der Simulation stellt die Ausgabe des Berechnungsergebnisses dar. Insbesondere die Erzeugung von repräsentativen Größen für ein Kennfeld wird im weiteren Verlauf noch thematisiert.

Der Ablauf der Berechnung bietet abschließend eine letzte Option. Diese betrifft eine Skalierung der Maschinengeometrie, um einen vorgegebenen Fördermassenstrom zu erreichen. Die geometrische Skalierung der Elemente des Kammermodells basiert auf der Arbeit von [53]. Von besonderer Bedeutung ist die Skalierung auf einen Förder- respektive Expansionsmassenstrom im Rahmen der Analyse von Expansionsmaschinen. In diesem Bereich hat sich der Fokus von der Betrachtung eines konstanten, theoretischen Massenstroms hin zu einem konstanten expandierten Massenstrom verschoben [95] [96]. Die von KaSim automatisch durchgeführte Skalierung vereinfacht die Kennfeldberechnung auch für solche Fälle, bei denen in jedem Betriebspunkt effektiv eine andere Maschinengeometrie vorliegt. Die Skalierung unterscheidet zwischen zwei Verfahren. Das erste Verfahren hält die Drehzahl konstant und passt den Massenstrom allein durch eine geometrische Skalierung an. Das zweite Verfahren hält die initiale Umfangsgeschwindigkeit konstant und passt somit Drehzahl und Maschinengeometrie gleichermaßen an.

Das Schema der Berechnung der mechanischen und thermodynamischen Zustandsänderung des Modells für einen vorgegebenen Zeitschritt ist in **Abbildung 3.3** dargestellt. Als erstes wird geprüft, ob die sich aus dem Zeitschritt ergebene Phasenänderung eine Kapazität wie z.B. eine Arbeitskammer in einen undefinierten Zustand mit einem nicht mehr vorhandenen Volumen versetzen würde. Trifft dies auf eine Kapazität zu, so wird diese nicht auf ein Volumen von null komprimiert, sondern lediglich ihr Inhalt in eine andere, noch definierte Kapazität verschoben. Im Fall einer Arbeitskammer findet dies unter Berücksichtigung der benötigten Verschiebearbeit statt. Die Zielkapazität ist im Kammermodell durch eine spezielle integrale Verbindung definiert. Nach Abschluss des Vorgangs befindet sich in einer solchen Kapazität kein Inhalt mehr, so dass die z.B. durch die Volumenkurve vorgegebene Volumenveränderung auf den Wert von Null im darauffolgenden Teilschritt numerisch berechnet werden kann.



**Abbildung 3.3: Berechnungsablauf innerhalb des Zeitschrittes**

Der nächste Schritt besteht in der Aktualisierung aller Elemente des Kammermodells welche über eine Phasenabhängigkeit verfügen. Eine Veränderung der Phase bedeutet in der Regel für ein solches Element eine Veränderung seiner Geometrie. Dieser Umstand ist insbesondere für Kapazitäten von Bedeutung, da diese einen Speicher für z.B. ein Fluid darstellen. Im Falle einer Arbeitskammer ist die Veränderung der Phase und der Geometrie also direkt mit einer thermodynamischen Zustandsänderung verbunden. Dieser Umstand wird zur Berechnung der indizierten Leistung genutzt, indem die für jede Phasenänderung benötigte Arbeit aufsummiert wird. Bei den Elementen, die eine Verbindung darstellen, hat dies keine weiteren Implikationen, da Verbindungen a priori zustandsfrei sind. Für zukünftige Entwicklungen ist es dennoch denkbar, dass diese Schnittstelle zur Bilanzierung von Energien genutzt werden, die durch den Wechsel zwischen rotierenden und stehenden Bezugssystemen benötigt bzw. dissipiert werden.

Basierend auf dem neuen Gesamtzustand des Systems werden die differentiellen Verbindungen berechnet und ausgeführt. Die vereinheitlichte Behandlung aller differentiellen Verbindungen ist im Rahmen dieser Arbeit entstanden und wird im weiteren Verlauf detailliert behandelt, da sie die wesentliche Grundlage für die Implementierung neuer differentieller Verbindungstypen ist. Das neue Konzept umfasst auch die automatisierte Erzeugung von temporären integralen Verbindungen, welche von KaSim automatisch dort eingesetzt werden, wo eine direkte Ausführung der Integration der differentiellen Verbindung nicht sinnvoll oder nicht möglich ist. Nach Abschluss der Ausführung aller differentiellen Verbindungen werden die im Modell definierten und temporär erzeugten integralen Verbindungen behandelt, wobei im Sinne einer Vereinfachung der numerischen Lösungsfindung alle Duplikate eines Verbindungstypen entfernt werden.

Die Berechnung der integralen Verbindungen erfolgt dann getrennt in Abhängigkeit des konkreten Typs, also Spaltverbindung, Wärmeübergang oder Oberflächenverbindung. Die Reihenfolge ergibt sich durch den potentiellen Einfluss des jeweiligen Verbindungstyps auf die thermodynamischen Zustandsänderungen. Es wird mit Spaltverbindungen ein physikalischer Wirkmechanismus mit höchster Priorität behandelt, welcher oftmals den größten Einfluss auf das gesamte Ergebnis hat. Dann werden Oberflächenverbindungen wie Ad- und Desorption und Wärmeübergänge mit absteigender Priorität behandelt.

Den Abschluss der Zustandsänderungsberechnung bilden das Speichern von Informationen aus der aktuell durchgeführten Zustandsänderungen und das Aktualisieren der Zeit und der normierten Phase in dem Kammermodell. Das Speichern von Elementinformationen ist durch eine entsprechende Definition im Kammermodell möglich. Jedes Element unterstützt dabei eine Vielzahl an Daten die entweder phasen- oder zeitgebunden in eine Ausgabedatei geschrieben werden können. Für eine Spaltverbindung kann z.B. der Massenstrom, der Enthalpiestrom oder die maximale Strömungsgeschwindigkeit im engsten Querschnitt abgerufen werden.

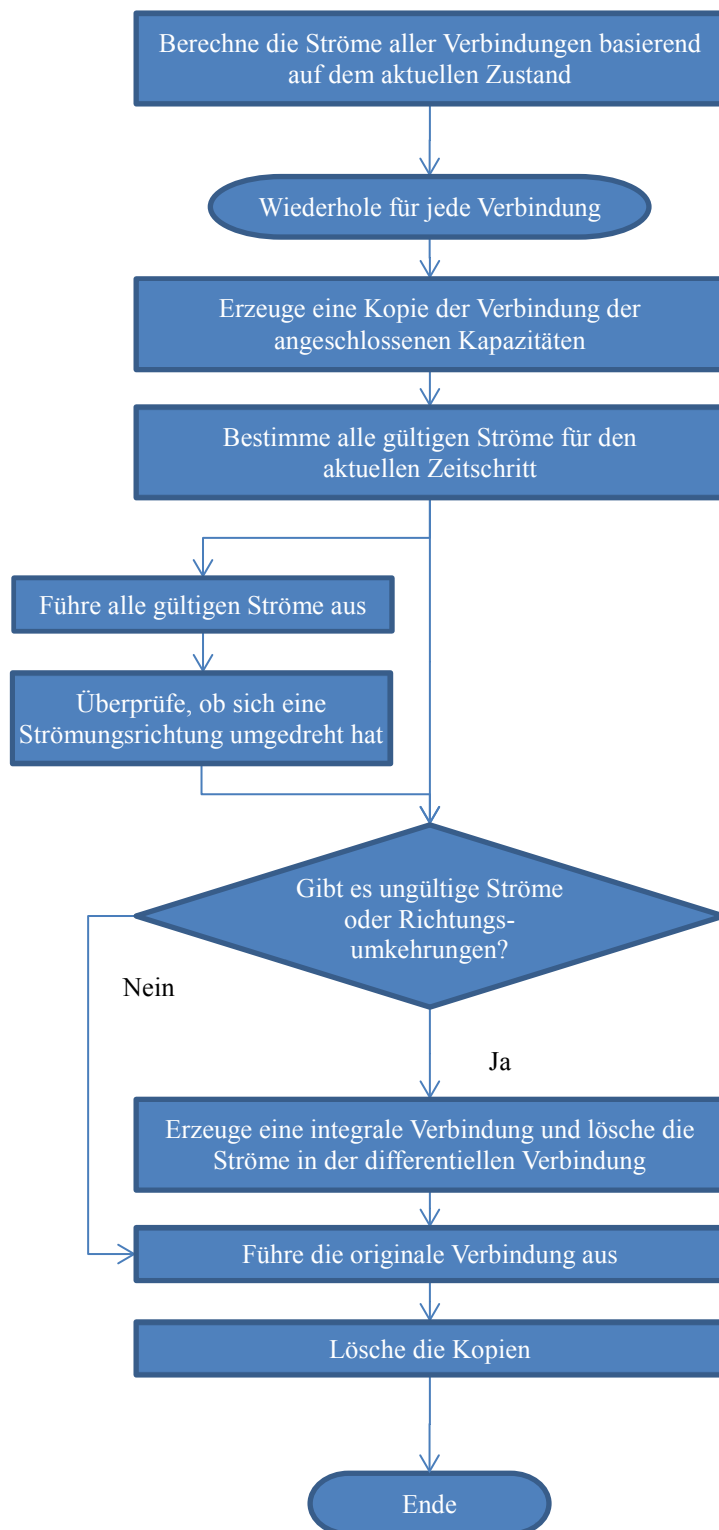
Die folgenden Teilkapitel thematisieren die im Rahmen dieser Arbeit implementierten strukturellen Weiterentwicklungen und Neuerungen in KaSim. Dies umfasst das Konzept zur Generalisierung der differentiellen Verbindungen, die Einführung modellfrequenzabhängiger Elemente im Kammermodell, die Erweiterung der Konvergenzanalyse sowie die Modularisierung der automatischen Kennfelderzeugung.

### 3.1.3 Generalisierung differentieller Verbindungen

Die Behandlung von differentiellen Verbindungen in KaSim ist nach [49] für die verschiedenen physikalische Größen wie Spaltströmungen und Wärmeübergänge getrennt. Daraus ergibt sich in Folge die Herausforderung, dass die Integration neuer differentieller Verbindungen, wie sie im Rahmen dieser Arbeit vorgestellt werden, eine umfangreiche Anpassung der Algorithmen zur Zeitschrittberechnung erfordert. Dies entspricht nicht dem Paradigma der objektorientierten Programmierung, da beide Verbindungen die gleiche Schnittstelle implementieren und somit auch im Sinne der Polymorphie gleich behandelt werden müssen. Zudem ist die ursprüngliche Implementierung unvollständig, da bestimmte Überprüfungen von Grenzfällen sowie die automatische Erzeugung von integralen Verbindungen nur für den Typ Spaltverbindung durchgeführt werden. Verbindungen, welche die Schnittstellen für Spaltverbindung und Wärmeübergang implementieren, sind in der ursprünglichen Implementierung nur sehr rudimentär behandelt.

Aus diesem Grund wird das gesamte Konzept der differentiellen Verbindung überarbeitet und die bestehende Schnittstelle zu den Kapazitäten erweitert, so dass tatsächlich alle differentiellen Verbindungen durch den gleichen Algorithmus behandelt werden können. Hierzu wird eine Abstraktionsebene für Ströme bzw. definierte Mengen einer physikalischen Größe geschaffen.

Der Ablauf der generalisierten Behandlung von differentiellen Verbindungen ist in **Abbildung 3.4** dargestellt. Die Berechnung beginnt auf Basis des aktuellen Zustands. Es werde für alle Verbindungen die Ströme basierend auf dem Zustand der angeschlossenen Kapazitäten berechnet und gespeichert. Die Ausführung des Stroms, also die zeitliche Integration zu einer definierten Menge beinhaltet eine entsprechende Veränderung des Kapazitätszustandes z.B. in Form einer Addition bzw. Subtraktion. Insbesondere eine Subtraktion bedeutet jedoch, dass unter bestimmten Umständen mehr aus einer Kapazität entnommen wird als vorhanden ist. Dies ist aus physikalischer Sicht nicht möglich und entsteht lediglich durch die Unschärfe des Zeitschrittverfahrens, welches annimmt, dass der Strom einer differentiellen Verbindung für den betrachteten Zeitschritt konstant bleibt [49]. Um einen solchen Strom dennoch zu ermitteln, wird von der Verbindung und den angeschlossenen Kapazitäten eine Kopie erstellt, so dass zunächst der aktuelle Zustand des Kammermodells unverändert bleibt.



**Abbildung 3.4: Berechnung und Ausführung differentieller Verbindungen**

Ein solcher Strom wird nun in einem zusätzlichen Schritt ermittelt und als potentieller Kandidat für eine integrale Verbindung markiert. Alle anderen Ströme werden dann mittels zeitlicher Integration ausgeführt. Als Ergebnis ergibt sich für die Teilkopie des Kammermodells der

mögliche neue thermodynamische Zustand. Auf Basis dieses Zustands werden die Ströme der problematischen differentiellen Verbindung erneut ermittelt und mit dem Ergebnis der ursprünglichen Berechnung verglichen. Nun kann durch einen Vergleich der beiden berechneten Strömungsrichtungen festgestellt werden, welche an die Verbindung angeschlossene Kapazitäten innerhalb des Zeitschrittes einen Gleichgewichtszustand erreicht hätten. Diese Information wird verwendet um eine passende integrale Verbindung zu erzeugen. Die problematischen Ströme, welche zu der integralen Verbindung geführt haben, werden aus der ursprünglichen differentiellen Verbindung entfernt um eine physikalisch korrekte Bilanzierung für die abschließende Ausführung der Verbindung zu gewährleisten. Abschließend wird die Teilkopie des Kammermodells gelöscht.

Der generelle Ablauf, wie ihn Abbildung 3.4 zeigt, ist als Teil des Kammermodells implementiert, wohingegen die konkrete Ausführung der einzelnen Schritte wie z.B. die Erzeugung einer temporären integralen Verbindung in der konkreten Implementierung der differentiellen Verbindung gekapselt ist. Dies ermöglicht im Sinne der Objektorientierung ein polymorphes Verhalten zur Laufzeit, so dass z.B. die bisher nur rudimentäre Unterstützung differentieller Verbindungstypen wie Spaltströmungen mit Wärmeübergang oder Wärmeübergänge in Arbeitskammern deutlich verbessert werden. Eine Kammer mit vollständigem Wärmeübergang zu den Gehäuse- und Rotoroberflächen wie sie z.B. von [5] oder [6] verwendet wird, kann vollständig auf die Berechnung von Wärmeströmen verzichten und direkt die Erzeugung von integralen Wärmeübergängen erzwingen.

### **3.1.4 Modellfrequenzabhängige Elemente**

Die Rotor- bzw. die Hauptrotordrehzahl für zweiwellige Rotationsverdrängermaschinen spielt für verschiedene physikalische Modelle eine wichtige Rolle. Typische Beispiele sind Wärmeübergänge in Spaltverbindungen und Arbeitskammern [5] [49] oder der Einfluss der Berandungsgeschwindigkeit auf den Durchfluss eines Spaltes [6]. Die Drehzahl bzw. ihre Abstraktion in Form der Modellfrequenz ist logisch jedoch eine Eigenschaft des Kammermodells und nicht der einzelnen Elemente. Dementsprechend benötigt das Kammermodell eine Schnittstelle, mit deren Hilfe es seinen Elementen die Modellfrequenz mitteilen kann. Die bisherige Implementierung hat eine solche allgemeine Schnittstelle nicht vorgesehen, so dass jedem Elementtyp, der eine prinzipielle Abhängigkeit zur Modellfrequenz aufwies, diese explizit mitgeteilt werden musste.



Die Einführung einer abstrakten Schnittstelle für modellfrequenzabhängige Elemente ermöglicht die Kopplung zwischen den konkreten Klassen der Elementtypen und der Klasse des Kammermodells aufzubrechen und so die Qualität des Codes zu verbessern. Zudem wird durch die Entfernung von spezialisiertem Code die Wartbarkeit des Codes verbessert und die einfache Erweiterbarkeit im Rahmen dieser Arbeit sichergestellt.

### 3.1.5 Erweiterung des Konvergenzkriteriums

Die Beurteilung der Konvergenz einer Simulationsrechnung erfolgt immer relativ durch den Vergleich mit der vorherigen Iteration. Durch die Zeit- bzw. Phasenabhängigkeit der erzielten Lösung muss die Konvergenzbetrachtung die Zustände aller berechneten Zeitpunkte betrachten und mit denen der vorherigen Iteration vergleichen. Die Bestimmung der Konvergenz kann somit in drei wesentliche, voneinander unabhängige Aspekte aufgeteilt werden.

$$\|\delta x_{\text{integral}}\| \leq \rho \quad \text{Gl. 3.3}$$

Das grundsätzliche Konvergenzverhalten wird durch **Gl. 3.3** beschrieben. Die Iteration gilt als konvergiert, sobald der Betrag des integralen, relativen Fehlers  $\delta x_{\text{integral}}$  kleiner als die durch den Benutzer definierte relative Fehlerschranke  $\rho$  ist. Damit ergibt sich der zweite Aspekt, die Ermittlung des relativen, integralen Fehlers. Hierzu schlägt [49] ein sehr strenges Kriterium vor, welches den integralen, relativen Fehler als den Maximalwert aller relativen Abweichungen zwischen zwei Zustandspaaren  $\delta x_{0\dots n}$  definiert (**Gl. 3.4**).

$$\delta x_{\text{integral}} = \max\left[\|\delta x_0\|; \|\delta x_1\|; \dots; \|\delta x_n\|\right] \quad \text{Gl. 3.4}$$

Der letzte Aspekt beschreibt die Ermittlung des relativen Fehlers für ein gegebenes Zustandspar. Die Ermittlung gründet sich mathematisch auf dem thermodynamischen Zustand der jeweiligen Kapazitäten und muss dementsprechend nach physikalischer Größe differenziert werden. Die Berechnung des relativen Fehlers  $\delta x_i$  für finite Fluidkapazitäten basiert auf dem Vergleich der extensiven Zustandsgrößen Masse und innere Energie [49].

$$\delta x_i = \max\left[\left\|\frac{m_{i,s} - m_{i,s-1}}{m_{i,s-1}}\right\|; \left\|\frac{U_{i,s} - U_{i,s-1}}{U_{i,s-1}}\right\|\right] \quad \text{Gl. 3.5}$$

Die Berechnung für weitere physikalische Größen wird im Verlauf der Arbeit diskutiert.

Durch Anwendung dieses Kriteriums ist sichergestellt, dass im Fall des Erreichens der relativen Fehlerschranke alle Einzelabweichungen ebenfalls der Fehlerschranke genügen. Der potentiell hohen numerischen Qualität des Ergebnisses steht die hierzu benötigte oftmals hohe Anzahl an Iterationsschritten gegenüber. Die Gründe hierfür liegen oftmals in sprunghaften Zustandsänderungen in Phasenbereichen kleiner Kammervolumina begründet und sind in den meisten Fällen nur numerische Artefakte und keine Abbildung realer physikalischer Phänomene [49]. Aus diesem Grund wird die Berechnung der Konvergenz hinsichtlich der Ermittlung des integralen, relativen Fehlers modularisiert und durch eine Benutzervorgabe zur Laufzeit konfiguriert.

Eine Möglichkeit stellt die Ermittlung des integralen, relativen Fehlers durch eine einfache Mittelwertbildung über alle  $n$  Einzelabweichungen zwischen zwei Zustandsparen dar (**Gl. 3.6**).

$$\delta x_{\text{integral}} = \frac{1}{n} \sum_0^n \|\delta x_i\| \quad \text{Gl. 3.6}$$

Durch die gleichmäßige Gewichtung aller Abweichungen kann mit einem solchen Verfahren die Konvergenz einer Rechnung deutlich beschleunigt werden, da z.B. nur zu bestimmten Zeitpunkten auftretende numerische Artefakte einen deutlich geringeren Einfluss auf den integralen Fehler haben. Einen möglichen Kompromiss zwischen beiden Verfahren stellt eine Variante mit quadratischer Bewertung der Abweichung dar (**Gl. 3.7**).

$$\delta x_{\text{integral}} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_0^n \|\delta x_i^2\|} \quad \text{Gl. 3.7}$$

Der Vorteil dieses Verfahrens liegt darin, dass Abweichungen, welche sich deutlich von der mittleren Abweichung entfernen, eine höhere Gewichtung zu Teil wird und in Folge dessen punktuelle Abweichungen nicht so stark unterdrückt werden wie z.B. bei dem einfachen Mittelwertverfahren. Darüber hinaus sind auch Verfahren denkbar, welche das Kammervolumen oder die Bauteiloberflächen in die Bewertung der Konvergenz einschließen.

### **3.1.6 Modularisierung der Kennfelddatei**

Die Simulation eines Kammermodells geschieht immer für definierte Randbedingungen. Dies bedeutet im Hinblick auf ein Kammermodell für eine Rotationsverdrängermaschine, dass eine Berechnung einem Betriebspunkt entspricht. KaSim berechnet während eines solchen Simulationdurchlaufs eine beliebige Menge an Daten, die dem Benutzer nach Abschluss der Berechnung zur Verfügung gestellt werden. Neben Detailinformationen, welche als Funktion der Zeit bzw. der Phase zur Verfügung stehen, ist die Aufbereitung integraler Kennwerte für die Verwendung und Auswertung von Simulationen unumgänglich.

Dieses Konzept ist in KaSim durch das Erstellen einer Kennfelddatei gelöst. Das bisherige Konzept ist auf die Erstellung von Maschinenkennfelder zugeschnitten und ermöglicht es hinsichtlich der Auswertung nur bedingt andere Modelle zu untersuchen. Typischerweise werden Größen wie die Modellfrequenz, Ein- und Austrittsdruck sowie Ein- und Austrittstemperatur, der effektive Massenstrom und die Innenleistung ausgegeben. Aus diesem Grund wird die Erstellung des Kennfeldes modularisiert um die einfache Berechnung von z.B. Spaltkennfeldern oder Sorptionsisothermen in KaSim zu ermöglichen. Die Auswahl einer zum Modell passenden Kennfelddatei obliegt zunächst dem Benutzer.

Das Modul für Spaltkennfelder wertet, in Abhängigkeit des konkreten physikalischen Modells, Größen wie Massenstrom, Leitwert, Knudsen-Zahl oder Wärmeströme aus. Das Modul zur Berechnung von Sorptionsisothermen orientiert sich wiederum an anderen passenden Größen wie dem Druck der Gasphase, der Oberflächentemperatur und der zugehörigen Bedeckung. Damit erfüllt diese Umsetzung z.B. das Open-Closed-Prinzip indem das bisherige starre System mit enger Kopplung derart restrukturiert wird, dass es einfach erweitert werden kann, ohne dass Modifikation an dem bestehenden Programmcode erforderlich sind.

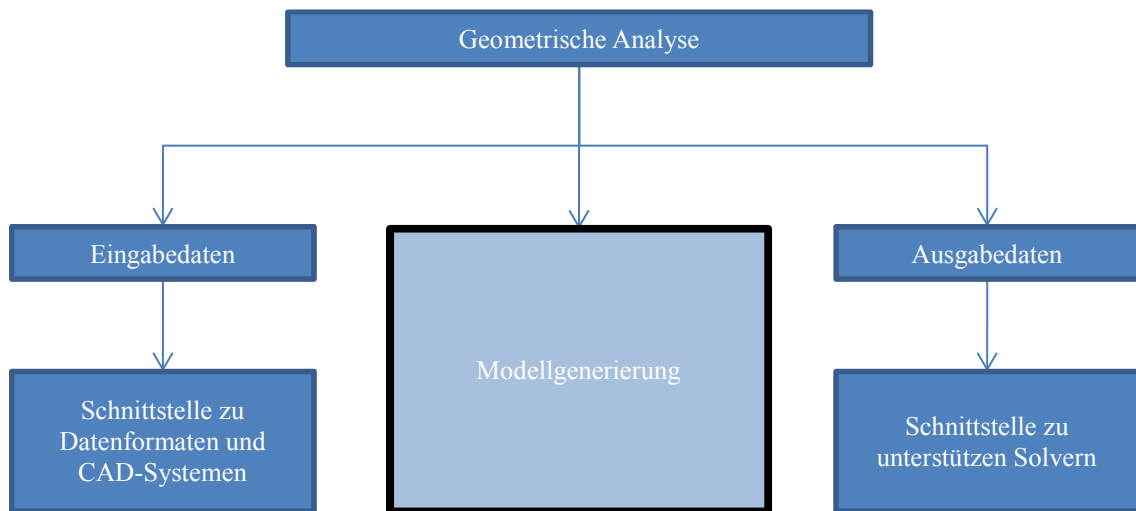
## **3.2 Pre-Processing (KaSim-PRE)**

Die geometrische Analyse einer Verdrängermaschine spielt eine zentrale Rolle im Arbeitsfluss der Simulation, da die Abstraktion der Geometrie für ein mathematisch-physikalisches Modell immer den ersten Schritt zur Erzielung eines Berechnungsergebnisses darstellt. Die Besonderheit dieses Arbeitsschrittes, welcher üblicherweise als Pre-Processing bezeichnet wird, ist durch die Komplexität der Aufgabe und ihrer Verantwortung gegenüber der folgenden Be-

rechnung begründet. Unabhängig von der Abbildungsgüte des Berechnungsmodells kann durch Fehler, sowohl logischer als auch numerischer Art, das Ergebnis einer Berechnung z.B. durch eine quantitativ schlechte Abbildung der Volumenkurve auf schwer nachvollziehbare Weise beeinflusst werden. Dieses Verhalten ist im Prinzip allen eingangs betrachteten Ansätzen zur Berechnung von Rotationsverdrängermaschinen gleich, da alle Lösungsverfahren ein der physikalischen Komplexität angepasstes Geometriemodell verwenden. Dies kann im einfachen Fall einer analytischen, kennzahlenbasierten Betrachtung z.B. das innere Volumenverhältnis oder im Fall einer numerischen Strömungssimulation auf Basis der Navier-Stokes-Gleichung der in finite Volumenelemente diskretisierte Arbeitsraum der Maschine sein.

Die wichtigste Anforderung ist, dass die geometrische Analyse und das daraus entstehende Geometriemodell möglichst allgemeingültig funktionieren und weitestgehend von dem entstehenden KaSim-Modell entkoppelt sind, so dass in Zukunft das Erzeugen von Eingabedateien für verschiedene Lösungsverfahren möglich ist. Weitere Anforderungen sind eine dem Lösungsverfahren angemessene numerische Qualität der geometrischen Analyse sowie die vollständig automatisierte Durchführung einer solchen Operation. In Abgrenzung zu den bisher bekannten Verfahren und Vorgehensweisen zur Überführung der Maschinengeometrie in ein nulldimensionales Modell [24] [35] [52] findet die logische Ermittlung von Kapazitäten und deren Verbindungen im dreidimensionalen Geometriemodell statt. Erst in einem abschließenden Schritt werden die vereinfachten Daten wie z.B. das Arbeitskammervolumen abgeleitet. Durch diese neue Vorgehensweise ist das Pre-Processing prinzipiell unabhängig von analytischen, empirischen oder regelbasierten Ansätzen zur Ermittlung von Arbeitskammervolumina oder Spaltbreiten. Zudem vereinfacht ein dreidimensionales Geometriemodell die Interaktion mit anderen Disziplinen der rechnergestützten Simulation. Diese Forderungen lassen sich nur dann erreichen, wenn die Erstellung einer Modelldatei für den Solver modularisiert und durch die Definition einer Schnittstelle gekapselt wird (**Abbildung 3.5**).

Die zweite wichtige Schnittstelle der geometrischen Analyse betrifft die Definition der Rotorgeometrie durch den Benutzer. Bedingt durch die Tatsache, dass eine Vielzahl an Möglichkeiten zur Beschreibung einer Rotorgeometrie und keine einheitlichen Standards existieren, ist es notwendig, die Aufbereitung der Schraubenmaschinengeometrie zu modularisieren und strikt zwischen den Definitionsmöglichkeiten und den Dateiformaten sowie der tatsächlichen geometrischen Modellierung zu trennen (**Abbildung 3.5**).



**Abbildung 3.5:** Schematische Darstellung der Struktur des Pre-Processors

Eine Implementierung der Methode in der Programmiersprache C++ nach den Paradigmen der objektorientierten Programmierung garantiert dabei eine gute Wartbarkeit und ein hohes Weiterentwicklungspotential insbesondere dadurch, dass Module in KaSim und KaSim-PRE gemeinsam genutzt werden können.

### 3.2.1 Modellierung der Schraubenmaschinengeometrie

Die geometrische Repräsentation der Schraubenmaschinengeometrie stellt das zentrale Element der geometrischen Analyse und Modellierung dar. Sie definiert die Grenzen innerhalb welcher eine Eingabegeometrie zulässig ist und bestimmt damit maßgeblich die Flexibilität des Werkzeuges. Zusätzlich zur Flexibilität ist die Abbildungsgüte der Geometrie der Schraubenmaschine für die Qualität der hieraus abgeleiteten Größen wie z.B. das Arbeitskammervolumen entscheidend. Grundsätzlich sind in KaSim-PRE alle ein- und zweiwelligen Rotationsverdrängermaschinen zulässig, wobei die Rotationsachsen zweiwellige Maschinen grundsätzlich parallel ausgerichtet sein müssen. Ausgenommen hiervon sind minimale Verschiebungen durch thermische oder mechanische Belastungen. Das Rotorprofil kann entlang der Rotationsachse verändert werden. Diese Veränderung kann entweder eine Funktion für die Rotorsteigung oder ein tatsächlich veränderliches Profil, z.B. konische Rotoren sein. Ebenso ist es möglich, dass ein Rotor in Abhängigkeit des Drehwinkels eine geometrische Veränderung durchläuft. Dies ist oftmals für einwellige Maschinen gegeben wie z.B. bei der Drehschieberbauart. Die Geometrie des umschließenden Gehäuses muss konsequenterweise ebenso flexi-

bel definierbar sein, um z.B. für konische Rotoren geeignet zu sein. Es wird zudem angenommen, dass nicht die gesamte Gehäusekonstruktion analysiert werden muss, sondern die Betrachtung der inneren Berandungsflächen für die Generierung eines Kammermodells ausreichend ist. Eine besondere Stellung nehmen die Ein- und Auslassflächen ein. Diese sind als integraler Bestandteil eigentlich Teil der Gehäusegeometrie. In KaSim-PRE werden sie dennoch als eigenständige Bauteile modelliert um eine höhere Flexibilität im Umgang mit Ein- und Auslassflächen zu erreichen. Diese sollen weder in Anzahl noch in ihrem Typ beschränkt sein, sondern sollen in allen beliebigen Kombinationen zulässig sein, wobei sie als einzige Einschränkung entweder als Radial oder Axial klassifizierbar sein müssen. Als nächstes wird nach der Modellierung der Rotationsverdrängermaschine als Ganzes die Modellierung einzelner Bauteile diskutiert.

Prinzipiell kann hierbei zwischen dreidimensionalen und quasi-dreidimensionalen Ansätzen unterschieden werden. Die dreidimensionalen Ansätze fassen alle kontinuierlichen, flächenbasierten Methoden zusammen, wohingegen die quasi-dreidimensionalen Ansätze alle diskreten, kurvenbasierten Ansätze umfassen. Die Vorteile einer Abbildung durch z.B. parametrische Flächen liegen in der Geschlossenheit der Abbildung, welche die Auswertung im Sinne einer Schnitt- oder Kollisionsanalyse in allen Koordinaten- oder Parameterrichtungen erlaubt. Von Nachteil ist die vergleichsweise hohe mathematische und darauf aufbauend numerische Komplexität in der Behandlung in einem Rechnermodell.

Die Modellierung durch diskrete Ebenen, in denen die Kontur des Bauteils durch parametrische Kurven abgebildet wird, hat die geringere mathematische Komplexität in der Handhabung und Verarbeitung als Vorteil. Da jedoch eine quasi-kontinuierliche Betrachtung der Geometrie in jeder beliebigen Stirnschnittebene benötigt wird, muss die Datenstruktur eine Interpolation zwischen zwei diskreten Ebenen ermöglichen. KaSim-PRE nutzt einen Modellierungsansatz mit diskreten Stirnschnittebenen, in welchem die Berandung des Bauteils durch eine Segmentstruktur modelliert wird. Die Implementierung basiert unter anderem auf der Vorarbeit von [9]. Eine Kontur wird durch eine Liste von Segmenten abgebildet. Im Sinne der objektorientierten Implementierung ist ein Segment lediglich die kleinste gemeinsame Schnittstelle, welche erforderlich ist, um die konkreten Segmenttypen wie z.B. Liniensegmente, Kreisbögen, Beziersegmente oder B-Splines zu modellieren. Diese Struktur ermöglicht verschiedene Möglichkeiten der Interpolation. Im einfachsten Fall kann, wenn beide Stirnschnitte gleichermaßen modelliert sind und logisch übereinstimmende Segmente haben, die

Interpolation auf eine Interpolation zwischen zwei passenden Segmenten heruntergebrochen werden. Alternativ können zur Interpolation z.B. Verfahren zur Oberflächenrekonstruktion eingesetzt werden [97] [98].

Um die Modellierung einer Schraubenmaschinengeometrie für KaSim-PRE weitestgehend zu vereinfachen, werden zwei Maßnahmen umgesetzt, welche sich gegenseitig positiv ergänzen. Die erste und zunächst wichtigste Maßnahme betrifft die Implementierung von Schnittstellen zu typischen CAD-Systemen bzw. deren Dateiformaten. Auf diese Weise ist sichergestellt, dass mit Hilfe von KaSim-PRE Kammermodelle für bereits konstruierte Maschinen erzeugt werden können. Details hierzu werden im Kontext der Schnittstellen zu Systemen der rechnergestützten Entwicklung beleuchtet. Die zweite Maßnahme betrifft insbesondere die Simulation von Maschinengeometrie in einer frühen Phase der Entwicklung. In einer solchen Phase liegt oftmals noch kein CAD-Modell vor. In diesem Fall kann KaSim-PRE eine wesentliche Hilfestellung leisten. Hierzu existieren neben den CAD-Schnittstellen ebenfalls Schnittstellen für eine parameterbasierte Modellierung der Rotorgeometrien. KaSim-PRE kann dann auf Wunsch eine vereinfachte Gehäusegeometrie automatisch erzeugen. Die oftmals sehr aufwändige Konstruktion der Ein- und Auslassflächen kann KaSim-PRE auf Wunsch des Benutzers ebenfalls übernehmen. Basierend auf den während der Modellgenerierung ermittelten Arbeitskammervolumina und einem vorgegebenen inneren Volumenverhältnis werden die idealisierten Ein- und Auslassflächen ermittelt und für die weitere Modellgenerierung berücksichtigt. Im weiteren Verlauf der Entwicklung und Konstruktion der Schraubenmaschine stehen diese automatisch erzeugten Ein- und Auslassflächen durch eine CAD-kompatible Schnittstelle dem Konstrukteur als Ausgangspunkt für das CAD-Modell zur Verfügung. Auf diesem Weg kann KaSim-PRE zur Vereinfachung des Entwicklungsprozesses im Allgemeinen und dem Konstruktionsprozess im Speziellen beitragen.

### **3.2.2 Arbeitskammerzentrisches Modell**

Das grundlegende Geometriemodell hat seinen Fokus auf der Modellierung der Schraubenmaschine anhand von Bauteilen wie z.B. Rotoren und Gehäuse. Es handelt sich somit um ein bauteilzentrisches Modell. Der elementare Arbeitsschritt der geometrischen Analyse, in Abbildung 3.5 als Modellgenerierung bezeichnet, liegt in der Erzeugung eines dreidimensionalen, arbeitskammerorientierten Modells aus der vorgegebenen, bauteilorientierten Geometrie. Die Besonderheit dieses arbeitskammerzentrischen Modells liegt in der Verwendung derselben Geometrie. Dies wird durch die zusätzlich erstellte Abstraktionsebene gesteuert. Haupt-

aufgabe der Abstraktionsebene ist der Aufbau eines Index, welcher es ermöglicht, Abschnitte der jeweiligen Bauteilgeometrie einer Kapazität oder Verbindung des Kammermodells zuzuordnen. Basierend auf dieser abstrahierten Repräsentation können nun verschiedene kammermodellspezifische Elemente identifiziert und hinsichtlich charakteristischer geometrischer Größen ausgewertet werden. Die Funktionsweise dieser Abstraktion und der Aufbau der verwendeten Indizierung werden im weiteren Verlauf der Arbeit noch detailliert diskutiert.

Eine besondere Herausforderung sowohl aus Sicht des Nutzers als auch für die Implementierung stellt die einfache Handhabung dar. Im Hinblick auf die Verwendung dieser Methode im Kontext der thermodynamischen Simulation von Schraubenmaschinen auf Basis eines Kammermodells gilt es, die Flexibilität in der Modellierung mit KaSim zu berücksichtigen. KaSim offeriert eine hohe Flexibilität sowohl hinsichtlich des physikalischen Effektes der modelliert werden soll als auch in der Art der Modellierung oder der Wahl des konkreten mathematischen Ersatzmodells. Beispielhaft wird die diabate Modellierung von Schraubenmaschinen angeführt. Es kann entweder vollständig auf Wärmeübergänge verzichtet werden, so dass das Modell sich thermodynamisch automatisch adiabat verhält. Es können jedoch auch Wärmeübergänge zu den Arbeitskammern und den Spaltverbindungen definiert werden. Hierbei steht es dann dem Nutzer frei, für jede Verbindung das Wärmeübergangsmodell zu wählen [5]. Dies bedeutet im Umkehrschluss, dass es keine Standards für den physikalischen Umfang eines Kammermodells gibt und auch die Wahl des konkreten Modells für einen physikalisch-technischen Wirkmechanismus immer vom Nutzer bzw. dem Anwendungsbereich der zu simulierenden Rotationsverdrängermaschine abhängt.

Diese Anforderung wird mit Hilfe einer modulbasierte Konfiguration umgesetzt, welche das dreidimensionale Kammermodell nach Definition des Benutzers zusammenstellt und somit das entstehende Simulationmodell beschreibt. Im Sinne eines Konfigurators ist die Freiheit des Benutzers natürlich durch die vordefinierten Module begrenzt. Die Module stellen in der Regel einen physikalischen oder geometrischen Teilaspekt des Kammermodells dar. Der Funktionsumfang der Module ist, wenn möglich, stark begrenzt und dient einem bestimmten Zweck wie z.B. der Identifizierung von Spaltverbindungen, der Identifizierung der Wärmeübergangsflächen oder der Identifizierung der mechanischen Kapazitäten. Eine Auflistung der wichtigsten Module in KaSim-PRE findet sich in **Tabelle 3.1**. Hierbei steht nicht die Unterscheidung zwischen der Erzeugung von Kapazitäten und Verbindungen im Vordergrund, sondern die Entkopplung von Modulen und die dementsprechende Wiederverwendbarkeit und

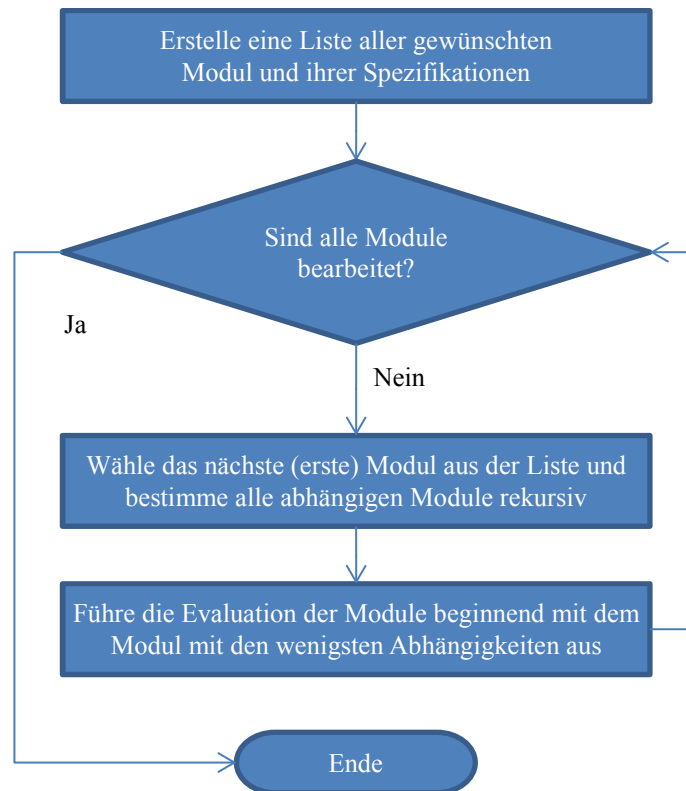


Kombinierbarkeit. Der funktionale Inhalt ausgewählter Module wird im weiteren Verlauf der Arbeit thematisiert und im Hinblick auf verschiedene physikalische Modelle konkretisiert.

**Tabelle 3.1:** Auszug aus den verfügbaren Modulen zur dynamischen Konfiguration eines Kammermodells

<b>Modul</b>	<b>Gruppe</b>
Arbeitskammern	Basis
Spaltverbindungen	Basis
Kammerverbindungen zwischen Haupt- und Nebenrotor	Basis
Gehäuseöffnungsflächen	Basis
Einfacher Wärmeübergang	Wärmeübergang
Scheibenbasierter Wärmeübergang	Wärmeübergang
Netzbasierter Wärmeübergang	Wärmeübergang
Einlasskühlung	Wärmeübergang
Grenzfläche des Adsorbens	Rückströmung
Druckbelastete Oberflächen	Mechanik
Auslegung der Ein- und Auslassflächen	Konstruktion

Durch die große Vielfalt an möglichen Modulen ergeben sich natürlich Abhängigkeiten zwischen verschiedenen Modulen, welche sich prinzipiell in die zwei Kategorien Erforderlich und Optional unterteilen lassen. Abhängigkeiten der Module untereinander ergeben sich z.B. dadurch, dass zunächst die Arbeitskammern identifiziert sein müssen, bevor die Spaltverbindungen bestimmt werden können. Dieser Prozess ist durch KaSim-PRE automatisiert, so dass der Benutzer lediglich die gewünschten Module konfigurieren muss. Die Reihenfolge der Evaluation der Module wird zur Programmlaufzeit ermittelt (**Abbildung 3.6**). Hierbei erleichtert ein rekursiver Vorgang während der Auflösung die Definition der Spezifikationen, da ein Modul lediglich seine direkten Abhängigkeiten definieren muss. Die vollständige Kette der Abhängigkeiten kann immer automatisch bestimmt werden und in der richtigen Reihenfolge sortiert werden. Hierzu setzt der Algorithmus das Prinzip der Topologischen Sortierung um. Da im Rahmen dieser Abhängigkeitsauflösung Module mehrfach ausgewählt werden, wird durch den Algorithmus automatisch eine erneute Ausführung der Berechnung unterbunden, so dass garantiert ist, dass jedes Modul nur einmal evaluiert wird.



**Abbildung 3.6: Ablaufschema der Auflösung von Abhängigkeiten zwischen Modulen**

Die Deklaration von Abhängigkeiten als Optional ermöglicht eine größere Freiheit in der Modulzusammenstellung. Ein optionales Modul löst seine Abhängigkeit in der richtigen Reihenfolge auf, wenn es vom Benutzer konfiguriert wurde, oder wird im anderen Falle als nicht verfügbar ignoriert. Ein typisches Beispiel für eine optionale Abhängigkeit stellt das Spaltverbindungsmodul dar. Ein Modul zur Modellierung des Wärmeübergangs definiert eine optionale Abhängigkeit zu dem Spaltverbindungsmodul, so dass es möglich ist, ein Kammermodell auch für eine ideal dichte Maschine mit Wärmeübergängen zwischen Bauteilen und Arbeitskammer zu erstellen ohne Spaltverbindungen bzw. Wärmeübergänge in Spalten gezwungenermaßen verwenden zu müssen.

Die Modularisierung der Modellierung von physikalischen Effekten und Wirkmechanismen ermöglicht als weiteren primären Vorteil, neben der Flexibilität in der Modellzusammenstellung, die Konkretisierung von physikalischen Modellen. Die Wahl des physikalischen Modells kann in der Konfiguration eines Moduls gekapselt und dort gesondert behandelt werden. Im Gegensatz zu einer globalen Konfiguration müssen somit nicht zwangsläufig alle Spaltverbindungen vom gleichen Typ sein oder alle konvektiven Wärmeübergänge das gleiche Modell verwenden.

### 3.2.3 Interaktion mit Systemen der rechnergestützten Entwicklung

Das Themenfeld der rechnergestützten Entwicklung im Maschinenbau umfasst eine Vielzahl an Teildisziplinen. Systeme mit hoher Relevanz für die Entwicklung von Rotationsverdrängermaschinen sind z.B. CAD, FEM und CFD sowie FSI. Die Anwendung der numerischen Strömungssimulation spielt in dieser Arbeit keine Rolle und ist auch im Allgemeinen insbesondere für die Anwendung bei Schraubenmaschinen nicht so weit verbreitet wie es z.B. thermodynamische Simulationsverfahren sind.

Höchste Priorität hingegen hat die Interaktion mit CAD-Systemen. Diese spielen sowohl bei der Bereitstellung von Geometriedaten als auch in der Weiterverarbeitung durch KaSim-PRE erzeugter Daten eine wichtige Rolle. KaSim-PRE implementiert hierzu mittels dynamischer Aggregation ein bidirektionales Interface. Die Bidirektionalität ist erforderlich, um Dateiformate nicht nur lesen, sondern auch für eine Ausgabe selbst erzeugen zu können. Die dynamische Aggregation verschiedener Dateischnittstellen zur Definition einer Schraubenmaschinengeometrie erhöht die Flexibilität. Auf diesem Weg ist es z.B. möglich, die Rotorgeometrie mittels Kennzahlen zu definieren, die Ein- und Auslassflächen aber aus einer dxf-Datei einzulesen.

**Tabelle 3.2:** Übersicht der verfügbaren Dateischnittstellen für die Geometrieverarbeitung

<b>Schnittstelle</b>
Drawing Interchange Format (DXF) <sup>10</sup>
Initial Graphics Exchange Specification (IGES)
Delimiter-separated values
Stereo Lithography (STL)
ParaView Polygonal Data
ScrewView <sup>11</sup>

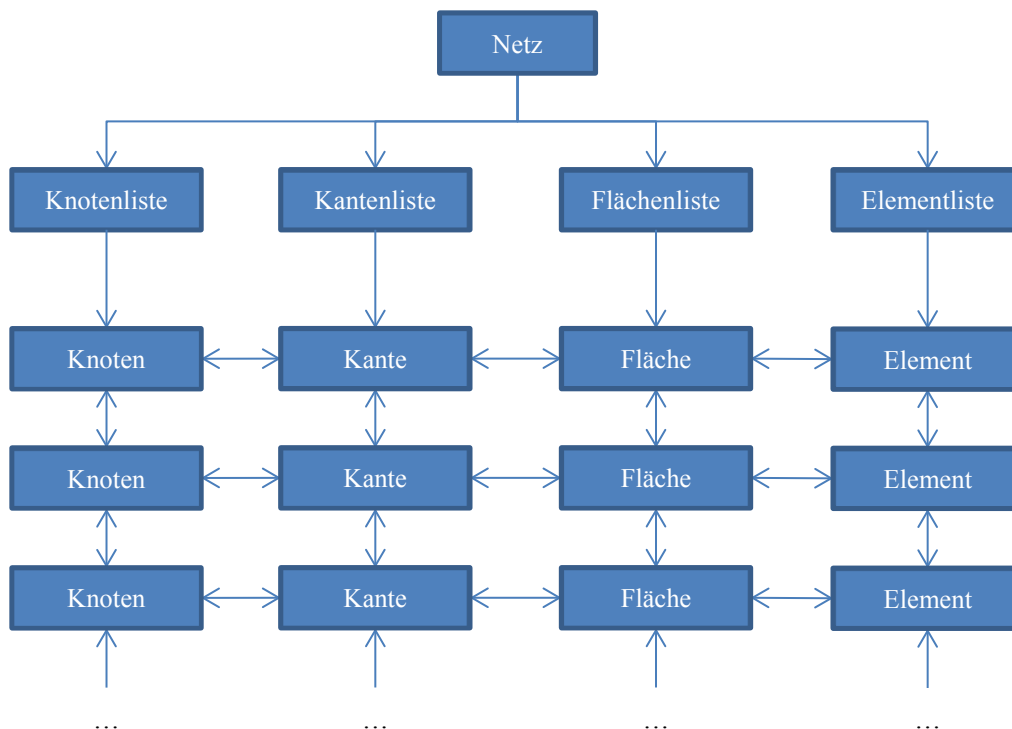
Die meisten Dateiformate beschreiben bereits dreidimensionale geometrische Entitäten, die dann direkt in die entsprechende Bauteilgeometrie überführt werden können. Einige Formate beschreiben jedoch nur eine zweidimensionale Geometrie und definieren die räumliche Kom-

<sup>10</sup> Das Drawing Interchange File Format ist ein von der Firma Autodesk spezifiziertes Dateiformat.

<sup>11</sup> Das ScrewView Dateiformat beschreibt den Rotorstirnschnitt mittels einer Segmentliste.

ponente durch eine vorgegebene Extrusion oder Bahnkurve. Darüber hinaus stellt KaSim-PRE ein weiteres Konzept zu Verfügung, welches die Erzeugung von Rotorstirnschnittprofilen basierend auf einer Konfiguration ermöglicht. Dieses Verfahren könnte entweder für konkrete Rotorprofile wie z.B. das SRM- oder Quimby-Profil oder aber für alternative Verfahren zur Darstellung des Rotorstirnschnittes wie die Profilsteigungsfunktion [31] implementiert werden. Durch die Abstraktion und Kapselung der Geometrieschnittstellen kann KaSim-PRE auf diesem Wege sehr einfach erweitert und so nahtlos in den Konstruktionsprozess integriert werden.

KaSim-PRE dient zwar in erster Linie als Werkzeug für die Erstellung von Modellen für KaSim, dennoch sind im Hinblick auf die Interaktion mit Systemen zur strukturmechanischen Berechnung von Rotationsverdrängermaschinen noch weitere Schnittstellen erforderlich. Insbesondere die Betrachtung des thermischen Haushalts sowie der resultierenden Bauteilverformung ist exemplarisch für verschiedene Anwendungsfälle untersucht worden [5] [99]. Die Kommunikation zwischen der Simulationsumgebung KaSim und einem System zur strukturmechanischen Berechnung wird, analog zu der Kommunikation mit CAD-Programmen, durch eine Dateischnittstelle abstrahiert. Somit kann die Unterstützung und Zusammenarbeit mit FEM-Programmen durch eine Erweiterung der Dateischnittstellen erreicht werden, ohne dass eine Anpassung der Funktionalität in KaSim-PRE erforderlich ist. Darüber hinaus ist KaSim nicht an ein bestimmtes FEM-Programm gebunden. Aus diesem Grund benötigt KaSim-PRE ein Modell für die Abbildung von unstrukturierten Netzen, welche in der Regel die Grundlage der strukturmechanischen Berechnung darstellen. Eine mögliche Systematik der Abbildung unstrukturierter Netze nach [100] ist in **Abbildung 3.7** dargestellt.



**Abbildung 3.7: Systematik der Modellierung unstrukturierter Netze nach [100]**

Ein Netz besteht demnach immer aus den Entitäten Knoten, Kanten, Flächen und Elementen, welche in Form einer indizierten Liste referenziert werden können. Um Operationen auf der Netzstruktur möglichst effizient ausführen zu können, werden zudem Beziehungen unter den einzelnen Entitäten definiert. Ein Knoten kennt die Kante deren Start- oder Endpunkt er darstellt, eine Kante kennt die Fläche, die sie zusammen mit anderen Kanten bildet und eine Fläche kennt das Element, das es zusammen mit anderen Flächen bildet. Über diese Abhängigkeiten ist es dann z.B. sehr einfach möglich, zu einem Knoten nahegelegene Knoten zu finden oder aber Flächen zu identifizieren, welche an der Oberfläche des Netzes liegen, da diese nur zu einem Element gehören. Auf diesem Weg können die von einem FEM-Programm erzeugten Volumennetze für eine einfachere Handhabung in KaSim-PRE in Oberflächennetze reduziert werden. Eine Übersicht der verfügbaren Schnittstellen ist in **Tabelle 3.3** gegeben. Obwohl die Interaktion mit Systemen der dreidimensionalen Strömungssimulation nicht im Fokus der Entwicklung von KaSim-PRE steht, bietet sich in diesem Zusammenhang dennoch eine mögliche Anwendung des dreidimensionalen Kammermodells zur Auswertung von Ergebnissen der numerischen Strömungssimulation an. Mit Hilfe einer Zuordnung einzelner Netzknotten und Elemente zu Arbeitskammern oder Spaltverbindungen im dreidimensionalen Kammermodell können die komplexen, dreidimensionalen Ergebnisse in eine einfache, skalare und drehwinkelabhängige Form gebracht werden. Auf diesem Weg könnte z.B. ein middle-

rer Druckverlauf in den Arbeitskammern oder die mittlere Strömungsgeschwindigkeit in Spalten ermittelt werden.

**Tabelle 3.3:** Übersicht der verfügbaren Dateischnittstellen für unstrukturierte Netze

<b>Schnittstelle</b>
Ansys Classic
GMesh <sup>12</sup>
NetGen <sup>13</sup>
Stereo Lithography (STL)
ParaView Polygonal Data
Universal Dataset
ParaView Unstructured Grid

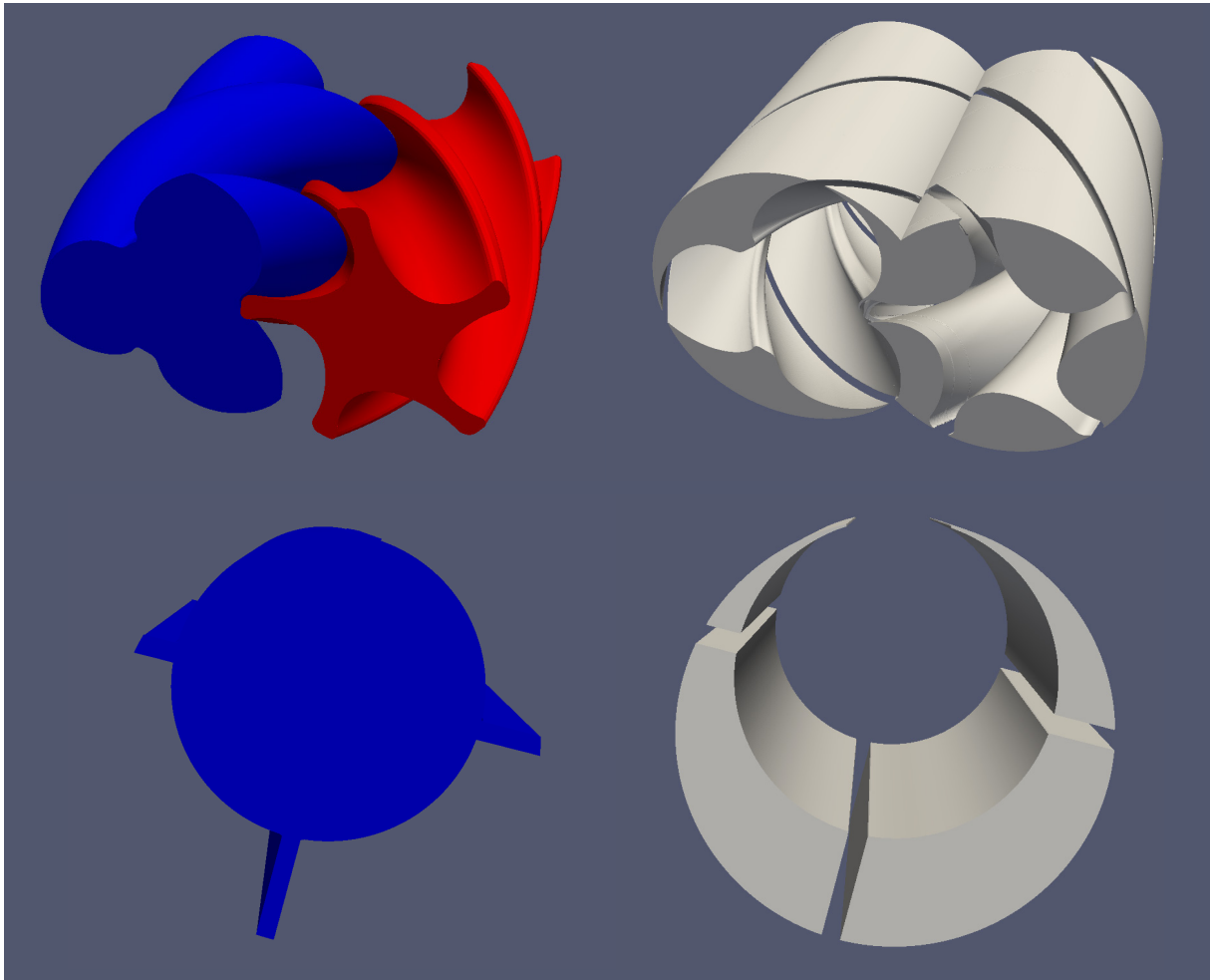
Die Visualisierung von Geometrien, Netzen und Ergebnissen spielt im Umfeld der rechnergestützten Entwicklung eine zentrale Rolle. Insbesondere die logische und geometrische Komplexität eines dreidimensionalen Kammermodells erfordert technische Lösungen zur Visualisierung, die über eine Analyse der abgeleiteten skalaren Größen hinausgehen. Hierzu werden zwei unterschiedliche Ansätze im Rahmen dieser Arbeit verfolgt.

Der erste Ansatz ist eine Visualisierung mittels einer eigener OpenGL-basierten Darstellung. Diese ist primär für eine direkte Visualisierung während der Kammermodellerstellung geeignet, da sie als Geometriemodell ebenfalls das dreidimensionale Kammermodell verwendet und somit sehr schnell und effizient auf die großen Datenmengen zugreifen kann. Der zweite Ansatz nutzt die durch KaSim-PRE als Schritt der Kammermodellerstellung persistierten Daten in Form von Oberflächennetzen. Eine Visualisierung solcher Daten kann mit der Software ParaView<sup>14</sup> erfolgen. Für jede Kapazität und Verbindung wird eine Serie von Dateien für jede betrachtete Rotorstellung erzeugt und in ParaView als Zeitserie dargestellt und animiert. Gleichmaßen können natürlich auch die Bauteilgeometrien dargestellt werden. Die weiteren Vorteile der Visualisierung mit ParaView werden im Rahmen von KaSim-POST diskutiert. Eine beispielhafte Visualisierung ist in **Abbildung 3.8** dargestellt.

<sup>12</sup> [www.gmsh.info](http://www.gmsh.info), besucht am 03.05.2016 um 07:55 Uhr

<sup>13</sup> <http://www.hpfem.jku.at/netgen>, besucht am 03.05.2016 um 07:58 Uhr

<sup>14</sup> [www.paraview.org](http://www.paraview.org), besucht am 24.03.2015 um 22:27 Uhr



**Abbildung 3.8:** Exemplarisches Rotorgeometrie und zugehörige Arbeitskammern für eine zweiwellige Schraubenmaschine und eine einwellige Drehschieberpumpe

Die Abbildung verdeutlicht die Fähigkeit von KaSim-PRE zu einer vorgegebenen ein- oder zweiwelligen Rotorgeometrie ein Negativ des Schöpfraumes zu erstellen und dies in einzelne Arbeitskammern zu unterteilen.

### **3.3 Post-Processing (KaSim-POST)**

Eine typische Arbeitsumgebung in der Simulation umfasst zusätzlich zum Pre-Processing und dem Solver immer eine Komponente für die Auswertung der Ergebnisse, also für das Post-Processing. Ein Werkzeug für die Auswertung von Simulationsergebnissen ist insbesondere dann wertvoll, wenn die Simulation einen starken Fokus hat und typische Auswertungen immer wiederkehren. Dabei ist das Post-Processing nicht nur auf die Ausgabedaten der Simulation beschränkt, sondern kann ebenfalls Daten des Pre-Processings aufbereiten. Hierbei beschränkt sich KaSim-POST prinzipiell auf Daten, welche in einem Liniendiagramm darstell-

bar sind. Diese Anforderungen sind durch eine Kapselung der verschiedenen Domänen der Auswertung realisiert. Es existieren einerseits Module zur Anzeige und Formatierung von Graphen in einem Liniendiagramm und andererseits Module zur Erzeugung der Punkte, die die Basis für die Graphen bilden. Die konkreten Module zur Datenerzeugung werden zur Laufzeit dynamisch anhand der gewählten Datenquelle bestimmt. Je nach Komplexität der Datenquelle wird ein Konfigurationsdialog zur Verfügung gestellt. Alle in KaSim-POST verfügbaren Datenquellen sind in **Tabelle 3.4** aufgeführt.

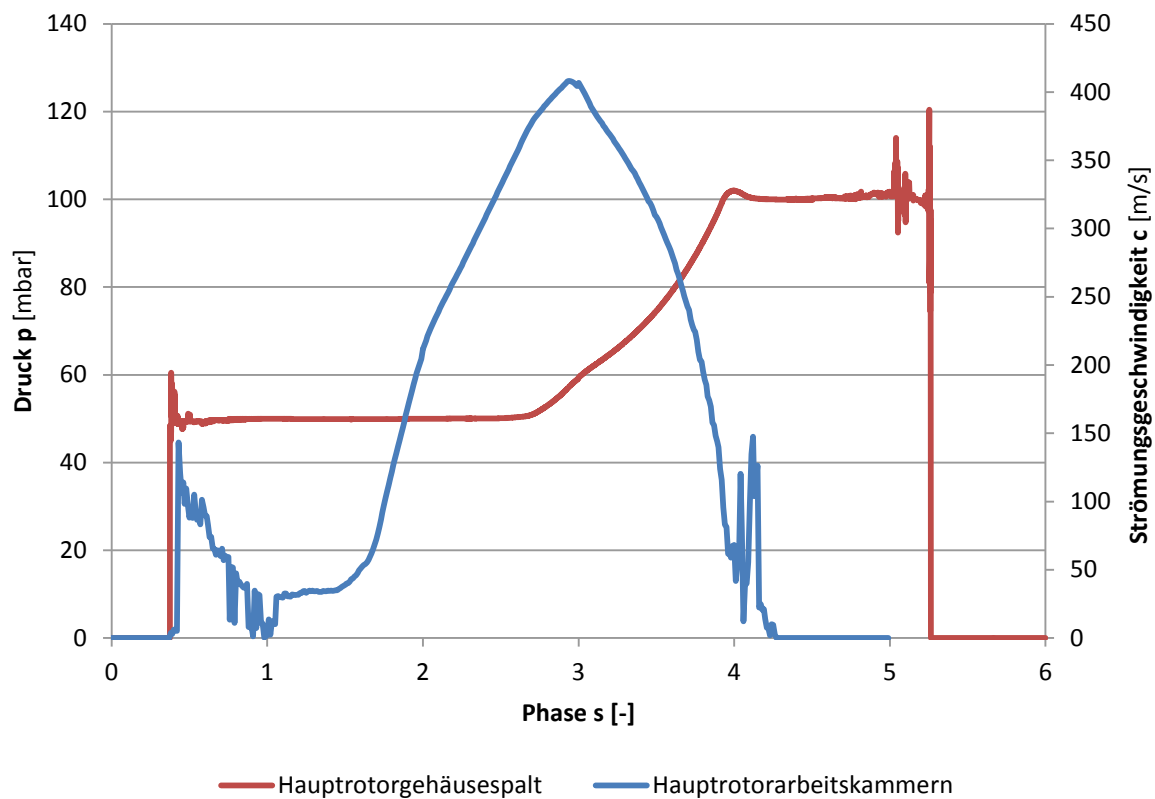
**Tabelle 3.4:** Übersicht der verfügbaren Dateischnittstellen für KaSim-POST

<b>Schnittstelle</b>	<b>Quelle</b>
Kennfeld	Solver
StateCurves	Solver
DataStore	Solver
HeatTransfer	Solver
Spaltdaten	Pre-Processor
Arbeitskammern im Stirnschnitt	Pre-Processor
Kammermodelle	Pre-Processor
Hertzsche Pressung	Pre-Processor und Solver

Im Fokus stehen zunächst Schnittstellen, die unmittelbar die Ergebnisse der thermodynamischen Simulation betreffen. Insbesondere die Auswertung der Kennfeldberechnung kann durch die Verwendung von KaSim-POST einfacher und zuverlässiger gestaltet werden. In Analogie zu den strukturellen Änderungen in KaSim selbst reagiert KaSim-POST auf die Art der Kennfelddatei und stellt verschiedene Plotkonfigurationen zur Verfügung. Für die Analyse der maximalen Kompression einer Vakuumpumpe können durch KaSim-POST direkt die typischen K0-Kurvenschaaren erzeugt werden, wobei dem Nutzer freisteht, ob der Auslassdruck oder die Drehzahl als unabhängiger Wert für die graphische Darstellung gewählt werden soll.

Die Auswertung der intensiven Zustandsgrößen der Arbeitskammer, wie sie durch [49] vorgestellt wird, ist mit KaSim-POST ebenfalls möglich und ist zudem auf die Zustandsverläufe beliebiger Größen (Druck, Temperatur, Bedeckungsgrad) sowie der geometrischen Daten der Kammermodelldatei erweitert worden. Auf diesem Weg kann z.B. die Strömungsgeschwindigkeit in einem Spalt nicht nur für alle Spalte gleichzeitig betrachtet werden, sondern durch Anwendung einer Nachfolgerlogik über mehrere normierte Phasen kombiniert werden (**Abbildung 3.9**).



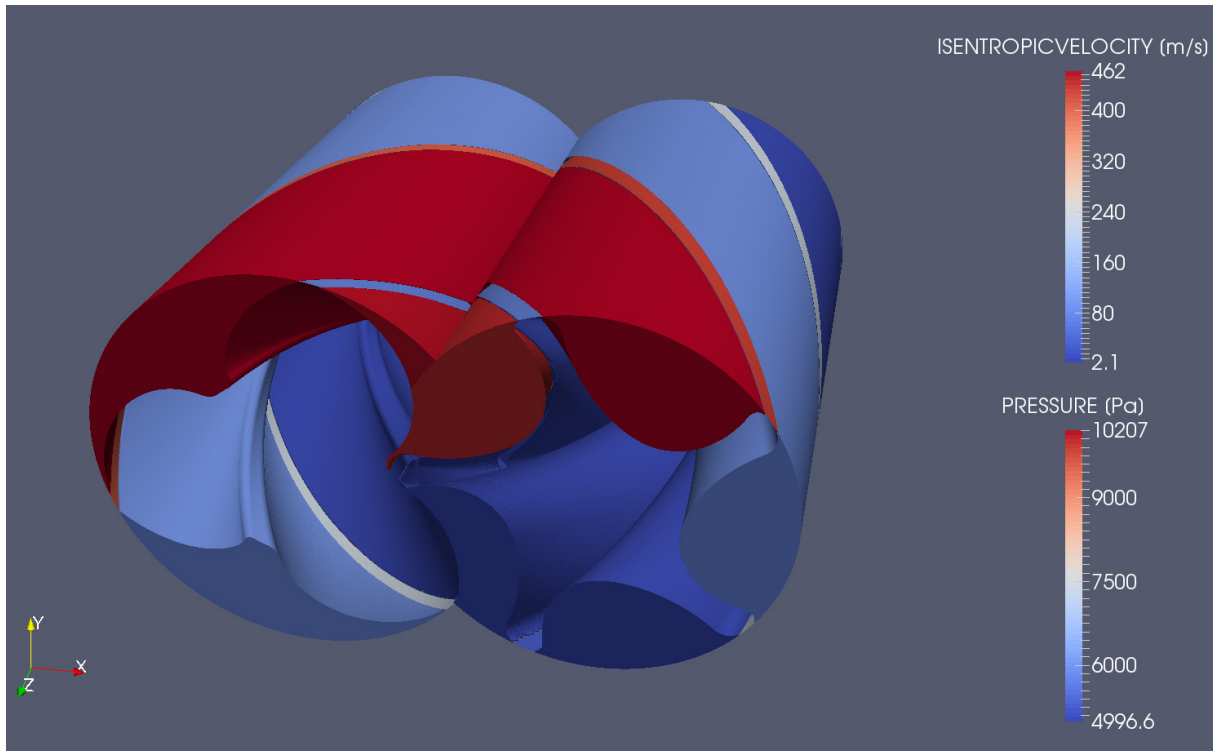


**Abbildung 3.9:** Exemplarische Gegenüberstellung der KaSim-Ergebnisse Arbeitskammerdruck  $p$  und Spaltströmungsgeschwindigkeit  $c$  für die Hauptrotorarbeitskammern

Zusätzlich zu der Modularisierung der Datenquellen stellt KaSim-POST noch weitere, übergeordnete Funktionalitäten zu Verfügung. Diese umfassen die Verarbeitung der dargestellten Diagramme in Form von einfachen Analysen wie z.B. die Erzeugung einer Kurve mit Maximalwerten aus einer Kurvenschaar und den Export des präsentierten Diagramms in verschiedene Formate. Die Exportfunktion unterscheidet bild- und textbasierte Dateiformate sowie die unidirektionale Kommunikation mit Tabellenkalkulationsprogramm. Im Rahmen dieser Arbeit ist eine Schnittstelle zu Microsoft Excel® umgesetzt worden.

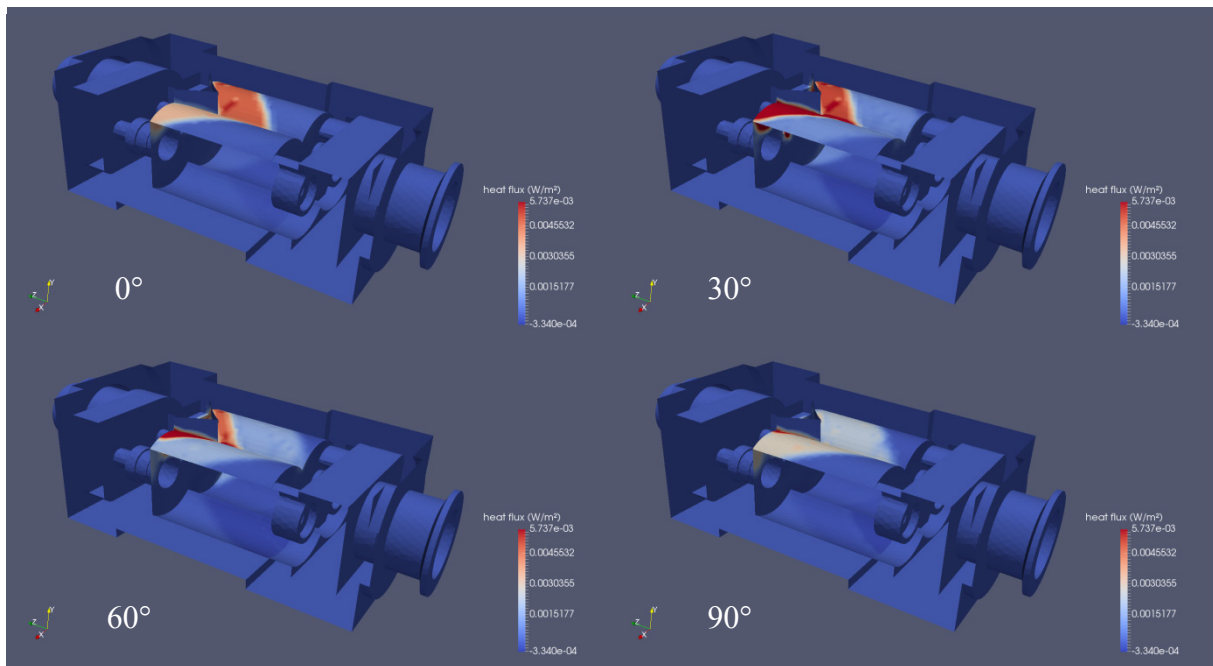
KaSim-POST ist jedoch nicht auf Verarbeitung von rein zweidimensionalen Daten beschränkt. KaSim-POST ermöglicht die Darstellung von phasenabhängigen Werten, wie z.B. Arbeitskammerdrücke oder Spaltströmungsgeschwindigkeiten oder Arbeitskammervolumen, auf den zugehörigen Oberflächennetzen der Kapazität oder Verbindung. Die benötigten geometrischen Daten werden für diesen Anwendungsfall von KaSim-PRE zur Verfügung gestellt. Obwohl durch diese Projektion der skalaren Ergebnisse einer nulldimensionalen Simulation auf ein dreidimensionales Netz a priori keine zusätzliche Information über räumliche Gradienten

ten generiert werden können, steigert diese Form der Visualisierung gegenüber einem einfachen Diagramm das Verständnis, da sie die gleichzeitige Betrachtung der ansonsten stark abstrahierten Geometrie und Berechnungsergebnissen ermöglicht (**Abbildung 3.10**). In dem hier gezeigten Beispiel handelt es sich um die gleichen Daten wie in **Abbildung 3.9**.



**Abbildung 3.10:** Exemplarische Projektion der KaSim-Ergebnisse Arbeitskammerdruck und Spaltströmungsgeschwindigkeit für einen Arbeitspunkt auf das dreidimensionale Kammermodell

Ein weiterer Anwendungsfall ergibt sich bei der Analyse von diabaten Kammermodellen bei denen das Gehäusenetz bzw. dessen Oberflächenelemente als Wärmekapazität in KaSim modelliert sind. Für eine solche Simulation wird ein Oberflächenelement als unveränderliche Wärmekapazität modelliert und der Wärmestrom integral über die gesamte normierte Phase bestimmt [5] [49]. Diese Vereinfachung ist aus physikalischer Sicht im Hinblick auf die im Regelfall extrem kurzen Zeiten eines Arbeitsspiels und der thermischen Trägheit der beteiligten Bauteile zulässig, dennoch kann es zum Verständnis des Zusammenspiels der physikalischen Modelle in einem Kammermodell hilfreich sein, die Wärmeströme in einer zeitlichen bzw. drehwinkelabhängigen Funktion zu sehen. Da eine Darstellung in Diagrammform aufgrund der normalerweise hohen Anzahl an Oberflächenelement nicht möglich ist, kann in diesem Fall eine Projektion der einzelnen Wärmeströme pro Rotorstellung auf das zugehörige Oberflächennetz erfolgen. Mit Hilfe von ParaView ist dann z.B. eine Analyse des Zeitverlaufes durch eine Animation möglich.



**Abbildung 3.11:** Exemplarische Projektion der berechneten, zeitabhängigen Wärmestromdichten auf das Oberflächennetz des Gehäuses für die ausgewählten Hauptrotordrehwinkel 0°, 30°, 60° und 90°.

Eine exemplarische Darstellung eines solchen Ergebnisses ist in **Abbildung 3.13** dargestellt. Die Abbildungen sind auf den Drehwinkelbereich zwischen 0 und 90° des Hauptrotors begrenzt, da aufgrund der geometrischen Periodizität das Ergebnis für 120° Hauptrotordrehwinkel wieder dem Ergebnis bei 0° entspricht.

### 3.4 Anwendung und Erweiterung der Simulationsumgebung

Die Simulationsumgebung KaSim wird zunächst als ein geschlossenes Modul betrachtet, welches unter vorgegebenen Randbedingungen den thermodynamischen Prozess der modellierten Verdrängermaschine berechnen kann. Diese kumulierte Funktion setzt sich, wie eingangs dargestellt, aus den Teilfunktionen Pre-Processing, Solver und Post-Processing zusammen. Um einen reibungslosen Arbeitsablauf mit diesen Komponenten zu ermöglichen, kann ihre Ansteuerung durch die KaSim-WORKBENCH übernommen werden. Die KaSim-WORKBENCH hat selbst kaum domänenspezifische Funktionalität, sondern kann lediglich über definierte Schnittstellen mit den drei Komponenten kommunizieren. Auf diesem Weg können, unter Einhaltung der festgelegten Schnittstellen und Dateiformaten, die einzelnen Komponenten sowie die KaSim-WORKBENCH getrennt voneinander weiterentwickelt werden. Der Fokus der KaSim-WORKBENCH liegt darauf, ständig wiederkehrende Aufgaben

wie z.B. die Berechnung von Maschinenkennfeldern zu automatisieren und zu standardisieren. Die Kernkompetenz liegt in der Erzeugung von Arbeitspunkten für KaSim und deren beliebig parallelisierbare Ausführung. Als zusätzliche Funktionalität bietet die KaSim-WORKBENCH noch die Möglichkeit, die jeweils aktuell berechneten Arbeitspunkte hinsichtlich ihres Konvergenzverhaltens zu überwachen und bereits berechnete Punkte des Kennfelds mit Hilfe von KaSim-POST darzustellen. Um die nötige Flexibilität zu schaffen ist die Erzeugung von Arbeitspunkten hinter einer Schnittstelle gekapselt, so dass verschiedene Strategien implementiert werden können. Eine Übersicht der bisher verfügbaren Module ist **Tabelle 3.5** zu entnehmen.

**Tabelle 3.5:** Übersicht der verfügbaren Kennfeldberechnungen in KaSim-WORKBENCH

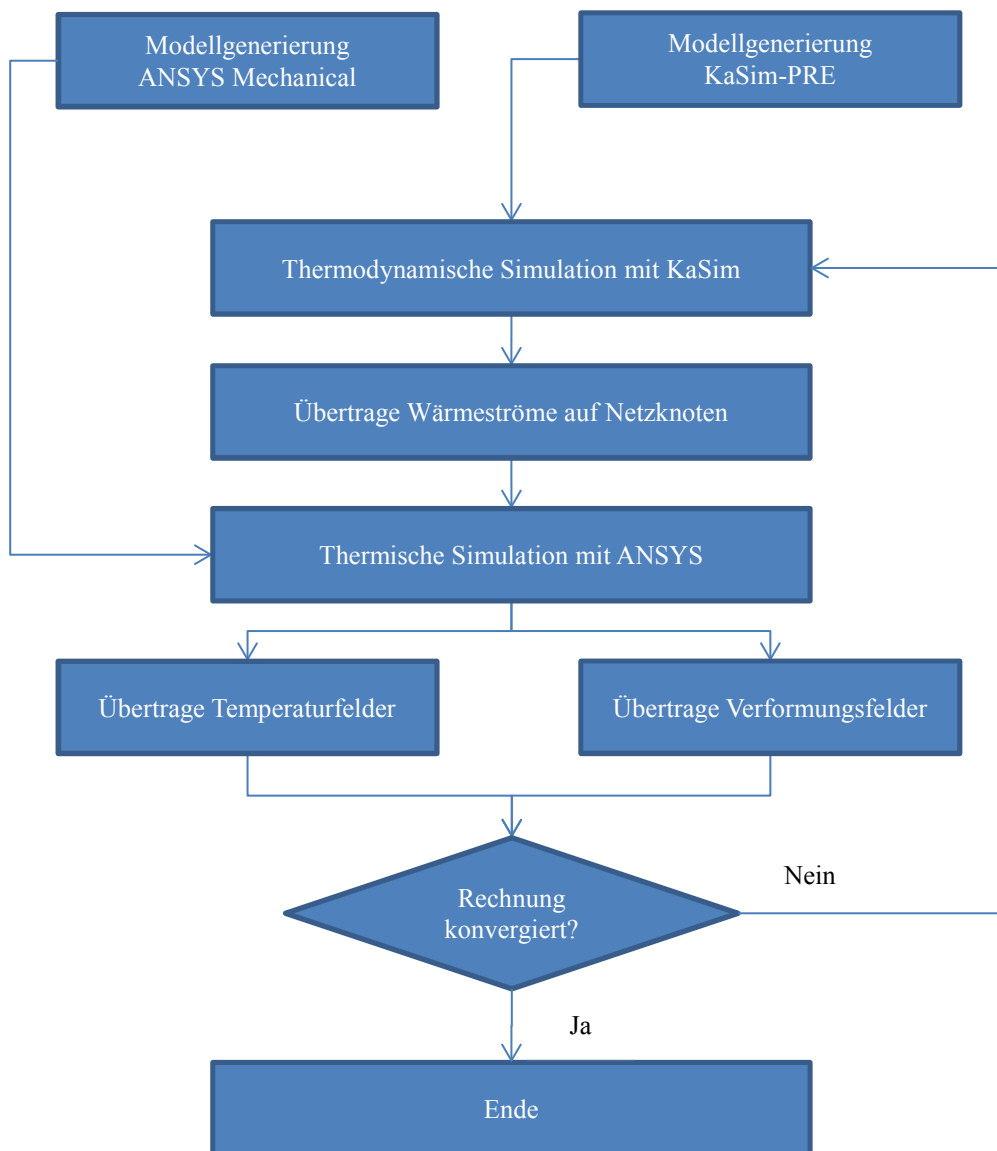
<b>Kennfelder</b>
Saugvermögenskurven
Kurven maximalen Kompressionsverhältnisses
Allgemeine Arbeitspunktlisten
Spaltkennfelder (Flutkurven)
Sorptionsisothermen

Die meisten Module sind auf einen speziellen Anwendungsfall zugeschnitten und sind in der Regel durch einen Parametersatz definiert. Dem gegenüber steht eine einfache Arbeitspunktliste, in welcher direkt die Randbedingungen der Arbeitspunkte in tabellarischer Form aufgelistet werden können. Dieses Modul ermöglicht es auch, die bisher manuell erstellte Stapelverarbeitungsdatei zu importieren oder entsprechend formatierte tabellarische Daten aus der Zwischenablage einzufügen.

Basierend auf dieser grundlegenden thermodynamischen Simulation sind verschiedene Erweiterungen denkbar bzw. bereits umgesetzt. Eine wesentliche Erweiterung stellt die Integration von KaSim in eine FSI-Simulation dar. Die im Regelfall hohe Leistungsdichte einer Rotationsverdrängermaschine kombiniert mit den eng bemessenen funktionalen Spalten zwischen Gehäuse und Verdränger sowie bei mehrwelligen Konstruktionen zwischen den Verdrängern selbst führt oftmals zu einer starken Abhängigkeit der maschinenbeschreibenden Kennzahlen von dem Betriebszustand der Maschine. Aus diesem Grund wird im Folgenden die Integration von KaSim in eine erweiterte Simulationsumgebung vorgestellt, welche in der Lage ist, die Bauteiltemperaturen und -verformungen zu berechnen. Die auf die Bauteile übertragenen

Wärmeströme basieren auf den Ergebnissen der thermodynamischen Berechnung. Eine zentrale Rolle nimmt in dieser Simulationsumgebung die automatisierte geometrische Modellierung ein. Auf Seiten der Strukturmechanik ist ein geeignetes Programmpaket für transiente, thermische Simulationen erforderlich.

Im Gegensatz zu bisherigen Versuchen, eine solche Kopplung zu implementieren [5], werden alle konkreten Bezüge zu strukturmechanischen Berechnungen aus KaSim entfernt. Stattdessen kann mit Hilfe der bestehenden Abstraktion von Kapazitäten und Verbindungen während der Modellgenerierungsphase die Interaktion der Thermodynamik mit der Strukturmechanik definiert werden. Der prinzipielle Ablauf einer gekoppelten Simulation unter Berücksichtigung der hierzu benötigten Werkzeuge ist in **Abbildung 3.12** dargestellt.

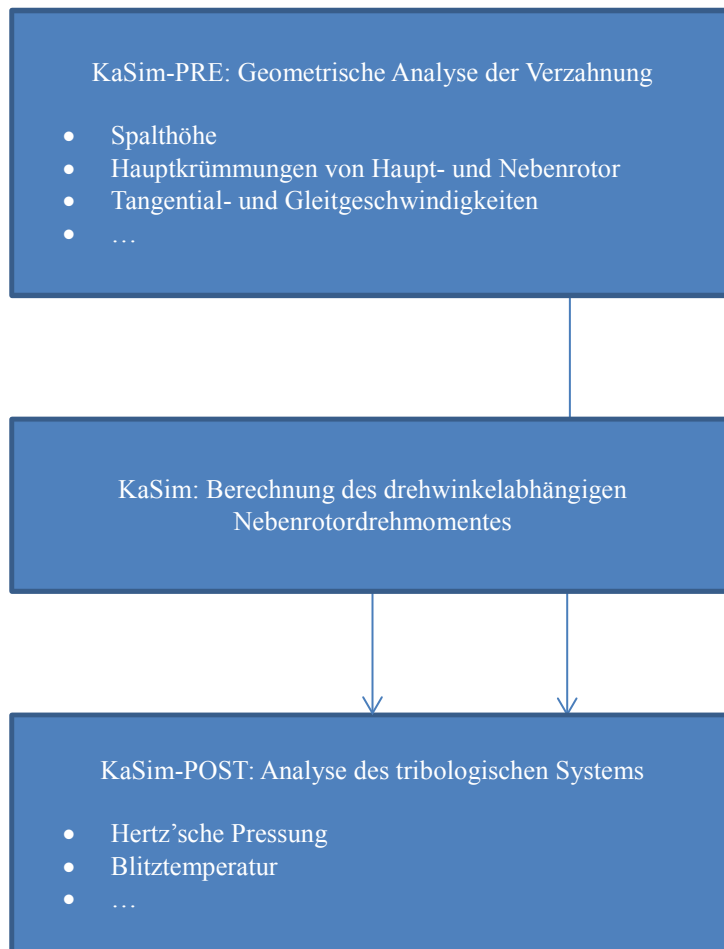


**Abbildung 3.12: Kreislauf der gekoppelten thermodynamischen und thermischen Simulation**

KaSim und das exemplarisch in diesem Fall verwendete ANSYS Mechanical APDL tauschen im Wesentlichen drei Arten von Randbedingungen aus. Als Ergebnis der Thermodynamik stehen berechnete Wärmeströme zur Verfügung, welche geeignet als Randbedingung auf das von ANSYS verwendete Netz übertragen werden müssen. Die Übertragung der Wärmeströme ist in einem Teilprogramm gekapselt. Als Ergebnis der strukturmechanischen Berechnung stehen Temperatur- und Verschiebungsfelder der Bauteile zur Verfügung. Diese werden, getrennt von einander, mit Hilfe zwei weiterer Teilprogramme auf das Kammermodell übertragen. Diese Neuausrichtung des Verfahrens hat verschiedene Vorteile. Zunächst ermöglicht die Kapselung der Erzeugung der Randbedingungen eine einfache Konfiguration, so dass z.B. im Rahmen einer wissenschaftlichen Untersuchung der Effekt der Bauteilverformung bewusst ausgeblendet und getrennt vom Einfluss des Wärmeübergangs untersucht werden kann. Darüber hinaus ist auf diesem Weg die geometrische Modellierung und Abstraktion des Wirkmechanismus Wärmeübergang für das Kammermodell von der konkreten Implementierung in KaSim entkoppelt. KaSim sieht lediglich, je nach Modellierungsansatz, verschiedene Kapazitäten und Verbindung, sollte und muss aber nicht wissen, wie diese in Relation zum dreidimensionalen geometrischen Modell stehen. Dies ist Aufgabe der Modellgenerierung und muss dementsprechend auch in den Hilfswerkzeugen implementiert werden. Weitere Details zu den Modellierungsmöglichkeiten werden im Verlauf der Arbeit detaillierter betrachtet. Die Konvergenz bzw. Abbruchüberprüfung ist analog ebenfalls in einem separaten Werkzeug implementiert. Aktuell sind drei wesentliche Abbruchkriterien umgesetzt: eine zeitliche Konvergenz der Wärmeströme auf ein Bauteil, eine maximale Temperaturgrenze an einer definierten Stelle im dreidimensionalen Modell und eine Kollisionsabfrage für den Profileingriffsspalt. Löst keines dieser Kriterien ein Abbruch der Simulation aus, wird mit den Ergebnissen der thermischen Simulation der nächste Zeitschritt in KaSim berechnet. Eine beispielhafte Anwendung dieses Verfahrens für einen Schraubenexpander ist in [101] und [102] beschrieben.

Ein weiteres Beispiel stellt die mechanische Auslegung der Rotationsverdrängermaschine dar. Ein Teilaspekt der Auslegung ist die Berechnung der im Betrieb zu erwartenden Auflagerkräfte, welche im Rahmen der Entwicklung einer Rotationsverdrängermaschine zur Dimensionierung und Lebensdauerberechnung der Lager genutzt werden können [53]. Voraussetzung für eine einfache Anwendung dieser Methode ist die Modellierung der mechanischen Kapazitäten und Verbindungen durch KaSim-PRE. Für den Anwendungsfall einer unsynchronisiert laufenden Verdrängermaschine, bei der die Rotoren, ggfs. trockenlaufend, direkt aufeinander

abwälzen, ist zudem die Berechnung des in der Verzahnung auftretenden Lastzustandes für die Auslegung und Verschleißbetrachtung von besonderem Interesse. Hier steht die Berechnung der Hertz'schen Pressung und der Gleitgeschwindigkeiten im Fokus, welche aufgrund der komplexen Geometrie entsprechende Werkzeuge erfordert. Diese Erweiterung zeigt zudem das Potential der neuen Simulationsumgebung durch ihre modularisierte Struktur. Die übergeordnete Aufgabe der Berechnung der Hertz'schen Pressung in der Verzahnung wird auf die drei Komponenten der Simulationsumgebung aufgeteilt.



**Abbildung 3.13: Integration der Bauteilbelastung des Rotorpaares in die Simulationsumgebung nach [103]**

Die Aufteilung ist in **Abbildung 3.13** visualisiert. Die eigentliche Berechnung der Bauteilbelastung benötigt als Eingabe zwei wesentliche Elemente. Dies sind geometrische Kennzahlen, die die Formgebung der Rotoroberflächen und die Profileingriffslinie beschreiben und die aus den thermodynamischen Zuständen resultierenden mechanischen Lasten. Unter Berücksichtigung von werkstoffabhängigen Größen kann dann für verschiedene Modellvorstellungen die

Belastung der Verzahnung quantifiziert werden. Diese Aufgabe ist ein typischer Anwendungsfall für eine Post-Processing, so dass diese Funktionalität in KaSim-POST implementiert wird. Dabei kann eine Vielzahl an Implementierungsdetails direkt wiederverwendet werden und die Berechnungsergebnisse können direkt im Kontext weiterer Ergebnisse visualisiert werden. Ein weiterer Vorteil liegt in der Flexibilität. Da das tribologische System vollständig beschrieben ist, kann die Auswertung erweitert und verfeinert werden, ohne dass eine aufwändige Neuberechnung des Kammermodells mit KaSim erforderlich ist. KaSim dient also lediglich als Lieferant für die mechanische Belastung in Form des auf den oder von dem Nebenrotor übertragenen Moments, was durch die bereits implementierten Funktionalitäten einfach möglich ist. Die benötigten geometrischen Daten werden durch KaSim-PRE erzeugt und direkt für KaSim-POST zu Verfügung gestellt, da die Verarbeitung und Aufbereitung der Maschinengeometrie zu den Kernkompetenzen von KaSim-PRE gehört. Details zu dem Modul der Rotorkrümmungsberechnung werden im Weiteren Verlauf der Arbeit thematisiert.



## 4. Thermodynamische und strömungsmechanische Modellierung

Die grundlegende Methode der Kammermodell-Simulation ermöglicht, basierend auf der Erfüllung der Kontinuitätsgleichung für die Erhaltungsgrößen Masse und Energie, die Modellierung verschiedener thermodynamischer und strömungsmechanischer Effekte. Im Folgenden werden die relevanten physikalisch-technischen Wirkmechanismen der Schraubenvakuumpumpe, ihre physikalischen Grundlagen und mathematischen Modelle diskutiert. Das Betriebsverhalten einer trockenverdichtenden Vakuumpumpe wird im Wesentlichen durch die Gasförderung des Verdrängermaschinenprinzips, Spaltmassenströme, Gasrücktransport durch Oberflächen, Ladungswechsel, Wärmeübergänge und Leckagen bestimmt [2] [6]. Die zirkuläre Kopplung zwischen thermodynamischem Prozess und Strukturmechanik in Form von Spalthöhenänderungen (Abbildung 1.8) wird an dieser Stelle nicht weiter vertieft, sondern nur implizit in Form der beteiligten physikalischen Wirkmechanismen Spaltströmungen und Wärmeübergänge behandelt. Die Modellierung der Strukturmechanik und der Rückführung der Spalthöhenänderungen findet außerhalb von KaSim statt (Abbildung 3.12).

Der Einfluss der einzelnen Wirkmechanismen sowie ihre gegenseitige Beeinflussung sind Bestandteil der experimentellen und theoretischen Untersuchungen im weiteren Verlauf dieser Arbeit. Zunächst werden jedoch diese Wirkmechanismen detaillierter diskutiert und ihre Modellierung in KaSim vorgestellt.

### 4.1 Arbeitskammer

Die Arbeitskammern stellen als Speicher für Fluide das zentrale Element des Kammermodells dar. Aus Sicht der physikalischen Modellierung sind sie für die Abbildung des Verdrängermaschinenprinzips zuständig, aus Sicht der mathematischen Modellierung werden sie genutzt, um die von der Füll- und Entleermethode geforderte Energieerhaltung zu bilanzieren.

Die nulldimensionale Massenerhaltung in instationärer Form besagt, dass die zeitliche Änderung der Masse in einem Kontrollvolumen  $m$ , welches der betrachteten Arbeitskammer entspricht, der Summe aller zu- und abströmenden Massenströme  $\dot{m}_i$  entsprechen muss (**Gl. 4.1**).

$$\frac{dm}{dt} = \sum_i \dot{m}_i \quad \text{Gl. 4.1}$$

Für die Umsetzung in einem expliziten Zeitschrittverfahren kann aus der Kammermasse des letzten Zeitpunktes  $m_0$  und den bekannten Massenströmen die Masse des Fluides in der Arbeitskammer zum nächsten Zeitpunkt  $m_1$  bestimmt werden (Gl. 4.2).

$$m_1 = m_0 + \sum_i \dot{m}_i \cdot \Delta t \quad \text{Gl. 4.2}$$

Ähnliches gilt für die Bilanzierung der Energie. Vereinfachend wird hierzu der Anteil kinetischer und potentieller Energie als vernachlässigbar klein angenommen. Die Änderung der Energie  $E$  ist somit auf die Änderung der inneren Energie  $U$  reduziert. Es ist zu berücksichtigen, dass die Änderung der inneren Energie innerhalb des Kontrollvolumens nicht nur durch Enthalpieströme  $\dot{H}_i$  sondern ebenfalls durch Volumenänderungsarbeit  $W$  und übertragene Wärmeströme  $\dot{Q}_i$  verursacht wird (Gl. 4.3).

$$\frac{dU}{dt} = \sum_i \dot{H}_i + \dot{W} + \sum_i \dot{Q}_i \quad \text{Gl. 4.3}$$

Für die Umsetzung im expliziten Zeitschrittverfahren wird analog zur Bilanzierung der Masse die innere Energie zum neuen Zeitpunkt  $U_1$  auf Grundlage der bekannten inneren Energie des letzten Zeitschrittes  $U_0$  berechnet (Gl. 4.4).

$$U_1 = U_0 + \sum_i \dot{H}_i \cdot \Delta t + W_{01} + \sum_i \dot{Q}_i \cdot \Delta t \quad \text{Gl. 4.4}$$

Die Volumenänderungsarbeit  $W_{01}$ , welche durch die Kompression bzw. Expansion des quasi geschlossenen Arbeitskammervolumens von  $V_0$  nach  $V_1$  geleistet wird, wird immer als adiabatisch reversibel angenommen (Gl. 4.5).

$$W_{01} = p_0 \cdot V_0 \cdot \frac{1}{\kappa - 1} \cdot \left[ \left( \frac{V_0}{V_1} \right)^{\kappa - 1} - 1 \right] \quad \text{Gl. 4.5}$$

Die Berechnung der Volumenänderungsarbeit basiert auf den Poisson'schen Gleichungen und ist in dieser Form nur für ideale Gase gültig. Zudem wird angenommen, dass der Einfluss der Zustandsänderung auf den Isentropenexponenten  $\kappa$  als vernachlässigbar eingestuft werden kann. Beide Annahmen sind für Anwendungen in der Vakuumtechnik als gegeben anzunehmen.

## 4.2 Spaltströmung

Spaltströmungen stellen für trockenlaufende Rotationsverdrängermaschinen in Anwendungen als Vakuumpumpe insbesondere für hohe Vorvakuumdrücke den zumeist dominierenden Wirkmechanismus dar. Die physikalische Komplexität der Gasströmung, welche sich mit zunehmender Verdünnung von der Kontinuumsströmung bis hin zur molekularen Strömung stetig anders verhält, stellt einen hohen Anspruch an die mathematische Modellierung. Aus diesem Grund sind Spaltströmungen bereits Gegenstand zahlreicher Untersuchungen gewesen [3] [6] [12].

### 4.2.1 Modellierung auf Basis des normierten Massenstromes

Die aus bisherigen Arbeiten hervorgegangenen Modelle für KaSim basieren dabei im Kern auf einer umfangreichen Datenbank, welche die Abhängigkeit der Spaltströmung von der Geometrie des Spaltes und den strömungsmechanischen Randbedingungen durch eine Messdatenbasis beschreibt [3] [5] [6]. Der Berechnungsalgorithmus verwendet den normierten Massenstrom  $\delta$  als Darstellungsgröße, welcher als Verhältnis aus gemessenem Massenstrom  $\dot{m}_{\text{Spalt}}$  und dem theoretischen maximalen Massenstrom  $\dot{m}_{\text{Spalt,th,max}}$  definiert ist (Gl. 4.6).

$$\delta = \frac{\dot{m}_{\text{Spalt}}}{\dot{m}_{\text{Spalt,th,max}}} \quad \text{Gl. 4.6}$$

Die Bezugsgröße ist hierbei, unabhängig von der tatsächlich vorliegenden Strömungsform, der Massenstrom eines kritischen, isentropen Ausströmvorganges (Gl. 4.7).

$$\dot{m}_{\text{Spalt,th,max}} = A_{\text{min}} \cdot p_E \cdot \left( \frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{1}{\kappa - 1}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \kappa}{(\kappa + 1) \cdot R_s \cdot T_E}} \quad \text{Gl. 4.7}$$

Obwohl diese Normierung des gemessenen Massenstromes lediglich ein theoretisches Konstrukt ist, ermöglicht sie die Quantifizierung des Spaltmassenstroms, ohne eine Unterscheidung hinsichtlich der tatsächlich vorliegenden Strömungsform vornehmen zu müssen. Der normierte Massenstrom für Luft kann somit in Abhängigkeit der strömungsmechanischen Randbedingungen Eintrittsdruck  $p_E$ , Eintrittstemperatur  $T_E$  und Druckverhältnis  $\Pi$  und der geometrischen Randbedingungen Spalthöhe  $h_{\text{spalt}}$  und Spaltform  $f_{\text{spalt}}$  bestimmt werden (Gl. 4.8) [3].

$$\delta = (p_E, T_E, \Pi, h_{\text{spalt}}, f_{\text{spalt}}) \quad \text{Gl. 4.8}$$

Die Spaltform wird durch die Kombination aus einer Spaltkontur und einem zugehörigen Parameter beschrieben, welche die geometrische Form des Spaltes in Strömungsrichtung beschreiben. Eine Übersicht der Spaltkonturen findet sich in [3], die für diese Arbeit relevanten Spaltkonturen werden im anschließenden Teilkapitel vorgestellt. Da die experimentellen Untersuchungen nur für ausgewählte Parameterkombinationen vorliegen, sind für eine Berechnung des normierten Massenstromes Interpolationsstrategien erforderlich. Interpolationen sind für die Parameter Eintrittsdruck, Spalthöhe und den Spaltkonturparameter erforderlich. Zwischen Stützstellen des Eintrittsdruckes und der Spalthöhe wird eine logarithmische Interpolationsfunktion angesetzt, zwischen Stützstellen des Spaltkonturparameters wird linear interpoliert. Für das Druckverhältnis liegt in den Messdaten bereits eine Polynomfunktion vor, der Einfluss der Temperatur wird durch eine Korrekturfunktion abgebildet. [3] [5]

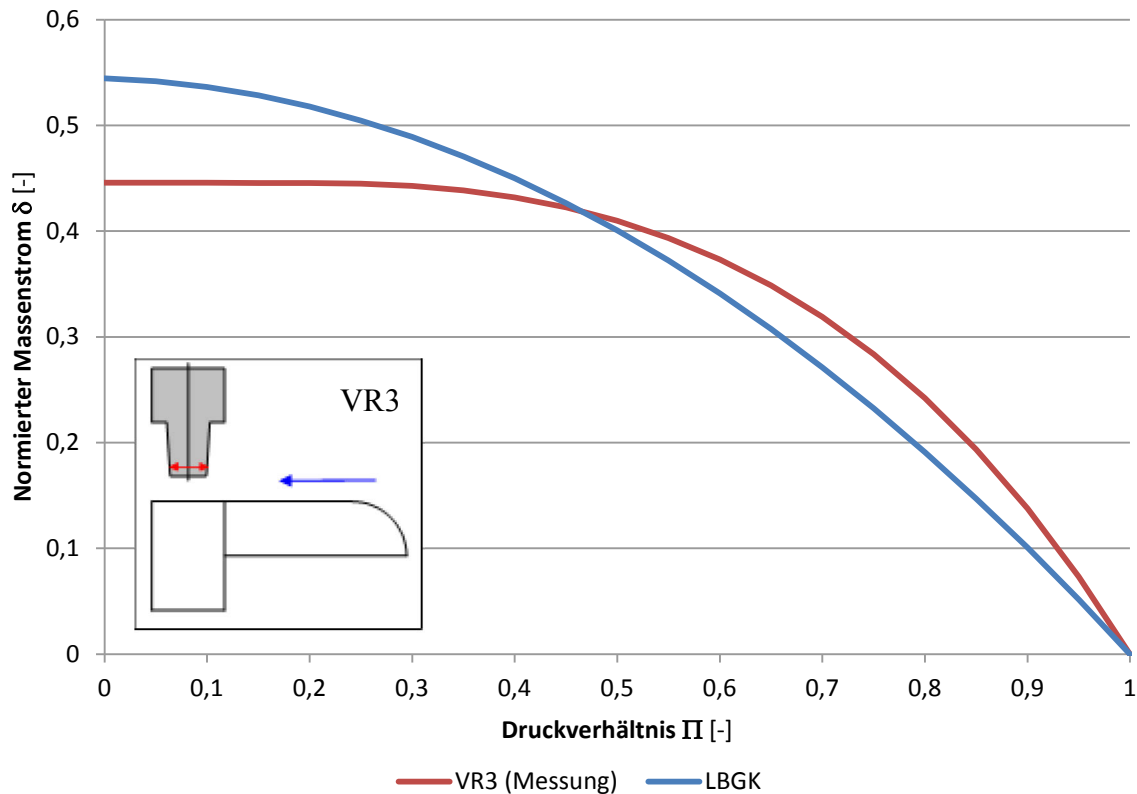
Die Messdatenbasis wird im Bereich der molekularen Strömung um die Berücksichtigung des Einflusses bewegter Spaltberandungen ergänzt. Der Einfluss von bewegten Spaltberandungen wird durch eine mit den Messdaten vergleichbare Simulationsdatenbasis beschrieben, jedoch wird als beschreibende Größe nicht der normierte Massenstrom, sondern die Durchlaufwahrscheinlichkeit  $P_{12}$  verwendet (Gl. 4.9) [6].

$$P_{12} = (T_E, h_{\text{spalt}}, f_{\text{spalt}}, c_A, c_B) \quad \text{Gl. 4.9}$$

Die Durchlaufwahrscheinlichkeit, welche mit Hilfe der Test-Partikel-Methode berechnet wird, beschreibt die Wahrscheinlichkeit, dass ein in den Spalt eintretendes Molekül diesen durch die Auslassfläche wieder verlässt. Da im Gegensatz zu den Messdaten ausschließlich der Bereich

der molekularen Strömung betrachtet wird, sind der Eintrittsdruck und das Druckverhältnis als Eingangsgröße nicht erforderlich. Um den Einfluss der bewegten Spaltberandung abbilden zu können, wird zudem noch die Komponente der Geschwindigkeit der beiden Spaltberandungen  $c_A$  und  $c_B$  in Richtung der Spaltströmung angegeben. Geschwindigkeiten quer zur Hauptströmungsrichtung werden vernachlässigt. Analog zur der Berechnung auf Basis der Messdaten wird für die Interpolation zwischen Stützstellen der Simulationsdaten eine Interpolationsfunktion eingesetzt. Für die Spalthöhe wird eine logarithmische Interpolationsfunktion, für die Berandungsgeschwindigkeiten sowie den Spaltkonturparameter eine lineare Interpolationsfunktion verwendet [6].

Parallel zu den hier vorgestellten Arbeiten existieren verschiedene theoretische Modelle für die Beschreibung einer verdünnten Gasströmung, z.B. das Modell LBGK. Bei diesen Modellen wird ebenfalls eine verdünnte Gasströmung, also eine Strömung mit potentiell hohen Knudsen-Zahlen, beschrieben. Der Fokus der Modellierung liegt aber zumeist auf extrem kleinen charakteristischen Abmessungen für Mikro-Technologieanwendungen und nicht auf niedrigen Drücken. Dies führt dazu, dass die Strömung in den meisten Modellen für den laminaren und turbulenten Strömungsbereich als inkompressible angenommen wird und somit nur eingeschränkt für die Modellierung von Spaltströmungen in Vakuumpumpen geeignet ist. Darüber hinaus werden Ein- und Auslaufeffekte nicht mit abgebildet, so dass immer ein ausgebildetes Geschwindigkeitsprofil vorausgesetzt wird. Dies schränkt die Eignung für Spalte mit einer im Verhältnis zur Spalthöhe kleinen Spaltlänge ein [12]. Modelle, welche die Kompressibilität des Fluides berücksichtigen, sind gegenüber anderen Modellen deutlich komplexer und aufwändiger in der Berechnung [14] und werden deshalb nicht weiter berücksichtigt. Im Rahmen dieser Arbeit wird das Modell LBGK nach [12] in KaSim implementiert. Im Folgenden werden die Ergebnisse des Modells auf Basis des normierten Massenstroms mit den Ergebnissen des Mess- und Simulationsdatenmodells verglichen. Da das Modell LBGK lediglich Rechteckkanäle mit konstantem Strömungsquerschnitt abbilden kann, ist ein Vergleich lediglich mit der Spaltkontur VR3 sinnvoll möglich. Der normierte Massenstrom als Funktion des Druckverhältnisses ist für beide Modelle in **Abbildung 4.1** dargestellt.

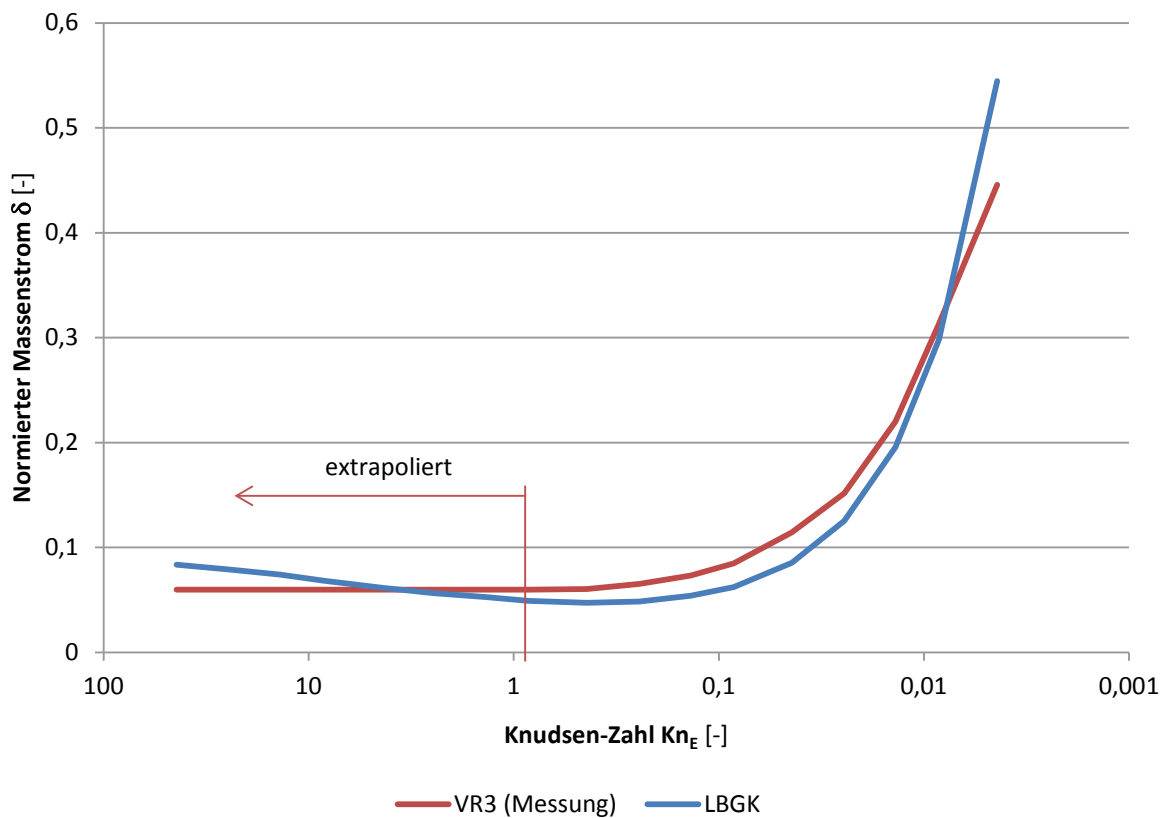


**Abbildung 4.1:** Vergleich des normierten Massenstromes  $\delta$  als Funktion des Druckverhältnisses  $\Pi$   
 $h_{\text{Spalt}} = 0,15 \text{ mm}$ ,  $b_{\text{Spalt}} = 100 \text{ mm}$ ,  $l_{\text{Spalt}} = 5 \text{ mm}$   
 Eintrittsdruck  $p_E = 100 \text{ mbar}$ , Eintrittstemperatur  $T_E = 20 \text{ }^\circ\text{C}$

Für die Berechnung auf Basis der Messdaten ist deutlich die mit Unterschreiten des kritischen Druckverhältnisses 0,25 einsetzende Verblockung der Strömung durch die Konvergenz des normierten Massenstroms des VR3 gegen einen konstanten Wert von 0,45 zu erkennen. Das Modell LBGK hingegen, welches keine Kompressibilitätseffekte berücksichtigt, bestimmt einen mit sinkendem Druckverhältnis stetig ansteigenden Massenstrom. Dennoch ist angesichts der physikalischen Komplexität und der grundsätzlich unterschiedlichen Vorgehensweise beider Modelle eine gute Übereinstimmung festzustellen.

Für eine Betrachtung verschiedener Eintrittsdrücke bei konstantem Druckverhältnis nahe Null zeigt sich ein teilweise ähnliches Bild (**Abbildung 4.2**). Für Knudsen-Zahlen am Spalteintritt  $Kn_E$  kleiner als 0,01 sind die Unterschiede wie bereits diskutiert durch die fehlende Abbildung der Kompressibilität bedingt. Für größere Knudsen-Zahlen wird dann zumeist für das LBGK Modell ein kleinerer normierter Massenstrom bestimmt. Die zu Grunde liegenden Ursachen werden aufgrund der prinzipiell guten Übereinstimmung nicht weiter untersucht. Eine Beurteilung des Anstiegs des normierten Massenstromes für Knudsen-Zahlen größer als 0,5 ist im

Vergleich zu den Messdaten nicht möglich, da es sich bei den Ergebnissen basierend auf den Messdaten lediglich um extrapolierte Werte handelt.

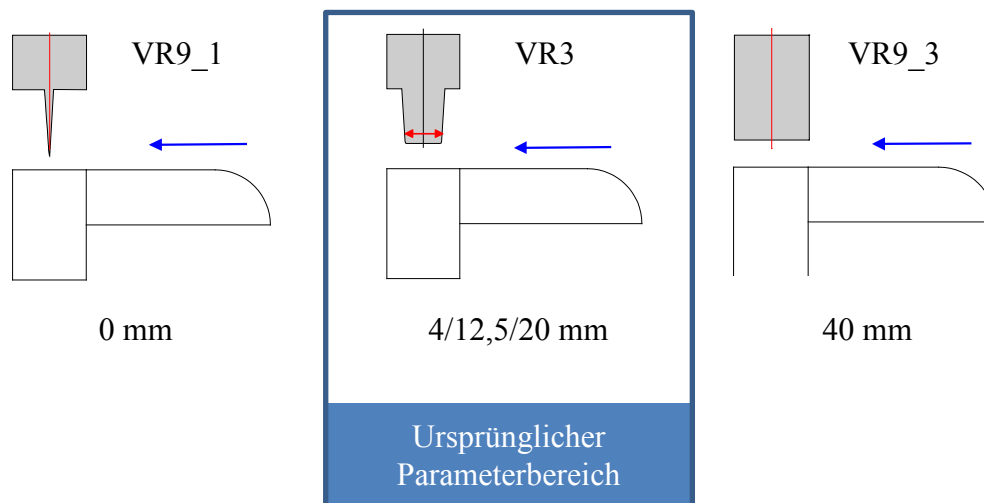


**Abbildung 4.2:** Vergleich des normierten Massenstromes  $\delta$  als Funktion der Knudsen-Zahl  $Kn_E$   
 $h_{\text{Spalt}} = 0,15 \text{ mm}$ ,  $b_{\text{Spalt}} = 100 \text{ mm}$ ,  $l_{\text{Spalt}} = 5 \text{ mm}$   
 Druckverhältnis  $\Pi \cong 0$ , Eintrittstemperatur  $T_E = 20 \text{ }^\circ\text{C}$

Das theoretische LBGK Modell bietet als Vorteil eine mathematisch geschlossene Formulierung der Spaltströmungsberechnung für im Verhältnis zur Spalthöhe lange Rechteckkanäle und bildet dabei zusätzlich die Abhängigkeiten von Temperatur und Gasart ab [12]. Eine Einschränkung besteht jedoch hinsichtlich nicht-planparalleler Spalte sowie bei Spaltströmungen im Kontinuumsbereich. Hier bietet das Messdatenmodell nach [5] [6] deutliche Vorteile, da es uneingeschränkt für den gesamten Strömungsbereich gültig ist und zudem verschiedene geometrische Spaltformen abbilden kann [3]. Allerdings gibt es hinsichtlich der Parametrisierung der Spaltgeometrie aufgrund der Vielfalt enge Grenzen, welche insbesondere die Spaltkontur VR3 betrifft. Um die Modellierungsmöglichkeit im Rahmen dieser Arbeit mit dem Messdatenmodell zu verbessern, werden im Folgenden Verbesserungen für die beiden Schwachpunkte der eingeschränkten geometrischen Grenzen und der Temperatur- bzw. Gasartabhängigkeit erarbeitet.

#### 4.2.2 Erweiterung der geometrischen Grenzen

Der Einfluss der Spaltgeometrie wird, zusätzlich zu der Spalthöhe, durch eine Spaltform und einen zugehörigen Parameter definiert, dessen Wertebereich durch die experimentellen Untersuchungen festgelegt ist [3]. Die für die Modellierung am häufigsten eingesetzte Spaltkontur ist die Variante VR3, welche durch die Länge der planparallelen Spaltverengung in Strömungsrichtung parametrisierbar ist. Hierbei ergibt sich im Rahmen dieser Arbeit jedoch eine Schwierigkeit hinsichtlich der Wahl der Parameter. Die typischen Spaltlängen für die Modellierung eines Spaltes in einer Vakuumpumpe mit Hilfe des VR3 variieren, je nach Spaltart und Rotorprofil zwischen 1 und 40 mm<sup>15</sup>. Der bisherige Parameterbereich des VR3 liegt jedoch zwischen 4 und 20 mm, so dass der Anforderungsbereich nicht vollständig abgedeckt werden kann (**Abbildung 4.3**).



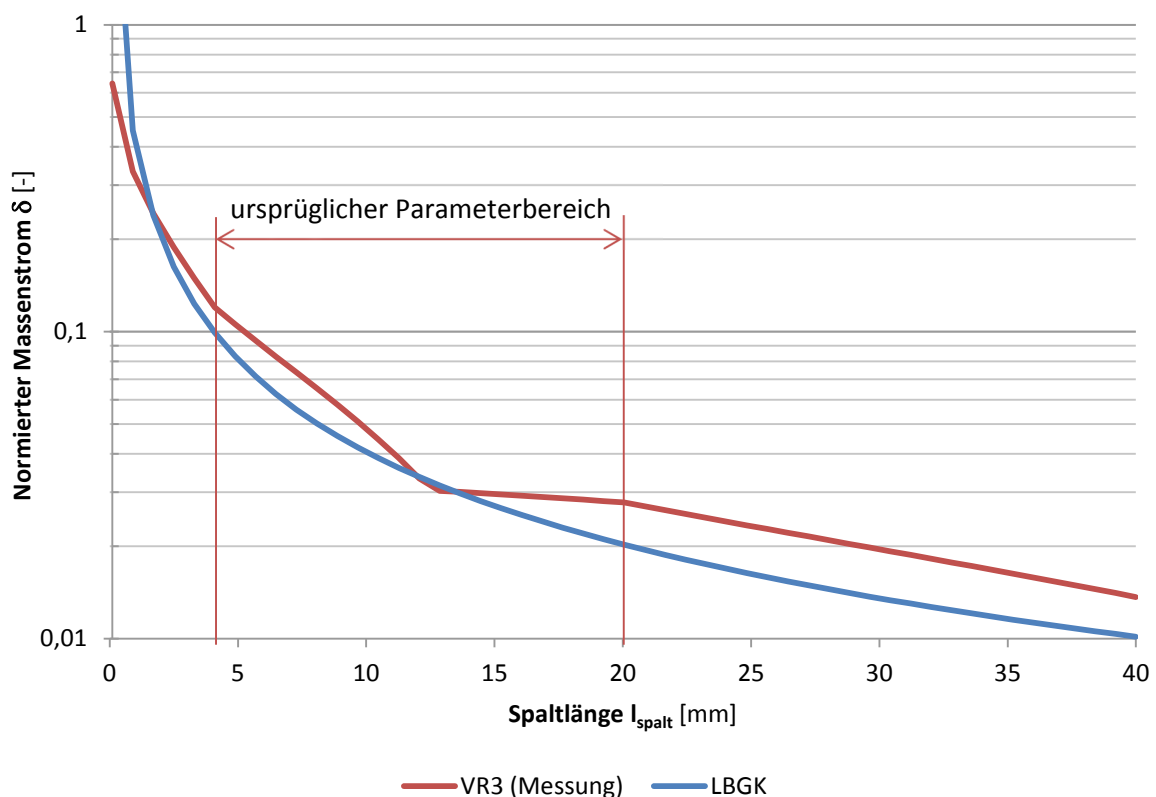
**Abbildung 4.3:** Spaltkontur VR3 im Kontext der Sonderkonturen VR9\_1 und VR9\_3 nach [3]

Um diese Limitation zu umgehen, wird der Parameterbereich mit Hilfe der geometrisch ähnlichen Spaltkonturen VR9\_1 und VR9\_3 erweitert. Den bisherigen Interpolationsstützstellen werden im Randbereich zwei neue Stützstellen hinzugefügt. Die Spaltlänge der Spaltkontur VR9\_3 in Strömungsrichtung beträgt 40 mm, so dass dieser Wert direkt übernommen werden kann und nun als neue obere Grenze fungiert. Für die Kontur VR9\_1 existiert keine effektive Länge in Strömungsrichtung, da die Blende theoretisch unendlich dünn ist. Durch die zusätz-

<sup>15</sup> Die Bestimmung der benötigten Spaltparameter, wie z.B. der Spaltlänge, auf Basis des geometrischen Modells wird im weiteren Verlauf der Arbeit wieder aufgegriffen.



lichen Stützstellen verändert sich der von [5] vorgeschlagene Interpolationsalgorithmus dahingehend, dass für die Bereiche zwischen 0 und 12,5 mm sowie 20 und 40 mm eine logarithmische Interpolation vorgenommen wird. Lediglich im Parameterbereich zwischen 12,5 und 20 mm wird weiterhin linear interpoliert. Da eine logarithmische Interpolation mit einem Stützstellenwert von Null aus mathematischer Sicht nicht möglich ist, wird die untere Grenze für den Parameter auf eine Spaltlänge von 0,1 mm festgelegt. Die Ergebnisse einer exemplarischen Berechnung des normierten Spaltmassenstroms für vorgegebene Spalthöhe und Spaltein- und -austrittsbedingungen bei Variation der Spaltlänge in Strömungsrichtung sind in **Abbildung 4.4** dargestellt.

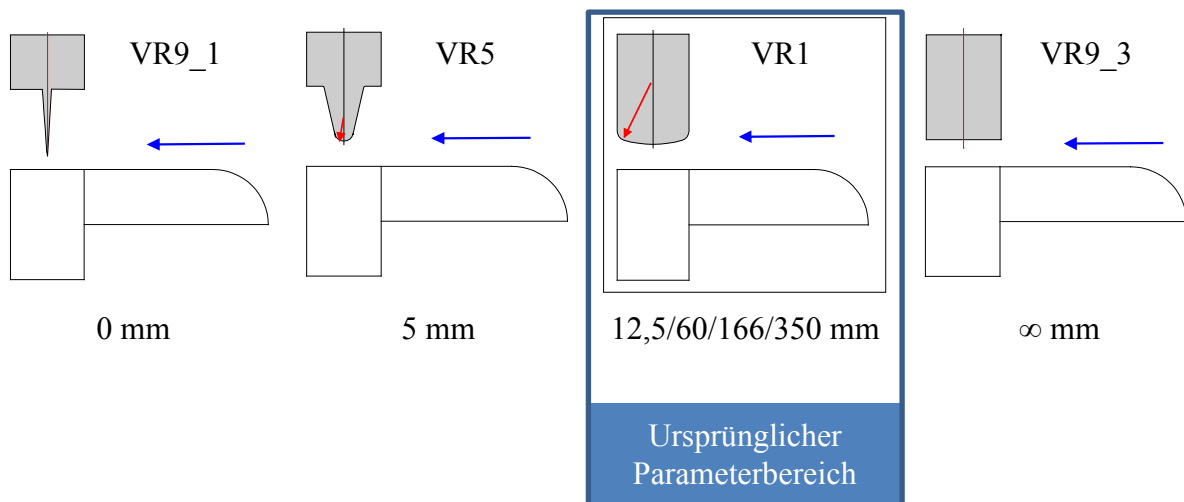


**Abbildung 4.4:** Normierter Massenstrom  $\delta$  der erweiterten Spaltkontur VR3 als Funktion der Spaltlänge  $l_{\text{spalt}}$  im Vergleich mit dem Modell LBGK  
 $h_{\text{spalt}} = 0,15 \text{ mm}$ ,  $b_{\text{spalt}} = 100 \text{ mm}$   
 Eintrittsdruck  $p_E = 10 \text{ mbar}$ , Druckverhältnis  $\Pi = 0,1$ , Eintrittstemperatur  $T_E = 20 \text{ °C}$

Zusätzlich werden Ergebnisse des Modells LBGK dargestellt, um den erweiterten Parameterbereich besser beurteilen zu können. Es wird hierzu bewusst ein relativ niedriger Spalteintrittsdruck von 10 mbar gewählt, um die fehlende Abbildung der Kompressibilität des LBGK Modells zu umgehen. Dennoch treten die größten Abweichungen bei kurzen Spaltlängen zwischen 0,1 und 1,5 mm auf. In diesem Bereich überschreitet der von dem LBGK Modell be-

rechnete Massenstrom den Wert des theoretisch maximalen Massenstroms (Gl. 4.7) und erreicht einen normierten Massenstrom größer als Eins. Für den restlichen Parameterbereich lässt sich jedoch eine gute Übereinstimmung feststellen, wobei die maximalen relativen Abweichungen für eine Spaltlänge von 28 mm auftreten. Hauptursache sind hierbei die bereits an den Stützstellen vorliegenden Abweichungen zwischen den Modellen. Somit kann durch geschickte Ausnutzung der geometrischen Ähnlichkeit und Kombination verschiedener Spaltkonturen die Grenze der Modellierung mittels VR3 erweitert werden.

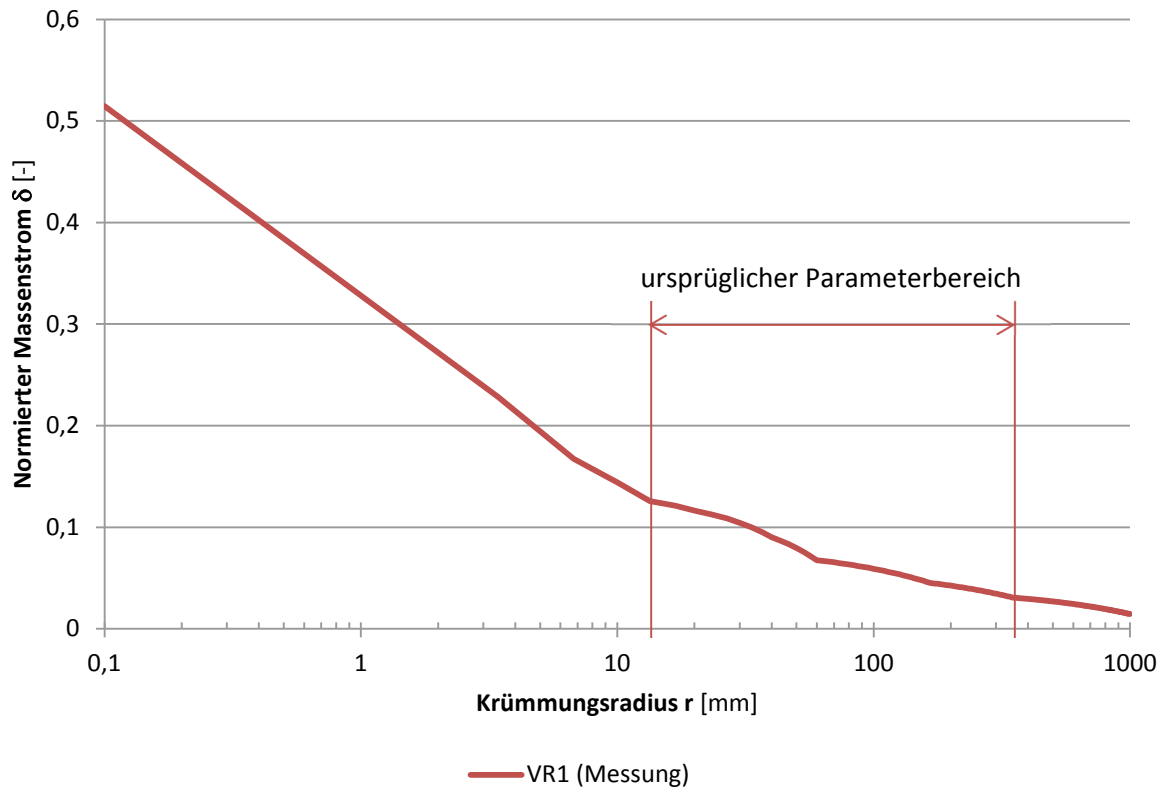
Die Problematik der eingeschränkten geometrischen Modellierungsmöglichkeit existiert ebenfalls für die Spaltkontur VR1, welche durch den Radius der einseitig gekrümmten Spaltberandung beschrieben wird. Eine Erweiterung der Konturreihe in den Randbereichen ist bereits durch [3] vorgeschlagen, jedoch in KaSim bisher nicht umgesetzt worden [5]. Erneut werden die Sonderkonturen VR9\_1 und VR9\_3 zur Betrachtung der Grenzwerte kleiner bzw. extrem großer Radien eingesetzt. Im Gegensatz zur Konturreihe VR3 kann jedoch noch zusätzlich die Konturreihe VR5 betrachtet werden, da diese geometrisch vergleichbar ist [3]. Eine Darstellung der kombinierten Konturreihe findet sich in **Abbildung 4.5**.



**Abbildung 4.5:** Spaltkontur VR1 im Kontext der Kontur VR5 und den Sonderkonturen VR9\_1 und VR9\_3 nach [3]

Eine Auswertung des erweiterten Parametervergleichs für feste strömungsmechanische Randbedingungen ist in **Abbildung 4.6** abgebildet. Ein Vergleich mit einem alternativen Berechnungsmodell steht nicht zur Verfügung, dennoch erscheint die Erweiterung im Vergleich zu dem ursprünglichen Parameterbereich schlüssig. Um für die Interpolation zwischen dem nor-

mierten Massenstrom der Blendenkontur VR9\_1 und der Kontur VR5 erneut eine logarithmische Interpolation verwenden zu können, wird der repräsentative Radius der Blende als 0.1 mm definiert. Der theoretisch unendlich große Radius des planparallelen Spaltes wird aus numerischen Gründen auf den Wert von 999 mm begrenzt.



**Abbildung 4.6: Normierter Massenstrom  $\delta$  der erweiterten Spaltkontur VR1 als Funktion des Krümmungsradius  $r$**   
 $h_{\text{spalt}} = 0,15 \text{ mm}$ ,  $b_{\text{spalt}} = 100 \text{ mm}$   
 Eintrittsdruck  $p_E = 10 \text{ mbar}$ , Druckverhältnis  $\Pi = 0,1$ , Eintrittstemperatur  $T_E = 20 \text{ }^\circ\text{C}$

Eine weitere Spaltkontur, welche sich für die Modellierung der Spaltverbindungen im Rahmen dieser Arbeit eignet, ist die Kontur VR7. Diese Spaltform zeichnet sich durch eine symmetrische Aufweitung der Spaltberandung aus, welche durch einen Winkel als Parameter geometrisch beschrieben wird. Da für diese Spaltkontur von [3] nur die Parameter  $10^\circ$  und  $45^\circ$  untersucht wurden, wird für diese Spaltkontur ebenfalls eine Betrachtung der Grenzwerte für die Winkel von  $0^\circ$  und  $90^\circ$  mit Hilfe der Spaltkonturen VR9\_3 und VR9\_1 vorgenommen (**Abbildung 4.7**).

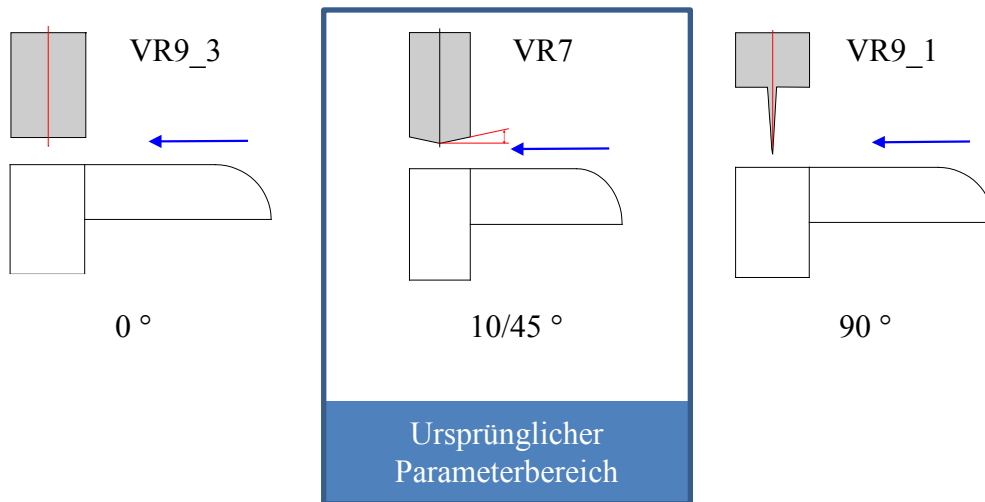


Abbildung 4.7: Spaltkontur VR7 im Kontext der Sonderkonturen VR9\_1 und VR9\_3 nach [3]

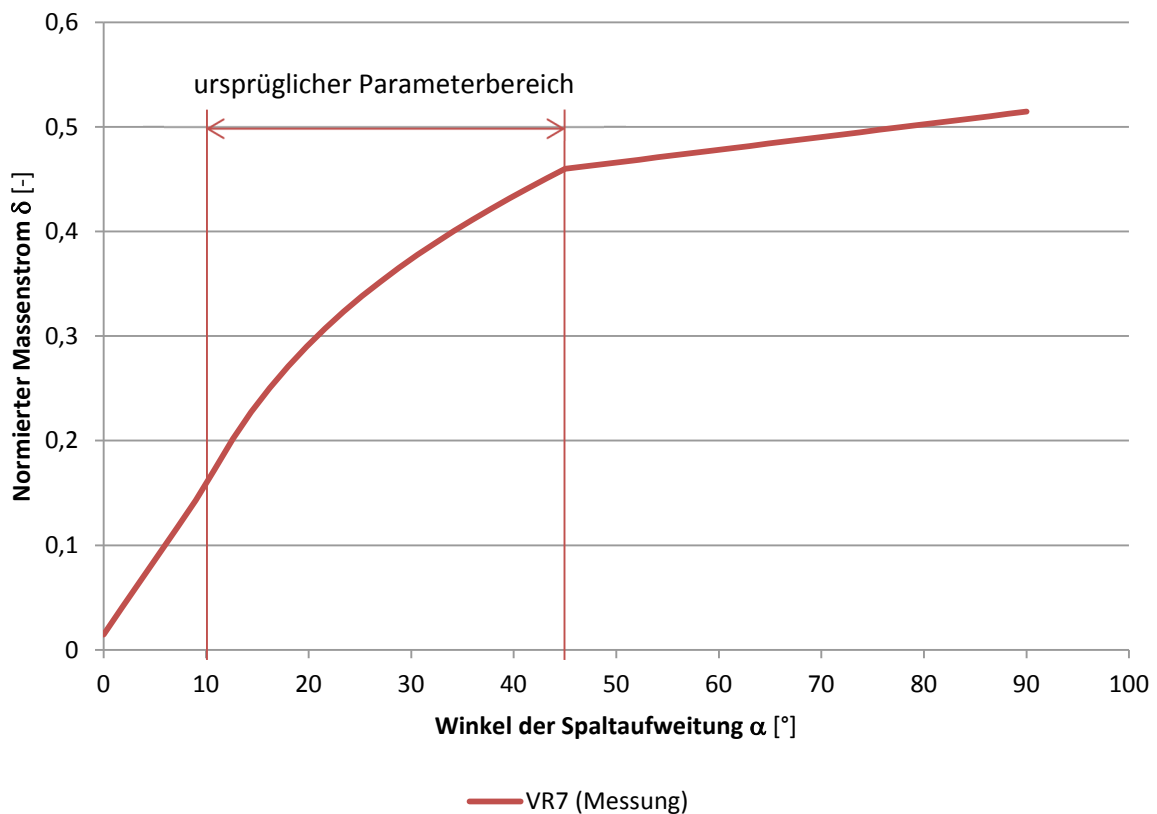


Abbildung 4.8: Normierter Spaltmassenstrom  $\delta$  der erweiterten Spaltkontur VR7 als Funktion der Spaltaufweitung  $\alpha$   
 $h_{\text{spalt}} = 0,15 \text{ mm}$ ,  $b_{\text{spalt}} = 100 \text{ mm}$   
 Eintrittsdruck  $p_E = 10 \text{ mbar}$ , Druckverhältnis  $\Pi = 0,1$ , Eintrittstemperatur  $T_E = 20 \text{ °C}$

Für den Fall, dass der Winkel der Spaltaufweitung gegen  $0^\circ$  konvergiert, kann die Spaltkontur VR9\_3 als Grenzwert eingesetzt werden, für einen Winkel von  $90^\circ$  wird die blendenartige

Kontur VR9\_1 verwendet. Der normierte Massenstrom bei Variation des Spaltparameters für eine konstante Spalthöhe und konstante Ein- und Austrittsbedingungen ist in **Abbildung 4.8** dargestellt. Im Kontext der beiden Grenzwerte ist ein kontinuierlicher Anstieg des normierten Massenstroms mit zunehmendem Winkel festzustellen, der durch eine logarithmische Interpolation deutlich besser abgebildet wird, als die bisher verwendete lineare Interpolation [5]. Für den Parameterbereich zwischen 0 und 10° bzw. 45 und 90° wird eine lineare Interpolation angenommen.

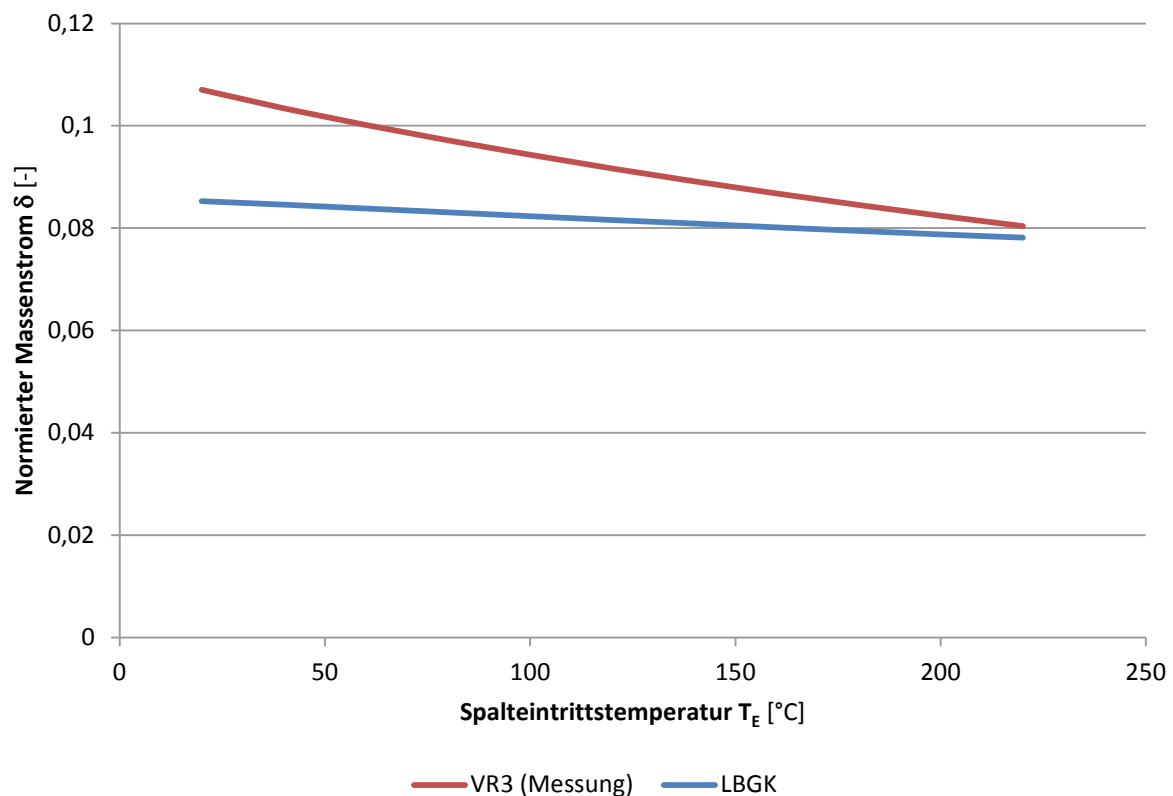
Die hier im Detail diskutierten Änderungen an der Struktur der Spaltströmungsberechnung auf Basis der Messdatenbasis werden in gleicher Form auch auf die Simulationsdatenbasis für den Einfluss der bewegten Spaltberandung übertragen [6], so dass die erweiterte geometrische Modellierungsvielfalt ebenfalls für dieses Spaltströmungsmodell verfügbar ist. Eine Besonderheit ergibt sich bei den Simulationsdaten dadurch, dass neben der Durchlaufwahrscheinlichkeit  $P_{12}$  (Gl. 4.9) auch die zugehörige Einlassfläche mit einer passenden Strategie berechnet bzw. interpoliert werden muss.

### 4.2.3 Temperatur- und Gasartabhängigkeit

Die Abbildung der Temperatur- und Gasartabhängigkeit ist mit Hilfe des Spaltströmungsmodells auf Basis der Messdaten nicht direkt realisierbar, da die grundlegenden Messungen diese beiden Einflussfaktoren nicht als Parameter berücksichtigen. Daher ist die Anwendung einer geeigneten Ähnlichkeitstheorie zur Übertragung der Ergebnisse erforderlich. Die Anwendung einer vollständigen Ähnlichkeit setzt dabei die geometrische und physikalische Ähnlichkeit voraus. Im vorliegenden Fall ist die Einhaltung der geometrischen Ähnlichkeit immer gewährleistet, da lediglich die strömungsmechanischen Randbedingungen variiert werden, die betrachtete Geometrie jedoch unverändert bleibt. Zur Beurteilung der physikalischen Ähnlichkeit wird die zur Quantifizierung der Spaltströmung maßgebliche Knudsen-Zahl verwendet [5]. Die Knudsen-Zahl wird aus Sicht der molekularen Kinetik als Verhältnis aus freier mittlerer Weglänge und freier Lichter Weite, in diesem Fall der Spalthöhe, definiert (Gl. 1.1). Unter der Annahme, dass die lichte Weite dem hydraulischen Ersatzdurchmesser des Strömungsquerschnittes entspricht, kann die Knudsen-Zahl nach [3] auch als Quotient aus Mach-Zahl  $Ma$  und Reynolds-Zahl  $Re$  dargestellt werden (**Gl. 4.10**).

$$Kn = \frac{Ma}{Re} \quad \text{für} \quad l_{\text{char}} = h_{\text{spalt}} \quad \text{Gl. 4.10}$$

Damit bedeutet die Einhaltung der Knudsenähnlichkeit für eine Kontinuumsströmung, dass eine gleichzeitige Einhaltung der Ähnlichkeit hinsichtlich Mach-Zahl und Reynolds-Zahl in der Regel nicht möglich ist, da sich beide Kennzahlen im gleichen Maße verändern müssen. Es wird im Weiteren von einer unvollständigen Ähnlichkeit ausgegangen, bei der die Knudsen-Zahl als wichtigste Ähnlichkeitskennzahl zu Beurteilung der Strömungsverhältnisse von verdünnten Strömungen definiert wird [104]. Der normierte Massenstrom wird nicht mehr als Funktion des absoluten Spalteintrittsdruckes betrachtet, sondern als Funktion der Knudsen-Zahl am Spalteintritt. Diese ist für die experimentellen Daten bekannt und kann in der Simulation für den jeweils aktuellen Zustand am Spalteintritt bestimmt werden. Ein Vergleich der Ergebnisse auf Basis der Knudsen-Zahl Ähnlichkeitsbetrachtung im Vergleich mit dem Modell LBGK ist im Folgenden dargestellt (**Abbildung 4.9**).



**Abbildung 4.9: Normierter Massenstrom  $\delta$  als Funktion der Spalteintrittstemperatur  $T_E$  am Beispiel der Spaltkontur VR3 im Vergleich mit dem Modell LBGK**  
 $h_{\text{Spalt}}=0,15$  mm,  $b_{\text{Spalt}}=100$  mm,  $l_{\text{Spalt}}=5$  mm  
 Eintrittsdruck  $p_E = 10$  mbar, Druckverhältnis  $\Pi \cong 0$

Der normierte Massenstrom als Funktion der Eintrittstemperatur nimmt, bei ansonsten identischen Randbedingungen, mit steigender Temperatur ab. Beide Berechnungsansätze zeigen

einen vergleichbaren qualitativen Trend, allerdings ist dieser Trend für den normierten Massenstrom auf Basis der Messdaten deutlich stärker ausgeprägt als bei dem Modell LBGK. Diese Abweichung ist wahrscheinlich auf die grundlegenden Unterschiede der Modelle zurückzuführen. Das Modell LBGK bildet den Einfluss der Temperatur direkt als Teil des Modells ab, wohingegen für das Messdatenmodell eine Anpassung des Eintrittsdruckes für das Interpolieren in der Datenbank vornimmt, so dass die Knudsen-Zahl der des Experimentes entspricht. Da sich die beiden Modelle jedoch bei alleiniger Variation des Eintrittsdruckes unterscheiden (Abbildung 4.2), übertragen sich diese Abweichungen dann entsprechend auf den normierten Massenstrom bei Variation der Eintrittstemperatur. Dennoch ist, im Vergleich mit dem Modell LBGK, die Korrektur der Spaltmassenströme auf Basis der Knudsen-Zahl in der Lage, die Physik der Spaltströmung qualitativ richtig wiederzugeben.

Im nächsten Schritt wird der Sonderfall der molekularen Strömung basierend auf den simulierten Durchlaufwahrscheinlichkeiten betrachtet. Als Randbedingung für die durchgeführten Simulationen nennt [6] eine isotherme Strömung, in der es weder eine Temperaturdifferenz zwischen Spalteinlass und -auslass noch zwischen der Gasphase der Strömung und den begrenzenden Berandungen gibt. Bei der Modellierung in KaSim müssen hierzu zwei Fälle unterschieden werden, da KaSim prinzipiell zwischen diabaten und adiabaten Spaltverbindungen unterscheidet.

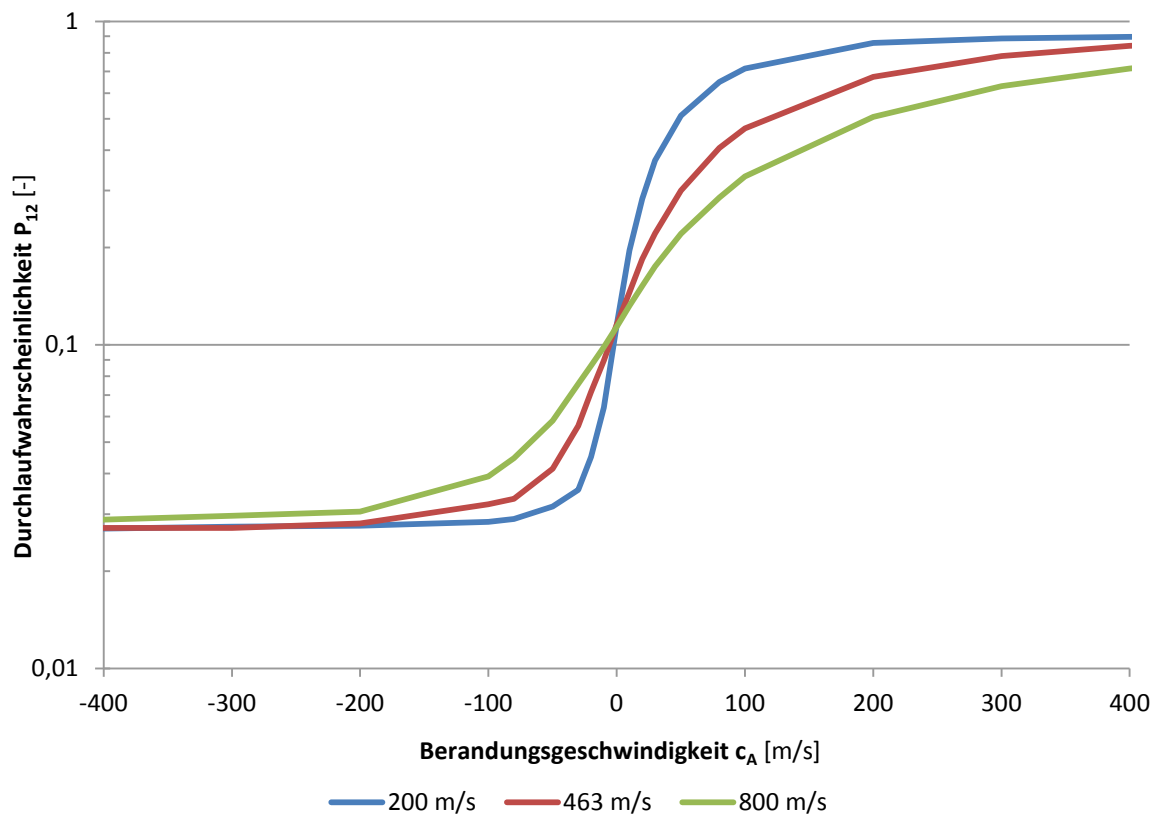
Für die diabate Spaltverbindung liegen zur Berechnung des Wärmeübergangs Informationen über die Temperatur der an den Spalt angrenzenden Bauteiloberflächen vor. Diese Information kann dann genutzt werden, um die Gastemperatur im Spalt zu bestimmen. Diese kann sich dann von der eigentlichen Spalteintrittstemperatur unterscheiden. Der Spezialfall, bei dem die Moleküle den Spalt kollisionsfrei passieren, ist nicht abgedeckt. Dieser Fall ist theoretisch von Bedeutung, da die mittlere Geschwindigkeit dieser Moleküle durch die Gastemperatur am Eintritt bestimmt ist und nicht durch die Berandungstemperatur. Praktisch spielt dieser Effekt in den meisten Fällen eine untergeordnete Rolle, da nur ein geringer Anteil der Moleküle den Spalt tatsächlich kollisionsfrei passieren kann.

Im Fall einer adiabaten Spaltverbindung sind in KaSim keine Informationen über die Temperatur der Spaltberandungen verfügbar, so dass immer von der Prämisse ausgegangen werden muss, dass Gastemperatur am Spalteintritt und Berandungstemperatur identisch sind.

Daraus ergibt sich für die Simulation in KaSim die Herausforderung, den Einfluss der Gas-temperatur richtig abzubilden. Für molekulare Strömungsbedingungen kann der Einfluss der Temperatur auf den Spaltmassenstrom  $\dot{m}_{\text{Spalt}}$  zunächst auf eine Veränderung der mittleren Teilchengeschwindigkeit  $\bar{c}$  reduziert werden (Gl. 4.11).

$$\dot{m}_{\text{Spalt}} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{1}{\bar{c}} \cdot A \cdot P_{12} \cdot \Delta p \quad \text{Gl. 4.11}$$

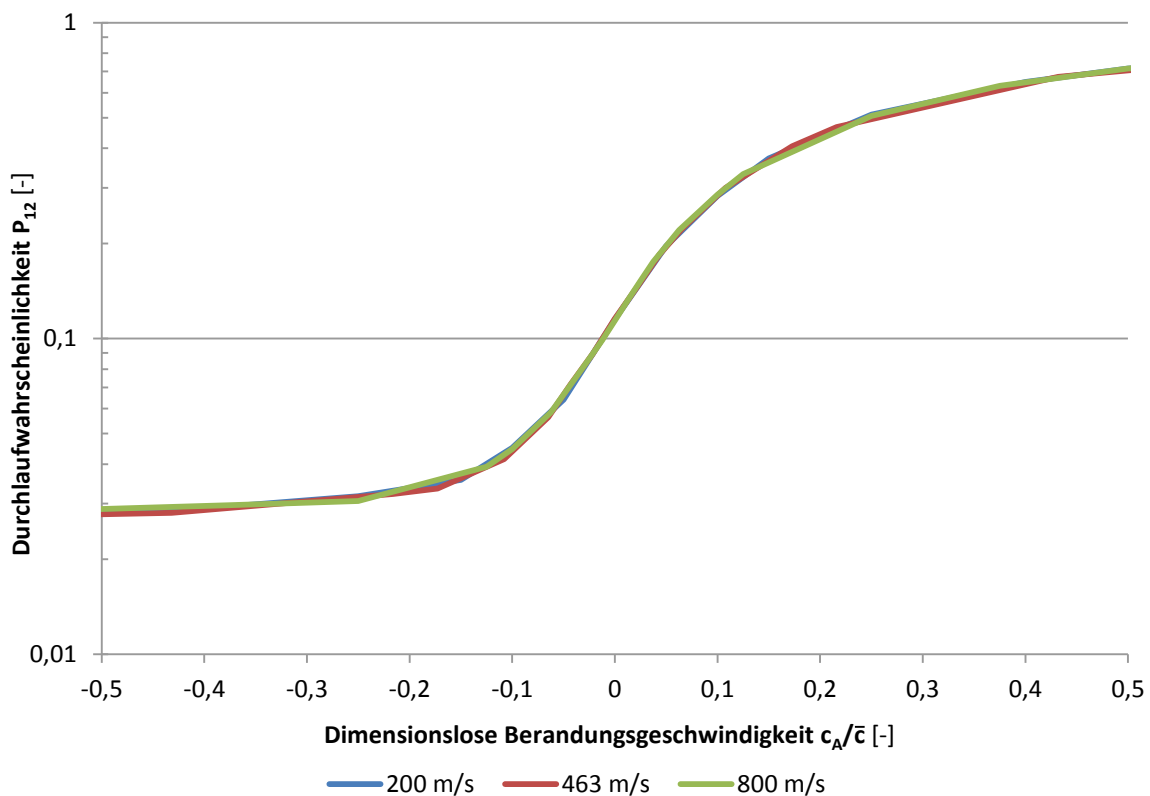
Dieser Fall gilt jedoch nur für den Sonderfall der stehenden Spaltberandungen, da dann die Durchlaufwahrscheinlichkeit der Spaltgeometrie nicht von der Temperatur abhängig ist. Ist mindestens eine der beiden Berandungen bewegt, so führt die Impulsüberlagerung bei Wandkollisionen dazu, dass auch die Durchlaufwahrscheinlichkeit von der mittleren Teilchengeschwindigkeit und somit von der Temperatur abhängt.



**Abbildung 4.10:** Vergleich der Durchlaufwahrscheinlichkeit  $P_{12}$  des VR3 als Funktion der Geschwindigkeit  $c_A$  einer Berandung bei Variation der mittleren Teilchengeschwindigkeit  $\bar{c}$   
 $h_{\text{Spalt}} = 0,15 \text{ mm}$ ,  $b_{\text{Spalt}} = 100 \text{ mm}$ ,  $l_{\text{Spalt}} = 5 \text{ mm}$   
 Eintrittstemperatur  $T_E = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ , Wandtemperatur  $T_W = 20 \text{ }^\circ\text{C}$



Dieser Sachverhalt ist in **Abbildung 4.10** illustriert. Eine negative Geschwindigkeit wirkt der Strömungsrichtung entgegen, eine positive Geschwindigkeit wirkt bei der Impulsübertragung in Strömungsrichtung. Der Einfluss der angenommenen mittleren Teilchengeschwindigkeit auf die Durchlaufwahrscheinlichkeit ist deutlich sichtbar und stellt sich, je nach Richtung der Berandungsgeschwindigkeit, unterschiedlich dar. Einzig für den Sonderfall der unbewegten Berandung sind alle Durchlaufwahrscheinlichkeiten identisch. Durch diese Betrachtung lässt sich zeigen, dass die simulierten Durchlaufwahrscheinlichkeiten basierend auf absoluten Geschwindigkeiten für die Test-Partikel und die Berandung auch nur unter diesen Bedingungen verwendet werden dürfen. Eine abweichende Gastemperatur am Spalteintritt kann nicht abgebildet werden. Aus diesem Grund erscheint es erfolgversprechend den Einfluss der dimensionslosen Berandungsgeschwindigkeit auf die Durchlaufwahrscheinlichkeit zu untersuchen. Hierbei wird die Berandungsgeschwindigkeit auf die jeweilige Testpartikelgeschwindigkeit bezogen. Das Ergebnis dieser Betrachtung ist in **Abbildung 4.11** zu sehen.



**Abbildung 4.11:** Vergleich der Durchlaufwahrscheinlichkeit  $P_{12}$  des VR3 als Funktion der dimensionslosen Berandungsgeschwindigkeit  $c_A/\bar{c}$  einer Berandung bei Variation der mittleren Teilchengeschwindigkeit  $\bar{c}$

$h_{\text{Spalt}} = 0,15$  mm,  $b_{\text{Spalt}} = 100$  mm,  $l_{\text{Spalt}} = 5$  mm

Eintrittstemperatur  $T_E =$  Wandtemperatur  $T_W$

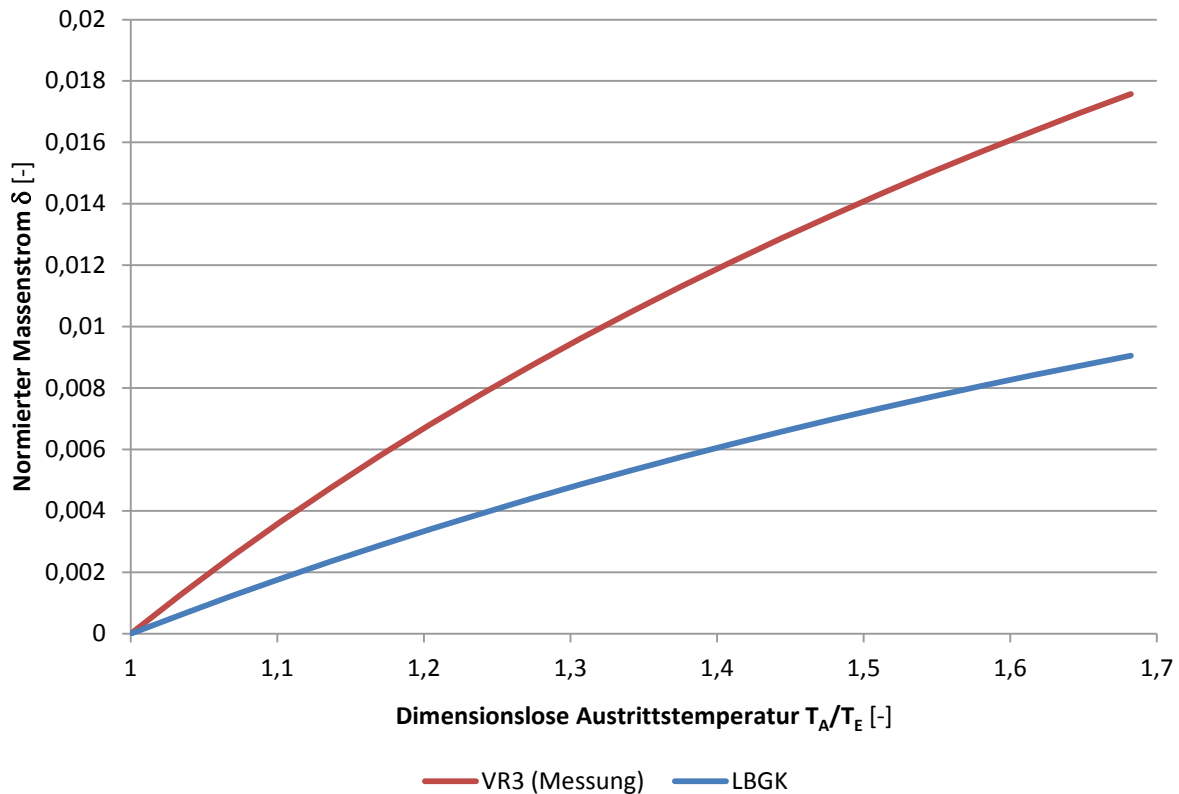
Die Betrachtung der Durchlaufwahrscheinlichkeit als Funktion der dimensionslosen Berandungsgeschwindigkeit zeigt, dass für den Anwendungsfall des Einzelspalt es der Einfluss der mittleren Teilchengeschwindigkeit durch die Einführung einer dimensionslosen Berandungsgeschwindigkeit abgebildet werden kann. Dieses Erkenntnis kann in KaSim genutzt werden, um von der Test-Partikel-Simulation abweichende mittlere Teilchengeschwindigkeiten zu berücksichtigen. Als Lösung ist naheliegend, die Simulationsdaten als Funktion der dimensionslosen Berandungsgeschwindigkeit darzustellen. Da diese Lösung jedoch eine Vielzahl an Veränderungen an der Implementierung erfordert, wird eine alternative Lösung umgesetzt.

Hierzu wird die mit Hilfe der Modellfrequenz ermittelte absolute Berandungsgeschwindigkeit  $c_A$  in eine effektive Berandungsgeschwindigkeit  $c_{A,\text{eff}}$  umgerechnet, indem sie mit dem Quotienten aus der in der Testpartikel-Simulation angesetzten Teilchengeschwindigkeit  $\bar{c}_{\text{sim}}$  und der aktuellen mittleren Teilchengeschwindigkeit  $\bar{c}$  multipliziert wird (**Gl. 4.12**).

$$c_{A,\text{eff}} = c_A \cdot \frac{\bar{c}_{\text{sim}}}{\bar{c}} \quad \text{Gl. 4.12}$$

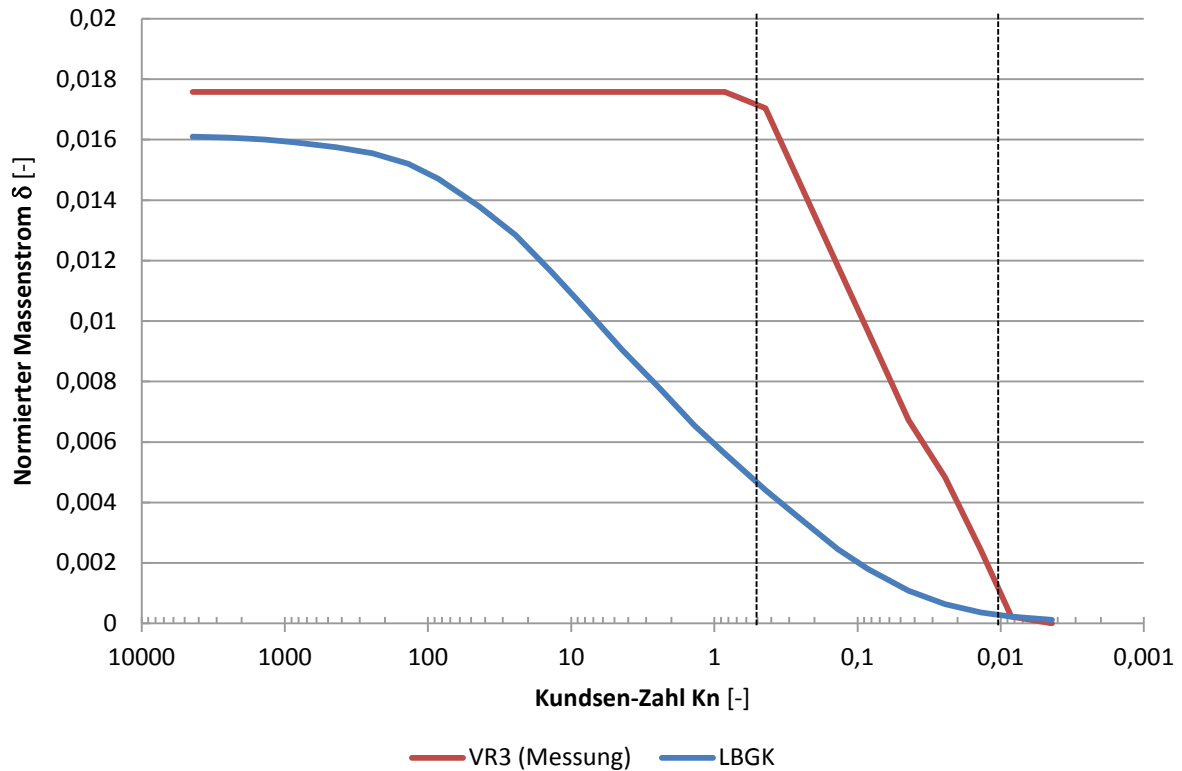
Diese effektive Berandungsgeschwindigkeit kann nun direkt zur Bestimmung der Durchlaufwahrscheinlichkeit mit Hilfe der Simulationsdatenbank verwendet werden, ohne dass eine Anpassung der Schnittstellen und Daten erforderlich ist.

Durch die beschriebene Betrachtung der Temperaturabhängigkeit der molekularen Spaltströmungsberechnung wird nicht nur der Einfluss der Absoluttemperatur wiedergegeben, es wird auch der Effekt des thermischen Kriechens vollständig erfasst [2]. Das thermische Kriechen stellt eine Spaltströmungsform dar, welche nicht durch einen Potentialunterschied im Druck sondern in der Temperatur getrieben wird. Das Modell von [12] berücksichtigt ebenfalls den Effekt des thermischen Kriechens, so dass die Ergebnisse beider Modelle bei gleichem Ein- und Austrittsdruck für verschiedene Auslasstemperaturen verglichen und im Folgenden kurz gegenüber gestellt werden (**Abbildung 4.12**).



**Abbildung 4.12:** Normierter Massenstrom  $\delta$  des VR3 bei thermischem Kriechen im Vergleich mit dem Modell LBGK als Funktion der dimensionslosen Austrittstemperatur  $T_A/T_E$   
 $h_{\text{Spalt}} = 0,15 \text{ mm}$ ,  $b_{\text{Spalt}} = 100 \text{ mm}$ ,  $l_{\text{Spalt}} = 5 \text{ mm}$   
 Druckverhältnis  $\Pi = 1$ , Knudsenzahl am Eintritt  $\text{Kn}_E = 4,4$

Für eine dimensionslose Austrittstemperatur von Eins entspricht die Austrittstemperatur der Eintrittstemperatur und beide Modelle berechnen einen normierten Massenstrom von Null, da weder ein Druck- noch Temperaturgefälle existiert. Mit zunehmender Austrittstemperatur ergibt sich für beide Modelle ein Anstieg des normierten Massenstroms. Die Zunahme ist qualitativ vergleichbar, absolut ergeben sich jedoch deutliche Differenzen. Diese sind auf die Strömungsform bei einem Spalteintrittsdruck von 0,1 mbar zurückzuführen. Bei diesem Druck liegt im Spalt eine Strömung im Übergangsbereich vor und das für den VR3 berechnete Ergebnis wird per Interpolation bestimmt [6]. Aus diesem Grund ist es sinnvoll, eine Variation des Ein- und Auslassdruckes bei einem konstanten Druckverhältnis von Eins durchzuführen und dabei die Temperaturdifferenz ebenfalls konstant zu halten (**Abbildung 4.15**).

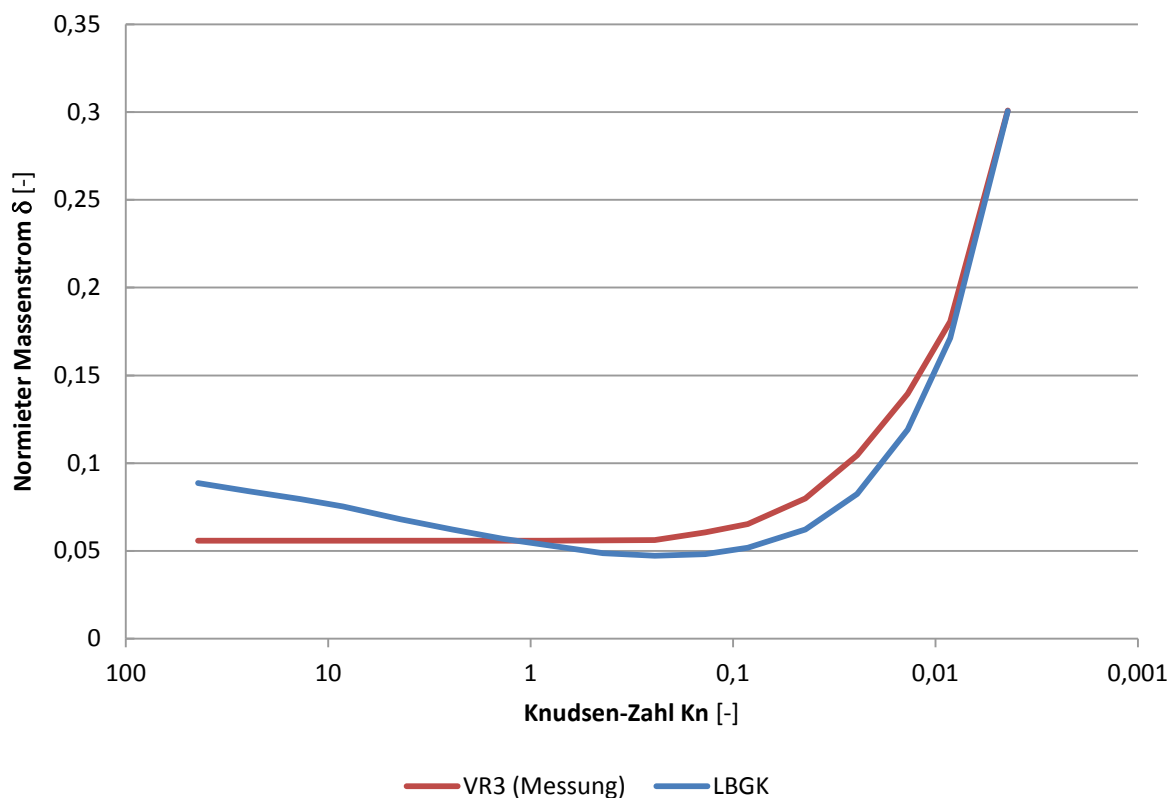


**Abbildung 4.13:** Normierter Massenstrom  $\delta$  des VR3 bei thermischem Kriechen im Vergleich mit dem Modell LBGK als Funktion der Knudsen-Zahl bei konstanter Temperaturdifferenz  $h_{\text{Spalt}} = 0,15 \text{ mm}$ ,  $b_{\text{Spalt}} = 100 \text{ mm}$ ,  $l_{\text{Spalt}} = 5 \text{ mm}$   
 Druckverhältnis  $\Pi = 1$ , Eintrittstemperatur  $T_E = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ , Austrittstemperatur  $T_A = 220 \text{ }^\circ\text{C}$

Der Effekt des thermischen Kriechens ist vorrangig in molekularen Strömungen zu beobachten. Dieses Verhalten wird von beiden Modellen auch derart wiedergegeben, dass sie für den Bereich kleiner Drücke und somit hoher Knudsen-Zahlen einen größeren normierten Massenstrom bestimmen und für hohe Drücke der Kontinuumsströmung der normierte Massenstrom gegen Null konvergiert. Auffällig ist, dass für das Modell LBGK nicht bei einer Knudsen-Zahl von 0,5 der maximale normierte Massenstrom erreicht wird, sondern erst bei einer Knudsen-Zahl größer als 1000. Jedoch sind auch in dem Übergangsbereich bereits deutliche Unterschiede feststellbar, welche auch in Abbildung 4.12 ersichtlich sind. Die Hauptursache liegt in der von [6] vorgeschlagenen empirischen Interpolation des Massenstroms im Übergangsbereich zwischen molekularer und Kontinuumsströmung. Diese Annahme führt zwar dazu, dass der nur in der molekularen Strömung vorhandene Effekt mit sinkender Knudsen-Zahl abnimmt, jedoch ist dieser Ansatz für diesen Anwendungsfall möglicherweise zu stark vereinfacht bzw. müssen die Knudsen-Zahlen für die Übergänge zwischen den Strömungsformen je nach Spaltströmungsart, temperatur- oder druckgetrieben, unterschiedlich festgelegt

werden. Dennoch können durch das erweiterte Mess- und Simulationsdatenmodell alle relevanten Einflüsse qualitativ richtig und quantitativ angemessen wiedergegeben werden.

Der Einfluss der Gasart kann, ähnlich wie der Einfluss der Temperatur, für das Spaltströmungsmodell basierend auf Messdaten nur durch Anwendung von Ähnlichkeitskriterien abgebildet werden. Als Ähnlichkeitskennzahl wird erneut die Knudsen-Zahl verwendet und angenommen, dass die Strömungsverhältnisse bei Variation der Gasart vergleichbar sind, wenn die Knudsen-Zahlen am Eintritt des Spaltes gleich sind. Auf diesem Weg lässt sich auch für ein abweichendes Gas ein normierter Massenstrom bestimmen. Zur Bestimmung des absoluten Massenstroms wird dann in Gl. 4.7 der theoretisch maximale Massenstrom für die abweichende Gasart berechnet.



**Abbildung 4.14:** Normierter Massenstrom  $\delta$  des VR3 als Funktion der Knudsen-Zahl für Wasserstoff im Vergleich mit dem Modell LBGK  
 $h_{\text{Spalt}} = 0,15 \text{ mm}$ ,  $b_{\text{Spalt}} = 100 \text{ mm}$ ,  $l_{\text{Spalt}} = 5 \text{ mm}$   
 Druckverhältnis  $\Pi \cong 0$ , Eintrittstemperatur  $T_E = 20 \text{ }^\circ\text{C}$

Ein Vergleich am Beispiel des VR3 im Vergleich mit dem Modell LBGK ist in **Abbildung 4.14** für Wasserstoff als Gasart gezeigt. Obwohl, wie bereits diskutiert, zwischen beiden Mo-

delle prinzipielle Unterschiede bestehen, liefert die Knudsen-Zahl-Ähnlichkeit für die Berechnung basierend auf Messdaten eine gute Übereinstimmung für alle Strömungsformen.

Für die molekulare Strömung unter Berücksichtigung der bewegten Spaltberandungen ist durch die Umsetzung der Temperaturabhängigkeit auch bereits implizit die Gasartabhängigkeit berücksichtigt, da sowohl die Temperatur als auch die Gasart auf molekularer Ebene lediglich die mittlere Teilchengeschwindigkeit verändern.

### **4.3 Gasrücktransport über Oberflächen**

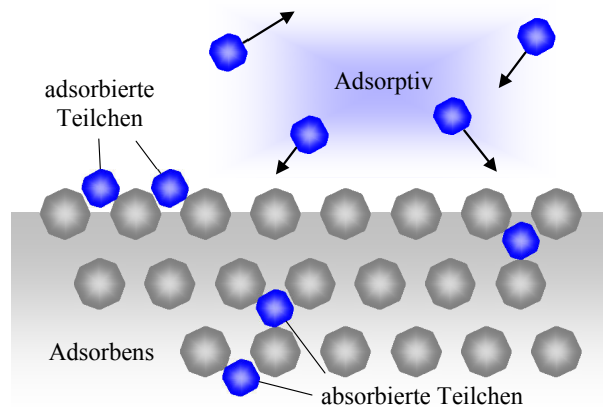
Obwohl Spaltströmungen für trockenlaufende Rotationsverdrängermaschinen oftmals den dominierenden Verlustmechanismus darstellen, zeigt die Forschung an Wälzkolben-Vakuumpumpen, dass mit zunehmender Verdünnung der Strömung in Spalten und Arbeitskammern ein weiterer Wirkmechanismus an Einfluss gewinnt. Am Beispiel gemessener Kompressionsverhältnisse bei Nulldurchsatz ist das Absinken der maximal erreichbaren Kompressionsverhältnisse mit sinkendem Vorvakuumdruck nicht ausschließlich auf die Spaltströmungen zurückzuführen. Numerische Simulationen, basierend auf der Test-Partikel-Methode [70], zeigen, dass die Drehzahl zwar für einen festen Vorvakuumdruck einen signifikanten Einfluss auf das Kompressionsverhältnis nehmen kann, aber nicht erklärt, wodurch das mit sinkendem Vorvakuumdruck abnehmende Kompressionsverhältnis bedingt ist. Untersuchungen an Wälzkolben-Vakuumpumpen zeigen, dass ein zusätzlicher Gastransportmechanismus existiert, welcher ursächlich an die inneren Oberflächen der Vakuumpumpe gekoppelt ist [2] [6] [105].

In den folgenden Teilkapiteln wird zunächst ein Überblick über die Nomenklatur und die grundlegender Aspekte des physikalischen Wirkmechanismus gegeben, um dann im Anschluss auf die Details der Modellierung in KaSim einzugehen. Diese umfassen die Abbildung des Adsorbens sowie der Sorptionskinetik in differentieller und integraler Form.

#### **4.3.1 Mechanismen der Ad- und Desorption**

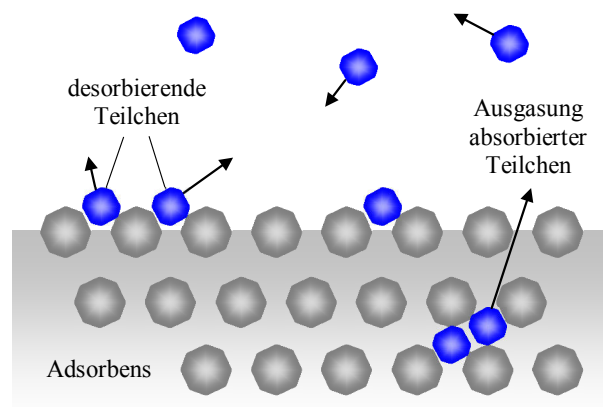
Die Interaktion einer technischen Oberfläche eines Festkörpers im Phasengrenzgebiet mit einer Gasphase wird durch den Oberbegriff Sorption thematisch zusammengefasst. Diese Interaktion umfasst die Anreicherung von Gasmolekülen an und in der Oberfläche des Festkörpers sowie die entsprechende Umkehr des Prozesses durch Abgabe von Gasmolekülen an die angrenzende Gasphase. Der aufnehmende Festkörper wird als Adsorbens bezeichnet, die po-

tentiell für eine Verbindung zur Verfügung stehende Moleküle werden Adsorptiv genannt (**Abbildung 4.15**). Der Prozess der Anreicherung wird als Adsorption bezeichnet, sofern die Moleküle, welche das Adsorbat bilden, eine reversible Verbindung mit dem Festkörper oder anderen, bereits adsorbierten Molekülen eingehen. Liegt eine, meist durch Diffusion begleitete, irreversible Bindung vor, bei der die Moleküle in die molekulare Struktur des Festkörpers eindringen, wird der Vorgang als Absorption oder Okklusion bezeichnet. [2]



**Abbildung 4.15:** Ad- und Absorption von Gasteilchen an einem Festkörper

Die Umkehrung des Prozesses der Sorption beschreibt die Desorption bei dem sich das Adsorbat von der Oberfläche des Adsorbens löst (**Abbildung 4.16**). Die Umkehr des Adsorptionsvorganges wird hingegen mit dem Begriff der Ausgasung beschrieben. Da bei makroskopischer Betrachtung diese beiden Vorgänge nicht immer zu Trennen sind, wird in der Regel der zusammenfassende Oberbegriff der Desorption verwendet. [2]

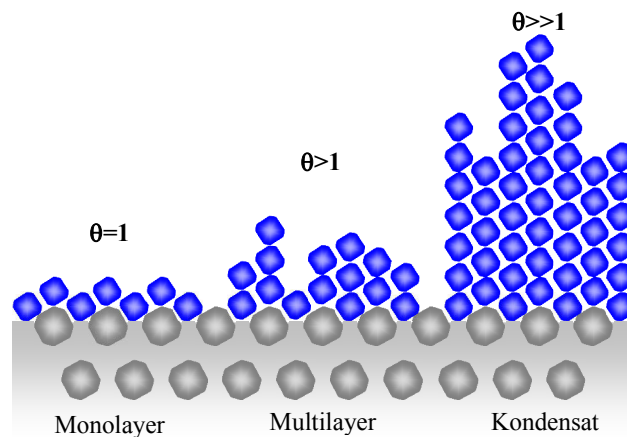


**Abbildung 4.16:** Desorption und Ausgasung von Gasteilchen aus einem Festkörper

Die Anzahl an adsorbierten Molekülen und damit die Menge des Adsorbats werden mit Hilfe des Bedeckungsgrads  $\Theta$  quantifiziert. Der Bedeckungsgrad ist als das Verhältnis der Teilchenanzahl auf der Oberfläche  $N$  im Verhältnis zur Teilchenanzahl einer sogenannten Monoschicht  $N_{\text{mono}}$  definiert (Gl. 4.13)

$$\Theta = \frac{N}{N_{\text{mono}}} \quad \text{Gl. 4.13}$$

Eine Monoschicht und damit ein Bedeckungsgrad von Eins ist dann gegeben, wenn jeder freie Platz auf der Oberfläche durch genau ein Molekül der Gasphase belegt ist. Sind noch freie Plätze vorhanden, ist der Bedeckungsgrad kleiner als Eins. Entstehen mehrere Schichten übereinander, so nimmt der Bedeckungsgrad Werte größer als Eins an. Die Beschreibung der Bildung weiterer Schichten ist dabei weitaus komplexer, da die Moleküle bei der Adsorption nicht nur mit dem Adsorbens interagieren, sondern auch mit den bereits adsorbierten Molekülen. Bei der Bildung extrem vieler Schichten geht der Effekt der Adsorption in die makroskopische Kondensatbildung über (Abbildung 4.17).



**Abbildung 4.17:** Verschiedene Möglichkeiten der Oberflächenbelegung durch Gasteilchen

Die Basis für die mikroskopischen Vorgänge der Sorption stellen physikalische und chemische Bindungsreaktionen zwischen den Gasmolekülen und dem Festkörper dar. Bei einem metallischen Festkörper befinden sich die Atome normalerweise in einer regelmäßigen Gitterstruktur. An den Oberflächen eines Festkörpers ist die Regelmäßigkeit des Gitters durch die fehlenden Bindungspartner jedoch unterbrochen. Die hieraus resultierende Oberflächenenergie stellt ein Maß für die Bindungsfähigkeit der Moleküle dar. Die Bindung der Moleküle wird mit Hilfe der zugrunde liegenden energetischen Wechselwirkung eingestuft. Bei der



Physisorption werden Gasmoleküle durch intermolekulare Kräfte (Dipolkräfte, Dispersionskräfte und repulsive Kräfte) in einem Bindungszustand gehalten [18]. Diese Wechselwirkung kann mit Hilfe des Lennard-Jones-Potentials quantifiziert werden und verdeutlicht, dass es sich um eine Bindungsform mit niedrigem Energieniveau handelt, so dass ein durch Physisorption adsorbiertes Gas durch z.B. geringfügige Änderungen im Zustand der Gasphase eine Aktivierungsenergie erhält und die Bindung aufbrechen kann. Demgegenüber steht die Chemisorption, welche eine energetisch deutlich stärkere Form der Bindung zwischen Adsorbens und adsorbierten Teilchen beschreibt, da die Chemisorption oftmals mit einer Dissoziation der Gasmoleküle einhergeht und diese in atomarer Form bindet. Für diesen Vorgang steht mit dem Morse-Potential ebenfalls eine Möglichkeit zur Quantifizierung zu Verfügung. Durch das hohe energetische Potential einer solchen Verbindung ist gleichermaßen die zeitliche Stabilität im Vergleich zur Physisorption deutlich höher, so dass im Rahmen dieser Arbeit ausschließlich Physisorption als Bindungsart betrachtet wird [2].

Typischerweise wird der Gesamteinfluss der thermodynamischen Randbedingungen und der Stoffeigenschaften auf den Prozess der Ad- und Desorption durch eine Schar von Sorptionsisothermen beschrieben. Es existiert eine Vielzahl an Sorptionsisothermen, die für verschiedene Anwendungsfälle, Randbedingungen oder Materialpaarungen gültig sind [106]. Das Konzept der Sorptionsisothermen geht dabei von einem Gleichgewichtszustand aus, bei dem die zeitliche Änderung des Bedeckungsgrads unendlich klein wird. Dieser Zustand ist dann erreicht, wenn die Anzahl an adsorbierenden und desorbierenden Molekülen gleich groß ist. Die Anwendung einer Sorptionsisothermen impliziert somit, dass die Ad- und Desorptionsvorgänge quasi-stationär verlaufen. Dies ist nur dann gegeben, wenn die zeitliche Änderung der intensiven Zustandsgröße wie Druck und Temperatur im Adsorptiv klein genug sind. Für die relative zeitliche Druckänderung muss folgende Ungleichung erfüllt sein, damit der Bedeckungsgrad der Druckänderung folgen kann. Die rechte Seite der Ungleichung wird durch die Haftwahrscheinlichkeit  $s$ , die Oberfläche des Adsorbens  $A$ , das Volumen des Adsorptivs  $V$  und die mittleren Teilchengeschwindigkeit  $\bar{c}$  gebildet (**Gl. 4.14**) [19].

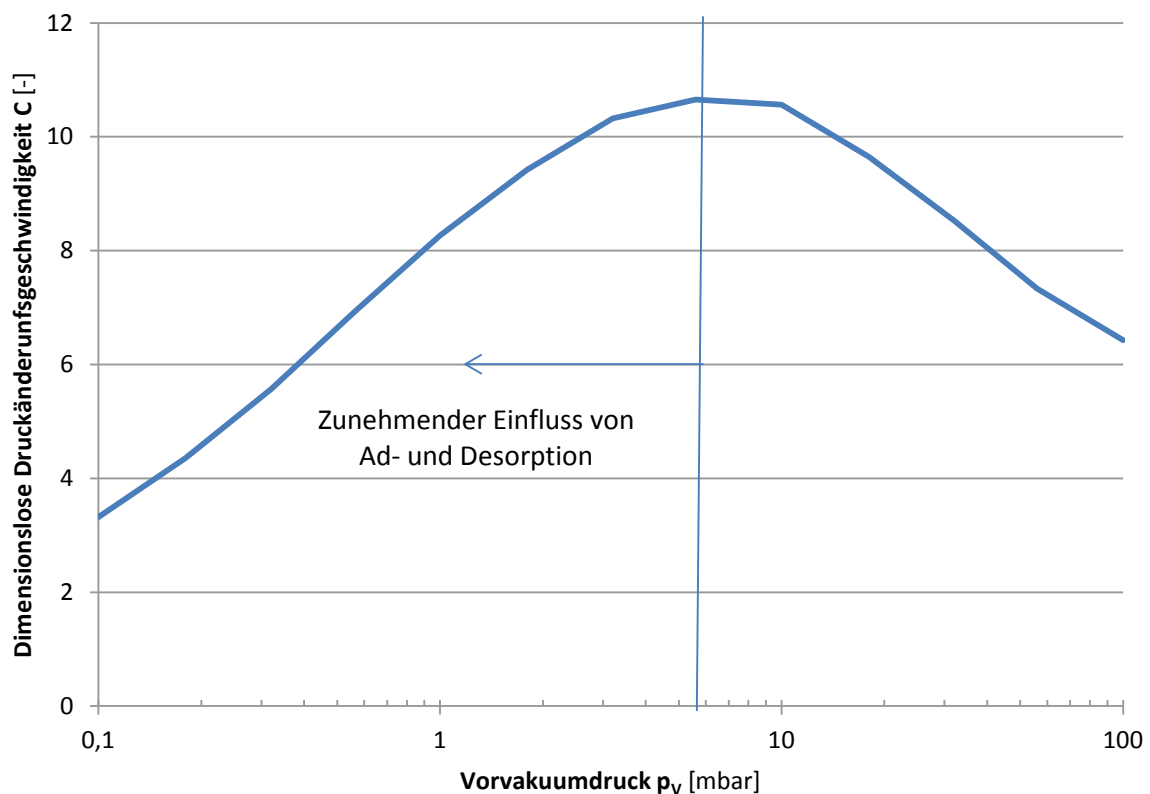
$$\left| \frac{1}{p} \cdot \frac{dp}{dt} \right| \ll s \cdot \frac{A \cdot \bar{c}}{V \cdot 4} \quad \text{Gl. 4.14}$$

Diese Ungleichung wird im Folgenden für eine exemplarische Arbeitskammer evaluiert. Hierzu wird zunächst eine Umstellung vorgenommen, so dass eine dimensionslose Druckände-

rungsgeschwindigkeit  $C$  entsteht, welche nach Gl. 4.14 deutlich kleiner als Eins sein muss (Gl. 4.15).

$$\frac{\left| \frac{1}{p_E} \cdot \frac{p_V - p_E}{dt} \right|}{s \cdot \frac{A_{\text{Kammer}} \cdot \bar{c}}{V_{\text{Kammer}} \cdot 4}} = C \ll 1 \quad \text{Gl. 4.15}$$

Die Kennzahl wird für eine exemplarische  $K_0$ -Kurve des Screw Vacuum Blowers bei einer Drehzahl von  $15.000 \text{ min}^{-1}$  bestimmt. Darüber hinaus ergibt sich aus der Drehzahl und der Hauptrotorzähnezahl der Zeitraum in dem sich der Hauptrotor um den Zahnteilungswinkel dreht. Dies dient als Abschätzung für die Zeit, in der die maximale Druckänderung auftreten darf. Eine exemplarische Auswertung der Kennzahl für die auftretende Druckänderung bei maximalen Kompressionsverhältnissen und einer Drehzahl von  $15.000 \text{ min}^{-1}$  ist in **Abbildung 4.18** dargestellt.



**Abbildung 4.18:** Dimensionslose Druckänderungsgeschwindigkeit  $C$  in einer Arbeitskammer  
 $V_{\text{Kammer}} = 4,47 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$ ,  $A_{\text{Kammer}} = 8,75 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$ , Haftwahrscheinlichkeit  $s = 0,3$   
 Zeitraum der Druckänderung  $dt = 1,33 \cdot 10^{-3} \text{ s}$

Auffällig ist, dass für den gesamten Vorvakuumdruckbereich, der für den Screw Vacuum Blower relevant ist, die Kennzahl für die Druckänderungsgeschwindigkeit größer oder sogar deutlich größer als Eins ist. Auch in dem Druckbereich, in dem der Gasrücktransport eine signifikante Rolle spielt, deutet sich an, dass nicht grundsätzlich angenommen werden kann, dass die Zustandsänderung der Oberflächenbedeckung zeitlich synchron mit der Änderung der intensiven Zustandsgrößen in der Arbeitskammer verläuft. Aus diesem Grund sollte der Mechanismus der Ad- und Desorption nicht mit Hilfe einer Sorptionsisotherme abgebildet werden, damit transiente Effekte nicht a priori vom Ergebnis ausgeschlossen werden.

Ziel der Modellierung des Gasrücktransportes im Rahmen dieser Arbeit ist die Erhöhung der Modellierungstiefe, so dass der physikalische Prozess der Ad- und Desorption im Detail abgebildet wird. Hierzu ist, neben empirischen Herleitungen, das kinetische Modell bekannt, um den quasi-stationären Zustand der Sorptionsisotherme zu ermitteln [17]. Das kinetische Modell basiert auf der Annahme, dass ein Gleichgewichtszustand dann eintritt, wenn die Anzahl der ad- und desorbierenden Moleküle gleich groß ist. Mit Hilfe des kinetischen Modells ist es z.B. möglich, den Vorgang der Sorption auf molekularer Ebene zu simulieren [107]. Der hohe Grad an Anschaulichkeit sowie die Flexibilität des Modells durch die Abstraktion in Form von Ad- und Desorptionsraten sind zwei wesentliche Gründe, das kinetische Modell im Rahmen dieser Arbeit zu adaptieren. Die Modellierung in KaSim muss dazu dem grundlegenden Konzept von Kapazitäten und Verbindungen genügen. Dementsprechend sind zwei wesentliche Schnittstellen zu erfüllen, der Austausch von Masse und innerer Energie in Form einer differentiellen Verbindung sowie die Beschreibung des Zustands des Adsorbens in Form einer Kapazität.

#### **4.3.2 Abbildung des Adsorbens als Kapazität**

Für die Modellierung eines Adsorbens in KaSim ist es erforderlich, den Zustand des adsorbierten Fluides zu beschreiben und zu modifizieren. Dies umfasst die Abbildung des Fluides und seiner Eigenschaften sowie die Möglichkeit relevante physikalische Größen für Modelle der Ad- und Desorptionskinetik wie den Bedeckungsgrad berechnen zu können. KaSim stellt hierzu keine brauchbare Schnittstelle zur Verfügung. Für die Modellierung von z.B. Arbeitskammern existiert zwar das Konzept der `FluidCapacity` [49], diese Schnittstelle ist jedoch ungeeignet, da es z.B. die Definition eines Druckes erfordert. Diese Information ist für einen Adsorbens nicht sinnvoll zu implementieren. Aus diesem Grund wird mit der `FluidSurface` ein neues Konzept vorgestellt, welches auf die Bedürfnisse der Sorption angepasst

ist und darüber hinaus ausdrücken kann, dass die Berechnung von Sorption nur zwischen einer `FluidCapacity` und `FluidSurface` möglich ist. Die neue Schnittstelle stellt alle für die Berechnung der Ad- und Desorptionskinetik benötigten Informationen über die Größe der Oberfläche, ihre Temperatur, aktuelle Bedeckung sowie den Werkstoff zur Verfügung.

Zur Modellierung sich zyklisch verändernder Oberflächen wird ebenfalls eine phasenabhängige Variante `FluidSurfacePrd` implementiert. Durch die Möglichkeit, dass der Flächeninhalt einer phasenabhängigen Fläche zu Null wird, muss ein zur Arbeitskammer vergleichbarer Mechanismus umgesetzt werden, der dafür Sorge trägt, dass der Grenzfall einer verschwindenden Fläche numerisch stabil abläuft und die Kapazität nicht in einen undefinierten Zustand übergehen kann. Hierzu wird vereinfachend angenommen, dass eine Fläche immer dann verschwindet, wenn die verbundene Arbeitskammer ebenfalls verschwindet (Abbildung 3.3).

Die Überprüfung des Konvergenzkriteriums für die aktuelle normierte Phase muss diesen neuen Kapazitätstyp mit einschließen, da ein Adsorbens per Definition einen veränderlichen Zustand aufweist und somit das Konvergenzverhalten und das Ergebnis der Berechnung beeinflusst. Die Berechnung des relativen Fehlers zwischen zwei Zuständen bei gleichem Phasenwert erfolgt, mathematisch analog zum relativen Fehler einer Fluidkapazität (Gl. 3.5), jedoch auf Basis des Bedeckungsgrades der Oberfläche (**Gl. 4.16**),

$$\delta x_i = \left\| \frac{\Theta_{i,s} - \Theta_{i,s-1}}{\Theta_{i,s-1}} \right\| \quad \text{Gl. 4.16}$$

Diese Größe schließt damit eine Änderung der Masse mit ein, da sich der Bedeckungsgrad proportional zur adsorbierten Gasmasse verhält. Darüber hinaus beeinflusst der Bedeckungsgrad der Oberfläche maßgeblich den Prozess der Sorption zwischen der Fluidkapazität und dem Adsorbens, so dass eine Konvergenz im Bedeckungsgrad ebenfalls eine Konvergenz des Sorptionsmassenstroms impliziert.

### 4.3.3 Abbildung der Sorptionskinetik als differentielle Verbindung

Der physikalische Effekt der Sorption, im Sinne des Transfers von Masse und Enthalpie in Form von Molekülen durch das Phasengrenzgebiet, wird in einer differentiellen Verbindung

umgesetzt. Da es sich, auch im Sinne von KaSim, nicht um eine Spaltverbindung handelt, wird eine neue Schnittstelle `CFluidSurfaceConnection` definiert. Diese neue Schnittstelle zerlegt, als Adaption des kinetischen Prozesses, die Sorption in die unabhängigen Teilprozesse Adsorption und Desorption. Basierend auf den Arbeiten von z.B. Langmuir [16], Freundlich [15] oder Temkin [108] kann jeweils ein mathematisches Modell zur Beschreibung der Ad- und Desorptionsrate aufgestellt werden. Es wird jedoch die konkrete Betrachtung eines einzelnen Teilchens im Rahmen des homogenen Kammerzustandes und homogenen Oberflächenzustandes vernachlässigt. Das bedeutet, dass die auf den intensiven Zustandsgrößen basierenden Adsorptions- und Desorptionsraten für einen gewissen Zeitraum als gültig angenommen werden. Dies ist eine im Rahmen dieser Arbeit getroffene Vereinfachung, um den Einfluss der tatsächlichen Molekülkinetik in der Arbeitskammer vernachlässigen zu können. Es wird somit immer von einer statistisch ausreichend hohen Molekülanzahl sowohl in der Fluidkapazität als auch auf der Oberfläche ausgegangen.

Der Teilprozess der Adsorption wird mathematisch durch die Adsorptionsrate  $j_{ad}$  beschrieben. Die Adsorptionsrate leitet sich im Wesentlichen aus der molekularen Flächenstoßrate  $j_N$  und einer Haftwahrscheinlichkeit  $s$  ab (**Gl. 4.18**).

$$j_{ad} = s(\Theta, T) \cdot j_N \quad \text{Gl. 4.17}$$

Die molekulare Flächenstoßrate, welche die Anzahl der auf eine Oberfläche treffenden Moleküle ins Verhältnis zu einer Zeitspanne und der Größe der Fläche setzt, ist proportional zu der Teilchenanzahldichte der Gasphase  $n$  und der mittleren Teilchengeschwindigkeit  $\bar{c}$  (**Gl. 4.18**).

$$j_N = \frac{n \cdot \bar{c}}{4} \quad \text{Gl. 4.18}$$

Da jedoch nicht alle auf eine Oberfläche treffenden Moleküle sofort adsorbiert werden, werden, basierend auf den Annahmen von Langmuir, noch der aktuelle Bedeckungsgrad der Oberfläche  $\Theta$  und die von Fluid und Material abhängige Haftwahrscheinlichkeit  $s$  mit einbezogen [2]. Die Haftwahrscheinlichkeit hat neben dem Bedeckungsgrad noch die Temperatur als Einflussgröße, die jedoch bei nicht-dissoziativer Adsorption vernachlässigt werden kann [2] (**Gl. 4.19**).

$$s = s_0 \cdot (1 - \Theta) \quad \text{Gl. 4.19}$$

Demnach ist die aktuelle Adsorptionsrate nach der Langmuir-Annahme nur noch linear von dem aktuellen Bedeckungsgrad abhängig (Gl. 4.20).

$$j_{\text{ad}} = s_0 \cdot (1 - \Theta) \cdot \frac{n \cdot \bar{c}}{4} \quad \text{für } \Theta \in [0 \dots 1] \quad \text{Gl. 4.20}$$

In dieser Annahme zeigt sich direkt, dass alle Sorptionsisothermen, die auf der Langmuir-Annahme hinsichtlich der Adsorption basieren, immer gegen einen Bedeckungsgrad von Eins als Maximum konvergieren. In der numerischen Implementierung wird der Bedeckungsgrad immer auf einen Maximalwert von Eins begrenzt, so dass die Adsorptionsrate niemals negativ werden kann.

Mit Hilfe der statistischen Teilchenmasse  $m_T$  und des Fläche des Adsorbens  $A_{\text{adsorbens}}$  kann aus der Adsorptionsrate der tatsächlich adsorbierte Massenstrom  $\dot{m}_{\text{ad}}$  bestimmt werden. Der zugehörige Enthalpiestrom  $\dot{H}_{\text{ad}}$ , der von dem Adsorptiv an die Oberfläche übergeht, hängt dabei lediglich von der Temperatur des Fluides und damit der kinetischen Energie der Moleküle ab. Dementsprechend muss zur Berechnung die spezifische innere Energie des Adsorptivs verwendet werden (Gl. 4.21).

$$\dot{m}_{\text{ad}} = j_{\text{ad}} \cdot m_T \cdot A_{\text{adsorbens}} \quad \text{Gl. 4.21}$$

$$\dot{H}_{\text{ad}} = \dot{m}_{\text{ad}} \cdot u_{\text{adsorptiv}}$$

Der umgekehrte Teilprozess, die Desorption, wird mit Hilfe der Desorptionsrate  $j_{\text{des}}$  beschrieben. Die Desorptionsrate leitet sich aus der Anzahl an Molekülen ab, welche in der Lage sind, durch ihre kinetische Energie die Desorptionsenergie der Oberfläche zu überwinden. Diese kinetische Energie ist durch die molekulare Schwingung der Atome bedingt und kann, basierend auf einer Boltzmann-Verteilung und der Arrhenius-Gleichung, statistisch abgeschätzt werden (Gl. 4.22) [2].

$$j_{\text{des}} = -v_0 \cdot \Delta \tilde{n} = -v_0 \cdot e^{-\frac{E_{\text{des}}}{R \cdot T_{\text{adsorbens}}}} \cdot \tilde{n} \quad \text{Gl. 4.22}$$

Die Desorptionsrate stellt sich als Produkt aus der molekularen Schwingungsfrequenz  $\nu_0$  und der Anzahl an adsorbierten Teilchen auf der Oberfläche  $\Delta n$  dar, welche die Energie besitzen, diese zu verlassen. Der Anteil der desorbierenden Moleküle an allen adsorbierten Molekülen  $\tilde{n}$  wird, unter Berücksichtigung der universellen Gaskonstanten, durch die Temperatur der Oberfläche  $T_{\text{adsorbens}}$  und ihr Material in Form der Desorptionsenergie  $E_{\text{des}}$  beeinflusst. Hinsichtlich dieser Annahmen ist eine Vielzahl an Modellen für die Desorption identisch. Unterschiede betreffen die Berechnung der Desorptionsenergie bzw. deren Abhängigkeit von dem aktuellen Bedeckungsgrad der Oberfläche.

Der einfachste Fall ist die Annahme, die Langmuir trifft. Er beschreibt die Desorptionsenergie als unabhängig vom Bedeckungsgrad, so dass die Desorptionsenergie für alle Bedeckungsgrade dem Maximalwert bei unbedeckter Oberfläche entspricht (**Gl. 4.23**). [2]

$$E_{\text{des,Langmuir}} = E_{\text{des},\Theta=0} \quad \text{Gl. 4.23}$$

Eine weitere verbreitete Annahme ist die nach Temkin [2]. Temkin formuliert die Desorptionsenergie mit einer linearen Abhängigkeit von dem Bedeckungsgrad, wobei die Desorptionsenergie mit steigender Bedeckung abnimmt (**Gl. 4.24**).

$$E_{\text{des,Temkin}} = E_{\text{des},\Theta=0} \cdot (1 - \alpha \cdot \Theta) \quad \text{Gl. 4.24}$$

Der Gradient der Abnahme ist dabei von der Fluid- und Materialkombination abhängig und wird in der Regel experimentell ermittelt [109]. Die Desorptionsenergie bei einem Bedeckungsgrad von Eins kann bzw. sollte dabei größer als Null sein.

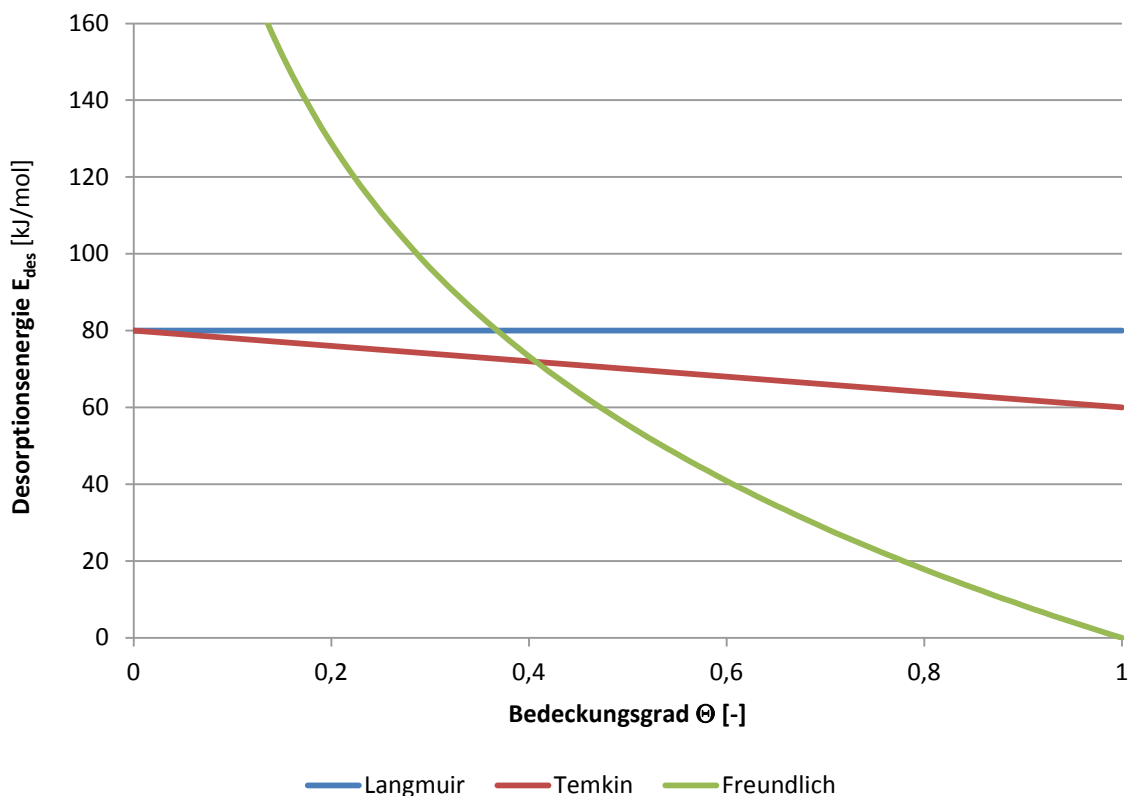
Die dritte Modellierung die im Rahmen dieser Arbeit betrachtet wird, ist die Annahme von Freundlich, welcher von einer exponentiellen Abhängigkeit der Desorption von dem Bedeckungsgrad ausgeht (**Gl. 4.25**). [2]

$$E_{\text{des,Freundlich}} = -E' \cdot \ln \Theta \quad \text{Gl. 4.25}$$

Diese Formulierung impliziert aus mathematischer Sicht, dass die Desorptionsenergie für kleine Bedeckungsgrade unendlich groß wird bzw. für eine Monoschicht zu Null wird. Aus diesem Grund ist ein Vergleich der Desorptionsenergie der unbedeckten Oberfläche mit dem Ansatz nach Langmuir nicht möglich. Stattdessen wird an dieser Stelle definiert, dass die Desorptionsenergie für Freundlich und Langmuir bei einem Bedeckungsgrad von  $e^{-1} \approx 0,367$  identisch sein sollen (Gl. 4.26).

$$E_{\text{des, Freundlich}} = E_{\text{des, Langmuir}} \cdot \ln \Theta \quad \text{Gl. 4.26}$$

Eine grafische Gegenüberstellung der verschiedenen Berechnungsansätze für die Desorptionsenergie als Funktion des Bedeckungsgrades ist in **Abbildung 4.19** dargestellt. Die Desorptionsenergie für Langmuir und Temkin ist für die unbedeckte Oberfläche identisch, für den Ansatz nach Freundlich existiert ein Schnittpunkt bei einem Bedeckungsgrad 0,367.



**Abbildung 4.19:** Desorptionsenergie  $E_{\text{des}}$  als Funktion des Bedeckungsgrades  $\Theta$  im Vergleich zwischen den Modellen Langmuir, Temkin und Freundlich für  $E_{\text{Des}, \Theta=0}$  von 80 kJ/mol

Basierend auf der Desorptionsrate kann der desorbierende Massenstrom ermittelt werden. Da die Fläche des Adsorbens bereits in die Berechnung der Desorptionsrate eingeflossen ist, muss



die Desorptionsrate lediglich mit der statistischen Masse der Moleküle  $m_T$  multipliziert werden (**Gl. 4.27**).

$$\dot{m}_{\text{des}} = j_{\text{des}} \cdot m_T$$

**Gl. 4.27**

$$\dot{H}_{\text{des}} = \dot{m}_{\text{des}} \cdot u_{\text{adsorbat}}$$

Der zum Massenstrom zugehörige Enthalpiestrom wird durch die spezifische innere Energie des Adsorbates  $u_{\text{adsorbat}}$  bestimmt. Diese Annahme wird in ähnlicher Form zur Simulation molekularer Strömungen verwendet, bei denen ein Kontakt mit einem Festkörper mit einer Annäherung der thermodynamischen Temperatur des Gases an den Festkörper einhergeht [6] [70].

Die Berechnung des Bedeckungsgrades als Funktion der Wandtemperatur und des Druckes der Gasphase ist für stationäre Randbedingungen z.B. für die Langmuirsche Sorptionsisotherme analytisch möglich, indem die Ad- und Desorptionsraten gleichgesetzt werden. Als Ergebnis folgt **Gl. 4.28** [2].

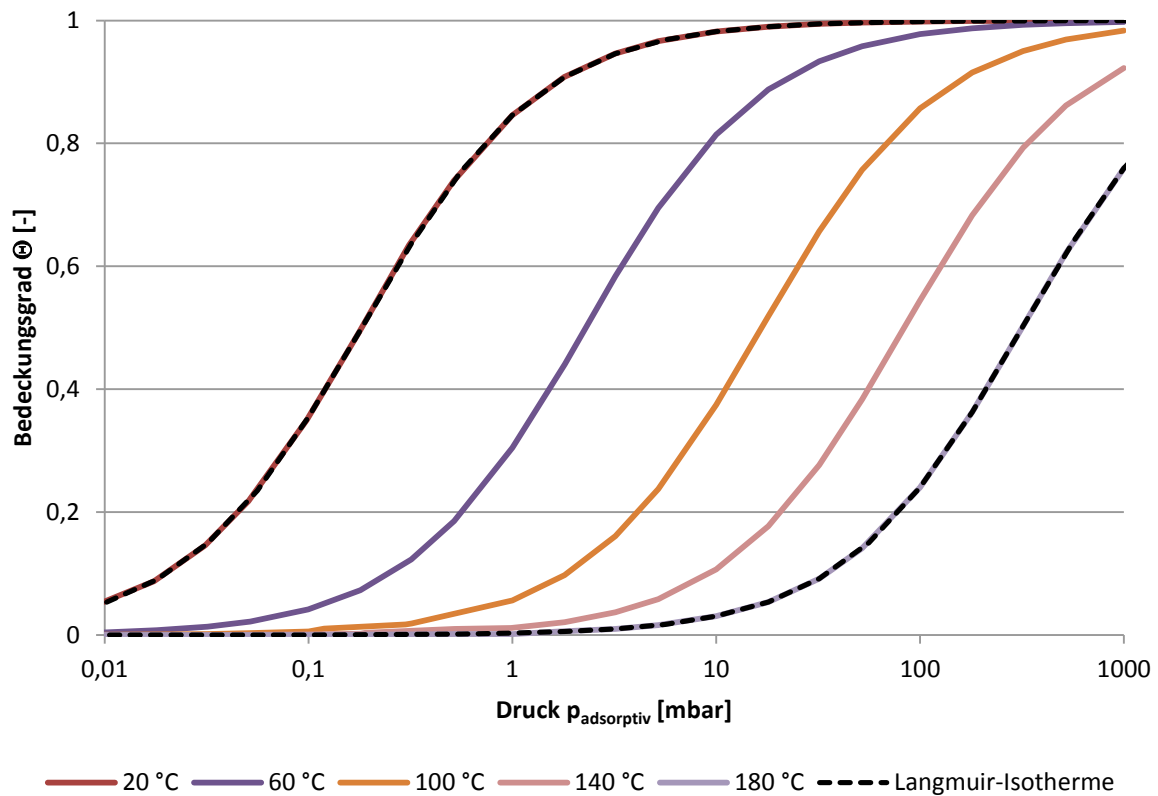
$$\Theta_{\text{Langmuir}} = \frac{a \cdot p_{\text{adsorptiv}}}{1 + a \cdot p_{\text{adsorptiv}}}$$

**Gl. 4.28**

$$a = \frac{s_0 \cdot \frac{1}{v_0} \cdot e^{-\frac{E_{\text{des}}}{R \cdot T_{\text{adsorbens}}}}}{\tilde{n}_{\text{mono}} \cdot \sqrt{2 \cdot \pi \cdot M_{\text{molar}} \cdot R \cdot T_{\text{adsorptiv}}}}$$

Der Bedeckungsgrad ist lediglich vom Druck der Gasphase  $p_{\text{adsorptiv}}$  abhängig. Die benötigte Konstante  $a$  ist von den Fluid- und Materialdaten (Molekulare Schwingungsfrequenz  $v_0$ , Desorptionsenergie  $E_{\text{des}}$ , universelle Gaskonstante  $R$ , Haftwahrscheinlichkeit bei leerer Oberfläche  $s_0$  und molare Masse  $M_{\text{molar}}$ ) sowie der Gastemperatur  $T_{\text{adsorptiv}}$  und Wandtemperatur  $T_{\text{adsorbens}}$  abhängig. Diese beiden Temperaturen werden für die Betrachtung einer Sorptionsisotherme konstant gehalten. Ein exemplarischer Vergleich der analytischen Lösung mit einer Berechnung in KaSim in **Abbildung 4.20** zeigt eine sehr gute Übereinstimmung der Ergebnisse. Das typische Verhalten der Langmuir-Isothermen wird im gesamten im Rahmen dieser Arbeit relevanten Druckbereich richtig wiedergegeben. Auch das Verhalten bei Variation der

Oberflächentemperatur gibt das Modell in KaSim richtig wieder, wie der weitere Vergleich bei einer Temperatur von 180°C zeigt.



**Abbildung 4.20: Bedeckungsgrad  $\Theta$  als Funktion des Druckes der Gasphase  $p_{\text{adsorptiv}}$  bei Variation der Temperatur des Adsorbens  $T_{\text{adsorbens}}$  im Vergleich mit der analytische Lösung  $E_{\text{des}} = 50\text{kJ/mol}$ ,  $s = 0,3$ ,  $T_{\text{adsorptiv}} = 20^\circ\text{C}$ ,  $M_{\text{molar}} = 287\text{ kg/mol}$**

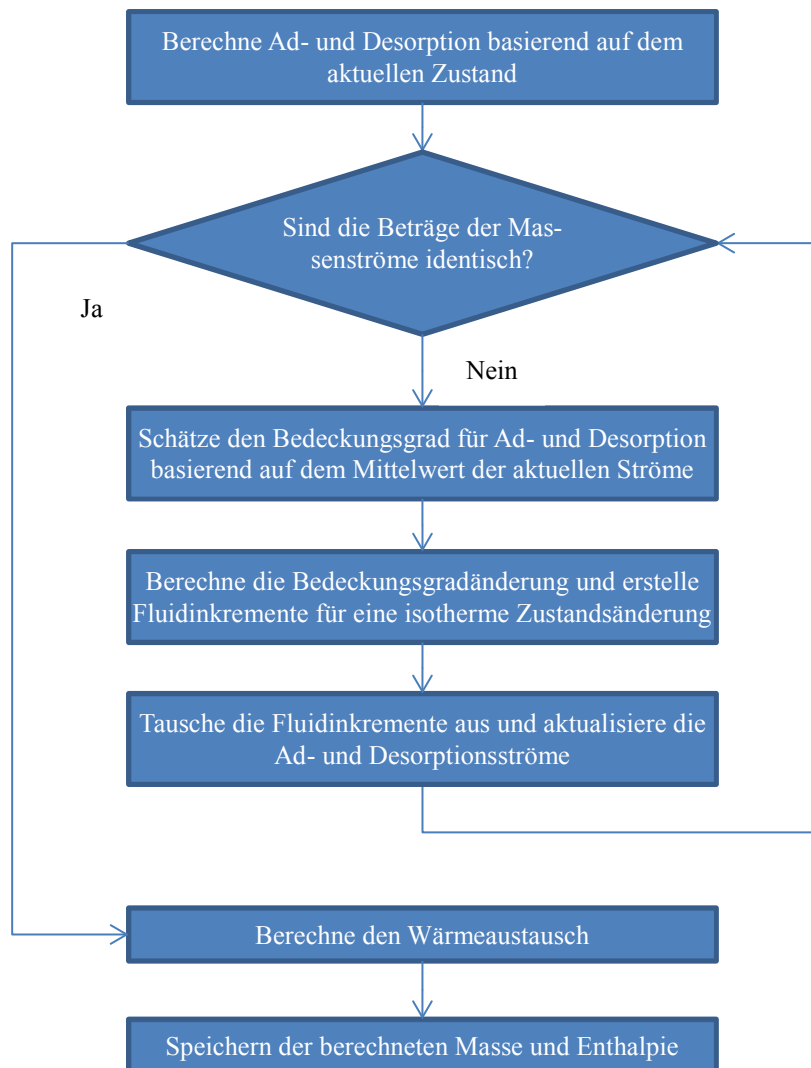
Im Rahmen dieser Arbeit werden Stoffgemische für die Ad- und Desorption nicht explizit berücksichtigt. Das umgesetzte Modell kann zwar rudimentär mit Gasgemischen umgehen, jedoch wird die Interaktion zwischen verschiedenen Gasphasen im adsorbierten Zustand nicht berücksichtigt. Diese Vereinfachung ist in einigen Fällen nicht zutreffend bzw. nicht zulässig [110]. Um dennoch Luft als Arbeitsmedium verwenden zu können, wird diese nicht als Gemisch verschiedener reiner Stoffe modelliert, sondern direkt durch gemittelte Stoffeigenschaften abgebildet [49].

Durch den Prozess der Ad- und Desorption wird nicht nur Fluid in Form von Masse ausgetauscht, es wird auch die zugehörige Menge an Energie transportiert. Dieser Energiestrom ergibt sich, analog zum Massenstrom, als Summe des adsorbierenden und desorbierenden Energiestroms. Unter Berücksichtigung der Gleichungen Gl. 4.21 und Gl. 4.27 ergibt sich,

dass der Energiestrom, eine temperatur- und druckunabhängige isochore Wärmekapazität vorausgesetzt, proportional zur Temperaturdifferenz zwischen Gas und Oberfläche ist. Dies bedeutet, dass Ad- und Desorption bereits einen Beitrag zum Wärmeübergang zwischen Gas und Bauteilen leistet, da sich ein warmes Gas an den Oberflächen abkühlt und ein kaltes Gas an den Oberflächen aufwärmt. Da es im Regelfall aufgrund der kurzen simulierten Zeit einer Berechnung und der großen Differenzen in den Wärmekapazitäten zwischen Gas und Festkörper nicht sinnvoll ist, eine Temperaturänderung des Festkörpers zu simulieren [49], wird der Adsorbens bei der Berechnung von Sorptionsvorgängen als infinite Wärmekapazität modelliert. Auf diese Weise kann er eine unbegrenzte Menge an Wärme aufnehmen bzw. abgeben ohne dabei seine Temperatur zu verändern.

#### **4.3.4 Abbildung der Sorptionskinetik als integrale Verbindung**

Das Konzept der differentiellen Verbindung in KaSim erfordert die bedingte Konvertierung in eine passende integrale Verbindung, sofern die differentielle Verbindung nicht ausgeführt werden kann (Abbildung 3.4). Da eine logisch passende Verbindung wie z.B. der Druckausgleich für eine Spaltströmung nicht existiert, muss für die Sorptionskinetik eine passende integrale Verbindung geschaffen werden, welche den quasi-stationären Zustand einer Sorptionsisothermen beschreibt. Um eine möglichst flexible Lösung zu erarbeiten, wird auf die konkrete Implementierung spezieller Sorptionsisothermen verzichtet und stattdessen eine numerische Lösung des Gleichgewichtszustands angestrebt. Dieser Algorithmus verwendet dann die jeweiligen Modelle für Ad- und Desorption um einen Bedeckungsgrad zu berechnen, bei dem die beiden Teilströme gleich groß sind. Der prinzipielle Ablauf des numerischen Verfahrens ist in **Abbildung 4.21** dargestellt. Basierend auf dem initialen Zustand der verbundenen Fluidkapazität und des Adsorbens werden die Ströme der Adsorption und Desorption ermittelt. Das Verhältnis der Massenströme dient als Konvergenzkriterium. Sind die Massenströme nicht identisch, so muss ein neuer Bedeckungsgrad bestimmt werden.



**Abbildung 4.21: Iteration des quasi-stationären Bedeckungsgrades**

Da der Bedeckungsgrad prinzipiell beliebige Werte größer oder gleich null annehmen kann (Abbildung 4.17), ist die Anwendung von Verfahren wie der Bisektion nicht möglich, da durch die notwendige Abstraktion des gesamten Algorithmus nicht bekannt ist, ob es eine definierte obere Grenze für den Bedeckungsgrad gibt. Um diese Einschränkung zu umgehen, wird das Abschätzen des Bedeckungsgrades an die jeweiligen Modelle für die Ad- und Desorption delegiert. Diese können dann den für einen arithmetisch gemittelten Fluidstrom passenden Bedeckungsgrad ermitteln. Da diese Abschätzung für die Modelle der Adsorption und Desorption getrennt geschieht, wird der neue Bedeckungsgrad wiederum als Mittelwert der beiden Teilergebnisse berechnet. Aus der Änderung des Bedeckungsgrades kann dann die zwischen den beiden Kapazitäten auszutauschende Masse bestimmt werden. Die zugehörige Energie wird zunächst dahingehend vernachlässigt, als das die Zustandsänderung durch den Massenaustausch während der Iteration des Bedeckungsgrades als isotherm angenommen

wird. Im letzten Teilschritt müssen dann für den geänderten Bedeckungsgrad die Ad- und Desorptionsströme aktualisiert werden, um das Konvergenzkriterium evaluieren zu können.

Die Konvergenzprüfung wird aus numerischen Gründen nicht anhand der Differenz der Massenströme durchgeführt, da eine Überprüfung auf den Wert Null in Anbetracht der großen Wertespanne, die die Massenströme annehmen können, nicht praktikabel ist. Stattdessen wird der numerisch stabilere Weg gewählt, bei dem der Quotient der beiden Massenströme mit einer festen Toleranz auf den Zahlenwert Eins geprüft wird. Eine weitere Konsequenz aus den potentiell sehr unterschiedlichen Massenströmen ist die variierende Empfindlichkeit des Bedeckungsgrades als Funktion des Massenstromes. Je nach Randbedingung kann es dazu führen, dass das Verfahren nicht konvergiert, sondern sogar divergiert und kein Bedeckungsgrad ermittelt werden kann. Einen entsprechenden Beitrag zur numerischen Stabilität des Verfahrens kann das Verfahren der Unterrelaxation leisten. Hierzu wird der aktuell abgeschätzte Bedeckungsgrad nicht direkt in die weitere Iteration übernommen, sondern nur zu einem gewissen Anteil  $f$ . Der tatsächliche neue Bedeckungsgrad ergibt sich dann als gewichtete Summe des aktuellen und letzten Bedeckungsgrads (**Gl. 4.29**).

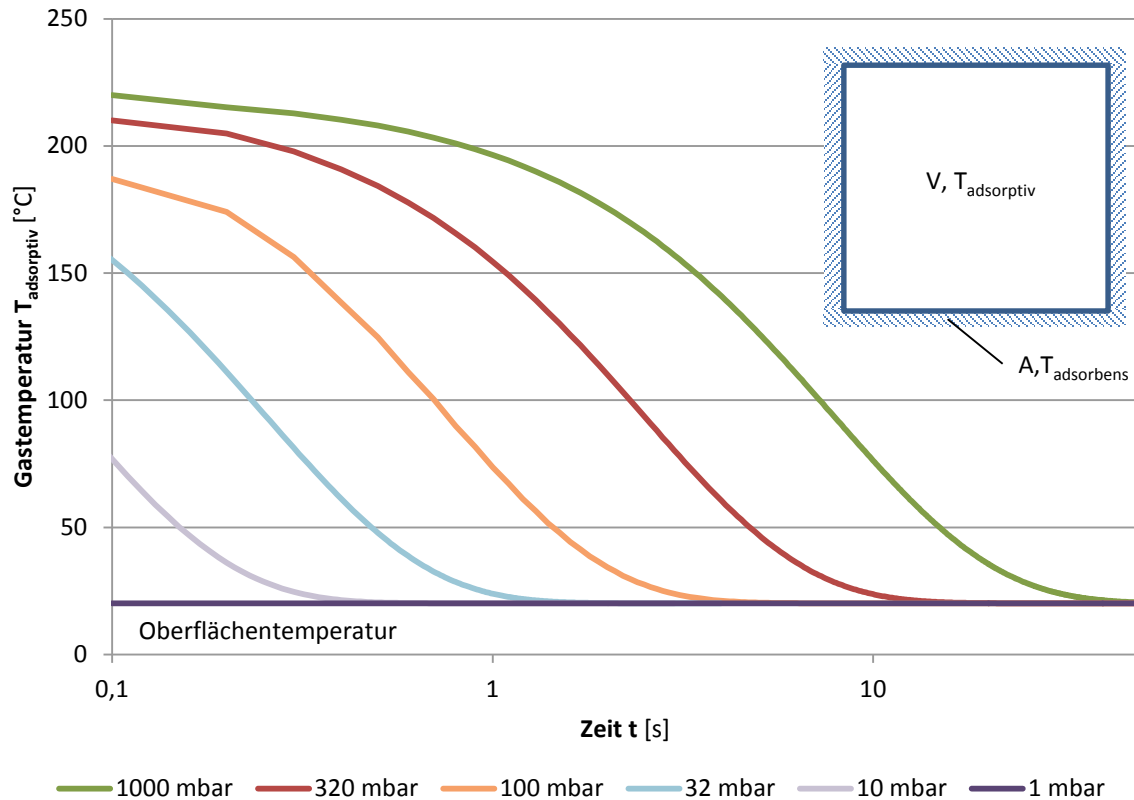
$$\Theta = \Theta_i \cdot f + \Theta_{i-1} \cdot (1 - f) \quad \text{Gl. 4.29}$$

Ist das Massenstromverhältnis konvergiert, wird die Iteration beendet und abschließend die energetische Bilanz des Ausgleichsprozesses berechnet. Mit Hilfe des isotherm berechneten Bedeckungsgrades  $\Theta_{\text{int}}$  werden die Enthalpieströme für Ad- und Desorption  $\dot{H}_{\text{des},\Theta_{\text{int}}}$  und  $\dot{H}_{\text{ad},\Theta_{\text{int}}}$  berechnet (Gl. 4.21 und Gl. 4.27) und mit Hilfe des vorgegeben Zeitschrittes zu einer auszutauschenden integralen Energiemenge  $E_{\text{int}}$  integriert (**Gl. 4.30**).

$$E_{\text{int}} = (\dot{H}_{\text{des},\Theta_{\text{int}}} - \dot{H}_{\text{ad},\Theta_{\text{int}}}) \cdot \Delta t \quad \text{Gl. 4.30}$$

Zuletzt muss der Sonderfall des vollständigen Wärmeübergangs überprüft werden. Wird durch einen großen Enthalpiestrom oder einen großen Zeitschritt eine Abkühlung oder Erwärmung des Gases über das Niveau der Oberflächentemperatur erzielt, so muss die Energiemenge dahingehend korrigiert werden, dass sich ein Temperaturgleichgewicht zwischen Gasphase und Adsorbens einstellt. Die Verwendung des Modells für Sorption führt unweigerlich dazu, dass ein solches Kammermodell diabat wird, ohne dass explizit ein Wärmeübergang definiert wird

[49]. Das folgende Beispiel illustriert den Sachverhalt anhand des Abkühlvorganges eines geschlossenen Volumens, wobei die Starttemperatur konstant gehalten wird und der Startdruck variiert wird (**Abbildung 4.22**).



**Abbildung 4.22:** Temperatur  $T_{\text{adsorptiv}}$  in einem geschlossenen Volumen als Funktion der Zeit  $t$  durch den Einfluss der Sorptionskinetik für verschiedene Gasdrücke bei einer Starttemperatur von 220°C  
 $V = 1\text{m}^3$ ,  $A = 12\text{m}^2$ ,  $E_{\text{des}} = 50\text{kJ/mol}$

Die Temperatur der Oberfläche beträgt immer konstant 20 °C. Beginnend mit einem Startdruck von 1000 mbar stellt sich das Temperaturgleichgewicht zwischen Gasphase und Adsorbens nicht ad-hoc ein, sondern benötigt einen Zeitraum von 50 s. Mit sinkendem Startdruck verkürzt sich der Zeitraum des Abkühlvorgangs, da die eingeschlossene Masse des Gases stärker abnimmt als der in Abhängigkeit des Bedeckungsgrades übertragene Wärmestrom. Dies äußert sich bereits darin, dass für einen Startdruck von 32 mbar die Gastemperatur bereits nach 0.1 s signifikant abgesunken ist. Im Grenzfall hin zu noch kleineren Drücken ist der Wärmestrom theoretisch so groß, dass der Abkühlvorgang sofort stattfindet. Dies entspricht dann der Vorstellung der molekularen Strömung, bei der die Moleküle durch eine große freie Weglänge im Vergleich zu den Abmessungen des Volumens in extrem kurzen Zeitintervallen in Kontakt mit dem Adsorbens kommen und dessen Temperatur annehmen können.

### 4.3.5 Definition des Bezugssystems

Die Modellierung der Sorptionskinetik ist auf die Interaktion zwischen einer Fluidkapazität und einem Adsorbens beschränkt. Diese Implementierung umfasst zwar bereits alle wesentlichen Elemente des physikalischen Effektes, jedoch müssen im weiteren Verlauf die besonderen Gegebenheiten der Anwendung auf Rotationsverdrängermaschinen berücksichtigt werden. Die Abbildung des Adsorbens impliziert die Betrachtung der Oberfläche in einem bewegten Bezugssystem. Für das Zusammenspiel zwischen Arbeitskammer und Rotoroberfläche hat diese Annahme keine weitere Bedeutung, da sich, vom Profileingriffsspalt abgesehen, Rotoroberfläche und Arbeitskammer im selben Bezugssystem befinden. Für die Gehäuseoberfläche stellt dies eine Herausforderung dar, da sich das Gehäuse und seine Oberflächen in einem anderen, stehenden Bezugssystem befinden, welches das Absolutsystem darstellt. Der Flächeninhalt des Adsorbens wird jedoch im Bezugssystem relativ zur Kammer bestimmt.

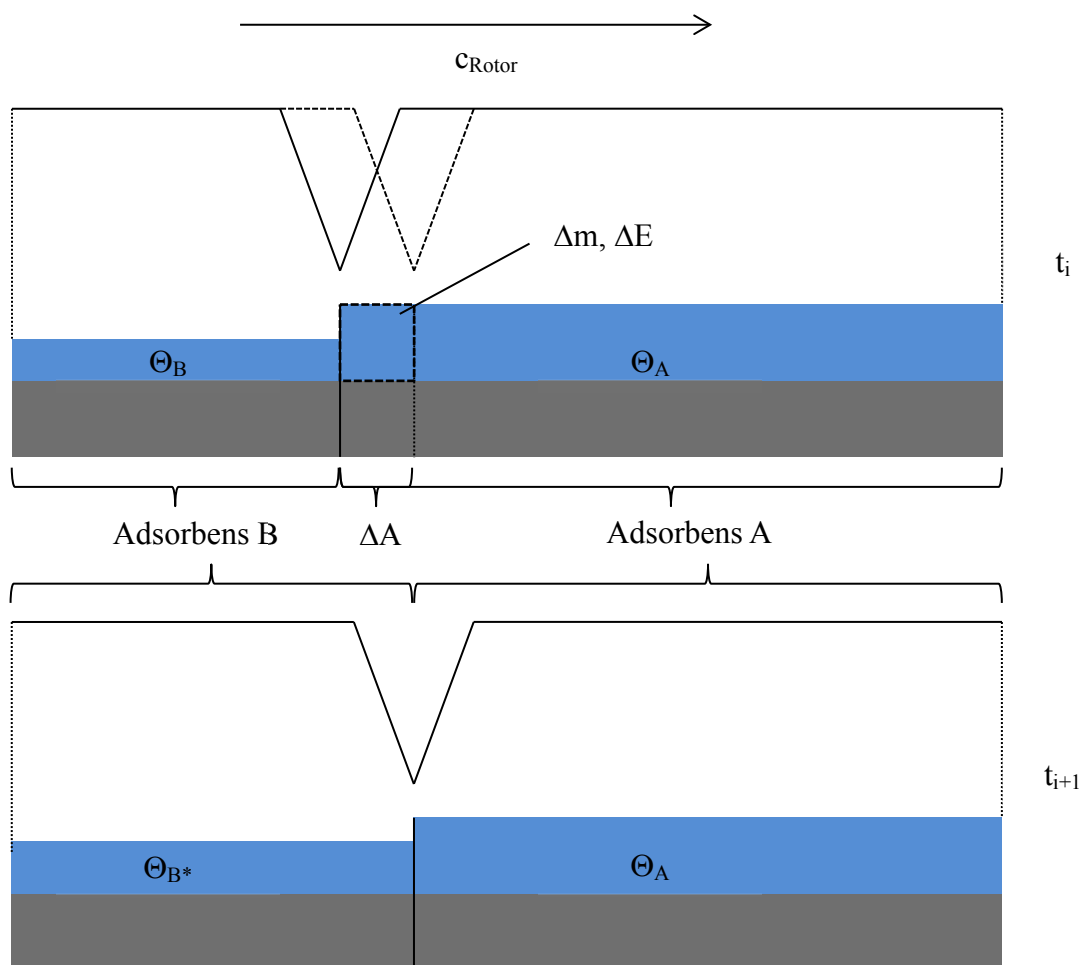


Abbildung 4.23: Prinzipielle Darstellung des Fluidtransfers zwischen den Gehäuseoberflächenanteilen angrenzender Arbeitskammern

**Abbildung 4.23** illustriert die Situation am Beispiel des Gehäusespaltes und erläutert die notwendige Erweiterung der Modellierung. Durch die Bewegung des Rotorzahnkopfes bzw. des Spaltes relativ zum ortsfesten Gehäuse mit der Geschwindigkeit  $c_{\text{Rotor}}$  verschieben sich die Definitionsbereiche der Adsorbens A und B. Ist der aktuelle Bedeckungsgrad beider Gehäuseoberflächen unterschiedlich, so ergibt sich durch die von dem Rotorzahnkopf überstrichene Fläche  $\Delta A$  für die Fläche B zum Zeitpunkt  $t_{i+1}$  eigentlich ein nicht-homogener Zustand der Bedeckung. Ein derartiger Zustand ist jedoch in der nulldimensionalen Modellierung nicht beschreibbar, so dass für die Fläche B ein neuer, homogener Zustand des Adsorbats bestimmt werden muss, der dann dem homogenen Bedeckungsgrad  $\Theta_{B^*}$  entspricht.

Hierzu wird die zum jeweiligen Zeitpunkt ad-hoc zu transferierende Masse  $\Delta m$  und Energie  $\Delta E$  berechnet. Die Masse und Energie wird anhand des Zustandes der Quellkapazität ( $m_A$  und  $E_A$ ), also in diesem Fall Adsorbens A, bestimmt. Der Anteil berechnet sich als Quotient aus Transferfläche  $\Delta A$  und gesamtem Flächeninhalt des Adsorbens  $A_A$  (Gl. 4.31).

$$\Delta m = m_A \cdot \frac{\Delta A}{A_A}$$

Gl. 4.31

$$\Delta E = E_A \cdot \frac{\Delta A}{A_A}$$

Die Transferfläche  $\Delta A$  entspricht der während des Zeitschrittes  $\Delta t$  mit dem Zahnkopf des Rotors überstrichenen Fläche auf dem Gehäuse.

Dieser Verbindungstyp, in KaSim `CFluidSurfaceTransfer` genannt, wird als integrale Verbindung implementiert. Die Verbindung muss zudem als phasenabhängiges Element implementiert werden, da die Transferfläche  $\Delta A$  proportional zur Phasenschrittweite in KaSim ist. Hierzu muss die phasenabhängige Transferfläche von dem tatsächlichen Phasenschritt entkoppelt werden. Dieser Schritt ist zwingend erforderlich, da die Phasenschrittweite in KaSim variabel und nicht während der Modellerstellung in KaSim-PRE bekannt ist. Um diese Flexibilität gewährleisten zu können, wird für das Kammermodell eine phasenspezifische Transferfläche  $A_T$  angegeben, die unter Zuhilfenahme der Phasenschrittweite  $\Delta s$  in die tatsächliche Transferfläche  $\Delta A$  umgerechnet werden kann (Gl. 4.32).



$$\Delta A = \Delta s \cdot A_T$$

Gl. 4.32

### 4.3.6 Physikalische Eigenschaften der Material- und Fluidkombination

Die Modelle der Sorptionskinetik werden unter anderem durch die Eigenschaften der beteiligten Materialien und Fluide parametrisiert. Diese Eigenschaften wie z.B. die Desorptionsenergie  $E_{des}$  können dabei weder einem konkreten Material noch einem Fluid zugeordnet werden, sondern sind immer nur für eine Kombination aus beiden gültig. In KaSim ist eine Datenbank für Fluiddaten verfügbar, aus der Anwendung der Kopplung von KaSim mit Methoden der strukturmechanischen Berechnung und der mechanischen Belastungsberechnung in KaSim-POST existiert analog eine Datenbank für metallische Festkörpermaterialien. Da keine der beiden Schnittstellen geeignet ist, um die Sorptionseigenschaften erweitert zu werden, werden die Sorptionseigenschaften in einer separaten Datenbank implementiert, die analog zu der Fluiddatenbank und der Materialdatenbank durch den Anwender konfiguriert werden kann.

Dabei umfassen die Sorptionseigenschaften pro Kombination aus Materialtype und Fluidtype drei Parameter, welche die Schnittmenge der vorgestellten Modelle für Ad- und Desorption umfasst. Eine Übersicht der Eigenschaften mit den von KaSim erwarteten Einheiten ist in **Tabelle 4.1** aufgelistet.

**Tabelle 4.1:** Eigenschaften der Material- und Fluidkombination

Name	Einheit
Desorptionenergie $E_{des}$	J/mol
Haftwahrscheinlichkeit $s_0$	-
Temkin-Koeffizient $\alpha$	-

## 4.4 Ladungswechsel

Der Ladungswechsel ist essenzieller Bestandteil des Arbeitsspiels einer Rotationsverdrängermaschine. Auf der Einlassseite verantwortet der Ladungswechsel den Füll-Vorgang der sich öffnenden Arbeitskammer, auf der Auslassseite ermöglicht der Ladungswechsel den Entleer-Vorgang der verschwindenden Arbeitskammer. Die nulldimensionale Betrachtung des Kam-

mermodells basierend auf der Füll- und Entleermethode bietet nur begrenzte Möglichkeiten, die Physik des Ladungswechsels zu Erfassen. Für detaillierte Untersuchungen in diesem Bereich sind andere Methoden erforderlich. Insbesondere um Effekte der instationären Strömung durch den pulsierenden Volumenstrom am Ein- und Auslass zu erfassen, sind Methoden wie ein Charakteristiken-Verfahren durch die Berücksichtigung der Impulserhaltung besser geeignet [55] [56].

Aus physikalischer Sicht ist für eine Kammermodell-Simulation die Modellierung des Ladungswechsels auf die Berücksichtigung möglicher Dissipationen beschränkt. [6] schlägt für die Modellierung des Ladungswechsels in den prinzipiell vergleichbaren Wälzkolben-Vakuumpumpen die Verwendung einer adiabat reversiblen Düsenströmung vor.

Im Rahmen dieser Arbeit wird für den Ladungswechsel der quasi-stationäre Massen- und Energietransfer betrachtet und ein Schwerpunkt auf die geometrische Berechnung der Ein- und Auslassflächen gelegt. Die im Vergleich zu Wälzkolben-Vakuumpumpen kleineren Öffnungsflächen in Kombination mit der zunehmenden Verdünnung des Gases bei niedrigen Drücken begünstigen dabei die Entstehung von Dissipationen während des Ein- und Ausströmvorganges. Die Quantifizierung der Massenströme durch die Ein- und Auslassflächen erfordert ein strömungsmechanisches Modell, welches für verdünnte Strömungen geeignet ist. Im Gegensatz zu Spaltströmungen, für die in KaSim bereits zwei Modelle verfügbar sind, haben die Ein- und Auslassflächen jedoch einen beliebigen Strömungsquerschnitt, so dass die Spaltströmungsmodelle nicht direkt anwendbar sind. Aus diesem Grund ist es erforderlich, für die Ein- und Auslassflächen einen äquivalenten, rechteckigen Strömungsquerschnitt mit Höhe und Breite zu definieren.

Für einen rechteckigen Strömungsquerschnitt kann dann das Modell LBGK angewendet werden. Um den fehlenden Effekt der Kompressibilität des Fluides und damit die Verblockung der Strömung bei hohen Drücken näherungsweise abbilden zu können, wird der durch [12] berechnete Massenstrom immer auf den maximal möglichen Massenstrom der adiabat reversiblen Düsenströmung bei gleichem Druckverhältnis (Gl. 4.7) begrenzt. Auf eine Anwendung des Messdatenmodells wird verzichtet, da Messdaten nur für Spalthöhen bis zu 0,3 mm vor-

liegen [3]. Die Höhen für die äquivalenten, rechteckigen Strömungsquerschnitte bei dem Screw Vacuum Blower können jedoch bis zu 15 mm<sup>16</sup> betragen.

## 4.5 Wärmeübergang

Der Wärmehaushalt und damit die Wärmeübergänge spielen eine wichtige Rolle im Betriebsverhalten der Vakuumpumpen und dementsprechend muss dieser Effekt auch im Rahmen einer Simulation berücksichtigt werden. Simulationen im atmosphärischen Anwendungsbereich für Schraubenlader oder Expansionsmaschinen sind oftmals mit guten Ergebnissen adiabatisch durchgeführt worden [49] [53] [96]. Für die Modellierung und Simulation von Vakuumpumpen im Grob- und Feinvakuum ist die vereinfachte adiabate Betrachtungsweise aufgrund der vergleichsweise hohen erzielbaren Kompressionsverhältnisse nicht zulässig [5] [111]. In Anlehnung an die Differenzierung zwischen Kapazitäten und Verbindungen in KaSim werden in den folgenden Abschnitten die relevanten Aspekte des Wärmeübergangs für Arbeitskammern und Spalte betrachtet.

### 4.5.1 Arbeitskammer

Die Modellierung der Wärmeübergänge in Arbeitskammern insbesondere für Vakuumpumpen ist aus wissenschaftlicher Sicht weitgehend unbekannt [14]. Für die Modellierung in KaSim muss zusätzlich zu einem geeigneten physikalischen Modell eine Annahme über die Strömungsverhältnisse in der Kammer und an ihren Kontaktflächen zu den Bauteilen getroffen werden. Da KaSim a priori einen homogenen Kammerzustand unter Vernachlässigung der Strömungsgeschwindigkeit annimmt, muss eine solche Information mit Hilfe der Modellgenerierung rekonstruiert werden. Da die von [5] vorgestellten Wärmeübergangsmodelle auf erzwungener Konvektion basieren, ist im Wesentlichen die Ermittlung einer Wärmeübergangsfläche  $A_{wü}$  und eines Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha$  erforderlich (**Gl. 4.33**).

$$\dot{Q} = \alpha(\text{Nu}) \cdot A_{wü} \cdot (T_{\text{gas}} - T_{\text{W}}) \quad \text{Gl. 4.33}$$

Die Wärmeübergangsfläche stellt eine geometrische, betriebspunktunabhängige Größe dar, welche durch die Modellgenerierung KaSim-PRE berechnet werden kann. Der Wärmeüber-

---

<sup>16</sup> Die Bestimmung der benötigten Höhen und Breiten auf Basis des geometrischen Modells wird im weiteren Verlauf der Arbeit wieder aufgegriffen.

gangskoeffizient ist jedoch eng mit der tatsächlichen Strömung in der Arbeitskammer verbunden und wird oftmals als Funktion der Nußelt-Zahl  $Nu$  berechnet. Die zur Bestimmung der Nußelt-Zahl erforderliche Reynolds-Zahl  $Re$  ist nach **Gl. 4.34** definiert.

$$Re = \frac{\rho \cdot c \cdot l_{\text{char}}}{\eta} \quad \text{Gl. 4.34}$$

In die Reynolds-Zahl finden wiederum geometrische Größen wie die charakteristische Länge  $l_{\text{char}}$  Eingang. Diese können, analog zur Gesamtfläche des Wärmeübergangs, durch die Modellgenerierung berechnet werden. Die Dichte  $\rho$  und die dynamische Viskosität  $\eta$  können aus den extensiven Zustandsgrößen der Arbeitskammer berechnet werden. Somit bleibt die Strömungsgeschwindigkeit  $c$  als einzige Unbekannte. Da sie, wie bereits erläutert, nicht als Ergebnis der thermodynamischen Berechnungen zur Verfügung steht, muss zu ihrer Berechnung eine grundlegende Annahme getroffen werden. Es wird angenommen, dass sich die der Reynoldszahl zugrundeliegenden Strömungsgeschwindigkeiten proportional zur Hauptrotordrehzahl verhalten. Somit kann die Strömungsgeschwindigkeit in KaSim mittels eines durch die Modellgenerierung KaSim-PRE bestimmten Proportionalitätsfaktors ermittelt werden. Die Ableitung des Proportionalitätsfaktors aus dem geometrischen Modell wird im weiteren Verlauf der Arbeit aufgegriffen und detailliert unter den Aspekten der unterschiedlichen Rotorgeometrien und der unterschiedlichen Bezugssysteme diskutiert. Diese bedeutet, dass strömungsmechanische Effekte in der Arbeitskammer, wie z.B. ein „Kammerwirbel“, nicht weiter berücksichtigt werden können.

Eine Möglichkeit die Modellierung des Wärmeübergangs zu vereinfachen stellt der vollständige Wärmeübergang dar. Ein vollständiger Wärmeübergang zwischen der Gasphase und dem Festkörper bedeutet, dass sich die Gastemperatur innerhalb beliebig kleiner Zeitschritte an die Temperatur des Festkörpers angleicht. Mit Hilfe dieser Annahme kann der zu übertragende Wärmestrom ermittelt werden. Für die Modellierung von Wärmeübergängen in Vakuumpumpen bei niedrigem Druck stellt der vollständige Wärmeübergang eine akzeptable Näherung dar. Durch die zu- und abfließenden Spaltströme, insbesondere durch die Gehäusespalte mit zumeist sehr hohen Strömungsgeschwindigkeiten, ergibt sich ein hoher Grad an Turbulenz innerhalb der Arbeitskammer und somit eine gute Voraussetzung für einen intensiven Wärmeübergang [4]. Darüber hinaus stellt der vollständige Wärmeübergang gleichzeitig eine Grenz-

wertbetrachtung dar, welche den maximal zu erwartenden Einfluss des Wärmeübergangs in der Arbeitskammer aufzeigt.

#### 4.5.2 Spalte

Der Wärmeübergang in den Spalten stellt, je nach Bauart und Geometrie der Rotoren, einen signifikanten Anteil am gesamten Wärmeaustausch zwischen Gas und Bauteilen dar [5] [14]. Die Modellierung des Wärmeübergangs durch die Spaltströmung kann, in Ermangelung passender physikalischer Modelle, ähnlich wie der Wärmeübergang in der Arbeitskammer durch erzwungene Konvektion modelliert werden. Die zugehörigen Nußelt-Gleichungen können mit akzeptabler Genauigkeit aus bekannten atmosphärischen Modellen, wie z.B. ebener Spalt oder längs angeströmte Platte, abgeleitet werden [5]. Die Berechnung der benötigten Reynolds-Zahlen ist dabei im Vergleich zur Arbeitskammer weniger komplex, da keine Modellvorstellung für die Strömungsgeschwindigkeit entwickelt werden muss, sondern die grundlegende Größe bereits durch die Strömungsgeschwindigkeit im Spalt bekannt ist und in KaSim mit Hilfe eines eindimensionalen Modells zur Laufzeit ausgewertet werden kann. [5] stellt hierzu eine spezielle Implementierung für Gehäusespalte vor, welche die Absolutgeschwindigkeit der Spaltströmung im bewegten Bezugssystem in eine Geschwindigkeit relativ zur Rotor- und Gehäuseoberfläche umrechnet. Dieses Konzept wird im Rahmen dieser Arbeit generalisiert und für alle diabaten Vakuumspalte angewendet. Dieser Entwicklungsschritt wird durch entsprechende Unterstützung in der Modellgenerierung erst ermöglicht, da die im Spalt verfügbare Fläche des Wärmeübergangs bislang nicht im Kammermodell definiert wird, sondern aus dem Spaltparameter der Konturreihe VR3 abgeleitet wurde. Dies bedeutet im Umkehrschluss, dass das bisherige Modell auch nur in Verbindung mit der Konturreihe VR3 verwendet werden kann. Eine Berechnung der tatsächlichen Fläche in der Modellgenerierung löst diese Einschränkung auf.

Im Rahmen dieser Arbeit wird die Berechnung von Spaltströmungen mit Wärmeübergang auf die Spaltströmung mit bewegter Berandung [6] ausgedehnt. Die Herausforderung in dieser Übertragung liegt im Bereich der molekularen Strömung bzw. dem angrenzenden Knudsenbereich. Für den molekularen Strömungsbereich soll die Spaltströmung immer isotherm verlaufen und somit, unabhängig von dem eigentlich ausgewählten Wärmeübergangsmodell, generell ein vollständiger Wärmeübergang zur Anwendung kommen. Nach [5] konvergieren zwar alle untersuchten und in KaSim verfügbaren Wärmeübergangsmodelle mit sinkendem Druck gegen den maximalen Grenzwert des vollständigen Wärmeübergangs, jedoch ist dies für einen

numerisch stabilen Algorithmus nicht ausreichend. Die Ursache hierfür liegt in dem durch [5] eingeführten eindimensionalen Modell zur Berechnung der maximalen Strömungsgeschwindigkeit im Spalt, welches nur für Kontinuumsströmungen Gültigkeit besitzt. Im Bereich der molekularen Strömung kann zusätzlich zur Druckdifferenz ebenfalls die Temperaturdifferenz eine treibende Größe darstellen.

Aus diesem Grund orientiert sich das neue Konzept, wie auch die Erweiterung für bewegte Spaltberandungen, mit Hilfe der Knudsen-Zahl an der vorliegenden Strömungsform. Die Auswahl des Wärmeübergangsmodells anhand der Knudsen-Zahl ist in **Tabelle 4.2** dargestellt.

**Tabelle 4.2:** Auswahl des Wärmeübergangsmodells und Quantifizierung des Wärmestroms

<b>Bereich</b>	
Kontinuum ( $Kn < 0,01$ )	Benutzerdefiniertes Konvektionsmodell
Knudsen ( $0,01 < Kn < 0,5$ )	Logarithmische Interpolation
Molekular ( $0,5 < Kn$ )	Vollständiger Wärmeübergang

Für den Bereich der Kontinuumsströmung wird weiterhin ein durch den Benutzer definierbares Konvektionsmodell verwendet. Für den Bereich der molekularen Strömung wird ein vollständiger Wärmeübergang angenommen, wobei dieser nicht auf Basis einer polytrop beschleunigten Strömung im Spalt berechnet wird [5], sondern direkt mit den Gastemperaturen am Spaltein- und -austritt in Verbindung mit der Wandtemperatur. Für den Übergangsbereich wird eine Interpolation in Abhängigkeit der Knudsen-Zahl verwendet. Ein wichtiger Unterschied zu der von [6] verwendeten Interpolation liegt darin, dass der Wärmestrom für die Kontinuumsströmung und für die molekulare Strömung immer für die jeweiligen Grenzen ausgewertet und dann in Abhängigkeit der aktuellen Knudsen-Zahl interpoliert wird (**Gl. 4.35**).

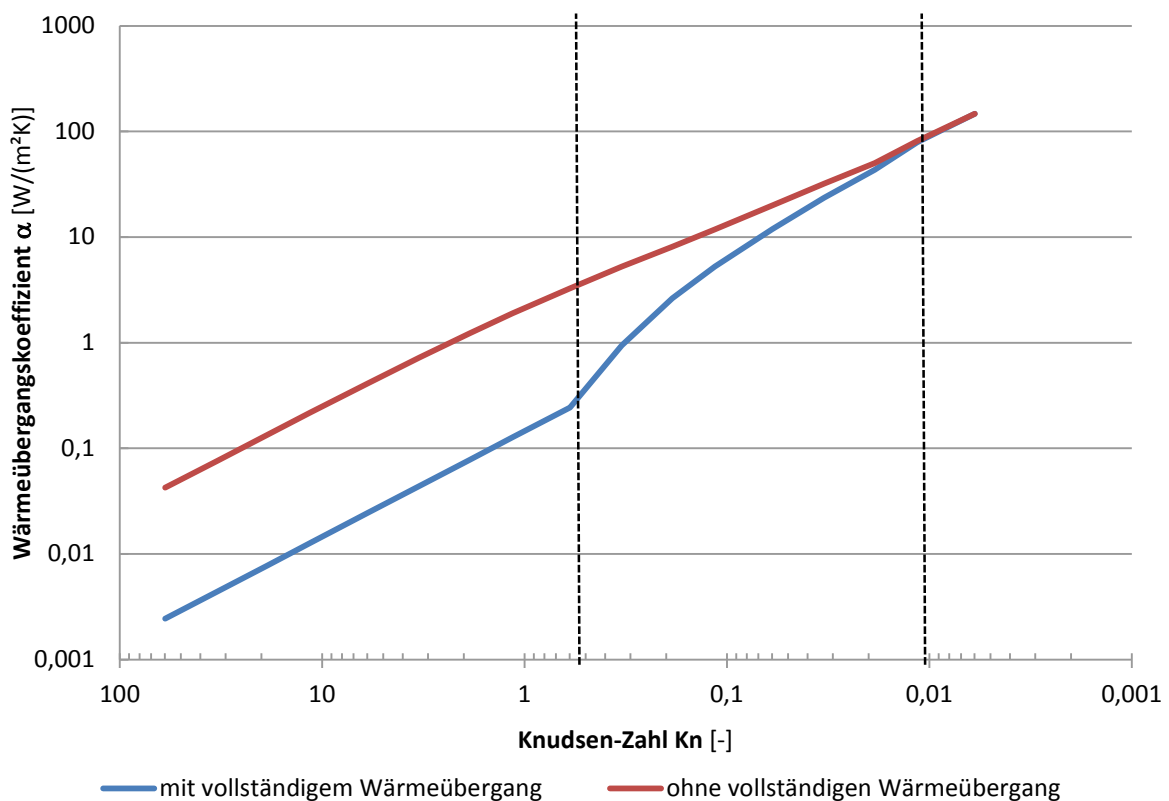
$$\dot{Q} = \dot{Q}_{Kn,0,01} \cdot (1-f) + \dot{Q}_{Kn,0,5} \cdot f \quad \text{Gl. 4.35}$$

Der Interpolationsfaktor wird nach **Gl. 4.36** bestimmt und verläuft zwischen den Knudsen-Zahlen 0,01 und 0,5 im Intervall von 0 bis 1.

$$f(\text{Kn}) = \frac{\ln(\text{Kn}^{-1}) - \ln(2)}{\ln(100) - \ln(2)}$$

Gl. 4.36

Eine beispielhafte Auswertung des Wärmeübergangskoeffizienten als Funktion der Knudsen-Zahl ist in **Abbildung 4.24** zusammen mit einer Berechnung ohne vollständigen Wärmeübergang im molekularen Bereich dargestellt. Beginnend im Bereich der Kontinuumströmung sind die Übergangskoeffizienten für beide Modelle identisch. Im Übergangsbereich entsteht jedoch eine Abweichung zu der bisherigen Implementierung, welche das Übergangsmodell, in diesem Fall die längs angeströmte Platte, auch im molekularen Strömungsbereich verwendet. Die deutlich größeren Wärmeübergangskoeffizienten des alten Modells [5] im molekularen Strömungsbereich führen nach Gl. 4.33 zu größeren Wärmeströmen als aus physikalischer Sicht sinnvoll ist.



**Abbildung 4.24:** Wärmeübergangskoeffizient  $\alpha$  im Spalt als Funktion der Knudsen-Zahl  $\text{Kn}$  mit und ohne vollständigem Wärmeübergang im molekularen Strömungsbereich für die Spaltkontur VR3 für das Konvektionsmodell „Längs angeströmt Platte“  
 $h_{\text{Spalt}} = 0,15 \text{ mm}$ ,  $b_{\text{Spalt}} = 100 \text{ mm}$ ,  $l_{\text{Spalt}} = 5 \text{ mm}$   
 $T_{\text{W}} = 20^\circ\text{C}$ ,  $T_{\text{Gas}} = 100^\circ\text{C}$

Diesem Effekt konnte in der bisherigen Implementierung entgegen gewirkt werden, indem ein iteratives Konvektionsmodell verwendet wird. Dies kann für den molekularen Strömungsbereich zu einer besseren Übereinstimmung der Wärmeübergangskoeffizienten führen, löst jedoch nicht das Problem der numerischen Instabilität bei der Berechnung der eindimensionalen Strömung bei anderen Strömungsformen als einer Kontinuumsströmung. Diese nimmt eine polytrope Beschleunigung des Gases in den engsten Querschnitt des Spaltes an, in einer molekularen Strömung kann jedoch der effektive Massenstrom die entgegengesetzte Richtung des effektiven Enthalpiestromes haben, so dass das Modell unlösbar wird [5].

Eine engere Verzahnung der Spaltströmung und des Wärmeübergangs bietet das Modell von [14], jedoch ist das Modell einerseits bei den Möglichkeiten der geometrischen Modellierung eingeschränkt und andererseits nicht in der Lage, den Einfluss bewegter Spaltberandungen abzubilden.

#### **4.6 Externe Leckagen**

Externe Leckagen grenzen sich von den inneren Leckagen wie Spaltströmungen oder Ad- und Desorptionseffekten ab, da sie eine Verbindung der Umgebung zum Arbeitsraum der Maschine darstellen. Externe Leckagen sind jedoch nicht nur auf die Pumpe selbst beschränkt, sondern treten auch in der gesamten Anlage auf und können so experimentelle Ergebnisse beeinflussen.

Die physikalischen Ursachen der Leckagen sind vielfältig und beginnen bei der Permeation der Rohrleitung, der Gehäusebauteile und der Dichtungselemente und reichen bis zu makroskopischen Spalten an Dichtungsstellen. Durch die Fokussierung in dieser Arbeit auf Blower-Pumpen können Effekte wie Permeation vernachlässigt werden, da die resultierenden Leckagen deutlich kleiner als die typischerweise durch Dichtringe verursachten Leckagen sind [2]. Bei den Spalten, welche in den meisten Fällen eine direkte Verbindung zwischen der Umgebung und dem Arbeitsraum darstellen, muss zwischen statischen Dichtungen zwischen Modulen des Gehäuses und dynamischen Dichtungen z.B. an der Wellendurchführung für den Antriebsmotor unterschieden werden.

Die Quantifizierung der externen Leckage erfolgt anhand der experimentell bestimmbar Leckrate  $q_L$  (Gl. 4.37). Diese ist definiert als die pro Zeitintervall  $\Delta t$  eingeströmte Gasmenge



$\Delta(p \cdot V)$ . Da die eingeströmte Gasmenge nicht direkt gemessen werden kann, wird die Leckrate aus einer Druckanstiegsmessung bestimmt. Diese kann dann entsprechend in der Simulation berücksichtigt werden.

$$q_L = \frac{\Delta(p \cdot V)}{\Delta t} = V \cdot \frac{\Delta p}{\Delta t} \quad \text{Gl. 4.37}$$

Der Einfluss der Leckage variiert, je nachdem an welcher Stelle das Leck in der Maschine lokalisiert ist. Je früher das Gas während des Arbeitsspiels in den Arbeitsraum eintritt, desto signifikanter ist sein Einfluss auf die typischen Kenngrößen wie Saugvermögen und maximales Kompressionsverhältnis. Die Modellierung der Leckage in KaSim erfolgt mit dem von [6] vorgestellten Modell.

## 5. Geometrische Berechnung der arbeitsraumbegrenzenden Spaltverbindungen<sup>17</sup>

Eine besondere Rolle im Prozess der geometrischen Abstraktion nimmt die Berechnung der arbeitsraumbegrenzenden Spalte im Stirnschnitt ein. Hierbei sticht der Profileingriffsspalt für zweiwellige Maschinenvarianten durch seine geometrische Komplexität heraus, so dass zunächst ein Verfahren für die Profileingriffsspaltberechnung entwickelt wird, welches den Anforderungen von KaSim-PRE an die Variabilität der Rotorgeometrie gerecht wird. Bereits bekannte Verfahren wie [38] genügen verschiedenen Aspekten der Anforderungen nicht. Dies betrifft im Wesentlichen die fehlende Abbildung von Hinterschneidungen an den Rotorenden, die Beschränkung auf Punkte zur Beschreibung der Rotorgeometrie sowie die Beschränkung auf Rotorgeometrien mit konstanter Steigung. Im Folgenden wird ein Ansatz zur geometrischen Berechnung der Quasi-Berührlinie vorgestellt, welcher auf einer Darstellung der Rotoroberflächen als parametrische Flächen basiert. Die Berechnung der Quasi-Eingriffslinie wird durch eine hüllkörperbasierte Analyse eingeleitet, bei der die Rotoroberflächen im Parameterbereich iterativ in Teilquadrate unterteilt und in einer Baumstruktur organisiert werden. Ein Kollisionstest anhand der einhüllenden Quader der Teilflächen von Haupt- und Nebenrotor, die den Teilquadraten auf der untersten Bauebene mit der feinsten Parameterbereichsaufteilung entsprechen, ermöglicht die Identifikation eines Gebietes des Parameterbereichs, in dem die Rotoroberflächen einen geringen Abstand haben. In diesem als Annäherungsregion bezeichneten Parameterbereich wird nach der Quasi-Eingriffslinie gesucht. Die entsprechenden Teilschritte des Algorithmus werden im Weiteren detailliert beschrieben.

### 5.1 Modellierung der Rotorgeometrie

Die Berechnungen erfordern als Basis eine geometrische Repräsentation der Rotoroberflächen, welche durch den Benutzer zur Verfügung gestellt wird. Im Gegensatz zu anderen Verfahren (z.B. [38]) wird keine punktbasierte Repräsentation genutzt, sondern eine parametrische Fläche. Die Fläche  $S$  bildet aus dem zweidimensionalen Parameterbereich mit den Parametern  $u$  und  $v$  in den dreidimensionalen Bildbereich auf den Punkt  $\vec{p}$  in kartesischen Koordinaten ab (**Gl. 5.1**). Im Falle einer Rotoroberfläche repräsentiert der Parameter  $u$  die Umfangs-

---

<sup>17</sup> [39] basiert auf Auszügen aus diesem Kapitels.

richtung, wohingegen der Parameter  $v$  die Rotorachsrichtung beschreibt. Die Werte  $u$  und  $v$  des Parameterpaares werden durch  $\vec{f}$  zusammengefasst.

$$\vec{p} = S(u, v) = S(\vec{f}) \quad \text{mit} \quad \vec{p} \in \mathbb{R}^3 \quad \text{Gl. 5.1}$$

Eine Form der parametrischen Fläche sind NURBS<sup>18</sup>. Diese finden vielfache Anwendung in der graphischen Datenverarbeitung. Der Vorteil liegt in der intuitiven geometrischen Eigenschaft, numerischen Stabilität und der effizienten Berechnung. Viele CAD Systeme benutzen NURBS zur Darstellung von Flächen und Kurven, so dass die Rotoroberflächen in diesen Systemen manipuliert und verarbeitet werden können [112]. Für die Modellierung des Rotors wird ausschließlich die Mantelfläche berechnet. Die Stirnseiten werden nicht in das Modell aufgenommen, da diese zur Berechnung des Profileingriffsspaltens nicht benötigt werden. In den meisten Fällen liegen die betrachteten Rotoren jedoch als eine Menge von Punkten vor. Diese Punktemenge muss in eine NURBS-Fläche überführt werden, wobei grundsätzlich verschiedene Methoden existieren. Einige Arbeiten wie [113] beschreiben eine Approximation der Punkte durch eine NURBS-Fläche mit Hilfe der Methode der kleinsten Fehlerquadrate, [114] stellen einen evolutionären Berechnungsansatz vor und [112] beschreibt einen Algorithmus zur Interpolation einer Fläche. Welcher Ansatz verfolgt wird, um eine Fläche zu erstellen, liegt oftmals in dem konkreten Anwendungsfall begründet. Da in den meisten Fällen geometrisch berechnete Profile (z.B. auf Basis des Verzahnungsgesetzes) als Ausgangsbasis verwendet werden, kommt im Rahmen dieser Arbeit ein Interpolationsverfahren zur Anwendung.

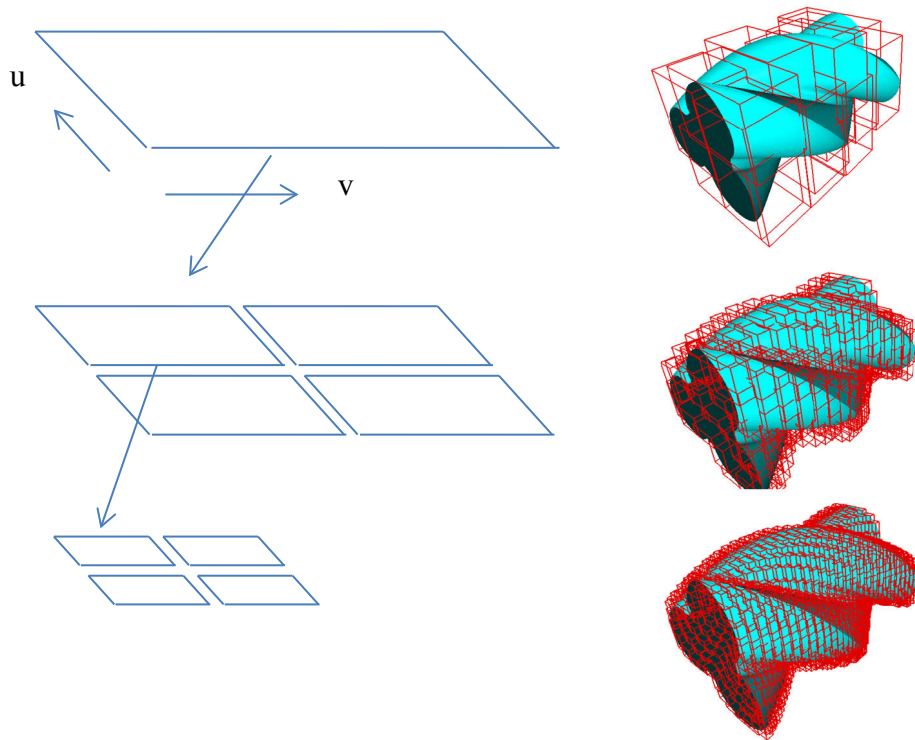
## 5.2 Kollisionsanalyse der Hüllkörperhierarchie

Ein weit verbreiteter Ansatz in der graphischen Datenverarbeitung ist, komplexe geometrische Objekte mit Hilfe von Hüllkörpern zu vereinfachen. Mehrere Vorgehensweisen und Arten von Hüllkörperelementen, die in der Hüllkörperhierarchie gebräuchlich sind, werden von [115] beschrieben. In dem hier geschilderten Verfahren wird die Hüllkörperhierarchie durch eine Quadtree-Unterteilung des Parameterbereiches der Rotoroberflächen erreicht. Ein Unterteilungsschritt besteht dabei aus einer Viertelung eines Rechtecks im Parameterbereich in vier gleich große Rechtecke durch Kantenhalbierung. Zu jedem neu erstellen Rechteck im Para-

---

<sup>18</sup> Die Abkürzung NURBS steht für Non Uniform Rational B-Splines.

meterbereich wird ein, die zugehörige Fläche im Bildbereich einhüllender Körper berechnet. Eine beispielhafte Hauptrotorgeometrie und die darauf basierende Hüllkörperhierarchie mit Quadern als Hüllkörper zeigt **Abbildung 5.1**.



**Abbildung 5.1:** Unterteilung der Rotoroberfläche  $S$  im Parameterbereich und zugehörige Hüllkörper in Form von Quadern im Bildbereich

Da der Abstand der Rotoren einer Rotationsverdrängermaschine im Vergleich zu ihren äußeren Abmessungen klein ist und die Rotoren in der Regel schraubenartig ineinander greifen, lassen sich mit Hilfe eines Kollisionstests die Regionen auf den Oberflächen der Rotoren bestimmen, deren Distanz am geringsten ist. Dabei kommen die zuvor berechneten Hüllkörperhierarchien der beiden Rotoren zum Einsatz, indem beide Hüllkörperhierarchien auf gegenseitige Kollision getestet werden. In dieser Arbeit wird der Ansatz der simultanen Tiefensuche bevorzugt, weil dabei in beiden Hierarchien Teilbäume wegfallen, die keine Kollision aufweisen und somit deutlich weniger Rechenzeit benötigt wird [11]. Da die Hüllkörperhierarchien der beiden Rotoren die gleiche Struktur besitzen sollen, können die Ebenen der Bäume paarweise auf Kollision getestet werden. Es wird also mit den Wurzeln der beiden Hierarchien begonnen. Nur wenn eine Kollision vorliegt, werden in der nächsten Ebene die Kinder der kollidierten Hüllkörper weiter betrachtet. Findet keine Kollision statt, werden diese Teilbäume für weitere Kollisionstests verworfen.

Diese Vorgehensweise wird so lange ausgeführt, bis entweder keine Kollision mehr auftritt oder bis der Algorithmus in der letzten Ebene des Baumes angekommen ist. Hier werden nun alle Hüllkörperelemente mit denen des Gegenrotors auf Kollision getestet, wobei als Ergebnis in jedem Hüllkörperelement gespeichert wird, mit welchem Element der anderen Hierarchie eine Kollision stattgefunden hat. Diese Markierung der Hüllkörperelemente kann im weiteren Verlauf der Berechnung als Hilfe dienen, um z.B. Startwerte für eine Newton-Iteration zu berechnen.

### 5.3 Unterteilung der Annäherungsregion

Der Kollisionstest stellt die Basis für die Berechnung der Isodistanzlinien im Parameterbereich dar. Aus den Quadraten im Parameterbereich der Rotoroberfläche, welche zu der untersten Ebene des Quadrees gehören, wird nun ebenfalls im Parameterbereich ein äquidistantes Gitter gebildet, wobei die Knoten des Gitters im Zentrum der Quadranten liegen. Zunächst wird jedem Gitterknoten nur eine digitale Information gegeben, ob eine Kollision vorliegt.

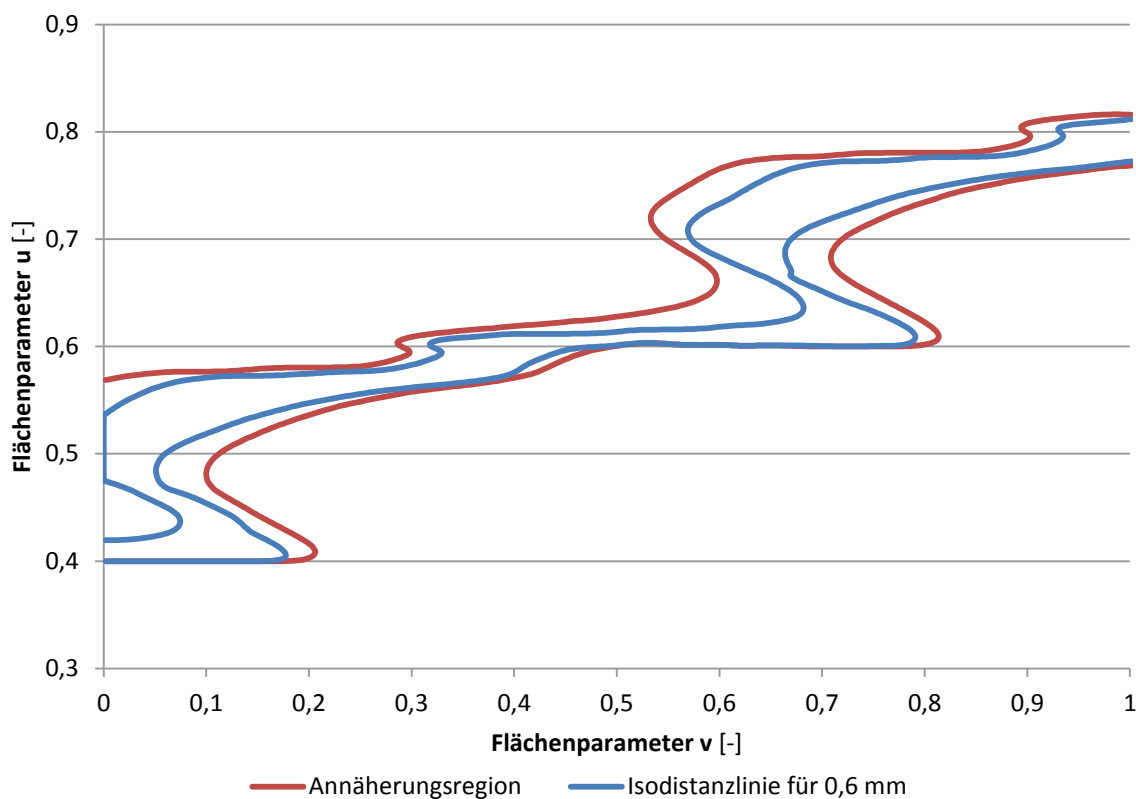
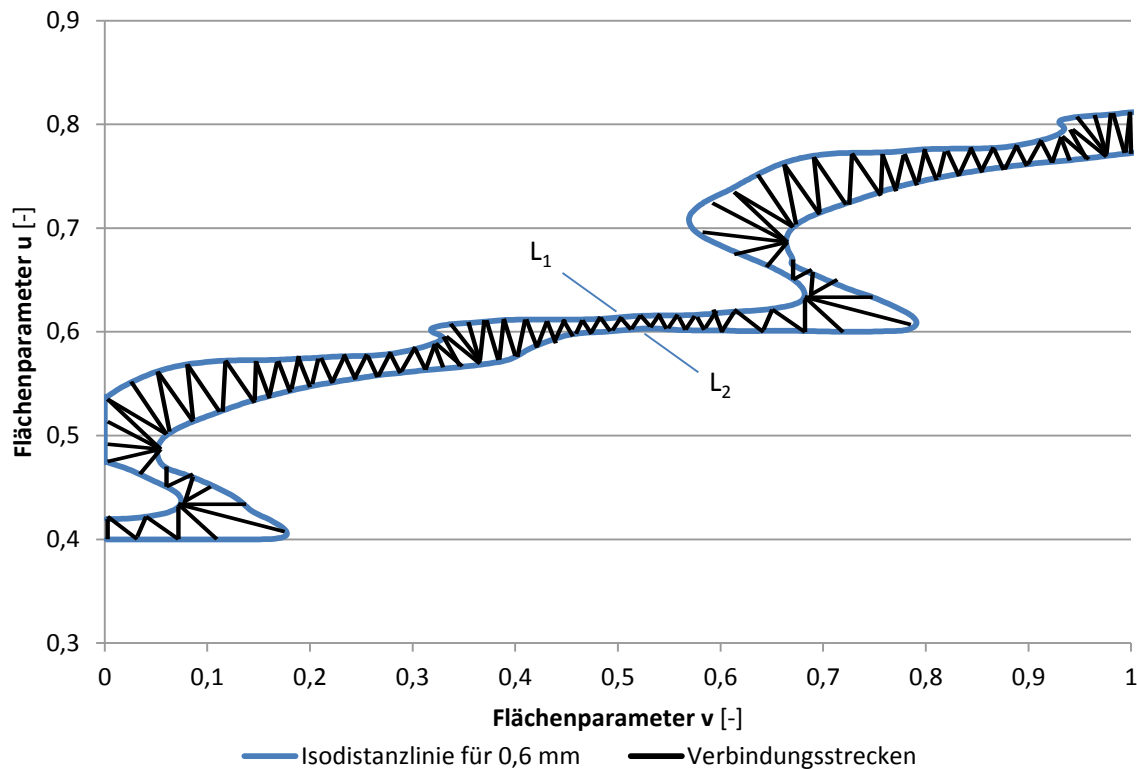


Abbildung 5.2: Ergebnis des Marching-Squares Algorithmus am Beispiel der Annäherungsregion und einer Isodistanzlinie mit einem Abstandswert von 0,6 mm dargestellt im Parameterbereich des Nebenrotors

Die Knoten mit Kollisionsattribut definieren im Parameterbereich damit ein Gebiet, in dem eine Kollision auftritt bzw. die Rotoren sehr nahe beieinander liegen (**Abbildung 5.2**). Ein polygonaler Rand des Gebietes kann mit Hilfe des Marching-Squares Algorithmus [116] berechnet werden. Es stellt gegenüber dem gesamten Parameterbereich der Nebenrotorfläche bereits eine deutliche Einschränkung dar. Eine Verbesserung im Sinne einer weiteren Einschränkung kann durch die Vorgabe eines maximalen Abstandes erreicht werden. Hierzu wird zunächst für alle Gitterpunkte mit Hilfe der Kollisionsinformation der Abstand zu der gegenüberliegenden Rotoroberfläche berechnet und anschließend mit dem vorgegebenen Maximalabstand verglichen. Gitterpunkte, die einen kleineren Abstand haben, werden markiert. Die Anwendung des Marching-Squares Algorithmus auf das so markierte Gitternetz ergibt eine von einer Isodistanzlinie begrenzte Region (Abbildung 5.2). Sie ist nochmals kleiner als die Region der Kollisionen und somit besser für die weitere Verarbeitung geeignet. Eine Isodistanzlinie, die in mehrere Teile zerfallen kann, wird dabei geometrisch durch Polygonzüge repräsentiert. Die zur Bestimmung einer Quasi-Eingriffslinie erforderliche Unterteilung der Isodistanzregion beruht auf folgenden Annahmen, die aufgrund von Beobachtungen in praktischen Situationen plausibel sind:

- Die Annäherungsregion ist streifenförmig und wird durch zwei Komponenten der Isodistanzlinie berandet.
- Die Quasi-Einriffslinie verläuft entlang der Ausdehnungsrichtung des Streifens der Annäherungsregion, quasi parallel zu den beiden Komponenten der Isodistanzlinie  $L_1$  und  $L_2$ .
- Auf der Verbindungsstrecke zwischen eng gegenüber liegenden Punkten auf den beiden Komponenten der Isodistanzlinie gibt es genau einen Parameterwert, dessen entsprechender Flächenpunkt einen minimalen Abstand zur anderen Rotorfläche hat.

Die Grundidee besteht nun darin, für eine dicht liegende Folge von Verbindungsstrecken längs der Annäherungsregion gemäß Annahmen die entsprechenden Flächenpunkte minimalen Abstandes zu bestimmen und diese als Repräsentation der Quasi-Eingriffslinie auszugeben.



**Abbildung 5.3:** Prinzipielle Unterteilung der durch die Komponenten der Isodistanzlinie  $L_1$  und  $L_2$  gebildeten Region im Parameterbereich des Nebenrotors

Ein einfacher Ansatz zur Bestimmung dieser Verbindungsstrecken könnte sein, eine Gerade längs zur waagrechten oder senkrechten Seite des Rechtecks des Parametergebiets der Rotorfläche zu verschieben und deren Durchschnitt mit dem Streifen als die gewünschten Strecken zu nehmen. **Abbildung 5.3** zeigt jedoch, dass dies in Strecken mit mehr als nur einem lokalen Minimum resultieren kann. Damit sind ähnliche Komplikationen wie bei den zweidimensionalen und vereinfachten dreidimensionalen Methoden verbunden (Abbildung 1.9). Aus diesem Grund wird ein Ansatz bevorzugt, bei dem sich die Ausrichtung der Strecken der Region dynamisch anpasst.

Dazu wird eine Methode aus [117] aufgegriffen. Diese berechnet für zwei optisch ähnliche, geschlossene Polygonzüge auf zwei parallel im Raum liegenden Ebenen eine verbindende ringförmige Fläche. Die resultierende Fläche wird durch ein Dreiecksnetz repräsentiert, das sich durch Einfügen von Kanten zwischen Knoten auf dem oberen und dem unteren Polygonzug zusammen mit den Kanten der Polygonzüge ergibt. Dabei kann die Qualität des Dreiecksnetzes durch die Vorgabe von Zielfunktionen spezifiziert werden, wie beispielsweise die Minimierung des Flächeninhaltes. Im vorliegenden Fall ist die Aufgabe der Zielfunktion, eine

möglichst vollständige Abdeckung der Region mit Triangulationskanten sicherzustellen. Als Kriterium wird die Gesamtlänge aller Verbindungsstrecken verwendet.

Hierzu seien im Folgenden die beiden Komponenten der Isodistanzlinie  $L_1$  und  $L_2$  als zwei Punktelisten im Parameterbereich wie folgt definiert.

$$L_1 = \{\vec{a}_0, \vec{a}_1, \dots, \vec{a}_{e-1}\} \quad \text{mit} \quad \vec{a}_i \in \mathbb{R}^2$$

Gl. 5.2

$$L_2 = \{\vec{b}_0, \vec{b}_1, \dots, \vec{b}_{f-1}\} \quad \text{mit} \quad \vec{b}_j \in \mathbb{R}^2$$

Eine Verbindungsstrecke, in Anlehnung an das ursprüngliche Verfahren auch Triangulationskante genannt [117], zwischen den Punkten  $\vec{a}_i$  und  $\vec{b}_j$  im Parameterbereich wird im Weiteren als  $t_{i,j}$  bezeichnet. Eine optimale Abdeckung zwischen den beiden Komponenten der Isodistanzlinie  $L_1$  und  $L_2$  ist dann gegeben, wenn die Gesamtlänge aller Triangulationskanten minimal ist. Die Ermittlung der Triangulationskanten erfolgt mit Hilfe des Bellman'schen Optimalitätsprinzips [118]. Diese besagt, dass die Gesamtlänge aller Triangulationskanten nur dann minimal werden kann, wenn für jede Teilmenge die Länge aller Kanten ebenfalls minimal wird. Die Menge aller Triangulationskanten wird nun zur Bestimmung des Profileingriffsspalt in Form einer Folge von Paaren von Punkten minimalen Abstandes auf beiden Rotorflächen verwendet. Dabei stellt die Minimumsuche auf einer Triangulationskante ein Teilproblem dar, dessen Lösung im Weiteren beschrieben wird.

#### 5.4 Berechnung der Punktepaare der Quasi-Eingriffslinie

Die Berechnung der Punktepaare minimalen Abstandes erfolgt entlang den Triangulationskanten im Parameterbereich einer Fläche. Es muss zunächst also festgelegt werden, auf welcher Rotoroberfläche die Berechnung durchgeführt wird. Die Festlegung der Oberfläche kann aus numerischer Sicht deutlichen Einfluss auf das berechnete Ergebnis haben, denn es wird immer zu einem Punkt im Bildbereich der Ausgangsrotoroberfläche ein Punkt auf der anderen Rotoroberfläche mit minimalem Abstand mit Hilfe einer Newton-Iteration bestimmt. Die Newton-Iteration ist dabei die kritische Operation, da sie in der Regel nur dann gute Ergebnisse liefert, wenn ein guter Startwert vorliegt. Ebenfalls können starke Krümmungen oder Wendestellen der Fläche im Suchbereich zu nicht repräsentativen Ergebnissen führen. Aus diesem Grund empfiehlt es sich, die Newton-Iteration auf dem Rotor mit der geringeren Zähnezahl



und den größeren Radien durchzuführen. Für die im Bereich Schraubenkompressoren typischerweise verwendeten asymmetrischen Profile bedeutet dies, dass der Hauptrotor als Ausgangspunkt gewählt wird. Die Newton-Iteration zur Berechnung des minimalen Abstandes wird somit auf der Oberfläche des Hauptrotors ausgeführt.

Auf jeder Triangulationskante  $t_{ij}$  wird in Abhängigkeit des Parameters  $x$  genau ein Punkt des minimalen Abstandes gesucht. Die Parameterwerte  $\vec{f}_{ij}$  als Funktion des Triangulationskantenparameters  $x$  ist durch **Gl. 5.3** gegeben.

$$\vec{f}_{ij}(x) = \vec{a}_i + x \cdot (\vec{b}_i - \vec{a}_i) \quad \text{mit} \quad \vec{f}_{ij} \in \mathbb{R}^2 \quad \text{wobei} \quad 0 \leq x \leq 1 \quad \text{Gl. 5.3}$$

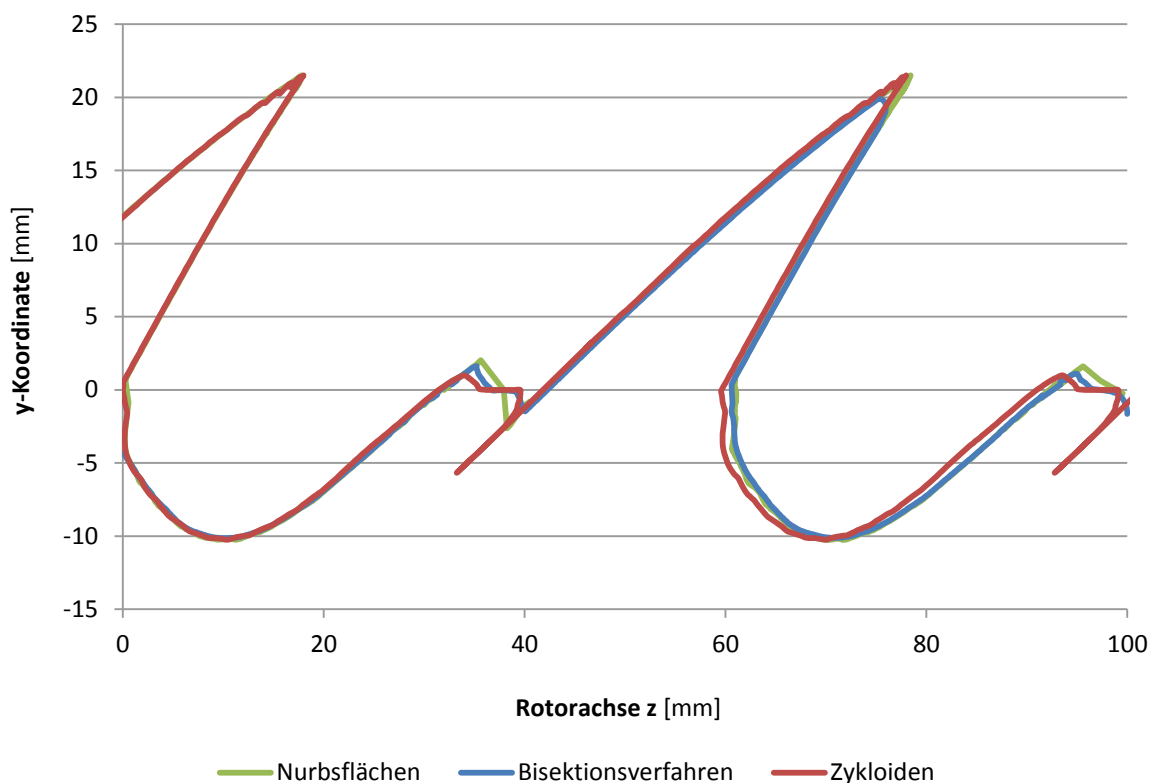
Diese Funktion läuft also im Parameterbereich linear von  $\vec{a}_i$  nach  $\vec{b}_j$  und gibt als Ergebnis das Parameterpaar  $u$  und  $v$  der NURBS-Fläche  $S$  zurück. Mit Hilfe der parametrischen Funktion der NURBS-Fläche  $S$  werden dann die zugehörigen Punkte  $\vec{p}_{x,ij}$  im Bildbereich berechnet (**Gl. 5.4**).

$$S(\vec{f}_{ij}(x)) = \vec{p}_{x,ij} \quad \text{mit} \quad \vec{p}_{x,ij} \in \mathbb{R}^3 \quad \text{wobei} \quad 0 \leq x \leq 1 \quad \text{Gl. 5.4}$$

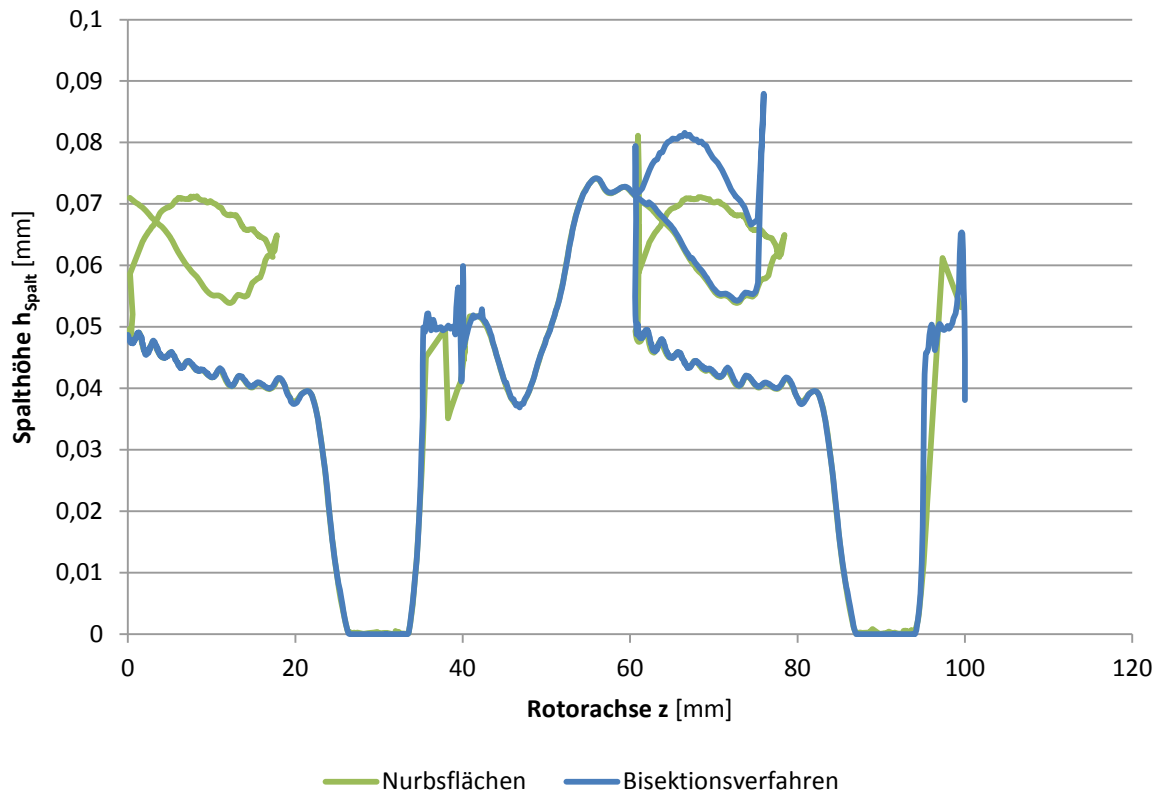
Die Möglichkeiten, den minimalen Abstand zwischen einer NURBS-Fläche und einem Punkt der Triangulationskante im Bildbereich zu berechnen, sind vielfältig. Das verwendete Newton-Verfahren wird z.B. von [119] beschrieben. Weitere Techniken sind in [120] und [121] zu finden. Da die Suche nach dem minimalen Abstand nun lediglich von dem Parameter  $x$  der Triangulationskanten abhängt und eine Unimodalität der Abstandsfunktion durch die Art der Triangulierung als gegeben angenommen werden kann, lässt sich z.B. mit Hilfe des Goldenen Schnittes eine effiziente Minimumsuche durchführen [122]. Der maßgebliche Vorteil gegenüber einer Abtastung in festen, äquidistanten Schritten liegt in der Anzahl an benötigten Newton-Iterationen. Da die Abstandsberechnung mittels Newton-Iteration numerisch sehr aufwändig ist, kann durch die Anwendung des Goldenen Schnittes eine deutliche Reduktion der Berechnungszeit erreicht werden. Des Weiteren kann die zu Beginn durchgeführte Hüllkörperberechnung zur Generierung von Startwerten für die Newton-Iteration genutzt werden und so zu stabilen und zulässigen Lösungen beitragen. Auf diese Weise wird zu jeder Kante ein Punkt bestimmt, der einen minimalen Abstand zur Oberfläche des anderen Rotors hat.

Werden die Punkte gemäß der Reihenfolge der Kanten zu einer Linie verbunden, beschreibt das Ergebnis den Profileingriffsspalt auf der Oberfläche des Ausgangsrotors. Die Punkte für die Oberfläche des Gegenrotors werden durch die Newton-Iteration mitberechnet.

In **Abbildung 5.4** ist eine exemplarischer Gegenüberstellung der Ergebnisse des neuen Algorithmus mit der Methode nach [38] am Beispiel des Screw Vacuum Blowers gezeigt. Der Spaltverlauf entlang der Rotorachse lässt die Periodizität der Rotorgeometrie zu erkennen. Die Merkmale des Verlaufs wiederholen sich entsprechend der Steigung des Hauptrotors. Zudem ist dem berechneten Spaltverlaufe der Verlauf der Berührlinie des idealen Profils gemäß dem Verzahnungsgesetz gegenübergestellt. Hierbei zeigt sich, dass sich die räumliche Lage der Eingriffslinie und der Quasi-Eingriffslinie leicht unterscheiden, so dass die Eingriffslinie nur mit entsprechendem Genauigkeitsverlust zur Abschätzung der realen Spalthöhe genutzt werden kann.



**Abbildung 5.4:** Projektion des Spaltverlaufes in die yz-Ebene im Vergleich mit [38]



**Abbildung 5.5:** Spalthöhe als Funktion der Rotorachse z im Vergleich mit [38]

Der Vergleich der Spalthöhen mit dem Verfahren nach [38] zeigt, dass beide Verfahren in weiten Bereichen nahezu identische Spalthöhen liefern, jedoch sind Abweichungen in zwei Bereichen festzustellen (**Abbildung 5.5**). Eine Abweichung betrifft die Abbildung von Hinterschnidungen in Richtung der z-Koordinate. Die Hinterschneidung zu Beginn des Rotorpaares ( $z=0\text{mm}$ ) wird vom Verfahren nach [38] nicht berechnet und fehlt dementsprechend im Spaltverlauf. Dies ist durch die Generierung der initialen Quasi-Eingriffslinie bedingt, da diese a priori zwischen zwei im Stirnschnitt ermittelten Punkten minimalen Abstandes liegt und somit jede Hinterschneidung an den Rändern der Rotoroberflächen ausgeschlossen ist. Des Weiteren sind im Bereich des hochdruckseitigen Blasloches ( $60\text{mm} < z < 80\text{mm}$ ) Unterschiede zu erkennen. Hierbei folgt die mit der neuen Methode berechnete Quasi-Eingriffslinie der Berührlinie des idealen Profilpaares, was zur Folge hat, dass im Vergleich zur Methode nach [38] in diesem Bereich ein geringerer Abstand berechnet wird. Da die Quasi-Eingriffslinie eingangs als Linie des geringsten Abstandes definiert wurde, kann das Resultat des neuen Ansatzes als Verbesserung angesehen werden. Zudem hat es den Vorteil, dass es flexibel auf alle parametrischen Flächen anwendbar ist und somit z.B. auch für die Berechnung der Gehäusespalte genutzt werden kann. Ein weiterer Vorteil gegenüber der Bisektionsmethode liegt in der Fehleranfälligkeit. Da in einem Verfeinerungsschritt der Bisektionsmethode einer weiterer Profil-

eingriffsspaltpunkt immer in Abhängigkeit der beiden benachbarten Punkte bestimmt wird, können sich z.B. numerische Fehler in der Berechnung immer weiter fortpflanzen und weiter verstärken. In dem hier vorgestellten Ansatz ergibt sich durch die Unterteilung der Annäherungsregion in separat zu evaluierende Triangulationskanten eine Unabhängigkeit einzelner Teilergebnisse.

## 6. Geometrische Analyse und Modellierung

Die Kernfunktionalität von KaSim-PRE für die geometrische Analyse und Modellierung gliedert sich in zwei wesentliche Teilbereiche. Der erste Teilbereich umfasst die zu Beginn der Arbeit bereits grob skizzierte Überführung der Bauteilgeometrien in ein arbeitskammerzentrisches Modell, indem alle benötigten Kapazitäten und Verbindungen identifiziert werden können. Die Grundlage bildet eine stirnschnittbasierte Analyse der geometrisch berechneten arbeitsraumbegrenzenden Spaltverbindungen. Ein mögliches Verfahren hierzu ist am Beispiel des Profileingriffsspalt im Rahmen dieser Arbeit entstanden. Die eigentliche Identifikation der Kapazitäten und Verbindungen ist oftmals nur ein topologisches Problem, da es nach durchgeführter Abstraktion durch die Analyse nicht mehr auf die eigentliche Geometrie ankommt, sondern in den meisten Fällen nur noch auf die erzeugten logischen Verknüpfungsinformationen. Der zweite Teilbereich umfasst dann die Ableitung der für das physikalische Modell benötigten Parameter, wobei im Rahmen dieser Arbeit lediglich auf die für KaSim relevanten, nulldimensionalen Parameter eingegangen wird. Im Sinne eines besseren Verständnisses werden in diesem Kapitel die Schritte der logischen Identifikation und der Ableitung geometrischer Größen jeweils zusammengefasst präsentiert. Die thematische Zusammenfassung der einzelnen Aspekte orientiert sich an der Modellierung von physikalischen Effekten und entsprechend damit inhaltlich an den durch KaSim-PRE bereitgestellten Modulen (Tabelle 3.1).

Die Ergebnisse geometrischer Berechnungen werden in den folgenden Teilkapiteln nicht normiert oder dimensionslos dargestellt, da eine dimensionslose Darstellung aufgrund der möglichen geometrischen Vielfalt nicht repräsentativ sein muss. Stattdessen gelten die geometrischen Ergebnisse für den im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Screw Vacuum Blower mit den Parametern gemäß Tabelle 1.2.

### 6.1 Identifikation der Arbeitskammern<sup>19</sup>

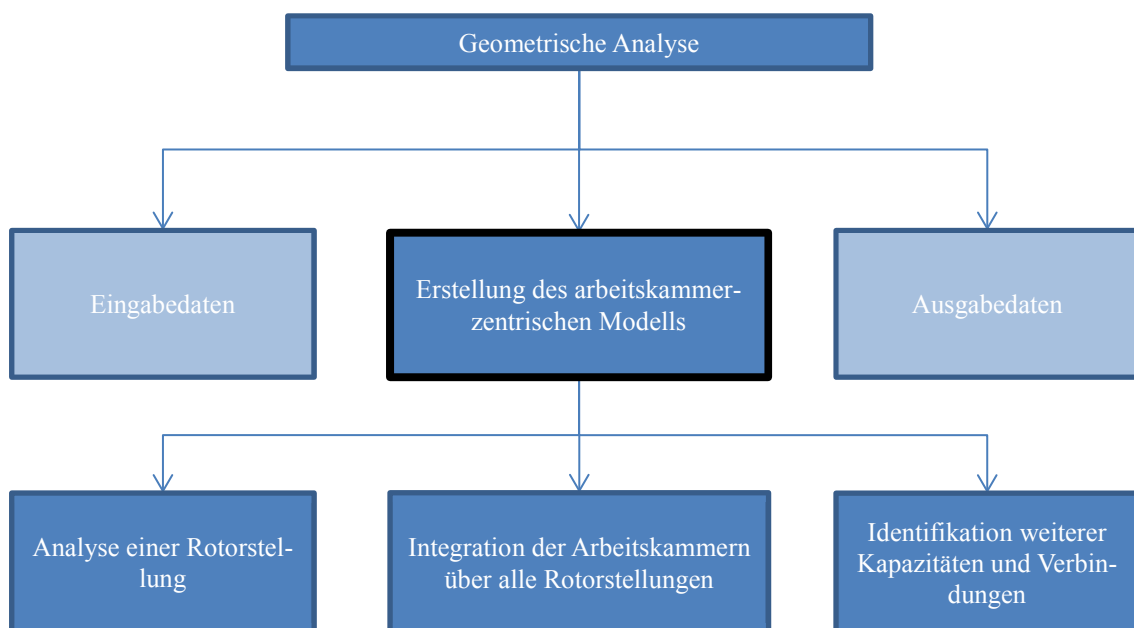
Die Identifikation der Arbeitskammern ist der erste und wichtigste Schritt in der Analyse und Modellierung von Rotationsverdrängermaschinen, da er die Überführung der Bauteilgeometrie in ein dreidimensionales, arbeitskammerzentrisches Modell beinhaltet. Dieser geometri-

---

<sup>19</sup> [139] basiert auf Auszügen aus diesem Teilkapitel.

sche Analyseschritt von Rotationsverdrängermaschinen ist durch seinen Anspruch der Allgemeingültigkeit ein insgesamt sehr komplexer Prozess, welcher eine drehwinkelabhängige, dreidimensionale Analyse der vorliegenden Geometrie erfordert. Der hier gewählte Weg ist die Umsetzung einer deduktiven Top-Down-Methode. Das zunächst unbekannte Problem der geometrischen Analyse wird dabei in eine Vielzahl an Teilschritten gegliedert. Ziel der fortschreitenden Konkretisierung ist dabei sowohl das Erreichen von handhabbaren bzw. bekannten Teillösungen als auch eine Vereinfachung der späteren Implementierung.

Die vollständige geometrische Analyse wird aus dem Verbund der benötigten Datei- und Programmschnittstellen herausgelöst und auf die drehwinkelabhängige Identifikation der Arbeitskammern und Verbindungen reduziert (**Abbildung 6.1**). Diese Konkretisierung ermöglicht eine weitere Spezifizierung der zu entwickelnden Methode auf ihre Kernaufgabe, der logisch-geometrischen Analyse der vorgegebenen Geometrie.

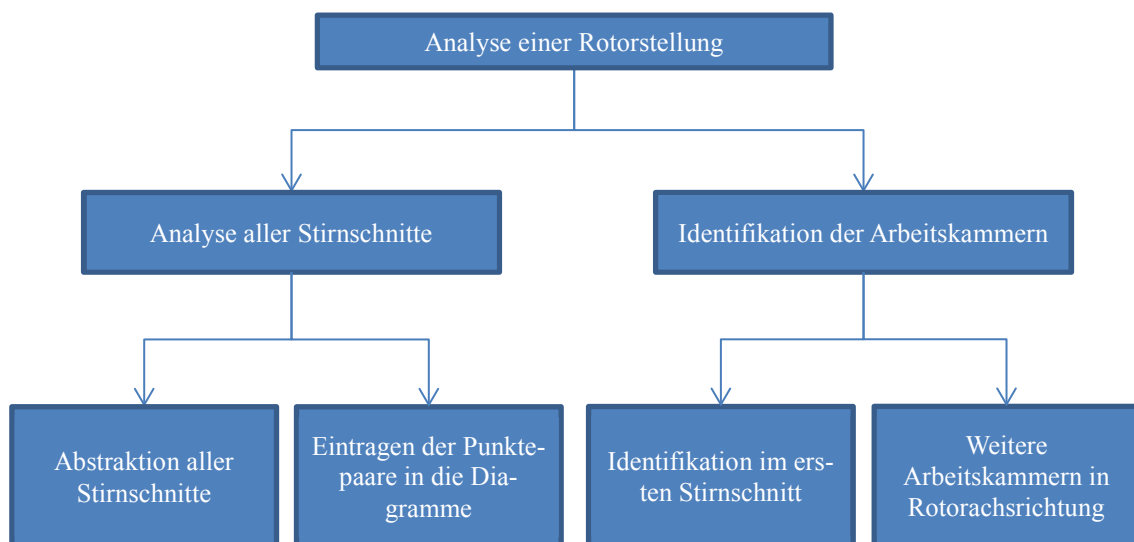


**Abbildung 6.1:** Schematische Darstellung der Struktur des Pre-Processors sowie der Einordnung der drehwinkelabhängigen Identifikation der Kapazitäten und Verbindungen

Die Identifikation der Arbeitskammern kann weiterhin auf eine wiederholte Analyse einzelner Rotorstellungen reduziert werden, wobei in einem nachfolgenden Schritt die gefundenen Arbeitskammern jeder Rotorstellung durch geeignete Kriterien miteinander verknüpft werden müssen. Die Identifikation aller weiteren Kapazitäten und Verbindungen ist erst dann sinnvoll durchführbar, wenn die Arbeitskammern identifiziert sind. Aus diesem Grund wird im Fol-

genden detailliert auf den Vorgang der Analyse einer einzelnen Rotorstellung eingegangen und alle weiteren Aspekte der Kammermodellsynthese in den darauffolgenden Teilkapiteln vorgestellt.

Ziel der Analyse einer Rotorstellung ist die Identifikation der Arbeitskammern, ohne dabei die eigentlichen geometrischen Daten der Bauteile zu verändern. Diese Vorgehensweise garantiert für die Implementierung eine hohe Flexibilität bezüglich der wählbaren geometrischen Repräsentation der Bauteilgeometrie. **Abbildung 6.2** zeigt die prinzipiellen Teilschritte der Rotorstellungsanalyse mit zunehmender Konkretisierung. Der erste Schritt liegt hierbei in der Trennung zwischen der geometrischen Analyse des Stirnschnittes und der Identifikation der Arbeitskammern. Die Umsetzung dieser beiden Teilaufgaben wird im Folgenden erläutert.



**Abbildung 6.2:** Schematische Darstellung der Teilaufgaben der logisch-geometrischen Analyse einer Rotorstellung

### 6.1.1 Bauteilbezogene Stirnschnittanalyse

Die Komplexität der geometrischen Analyse einer gegebenen Rotorstellung ist durch die dreidimensionale Geometrie der Bauteile sehr hoch, wie das Beispiel der Profileingriffsspaltberechnung zeigt. Eine deutliche Reduktion der geometrischen Komplexität wird durch den geschickten Einsatz einer Sweep-Methode erreicht. Mit Hilfe einer abschnittswisen Betrachtung der Maschinengeometrie wird die dreidimensionale Analyse auf eine zweidimensionale Betrachtung der Maschinengeometrie in dem jeweiligen Stirnschnitt beschränkt. Der große

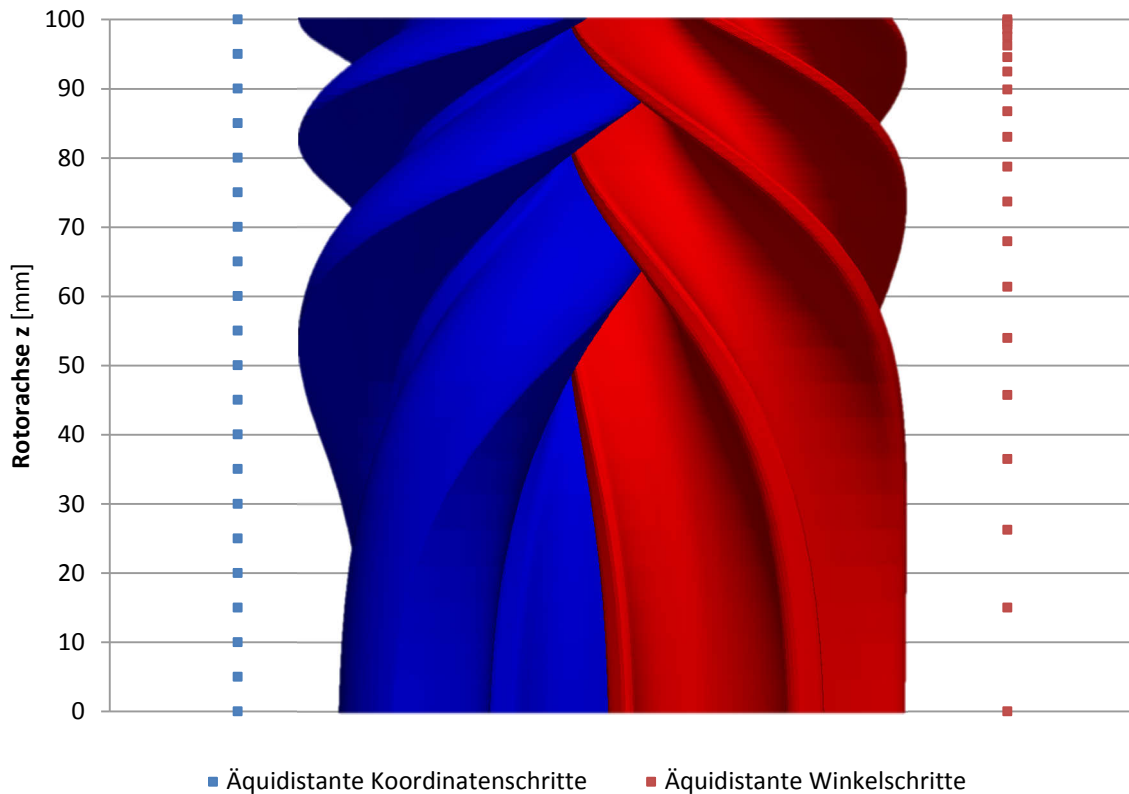
Vorteil liegt in der Vereinfachung aller geometrischer Berechnungen und der Beschränkung der Arbeitskammeridentifikation auf den Stirnschnitt, da sich die Arbeitskammer im Stirnschnitt als von einem geschlossenen Kurvenzug umrandete Fläche darstellt. Auf diese Weise kann die Datenstruktur mit geometrischen Segmenten zur Darstellung von Rotorprofilen im Stirnschnitt direkt verwendet werden, um Arbeitskammern im Stirnschnitt zu beschreiben. Ein ähnliches Verfahren zur Stirnschnittbeschreibung wird z.B. von [32] verwendet, jedoch bleibt das Verfahren auch für weitere Berechnungen auf den zweidimensionalen Stirnschnitt beschränkt.

Durch die abschnittsweise Betrachtung der Bauteilgeometrie kommt der Festlegung der Stirnschnitte eine besondere Bedeutung zu, da die Wahl der Stützstellen repräsentativ für die Bauteilgeometrie sein sollte. Naheliegend ist eine feste Anzahl an Stützstellen vorzugeben, anhand derer die Koordinatenstützstellen mit äquidistanten Stützstellen berechnet werden. Diese Vorgehensweise ist jedoch ungeeignet für Rotorgeometrien mit variabler Steigung, da entweder eine sehr grobe Diskretisierung in Bereichen großer Umschlingungswinkel vorliegt oder aber eine extrem hohe Anzahl an Stützstellen erforderlich ist, was der Laufzeit und dem Speicherbedarf der Algorithmen nicht zuträglich ist. Sinnvoller ist eine adaptive Lösung, welche sich an den Steigungsverlauf des Rotors anpasst. Hierzu kann die feste Anzahl an Stützstellen  $n$  statt auf die Rotorlänge auf den Umschlingungswinkel des Hauptrotors  $\varphi_{HR}$  bezogen werden und so ein mittleres Winkelinkrement  $\Delta\varphi_{HR}$  zwischen zwei Stirnschnitten berechnet werden (**Gl. 6.1**).

$$\Delta\varphi_{HR} = \frac{\varphi_{HR}}{n-1} \quad \text{Gl. 6.1}$$

Anhand des tatsächlichen Umschlingungswinkelverlaufes als Funktion der Rotorachsenkoordinate können dann Stützstellen mit äquidistanten Winkelschritten bestimmt werden. Ein Vergleich der äquidistanten Koordinaten- und Winkelschritte ist in **Abbildung 6.3** zu sehen. Hier ist offensichtlich, dass trotz der identischen Anzahl an Stützstellen das Verfahren der äquidistanten Winkelschritte eine bessere Erfassung der relevanten Rotorgeometrie bietet.





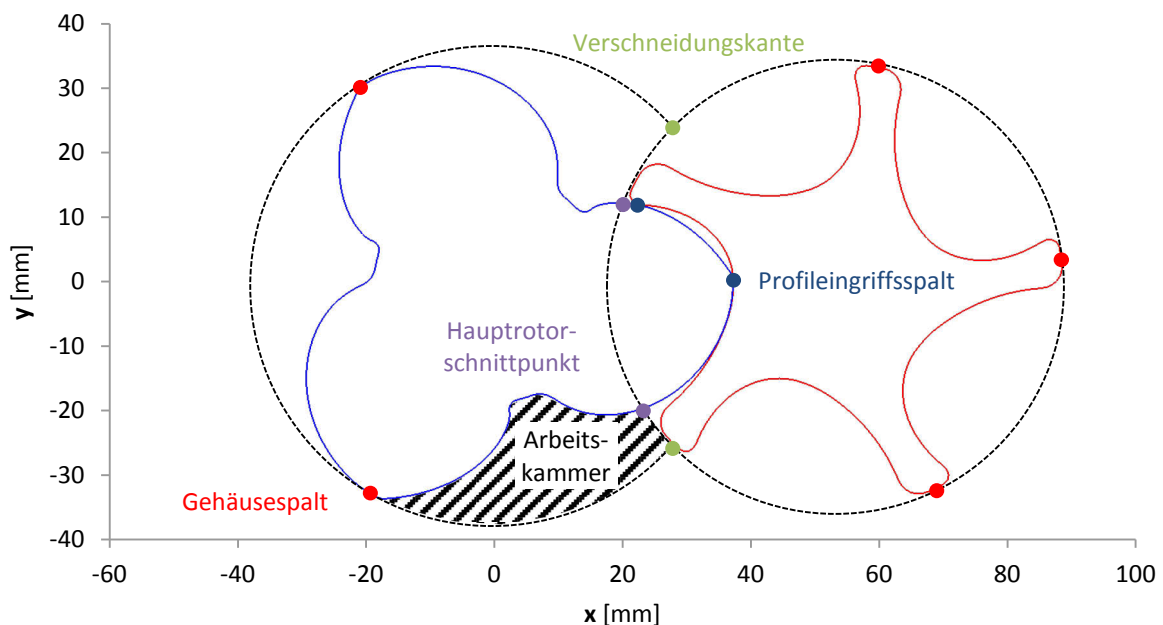
**Abbildung 6.3: Adaptive Wahl der Stirnschnittkoordinaten bei variabler Rotorsteigung**

Ein prinzipieller Nachteil dieser Adaption der Sweep-Methode ist die diskontinuierliche Abbildung der tatsächlichen Maschinengeometrie durch eine beliebige Anzahl an nicht zusammenhängenden Stirnschnitten. Die Identifikation der dreidimensionalen Arbeitskammern wird dahingehend erschwert, dass einerseits in jedem Stirnschnitt eine Identifikation der Arbeitskammern erfolgen muss und andererseits eine Verknüpfung über geeignete Kriterien erfolgen muss. Da die nachträgliche Verknüpfung zweier Stirnschnitte einen hohen Berechnungsaufwand erwarten lässt, wird dieser immanente Nachteil der Sweep-Methode durch eine spezielle angepasste, abstrahierte Abbildung der Bauteilgeometrie kompensiert.

Die abstrakte Abbildung der Bauteilgeometrie, im Weiteren auch als Diagramm bezeichnet, nutzt dabei einen wesentlichen Vorteil der Stirnschnittanalyse aus. Der Stirnschnitt einer Maschinengeometrie besteht zwar aus einer Vielzahl an Bauteilen bzw. deren Kurven und deren geometrischen Daten, kann jedoch durch eine kleine Menge an Punktepaaren charakterisiert werden. Diese ausgewählten, charakteristischen Punktepaare beschreiben im Wesentlichen die arbeitsraumbegrenzenden Spalte, welche durch die minimalen kurvennormalen Abstände zweier Bauteile im Stirnschnitt definiert sind (**Abbildung 6.4**). Da beliebige Spalthöhen zulässig sein sollen, wird ein Punktepaar immer durch zwei Punkte, je einem pro Bauteil, be-

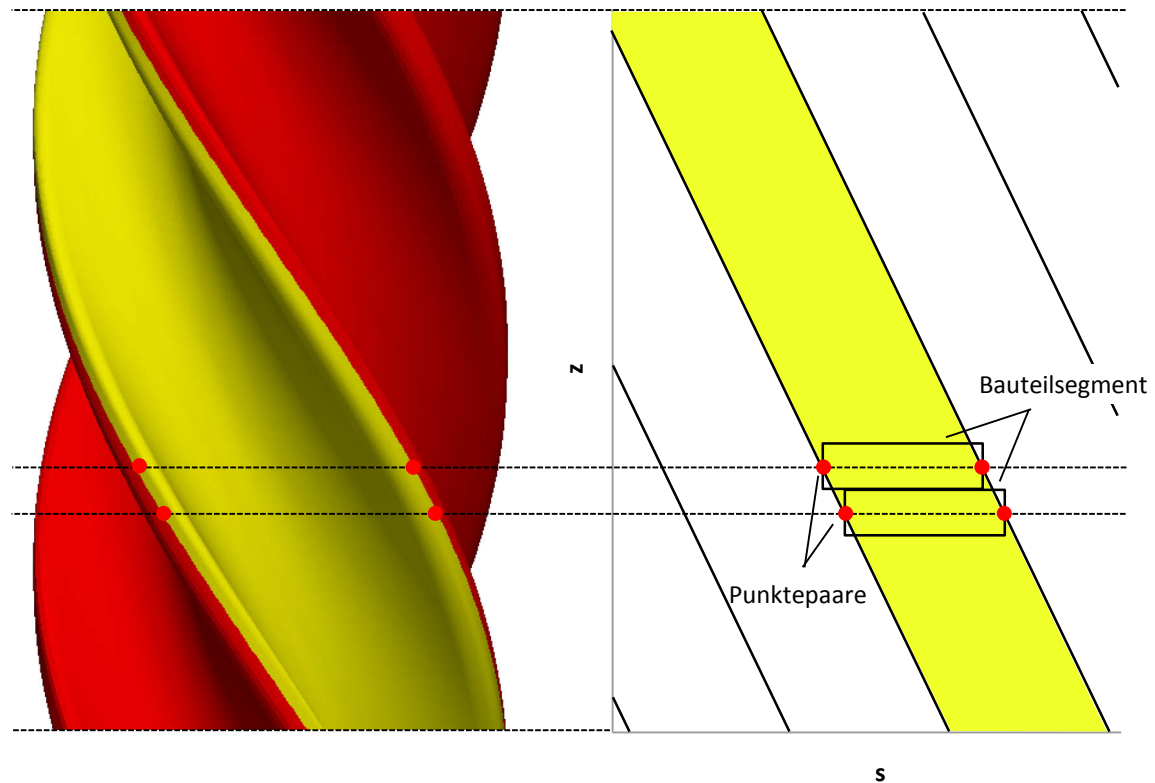
schrieben. Darüber hinaus werden bei zweiwelligen Maschinenbauarten noch die Punkte an der Verschneidungskante des Gehäuses sowie die Schnittpunkte des Hauptrotors mit dem Umkreis um den Nebenrotor (Hauptrotorschnittpunkt) berücksichtigt. In diesen beiden Fällen sind beide Punkte des Punktepaares identisch.

Die Definition des Umkreises um den Nebenrotor ermöglicht eine klare Zuordnung der Arbeitskammern im Verschneidungsbereich der beiden Gehäusebohrungen. Alle Arbeitskammern, welche sich geometrisch innerhalb des Umkreises um den Nebenrotor befinden, werden dementsprechend später als Nebenrotorkammer klassifiziert.



**Abbildung 6.4:** Exemplarische Darstellung der charakteristischen Punktepaares und einer durch die Punktepaares definierten Arbeitskammer im Stirnschnitt

Ein Diagramm entspricht einer zweiparametrischen Fläche, welche durch die Abwicklung einer Bauteiloberfläche in Umfangsrichtung entsteht (**Abbildung 6.5**). Der Parameter  $s$  in Umfangsrichtung entspricht z.B. der Kurvenlänge des Rotorprofils im Stirnschnitt, der Parameter  $z$  repräsentiert die Lage des analysierten Stirnschnittes in Rotorachsrichtung. Die charakteristischen Punktepaares, die als Ergebnis der Stirnschnittanalyse den abstrahierten Stirnschnitt darstellen, werden in das dem Bauteil entsprechende Diagramm eingefügt. Zwei Punktepaares in  $s$ -Richtung bilden ein Bauteilsegment, da sie den Abschnitt der jeweiligen Bauteilgeometrie im Stirnschnitt repräsentieren.



**Abbildung 6.5:** Darstellung der Punktepaare und Bauteilsegmente in der abgewickelten Bauteiloberfläche am Beispiel des Nebenrotors

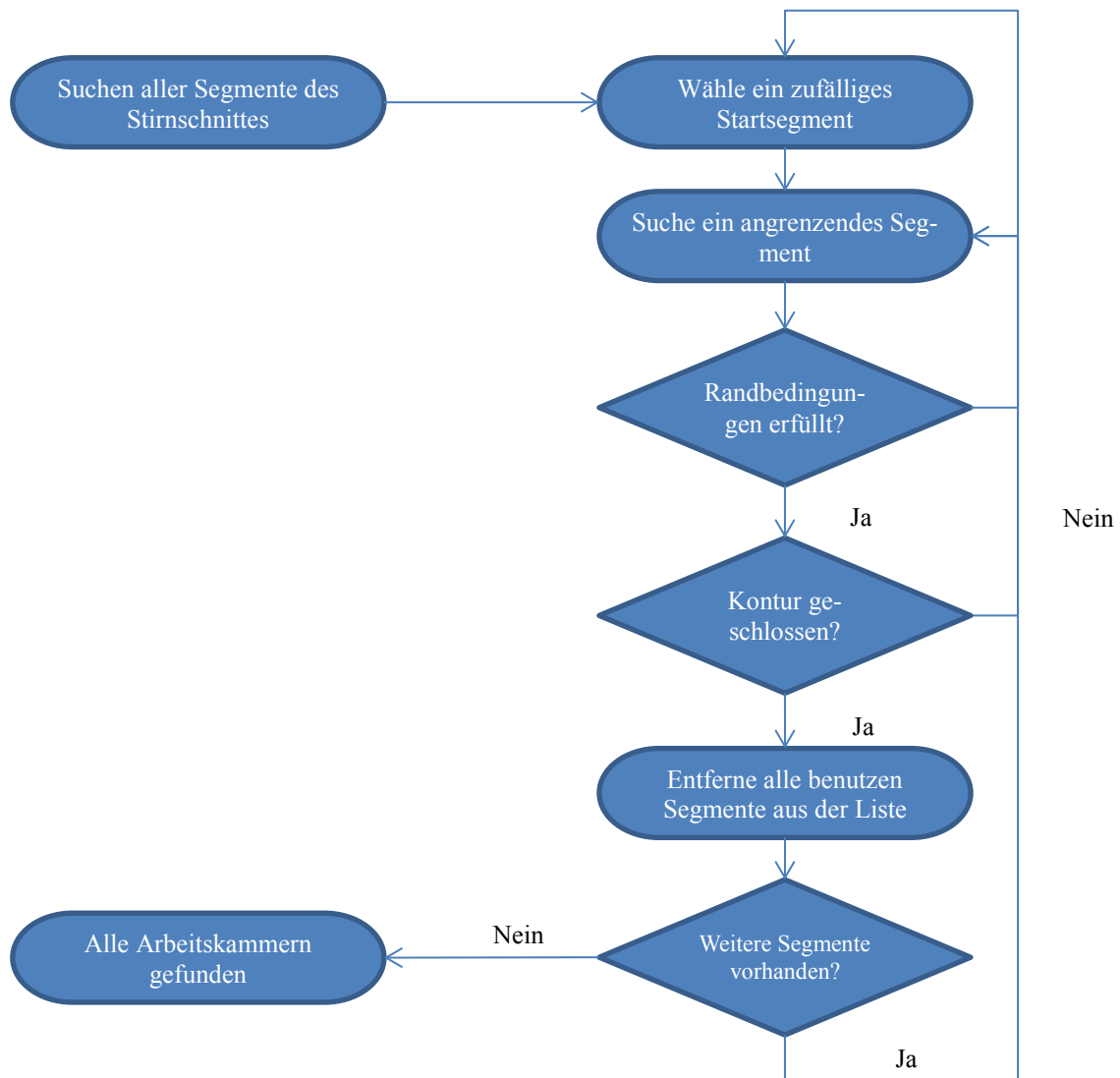
Die charakteristischen Punktepaare erfüllen im Rahmen der Diagramme mehrere Aufgaben. Zunächst beinhalten sie die für die spätere Identifikation und Berechnung der Spaltverbindung benötigten geometrischen Informationen. Des Weiteren ist jedes Punktepaar definitionsgemäß in zwei Diagrammen (z.B. Rotor und Gehäuse im Falle eines Gehäusespaltes) eingefügt, so dass eine Verknüpfung zwischen den Diagrammen und damit auch zwischen den Bauteilsegmenten verschiedener Bauteile entsteht. Diese Verknüpfung wird zur Identifikation der Arbeitskammern im Stirnschnitt genutzt, die dadurch logisch und vollständig losgelöst von der tatsächlichen Maschinengeometrie abläuft. Der zweite Vorteil der Diagrammdarstellung liegt in der regelbasierten Verknüpfung der Segmente in zwei aufeinanderfolgenden Stirnschnitten. Gehören zwei Segmente in aufeinanderfolgenden Stirnschnitten zur gleichen Arbeitskammer (Abbildung 6.5), so werden diese Segmente in z-Richtung miteinander verknüpft.

Damit hat ein Bauteilsegment im Allgemeinen zwei Verknüpfungen in jeweils beide Parameterrichtungen. Die Verknüpfung in s-Richtung ermöglicht die arbeitskammerorientierte Betrachtung des ausgewählten Stirnschnittes, wohingegen die Verknüpfung in z-Richtung die Betrachtung der zur Arbeitskammer gehörigen Bauteiloberfläche ermöglicht. Der Vorteil der

einmal gesetzten Verknüpfungen liegt in der Verkürzung der Rechenzeit bei einer späteren Auswertung der Diagramme zur Identifikation der Arbeitskammern oder zur Berechnung geometrischer Größen, da das Verfolgen der Verknüpfungspfade selbst an keine geometrischen Berechnungen mehr gebunden ist (Abbildung 6.5). Das Verknüpfen der Segmente untereinander geschieht automatisch beim Einfügen in das Diagramm. Hierbei wird regelbasiert anhand der geometrischen Lage der charakteristischen Punkte im Stirnschnitt entschieden, welche Segmente in z-Richtung miteinander verknüpft werden müssen, so dass statt einer mathematisch komplexen Berechnung der Überdeckung zweier von nicht-konvexen Polygonen umschlossenen Flächen lediglich der dreidimensionale Abstand der Mittelpunkte der Verbindungslinie der charakteristischen Punkte berechnet und verglichen werden muss. Hierdurch können alle relevanten Änderungen der Stirnschnittgeometrie hinsichtlich der Arbeitskammerverteilung erfasst und durch Setzen der Verknüpfungen in die abstrakte Diagrammdarstellung übertragen werden. Hierzu gehört auch die Information, dass eine Arbeitskammer mit fortschreitender Rotorachsenkoordinate entsteht oder verschwindet. Dieser Sachverhalt kann durch die Verknüpfung des jeweiligen Bauteilsegmentes mit einem speziellen Null-Segment ausgedrückt werden.

### **6.1.2 Synthese der Arbeitskammern in diskreten Rotorstellungen**

Die Identifikation der Arbeitskammern wird zunächst auf den Stirnschnitt begrenzt, wobei nicht die reale Geometrie, sondern der abstrahierte Stirnschnitt in den Diagrammen genutzt wird. Das prinzipielle Vorgehen ist in **Abbildung 6.6** dargestellt. Es werden die abstrakten Bauteilsegmente aller Diagramme in einem beliebigen Stirnschnitt in einer Liste gespeichert und ein zufälliges Element der Liste als Startsegment gewählt. Passend zu dem Startsegment wird ein angrenzendes Segment gesucht. Durch die Verknüpfung der Segmente über die charakteristischen Punktepaare stehen somit immer drei mögliche Kandidaten pro Segmentrand zur Verfügung, da durch ein Punktepaar maximal vier Bauteilsegmente in einer Stirnschnittebene miteinander verknüpft werden können. Die Suche nach dem im Sinne der Kammeridentifikation richtigen Bauteilsegment ist durch verschiedene mathematische Ansätze möglich, wobei an dieser Stelle eine sehr pragmatische, rekursiv aufgebaute Methode vorgestellt wird, welche auf dem Divide and Conquer-Prinzip beruht.



**Abbildung 6.6: Vorgehen zur Identifikation der Arbeitskammern im Stirnschnitt nach dem Divide and Conquer-Prinzip**

Diese Methode bewertet anhand vorgegebener Randbedingungen einen Rekursionsstrang als zulässig, wenn er alle Bedingungen erfüllt. Die Randbedingungen bestehen im Wesentlichen aus der Vorgabe maximal zulässiger Segmentanzahlen pro Bauteil und Arbeitskammer. Die Suche nach angrenzenden Segmenten ist beendet, sobald die Kontur der Arbeitskammer im Stirnschnitt geschlossen ist. Alle für diese Arbeitskammer genutzten Segmente werden aus der zu Beginn erzeugten Liste entfernt und ein neues Startsegment ausgewählt. Wenn alle Segmente Arbeitskammern zugeordnet sind, ist der Algorithmus beendet.

Die Identifikation der Arbeitskammern erfolgt zunächst im ersten vorliegenden Stirnschnitt der Diagramme. Handelt es sich im einfachsten denkbaren Fall um eine Rotorgeometrie ohne Umschlingung, so sind damit bereits alle Arbeitskammern identifiziert. Um die normalerweise

bei einer verwundenen Rotorgeometrie entlang der Rotorachse neu entstehenden Arbeitskammern zu erfassen, werden Unstetigkeiten in den Verknüpfungen ausgenutzt. Eine solche bewusst eingebaute Unstetigkeit sind Bauteilsegmente, welche in z-Richtung keinen Vorgänger haben und durch die Verbindung zu einem Null-Segment gekennzeichnet sind. Solche Bauteilsegmente gehören mit hoher Wahrscheinlichkeit zu einer neuen Arbeitskammer. Dies bedeutet, dass die Arbeitskammeridentifikation nicht in jedem Stirnschnitt angewandt werden muss, sondern lediglich in den Stirnschnitten wiederholt wird, in denen Segmente ohne Vorgänger existieren. Besteht eine Kammer in einem solchen Stirnschnitt nur aus Segmenten ohne Vorgänger, so handelt es sich um eine neue Arbeitskammer.

### **6.1.3 Drehwinkelabhängige Identifikation der Arbeitskammern**

Die Analyse der einzelnen Rotorstellung wird für den gesamten zu untersuchenden Drehwinkelbereich wiederholt und liefert die Arbeitskammerverteilung in allen Rotorstellungen. Diese Arbeitsschritte sind vollständig unabhängig voneinander und ermöglichen somit eine effiziente Parallelisierungsstrategie. Für die Identifikation weiterer Kapazitäten und Verbindungen ist eine Verknüpfung der Arbeitskammern über alle Rotorstellungen erforderlich, da ansonsten alle anderen Entitäten des dreidimensionalen Kammermodells ebenfalls noch eine drehwinkelabhängige Zuordnung benötigen würden. Sind jedoch bereits alle Arbeitskammern der jeweiligen Rotorstellung zu einer Entität zusammengefasst, so kann z.B. eine Spaltverbindung zwischen zwei Arbeitskammern ebenfalls direkt drehwinkelabhängig bestimmt werden.

Eine sinnvolle Vorgehensweise für diese Aufgabe ist die Zuordnung mit Hilfe der Volumenschwerpunkte der Arbeitskammern. Es werden kontinuierlich immer zwei aufeinanderfolgende Rotorstellungen miteinander verglichen, wobei die Abstände der Volumenschwerpunkte der jeweiligen Arbeitskammern in eine Matrix eingetragen werden. Mit Hilfe von Optimierungsansätzen, der Vorgabe eines Maximalabstandes für zwei Volumenschwerpunkte und der Randbedingung, dass Haupt- und Nebenrotorkammern nicht verknüpft werden dürfen, kann die Matrix soweit von Einträgen bereinigt werden, dass nur noch eindeutige Zuordnungen zwischen zwei Rotorstellungen bestehen. Dies schließt Arbeitskammern ohne Vorgänger und Nachfolger mit ein. Insbesondere im Kontext von konischen Rotoren und variabler Steigung kann die Definition eines Maximalabstandes für zwei logisch zusammengehörende Volumenschwerpunkte anspruchsvoll sein, da die Abstände für die jeweiligen Arbeitskammern stark variieren können. Dieser Sachverhalt stellt eine potentielle Schwachstelle dar, welche die Zuordnung der Arbeitskammern fehlschlagen lassen kann. Eine deutliche Verbesserung wird

erreicht, indem vor dem Vergleich die Position der Volumenschwerpunkte der Referenzrotorstellung unter Kenntnis des Hauptrotordrehwinkelinkrements extrapoliert wird. Auf diese Weise werden die Volumenschwerpunkte quasi in der gleichen geometrischen Position verglichen und die Abstände zwischen allen logisch zusammengehörenden Volumenschwerpunktpaaren gehen gegen null und nicht gegen einen von der Geometrie, dem Drehwinkelinkrement und der Lage der Kammern abhängigen Wert.

Um einen solchen Vergleich zu bewerkstelligen, ist es erforderlich, unter der Vorgabe eines Drehwinkelinkrements die relative Änderung des Volumenschwerpunktes zu berechnen. Die Bewegung des Volumenschwerpunktes kann in Zylinderkoordinaten ausgedrückt in zwei Komponenten, eine Rotation um die Rotorachse und eine Translation in Richtung der Rotorachse, zerlegt werden. Die Komponente der Rotation ist trivial, da die Drehung des jeweiligen Rotors direkt als Drehung des Schwerpunktes angenommen werden kann. Die Komponente der Translation  $\Delta z_{\text{Schwerpunkt}}$  wird durch Betrachtung der lokalen Steigung des Rotors  $s_{\text{Rotor}}$  bestimmt. Eine Umrechnung des Drehwinkelinkrements des Rotors  $\Delta\alpha_{\text{Rotor}}$  auf den Bruchteil einer Rotorumdrehung ergibt multipliziert mit der Steigung die Translation des Volumenschwerpunktes (**Gl. 6.2**).

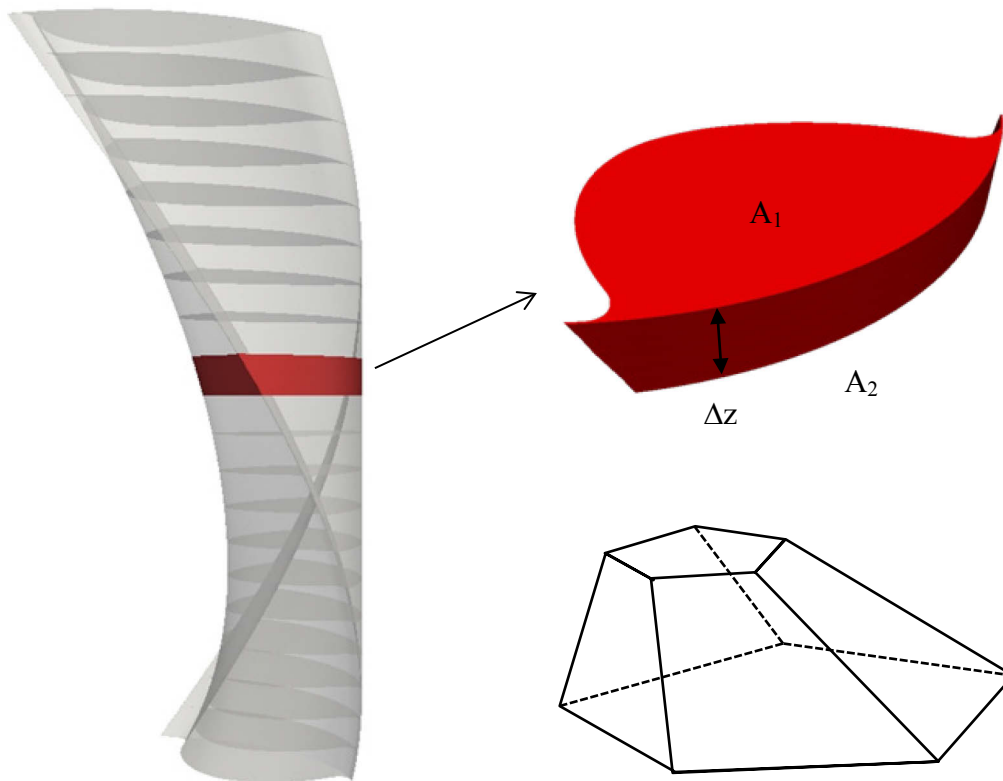
$$\Delta z_{\text{Schwerpunkt}} = s_{\text{Rotor}} (z_{\text{Schwerpunkt}}) \cdot \frac{\Delta\alpha_{\text{Rotor}}}{2 \cdot \pi} \quad \text{Gl. 6.2}$$

Diese beiden Annahmen stellen natürlich eine Vereinfachung der realen Situation dar und vernachlässigen z.B. die drehwinkelabhängige Veränderung der Kammergeometrie und sind somit nur für kleine Rotordrehwinkelinkremente gültig. Darüber hinaus gibt es noch einen Sonderfall zu behandeln, bei dem sich der Volumenschwerpunkt de facto nur translatorisch in Achsrichtung bewegt. Dies ist z.B. bei Rotorgeometrien mit großen Umschlingungswinkeln der Fall, wenn die Kammer von der Saug- und Druckseite abgeschlossen das Gas transportiert und verdichtet.

Als Ergebnis der Integration der Arbeitskammern über alle Rotorstellungen liegen alle Arbeitskammern dreidimensional und drehwinkelabhängig vor, so dass eine Auswertung hinsichtlich der Verbindungen direkt eine dreidimensionale und drehwinkelabhängige Darstellung liefert, ohne die gefundenen Verbindungen noch drehwinkelabhängig zuordnen zu müssen.

#### 6.1.4 Berechnung der Arbeitskammervolumina

Eine wesentliche Abstraktion der Kammermodellmethode stellt die Überführung der drehwinkelabhängigen Arbeitskammergeometrie in eine Volumenkurve dar. Durch die bekannte logische Verknüpfung zwischen Arbeitskammern über mehrere Rotorstellungen muss nur das Volumen einer Arbeitskammer, basierend auf ihrer dreidimensionalen Geometrie, berechnet werden. Die Berechnung erfolgt auf Basis der Stirnschnittdarstellung. **Abbildung 6.7** zeigt für eine ausgewählte Arbeitskammer in einer definierten Rotorstellung den fortschreitenden Prozess, der das von zwei Stirnschnitten eingeschlossene Teilvolumen bildet, berechnet und zu einem Gesamtvolumen  $V_{\text{Kammer}}$  aufsummiert (**Gl. 6.3**).



**Abbildung 6.7:** Berechnung des Arbeitskammervolumens auf Basis diskreter Stirnschnittflächen durch Analogie zum Pyramidenstumpf

$$V_{\text{Kammer}} = \sum \Delta V$$

**Gl. 6.3**



Das Teilvolumens  $\Delta V$  kann dabei durch verschiedene Berechnungsverfahren angenähert werden. Das einfachste Verfahren stellt eine Mittelwertbildung dar, bei der das Teilvolumen  $\Delta V_m$  als Produkt des Abstands der Stirnschnittebenen  $\Delta z$  und dem Mittelwert der Stirnflächen  $A_1$  und  $A_2$  berechnet wird (**Gl. 6.4**).

$$\Delta V_m = \frac{1}{2}(A_1 + A_2) \cdot \Delta z \quad \text{Gl. 6.4}$$

Diese Mittelwertbildung ist jedoch nur gültig, wenn der relative Unterschied zwischen den Flächen klein ist. Dies wird durch den Vergleich mit einem alternativen Ansatz offensichtlich. Im Rahmen einer genaueren Berechnung wird das Teilvolumen als Polygonstumpf  $\Delta V_p$  in interpretiert. Das Volumen wird nach **Gl. 6.5**

$$\Delta V_p = \frac{1}{3}(A_1 + A_2 + \sqrt{A_1} \cdot \sqrt{A_2}) \cdot \Delta z \quad \text{Gl. 6.5}$$

berechnet. Wenn die beiden Stirnflächen identisch sind, dann ist auch das Ergebnis beider Berechnungsansätze identisch und konvergiert gegen das Volumen eines volumengleichen Quaders bzw. Parallelepipeds. Das Verhältnis beider Volumina nimmt den Wert eins an. Im anderen Grenzfall, wenn der Flächeninhalt einer der beiden Stirnflächen zu Null wird, ergibt sich ein maximaler Unterschied zwischen der einfachen Mittelwertbildung im Vergleich zu dem Polygonstumpf. Das Verhältnis ist in diesem Fall größer als Eins und somit ein mit dem arithmetischen Mittelwert berechnetes Kammervolumeninkrement um 50 % größer.

Als Konsequenz dieser Betrachtung wird im Rahmen dieser Arbeit der Ansatz des Pyramidenstumpfes bevorzugt (Gl. 6.5). Eine exemplarische Analyse am Beispiel des Screw Vacuum Blowers zeigt, dass der Unterschied im Arbeitskammervolumen zwischen beiden Ansätzen in den meisten Rotorstellungen deutlich weniger als 1,0 % beträgt. Die Ursache für die geringe Abweichung liegt in der typischen Geometrie der Arbeitskammern begründet. Wie Abbildung 6.7 vermuten lässt, sind bei hinreichend kleinem Abstand zwischen den Stirnschnitten die relativen Unterschiede zwischen den Flächeninhalten entsprechend klein. Dies könnte ein Grund sein, weshalb das mittelwertbildende Verfahren in der Praxis z.B. von [36] oder in noch weiter vereinfachter Form von [49] angewendet wird.

Abseits möglicher Einflüsse durch den algebraischen Berechnungsansatz haben zwei weitere wesentliche Parameter Einfluss auf die Genauigkeit der Volumenkurve. Die Flexibilität bezüglich der geometrischen Repräsentation eines Bauteilstirnschnittes erfordert eine entsprechende Abstraktion bei der numerischen Berechnung. Der durch eine Liste von Segmenten (Kapitel 3.2.1) eingeschlossene Flächeninhalt kann zwar durch Anwendung des Green'schen Integralsatzes theoretisch exakt berechnet werden [41], dennoch ist die Abtastung der Segmente mit einer anschließenden numerischen Integration nach der Trapezregel allgemeingültig anwendbar und ermöglicht eine stärkere Entkopplung zwischen geometrischer Repräsentation und numerischer Berechnung. Zudem kann durch eine hinreichend genaue Abtastung der numerische Fehler minimiert werden. Die numerische Integration der Kammerfläche im Stirnschnitt wird ebenfalls von [35] [36] [40] angewendet.

Eine Beurteilung der numerischen Ergebnisse für das berechnete Arbeitskammervolumen ist aus geometrischer Sicht kaum möglich. Es kann zwar, wie bereits gezeigt, durch Analyse der Algorithmen ein möglicher, Prinzip bedingter Fehler identifiziert werden, für eine weiterführende Betrachtung ist jedoch ein Vergleich zu bestehenden Lösungsansätzen und Ergebnissen sinnvoll. Darüber hinaus ist im Hinblick auf die für die Modelgenerierung nötige Festlegung der numerischen Parameter eine Beurteilung der Quantität unter Berücksichtigung physikalischer Gesichtspunkte erforderlich. Ein Vergleich auf der Basis einer Kammermodellsimulation für ein breites Spektrum an Betriebszuständen bietet dabei zwar das meiste Potential und die größte Objektivität, erscheint jedoch nicht pragmatisch genug. Aus diesem Grund werden die zwei für Verdrängermaschinen typischen Kenngrößen herangezogen. Zum einen der Liefergrad, bzw. dessen Bezugsgröße, der theoretischen Massen-/Volumenstrom (Gl. 1.6) und zum anderen die thermodynamische Innenleistung, repräsentiert durch die vom Kreisprozess eingeschlossene Arbeitsfläche (Gl. 1.9). Diese beiden Kenngrößen können vereinfacht als Beurteilungskriterium verwendet werden.

$$S_{\text{Fiktiv}} \sim \max(V(s)) \quad \text{Gl. 6.6}$$

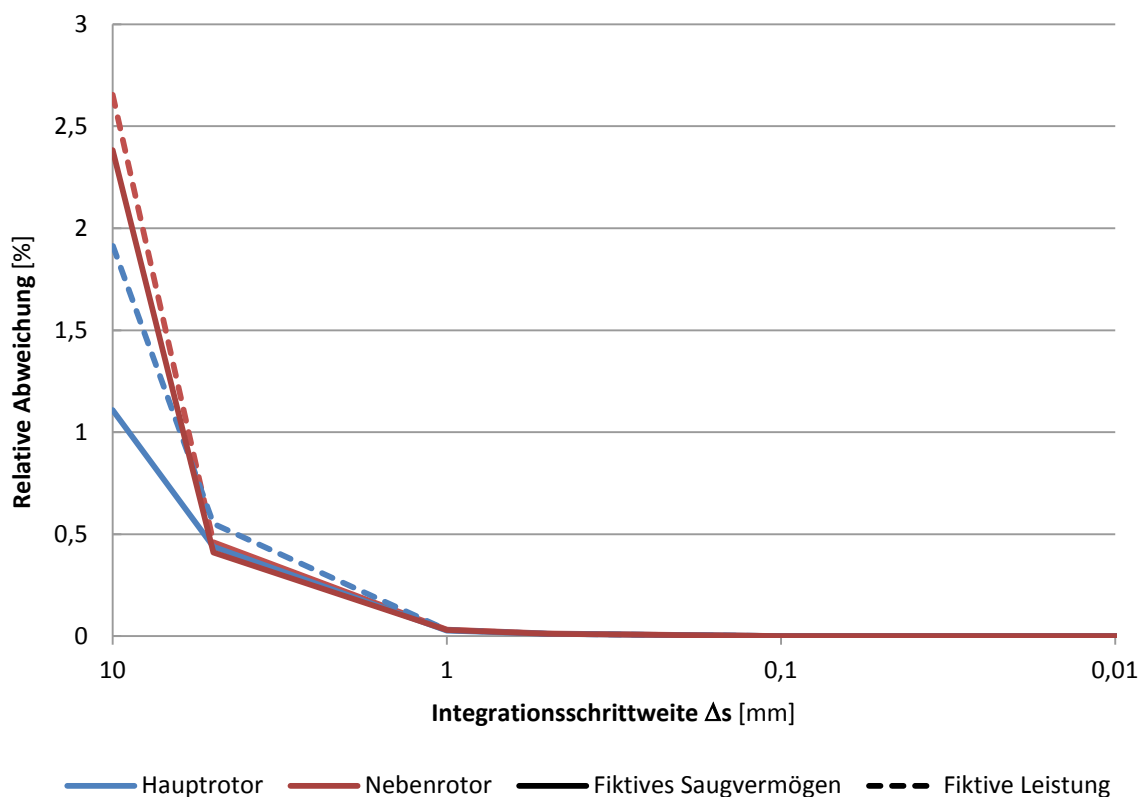
Das fiktive Saugvermögen  $S_{\text{Fiktiv}}$  ist nach **Gl. 6.6** direkt proportional zum maximalen Arbeitskammervolumen der Haupt- bzw. Haupt- und Nebenrotorseite, wenn vorhanden. Ein möglicher Fehler ist demnach nur proportional zur Abweichung des Maximalwertes der Volumenkurve  $V(s)$ . Die fiktive Innenleistung  $P_{\text{Fiktiv}}$ , welche durch das Ringintegral der Volumenände-

rungsarbeit beschrieben wird, kann unter der Annahme eines drehwinkelunabhängigen Arbeitskammerdruckes zu dem Integral der Volumenkurve  $V(s)$  vereinfacht werden (Gl. 6.7).

$$P_{\text{fiktiv}} \sim \int V(s) \cdot p(s) ds \sim \int V(s) ds \quad \text{Gl. 6.7}$$

Der resultierenden Fehler ist demnach proportional zu Abweichung der von der Volumenkurve eingeschlossenen Fläche. Eine direkte Auswertung der absoluten Kennzahlen ist aufgrund der relativ geringen Änderungen in den betrachteten Bereichen nicht sinnvoll, deshalb wird direkt die relative Abweichung der Kennzahl im Vergleich zu einem Referenzwert betrachtet.

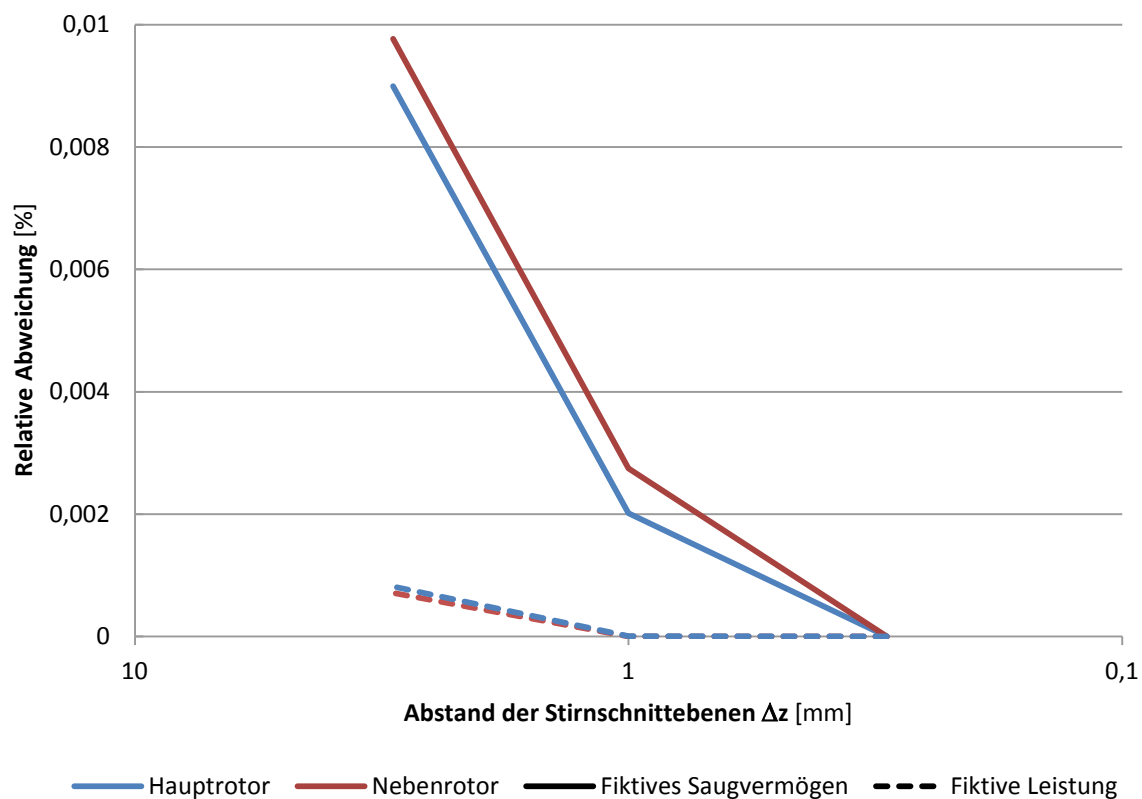
Im ersten Schritt wird der Einfluss der Integrationsschrittweite  $\Delta s$  für die Trapezregel untersucht. Hierzu wird die Integrationsschrittweite als Abstand zwischen zwei Punkten auf der die Arbeitskammer im Stirnschnitt einschließenden Kontur definiert. Das Ergebnis der Kennzahlen für Saugvermögen und Leistung ist in **Abbildung 6.8** für die Haupt- und Nebenrotorvolumenkurve dargestellt.



**Abbildung 6.8:** Relative Abweichung der Kennzahlen für fiktives Saugvermögen und fiktive Leistung zum jeweiligen Wert bei 0,01 mm bei Variation der Schrittweite für die Stirnflächenintegration  $\Delta s$  bei einem Stirnschnittabstand  $\Delta z$  von 1mm

Die maximal auftretende Abweichung beträgt etwa 2,5 % für die Nebenrotorvolumenkurve, wobei beide Kennzahlen ähnliche Tendenzen zeigen. Die maximale Abweichung bei der Hauptrotorvolumenkurve liegt, je nach Kennzahl, zwischen 1 und 2 %. Mit kleiner werdender Integrationsschrittweite konvergiert die relative Abweichung sehr schnell gegen null, wobei bereits bei 0,1 mm keine nennenswerte Verbesserung des Ergebnisses mehr feststellbar ist. Hauptursache hierfür ist, dass die Annäherung der eigentlich helixartigen Kanten des Pyramidenstumpfes durch gerade Kanten hinreichen genau ist. Der Einfluss auf die fiktive Leistung ist ähnlich zu bewerten.

Im nächsten Schritt wird der Einfluss der Diskretisierung in Rotorachsrichtung, also der Abstand der Stirnschnittebenen  $\Delta z$  untersucht. Hierzu wird analog zur Integrationsschrittweite die relative Abweichung betrachtet (**Abbildung 6.9**).



**Abbildung 6.9:** Relative Abweichung der Kennzahlen für fiktives Saugvermögen und fiktive Leistung zum jeweiligen Wert bei 0,3 mm bei Variation des Abstandes zwischen den Stirnschnittflächen  $\Delta z$  bei einer Integrationsschrittweite  $\Delta s$  von 0,0025 mm

Der Abstand der Stirnschnitte  $\Delta z$  hat einen deutlich kleineren Einfluss auf das Ergebnis der Volumenberechnung als die Integrationsschrittweite  $\Delta s$ . Eine Reduktion des Abstandes um den Faktor 10 bewirkt numerische Änderungen, die kleiner als 0,01 % sind. Dieser Einfluss betrifft auch nur die Saugvermögenskennzahl und damit das maximale Kammervolumen. Ein Einfluss auf die Leistungskennzahl ist aus physikalischer Sicht quasi nicht vorhanden. Der Einfluss des Stirnschnittabstandes spielt jedoch bei der Ermittlung anderen Größen eine Rolle und wird im weiteren Verlauf der Arbeit erneut betrachtet.

Für die numerische Integration des Kammervolumens lassen sich somit robuste Parameter festlegen, die, von einem physikalischen Standpunkt aus betrachtet, hinreichend genaue Werte für eine zuverlässige Simulation liefern (**Tabelle 6.2**).

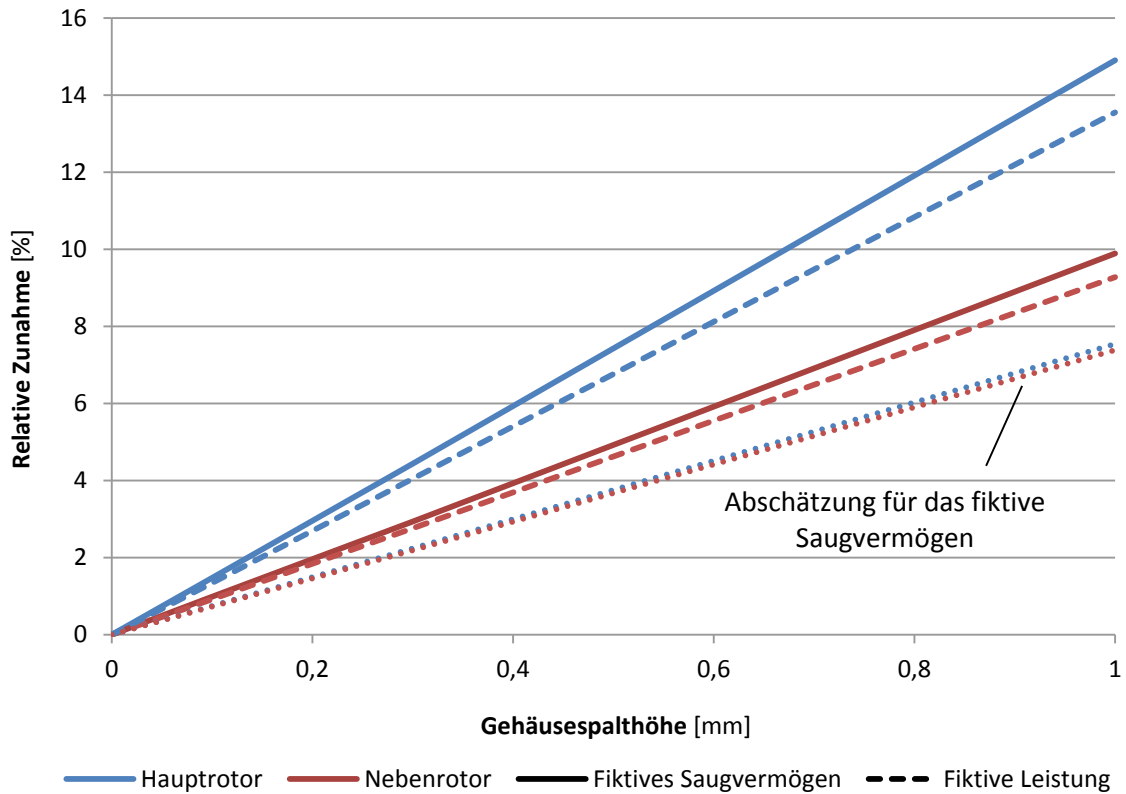
**Tabelle 6.1:** Übersicht der verwendeten numerischen Parameter

Parameter	Wert [mm]	Dimensionslos [-]
Integrationsschrittweite $\Delta s$	$2,5 \cdot 10^{-3}$	$4,88 \cdot 10^{-5}$
Stirnschnittebenenabstand $\Delta z$	0,5	$4,95 \cdot 10^{-3}$

Um eine gewisse Übertragbarkeit der im Rahmen dieser Arbeit ermittelten Parameter zu gewährleisten, bietet sich eine dimensionslose Betrachtung an. Für die Integrationsschrittweite  $\Delta s$  wird der Achsabstand als Bezugsgröße definiert, für den Stirnschnittebenenabstand  $\Delta z$  ist die Rotorlänge eine sinnvolle Bezugsgröße.

### 6.1.5 Einfluss der Spaltverbindungen auf das Arbeitskammervolumen

Im Anschluss an die numerischen Einflüsse wird der Einfluss der Spalte auf das Arbeitskammervolumen betrachtet. Der Einfluss der Spalthöhe wird zunächst am Beispiel des Gehäusespaltes untersucht, wobei dieser ausgehend von einem direkten Kontakt zwischen Rotor und Gehäuse sukzessive vergrößert wird. Der Einfluss auf das Arbeitskammervolumen wird wieder an den bereits bekannten Kennzahlen für fiktives Saugvermögen und fiktive Leistungsaufnahme verdeutlicht. Die relative Zunahme der Kennzahlen bezogen auf eine Spalthöhe von Null bei Vergrößerung der Spalthöhe ist in **Abbildung 6.10** dargestellt.



**Abbildung 6.10:** Relative Zunahme der Kennzahlen für fiktives Saugvermögen und fiktive Leistung bei Variation der Gehäusespalthöhe bezogen auf eine Spalthöhe von Null im Vergleich mit einer einfachen geometrischen Abschätzung für das fiktive Saugvermögen nach Gl. 6.8

Erwartungsgemäß nehmen beide Kennzahlen, unabhängig davon ob Haupt- oder Nebenrotorkammern betrachtet werden, zu, da sich das durch die Zahnlückenräume und das Gehäuse eingeschlossene Volumen vergrößert. Dieser Effekt des vergrößerten Gehäuseinnendurchmessers wirkt sich insbesondere auf das maximale Kammervolumen und damit auf die Saugvermögenskennzahl aus. Die Leistungskennzahl zeigt vergleichbare Ergebnisse. Um den selbst bei kleinen Spalthöhen großen Einfluss zu verifizieren, wird eine vereinfachte Abschätzung des maximalen Arbeitskammervolumens unternommen. Hierzu wird die Volumenänderung auf die Vergrößerung der effektiven Schöpffläche im Stirnschnitt zurückgeführt und diese als Kreisringsektor zwischen Kopf- und Fußkreis  $r_K$  und  $r_F$  approximiert. Eine Vergrößerung des Gehäusespaltes ist dann über eine Vergrößerung des Kopfkreisradius abbildbar (Gl. 6.8).

$$\frac{V_{\text{Kammer}}(h_{\text{Spalt}})}{V_{\text{Kammer}}(0)} = 1 - \frac{(r_K + h_{\text{Spalt}})^2 - r_F^2}{r_K^2 - r_F^2} \quad \text{Gl. 6.8}$$

Auffällig ist, dass sich die relative Zunahme der Abschätzung für den Haupt- und Nebenrotor nicht signifikant unterscheidet und zudem kleiner ausfällt als die durch KaSim-PRE berechnete Volumenzunahme. Die Ursache hierfür liegt in der deutlichen Vereinfachung der Abbildung der Schöpffläche, da diese bei den realen Rotorprofilen immer kleiner als der Flächeninhalt des vergleichbaren Kreisringsektors ist, da ein Teil der Schöpffläche durch die Rotorzähne eingenommen wird. Bei dem betrachteten Rotorprofil nehmen die Zähne des Nebenrotors relativ gesehen weniger von der theoretischen Schöpffläche ein, so dass die relative Arbeitskammervolumenzunahme hier deutlich kleiner ausfällt als bei dem Hauptrotor.

Der Stirnspalt hat nur einen Einfluss auf das Kammervolumen, wenn die jeweilige Arbeitskammer Kontakt zu der entsprechenden Stirnseite hat. Um den Einfluss auf das maximale Kammervolumen abzuschätzen, kann das Verhältnis aus Spalthöhe und Rotorlänge betrachtet werden, da die Schöpffläche zunächst als unveränderlich angenommen werden kann.

$$\frac{V_{\text{Kammer}}(h_{\text{Spalt}})}{V_{\text{Kammer}}(0)} = \frac{l_{\text{Rotor}} + h_{\text{Spalt}}}{l_{\text{Rotor}}} \quad \text{Gl. 6.9}$$

Wird, analog zur Betrachtung des Gehäusespaltes, eine maximale Spalthöhe von 1 mm betrachtet, so ergibt sich bei einer Rotorlänge des Screw Vacuum Blowers von 100 mm eine Vergrößerung des maximalen Kammervolumens um 1 %. Somit ist der Einfluss der stirnseitigen Abstände zwischen Rotor und umschließendem Gehäuse deutlich geringer zu bewerten.

Der Einfluss der Profileingriffsspalthöhe, welche z.B. durch eine Profilveränderung variiert werden kann, ist kaum abzuschätzen. Ebenso hat die Position des Profileingriffspaltes Einfluss auf die Unterteilung der Arbeitskammern und somit auf das resultierende Arbeitskammervolumen. Hierbei kann es durch die Anwendung verschiedener Algorithmen zu Abweichungen kommen (Abbildung 5.4). Ein Vergleich mehrerer Verfahren offenbart jedoch nur einen geringen Einfluss auf das Arbeitskammervolumen, welcher vergleichbar mit dem Einfluss der Stirnspalte ist.

KaSim-PRE bietet neben der geometrischen Berechnung der Spaltgehöhen, wie sie im folgenden Kapitel beschrieben wird, auch eine Option an, diese im Kammermodell durch Benutzervorgaben zu überschreiben um z.B. eine Parametervariation ohne Neuberechnung des Kammermodells durchzuführen. Hierbei sollte berücksichtigt werden, dass eine solche Änderung

der Spalthöhen keine Rückkopplung auf das Arbeitskammervolumen zulässt. In einem solchen Fall muss abgeschätzt werden, ob die im Rahmen der Parametervariation durchgeführte Spalthöhenänderung einen relevanten Einfluss auf das Arbeitskammervolumen hat.

## **6.2 Identifikation der Spaltverbindungen**

Die Spaltströmungen stellen einen bedeutsamen Wirkmechanismus in Rotationsverdrängermaschinen dar, so dass die geometrische Berechnung der Spaltgeometrie und die Parametrisierung der physikalischen Modelle eine wichtige Rolle spielen. Dementsprechend wird zunächst die Identifikation der Spaltverbindungen basierend auf dem dreidimensionalen Kammermodell vorgestellt und die Berechnung der geometrischen Größen und Parameter diskutiert. Anschließend wird ein Konzept zur Modellierung der Spalthöhenänderung durch Bauteilverformungen präsentiert.

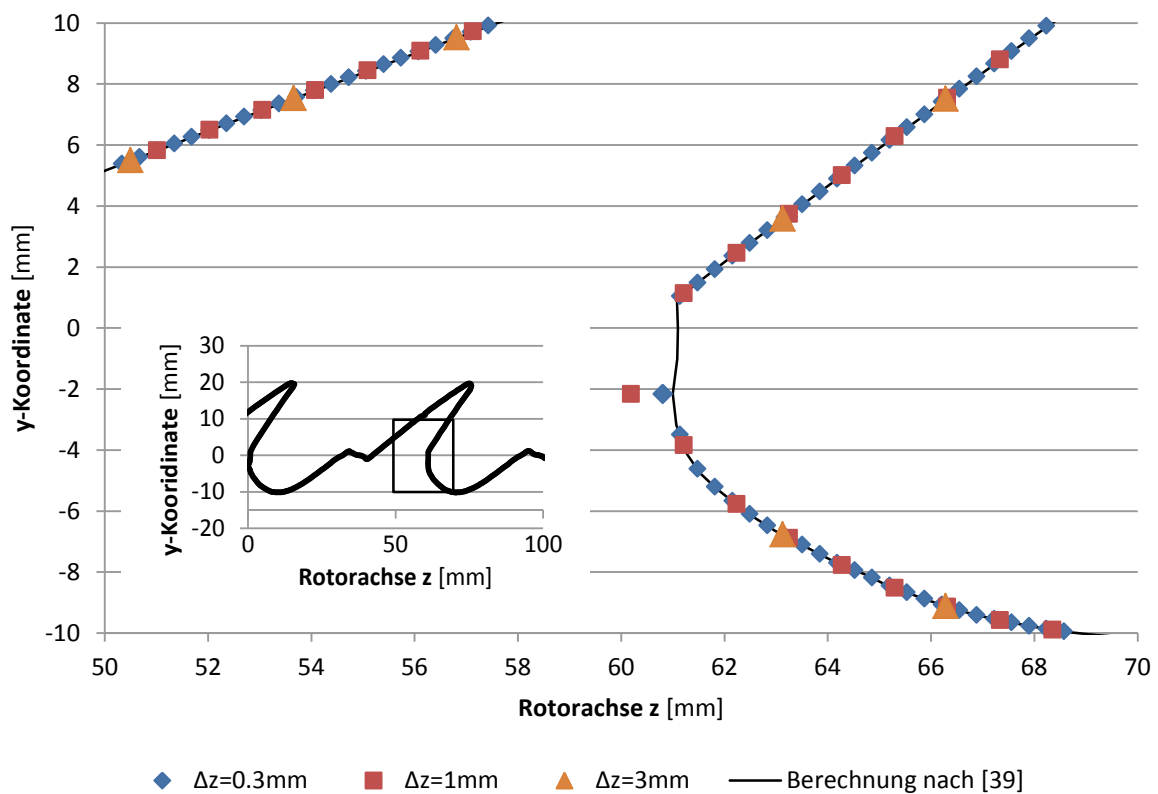
Für die Modellgenerierung ist es wichtig, zwischen Spaltverbindungen zu unterscheiden, die bereits implizit durch die Punktepaare der Stirnschnittanalysen vorliegen, und solchen, die noch explizit berechnet werden müssen. Die Gehäuse- und Profileingriffsspalte gehören zu der erstgenannten Gruppe, die Spalte an den beiden Rotorstirnseiten zur Zweiten. Die Stirnspalte sind aufgrund der Tatsache, dass sie für die Synthese der Arbeitskammern nicht benötigt werden, nicht berücksichtigt worden. Die im Allgemeinen auch den Spaltverbindungen zugerechnete Kopfrundungsöffnung wird im Sinne von KaSim-PRE nicht als Spaltverbindung, sondern als interne Verbindung zwischen Haupt- und Nebenrotorkammer interpretiert und wird dementsprechend nicht in diesem, sondern im darauffolgenden Abschnitt der Arbeit behandelt.

### **6.2.1 Gehäuse- und Profileingriffsspalt**

Die grundlegenden geometrischen Daten der Gehäuse- und Profileingriffsspalte liegen als Ergebnis der zu Beginn der Modellgenerierung durchgeführten Stirnschnittanalysen bereits vor, da diese Informationen zur logischen Ermittlung der Arbeitskammern benötigt werden. Allerdings sind nicht alle solche Punktepaare automatisch Teil einer strömungsmechanisch relevanten Spaltverbindung (Abbildung 6.4) und zudem sind die Spaltpunktepaare nicht in Rotorachsrichtung miteinander verknüpft. Diese Information ist jedoch einfach aus den Verknüpfungsinformationen der Bauteilsegmente abzuleiten.



Zur Identifizierung möglicher Spaltverbindungen werden immer zwei Arbeitskammern paarweise betrachtet. Hierbei ist zu beachten, dass eine Arbeitskammer weder mit sich selbst verglichen wird, noch eine vergleichende Betrachtung mehrfach ausgeführt wird. Die Vergleichsoperation zur Bestimmung der Spaltverbindung soll kommutativ sein, so dass es für die Systematik des Vergleiches keine Rolle spielt, ob Kammer A zusammen mit B oder Kammer B zusammen mit A betrachtet wird. Die eigentliche Identifikation wird dann wieder auf eine einzelne Rotorstellung reduziert. Innerhalb der Rotorstellung werden dann alle Spalt-punktepaare gesucht, die Bauteilsegmente beider Kammern miteinander verknüpfen. Wenn die Stirnschnitte der Arbeitskammern dabei sequentiell durchlaufen werden, ist somit auch direkt die geometrische Ordnung der Spalt-punktepaare hergestellt.



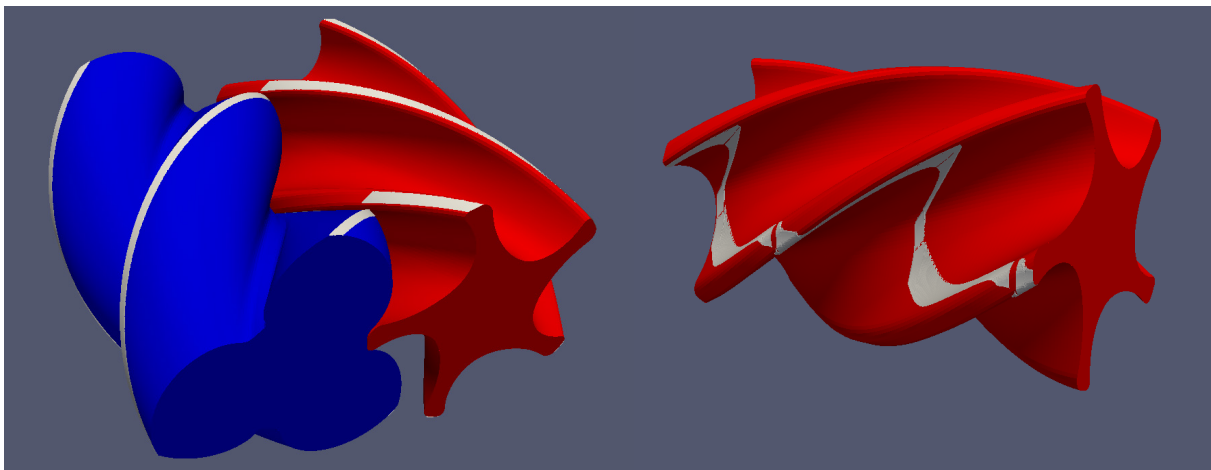
**Abbildung 6.11:** Einfluss des Stirnschnittabstandes  $\Delta z$  auf die Abbildungsgüte des Profileingriffsspalt

Ein numerischer Einfluss des Stirnschnittabstandes  $\Delta z$  auf die Abbildungsgüte ist, ähnlich wie bei der Berechnung des Arbeitskammervolumens, im Regelfall nicht zu erwarten. Eine Ausnahme besteht jedoch bei der Betrachtung des Profileingriffsspalt von zweiwelligen Maschinen, sofern Hinterschneidungen in Richtung der Rotorachse bestehen. In diesem Fall müssen gezwungenermaßen Bereiche im Verlauf des Spalt existieren, in denen sich der

dreidimensionale Kurvenverlauf tangential an die Stirnschnittebene annähert (**Abbildung 6.11**).

Für einen solchen Bereich ist der, ohne Bezug zu einem Kammermodell nach [38] berechnete Profileingriffsspalt im Vergleich zu den Adaptionen für KaSim-PRE aufgetragen, wobei drei verschiedene Stirnschnittabständen betrachtet werden. Da ein Spaltpunktpaar immer nur in einer Stirnschnittebene existiert, muss der Profileingriffsspalt bestmöglich an die möglichen Stützstellen angepasst werden. Das führt dann im Ergebnis dazu, dass die Spaltpositionen und damit auch die Spaltbreiten sich mit fortschreitendem Drehwinkel sprungartig ändern können. Je kleiner jedoch der Abstand zwischen den Stirnschnittebenen gewählt wird, desto geringer wird der Einfluss dieser Diskretisierung.

Die drehwinkelabhängige Verkettung von Spaltpunktpaaren stellt jedoch nur die geometrische Basisinformation zur Berechnung von Spalten dar, da diese im dreidimensionalen Raum lediglich eine Fläche orthogonal zur Strömungsrichtung aufspannen und somit keine geometrischen Informationen in der erwarteten Strömungsrichtung beinhalten. Um solche Auswertungen zu ermöglichen, wird zu jedem Spaltpunktpaar noch eine Zusatzinformation gespeichert, die beschreibt, welcher Bereich der Bauteiloberfläche zu der jeweiligen Spaltverbindung gezählt werden kann. Eine exemplarische Darstellung der den Gehäuse- und Profileingriffsspalten zugeordneten Flächen ist **Abbildung 6.12** zu entnehmen.



**Abbildung 6.12:** Berechnete Spaltberandungsfläche des Gehäuse- und Profileingriffsspalt in der Darstellung auf der zugehörigen Rotorgeometrie

Da die Festlegung des zu der Spaltverbindung gehörigen „virtuellen“ Volumens eigentlich der Domäne der Strömungsmechanik obliegt, muss im Rahmen der Modellgenerierung eine geo-

metrisch lösbare Analogie ermittelt werden. Hierzu wird das von [9] vorgeschlagene Konzept verwendet, dass die Länge der Spaltberandung  $l_{\text{Berandung}}$  in Abhängigkeit der Aufweitung  $n$  (Gl. 6.10) der lokalen Spalthöhe im Stirnschnitt definiert (Abbildung 6.13).

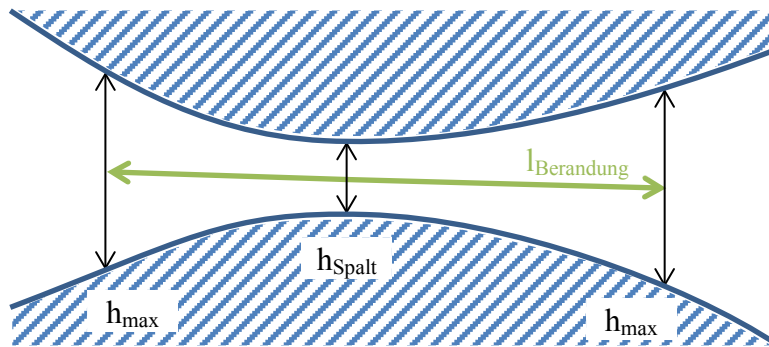


Abbildung 6.13: Definition der Berandungslänge  $l_{\text{Berandung}}$  mit Hilfe der Spalthöhenaufweitung  $n$  nach [9]

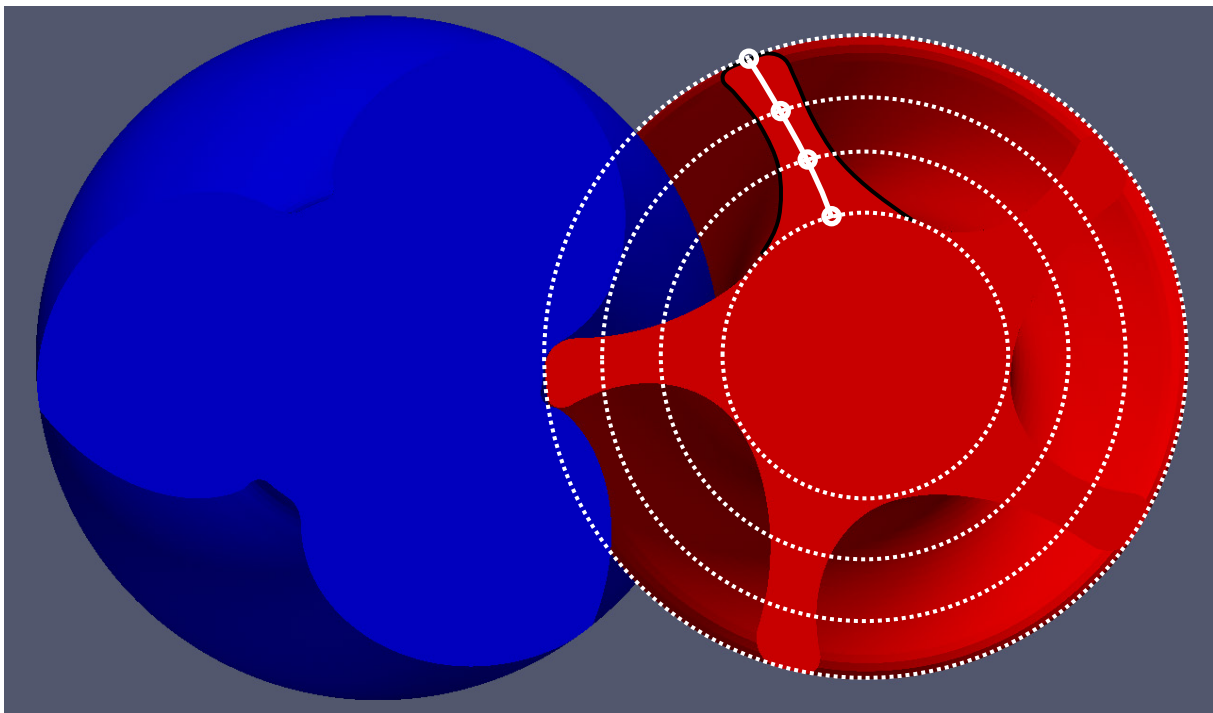
Nach Gl. 6.10 führt eine größere zulässige Spalthöhe  $h_{\text{max}}$  an den Grenzen der Berandung zu einer größeren Aufweitung  $n$  und damit zu einer größeren Berandungslänge. Daraus ergibt sich eine größere Fläche dem Spalt zugeordnete Fläche (Abbildung 6.12). Der Einfluss der Aufweitung auf die numerischen Ergebnisse für die Spaltlänge in Strömungsrichtung wird im Anschluss diskutiert.

$$n = \frac{h_{\text{max}}}{h_{\text{Spalt}}} \quad \text{Gl. 6.10}$$

## 6.2.2 Stirnspalte

Im Gegensatz zu den Gehäuse- und Profileingriffsspaltverbindungen können die Stirnspalte durch die stirnschnittbasierte Modellierung bedingt nicht während der Arbeitskammersynthese ermittelt werden. Dementsprechend müssen die Stirnspalte basierend auf der Rotorgeometrie in den Schnittebenen an den stirnseitigen Rotorenden ermittelt werden. Die Ermittlung erfolgt empirisch basierend auf einem Regelsatz, der die Unterscheidung verschiedener Fälle ermöglicht. Die komplexe Situation insbesondere für zweiwellige Maschinen mit Hinter-schneidungen in der Profileingriffslinie erfordert die Unterscheidung von bis zu 7 verschiedenen Fällen. Die Fallunterscheidung dient im Wesentlichen der Ermittlung der relevanten Bauteilkonturen im Stirnschnitt, welche den zu betrachtenden Abschnitt des Rotorzahnkopfes formen. Die resultierenden Stirnspaltpunktpaare werden auf einer Skelettlinie des jeweiligen

Zahnkopfes liegen (**Abbildung 6.14**). Die Skelettlinie liegt zwischen zwei vordefinierten Radien, die im Regelfall dem Kopf- und Fußkreisdurchmesser des Rotorprofils entsprechen. Zwischen diesen beiden Radien werden, basierend auf dem jeweiligen Rotormittelpunkt, konzentrische Kreise mit wachsendem Radius definiert (weiß) und für jeden dieser Kreise der Schnittpunkte mit der zuvor für die jeweiligen Kammern relevanten Bauteilkontur (schwarz) ermittelt. Diese Schnittpunkte definieren einen Kreisbogenabschnitt auf dem zuvor definierten Kreis. Die Auswertung des Kreisbogens an der Parameterstelle 0,5 liefert dann einen Punkt des Stirnspaltes im zweidimensionalen Stirnschnitt. Durch Adaption der z-Koordinatenwerte von Rotor- und Gehäusestirnseite ergibt sich das dreidimensionale Punktepaar. Die so berechnete Skelettlinie entspricht dabei nicht zwangsläufig der minimalen Querschnittsfläche orthogonal zur Strömung, jedoch sind im Gegensatz zu den Gehäuse- und Profileingriffsspalten die Strömungsverhältnisse noch deutlich komplexer und somit stellt das hier präsentierte Verfahren lediglich eine plausible Näherung dar.

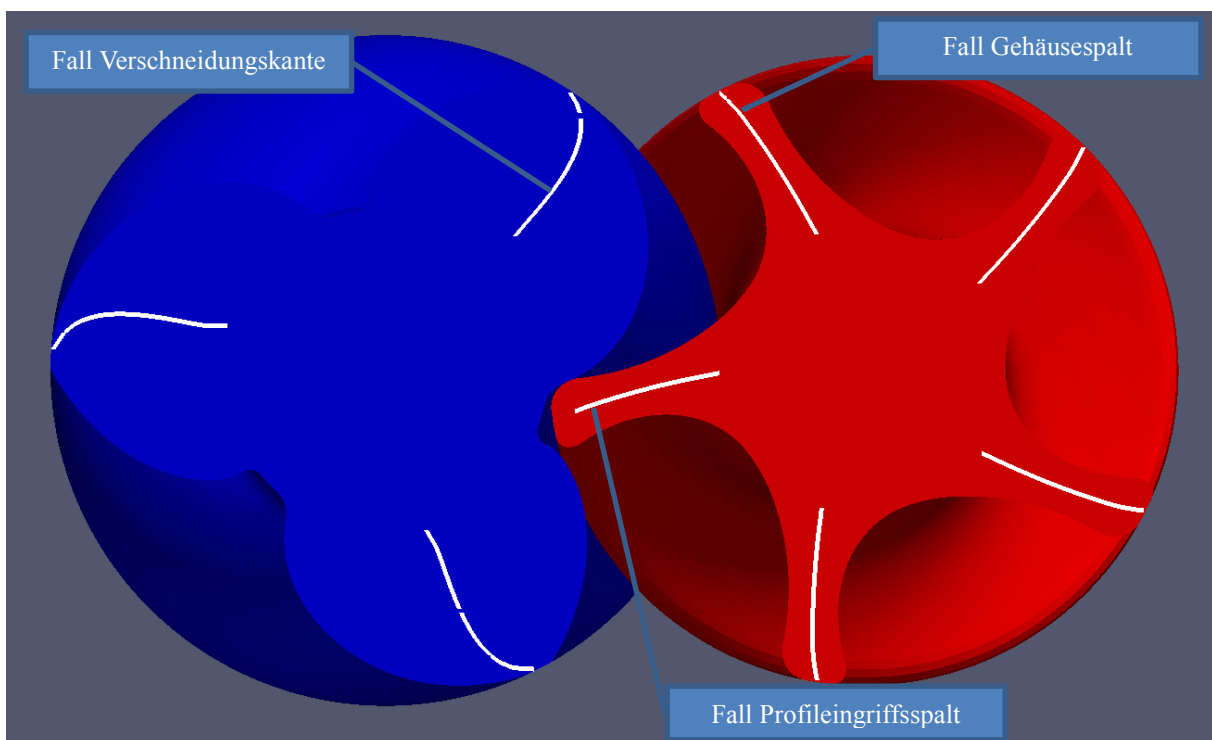


**Abbildung 6.14:** Konstruktion der Skelettlinie eines Stirnspaltes durch konzentrische Kreise (weiß) und die relevante Bauteilkontur (schwarz) am Beispiel des Nebenrotors

Um weitere geometrische Daten wie die Spaltlänge in Strömungsrichtung ableiten zu können, wird die Spaltberandung, wie sie auch für die Spalte mit axialer Erstreckung berechnet wird, ebenso für die Stirnspalte bestimmt. Hierbei ist durch die Betrachtung im Stirnschnitt die Berandung durch das Rotorprofil geometrisch bereits eindeutig definiert, so dass einfach die zur

Berechnung der Skelettlinie verwendeten Kreisbogensegmente als Stützkurven für die Fläche im Stirnschnitt verwendet werden.

Die identifizierten Stirnspalte einer Rotorstellung sind exemplarisch in **Abbildung 6.15** zu sehen. In diesem Beispiel werden drei typische Fällen zur Identifizierung der Stirnspalte vorgestellt, wobei noch vier weitere Sonderfälle existieren. Der wichtigste Fall ist die Identifikation, die einen Gehäusespalt im Stirnschnitt als Ausgangspunkt wählt. Bei diesem Fall definiert die Lage des Gehäusespaltes den maximalen Radius für die konzentrischen Kreise, der minimale Radius ist durch den Fußkreis definiert. Die beiden relevanten Bauteilkonturen werden mit Hilfe der logischen Bauteilsegmentverknüpfungen ermittelt. Ausgehend von dem Gehäusespaltpunktpaar gibt es im Rotordiagramm nur zwei Bauteile, die das Gehäusespaltpunktpaar als Start- respektive Endpunkt haben. Damit sind alle Randbedingungen zur Anwendung des bereits beschriebenen Schnittpunktalgorithmus definiert.



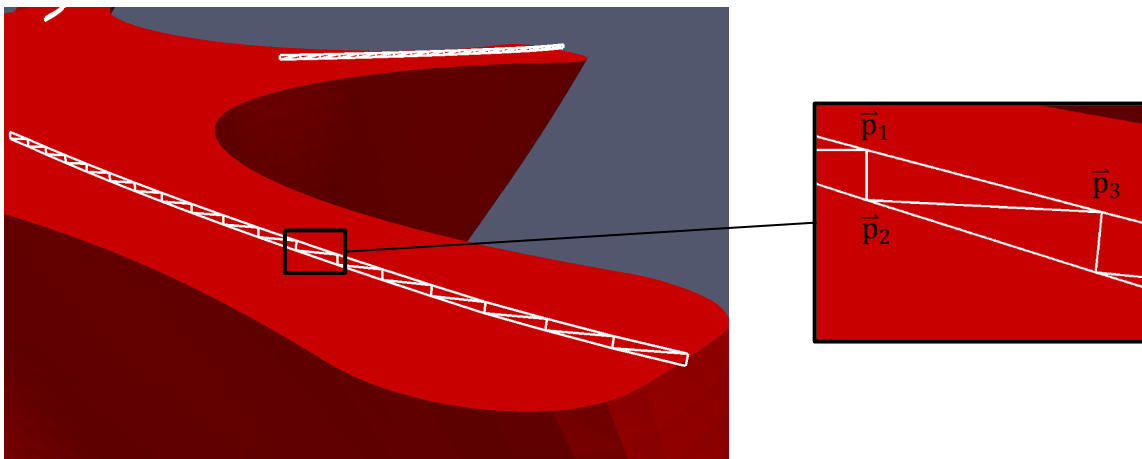
**Abbildung 6.15:** Identifizierte Stirnspaltverbindungen auf der Auslassstirnseite und die verwendete Methodik

Der nächste Fall betrifft die Identifikation eines Stirnspaltes ausgehend von einem Profileingriffsspalt. In diesem Fall ist das Vorgehen analog zu der Variante mit dem Gehäusespalt, mit der Einschränkung, dass ein solcher Stirnspalt lediglich zwischen Nebenrotorarbeitskammern existieren darf. Der letzte Fall, der im Rahmen dieser Arbeit konkret vorgestellt wird, ist ein

Stirrspalt zwischen einer Haupt- und Nebenrotorkammer, welcher die im Bereich der Gehäuseverschnidungskante verschwindende Hauptrotorkammer „überspringt“ und eine Verbindung zu der an die vorlaufende Zahnflanke angrenzende Kammer herstellt. Dieser Fall ist dadurch logisch schwieriger zu detektieren, da es zwischen den beiden Arbeitskammern keinen gemeinsamen Ausgangspunkt gibt. Aber auch dieser Fall kann durch die Verknüpfungsinformation der Bauteilsegmente gelöst und die beiden Bauteilsegmente identifiziert werden, die in Umfangsrichtung an das Segment der übersprungenen Kammer angrenzen. Damit sind die benötigten Bauteilkonturen bekannt und der minimale Radius entspricht erneut dem Fußkreisradius. Der maximale Radius wird geometrisch aus den beiden Bauteilkonturen abgeleitet und entspricht dem Wert, bei dem noch mit beiden Bauteilkonturen ein gültiger Schnittpunkt mit dem zum Rotormittelpunkt konzentrischen Kreis berechnet werden kann.

### 6.2.3 Berechnung von Spaltparametern

Die Berechnung von Spaltparametern umfasst zunächst grundlegende Basisinformationen, die von nahezu allen Spaltströmungsmodellen benötigt werden. Dies ist die Spaltfläche bzw. die Faktorisierung in Spalthöhe- und -breite. Da der relevante Strömungsquerschnitt in Form von sequentiell angeordneten Punktepaaren vorliegt, kann die durch die Punktepaare aufgespannte Fläche einfach über eine Triangulation approximiert werden. (**Abbildung 6.16**).



**Abbildung 6.16:** Berechnung der Spaltfläche auf Basis einer Triangulierung der Spaltpunktepaare am Beispiel eines Nebenrotorstirnspaltes

Die skalare Fläche  $A_{\text{Spalt}}$  kann wiederum als Summe der einzelnen Teilfläche  $\Delta A_{\text{Dreieck}}$  berechnet werden (**Gl. 6.11**).

$$A_{\text{Spalt}} = \sum \Delta A_{\text{Dreieck}} \quad \text{Gl. 6.11}$$

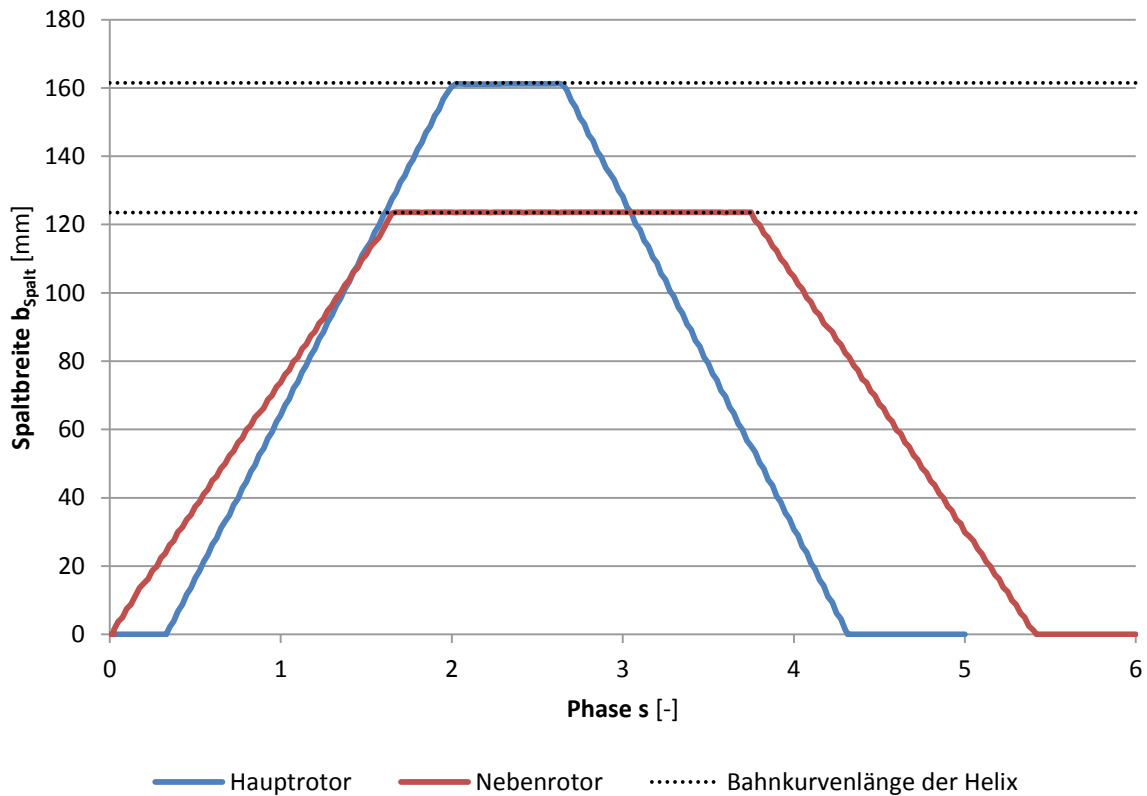
Der Flächeninhalt  $\Delta A_{\text{Dreieck}}$  des einzelnen Dreiecks, aufgespannt durch die Ortsvektoren  $\vec{p}_1$ ,  $\vec{p}_2$  und  $\vec{p}_3$ , wird aus dem Betrag des Vektorproduktes bestimmt, wobei dieser den Flächeninhalt des durch die Vektoren aufgespannten Parallelogramms berechnet. Dementsprechend muss für die reine Dreiecksfläche der resultierende Wert halbiert werden (**Gl. 6.12**).

$$\Delta A_{\text{Dreieck}} = \frac{1}{2} \cdot \|(\vec{p}_2 - \vec{p}_1) \cdot (\vec{p}_3 - \vec{p}_1)\| \quad \text{Gl. 6.12}$$

Die Berechnung der Spaltbreite  $b_{\text{Spalt}}$  erfolgt ebenfalls auf Basis der Spaltpunktepaare. Jedes Punktepaar kann durch eine arithmetische Mittelwertbildung auf einen einzelnen Punkt  $\vec{p}_m$  reduziert werden. Die daraus resultierende Punktekte entspricht einer in diskreten Punkten vorliegenden Raumkurve, deren Gesamtlänge durch die Summe der euklidischen Abstände der einzelnen Punkte berechenbar ist (**Gl. 6.13**).

$$b_{\text{Spalt}} = \sum_i \|\vec{p}_{m,i} - \vec{p}_{m,i-1}\| \quad \text{Gl. 6.13}$$

Ein exemplarisches Ergebnis der berechneten Spaltbreiten für die Gehäusespalte des Screw Vacuum Blowers ist in **Abbildung 6.17** dargestellt.



**Abbildung 6.17: Exemplarische Spaltbreite  $b_{\text{Spalt}}$  des Haupt- und Nebenrotorgehäusespaltes als Funktion der Phase im Vergleich mit der Bahnlänge der äquivalenten Helix**

Die Breite des Gehäusespaltes nimmt mit dem Entstehen der Arbeitskammer zu und mit deren Verschwinden ab. Der im mittleren Bereich erreichte Maximalwert ist eine Funktion des Rotorkopfkreisradius und des Umschlingungswinkels. Um die Qualität des numerisch berechneten Ergebnisses beurteilen zu können, ist zum Vergleich die Länge einer durch eine Helix geformten Bahnkurve aufgetragen, wobei Radius, Steigung und Windungsanzahl aus der Geometrie des Haupt- bzw. Nebenrotors abgeleitet sind. Die erzielte Übereinstimmung mit der analytischen Berechnung ist sehr gut, so dass das numerische Berechnungsverfahren auch für andere Spaltverbindungen anwendbar ist.

Die Spalthöhe ist im dreidimensionalen Kammermodell immer eine Funktion entlang der durch die Punktepaar beschriebenen Raumkurve. Diese Information ist für eine Analyse der tatsächlichen Abstandssituation z.B. zur Beurteilung der mechanischen Gefährdung durch Bauteilkontakt hilfreich, aber für die Simulation mit KaSim nicht erforderlich, da pro Rotorstellung lediglich eine mittlere Spalthöhe benötigt wird. Die mittlere Spalthöhe  $\bar{h}_{\text{Spalt}}$  kann, analog zur Berechnung der Spaltbreite, mit Hilfe einer Mittelwertbildung über die Abstände zwischen den jeweiligen Punkten eines Punktepaars erfolgen. Dies setzt jedoch voraus, dass

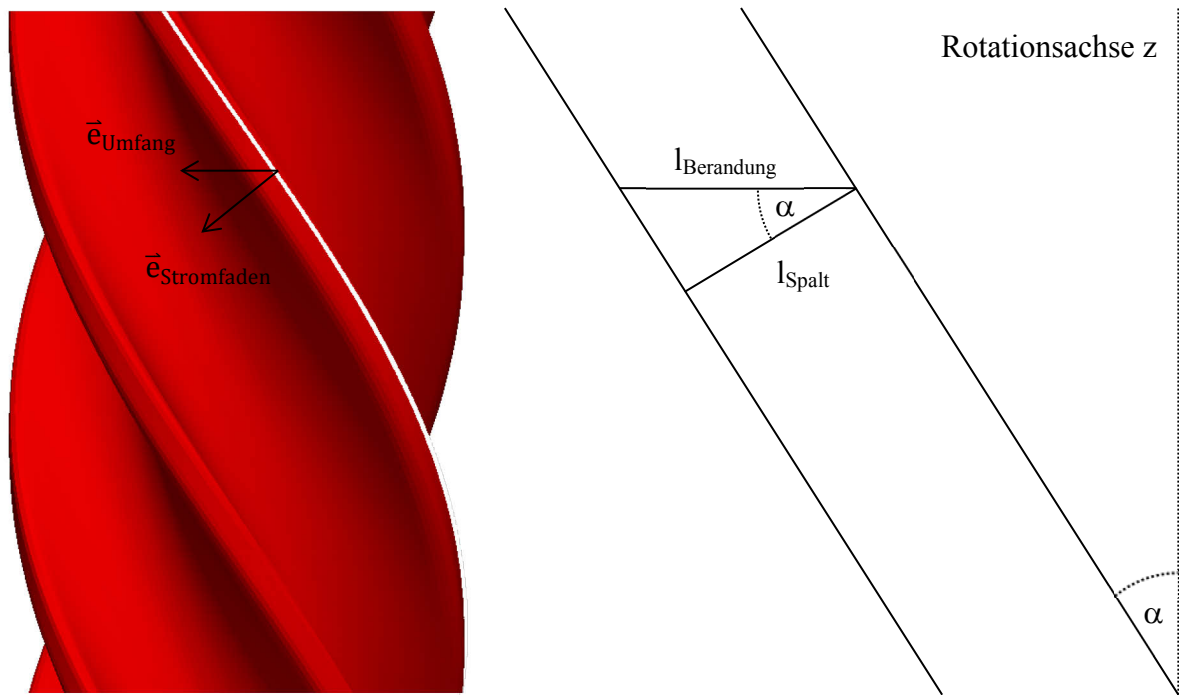


die Abstände der Punktepaare äquidistant sind, was nicht immer gegeben ist (Abbildung 6.3). Dementsprechend müsste ein gewichteter Mittelwert verwendet werden. Diese Mittelwertbildung hat jedoch eine exakte Lösung, bei der sich die mittlere Spalthöhe aus der Division der Spaltfläche  $A_{\text{Spalt}}$  durch die Spaltbreite  $b_{\text{Spalt}}$  ergibt (**Gl. 6.14**).

$$\bar{h}_{\text{Spalt}} = \frac{A_{\text{Spalt}}}{b_{\text{Spalt}}} \quad \text{Gl. 6.14}$$

Die bisher betrachteten Spaltparameter benötigen noch keine Informationen über die geometrische Ausprägung des Spaltes in Strömungsrichtung. Die Komplexität steigt jedoch deutlich bei der Verwendung eines Vakuumspaltes in der thermodynamischen Berechnung, da neben den Informationen zu Spalthöhe- und -breite ebenfalls die Spaltform charakterisiert und parametrisiert werden muss. Eine automatische Auswahl der Spaltform ist im Rahmen dieser Arbeit aufgrund der zu erwartenden Komplexität nicht umgesetzt worden, so dass zu einer benutzerdefinierten Spaltform der entsprechende Parameter berechnet wird. Die bisherige Methodik zur Bestimmung der Spaltparameter basiert auf umfangreichen, manuellen CAD-Operationen und kann nur punktuell durchgeführt werden [3]. Bei Gestaltungsmitteln wie variabler Steigung oder komplexeren Profileingriffssituationen wie bei Schraubenmaschinen ist dieses Verfahren nicht mehr mit angemessenem Arbeitsaufwand durchführbar. Aus diesem Grund werden im Folgenden für die bereits bekannte Auswahl an Vakuumsfaltformen VR1 (Abbildung 4.5), VR3 (Abbildung 4.3) und VR7 (Abbildung 4.7) Methodiken zu Ableitung der Parameter aus dem dreidimensionalen Kammermodell präsentiert.

Der prinzipiell einfachste Fall ist die Parametrisierung der Form VR3, da für diesen Spalt lediglich die Länge der Berandung in Strömungsrichtung berechnet werden muss. Als Basis dient die bereits identifizierte Spaltberandungsfläche, welche nach dem Konzept der maximalen Spalthöhenaufweitung ermittelt wird (Abbildung 6.13). Die Spaltberandung ist, wie auch die Bauteilkonturen, nur in der Stirnschnittebene definiert, die Spaltlänge muss jedoch in Strömungsrichtung  $\vec{e}_{\text{Stromfaden}}$ , also geometrisch interpretiert orthogonal zu der Fläche der Spaltpunktepaare berechnet werden (**Abbildung 6.18**).



**Abbildung 6.18:** Berechnung der Spaltlänge in Strömungsrichtung  $l_{\text{Spalt}}$  basierend auf der Länge der Spaltberandung im Stirnschnitt  $l_{\text{Berandung}}$

Hierzu wird der Umschlingungswinkelverlauf der jeweiligen Rotoren ausgewertet und in einen Neigungswinkel  $\alpha$  der projizierten Spaltpunktpaare umgerechnet. Dieser Winkel entspricht in der gezeigten Anordnung (Abbildung 6.18) durch die paarweise aufeinander senkrecht stehenden Schenkel dem Winkel, um den die fiktive Spaltströmungsebene gegenüber der Stirnschnittebene gekippt ist (**Gl. 6.15**).

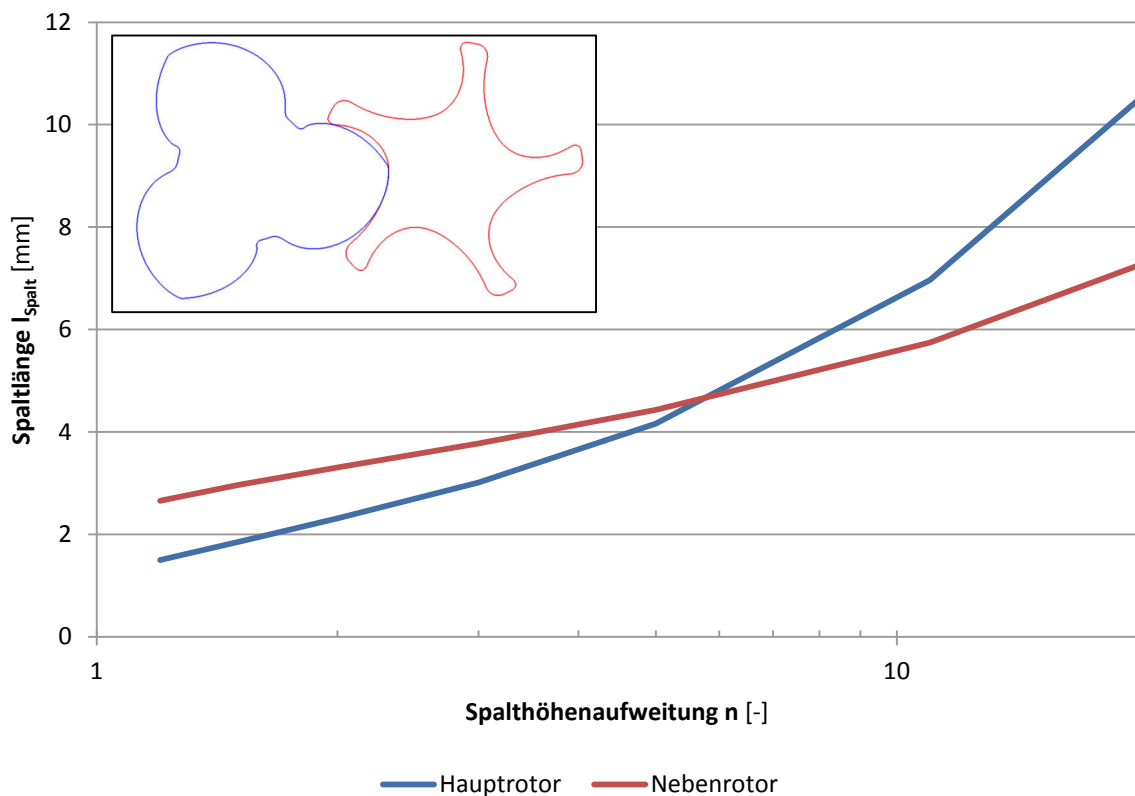
$$l_{\text{Spalt}} = l_{\text{Berandung}} \cdot \cos \alpha \quad \text{Gl. 6.15}$$

Dieses Projektionsverfahren eignet sich jedoch nur für Spaltverbindungen, welche sich auf eine Zylinderfläche projizieren lassen. Um diese Einschränkung z.B. für den Profileingriffsspalt zu umgehen, wird das Verfahren durch eine vektorielle Form verallgemeinert. Hierzu kann der Winkel  $\alpha$  aus dem Skalarprodukt der Stromfadenrichtung  $\vec{e}_{\text{Stromfaden}}$  und der Umfangsrichtung  $\vec{e}_{\text{Umfang}}$ , welche in der Stirnschnittebene liegt, berechnet werden. Unter der Annahme, dass beide Richtungsvektoren Einheitsvektoren sind gilt **Gl. 6.16**.

$$\cos \alpha = \vec{e}_{\text{Umfang}} \circ \vec{e}_{\text{Stromfaden}} \quad \text{Gl. 6.16}$$

Da die Steigung des jeweiligen Rotors nicht zwangsläufig konstant und der Abstand zwischen zwei Stirnschnittebenen nicht äquidistant sein muss, wird zur Bildung einer mittleren Spaltlänge für KaSim über alle Spaltpunktpaare ein Mittelwert verwendet, bei dem der Abstand der Stirnschnittebenen als Gewicht verwendet wird.

Wie sich zeigt, ist die mathematische Berechnung der Spaltlänge auf Basis der Spaltberandung gut zu handhaben, jedoch hängt die geometrische Ausprägung der Spaltberandung maßgeblich von der angestrebten Spalthöhenaufweitung zur Festlegung der Grenzen auf der Bauteilgeometrie ab. Je größer die angestrebte Spalthöhenaufweitung ist, desto größer wird prinzipiell die Spaltlänge (**Abbildung 6.19**). Eine Spalthöhenaufweitung von Eins konnte aus numerischen Gründen nicht erreicht werden.



**Abbildung 6.19: Spaltlänge  $l_{\text{Spalt}}$  als Funktion der Spalthöhenaufweitung  $n$  am Beispiel des Haupt- und Nebenrotorgehäusespaltes des Screw Vacuum Blowers**

Der Einfluss auf die Spaltlänge ist, je nach geometrischer Ausprägung des Zahnkopfes, sehr unterschiedlich. Die Länge des Hauptrotorgehäusespaltes ist bei kleiner Aufweitung deutlich kleiner als 2 mm und steigt mit zunehmender Aufweitung bis auf 11 mm an. Beim Nebenrotorgehäusespalt ist die Tendenz vergleichbar, der Gradient jedoch deutlich geringer. Ausge-

hend von einer Spaltlänge von etwa 3 mm erreicht die Spaltlänge bei der maximal betrachteten Aufweitung nur etwa 7 mm. Die Ursache für dieses unterschiedliche Verhalten ist das Rotorprofil, bei dem die Kontur der Zahnköpfe auf Haupt- und Nebenrotorseite deutlich unterschiedlich ausfallen.

Die Tatsache, dass insbesondere für den Hauptrotor die Spaltlänge sehr deutlich von der Spalthöhenaufweitung abhängt, deutet an, dass die Abbildung dieses Spaltes als VR3 mit der Länge in Strömungsrichtung nicht optimal ist. Für Spalte wie den Nebenrotorgehäusespalt ist die Wahl des VR3 jedoch sinnvoll, die Spalthöhenaufweitung sollte dementsprechend möglichst klein gewählt werden, da für die Spaltkontur VR3 möglichst nur der Bereich der quasi-konstanten Spalthöhe erfasst werden soll. Eine geringfügige Abweichung wie z.B. eine an den Ein- und Auslasskanten eingebrachte Phase oder ein Radius kann bei den hier vorliegenden kurzen Spaltlängen bereits das Durchflussverhalten messbar beeinflussen [3].

Für einen Spalt, dessen Spalthöhe in Strömungsrichtung nicht als konstant angenähert werden kann, eignen sich die Spaltformen VR1 oder VR7 wahrscheinlich deutlich besser. Zunächst wird die Parametrisierung der Spaltform VR1 diskutiert, welche sich durch eine einseitig gekrümmte Spaltberandung auszeichnet, deren Radius festgelegt werden kann. Um eine solche Spaltform zu parametrisieren sind in KaSim-PRE zwei Schritte notwendig. Zunächst muss die Krümmung der Spaltberandung in Strömungsrichtung ausgewertet werden. Da im Regelfall jedoch beide Spaltberandungen gekrümmt sind, muss in einem zweiten Schritt ein äquivalenter Radius abgeleitet werden, welcher dann als Parameter für das Spaltströmungsmodell verwendet werden kann. Zunächst wird für die Spaltberandung jeden Bauteils ein mittlerer Radius bestimmt, da ähnlich wie bei der Spalthöhe der Wert zwar entlang des Spaltverlaufes variieren kann, dies durch KaSim aber nicht abbildbar ist. Die Berechnung des Radius kann aus mathematischer Sicht am besten durch eine Analyse der Krümmung  $k$  erreicht werden, welche sich reziprok zum Radius  $r$  verhält (**Gl. 6.17**).

$$r = \frac{1}{k} \qquad \text{Gl. 6.17}$$

Eine numerische Berechnung der Krümmung auf Basis der diskreten Stirnschnittdarstellung ist zwar prinzipiell möglich, im Rahmen dieser Arbeit wird jedoch einer Methode basierend auf B-Spline-Flächen der Vorzug gegeben. Die Krümmungsanalyse basiert auf der Weingar-

tenabbildung [123]. Die Eigenwerte der Weingartenmatrix, welche für einen Punkt auf der Oberfläche durch Bildung und Verkettung der ersten und zweiten Ableitungen gebildet wird, entsprechen den beiden Hauptkrümmungen  $k_1$  und  $k_2$  der Fläche in dem ausgewählten Punkt. Die zu den Eigenwerten zugehörigen Eigenvektoren  $\vec{e}_{k_1}$  und  $\vec{e}_{k_2}$  geben dabei die Richtung der Hauptkrümmungen im Parameterbereich an [123]. Mit Hilfe der Richtung des Stromfadens  $\vec{e}_{\text{Stromfaden}}$ , kann dann ein Gewicht  $w$  bestimmt werden, welches die Berechnung der tatsächlichen Krümmung in Richtung des Stromfadens  $k_{\text{Stromfaden}}$  ermöglicht (**Gl. 6.18**). [124]

$$k_{\text{Stromfaden}} = (1 - w) \cdot k_1 + w \cdot k_2$$

$$w = \frac{2 \cdot \arccos(\vec{e}_{k_1} \circ \vec{e}_{\text{Stromfaden}})}{\pi}$$

**Gl. 6.18**

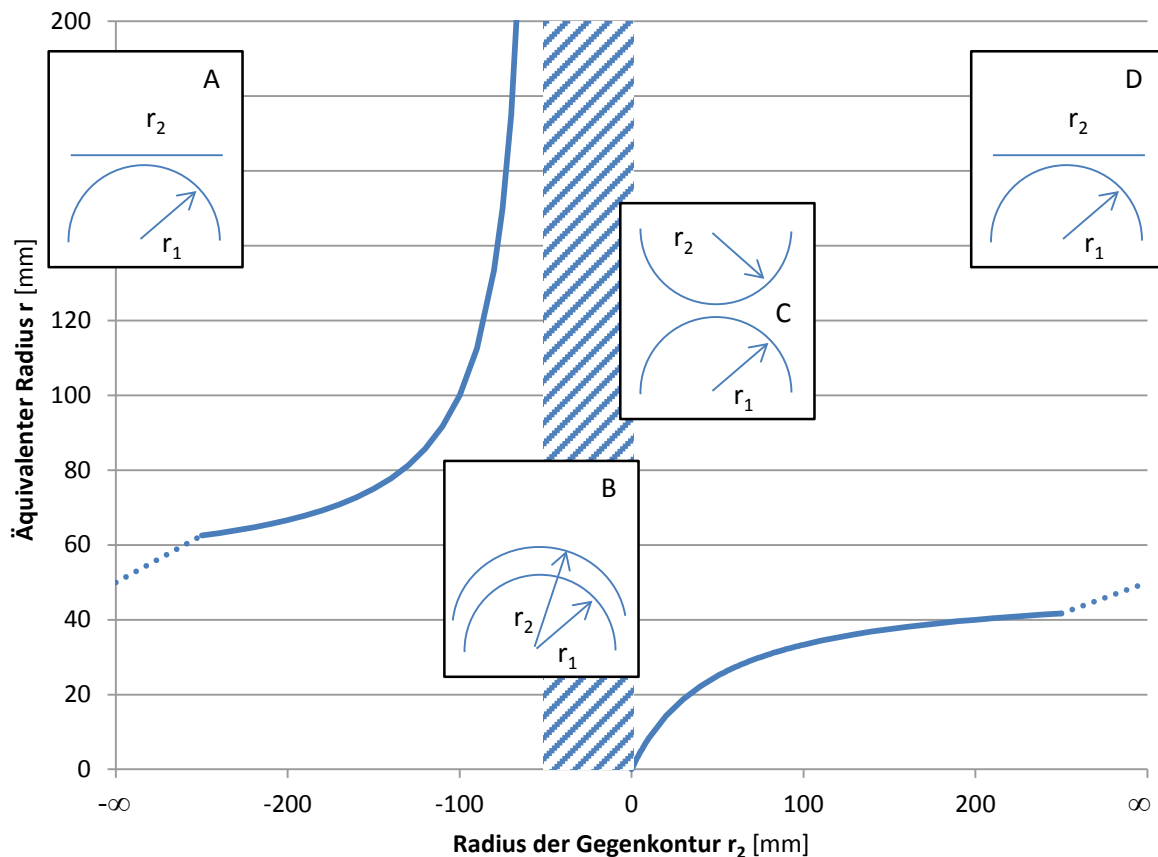
Hierzu wird die tatsächliche Krümmung in Abhängigkeit des zwischen der Richtung der ersten Hauptkrümmung und der Richtung des Stromfadens eingeschlossenen Winkels linear interpoliert. Der mittels Skalarprodukt berechnete Winkel wird dann auf einen maximalen Wert von Eins normiert. Diese Normierung ist zulässig, da beiden Hauptkrümmungsrichtungen zusammen mit dem Normalenvektor immer eine Orthonormalbasis bilden [123]. Durch eine Abtastung der Oberfläche an einem Raster mit anschließender gewichteter Mittelwertbildung kann dann für beide Spaltberandungen ein mittlerer Radius berechnet werden.

Abschließend muss durch eine geeignete Methode ein äquivalenter Radius ermittelt werden, dessen einseitig gekrümmte Spaltkontur sich strömungsmechanisch ähnlich wie die beidseitig gekrümmte Spaltkontur verhält. Hierzu schlägt [5] eine Methode vor, die ein grafisches Konstruktionsverfahren verwendet und sich aufgrund der Komplexität und nicht eindeutig geklärter Randbedingungen nicht für eine Umsetzung innerhalb der automatischen Analyse eignet. Stattdessen wird eine vereinfachte analytische Berechnung verwendet, die den Kehrwert des äquivalenten Radius  $r$  als Summe der Kehrwerte der Radien der Spaltberandung  $r_1$  und  $r_2$  definiert (**Gl. 6.19**).

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}$$

**Gl. 6.19**

Dieses Modell ist aus den Untersuchungen von [125] abgeleitet, welche das Durchflussverhalten von gleich- und gegensinnig gekrümmten Spaltkonturen mit einem empirischen Modell quantifizieren. Als Konvention zur Unterscheidung zwischen dem Fall der gleich- bzw. gegensinnigen Krümmung wird das Vorzeichen des Radius der Gegenkontur negativ bzw. positiv definiert. Eine exemplarische Darstellung des äquivalenten Radius findet sich in **Abbildung 6.20**.

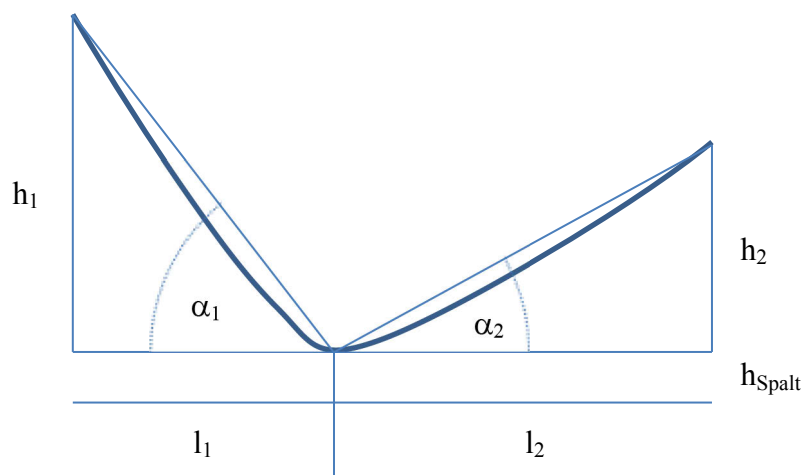


**Abbildung 6.20:** Empirische Berechnung des äquivalenten Radius  $r$  für zwei gleich- bzw. gegensinnig gekrümmte Spaltberandungen nach Gl. 6.19. Der Radius  $r_1$  der Grundkontur beträgt hier 50 mm.

Im Fall A der gleichsinnig gekrümmten Flächen existiert für einen unendlich großen, negativen Radius ein Grenzwert, der dem eigentlich gesuchten Fall der lediglich einseitig gekrümmten Spaltberandung entspricht und in diesem Fall gegen den Radius von 50 mm der Grundkontur konvergiert. Mit der betragsmäßigen Abnahme des Radius wird bei einem Radius von -50 mm der Gegenkontur ein Spezialfall erreicht, nämlich der Fall B identischer Krümmungen, so dass der äquivalente Radius unendlich groß wird, da es sich bei einer überall identischen Spalthöhe um einen quasi planparallelen Spalt handelt. Der Bereich zwischen -50 und 0

mm wird nicht betrachtet, da die resultierenden Radien in diesem Bereich negativ werden und es sich somit nicht mehr um einen Spalt der Konturreihe VR1 sondern VR2 handelt [3], der im Rahmen der vorliegenden Arbeit nicht berücksichtigt wird. Der Grenzfall, bei dem der Radius der Gegenkontur den Wert von Null annimmt, ergibt sich auch ein äquivalenter Radius von Null, was den Spalt geometrisch damit faktisch zur Blende macht (Abbildung 4.5). Von diesem Fall ausgehend steigt der Wert des äquivalenten Radius stetig mit zunehmendem Radius der Gegenkontur an. Im Fall C, in dem beide Spalberandungen einen identischen Radius aufweisen, ist der äquivalente Radius genau halb so groß. Im Grenzfall D des unendlich großen Radius der gegenseitig gekrümmten Flächen wird erneut der Spezialfall des einseitig gekrümmten Spaltes erreicht. Der äquivalente Radius konvergiert somit gegen den Radius von 50 mm der Grundkontur. Damit ist die qualitative Abbildung des gesuchten Radius schlüssig und ist an verschiedenen Spezialfällen auch quantitativ richtig. Jedoch kann diese empirische Vorgehensweise den Einfluss der Spalthöhe nicht abbilden. Besonders auffällig ist dies im Sonderfall B der gleichsinnig gekrümmten Flächen mit gleichen Radien zu beobachten. Sobald die beiden Kreisabschnitte nicht mehr konzentrisch angeordnet sind, ist, trotz gleichem Radius, die Spalthöhe nicht mehr in allen Punkten gleich. Da in den meisten Fällen die Spalthöhe jedoch klein gegenüber den betrachteten Radien ist, wird dieser Einfluss vernachlässigt.

Abschließend wird die Parametrisierung der Spaltkontur VR7 vorgestellt. Diese Spaltkontur ist durch eine symmetrische Aufweitung gekennzeichnet, welche sich durch einen Winkel beschreiben lässt. Die prinzipielle Darstellung einer Spaltkontur mit einer Annäherung durch eine Aufweitung mit einer konstanten Steigung ist in **Abbildung 6.21** zu sehen.



**Abbildung 6.21:** Definition der Winkel und Abmessungen an einer mit dem VR7 vergleichbaren Spaltkontur

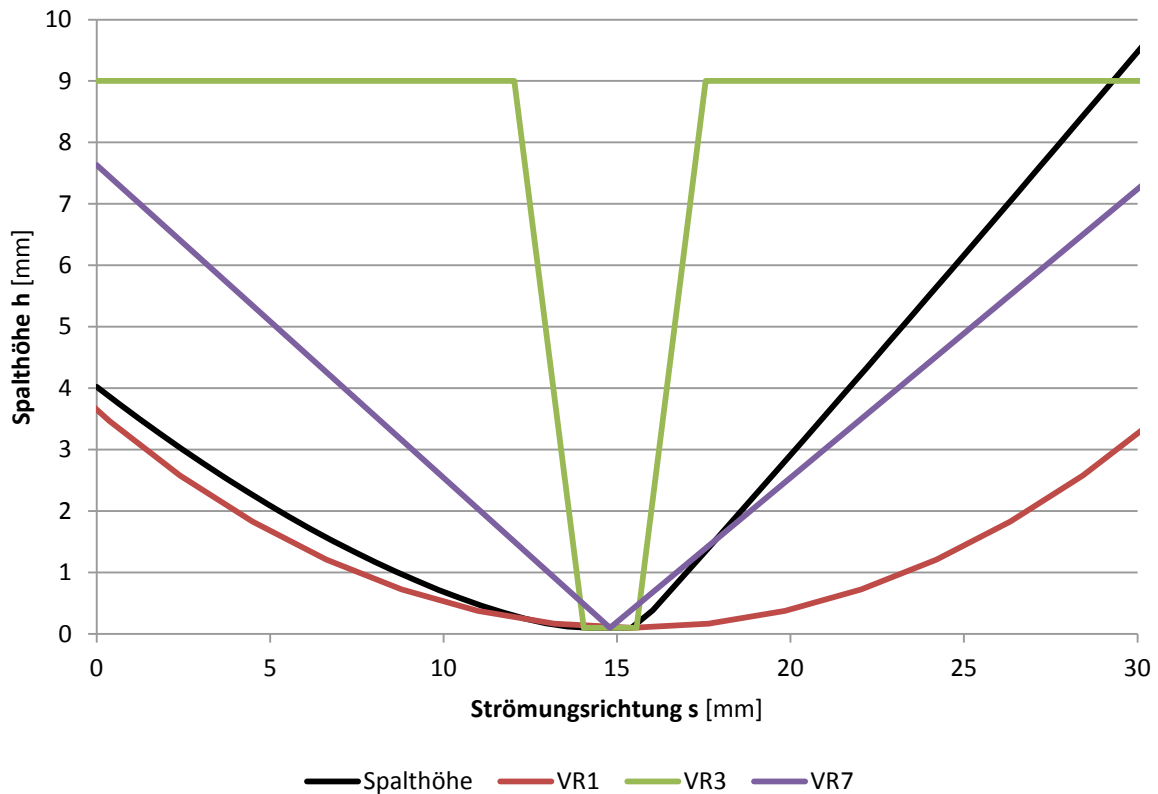
Hierbei offenbart sich die maßgeblich Herausforderung, da die durch den Spalthöhenverlauf gegebene Kontur nicht zwangsläufig symmetrisch bezüglich des Punktes des minimalen Abstandes sein muss. Als Lösung wird die Spaltkontur grundsätzlich in die Abschnitte vor (1) und nach (2) Erreichen der minimalen Spalthöhe aufgeteilt und jeweils ein Parameter für beide Abschnitte bestimmt. Der resultierende Gesamtparameter entspricht dann dem arithmetischen Mittelwert. Der Wert für  $\alpha_i$  kann mit **Gl. 6.20** berechnet werden.

$$\alpha_i = \frac{180}{\pi} \cdot \arctan\left(\frac{h_i}{l_i}\right) \quad \text{Gl. 6.20}$$

Die Summe der jeweiligen Längen  $l_1$  und  $l_2$  soll, sofern es die geometrischen Randbedingungen zulassen, einem Wert von 40 mm entsprechen, was dem tatsächlichen Wert der von [3] untersuchten Spaltkontur entspricht. Die Betrachtung der Spaltkontur erfolgt wie auch schon bei der Parametrisierung des VR3 zunächst ausschließlich im Stirnschnitt. Allerdings führt, bei konstanter Geometrie im Stirnschnitt, eine Vergrößerung des Umschlingungswinkels zu einem kürzeren Spalt und damit effektiv zu einer stärkeren Aufweitung (Gl. 6.15). Statt jedoch in Abhängigkeit des Umschlingungswinkels die untersuchte Länge im Stirnschnitt anzupassen, wird davon ausgegangen, dass es für die Ermittlung des Winkels nach Gl. 6.20 keine Rolle spielt, ob die Spaltabschnittslänge konstant gehalten wird und sich die Ein- bzw. Austrittshöhe als Funktion des Umschlingungswinkels ändert oder umgekehrt. Da es aus Sicht der Implementierung einfacher ist, die Spaltabschnittslänge im Stirnschnitt konstant zu halten, wird diese für Gl. 6.20 in Abhängigkeit des Umschlingungswinkels nach Gl. 6.15 korrigiert.

Eine Betrachtung der Parametrisierung am Beispiel des Hauptrotorgehäusespaltes des Screw Vacuum Blowers zeigt **Abbildung 6.22**. Alle berechneten Parameter für die Spaltkontur orientieren sich an der tatsächlichen Spaltberandung, aus der der gezeigte Höhenverlauf in Strömungsrichtung abgeleitet wird. Der Hauptrotor ist aufgrund seiner Geometrie der am schwierigsten zu parametrisierende Spalt. Der Höhenverlauf ist bezüglich des Punktes minimalen Abstandes nicht symmetrisch, so dass im Prinzip keine der im Rahmen der Arbeit betrachteten Spaltkonturen wirklich passend ist.





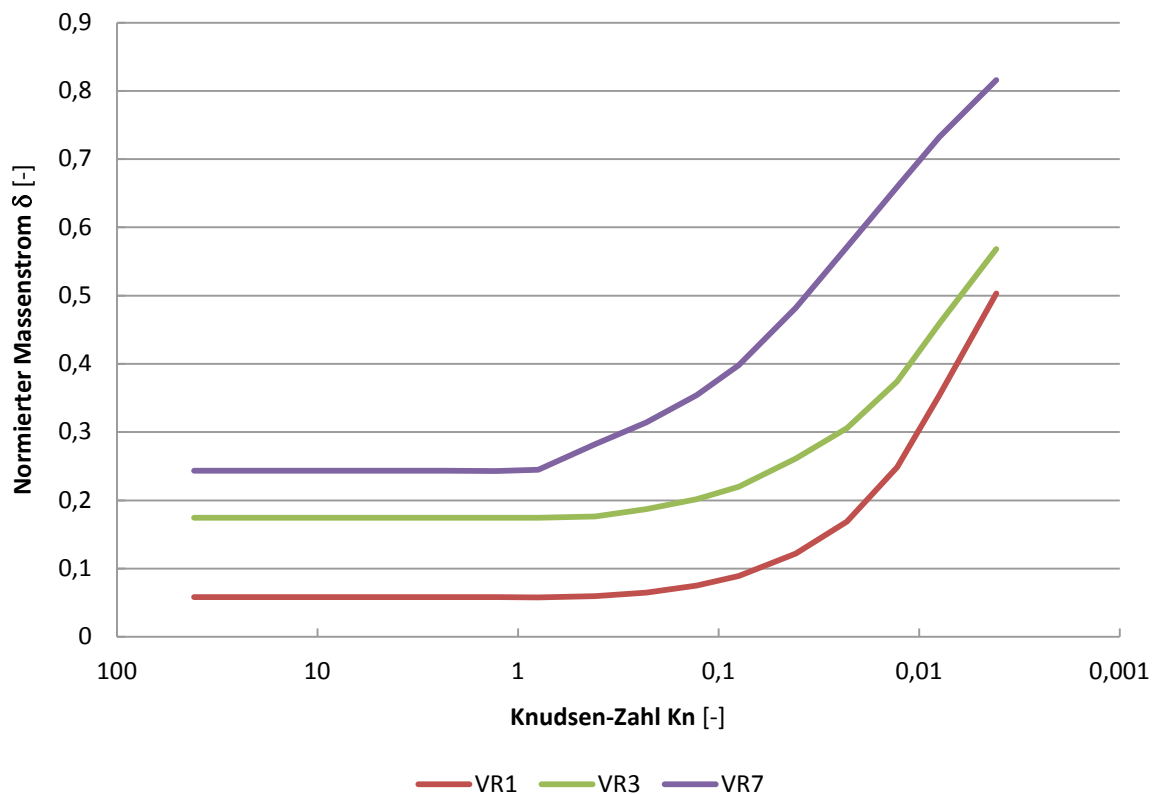
**Abbildung 6.22: Tatsächliche Hauptrotorgehäusepalthöhe in Strömungsrichtung im Vergleich mit den Spalthöhen der Spaltkonturen VR1 35, VR3 1.5 und VR7 32**

Die Spaltkontur VR3 erscheint angesichts der extremen Abweichungen im Bereich der Zu- und Abströmung in den engsten Spaltquerschnitt für diesen Spalt ungeeignet. Dieser Vergleich verdeutlicht die Problematik bei der Bestimmung der Spaltlänge in Strömungsrichtung (Abbildung 6.19), da es keinen sprunghaften Übergang zwischen Zu- und Abströmbereich und dem eigentlichen Spalt gibt, sondern der Übergang mit einer kontinuierlichen Höhenveränderung einhergeht. Dementsprechend sind die Spaltkonturen VR1 und VR7 prinzipiell passender, da beide der Anforderung einer kontinuierlichen Spalthöhenänderung genügen. Für die Betrachtung der Spaltkontur VR1 kann der Höhenverlauf des Zuströmbereiches qualitativ und quantitativ gut abgebildet werden, jedoch entspricht der Höhenverlauf im Bereich der Abströmung eher einer Geraden, so dass eine Approximation durch einen Kreisbogen aus mathematischer Sicht nicht möglich ist. In diesem Bereich die Abbildung durch die Spaltkontur VR7 qualitativ und quantitativ sehr gut, dafür im Einstrombereich etwas schlechter, da dieser Bereich durch den Kreisbogen des VR1 bereits gut abgebildet wurde. In Summe ergibt sich dennoch für die Spaltkontur VR7 integral eine bessere Übereinstimmung, wenn als Kennzahl die mittlere Höhendifferenz zwischen dem tatsächlichen Höhenverlauf und dem der Spaltkontur herangezogen wird (Gl. 6.21).

$$\Delta \bar{h} = \frac{\sum_i^n |h_i - h_{VRX,i}|}{n}$$

Gl. 6.21

Eine solche Kennzahl kann bei der Umsetzung weiterer Spaltkonturen in KaSim-PRE als Optimierungskriterium eingesetzt werden, um die optimale Spaltform zu ermitteln. Der Einfluss dieser Parametrisierung kann nicht rein geometrisch erfolgen, sondern muss im Kontext des jeweiligen Spaltströmungsmodells betrachtet werden. Der normierte Massenstrom für die drei parametrisierten Spaltkonturen ist in **Abbildung 6.23** als Funktion der Knudsen-Zahl dargestellt.

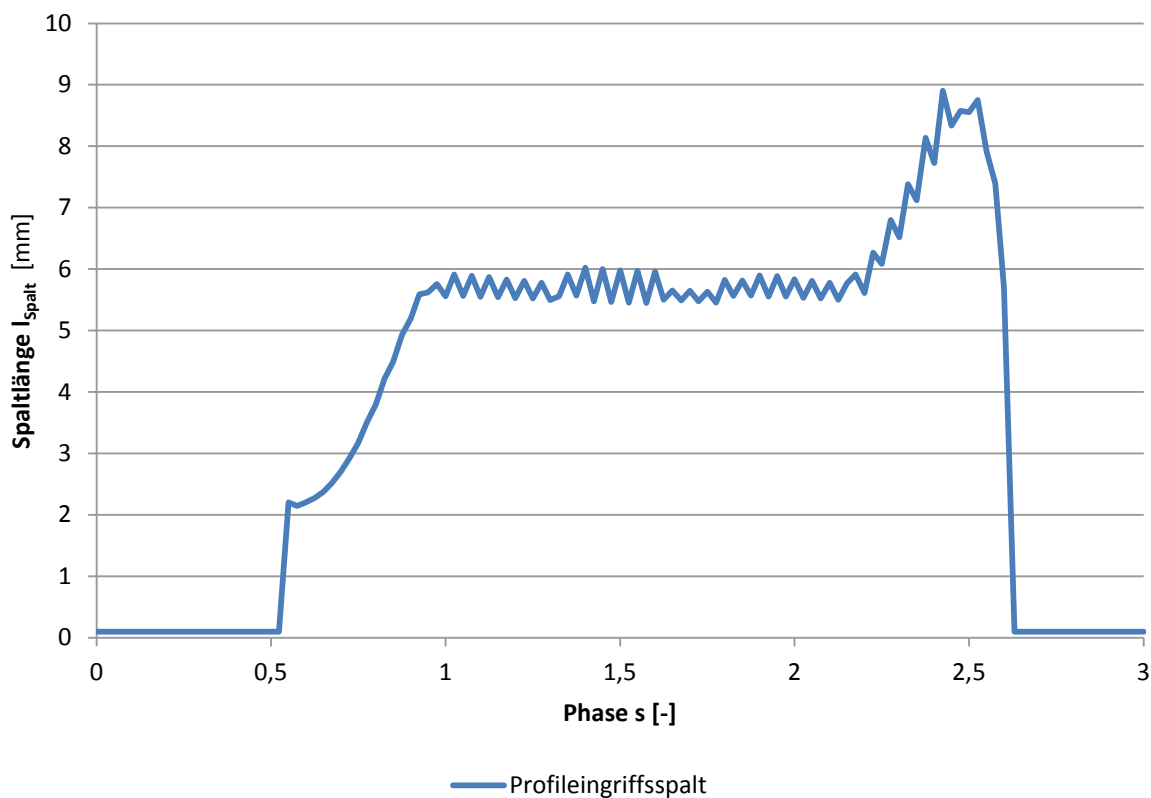


**Abbildung 6.23:** Normierter Massenstrom als Funktion der Knudsen-Zahl Kn bei einem Druckverhältnis  $\Pi = 0,1$ ,  $h_{\text{Spalt}} = 0,16\text{mm}$ ,  $b_{\text{Spalt}} = 100\text{mm}$   
VR1 35, VR3 1,5 und VR7 32

Obwohl prinzipiell mit allen drei Varianten der gleiche Spalt modelliert wird, sind die Ergebnisse in dem betrachteten Bereich der Knudsen-Zahl dennoch deutlich unterschiedlich. In diesen Abweichungen spiegeln sich die bereits diskutierten Unterschiede in der Zu- und Abströmgeometrie wieder, die bereits Gegenstand der Untersuchungen von [3] waren. Da keine

Referenz für einen derartig geformten Spalt existiert, wir anhand der geometrischen Beurteilung eine Modellierung als VR7 favorisiert.

Eine angesichts der Unterstützung durch KaSim-PRE fast triviale, aber inhaltlich wichtige Erweiterung stellt die Phasenabhängigkeit des Spaltkonturparameters dar. Für eine Spaltverbindung wie den Profileingriffsspalt, dessen Form sich drehwinkelabhängig verändert, hat dies entsprechend einen Einfluss auf das Durchflussverhalten (**Abbildung 6.24**).



**Abbildung 6.24:** Exemplarische Spaltlänge  $l_{\text{spalt}}$  eines Profileingriffsspalt als Funktion der normierten Phase  $s$

Da das Durchflussverhalten z.B. in Form des normierten Massenstromes nicht notwendigerweise eine lineare Abhängigkeit vom spaltformbeschreibenden Parameter hat, ist die Bildung eines drehwinkelabhängigen Mittelwertes entweder sehr komplex oder a priori fehlerbehaftet. Durch die verfügbare Modellierungsunterstützung muss keiner dieser Kompromisse eingegangen werden und der Parameter der Spaltkontur wird für KaSim auch phasenabhängig vorgegeben.

Für die vollständige Parametrisierung von Vakuumspalten mit bewegter Spaltberandung fehlt abschließend noch die Modellierung der Berandungsgeschwindigkeit für den molekularen Strömungsbereich. Das Spaltströmungsmodell erfordert die Vorgabe der Berandungsgeschwindigkeit in Strömungsrichtung. Hierzu wird das gleiche Prinzip wie zur Berechnung der Spaltlänge in Strömungsrichtung verwendet (Gl. 6.16). Die Umfangsgeschwindigkeit  $v_{\text{Umfang}}$  am betrachteten Spaltpunkt wird auf die Richtung des Stromfadens projiziert und ergibt so die gesuchte Berandungsgeschwindigkeit des Spaltes  $c_{\text{Spalt}}$  (Gl. 6.22).

$$c_{\text{Spalt}} = c_{\text{Umfang}} \cdot \cos \alpha \quad \text{Gl. 6.22}$$

Da die Drehzahl, welche zur Berechnung der Umfangsgeschwindigkeit erforderlich ist, zum Zeitpunkt der Modellgenerierung noch nicht bekannt ist und die Gültigkeit des Modells nicht auf eine Drehzahl beschränkt sein soll, wird die Spaltberandungsgeschwindigkeit durch eine repräsentativen Radius  $r_{c,\text{Spalt}}$  dargestellt und in KaSim mit der Modellfrequenz (Gl. 3.2) umgerechnet. Als Basis dient der euklidische Abstand  $r_{\text{Spalt}}$  des Spaltpunktes zur Rotationsachse des jeweiligen Rotors (Gl. 6.23).

$$r_{c,\text{Spalt}} = \frac{r_{\text{Spalt}} \cdot 2 \cdot \cos \alpha}{z_{\text{HR}}} \quad \text{Gl. 6.23}$$

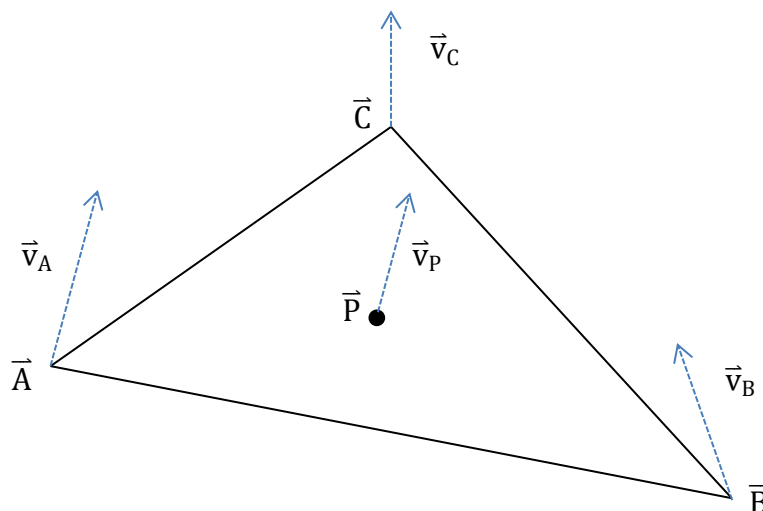
Da die Modellfrequenz in KaSim aus der Periodendauer eines Arbeitsspiels abgeleitet ist, muss der modifizierte Spaltradius  $r_{c,\text{Spalt}}$  durch die Zähnezahzahl des Hauptrotors  $z_{\text{HR}}$  dividiert werden. Als Konvention ist zudem vereinbart, dass die Multiplikation mit der Kreiszahl Pi ebenfalls in KaSim durchgeführt wird. Darüber hinaus muss für mehrwellige Maschinen noch das Übersetzungsverhältnis des jeweiligen Rotorpaares berücksichtigt werden.

#### 6.2.4 Berücksichtigung von Bauteilverformungen durch Verschiebungsfelder

Eine Anforderung an KaSim-PRE ist die Interaktion mit anderen Systemen der rechnergestützten Entwicklung, insbesondere im Bereich der strukturmechanischen Simulation. Eine Teilfunktionalität ist dabei die Berücksichtigung von Bauteilverformungen (Rotoren und Gehäuse) für die Modellgenerierung. KaSim-PRE bietet hierzu zwei Strategien an. Entweder werden die Verformungsfelder direkt zu Beginn der Modellgenerierung auf die Bauteile angewendet oder nach Abschluss der Spaltverbindungsidentifikation die Verformungsfelder nur

auf die Spaltverbindungen. Der wesentliche Unterschied der Herangehensweisen ist die für die Modellgenerierung benötigte Zeit. Die Anwendung der Verformungsfelder auf die Bauteile erfordert eine vollständige Neuberechnung des Kammermodells und ist dementsprechend zeitintensiv und insbesondere für den Einsatz in einem Iterationsprozess (Abbildung 3.12) ungeeignet. Aus diesem Grund wird die Anwendung der Verformungsfelder auf die Spaltverbindungen bevorzugt. Zur Entwicklung einer passenden Methode sind zwei Teilschritte erforderlich, die Ermittlung der Verformung an den jeweiligen Punkten der Spaltpunktpaare und die geeignete Abbildung dieser Verformung auf die effektive Spalthöhe.

Die Berechnung der Verformung an einem beliebigen Punkt ist hierzu zwingend erforderlich, da die Bauteilgeometrie und somit auch die Spaltpunktpaare anders diskretisiert sind als die Oberfläche des Netzes für die strukturelle Berechnung. Aus diesem Grund wird die Verschiebung an einer beliebigen Stelle  $\vec{P}$  auf der Oberfläche des Netzes per Interpolationsverfahren ermittelt und dann auf die Spaltverbindung abgebildet. Zuerst wird mit Hilfe eines Octree das Oberflächennetz indiziert, um die Suche nach dem zum Spaltpunkt nächstgelegenen Element möglichst effizient zu gestalten [126]. Ist das Oberflächenelement, welches den Spaltpunkt enthält, gefunden, wird die Verschiebung  $\vec{v}_P$  an dem gesuchten Punkt  $\vec{P}$  aus den Verschiebungsvektoren  $\vec{v}_A$ ,  $\vec{v}_B$  und  $\vec{v}_C$  der Knoten des Elementes  $\vec{A}$ ,  $\vec{B}$  und  $\vec{C}$  interpoliert. Die Interpolation erfolgt unter Zuhilfenahme der baryzentrischen Koordinaten [127].

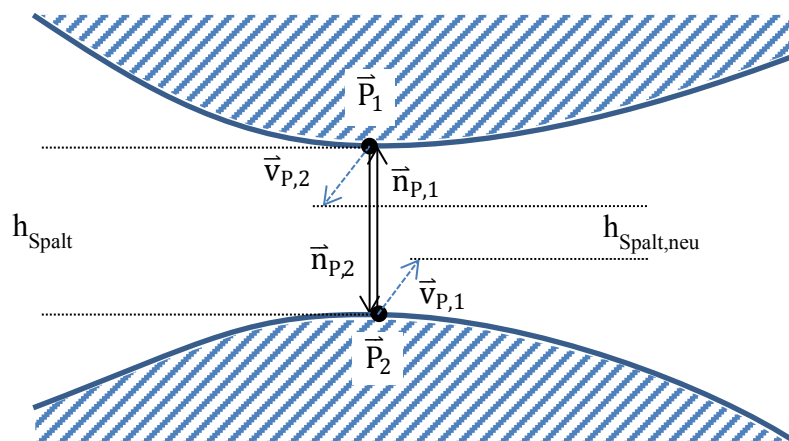


**Abbildung 6.25:** Interpolation des Verschiebungsvektors  $\vec{v}_P$  innerhalb der Dreiecksfläche eines Netzes mit baryzentrischen Koordinaten

**Abbildung 6.25** zeigt das Prinzip der Interpolation des Verschiebungsvektors  $\vec{v}_P$  anhand der Verschiebungsvektoren der Knoten als Funktion der Koeffizienten  $\beta$  und  $\gamma$  (Gl. 6.24).

$$\vec{v}_P = \vec{v}_A + \beta \cdot (\vec{v}_B - \vec{v}_A) + \gamma \cdot (\vec{v}_C - \vec{v}_A) \quad \text{Gl. 6.24}$$

Die Koeffizienten ergeben sich mit Hilfe eines linearen Gleichungssystems aus der relativen Position von  $\vec{P}$  zu den Knotenpunkten des Elementes. Die Veränderung der aktuellen Spalthöhe  $h_{\text{Spalt}}$ , welche durch den Abstand der beiden Spaltpunkte  $\vec{P}_1$  und  $\vec{P}_2$  beschrieben ist, kann jedoch nicht direkt durch die beiden Verschiebungsvektoren  $\vec{v}_{P,1}$  und  $\vec{v}_{P,2}$  berechnet werden. Für die Veränderung der Spalthöhe ist nur der Anteil des Verschiebungsvektors in Richtung des Verbindungsvektors zwischen den Spaltpunkten relevant (**Abbildung 6.26**). Die Richtung des Verbindungsvektors ist näherungsweise mit der Normalenrichtung der jeweiligen Oberfläche identisch.

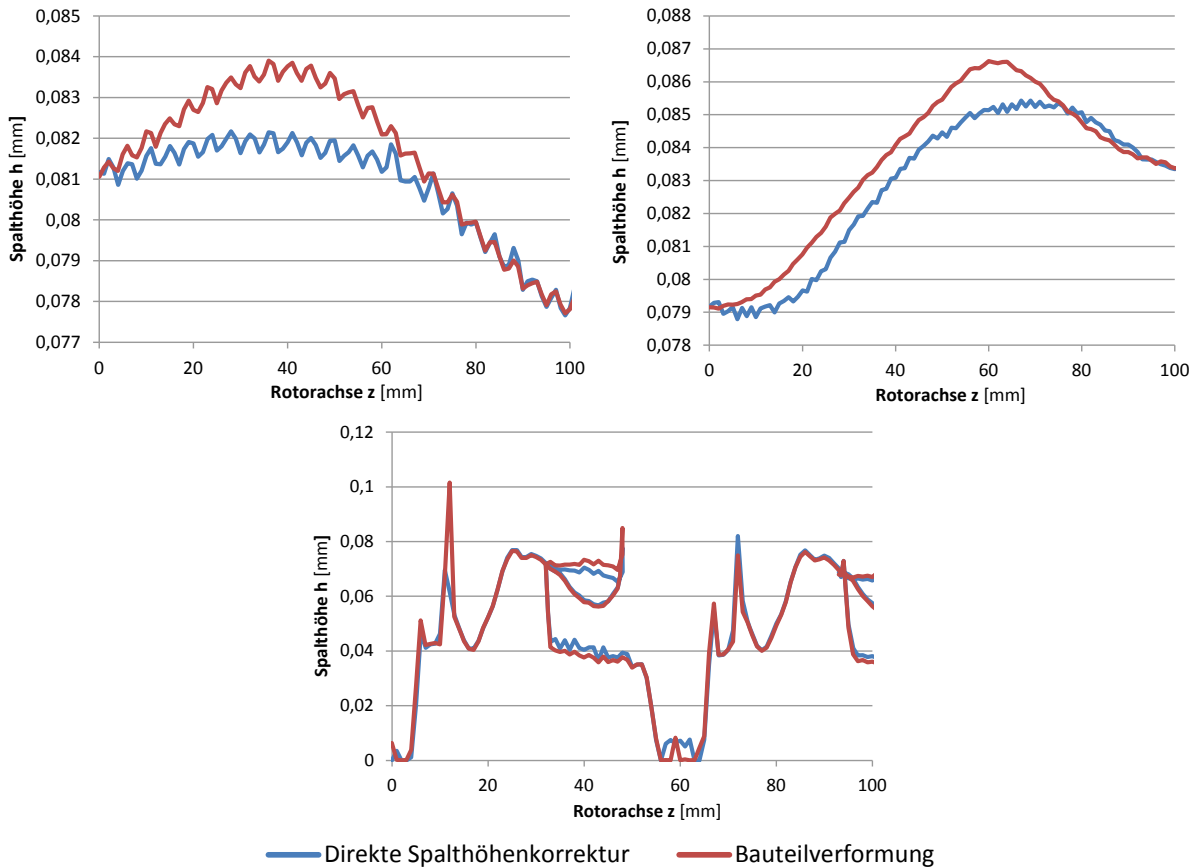


**Abbildung 6.26:** Berechnung der neuen Spalthöhe  $h_{\text{Spalt,neu}}$  durch Projektion der Verschiebungsvektoren  $\vec{v}_{P,1}$  und  $\vec{v}_{P,2}$  in die Ebene der Spaltpunktepaare

Die veränderte Spalthöhe  $h_{\text{Spalt,neu}}$  ist dann per Konvention die bisherige Spalthöhe  $h_{\text{Spalt}}$  abzüglich der Summe der Skalarprodukte aus dem jeweiligen Normalenvektor und dem Verschiebungsvektor (Gl. 6.25).

$$h_{\text{Spalt,neu}} = h_{\text{Spalt}} - (\vec{n}_{P,1} \cdot \vec{v}_{P,1} + \vec{n}_{P,2} \cdot \vec{v}_{P,2}) \quad \text{Gl. 6.25}$$

Die benötigten Normalenvektoren  $\vec{n}_{p,1}$  und  $\vec{n}_{p,2}$  können im Regelfall aus den beiden Spalt-  
punkten  $\vec{P}_1$  und  $\vec{P}_2$  abgeleitet werden. Da dieses Verfahren lediglich eine Annäherung an die  
Spalthöhenveränderungen darstellt, welche durch die Neuberechnung des Kammermodells  
unter Berücksichtigung der Verformungsfelder erreicht werden kann, wird dieser Vergleich im  
Folgenden exemplarisch für die Spaltverbindungen am Gehäuse und im Profileingriff betrach-  
tet (**Abbildung 6.27**).



**Abbildung 6.27:** Spalthöhen für Gehäuse- und Profileingriffsspalte unter Berücksichtigung der Verformungsfelder der Bauteile und einer direkten Spalthöhenkorrektur nach Gl. 6.25 [101]

Beide Verfahren führen zu vergleichbaren Ergebnissen, teilweise sogar mit sehr guten Übereinstimmungen. Die bestehenden Abweichungen liegen in dem Näherungsverfahren begründet, da dieses die Veränderung der absoluten Spaltposition durch die Bauteilverformung nicht berücksichtigen kann. In Abhängigkeit des geometrischen Spalthöhenverlaufs im Stirnschnitt führt dieser Aspekt zu punktuell abweichenden Spalthöhen.

Eine besondere Behandlung erfahren die Netze bzw. die Verformungsfelder der rotierenden Bauteile. Ein Verformungsfeld, welches durch eine strukturmechanische Simulation berechnet

wird, stellt die Verschiebung der einzelnen Netzknoten im globalen Koordinatensystem dar. Somit enthält ein auf diesem Weg generiertes Verformungsfeld zwei Informationen, die relativen Verschiebungsvektoren der Kontenpunkt im rotierenden System mit Bezug zur Rotationsachse sowie die absoluten Verschiebungsvektoren der Rotationsachse. Diese beiden Teilergebnisse werden durch KaSim-PRE analysiert und in Abhängigkeit des Rotordrehwinkels per Superposition wieder zu der absoluten Verschiebung eines Spalt- oder Bauteilkonturpunktes zusammengefügt. Wird diese Zerlegung nicht durchgeführt, würde das asymmetrische Verformungsfeld und somit die Wellenbiegung und die Lagerstellenverschiebung mitrotieren und so zu fehlerhaften Spalthöhenänderungen führen.

Für die Aufteilung des Verformungsfeldes in ein rotationssymmetrisches Verformungsfeld und eine Biegelinie im globalen Koordinatensystem wird das Prinzip der Superposition umgekehrt. Aus den über alle  $n$  Verschiebungsvektoren  $\vec{v}_{z,i}$  einer Stirnschnittebene  $i$  gemittelten Verschiebungsvektoren ergibt sich die tatsächliche Verschiebung  $\vec{v}_z$  der Rotationsachse im globalen Koordinatensystem an der entsprechenden Rotorachskoordinate  $z_i$  (Gl. 6.26).

$$\vec{v}_z = \frac{\sum_i^n \vec{v}_{z,i}}{n} \quad \text{Gl. 6.26}$$

Ist auf diesem Weg die Biegelinie extrahiert, so werden die ursprünglichen Verschiebungsvektoren des Netzes korrigiert, in dem von den jeweiligen Verschiebungsvektoren  $\vec{v}_{z,i}$  der an der passenden Rotorachskoordinate ermittelte Verschiebungsvektor der Biegelinie  $\vec{v}_z$  subtrahiert wird. Auf diesem Weg entsteht das rotationssymmetrische Verformungsfeld.

### 6.3 Identifikation der Kammerverbindungen zwischen Haupt- und Nebenrotor

Die Modellierung in KaSim-PRE sieht eine strikte Trennung zwischen Kammern auf der Hauptrotor- und Nebenrotorseite für zweiwellige Maschinen vor (Abbildung 6.4). Diese Trennung entsteht aus dem Konzept des Mehrkammer-Kammermodells, welches alle Kammern gleichzeitig betrachtet. Derartig getrennte Kammern dürfen nicht logisch zu einer einzelnen Kammer zusammengefasst werden, da somit, durch den homogenen Kammerzustand bedingt, ein unterschiedlicher Druck in den beiden Arbeitskammern im getrennten Zustand nicht durch die Simulation berechnet werden könnte. Die aus physikalischen und topologi-



schen Gründen getrennten Kammern werden stattdessen durch eine Spaltverbindung verbunden, deren Identifikation Teil der folgenden Kapitel ist. Darüber hinaus wird die Berechnung der geometrischen Größen zur Parametrisierung der physikalischen Modelle sowie die Unterscheidung zwischen Kammerverbindung und Kopfrundungsöffnung diskutiert.

### 6.3.1 Gemeinsame Flächen des virtuellen Gehäuses

Die geometrische Trennung zwischen Arbeitskammern auf der Haupt- und Nebenrotorseite ist durch eine den Nebenrotor umschließende Zylinderfläche definiert. Da diese Zylinderfläche der Vorgabe durch die Gehäusefläche folgt, wird das Teilflächenstück im Bereich der Schnittlinie auch als virtuelles Nebenrotorgehäuse bezeichnet. Diese Information wird logisch ausgewertet, um die Verbindung zwischen zwei Arbeitskammern zu identifizieren. Analog zu der Vorgehensweise bei der Identifikation der Spaltverbindungen wird auch für die internen Kammerverbindungen die bereits bestehende drehwinkelabhängige Identifikation der Arbeitskammern als Ausgangsbasis verwendet, um diese Information nicht erneut wieder herstellen zu müssen.

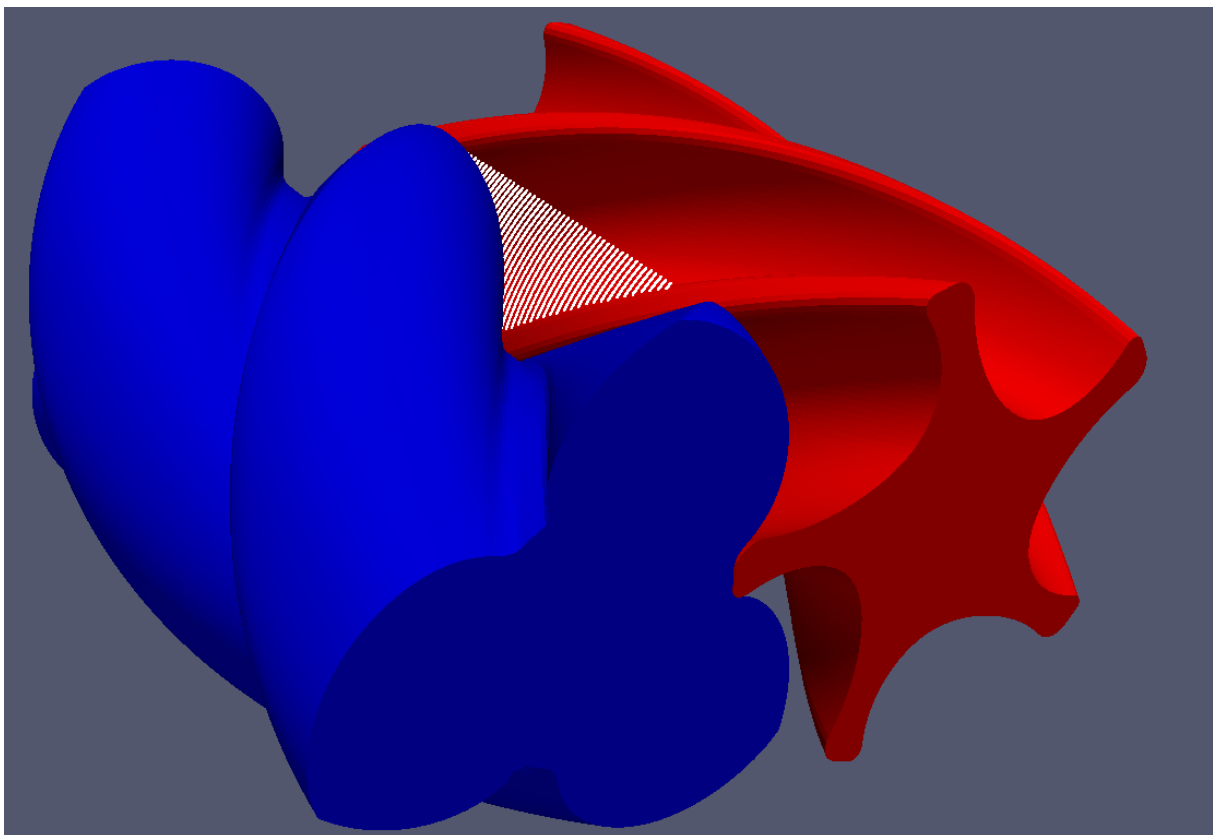


Abbildung 6.28: Stirnschnittbasierte Darstellung einer internen Kammerverbindungsfläche zwischen Haupt- und Nebenrotor

Das Konzept zur Identifizierung sieht vor, dass immer zwei Kammern in der gleichen Rotorstellung verglichen werden, wobei der Vergleich immer auf eine Haupt- und Nebenrotorkammer beschränkt ist. Die Ermittlung der dreidimensionalen Fläche findet durch eine schrittweise Abarbeitung der Arbeitskammern in Stirnschnitten der gleichen Rotorachskoordinate statt. Eine Kammerverbindung liegt dann vor, wenn sich zwei Arbeitskammerstirnschnitte das gleiche logische Bauteilsegment teilen und dieses als virtuelles Gehäusesegment gekennzeichnet ist. Somit ist die Identifikation ein rein logischer Prozess der vollständig auf der durch die Diagramme eingeführten Abstraktion funktioniert. Eine prinzipielle Darstellung der stirnschnittbasierten Geometrie einer internen Kammerverbindungsfläche ist in **Abbildung 6.28** zu sehen. Der Stirnschnitt einer Kammerverbindungsfläche beginnt immer an der Gehäuseverschneidungskante und endet entweder am Nebenrotorgehäusespalt oder am Schnittpunkt des Nebenrotorkreises mit dem Gehäuse. Da der Gehäusespalt am Nebenrotor in der Regel in Umfangsrichtung mittig auf Zahnkopf liegt, ist aus strömungsmechanischer Sicht ein Teil der Verbindungsfläche durch den Nebenrotorzahnkopf verdeckt. Um diesen Effekt zu berücksichtigen, wird die im Rahmen der Spaltidentifikation bereitgestellte Spaltberandungsfläche genutzt, um die Kammerverbindungsfläche zu korrigieren. Der Einfluss dieses Effektes hängt maßgeblich von dem betrachteten Rotorprofil und dem verwendeten Umschlingungswinkel ab. Generell sind die Auswirkungen jedoch nur bei sehr kleinen Flächen zu beobachten.

Die strömungsmechanische Modellierung der internen Kammerverbindung in KaSim erfolgt durch eine Spaltströmungsmodell, so dass in jedem Fall der phasenabhängige Flächeninhalt der Verbindungsfläche berechnet werden muss. Einige Modelle, insbesondere die Modelle zur Abbildung von Vakuumpaltströmungen, verwenden nicht die Fläche, sondern die Faktorisierung in Form von Höhe und Breite. Der Flächeninhalt  $A_{\text{Verbindung}}$  in der jeweiligen Rotorstellung wird durch ein Integrationsverfahren bestimmt, bei dem die Summe aus dem Produkt der über zwei Stirnschnitte gemittelten Konturlänge  $\bar{l}_z$  und dem Stirnschnittebenenabstand  $\Delta z$  gebildet wird (**Gl. 6.27**). Die Konturlänge  $\bar{l}_z$  ist die Schnittmenge der in Kontakt stehenden virtuellen Haupt- und Nebenrotorgehäusekonturen.

$$A_{\text{Verbindung}} = \sum \bar{l}_z \cdot \Delta z \quad \text{Gl. 6.27}$$

Die Bestimmung einer Höhe  $h_{\text{Verbindung}}$  und Breite  $b_{\text{Verbindung}}$  setzt prinzipiell voraus, dass es sich bei der zugrundeliegenden Fläche um ein Rechteck handelt oder diese zumindest als solches interpretiert werden kann. Im Rahmen dieser Arbeit wird hierzu ein vereinfachter Ansatz

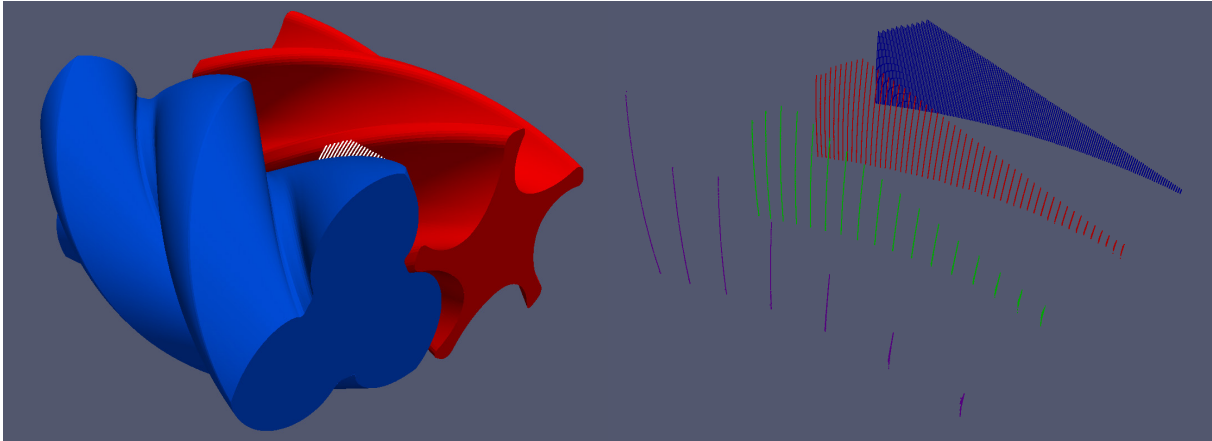
verfolgt, welcher in ähnlicher Form auch Anwendung bei den radialen Ein- und Auslassflächen findet. In jedem Stirnschnitt der Verbindungsfläche wird ein repräsentativer Punkt  $\vec{p}_m$  der Kontur ermittelt, welcher sich in Umfangsrichtung mittig auf dem jeweiligen Bauteilgeometrieabschnitt befindet. Durch die Verkettung dieser Punkte entsteht eine punktbasierte Kurve, die die Breite  $b$  des Rechtecks darstellt (**Gl. 6.28**).

$$b_{\text{Verbindung}} = \sum_{i=1}^n |\vec{p}_{m,i} - \vec{p}_{m,i-1}| \quad \text{Gl. 6.28}$$

Die Höhe  $h_{\text{Verbindung}}$  des Rechtecks ergibt sich dann aus der Division der bekannten Fläche durch die angenommene Breite  $b_{\text{Verbindung}}$  (**Gl. 6.29**).

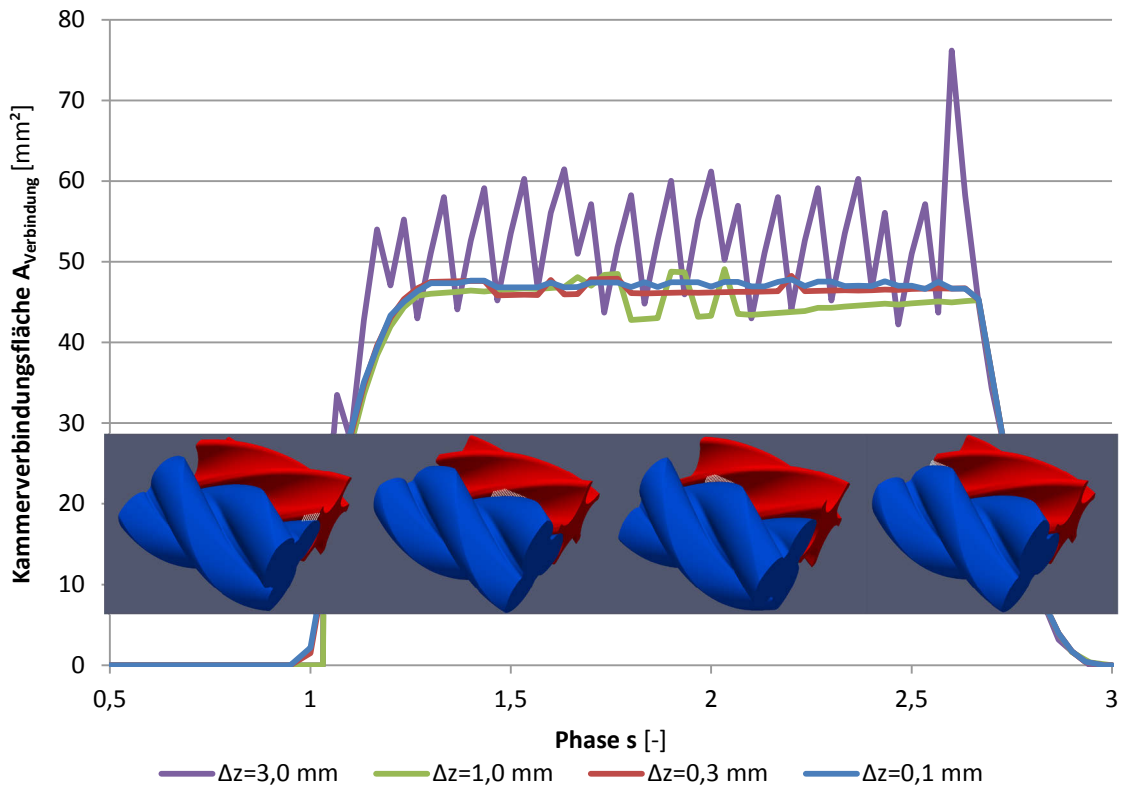
$$h_{\text{Verbindung}} = \frac{A_{\text{Verbindung}}}{b_{\text{Verbindung}}} \quad \text{Gl. 6.29}$$

Die Berechnung des Flächeninhaltes an sich unterliegt keinen Einflüssen durch numerische Parameter, da die gemittelte Konturlänge für alle verwendeten geometrischen Segmente wie z.B. Linien oder Kreisbögen analytisch bestimmbar ist. Dennoch ergibt sich durch die stirnschnittbasierte Betrachtung ein möglicher Einfluss auf die geometrische Fläche und damit auf ihren Inhalt. Am Beispiel einer Kammverbindungsfläche zwischen zwei ansaugenden Arbeitskammern zeigt sich prinzipiell der Einfluss der Diskretisierung in Rotorachsrichtung auf die geometrische Modellierung der Verbindungsfläche. **Abbildung 6.29** zeigt zunächst die geometrische Lage der Verbindungsfläche in Bezug zu den beiden Rotoren und stellt die für verschiedene Stirnschnittebenenabstände  $\Delta z$  berechneten Flächen dann separat auf Basis der jeweiligen Stirnschnittgeometrie dar. Der größte Stirnschnittebenenabstand beträgt 3 mm, der kleinste Abstand 0,1 mm. Es ist deutlich zu erkennen, dass die tatsächliche Fläche geometrisch durch einen kleineren Stirnschnittabstand besser beschrieben wird. Dieser Effekt der diskreten Abtastung in Rotorachsrichtung überlagert sich zudem noch mit dem Einfluss der Abtastung der Rotordrehung durch diskrete Winkelschritte.



**Abbildung 6.29:** Einfluss des Stirnschnittebenenabstandes auf die geometrische Modellierung der Kammervverbindungsflächen zwischen Haupt- und Nebenrotor für Stirnschnittabstände  $\Delta z$  von 3 bis 0,1 mm und einer Integrationsrittweite  $\Delta s$  von 0,0025 mm

Dieser kombinierte Einfluss ist für einen festen Hauptrotordrehwinkelschritt in **Abbildung 6.30** dargestellt. Untersucht wird die aus dem geometrischen Modell nach Gl. 6.27 berechnete Flächeninhalt als Funktion der Phase  $s$ .

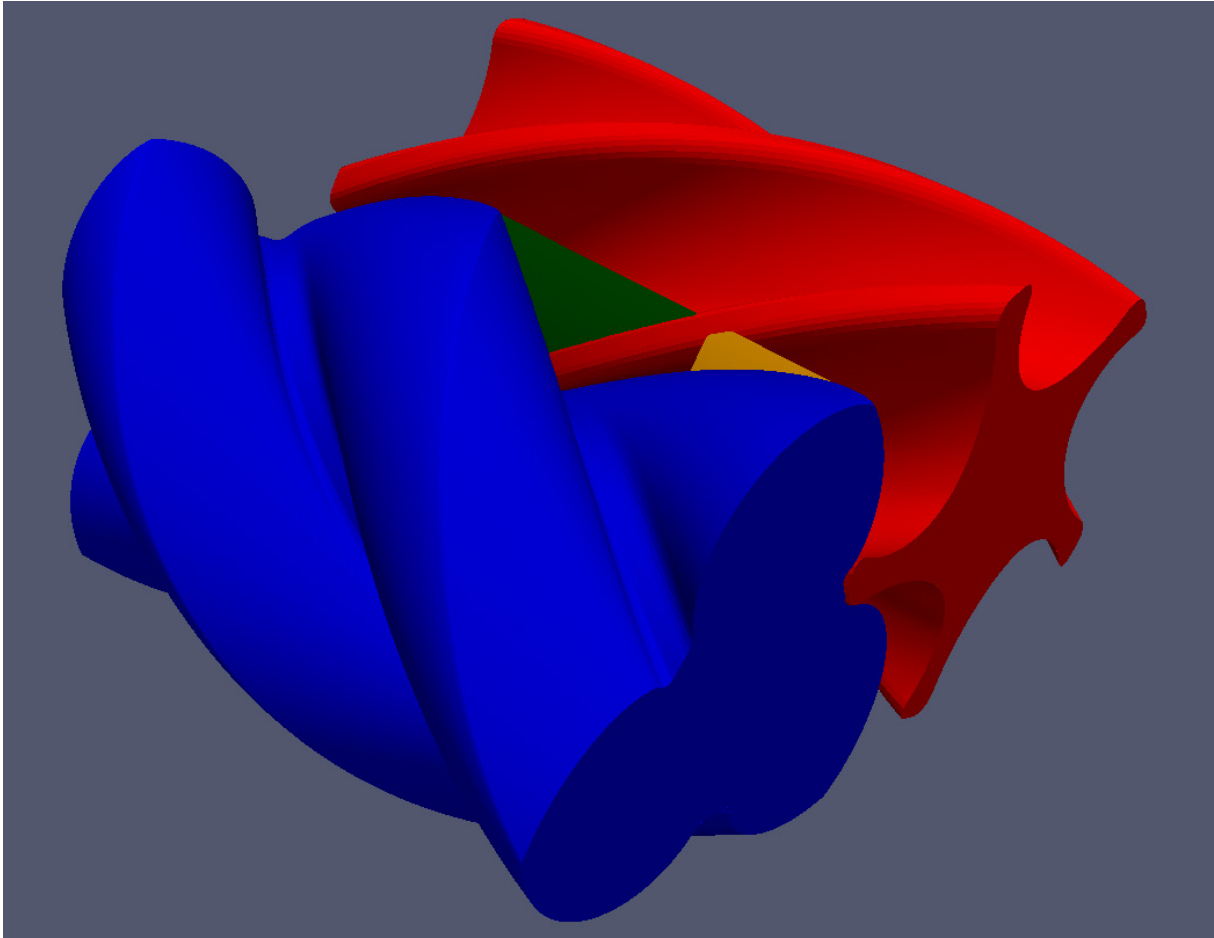


**Abbildung 6.30:** Kammervverbindungsfläche  $A_{\text{Verbindung}}$  als Funktion der Phase  $s$  bei einer Variation des Stirnschnittebenenabstandes  $\Delta z$  und einer Integrationsrittweite  $\Delta s$  von 0,0025 mm

Die Verbindungsfläche zwischen den beiden Arbeitskammern entsteht durch die Drehung der Rotoren und erreicht einen Maximalwert, sobald die Fläche in axialer Richtung keinen Kontakt zur Saugseite mehr hat. Bedingt durch die konstante Rotorsteigung bleibt der Flächeninhalt theoretisch unverändert und wird erst bei Kontakt der Fläche mit der Druckseite kleiner. Die Verbindungsfläche ist dann vollständig verschwunden, wenn die beiden Rotoren durch die Drehung an der Druckseite vollständig außer Eingriff gehen. Insbesondere für den großen Stirnschnittabstand ist offensichtlich, dass der maximale Wert nicht konstant bleibt, sondern von Rotordrehung zu Rotordrehung springt. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die Verbindungsfläche immer in einer Stirnschnittebene beginnen und auch wieder aufhören muss. Je feiner dieses Raster ist, desto besser kann die Fläche geometrisch modelliert werden. Bereits für eine Schrittweite von 0,3 mm wird ein gutes Ergebnis erzielt. Eine darüber hinaus gehende Verbesserung kann nur durch eine Erweiterung des Verfahrens zur Festlegung der Stirnschnitte erfolgen. Das im Rahmen dieser Arbeit implementierte Verfahren reagiert nur adaptiv auf den Umschlingungswinkel des Rotors (Abbildung 6.3). Eine Weiterentwicklung könnte z.B. in dem für die Kopfrundungsöffnung signifikanten Bereich zusätzliche Stirnschnitt einfügen und so dort lokal die Auflösung erhöhen.

### **6.3.2 Heuristische Festlegung der Kopfrundungsöffnung**

Die Kammerverbindungsflächen bei einer typischen zweiwelligen Schraubenmaschine unterscheiden sich in ihrer geometrischen Form und Größe und somit auch in ihrer Relevanz für den thermodynamischen Prozess. Es werden im Folgenden die reguläre interne Kammerverbindung, welche zwei Arbeitskammern der Haupt- und Nebenrotorseite und die Kopfrundungsöffnung unterschieden. Die Kopfrundungsöffnung wird in der Literatur als Spaltverbindung kategorisiert, da sie eine Arbeitskammer mit der vorlaufenden bzw. nachlaufenden Kammer verbindet und somit ein relevantes Druckverhältnis für eine Spaltströmung zur Verfügung steht. Die reguläre interne Kammerverbindung stellt eine Verbindung zwischen zwei Arbeitskammern her, die idealerweise den gleichen thermodynamischen Zustand aufweisen. **Abbildung 6.31** ist am Beispiel der saugseitigen Kammerverbindungsflächen zu entnehmen, dass KaSim-PRE die Kopfrundungsöffnung als Teil der Kammerverbindungsflächen auf dem virtuellen Nebenrotorgehäuse bereits ermittelt.



**Abbildung 6.31:** Darstellung der internen Kammerverbindungsflächen der Saugseite ausgehend von einer Hauptrotorkammer

In dem gezeigten Fall handelt es sich um die reguläre Kammerverbindung (grün) und die unerwünschte Kopfrundungsöffnung (orange). Durch die asymmetrische Ausprägung des Profils ist die Kopfrundungsöffnung auf der Niederdruckseite im Verhältnis zur regulären Verbindung sehr groß, aber dadurch auch zur Darstellung als Beispiel besser geeignet.

Die Unterscheidung, welche der Verbindungsflächen eine Kopfrundungsöffnung darstellt und gegebenenfalls in der thermodynamischen Simulation abweichend modelliert werden soll, wird durch eine Heuristik umgesetzt (**Abbildung 6.32**). Es werden zunächst für jede Nebenrotorkammer die zugehörigen Verbindungsflächen identifiziert und in zwei Gruppen unterteilt. Das Unterscheidungskriterium ist der gemeinsame Kontakt zu einer der beiden Gehäuseverschneidungskanten. Dann wird für alle Verbindungen in einer solchen Gruppe der mittlere Flächeninhalt bestimmt. Ist der Flächeninhalt kleiner als die mittlere Fläche, so handelt es sich um eine Kopfrundungsöffnung. Sind alle Verbindungsflächen betrachtet worden, so werden die Kopfrundungsöffnungen aus der Liste an regulären Kammerverbindungen entfernt

und in Spaltverbindungen umgewandelt, damit sie auch als solche modelliert und ausgewertet werden können.

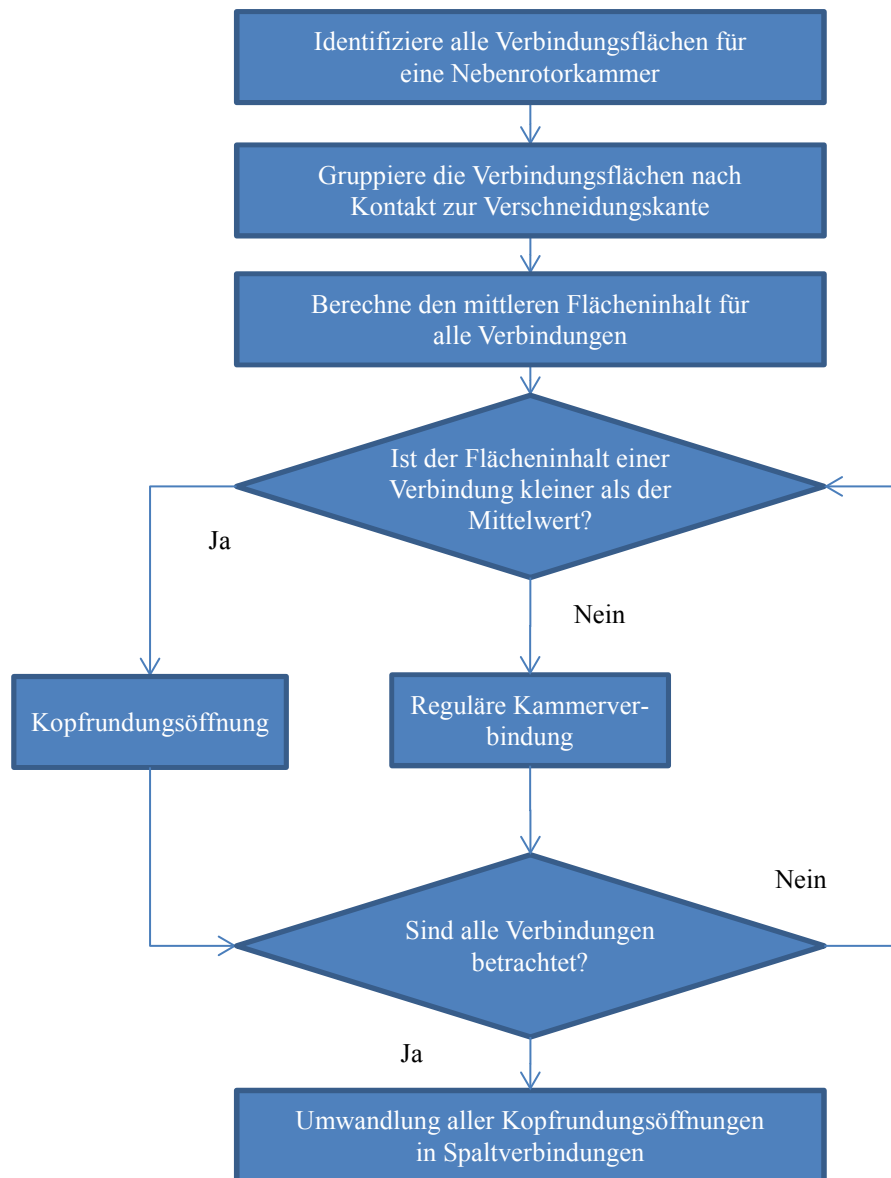


Abbildung 6.32: Verfahren zur heuristischen Erkennung von Kopfrundungsöffnungen

### 6.3.3 Weitere Möglichkeiten zur Berechnung der Kopfrundungsöffnung

Die Geometrie der Kopfrundungsöffnung und damit des minimale Strömungsquerschnitts ist mathematisch schwer zu beschreiben. Aus diesem Grund existiert in der Literatur eine Vielzahl an verschiedenen Berechnungsverfahren. Diese unterscheiden sich primär darin, ob sie lediglich eine Abschätzung oder eine möglichst genaue Berechnung darstellen. Die im Rahmen dieser Arbeit begutachteten Verfahren unterscheiden sich grundlegend von dem geomet-

rischen Ansatz von KaSim-PRE, da zumeist die Spaltströmung durch die Kopfrundungsöffnung als parallel zum Nebenrotorzahnkopf angenommen wird [35] [36]. Dementsprechend ist die geometrische Fläche der Kopfrundungsöffnung auf der Zylindermantelfläche um den Hauptrotor zu finden [40] und nicht auf dem Nebenrotor wie bei KaSim-PRE.

Eine grundlegende Veränderung an der geometrischen Modellierung der Kopfrundungsöffnung ist nur durch eine Veränderung der Zuordnung der Arbeitskammern zu dem Nebenrotor möglich oder durch ein geometrisches Berechnungsverfahren, welches die Fläche auf dem virtuellen Gehäuse des Nebenrotors ersetzt. Hierzu sind zusätzlich zu den Verfahren von [35] [36] [40] noch die von [9] [32] und [128] gezeigten Varianten denkbar. Eine Evaluation und ein Vergleich der Ergebnisse der verschiedenen Verfahren ist im Rahmen dieser Arbeit nicht durchgeführt worden.

## **6.4 Identifikation von Gehäuseöffnungsflächen**

Die Gehäuseöffnungsflächen stellen die logische Schnittstelle des Arbeitsraumes der Verdrängermaschine mit der Umgebung dar, welche nicht mehr Teil des Kammermodells ist und durch Randbedingungen in der thermodynamischen Simulation abstrahiert werden muss. Die Öffnungsflächen unterscheiden sich aus thermodynamischer Sicht zwischen Ein- und Auslassflächen. Für die geometrische Analyse ist diese Unterscheidung lediglich eine Namenskonvention. Von größerer Bedeutung ist die Unterscheidung zwischen axialen und radialen Öffnungsflächen, da diese aufgrund der stirnschnittbasierten Struktur des Modells unterschiedlich behandelt werden müssen. Im Folgenden wird die Vorgehensweise zur logischen Identifikation der axialen und radialen Öffnungsflächen sowie die Ableitung der benötigten geometrischen Daten für die physikalischen Modelle in KaSim vorgestellt.

### **6.4.1 Radiale Flächen**

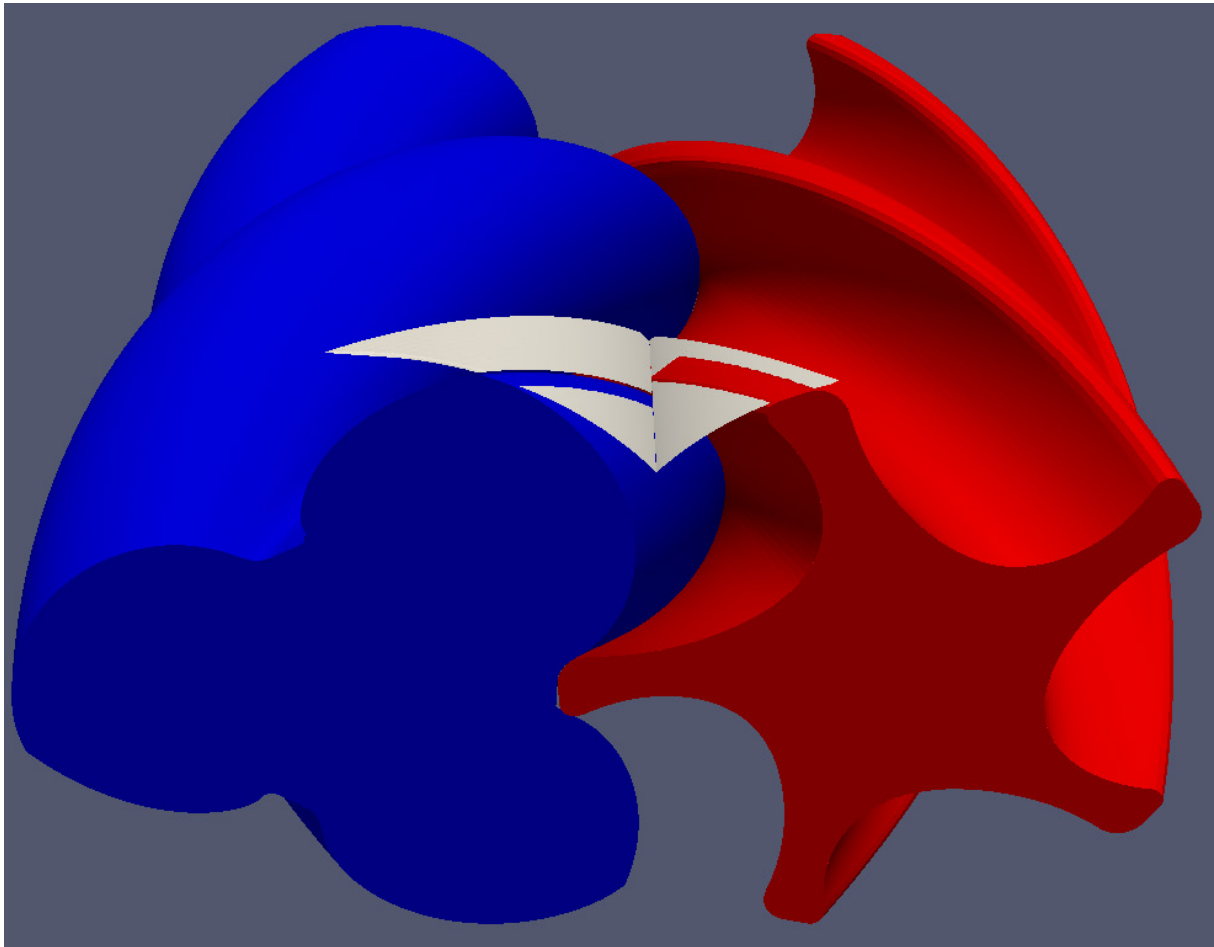
Zunächst werden die radialen Flächen behandelt, da diese strukturell und in der Vorgehensweise bei der Identifikation den Kammerverbindungsflächen ähneln. Die Methode baut erneut auf der logischen Struktur der Diagramme auf. Jede drehwinkelabhängige Arbeitskammer wird sequentiell in jeder Rotorstellung betrachtet und mit allen radialen Öffnungsflächen verglichen. Damit liegt der Fokus auf den jeweiligen Stirnschnitten der Arbeitskammern. Zuerst wird geprüft, ob entlang der Rotorachse ein gemeinsamer Bereich zwischen Arbeitskammer und Öffnungsfläche besteht. Dann wird beginnend mit dem ersten gemeinsamen Stirnschnitt



geprüft, ob ein nicht-virtuelles Gehäusebauteilsegment vorliegt. Nur dann besteht potentiell Kontakt zu der Öffnungsfläche. Alle bisherigen Operationen sind noch unabhängig von der tatsächlichen Bauteilgeometrie im Stirnschnitt und somit extrem effizient hinsichtlich der benötigten Berechnungszeit. Erst wenn alle Bedingungen erfüllt sind, wird versucht, auf Basis der Bauteilkontur der radialen Öffnungsfläche und der Kontur der Arbeitskammer die gemeinsame Kontur zu ermitteln, welche dann die Geometrie der arbeitskammerbezogenen Öffnungsfläche beschreibt. Eine gefundene Kontur wird abgespeichert und mit dem nächsten Stirnschnitt fortgeföhren. Der Vorteil dieses Verfahrens ist die Tatsache, dass das erstellte geometrische Modell der drehwinkelabhängigen radialen Öffnungsfläche auf der geometrischen Repräsentation der benutzerdefinierten Bauteilgeometrie basiert. Dadurch können statt nur Punkten und Liniensegmente die für unverformte Gehäusegeometrien sehr effektiven Kreisbögen eingesetzt werden, welche zu sehr schnellen und numerisch sehr guten Ergebnissen für die darauffolgende Berechnung des Flächeninhaltes führen.

Einen Sonderfall in diesem Konzept nehmen Rotorgeometrien ohne Verwindung entlang der Rotorachse wie z.B. Wälzkoben-Vakuumpumpen oder Drehschieberpumpen ein. Die Anforderung an die Methode zur Identifikation der radialen Öffnungsflächen muss sein, eine solche Maschine mit nur zwei Stirnschnitten modellieren zu können. Für die bisher vorgestellte Verfahrensweise ergibt sich damit der Nachteil, dass keine hinreichend genaue Abtastung der radialen Öffnungsfläche in Rotorachsrichtung vorliegt. Deshalb wird in einem solchen Fall das bisherige Prinzip umgekehrt. Für jeden Stirnschnitt der Öffnungsfläche wird der entsprechende Stirnschnitt der Arbeitskammer ermittelt, um dann die gemeinsame Kontur als Teil der Öffnungsfläche zur jeweiligen Arbeitskammer anzunehmen.

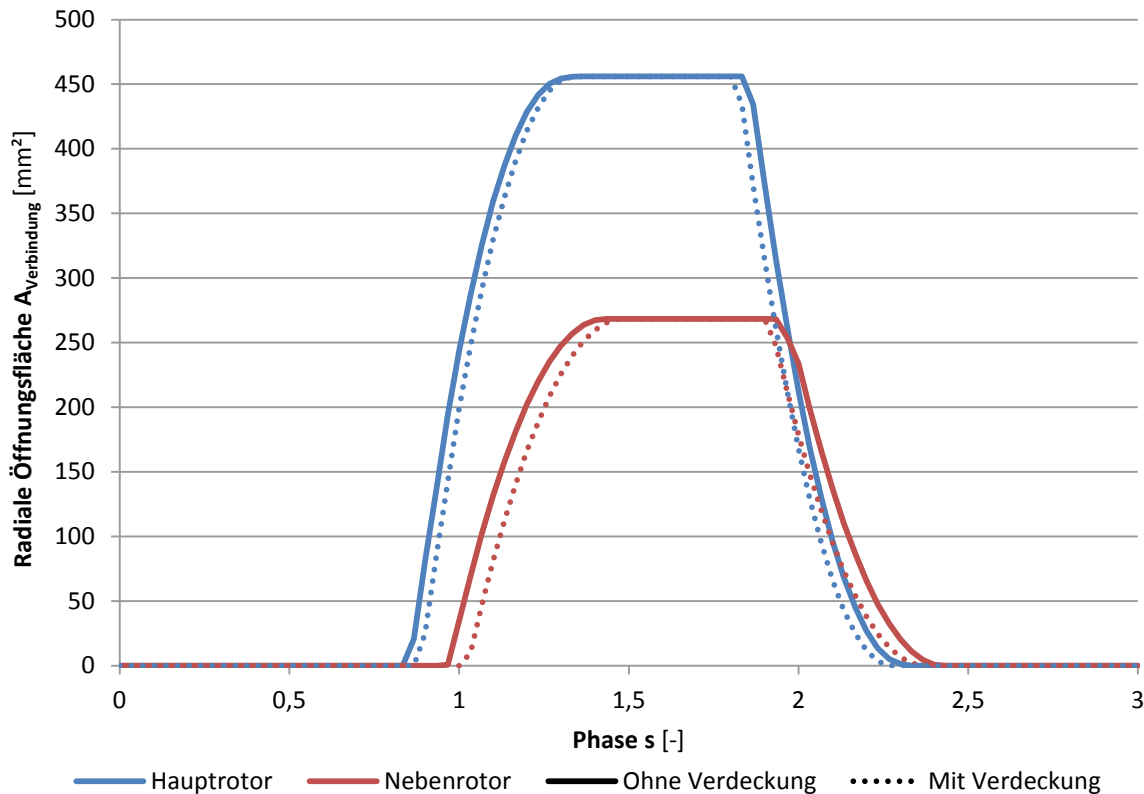
Eine exemplarische Darstellung der radialen Auslassflächen für den Screw Vacuum Blower findet sich in **Abbildung 6.33**. Die arbeitskammerbezogene Öffnungsfläche unterteilt sich damit automatisch in Teilverbindungen zur jeweiligen Haupt- und Nebenrotorkammer, so dass aus einer radialen Öffnungsfläche als Bauteil eine Vielzahl an arbeitskammerbezogenen Flächen entsteht. Ein weiterer Effekt, welcher die Modellierung mit KaSim-PRE berücksichtigt, ist die teilweise Verdeckung der Öffnungsfläche durch die Rotorzahnköpfe. Es wird angenommen, dass die Fläche der Zahnköpfe prinzipiell der Fläche der Spaltberandung (Abbildung 6.12) am jeweiligen Gehäusespalt entspricht, welche hier, genauso wie bei den internen Kammerverbinungsflächen, zum Zweck der Reduzierung des effektiven Flächeninhaltes verwendet wird.



**Abbildung 6.33:** Exemplarische Darstellung der arbeitskammerbezogenen radialen Auslassflächen unter Berücksichtigung der Verdeckung von Teilbereichen der geometrischen Öffnungsfläche durch die Rotorzahnköpfe

Die Berechnung des Flächeninhaltes erfolgt analog zur Berechnung des Flächeninhaltes der internen Kammerverbindung (Gl. 6.27), da es sich um die gleiche Datenstruktur handelt, welche sich die beiden Module teilen. Allerdings ist, bedingt durch die Tatsache der absolut gesehen größeren Fläche, der Einfluss des Abstandes zwischen den Stirnschnittebenen deutlich kleiner als bei den Kammerverbindungsflächen und wird deshalb im Folgenden auch nicht weiter betrachtet.

Der Einfluss der Spaltberandung auf die Verdeckung von Teilen der radialen Auslassfläche wird am Beispiel der **Abbildung 6.34** diskutiert. Unterschieden wird zudem die Öffnungsfläche zu der Haupt- und Nebenrotorkammer.

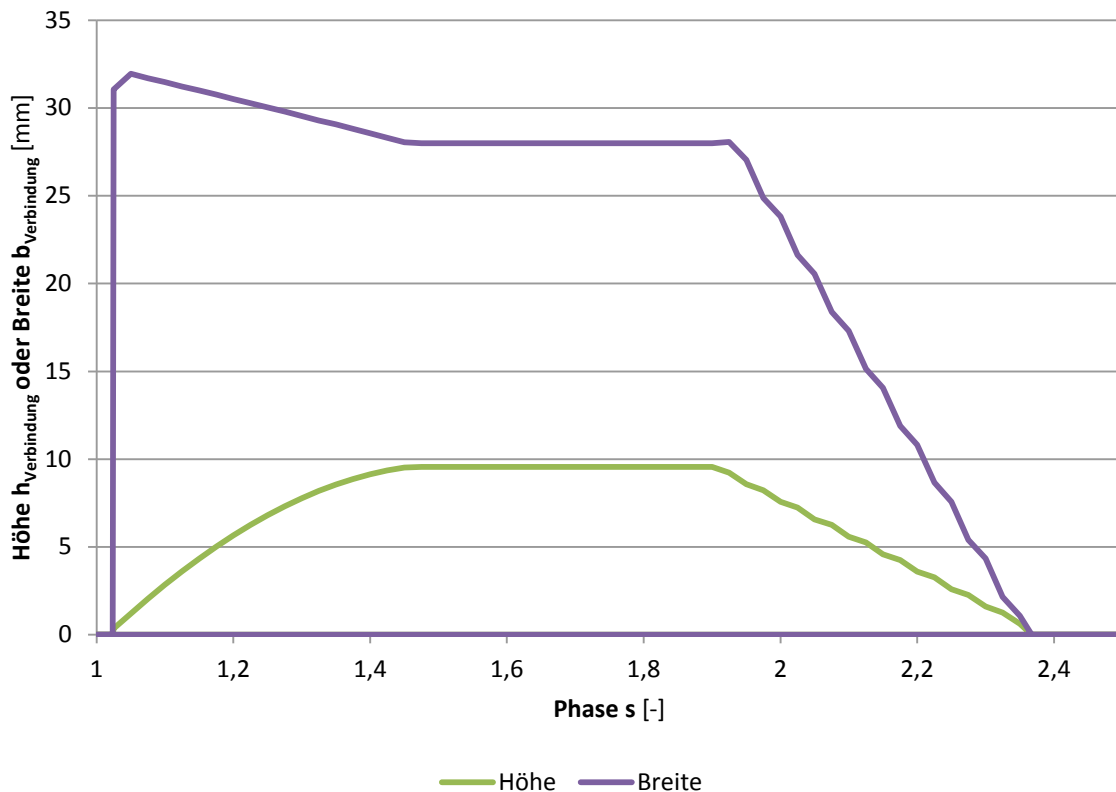


**Abbildung 6.34: Einfluss der Spaltberandung auf die effektive radiale Auslassfläche als Funktion der Phase**

Qualitativ zeigen beide Varianten, mit und ohne Verdeckung durch die Spaltberandung, die gleiche Charakteristik. Auffällig ist zunächst, dass beide Varianten den gleichen maximalen Wert für die Einlassfläche erreichen. Dies ist in diesem Fall durch die geometrischen Randbedingungen zu begründen, da Rotorstellungen existieren, in denen kein Rotorzahnkopf in Kontakt mit der radialen Öffnungsfläche steht. In den Bereichen, in denen sich die Fläche zu öffnen beginnt oder geschlossen wird, existieren jedoch deutliche Unterschiede, welche direkt auf die durch den Spalt verdeckte Fläche zurückzuführen sind. Eine integrale Beurteilung, bei der die Auslassfläche über die Phase integriert wird, zeigt, dass es durch den Einfluss der Spaltberandung auf der Hauptrotorseite zu einer Verminderung von 6 % und auf der Nebenrotorseite um 10 % kommt. Diese Werte sind nur exemplarisch für den vorliegenden Fall, verdeutlichen aber den möglichen Einfluss dieses Modellierungsaspektes auf die Öffnungsfläche und damit auf das Ergebnis einer thermodynamischen Simulation.

Die Berechnung des tatsächlichen Flächeninhaltes ist, je nach strömungsmechanischem Modell, nicht ausreichend. Das im Rahmen dieser Arbeit umgesetzte Modell zur Beschreibung der Spaltströmung nimmt einen rechteckigen Strömungsquerschnitt an und benötigt die An-

gabe der Fläche in Breite und Höhe [12]. Für die radialen Öffnungsflächen wird hierzu die gleiche Vorgehensweise angewendet wie bei den internen Kammerverbindungsflächen. In jeder Rotorstellung wird die Breite des äquivalenten Rechtecks anhand einer Skelettlinie bestimmt (Gl. 6.28). Die korrespondierende Höhe  $h_{\text{Verbindung}}$  wird dann aus der Fläche  $A_{\text{Verbindung}}$  und der Breite  $b_{\text{Verbindung}}$  bestimmt (Gl. 6.29). **Abbildung 6.36** zeigt das Ergebnis dieses Berechnungsverfahrens am Beispiel der radialen Auslassfläche der Nebenrotorkammern.



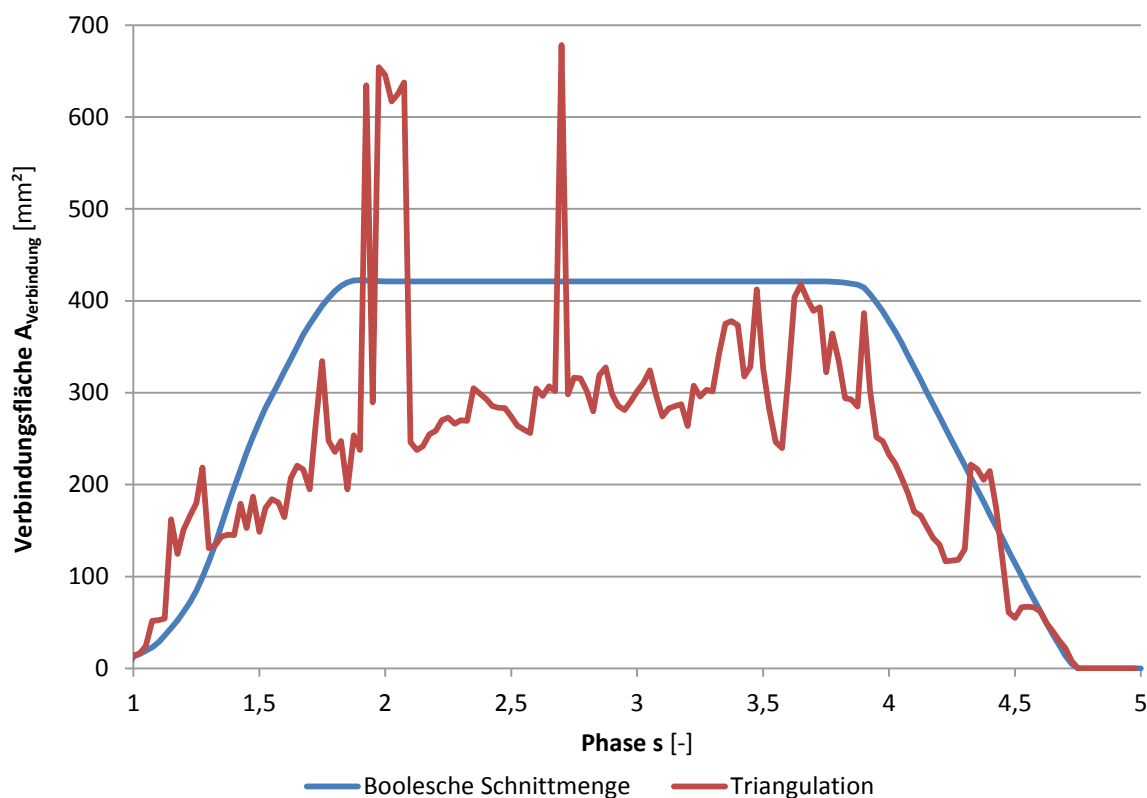
**Abbildung 6.35:** Höhe  $h_{\text{Verbindung}}$  und Breite  $b_{\text{Verbindung}}$  der äquivalenten Rechteckfläche als Funktion der Phase  $s$  zur Modellierung der radialen Auslassflächen am Beispiel des Nebenrotors

Für den Verlauf der Breite ist zu erkennen, dass dieser mit Entstehung der Verbindung direkt seinen maximalen Wert annimmt. Dieser Wert entspricht prinzipiell der Breite des entsprechenden Gehäusespaltes. Da sich die Steuerkante nicht in Abhängigkeit des Drehwinkels verändert, bleibt die Breite zunächst über einen großen Phasenbereich konstant. Die geringfügige Abnahme ist auf die Verzerrung der zu Beginn des Entstehungsvorgangs fast idealen Rechteckfläche zu einer Dreiecksfläche zurückzuführen. Sobald der Zahnkopf der nachlaufenden Kammer ebenfalls die Steuerkante passiert, verkleinert sich sukzessiv die Fläche und die Breite nimmt im gleichen Maß ab wie die Breite des Gehäusespaltes. Die aus der Breite berechnete Höhe verhält sich entsprechend auch wie erwartet. Während des Entstehungsvorgangs ist

die Höhe im Verhältnis zur Breite extrem klein und steigt dann an und nähert sich mit einer degressiven Tendenz einem Maximalwert. Mit Passieren des Zahnkopfes der nachlaufenden Flanke an der Steuerkante nimmt die Spalthöhe linear ab, behält aber durch die gleichbleibende dreieckige Form der realen geometrischen Fläche das Verhältnis von Höhe zu Breite bei.

### 6.4.2 Axiale Flächen

Die Öffnungsflächen mit axialer Orientierung nehmen, ähnlich wie die Stirnspalte, aufgrund ihrer Lage eine Sonderstellung im Identifikationsvorgang ein. Auf Basis der Diagrammstruktur kann lediglich geprüft werden, ob eine Kammer an ihrer Stirnseite potentiell Kontakt zu einer axialen Öffnungsfläche hat. Die weitere Überprüfung und Ermittlung des für die Arbeitskammer relevanten Anteils an der Öffnungsfläche kann nur auf Basis der tatsächlichen Bauteilgeometrie und Arbeitskammergeometrie im Stirnschnitt erfolgen.



**Abbildung 6.36:** Fläche  $A_{\text{Verbindung}}$  des axialen Einlasses des Nebenrotors als Funktion der Phase  $s$  im Vergleich verschiedener Berechnungsansätze

Das mathematische Konzept, welches eine solche Aufgabe lösen kann, sind die Booleschen Operatoren für Polygone [129]. Die für die Bestimmung der arbeitskammerbezogenen Öffnungsfläche relevante Operation ist die Schnittmenge. Im Rahmen dieser Arbeit ist aufgrund

der Komplexität solcher Operationen bei nicht konvexen Polygonen zunächst eine einfache Lösung in Form einer Triangulierung untersucht worden. Hierzu sind die durch die Konturen eingeschlossenen Flächen in Dreiecke zerlegt und auf gegenseitige Überdeckung geprüft worden. Ein exemplarisches Ergebnis dieses Algorithmus ist in **Abbildung 6.36** dargestellt und mit einem durch einen Booleschen Schnittmengen bestimmten Flächenverlauf verglichen.

Es ist zu sehen, dass der Versuch einer vereinfachten Implementierung nicht zielführend ist. Zunächst genügt das Ergebnis selbst qualitativ und vor allem quantitativ nicht den Ansprüchen, die an die Genauigkeit der Algorithmen gestellt werden. Darüber hinaus ist die Implementierung hinsichtlich ihrer Laufzeit deutlich ineffizienter als andere Lösungsmöglichkeiten. Und als letzter Punkt ist das Ergebnis dieser Berechnung direkt eine skalare Größe, nämlich der Flächeninhalt. Vorteilhaft für die weitere Verarbeitung in KaSim-PRE ist jedoch ein dreidimensionales Modell. Ein solches könnte zwar aus der Menge an partiell und vollständig überdeckten Dreiecken wieder hergestellt werden, führt aber zu einer deutlichen Steigerung der Komplexität, was der eigentlichen angestrebten Vereinfachung widerspricht.

Um die nachteiligen Aspekte des Triangulierungsverfahrens zu adressieren, ist eine einfache Boolesche Schnittmengenberechnung umgesetzt worden, welche auf einer Schnittpunktberechnung zwischen den beiden Konturen basiert [130]. Der Greiner-Hormann-Algorithmus bestimmt alle Schnittpunkte zwischen den Konturen und unterteilt die Konturen an den entsprechenden Stellen. An einem ausgewählten Abschnitt wird gestartet und alle Konturabschnitte abgelaufen, wobei an jedem Schnittpunkt zwischen den beiden Konturen gewechselt wird. Das Ergebnis hängt dabei vom Startabschnitt ab. Liegt der Startabschnitt innerhalb der anderen Kontur, so ist das Ergebnis die Schnittmenge, liegt der Startabschnitt außerhalb, ergibt sich als Ergebnis die Vereinigung. Der Vorteil dieser eigenen Implementierung ist die Verwendbarkeit aller geometrischen Segmenttypen wie Liniensegmente, Kreisbogensegmente, Beziersegmente oder B-Splines. Jedoch reagiert die Implementierung sehr sensibel auf numerische Einflüsse. Insbesondere die Überprüfung, ob sich ein Punkt des zugehörigen Abschnitts innerhalb einer Kontur befindet, ist für das Ergebnis extrem wichtig, da im Falle einer Fehleinschätzung statt der Schnittmenge die Vereinigung ermittelt wird.

Aus diesem Grund ist an dieser Stelle ein dritter Weg besprochen worden, welcher bereits bestehende Bibliotheken mit passenden Algorithmen in die Struktur von KaSim-PRE integriert

und optional nutzbar macht. Die beiden verwendeten Bibliotheken sind CGAL<sup>20</sup> [131] und Boost.Polygon<sup>21</sup> [132]. Die Schwierigkeiten der begrenzten Genauigkeit umgehen die beiden Implementierungen durch die Verwendung von Langzahlarithmetik oder den direkten Verzicht auf Gleitkommaoperationen. Letzteres erfordert bei der Verwendung der Bibliothek die Vorgabe einer absoluten Toleranz zur bidirektionalen Umwandlung zwischen Ganzzahl und Gleitkommazahl. Allerdings sind beide Bibliotheken nicht in der Lage, die gesamte Vielfalt der in KaSim-PRE verfügbaren Segmenttypen abzubilden, so dass für beide Bibliotheken die Konturen zunächst in eine Liste von Liniensegmenten konvertiert werden müssen. Ein Vergleich der verschiedenen Implementierungen ist in **Tabelle 6.2** aufgelistet. Die sichtbaren Unterschiede in der berechneten Fläche sind auf punktuelle Fehler in einzelnen Rotorstellungen zurückzuführen, in denen die Öffnungsfläche nicht korrekt ermittelt wurde. Der Einfluss dieser Fehler wird durch die Integration jedoch entsprechend abgemindert, in Einzelfällen kann das resultierende Kammermodell dennoch unbrauchbar sein bzw. benötigt eine manuelle Nachbearbeitung. Bei der Verwendung der Algorithmen aus Boost und CGAL sind im Rahmen dieser Arbeit keine fehlerhaften axialen Öffnungsflächen festgestellt worden.

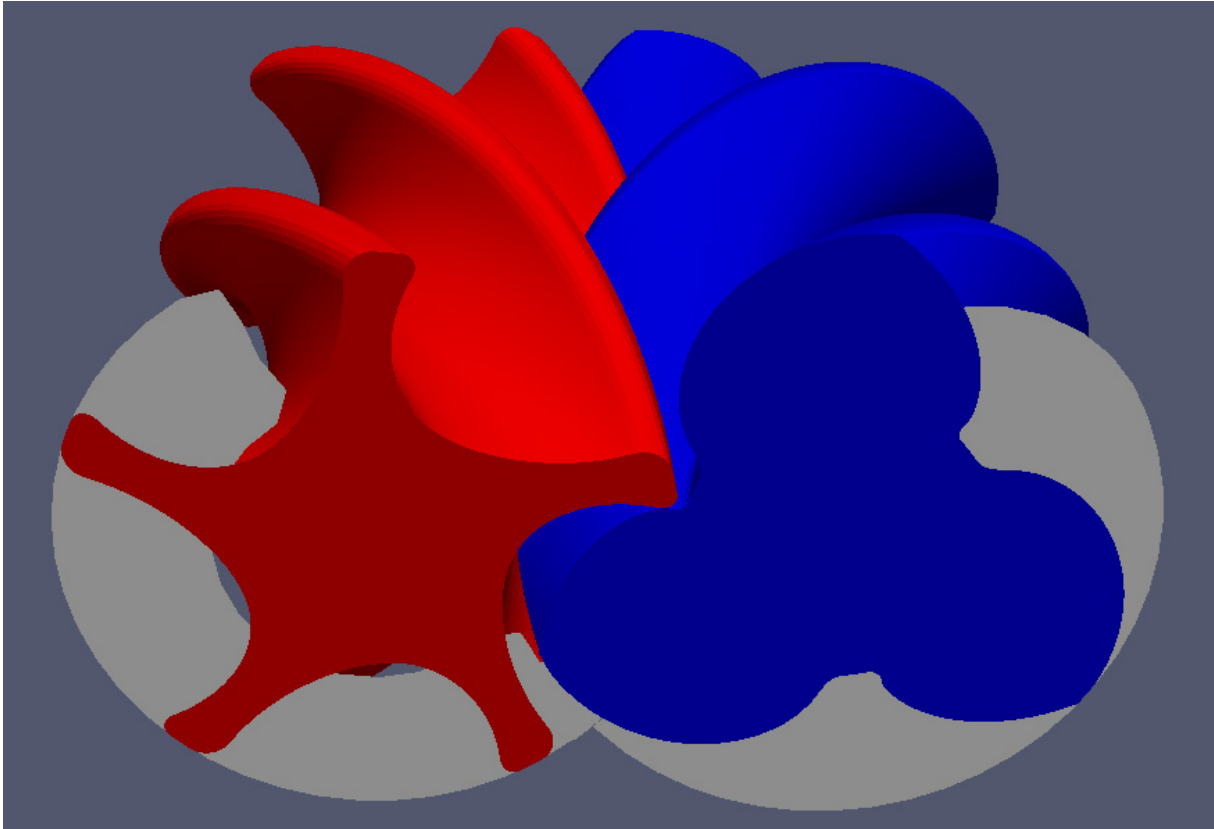
**Tabelle 6.2:** Ergebnisse verschiedener Implementierungen zur axialen Öffnungsflächenberechnung im Vergleich mit der eigenen Implementierung des Greiner-Hormann-Algorithmus

	Greiner-Hormann-Algorithmus	CGAL	Boost
<b>Fläche [%]</b>	100	100,5	100,5
<b>Laufzeit [%]</b>	100	5,22	4,9

Da sich die am Beispiel der axialen Einlassfläche zum Nebenrotor ermittelte, über die Phase integrierte Fläche quasi nicht unterscheidet, wird zudem noch ein Vergleich der benötigten Rechenzeit angestellt. Hierbei zeigt sich, dass der im Rahmen dieser Arbeit implementierte Algorithmus zwar quantitativ gute Ergebnisse liefern kann, die Implementierung gegenüber etablierten Algorithmen aber nicht sehr effizient ist. Ein exemplarisches Ergebnis der Identifikation der axialen Einlassflächen ist in **Abbildung 6.37** dargestellt.

<sup>20</sup> [www.cgal.org](http://www.cgal.org), besucht am 26.06.2015 um 17:30 Uhr

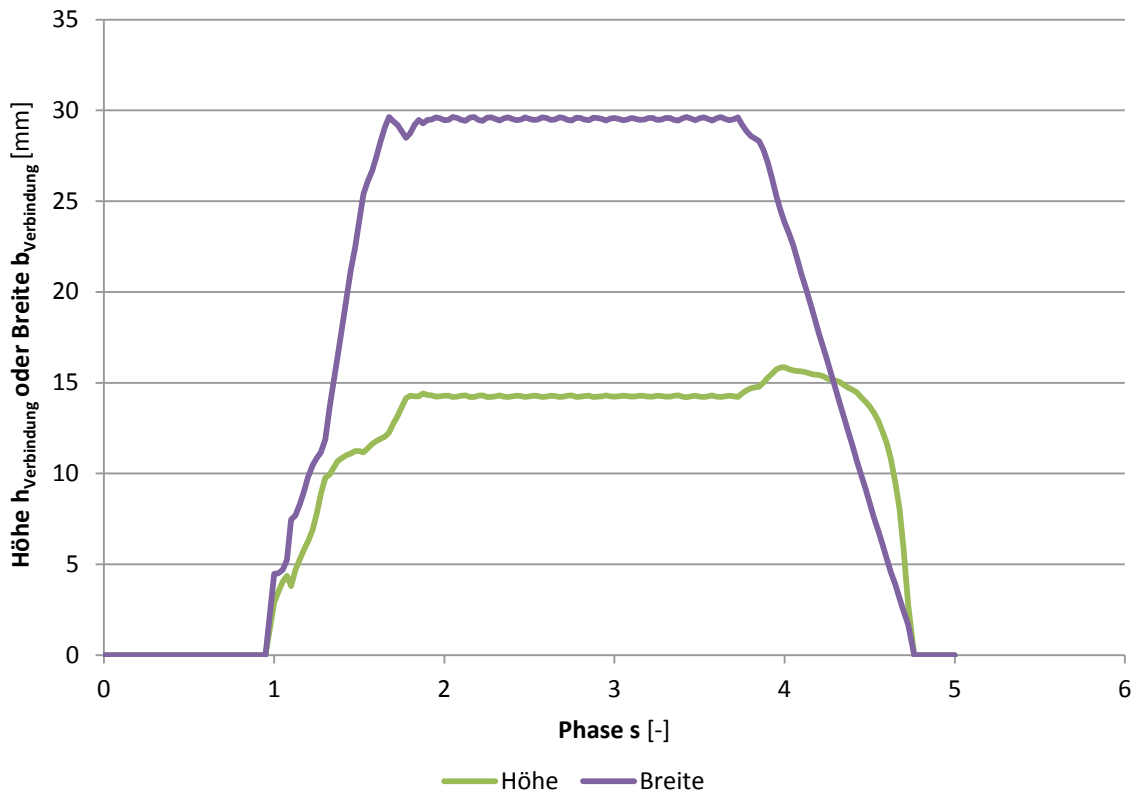
<sup>21</sup> [www.boost.org](http://www.boost.org), besucht am 26.06.2015 um 17:42 Uhr



**Abbildung 6.37:** Exemplarische Darstellung der arbeitskammerbezogenen axialen Einlassflächen

Die Berechnung des Flächeninhaltes ist funktional identisch mit der numerischen Integration der Arbeitskammerfläche im Stirnschnitt, da in der Implementierung die gleiche Datenstruktur zum Einsatz kommt. Dementsprechend ist der Einfluss des numerischen Parameters der Integrationsschrittweite bereits bekannt und wird an dieser Stelle nicht erneut untersucht. Die Parametrisierung eines Spaltströmungsmodells für die Modellierung des Ladungswechsels erfordert, wie auch bei den radialen Öffnungsflächen, die mathematische Zerlegung der Fläche in die beiden Faktoren Höhe  $h_{\text{Verbindung}}$  und Breite  $b_{\text{Verbindung}}$ . Für die axiale Fläche wird jedoch ein anderer Ansatz angewendet. Ausgehend von dem jeweiligen Rotormittelpunkt werden mit Hilfe eines Strahls die Schnittpunkte mit der Kontur der arbeitskammerbezogenen Einlassfläche berechnet. Dieses Vorgehensweise wird für den gesamten Winkelbereich der Öffnungsfläche wiederholt und alle Distanzwerte der Punktepaare gemittelt. Das Ergebnis ist die mittlere Höhe  $h_{\text{Verbindung}}$  der Rechteckfläche in der entsprechenden Rotorstellung. Die zugehörige Breite  $b_{\text{Verbindung}}$  wird durch Division der Fläche durch die Höhe berechnet. Ein exemplarisches Ergebnis für die axialen Einlassflächen des Nebenrotors ist in **Abbildung 6.38** zu sehen.





**Abbildung 6.38:** Höhe  $h_{\text{Verbindung}}$  und Breite  $b_{\text{Verbindung}}$  der äquivalenten Rechteckfläche als Funktion der Phase  $s$  zur Modellierung der axialen Einlassflächen am Beispiel des Nebenrotors

Während des Entstehens und Verschwindens der Öffnungsfläche werden die Höhe und die Breite kontinuierlich größer bzw. kleiner. Über einen großen Phasenbereich stellt sich ein nahezu konstanter Wert ein. Dieser sollte maximal der Differenz zwischen dem Kopf- und Fußkreisradius entsprechen. Im Fall der Nebenrotorseite sind dies 18,5 mm. Der Algorithmus berechnet jedoch eine geringfügig niedrigere Höhe von 14,5 mm. Die Abweichung ergibt sich durch das Rotorprofil im Stirnschnitt, da im Bereich der Arbeitskammer der radiale Abstand zwischen Rotorkontur und umschließendem Gehäuse im Bereich der Gehäusespalte nahezu Null wird (Abbildung 6.37). Somit liefert dieses Verfahren eine geometrisch nachvollziehbare Aufteilung der Fläche in Höhe und Breite.

## 6.5 Identifikation der Grenzfläche des Adsorbens

Das physikalische Modell der Gasrückströmung auf Basis der Ad- und Desorptionskinetik erfordert gegenüber den bisherigen Modellen einen deutlich höheren Aufwand in der Modellgenerierung. Das zu erzeugende Modell setzt sich dabei aus drei Komponenten zusammen. Die Modellierung der Bauteiloberfläche als Adsorbens (auch als Grenzfläche bezeichnet), die

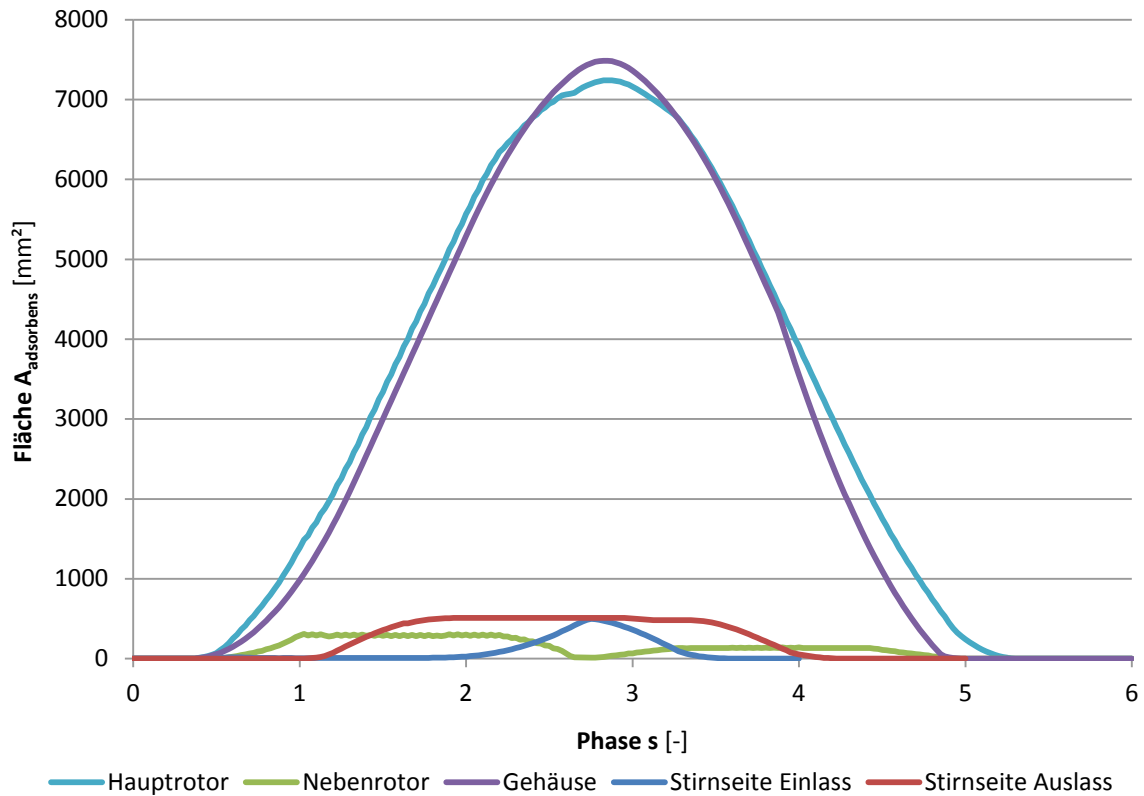
passende Verbindung zur zugehörigen Arbeitskammer und die Transferfläche, die im Absolutsystem den Transfer von Fluid zwischen zwei Grenzflächen modelliert (Kapitel 4.3.5). Da dieses Modell eine sehr spezielle Kopplung an die nulldimensionale Kammermodellsimulation hat, wird nicht strikt zwischen Identifikation und Berechnung der kammermodellspezifischen Größen getrennt.

### **6.5.1 Ermittlung der Grenzflächen im Bezugssystem der Arbeitskammer**

Das Modell der Sorptionskinetik betrachtet immer die Wechselwirkung zwischen einer Gasphase und einem Festkörper. Die Kinetik ist dabei von den Zuständen beider Kapazitäten abhängig und dementsprechend existiert eine Kopplung zwischen den Zuständen der Arbeitskammer und dem Adsorbens. Aus diesem Grund wird die Grenzfläche des Adsorbens immer im Relativsystem der Arbeitskammer betrachtet, da so die Auswertung der thermodynamischen Berechnung vereinfacht wird. Für die Auswertung wird normalerweise eine Ergebnisgröße wie z.B. der Bedeckungsgrad nicht ortsfest auf einer Bauteiloberfläche ausgewertet, sondern ebenso wie z.B. der Druck in einer Arbeitskammer als Funktion der Phase.

Der Prozess der Identifikation beginnt dementsprechend immer bei der Arbeitskammer. Zunächst wird das bekannte Prinzip angewendet, bei dem die Drehwinkelabhängigkeit vernachlässigt und die Arbeitskammer isoliert in einer einzelnen Rotorstellung betrachtet wird. Die Abstraktion der Bauteilsegmente der Arbeitskammer im Stirnschnitt ermöglicht die logische Zuordnung, welcher Teil der Geometrie zu welchem Bauteil gehört. Auf diesem Weg kann die Kontaktfläche der Arbeitskammer zu dem entsprechenden Rotor oder Gehäuse ermittelt werden. Die Flächenberechnung erfolgt analog zu anderen Flächen mit axialer Erstreckung wie z.B. interne Kammerverbindungsflächen (Gl. 6.27). Des Weiteren ist für die Kontaktflächen zum Gehäuse zu berücksichtigen, dass im Bereich der Öffnungsflächen der Adsorbens physikalisch nicht existiert und dementsprechend für die Flächenberechnung die Öffnungsflächen ausgeschlossen werden müssen.

Eine Kammer hat typischerweise Kontakt zu fünf Grenzflächen. Dies sind der jeweilige Rotor und das Gehäuse, wobei im Rahmen der Modellgenerierung die beiden axialen Stirnflächen separat betrachtet werden. Im Fall einer zweiwelligen Maschinengeometrie kann es im Bereich des Profileingriffes auch zu einem Kontakt der Arbeitskammer mit dem jeweils anderen Rotor kommen.



**Abbildung 6.39:** Grenzfläche  $A_{\text{adsorbens}}$  des Adsorbens zu den fünf Bauteilen als Funktion der Phase  $s$  für die Arbeitskammern der Hauptrotorseite

Das Ergebnis der Analyse für die Hauptrotorarbeitskammern zeigt **Abbildung 6.39**. Die größten Grenzflächen existieren jeweils zum Hauptrotor und zum Gehäuse. Der Verlauf der Hauptrotorgrenzfläche ist fast symmetrisch bezüglich des Maximalwertes, wohingegen für die Grenzfläche des Gehäuses der Einfluss der radialen Auslassfläche ab einer Phase von 4,0 sichtbar wird. Obwohl die Arbeitskammer erst bei einer Phase von etwa 5,2 verschwindet und dementsprechend noch eine Grenzfläche zum Hauptrotor existiert, ist die Grenzfläche zum Gehäuse bereits deutlich vorher verschwunden. Dieser Sachverhalt ist durch die radialen Auslassflächen erklärbar, da in der letzten Phase des Ausschleibvorgangs das Fluid nur noch Kontakt zum Rotor hat. Die Fläche des Adsorbens auf dem Nebenrotor ist deutlich kleiner und existiert nur im Bereich des Profileingriffs. In einer ähnlichen Größenordnung sind die Grenzflächen zu den Gehäusestirnseiten. Sowohl bei der Grenzfläche im Einlassbereich als auch im Auslassbereich ist der Einfluss der axialen Öffnungsflächen erkennbar. Aufgrund der großen axialen Einlassflächen erreicht die Grenzfläche erst mit Abschluss des Ansaugvorgangs eine nennenswerte Größe. Auf der Auslassseite ist der Effekt durch die unterbrochene Symmetrie ebenfalls ersichtlich, jedoch weniger stark ausgeprägt, da der Screw Vacuum Blower primär über eine radiale Auslassfläche verfügt.

Die Festlegung der Verbindung zwischen Fluidkapazität und den jeweiligen Grenzflächen ist im Rahmen der Modellgenerierung sehr einfach, da durch die beiden angeschlossenen Kapazitäten bereits alle benötigten Informationen vorliegen. Lediglich die Modelle für Ad- und Desorptionskinetik müssen durch den Nutzer vorgegeben bzw. verändert werden.

### 6.5.2 Ermittlung der Transferflächen im Absolutsystem

Die geometrische Definition der Fläche des Adsorbens in einen arbeitskammerfesten Bezugssystem erfordert die Definition von Transferflächen mit deren Hilfe der Übergang von adsorbiertem Fluid über die Grenzen von zwei Adsorbens modelliert werden kann. Die gemeinsame Grenze zwischen zwei Adsorbens ist geometrisch im Regelfall durch die Spaltverbindung beschrieben, die die beiden an den Adsorbens grenzenden Arbeitskammern verbindet. Durch die Ausnutzung dieses Zusammenhangs ist somit die logische Komponente der Verbindungen für das Kammermodell bereits bekannt und muss nicht separat aus der Geometrie der Grenzflächen abgeleitet werden.

Dementsprechend wird der eigentlichen geometrischen Berechnung und Aufbereitung der Transferfläche für die thermodynamische Simulation eine größere Aufmerksamkeit zuteil. Die freie Wahl der numerischen Zeitschrittweite zur Unterteilung der normierten Phase in KaSim erfordert eine Entkopplung von der geometrischen Schrittweite des Hauptrotordrehwinkels  $\Delta\alpha_{HR}$  während der Modellgenerierung. Um dies zu erreichen, werden die Transferflächen  $A_T$  für einen festen Drehwinkel  $\Delta\alpha_{HR}$  berechnet und auf den zu dem Drehwinkel gehörigen Phasenschritt  $\Delta s_{HR}$  bezogen. Dieser ist das Produkt des Drehwinkels und des Zahnteilungswinkels  $\varphi_{ZT,HR}$  (Gl. 6.30).

$$A_T = \frac{A}{\Delta s_{HR}} = A \cdot \frac{\varphi_{ZT,HR}}{\Delta\alpha_{HR}} \quad \text{Gl. 6.30}$$

Auf diesem Weg kann KaSim die tatsächliche Transferfläche dann für beliebige Phasenschritte  $\Delta s$  berechnen (Gl. 4.32), eine entsprechende Linearität der Transferfläche in  $\Delta\alpha_{HR}$  vorausgesetzt. Für die geometrische Berechnung müssen jedoch die Spaltverbindungen selektiert werden, da zwar alle Spaltverbindungen eine Grenze zwischen zwei Adsorbens beschreiben, aber nicht jeder Spalt stellt im Absolutsystem einen Übergang dar. Die Grenzflächen zwischen

Gasphase und Adsorbens am Gehäuse befindet sich im Relativsystem der Arbeitskammer, die an der realen Gehäusefläche adsorbierten Moleküle sind jedoch ortsfest. Deshalb muss hier eine Transferverbindung eingesetzt werden, welche zwischen zwei Arbeitskammerrelativsystemen transportiert. Dieser Fall schließt die Stirnspalte ebenfalls mit ein. Dies gilt damit z.B. nicht für die Gehäusespaltverbindung auf der Rotoroberfläche, da sich sowohl die reale Fläche und ihre Berandung gleichermaßen relativ zueinander bewegen. Einen Sonderfall stellt hierbei der Profileingriffsspalt dar, welcher effektiv die Größe der Grenzflächen verändert und damit ebenfalls an einem Transfer beteiligt werden muss.

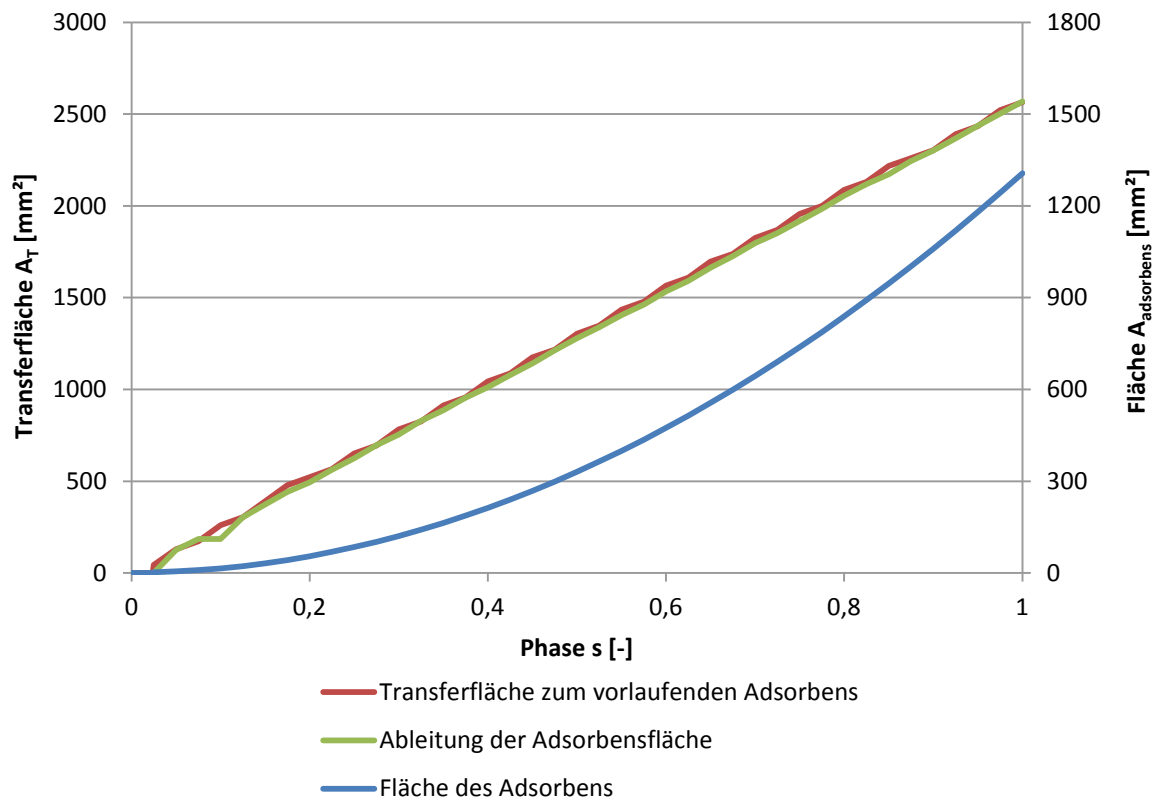
Die geometrische Berechnung der Transferflächen  $A_T$  für die vorselektierten Spaltverbindungen wird dann mittels einer Rotation der Spaltpunkte um den Winkel  $\Delta\alpha$  durchgeführt. Da KaSim-PRE Spaltverbindungen in jeder Rotorstellung als eine Liste von sequentiellen Punktpaaren definiert, wird die numerische Berechnung auf die gleichzeitige Betrachtung von zwei benachbarten Spaltpunktpaaren  $i$  und  $i+1$  reduziert. Die durch die Rotation aufgespannte Teilfläche wird als Produkt der projizierten Breite  $z_i - z_{i+1}$  und dem aus dem Hauptrotorwinkelinkrement  $\Delta\alpha_{HR}$  und dem mittleren Radius  $r$  folgenden Kreisbogen berechnet. Die Rotation erfolgt um die Achse des jeweiligen Rotors (**Gl. 6.31**).

$$A_T(\Delta\alpha) = \sum_{i=0}^{n-1} \|z_i - z_{i+1}\| \cdot \frac{r_i + r_{i+1}}{2} \cdot \Delta\alpha \quad \text{Gl. 6.31}$$

Durch eine Summation über alle Spaltpunktpaare ergibt sich dann die Gesamtfläche  $A_T$ , die zum Schluss noch auf den zum Hauptrotorwinkelinkrement zugehörigen Phasenschritt bezogen wird (Gl. 6.30). Bei der Berechnung gibt es prinzipiell noch zwei Besonderheiten zu beachten. Die erste Besonderheit betrifft zweiwellige Maschinenbauarten. Bei diesen ist durch die potentiell unterschiedliche Zähnezahl von Haupt- und Nebenrotor für alle Berechnungen mit Beteiligung des Nebenrotors das Übersetzungsverhältnis zu berücksichtigen. Der zweite Aspekt betrifft die Öffnungsflächen des Gehäuses. Diese müssen, analog zu der Berechnung des Adsorbens, ebenfalls berücksichtigt werden. Spaltpunktpaare mit Kontakt zum Gehäuse werden immer dann in einer Berechnung übersprungen, wenn sie sich innerhalb einer Öffnungsfläche befinden.

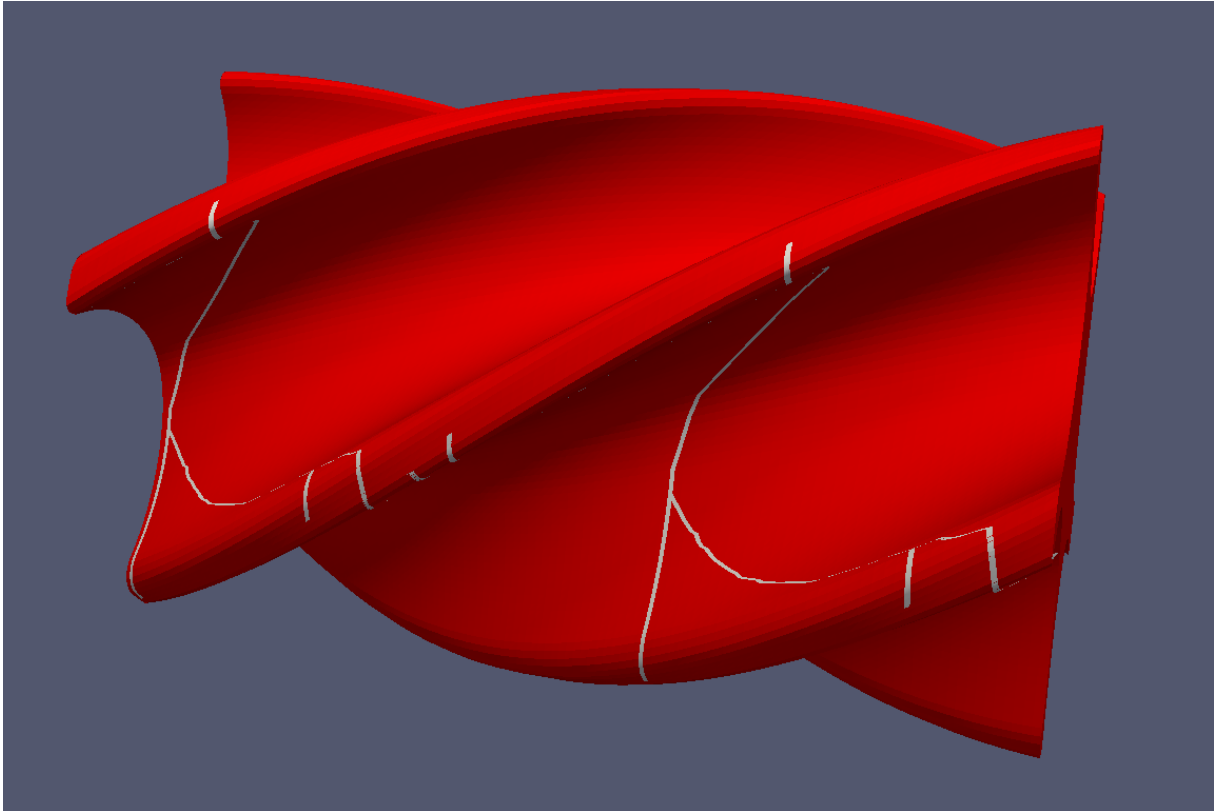
Eine exemplarische Berechnung der Transferfläche ist in **Abbildung 6.40** zu sehen. In diesem Beispiel ist bewusst die Entstehungsphase einer Grenzfläche auf dem Nebenrotorgehäuse

ausgesucht worden, da die Fläche des Adsorbens nur eine Transferverbindung benötigt. Auf eine Berücksichtigung der Gehäusestirnfläche wird an dieser Stelle verzichtet.



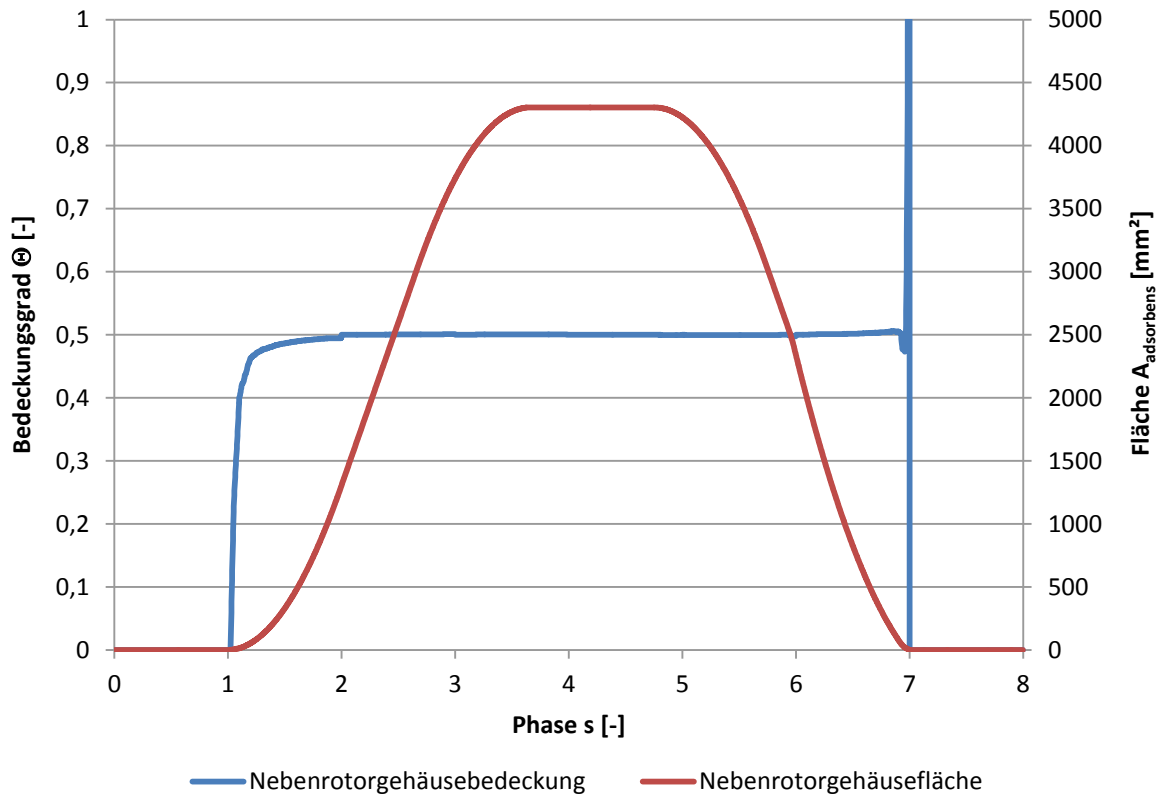
**Abbildung 6.40:** Transferfläche  $A_T$  zum vorlaufenden Adsorbens auf dem Gehäuse als Funktion der Phase  $s$  im Vergleich mit dem numerisch gebildeten Gradienten der Fläche des Adsorbens  $A_{\text{adsorbens}}$

In diesem Spezialfall ist es möglich, die berechnete Transferfläche mittels der Ableitung der Fläche des Adsorbens nach der Phase zu berechnen. Die Berechnung der Transferfläche auf Basis der Spaltgeometrie erzielt das gleiche Ergebnis wie das vereinfachte Verfahren auf Basis der Gradientenbildung. Der große Vorteil der geometrischen Berechnung liegt in der Reduktion regelbasierter Fallunterscheidungen, da für die meisten Grenzflächen mehr als eine Transferverbindung existieren und somit nicht klar ist, welcher Transferverbindung welcher Anteil am Gradienten zuzuordnen ist. Die Komplexität der verschiedenen Verbindungen, welche im Bereich des Profileingriffs entsteht, ist exemplarisch in **Abbildung 6.41** veranschaulicht.



**Abbildung 6.41:** Exemplarische Darstellung aller Transferflächen des Nebenrotors

Eine Möglichkeit, das geometrische Modell abseits einiger Spezialfälle zu überprüfen, ist die Durchführung einer thermodynamischen Simulation mit einem einfachen Kammermodell, welches die Ad- und Desorptionskinetik und damit die Interaktion zwischen Arbeitskammer und Grenzfläche vernachlässigt. Damit ist die mögliche Interaktion des Adsorbens auf die Transferflächen reduziert. Unter der Annahme, dass alle Transferflächen richtig bestimmt sind und für alle Grenzflächen die gleiche Bedeckung als Startwert vorgegeben ist, stellt sich ein über die gesamte Phase konstanter Bedeckungsgrad ein. Das Ergebnis einer solchen Berechnung für das Nebenrotorgehäuse ist in **Abbildung 6.42** dargestellt.



**Abbildung 6.42:** Nebenrotorgehäusefläche  $A_{\text{adsorbens}}$  und zugehöriger Bedeckungsgrad  $\Theta$  als Funktion der Phase  $s$  unter Vernachlässigung der Ad- und Desorptionskinetik

Der Bedeckungsgrad ist für alle Kapazitäten mit einem Startwert von 0,5 angenommen. Als Funktion der Phase ist zu sehen, dass mit Ausnahme der Bereiche des Entstehens und Verschwindens der Bedeckungsgrad seinen initialen Startwert beibehält. Die Abweichungen vom als konstant erwarteten Bedeckungsgrad entstehen maßgeblich durch numerische und geometrische Ungenauigkeiten, bei denen die ermittelte Transferfläche nicht exakt zu der Änderung der jeweiligen Grenzfläche passt (Abbildung 6.40). Insbesondere im Bereich des Profilleinriffsspalt ist die Modellierung sehr komplex (Abbildung 6.41) und punktuell unvollständig. Dennoch kann im Rahmen der Arbeit dieses Modell evaluiert und in Zukunft weiter verfeinert werden.

## 6.6 Identifikation und Parametrisierung des konvektiven Wärmeübergangs

Die Modellierung des Wärmeübergangs umfasst für das Pre-Processing zwei wesentliche Aspekte. Einerseits müssen die Wärmeübergangsflächen zwischen Arbeitskammern, Spaltverbindungen und Bauteilen identifiziert und berechnet werden und andererseits müssen die von der Simulation benötigten Parameter für das physikalische Konvektionsmodell ermittelt wer-



den. Insbesondere bei der Identifikation der Wärmeübergangsflächen werden verschiedene Ansätze zur Modellierung der Bauteile bzw. deren relevante Oberfläche als Wärmekapazität in der thermodynamischen Simulation vorgestellt und die entsprechenden Vor- und Nachteile analysiert.

### **6.6.1 Parametrisierung der erzwungenen Konvektion**

In der thermodynamischen Simulation wird das Modell der erzwungenen Konvektion zur Beschreibung des Wärmeübergangs sowohl für die Arbeitskammern als auch für die Spaltverbindungen eingesetzt. Eine Analyse und Ableitung der Relativgeschwindigkeiten der Spaltströmung in Bezug auf den Rotor und das Gehäuse zeigt [5]. Damit in der thermodynamischen Simulation aus der druckdifferenzgetriebenen Spaltströmungsgeschwindigkeit die Relativgeschwindigkeiten zur Bestimmung der Reynolds-Zahlen berechnet werden können, ist lediglich der mittlere Winkel sowie der mittlere Radius der Spaltverbindung erforderlich. Beide Größen können einfach aus der dreidimensionalen Spaltgeometrie abgeleitet werden. Da die Berechnung des Winkels analog zum Korrekturverfahren der Spaltlänge in Strömungsrichtung funktioniert (Abbildung 6.18), wird im Weiteren auf eine detailliert Ableitung verzichtet.

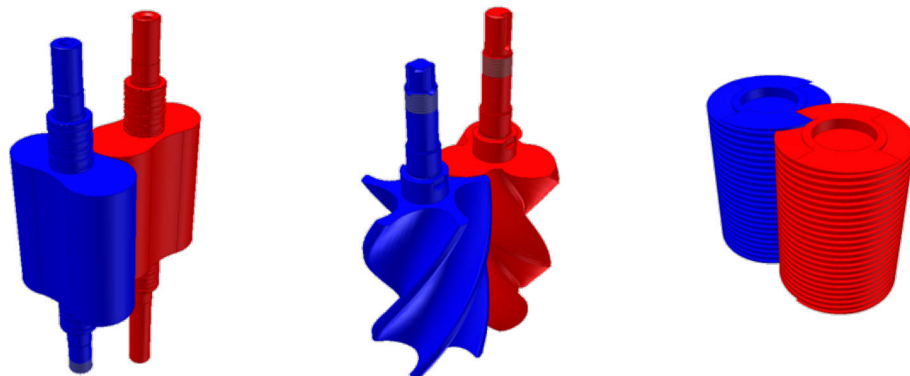
Die Anwendung der erzwungenen Konvektion auf die Arbeitskammer erfordert eine tieferegehende, hypothetische Betrachtung der zu erwartenden Strömungsverhältnisse in zweiwelligen Rotationsverdrängermaschinen. Da die thermodynamische Simulation nur einen homogenen Kammerzustand kennt und Strömungsgeschwindigkeiten in Fluidkapazitäten vernachlässigt, muss die Relativgeschwindigkeit zum Rotor und zum Gehäuse bereits in der Phase der Modellgenerierung durch eine Konstante definiert werden, welche sich idealerweise proportional zur Modellfrequenz verhält.

Zunächst wird die Relativgeschwindigkeit zum Gehäuse betrachtet. Hierzu wird die Annahme getroffen, dass sich das Fluid in der Arbeitskammer normal zu den begrenzenden Gehäusespaltverbindungen bewegt. In Abhängigkeit des Umschlingungswinkels des Rotors ändert sich dann die Bewegung der Arbeitskammer relativ zum Gehäuse. Für den Fall einer typischen Wälzkolben-Vakuumpumpe entspricht die Relativgeschwindigkeit der Umfangsgeschwindigkeit am Gehäusedurchmesser. Mit zunehmendem Umschlingungswinkel ergibt sich zusätzlich eine axiale Komponente in der Geschwindigkeit. Dadurch mindert sich die Relativgeschwindigkeit zum Gehäuse derart, dass im Fall einer typischen Schraubenspindelgeo-

metrie de facto nur noch die axiale Komponente übrig bleibt, da sich das Fluid durch die sehr kleine Steigung nahezu nicht mehr in Umfangsrichtung relativ zum Gehäuse bewegt.

Die Relativgeschwindigkeit zum Rotor kann nach dem gleichen Prinzip abgeschätzt werden. Es wird lediglich das Bezugssystem gewechselt, da sich Rotor und Arbeitskammer im selben bewegten Bezugssystem befinden. Während für die Bewegung relativ zum Gehäuse nur eine Bewegung normal zu den begrenzenden Spaltverbindungen als möglich angenommen wird, ist die Strömungsgeschwindigkeit relativ zum Rotor immer tangential zu den begrenzenden Spalten. Daraus ergibt sich für den Fall der Wälzkolben-Vakuumpumpe, dass die Relativgeschwindigkeit zu Null wird. Erst mit steigendem Umschlingungswinkel wird die tangential Komponente der projizierten Umfangsgeschwindigkeit größer, bis sie im anderen Grenzfall der Schraubenspindelpumpe den Maximalwert, die Umfangsgeschwindigkeit am Gehäuse, erreicht. Wichtig ist hierbei, dass die Umfangsgeschwindigkeit mit Hilfe des mittleren Radius der Rotoroberfläche gebildet wird. Eine prinzipielle Übersicht beider Relativgeschwindigkeiten für typische Bauformen von Vakuumpumpen und den Screw Vacuum Blower befindet sich in **Tabelle 6.3**.

**Tabelle 6.3:** Berechnung der Relativgeschwindigkeiten für den konvektiven Wärmeübergang in Arbeitskammern für ausgewählte Rotorgeometrien unter der Annahme eines homogenen Kammerzustands ohne eigenes Geschwindigkeitsfeld



<b>Gehäuse</b>	Umfangsgeschwindigkeit	Normalkomponente der Umfangsgeschwindigkeit	Axial Arbeitskammergeschwindigkeit
<b>Rotor</b>	Keine	Tangentialkomponente der Umfangsgeschwindigkeit	Umfangsgeschwindigkeit

Die Berechnung der jeweiligen Geschwindigkeitskomponenten basiert auf dem bereits bekannten Winkel  $\alpha$  (Gl. 6.16), welcher in der Ebene der abgewickelten Bauteiloberfläche durch die Rotorachsrichtung und den Rotorzahnkopf eingeschlossen wird (Abbildung 6.18). Der

Winkel  $\alpha$  wird nach Gl. 6.15 berechnet. Mit Hilfe des Winkels  $\alpha$  werden dann die Relativgeschwindigkeiten berechnet. Die Relativgeschwindigkeit zum Gehäuse  $c_{\text{Gehäuse}}$  verläuft orthogonal zum Rotorzahnkopf (**Gl. 6.33**).

$$c_{\text{Gehäuse}} = c_{\text{Umfang}} \cdot \cos \alpha \quad \text{Gl. 6.32}$$

Die Relativgeschwindigkeit zum Rotor  $c_{\text{Rotor}}$  soll definitionsgemäß parallel zum Rotorzahnkopf verlaufen (**Gl. 6.33**).

$$c_{\text{Rotor}} = c_{\text{Umfang}} \cdot \sin \alpha \quad \text{Gl. 6.33}$$

Für die Geschwindigkeiten bei mehrwelligen Maschinenausführungen muss, analog zu den Berechnungen der Spaltberandungsgeschwindigkeit, das jeweilige Übersetzungsverhältnis berücksichtigt werden. Die für die Parametrisierung der erzwungenen Konvektion ebenfalls benötigte charakteristische Länge  $l_{\text{char}}$  kann für das Gehäuse zunächst in Umfangsrichtung in den jeweiligen Stirnschnitten der Arbeitskammern bestimmt werden. Der resultierende Wert wird mittels des Winkels  $\alpha$  in die passende Ebene projiziert (**Gl. 6.34**).

$$l_{\text{char,Gehäuse}} = \bar{l}_{\text{Kammer,Umfang}} \cdot \sin \alpha \quad \text{Gl. 6.34}$$

Für den Rotor wird ein abweichender Ansatz verfolgt. Unter der Annahme, dass die Strömung in der Kammer dem Zahnlückenvolumen folgt, wird die Länge der Arbeitskammer in Rotorachsrichtung  $l_{\text{Kammer,z}}$  entsprechend des Winkels  $\alpha$  korrigiert und als charakteristische Länge verwendet. (**Gl. 6.35**)

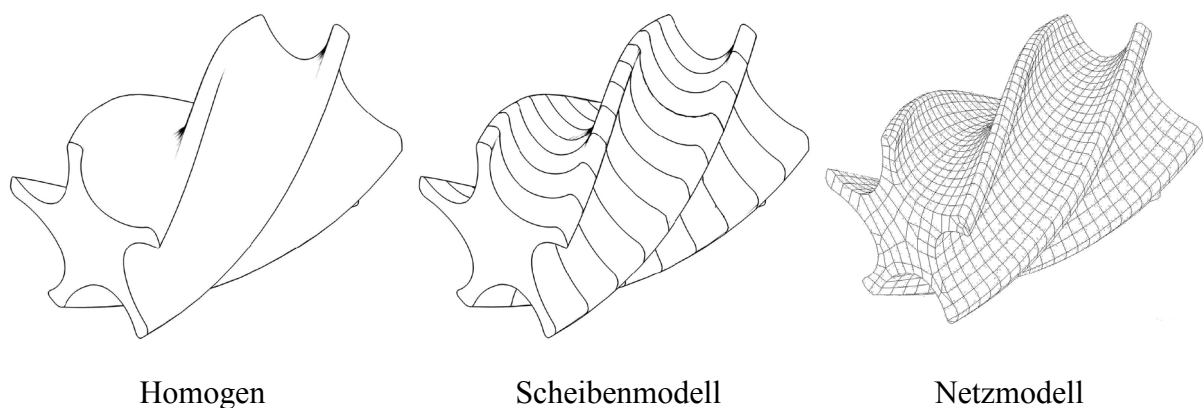
$$l_{\text{char,Rotor}} = \frac{l_{\text{Kammer,z}}}{\sin \alpha} \quad \text{Gl. 6.35}$$

Dieses Model ist eine vereinfachte Darstellung des Strömungsfeldes in der Arbeitskammer zur Abschätzung der Relativgeschwindigkeiten und charakteristischen Längen zur Parametrisierung eines Wärmeübergangmodells basierend auf erzwungener Konvektion. Dieser Sachverhalt wird insbesondere an der verschwindenden Relativgeschwindigkeit zum Rotor für Rotoren ohne Umschlingung deutlich. Es existieren zwar in der Literatur Modelle, die in ihren

grundlegenden Annahmen und ihrem Detailgrad weiter fortgeschritten sind, z.B. [133], die jedoch meistens mit einem Fokus auf Schraubenmaschinen im atmosphärischen Anwendungsbereich entwickelt wurden. Die stellen somit im Rahmen dieser Arbeit keinen Mehrwert dar und sind aus diesem Grund nicht weiter untersucht worden.

### 6.6.2 Modellierung der Bauteiloberflächen als Wärmekapazität

Im Kontext der thermodynamischen Simulation wird die Oberfläche der Bauteile wie Rotor oder Gehäuse durch eine Wärmekapazität abgebildet, welche sich durch eine unveränderliche Temperatur auszeichnet und die Bilanzierung der ein- und ausgehenden Wärmeströme ermöglicht. Um das thermische Verhalten der Bauteile in der thermodynamischen Simulation abzubilden, sind verschiedene Ansätze umgesetzt worden, die am Beispiel des Rotors in **Abbildung 6.43** gezeigt werden.

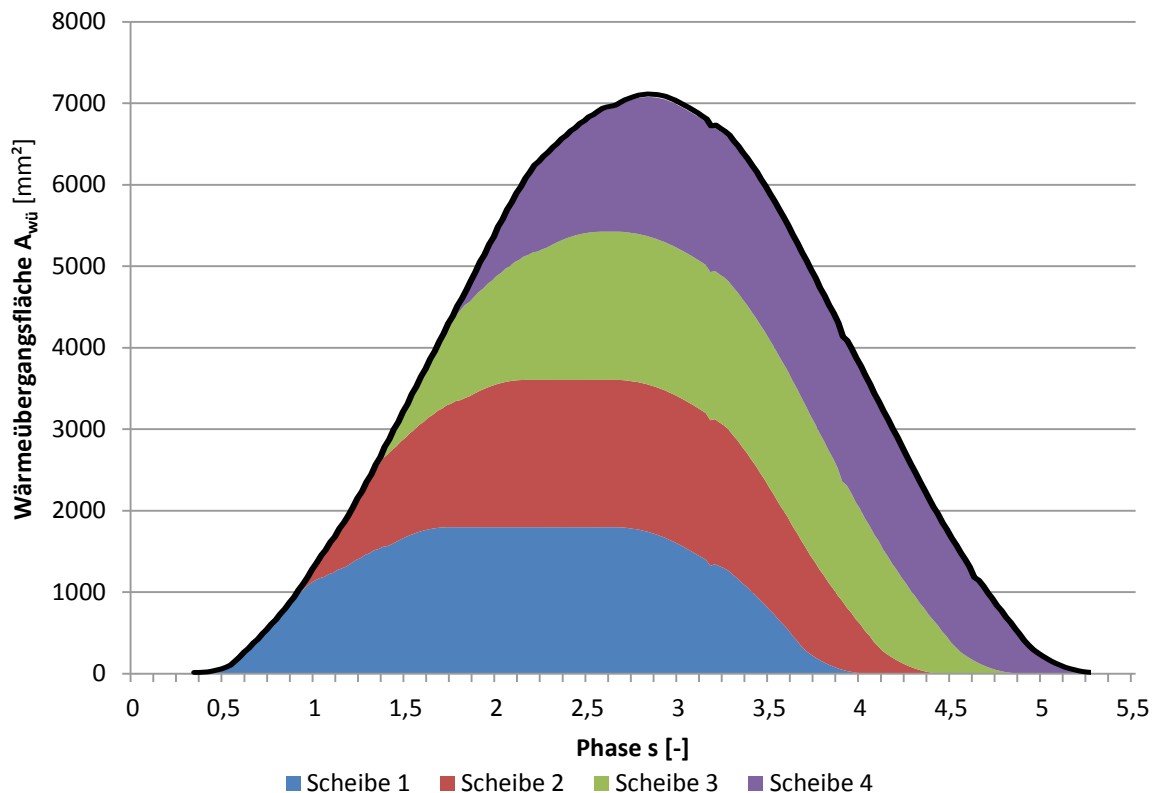


**Abbildung 6.43:** Verschiedene Ansätze zur Modellierung der Bauteiloberflächen als Wärmekapazitäten für die thermodynamische Simulation [101]

Im einfachsten Fall wird das gesamte Bauteil als eine Wärmekapazität modelliert. Dieses Modell eignet sich insbesondere dann, wenn für das Bauteil eine homogene Temperatur angenommen werden soll und eine Kopplung mit einer strukturmechanischen Berechnung nicht angestrebt wird. Dieses Modell stellt gleichzeitig auch den Sonderfall des Scheibenmodells dar. Das Scheibenmodell ermöglicht die Vorgabe einer axialen Temperaturverteilung und damit eine Betrachtung der resultierenden Wärmeströme als Funktion der Rotorscheiben. Im Hinblick auf die Kopplung mit einer strukturmechanischen Simulation stellt dieses Modell für den Rotor eine gute Wahl dar, da aufgrund der hohen Umfangsgeschwindigkeiten lediglich Temperatur- und Wärmestromgradienten in Richtung der Rotorachse zu erwarten sind, jedoch nicht in Umfangsrichtung. Das Netzmodell verwendet direkt das unstrukturierte Netz der

strukturmechanischen Berechnung und erstellt für jedes Oberflächenelement eine Wärmekapazität. Dieses Modell ist für die Verwendung mit Rotorgeometrien zu komplex, stellt jedoch für das Gehäuse eine gute Wahl dar, da im Gehäuse, je nach Bauart der Maschine, Gradienten in Achs- und Umfangsrichtung zu erwarten sind. Um den unterschiedlichen Ansprüchen der Bauteile Rotor und Gehäuse an die Art der Modellierung gerecht zu werden, existiert ein hybrides Modell, welches das Gehäuse mit Hilfe eines unstrukturierten Netzes und die Rotoren mit Hilfe des Scheibenmodells abbildet.

Die geometrische Berechnung bestimmt, in Abhängigkeit des Modellierungsansatzes, die drehwinkelabhängigen Wärmeübergangsflächen für Arbeitskammern und Spaltverbindungen. Die eigentliche Berechnung funktioniert wie die Berechnung der gemeinsamen Verbindungsfläche zwischen den Haupt- und Nebenrotorkammern, indem die Kontaktfläche der Arbeitskammer und der Spaltberandung zu der Wärmekapazität ausgewertet wird. Diese aufwändige Berechnung kann gezielt eingesetzt werden, indem die logischen Informationen der Bauteilsegmente ausgewertet werden. Somit kann vor der Berechnung der gemeinsamen Kontaktfläche bereits geprüft werden, ob ein entsprechender Abschnitt der Arbeitskammer überhaupt Kontakt zum Bauteil hat. Ein exemplarisches Ergebnis für die Wärmeübergangsfläche  $A_{wü}$  zum Hauptrotor für das Scheibenmodell mit 4 Scheiben ist in **Abbildung 6.44** dargestellt.



**Abbildung 6.44: Kumulierte Wärmeübergangsfläche  $A_{wü}$  zum Hauptrotor für das Scheibenmodell mit vier Scheiben im Vergleich mit dem Ergebnis des homogenen Modells (schwarz)**

Die einzelnen Wärmeübergangsflächen sind kumuliert dargestellt, so dass die Hüllkurve direkt mit dem Ergebnis des homogenen Modells verglichen werden kann. Hierbei ist eine sehr gute Übereinstimmung der Flächen feststellbar. Ein graphischer Vergleich mit den Ergebnissen des Modells auf Basis eines Netzes ist aufgrund der Vielzahl an Teilflächen nicht zielführend, die Übereinstimmung ist aber ähnlich gut.

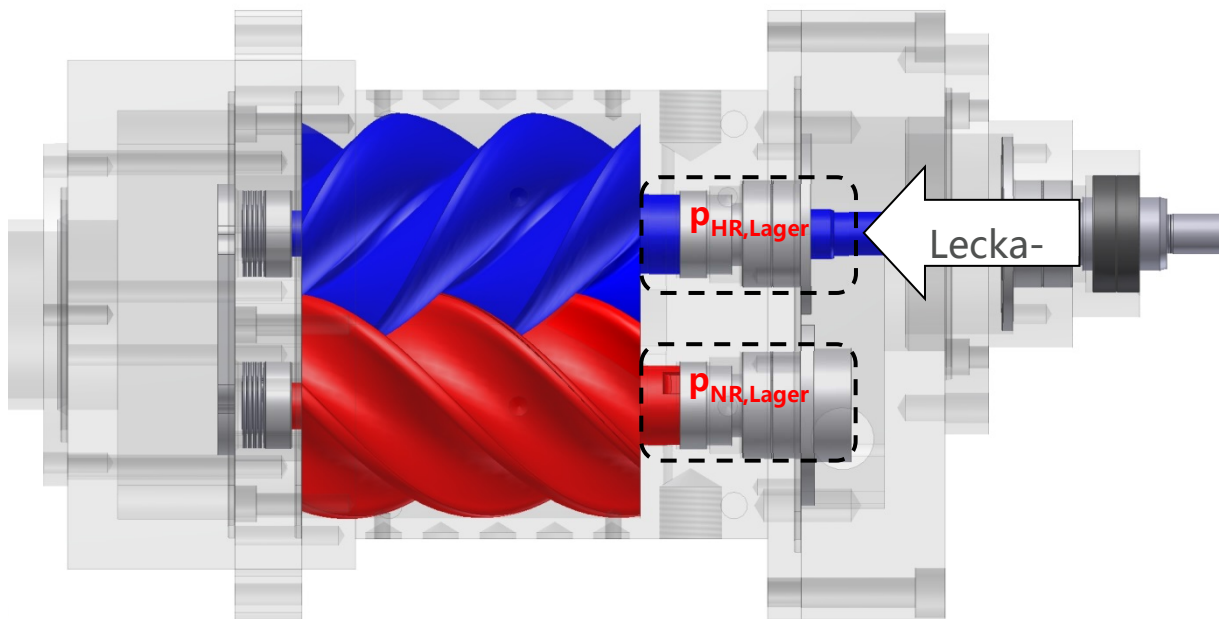
KaSim-PRE und die zusätzlichen Werkzeuge der gekoppelten thermischen und strukturellen Simulation müssen, unabhängig von der Modellierung der Wärmekapazitäten, mit den Ergebnissen und Eingabedaten der strukturellen Simulation interagieren. Die von KaSim berechneten Wärmeströme müssen als Randbedingung immer auf ein Netz übertragen werden, die von einer strukturellen Simulation berechneten Knotentemperaturen müssen auf die Wärmekapazitäten übertragen werden. Details zur Umsetzung und Übertragung von Randbedingungen und Ergebnissen sind in [101] beschrieben.

## **6.7 Identifikation der Lagerräume und ihrer Verbindung zu Arbeitskammern**

An den Stirnseiten der Rotoren ergeben sich, zusätzlich zu den primär in Umfangsrichtung wirksamen Stirnspaltverbindungen, ebenfalls Verbindungen in radialer Richtung, welche alle Arbeitskammern mit Kontakt zu der jeweiligen Stirnseite durch das Lagerraumvolumen miteinander verbinden. Somit ergibt sich damit indirekt eine Verbindung zwischen Arbeitskammern mit verschiedenem Druck und bei kleinen Umschlingungswinkeln sogar eine indirekte Verbindung zwischen ansaugender und ausschiebender Arbeitskammer. Im folgenden Kapitel wird die Modellierung der Lagerräume als Fluidkapazitäten sowie die Ermittlung der Geometrie der Spaltverbindungen zum Lagerraum diskutiert.

### **6.7.1 Abschätzung der Lagerraumvolumina**

Die geometrische Beschreibung der Lagerräume und damit ihres Volumen ist im Rahmen der geometrischen Analyse und Abstraktion eigentlich nicht möglich, da diese Geometrie nicht Bestandteil der für KaSim-PRE erforderlichen Eingabedaten, sondern ein konstruktives Detail des Lagerungs- und Dichtungskonzeptes ist. Ein beispielhafter Schnitt durch die Ebene der Rotationsachsen des Screw Vacuum Blowers ist in **Abbildung 6.45** dargestellt.



**Abbildung 6.45: Lagerraumvolumina der Haupt- und Nebenrotorseite auf der Auslassseite des Screw Vacuum Blowers**

In diesem Beispiel liegt der Fokus auf der Auslassseite einer zweiwelligen Maschine. Das Prinzip ist jedoch auch universell sowohl für einwellige Maschinen als auch für die Einlassseite anwendbar. In diesem Fall ergibt sich sogar noch ein weiterer Sonderfall, da das Lageraumvolumen des Hauptrotors nicht nur eine Verbindung zwischen verschiedenen Arbeitskammern herstellt, sondern, durch die Antriebswelle bedingt, auch eine Verbindung zum Getrieberaum und damit zur Umgebung hat. Dieser Aspekt kann ebenfalls im Rahmen der thermodynamischen Simulation berücksichtigt werden.

Da die geometrischen Details außerhalb der Mantelfläche der Gehäusebohrung liegen, ist eine Berechnung der tatsächlichen Lagerraumvolumina nur durch eine deutliche Erhöhung der Komplexität des geometrischen Modells möglich. Diese Entwicklung ist nicht wünschenswert und zudem nicht erforderlich, da die absolute Größe des Lagerraumvolumens für die meisten Berechnungen, in denen quasi-stationäre Betriebspunkte simuliert werden, aus physikalischer Sicht keine Rolle spielt. Aus diesem Grund wird das Lagerraumvolumen lediglich grob abgeschätzt (Gl. 6.36).



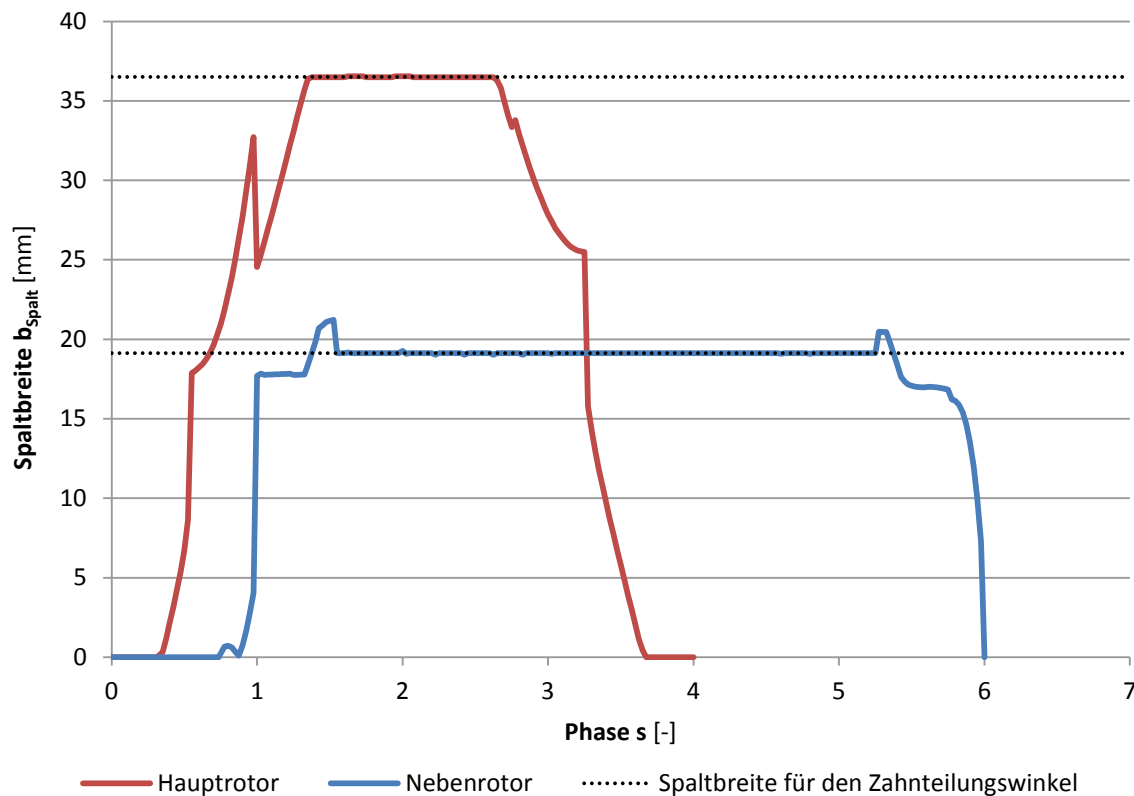


teilsegment des Rotors definiert. Ohne die konkrete Geometrie betrachten zu müssen, werden lediglich die als charakteristische Punkte bestimmten Start- und Endpunkte des Bauteilsegmentes verwendet und der eingeschlossene Winkel berechnet (Gl. 6.37).

$$b_{\text{Spalt}} = r_{F,\text{Rotor}} \cdot \beta$$

Gl. 6.37

Das Prinzip findet für Haupt- und Nebenrotor Anwendung und ermöglicht nach einem einfachen Prinzip die Erstellung von Spaltverbindungen auch im Bereich des Profileingriffs. In den meisten Fällen entspricht der berechnete Winkel jedoch dem Zahnteilungswinkel des Rotorprofils. Die Spaltbreite  $b_{\text{Spalt}}$  ist in **Abbildung 6.47** für die Haupt- und Nebenrotorseite im Vergleich zu dem Wert basierend auf dem jeweiligen Rotorzahnteilungswinkel aufgetragen.



**Abbildung 6.47:** Berechnete Breite  $b_{\text{Spalt}}$  des Spaltes zu den einlassseitigen Lagerräumen auf der Haupt- und Nebenrotorseite im Vergleich mit den Spaltbreiten basierend auf dem jeweiligen Rotorzahnteilungswinkel

Unabhängig von dem betrachteten Rotor entspricht die Spaltbreite über einen großen Phasenbereich dem Wert für den Zahnteilungswinkel. Lediglich während des Entstehungsvorgangs und dem Verschwinden der Arbeitskammer an der Einlassstirnseite ist eine Abweichung fest-

stellbar, die durch die sukzessive kleiner bzw. größer werdende Kammerfläche zustande kommt. Die Unstetigkeit, welche insbesondere für den Hauptrotor offensichtlich ist, hängt mit der Zuordnung der Arbeitskammern zur Haupt- und Nebenrotorseite zusammen.

Die Spalthöhe entspricht der Stirnspalthöhe und stellt somit eine Nutzervorgabe dar, welche nicht separat berechnet wird. Ebenso ist die Definition einer Spaltlänge in Strömungsrichtung nicht möglich, so dass dieser Parameter ebenfalls der Vorgabe des Nutzers obliegt. Eine grobe Näherung in Anlehnung an die Abschätzung des Lagerraumvolumens ermöglicht es, einen Wert für eine vollständige Definition des Kammermodells anzugeben. Die Länge in Spaltströmungsrichtung  $l_{\text{Spalt}}$  beträgt die Hälfte des Fußkreisradius und beschreibt somit den Abstand zwischen dem Fußkreisradius des Rotorprofils und dem inneren Radius des Lagerraumvolumens.

## **6.8 Identifikation druckbelasteter Rotoroberflächen**

Die Identifikation der druckbelasteten Oberflächen eines Rotors stellt die grundlegende Voraussetzung dar, um die von [53] entwickelten mechanischen Komponenten in KaSim zu modellieren. Die vollständige mechanische Modellierung einer Rotationsverdrängermaschine für die thermodynamische Simulation umfasst die Kapazitäten, welche die Rotoren als Starrkörper modellieren und die Verbindungen, welche den Druck in den Arbeitskammern in Form einer Kraft und eines Drehmoments auf die Starrkörper einwirken lassen. Zusätzlich existiert noch eine mechanische Kopplung zwischen den beiden Rotoren sowie eine Antriebskapazität, die entweder eine vorgegebene Drehzahl oder ein vorgegebenes Drehmoment einhält. Im folgenden Kapitel wird ein kurzer Überblick über die Modellierung der Rotoren als Starrkörper sowie der Kraft- und Drehmomentübertragung vom Fluid im Arbeitsraum auf den jeweiligen Rotor gegeben. Die Berechnung der mechanischen An- bzw. Abtriebsmomente der Rotoren ist zudem eine essentielle Voraussetzung für die Analyse der Beanspruchung im Profileingriff unsynchronisierter, zweiwelliger Rotationsverdrängermaschinen.

### **6.8.1 Modellierung der Rotoren als Starrkörper**

Die Modellierung der Rotoren als Starrkörper erfordert die Definition der Masse und des Hauptträgheitsmoments um die Rotationsachse. Die Masse  $m_{\text{Rotor}}$  wird aus dem Volumen des Rotors  $V_{\text{Rotor}}$  und der Dichte  $\rho_{\text{Rotor}}$  bestimmt.

$$m_{\text{Rotor}} = V_{\text{Rotor}} \cdot \rho_{\text{Rotor}} \quad \text{Gl. 6.38}$$

Das Volumen des Rotors kann nach dem gleichen Prinzip bestimmt werden wie das Volumen einer Arbeitskammer, indem statt der Kontur der Arbeitskammer die Kontur des Rotors im jeweiligen Stirnschnitt eingesetzt wird (Gl. 6.5). Das Hauptträgheitsmoment wird ebenfalls mit Hilfe der Bauteilstirnschnitte berechnet. Hierzu wird zunächst das polare Flächenträgheitsmoment im Stirnschnitt  $I_{\text{Stirnschnitt}}$  numerisch bestimmt (Gl. 6.39).

$$I_{\text{Stirnschnitt}} = \sum_i 0,25 \cdot r_i^4 \cdot \Delta\varphi_i \quad \text{Gl. 6.39}$$

Die numerisch Integration erfolgt mit Hilfe von Zylinderkoordinaten, indem der gesamte Winkelbereich in  $i$  Teilschritte unterteilt und das jeweilige Produkt aus Winkelinkrement  $\Delta\varphi_i$  und der vierten Potenz des Radius  $r_i$  aufsummiert wird. Dadurch ist auch die Berechnung für Profile mit Hinterschneidungen im Stirnschnitt möglich, da in einem Bereich mit Hinterschneidung das Winkelinkrement sein Vorzeichen ändert. Das vollständige Trägheitsmoment des Rotors  $\Theta_{\text{Rotor}}$  wird dann durch die Summierung der Flächenträgheitsmomente der jeweiligen Stirnschnitte  $j$  und  $j-1$  ermittelt (Gl. 6.40).

$$\Theta_{\text{Rotor}} = \frac{1}{3} \cdot \rho_{\text{Rotor}} \cdot \sum_j (z_j - z_{j-1}) \cdot (I_{\text{Stirnschnitt},j} + I_{\text{Stirnschnitt},j-1} + \sqrt{I_{\text{Stirnschnitt},j} \cdot I_{\text{Stirnschnitt},j-1}}) \quad \text{Gl. 6.40}$$

Um das Trägheitsmoment auch für entlang der Rotorachse veränderliche Profile richtig zu berechnen, wird das gleiche Verfahren wie bei der Volumenberechnung angewendet (Gl. 6.5). Die berechneten Größen gelten ausschließlich für den profilierten Teil des Rotors. Etwaige Wellenabsätze für Lager, Dichtungen und Kupplungen werden nicht berücksichtigt. Als Validierung der berechneten Ergebnisse wird das von [53] angegebene Trägheitsmoment eines geometrisch identischen Hauptrotors verwendet. Das Trägheitsmoment beträgt  $976 \text{ kgmm}^2$ , der von KaSim-PRE berechnete Wert beträgt  $965 \text{ kgmm}^2$  und ist somit geringfügig niedriger, was maßgeblich auf die fehlenden Wellenabsätze der Lagerstellen zurückzuführen ist.

Die jeweils benötigte Materialdichte kann durch den Benutzer in Form eines in der Datenbank hinterlegten Materials vorgegeben werden. Die Implementierung dieser Datenbank für Festkörperdaten wird somit von KaSim und KaSim-PRE gleichermaßen verwendet und ermög-

licht so Programm und anwendungskontextübergreifend eine einheitliche Definition der Materialeigenschaften.

Neben den geometrischen Eigenschaften des Starrkörpers müssen noch die Lagerstellen definiert werden. Da sich die Lagerstellen prinzipiell außerhalb der Systemgrenzen befinden, ergibt sich ein vergleichbares Problem wie bei der Berechnung des Lagerraumvolumens, da die Position des Lagers eine rein konstruktive Größe ist. Aus diesem Grund wird für die Modellgenerierung eine Abschätzung vorgenommen, bei der der Abstand der Lagerstellen von der Rotorstirnseite auf 10 % der Rotorlänge festgelegt wird. Damit ergibt sich in Kombination mit den modellierten Lagerräumen ein schlüssiges Gesamtbild. Abschließend werden noch mögliche Bauteilverformungen berücksichtigt. Wenn der Rotor für die Modellgenerierung mit einem Verschiebungsfeld versehen wird, werden die Verschiebungen an der jeweiligen Rotorstirnseite auf die Lagerstellen übertragen. Das Trägheitsmoment wird in einem solchen Fall basierend auf der verformten Bauteilgeometrie berechnet.

## 6.8.2 Berechnung der druckbezogenen Kräfte und Momente

Die Berechnung der druckbezogenen Kräfte und Momente ist eine rein geometrische Berechnung. Die zunächst erforderliche logische Operation ist die Zuordnung der Rotoroberfläche zu einer Arbeitskammer. Diese Operation wird in vergleichbarer Weise bereits für die Berechnung der Grenzfläche des Adsorbens und der konvektiven Wärmeübergangsfläche verwendet. Der primäre Unterschied liegt dann in der geometrischen Berechnung. [53] schlägt für die Berechnung der druckbezogenen Kraft  $\vec{F}_p$  des Fluides in einer Arbeitskammern auf den Rotor folgende Vorgehensweise vor (Gl. 6.41)

$$\vec{F}_p = \frac{\vec{F}_{\text{Kammer}}}{p_{\text{Kammer}}} = - \sum_i \vec{A}_i \quad \text{Gl. 6.41}$$

Die druckbezogene Kraft wird durch eine Summierung der Teilflächen  $\vec{A}_i$  einer triangulierten Bauteiloberfläche erreicht. Durch die Annahme eines homogenen Kammerzustandes ist der Kammerdruck ortsunabhängig und die Summe der vektoriellen Oberflächenelemente kann bereits während der Modellgenerierung bestimmt werden. Der resultierende Vektor für die Fläche entspricht geometrisch gesehen der Projektion der dreidimensionalen Fläche in die drei kartesischen Koordinatenebenen.

Für die Berechnung des druckbezogenen Drehmomentes  $\vec{M}_p$  der Arbeitskammer wird jede zuvor berechnete Teilkraft mit dem wirksamen Hebelarm  $\vec{s}_i$  multipliziert (Gl. 6.42) [53].

$$\vec{M}_p = \frac{\vec{M}_{\text{Kammer}}}{-p_{\text{Kammer}}} = - \sum_i \vec{s}_i \otimes \vec{A}_i \quad \text{Gl. 6.42}$$

Der Hebelarm ist als vektorieller Abstand zwischen dem Ursprung des Rotorkoordinatensystems und dem Flächenschwerpunkt des Dreiecks definiert [53]. Auch diese Summe kann durch die Annahme des homogenen Kammerzustandes bereits während der Modellgenerierung gebildet werden.

Die Basis für die Berechnung bildet eine Triangulation der dem jeweiligen Rotor zugehörigen Oberfläche. Die Bestimmung der Eigenschaften der Verbindung als Funktion des Drehwinkels ist dabei durch die Tatsache, dass die Arbeitskammergeometrie drehwinkelabhängig vorliegt, bereits gelöst. Des Weiteren ist durch Aufteilung der Arbeitskammern bereits die Zuordnung der Arbeitskammer im Profileingriffsbereich derart gelöst, dass eine Kammer im Stirnschnitt maximal über ein Bauteilsegment des Hauptrotors und des Nebenrotors verfügt. Somit ist klar definiert, dass eine Hauptrotorkammer sowohl auf den Hauptrotor als auch auf den Nebenrotor einwirken kann. Gleiches gilt auch für die Nebenrotorkammern.

Die Triangulierung wird abschnittsweise zwischen zwei Stirnschnitten aufgebaut, da im Regelfall ein Bauteilsegment auf das nächste folgt. Die exemplarische Triangulierung der druckbelasteten Oberfläche einer Hauptrotorkammer ist in **Abbildung 6.48** dargestellt.

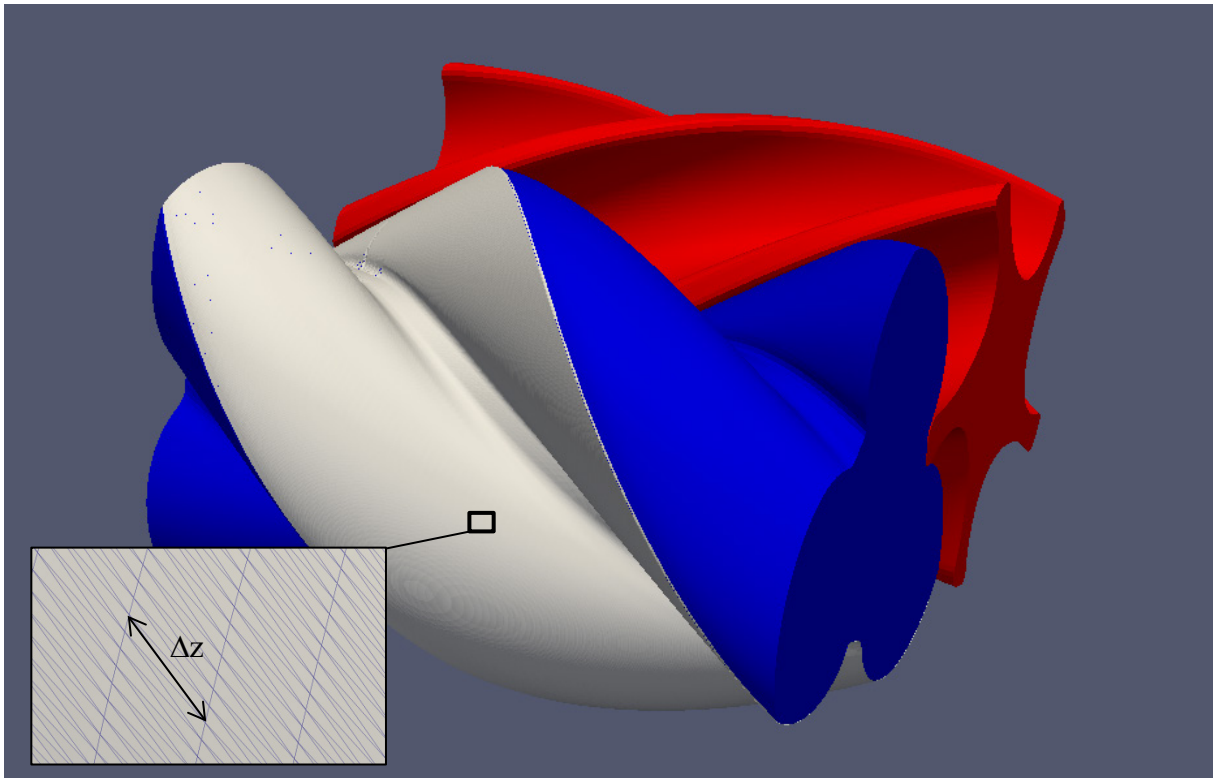


Abbildung 6.48: Druckbelastete Oberfläche einer Hauptrotorarbeitenkammer mit Detaildarstellung der Triangulierung in Teiloberflächenelemente zwischen zwei Stirnschnitten mit Stirnschnittebenenabstand  $\Delta z$

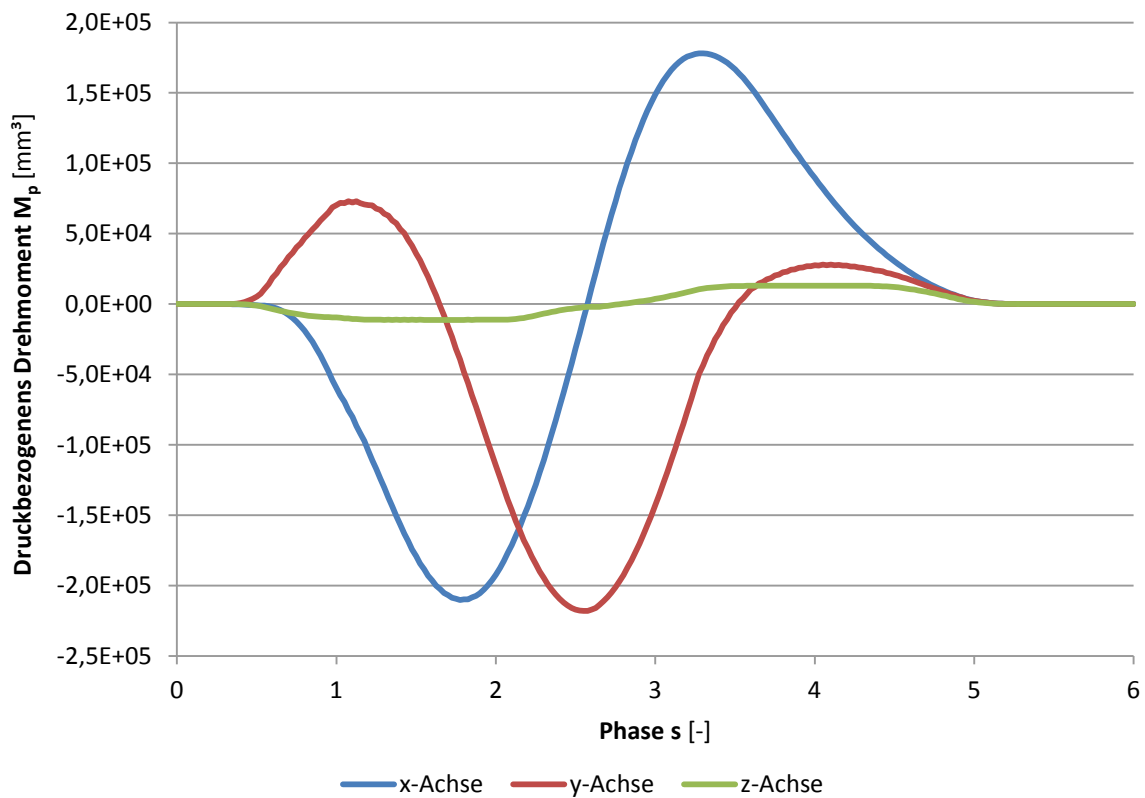


Abbildung 6.49: Druckbezogenes Drehmoment  $\vec{M}_p$  einer Hauptrotorkammer bezogen auf den Hauptrotor für die drei kartesischen Koordinatenachsen

Die Auswertung des druckbezogenen Momentes  $\vec{M}_p$  für die Hauptrotorkammern bezogen auf den Hauptrotor ist in **Abbildung 6.49** dargestellt. Für die Bilanzierung des Antriebsmomentes und damit auch für die Belastungsanalyse der Verzahnung ist vor allem das bezogene Drehmoment um die z-Achse von Bedeutung, da die z-Achse die Rotationsachse ist. Der Wechsel des Vorzeichens bedeutet, dass während des Entstehungsvorgangs das Antriebsmoment gemindert wird, wohingegen der Ausschiebevorgang während des Verschwindens der Arbeitskammer das Antriebsmoment erhöht. Die Modellierungsgüte der mechanischen Kapazitäten und Verbindungen kann mit Hilfe der thermodynamischen Simulation quantifiziert werden. KaSim ermöglicht die Berechnung der Innenleistung basierend auf dem Ringintegral des Kreisprozesses (Gl. 1.9) und basierend auf dem mechanischen Antriebsmoment [53]. Vergleichsrechnungen mit KaSim zeigen maximale Abweichungen von 2-3 %.

## 6.9 Identifikation der relevanten Rotorkrümmungen

Die mechanische Analyse der Belastung im Profileingriff einer unsynchronisiert angetriebenen zweiwelligen Schraubenmaschine beteiligt aufgrund ihrer Komplexität alle Komponenten der Simulationsumgebung KaSim (Abbildung 3.13). Der für diesen Teil der Arbeit relevante Aspekt ist dabei die geometrische Grundlage, auf welcher die Quantifizierung der Belastung erfolgt. [103] beschreibt das unsynchronisierte Rotorpaar als tribologisches System und quantifiziert die Belastung in Form von Hertzscher Pressung, Gleitgeschwindigkeit und Blokscher Blitztemperatur. Für diese Modelle werden geometrische Daten benötigt, die KaSim-PRE für die Auswertung bereitstellt.

Die wesentlichen Informationen, die berechnet werden müssen, sind die relevante Rotorkrümmungen, also die jeweiligen Hauptkrümmungen entlang der Profileingriffslinie. Hierzu wird, analog zur Analyse der Rotorkrümmung für die Parametrisierung des Vakuumpaltströmungsmodells, die Rotoroberfläche als B-Spline-Fläche dargestellt, so dass hier die gleiche Implementierung zur Krümmungsberechnung eingesetzt werden kann. Darüber hinaus werden für jeden Punkt des Profileingriffsspaltess die Normalenrichtung der Rotoren sowie die auf die Modellfrequenz bezogene Gleitgeschwindigkeit berechnet [103].

Ein prinzipieller Nachteil, der sich für diese Berechnungen ergibt, ist die Tatsache, dass der Profileingriffsspalt nur abschnittsweise als Spaltverbindung zwischen den einzelnen drehwinkelabhängigen Arbeitskammern vorliegt. Um die Berechnungen und Auswertungen im Post-

Processing nachvollziehbarer zu gestalten, verwendet KaSim-PRE an dieser Stelle einen einfachen Optimierungsalgorithmus, welcher für jeden Drehwinkel die Abschnitte des Profilein-griffsspaltens wieder zu einer quasi durchgehenden Linie verbindet.



## 7. Kennfeldanalyse einer ausgewählten Schraubenvakuumpumpe

In diesem Kapitel wird eine experimentelle Kennfeldanalyse des neuartigen Maschinenkonzepts des Screw Vacuum Blowers durchgeführt. Zunächst wird der Aufbau der Versuchseinrichtung und die verwendete Messtechnik vorgestellt. Im Anschluss daran werden die experimentellen Kennfelder einer ausgewählten geometrischen Variante des Screw Vacuum Blower vorgestellt und die typischen Merkmale des Betriebsverhaltens am Beispiel des maximal erzielbaren Kompressionsverhältnisses und des Saugvermögens diskutiert. Hierbei steht der Einfluss der beiden Betriebsparameter Drehzahl und Vorvakuumdruck im Vordergrund. Im Fall des Saugvermögens wird ebenfalls der Einfluss des Eintrittsdruckes bzw. der Kompression betrachtet. Ziel dieses Kapitels ist es, das Potential des Screw Vacuum Blowers aufzuzeigen und ein erstes Verständnis für die Komplexität der Wechselwirkung der physikalisch-technischen Wirkmechanismen zu schaffen. Hierzu wird als Kennzahl zur Quantifizierung der internen Leckagen die mittlere normierte Rückströmung eingeführt. Die Kennfeldanalyse beschränkt sich sowohl im Experiment als auch in der daran anschließenden Validierung lediglich auf eine geometrische Variante. Die Einflüsse der geometrischen Parameter Umschlingungswinkel und inneres Volumenverhältnis werden in [134] und [135] präsentiert.

### 7.1 Versuchsaufbau

Der Versuchstand zur Untersuchung des Screw Vacuum Blowers umfasst neben der eigentlichen Versuchsmaschine noch eine Vorvakuumpumpe zur Regelung des Austrittsdruckes des Screw Vacuum Blowers, da dieser im regulären Betrieb nicht gegen den Umgebungsdruck arbeitet. Die Versuchsmaschine wird somit in einer für Wälzkolben-Vakuumpumpen typischen Anordnung betrieben (**Abbildung 7.1**). Der Einlassdruck bzw. der angesaugte Volumenstrom kann durch verschiedene Drosselventile manuell eingestellt werden. Für den Fall der Messung des maximalen Kompressionsverhältnisses wird der Einlass der Versuchsmaschine mit einem Blindflansch verschlossen.

Alle weiteren Komponenten sind Messsensoren, die zur Überwachung kritischer Bauteile oder der Untersuchung der technisch-physikalischen Wirkmechanismen dienen.

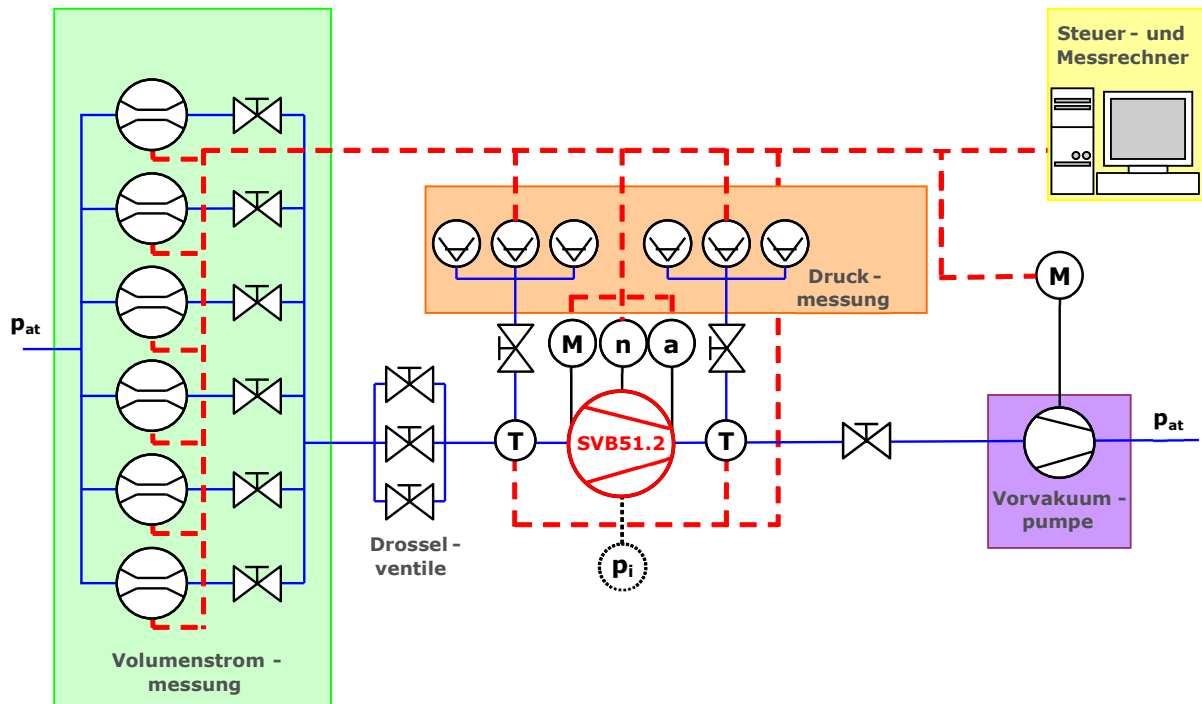


Abbildung 7.1: Schematische Darstellung der Versuchseinrichtung und der eingesetzten Messtechnik

Die eingesetzte Versuchsmaschine ist bereits zu Beginn der Arbeit kurz vorgestellt und aus geometrischer Sicht im Rahmen der geometrischen Analyse und Modellierung detailliert untersucht worden. Die geometrischen Abmessungen der Versuchsmaschine finden sich in Tabelle 1.2.

### 7.1.1 Eingesetzte Messtechnik

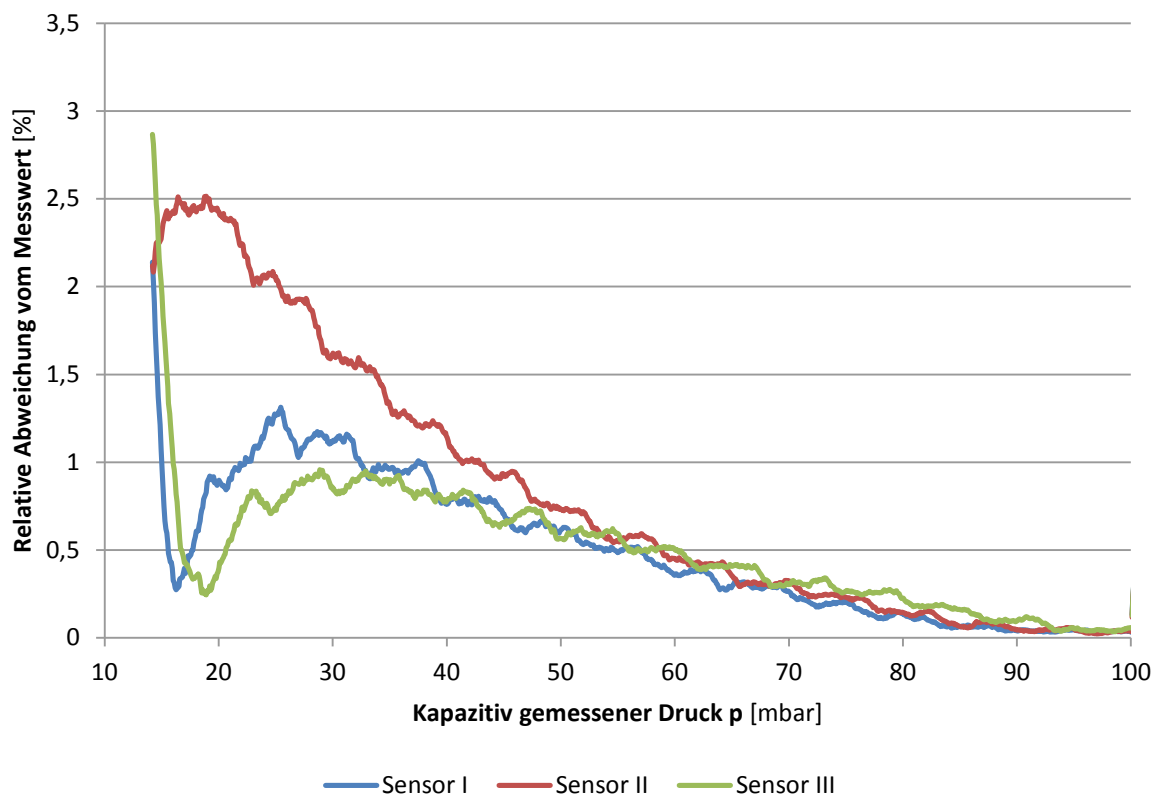
Der Screw Vacuum Blower ist auf der Ein- und Auslassseite mit kapazitiven Absolutdrucksensoren zur Messung des Drucks ausgerüstet. Da ein großer Druckbereich abgedeckt werden muss, werden an jeder Messstelle fünf Drucksensoren mit einem logarithmisch zur Basis zehn gestaffelten Maximalwert eingesetzt, so dass für jeden Druck der jeweils beste Drucksensor ausgewählt wird. Die jeweiligen Maximalwerte liegen bei 0,1/1/10/100/1000 mbar. Die typische Genauigkeit der Sensoren ist in **Tabelle 7.1** angegeben. Typischerweise wird bei der Angabe von Messgenauigkeiten zwischen Abweichungen vom Messwert (**MW**) oder vom Messbereichsendwert (**BE**) unterschieden.

Zur Quantifizierung des angesaugten Volumenstroms wird, in Analogie zu den Drucksensoren, eine Kaskade von thermischen Gasflussmonitoren eingesetzt. Der jeweilige Bereichsendwert der Sensoren liegt zwischen  $0,01 \dots 150 \text{ NI}\cdot\text{min}^{-1}$ . Die Messung des Gasstroms erfolgt bei Umgebungsbedingungen.

**Tabelle 7.1:** Übersicht der Genauigkeit der eingesetzten Messsensoren<sup>22</sup>

		Abweichung [%]
Kapazitive Drucksensoren	MKS Baratron	±0,25 (MW)
Thermische Gasflussmonitore	MKS Digitaler Gasflussmonitor 179B	±0,5 (MW)
Piezoresistive Drucksensoren	Kulite XT-190(M)	±0,5 (BE)
Drehmomentsensor	Kistler 0260 DM 20 H	±0,2 (BE)

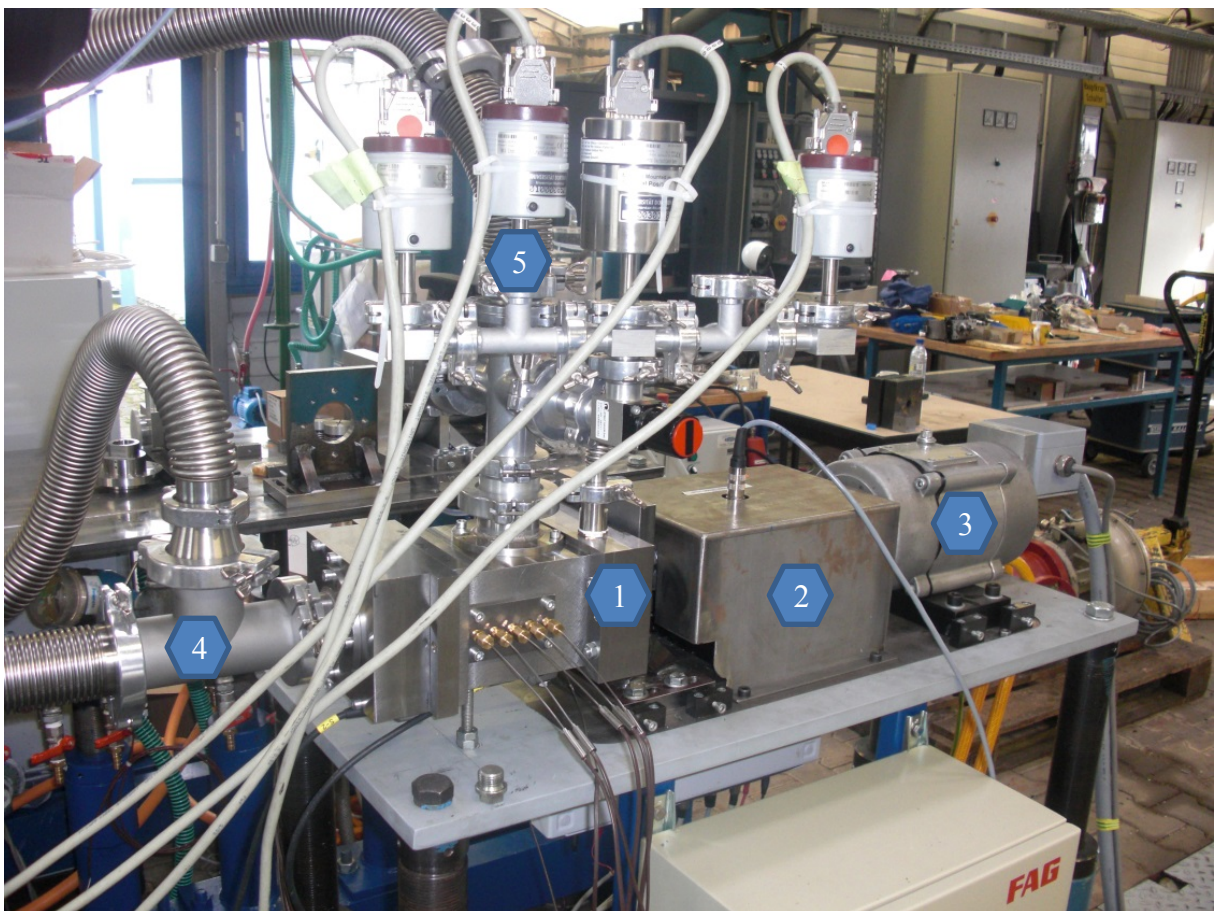
Des Weiteren werden für eine Druckindizierung des thermodynamischen Kreisprozesses piezoresistive Drucksensoren eingesetzt, welche eine Messung des transienten Druckes in der Arbeitskammer erlauben. Laut Herstellerangaben (Tabelle 7.1) verfügt dieser Sensortyp über eine maximale Abweichung von 0,5 % vom Bereichsendwert, welcher bei 350 mbar liegt. Damit ergibt sich eine mögliche Abweichung im Druck von ±1,75 mbar, so dass Messungen bei Drücken unterhalb von 20 mbar bereits einen theoretisch relativen Fehler von über 10 % aufweisen können. Ein möglicher Einfluss der Temperatur ist an dieser Stelle noch nicht berücksichtigt.



**Abbildung 7.2:** Relative Abweichung des Messwertes der piezoresistiven Drucksensoren I bis III von dem kapazitiv gemessenen Druck p nach einem Kalibriervorgang

<sup>22</sup> Die Messgenauigkeiten entsprechen den Angaben des jeweiligen Herstellers in der technischen Dokumentation der Messsensoren.

Aus diesem Grund werden die piezoresistiven Sensoren vor jeder Messung mit Hilfe der kapazitiven Drucksensoren neu kalibriert. Als Referenzpunkt dient 100 mbar, da dies im Regelfall der größte Druck ist, der im Auslassbereich des Screw Vacuum Blowers erreicht wird. **Abbildung 7.2** zeigt die Abweichung der drei eingesetzten Sensoren vom Referenzmesswert des kapazitiven Drucksensors. Für den Ausgangspunkt von 100 mbar wird die Abweichung minimal und steigt mit sinkendem Druck auf maximal 2,5 % an. Bezogen auf den Endwert kann durch die neue Kalibrierung ein Fehler vom Bereichsendwert kleiner als 0,1 % erreicht werden. Somit sind auch noch Messungen bei Drücken von 10 mbar mit hinreichender Genauigkeit möglich.



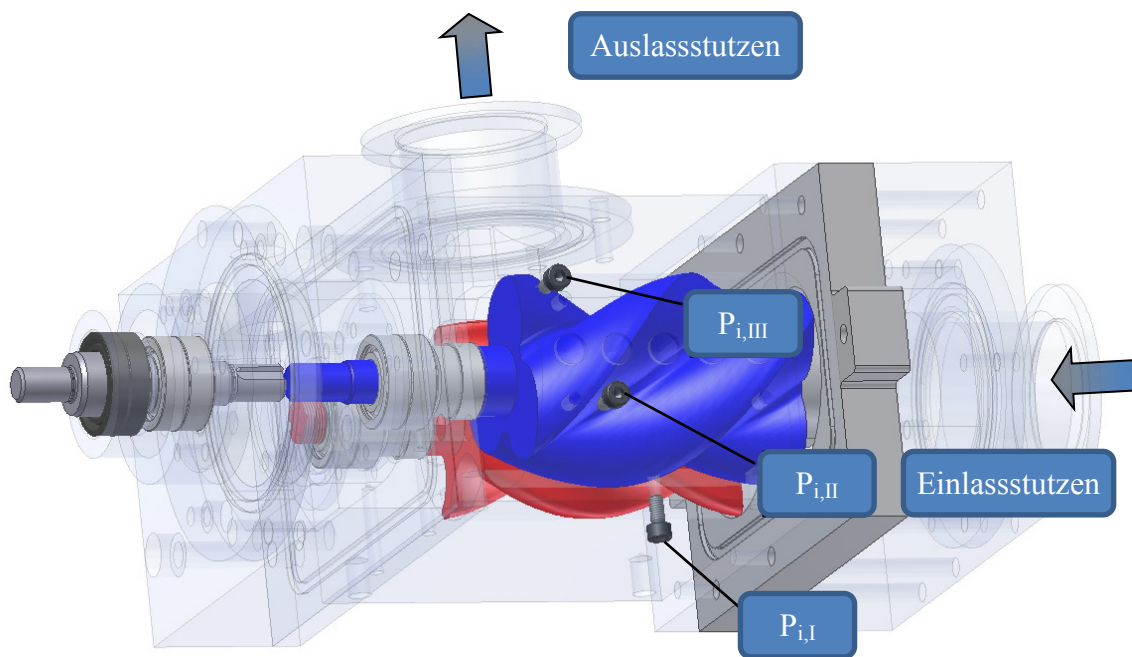
**Abbildung 7.3:** Screw Vacuum Blower in der Versuchseinrichtung am Fachgebiet Fluidtechnik der Technischen Universität Dortmund mit montierter Messtechnik

- 1: Screw Vacuum Blower
- 2: Drehmoment- und Drehzahlmessung (in Schutzgehäuse)
- 3: Antriebsmotor
- 4: Ansaugleitung
- 5: Auslassleitung

Die Messung der Drehzahl und des benötigten Drehmomentes erfolgt mit einem Drehmomentsensor. Diese befindet sich im Antriebsstrang zwischen Elektromotor und Zwischenwelle

des Screw Vacuum Blowers (**Abbildung 7.3**), so dass die gesamte benötigte mechanische Antriebsleistung durch das Produkt aus gemessener Drehzahl und Drehmoment erfasst wird.

Die ausgewählte Versuchsmaschine verfügt zusätzlich über weitere Gehäusebohrungen zur Messung des Druckes in den Lagerräumen sowie für die Druckindizierung des Hauptrotorarbeitsspiels. Die eingesetzte Messtechnik ist bereits bekannt, so dass im Folgenden nur noch auf die geometrische Position der Bohrungen für die Druckindizierungsmessung eingegangen wird. **Abbildung 7.4** zeigt die Bohrungen, wobei die Drucksensoren durch die passenden Verschlusschrauben visualisiert werden.



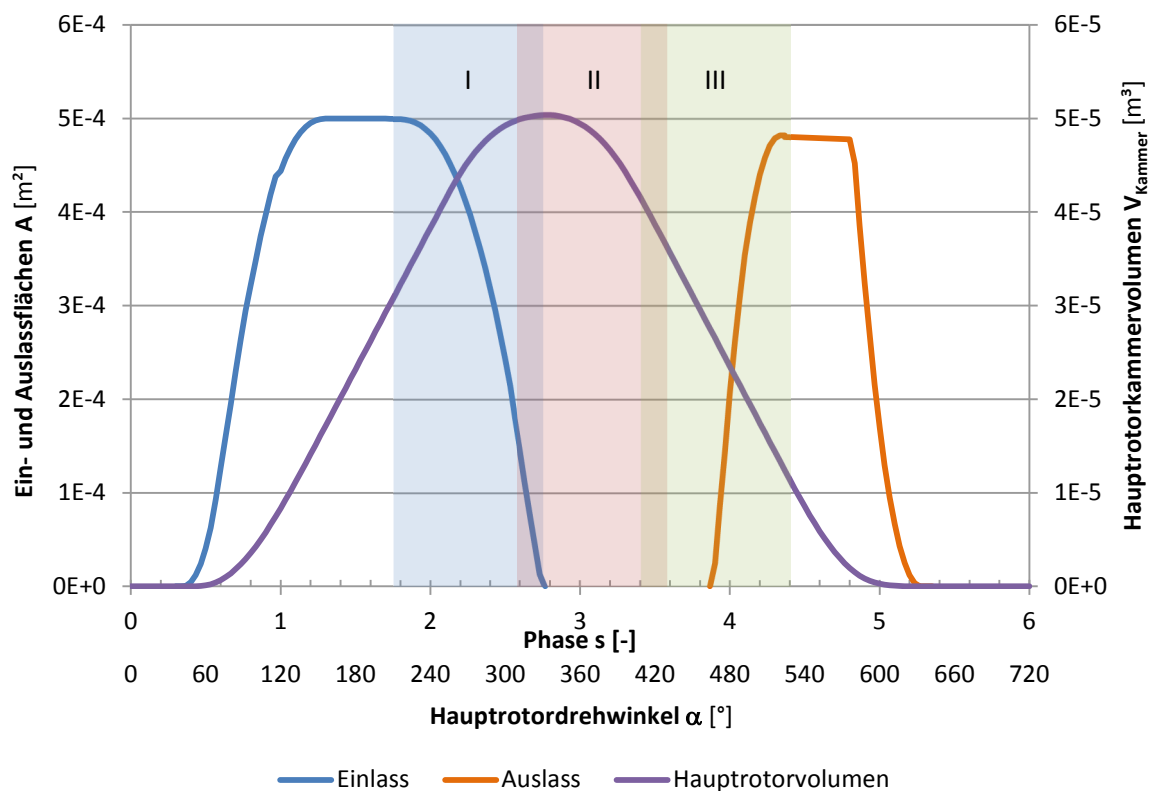
**Abbildung 7.4:** Bohrungen für die optional einsetzbare Druckindizierung des Hauptrotorarbeitsspiels

Die Positionierung der Drucksensoren muss drei wesentliche Anforderungen erfüllen. Es soll sowohl den relevante Drehwinkelbereich des Arbeitsspiels, also insbesondere die Phase der Verdichtung und des Ausschlebens erfasst, als auch eine Überdeckung im Übergang zwischen den einzelnen Sensoren ermöglicht werden. Darüber hinaus sollen die Drucksensoren bündig mit der Membran an der Innenfläche des Gehäuses abschließen. Die hierzu ausgewählten drei Drucksensoren I-III messen den Druck in dem jeweiligen Bereich der normierten Phase bzw. des jeweiligen Hauptrotordrehwinkelbereichs (**Tabelle 7.2**).

**Tabelle 7.2:** Drehwinkel- und Phasenbereich der Indizierdrucksensoren

Sensor	Drehwinkelbereich [°]	Phasenbereich [-]
I	210 ... 330	1,75 ... 2,75
II	310 ... 430	2,58 ... 3,58
III	410 ... 530	3,42 ... 4,42

Jeder Drucksensor hat, bedingt durch den Hauptrotorzahnteilungswinkel, einen Messbereich von 120°. Zwischen den einzelnen Sensoren besteht ein Winkelversatz von 100°, so dass jeweils 20° Überdeckung zur Plausibilitätsprüfung der Ergebnisse zur Verfügung stehen. Eine grafische Darstellung des Messbereiches der drei Sensoren zeigt **Abbildung 7.5**.



**Abbildung 7.5:** Messbereich der Druckindizierungssensoren I/II/III im Vergleich mit den Ein- und Auslassflächen sowie der Hauptrotorvolumenkurve

Hierbei ist erkennbar, dass auch die Anforderung zur Abdeckung der relevanten Teile des Arbeitsspiels erfüllt ist. Der Messsensor I deckt die letzte Phase des Ansaugvorgangs und dessen Abschluss ab, Sensor II beinhaltet einen Teilbereich der inneren Verdichtung und Sensor III den letzten Teilbereich der Verdichtungsphase sowie die erste Phase des Ausschleibvorgangs bis hin zum Erreichen der maximalen Auslassfläche.

Einzig der Bereich der sich verkleinernden Auslassfläche wird nicht durch die Druckindizierung abgedeckt. Dieser Bereich ist aus strömungsmechanischer Sicht interessant, da durch die kleiner werdende Auslassfläche und das abnehmende Arbeitskammervolumen potentiell hohe Strömungsgeschwindigkeiten zu erwarten sind. Diese sind im Druck der Arbeitskammer z.B. durch einen Anstieg oberhalb des Druckes im Auslassstutzen indirekt nachweisbar. Ein Drucksensor, welcher diesen Drehwinkelbereich abdecken kann, konnte jedoch aufgrund des Platzbedarfes des verwendeten Auslassflansches am mittleren Gehäusemodul integriert werden.

Darüber hinaus existieren verschiedene Temperaturmessstellen, welche Thermoelemente für eine berührende bzw. Pyrometer für eine berührungslose Messung verwenden. Diese Temperaturmessstellen spielen, genauso wie die Schwingungsüberwachung, für die Analyse des Betriebsverhaltens keine Rolle und dienen lediglich der Überwachung und Einhaltung entsprechender Grenzwerte.

Die Erfassung und Digitalisierung der Messsignale erfolgt mit einem CRONOS-PL System mit imc STUDIO, einem Produkt der Firm imc Messsysteme. Eine Betrachtung der möglichen Fehler, die durch die Analog-Digitalwandlung entstehen, erfolgt im Rahmen dieser Arbeit nicht, da die Auflösung des jeweiligen Messbereichs mit 16 bit ausreichend hoch ist. Auch der Einfluss einer Unterabtastung bzw. eine Verletzung des Nyquist-Shannon-Theorems insbesondere bei der Druckindizierung wird durch den Einsatz einer speziellen Messkarte mit ausreichend hoher Samplerate mit 100 kHz pro Messkanal sichergestellt und ebenfalls nicht näher betrachtet. Die Genauigkeiten der eingesetzten Sensoren im Kontext der gesamten Messkette werden im Hinblick auf die Anwendung im Bereich der Vakuumtechnik als ausreichend angenommen. Der Einfluss weiterer Störgrößen wie z.B. Leckagen im Bereich der Drucksensoren, geringfügige Variationen der Spalthöhen oder keine frontbündigen Membranen bei den piezoresistiven Drucksensoren sind in ihrem Einfluss auf die gemessenen Zustandsgrößen deutlich signifikanter als mögliche Messungenauigkeiten hochgenauer Messsensoren.

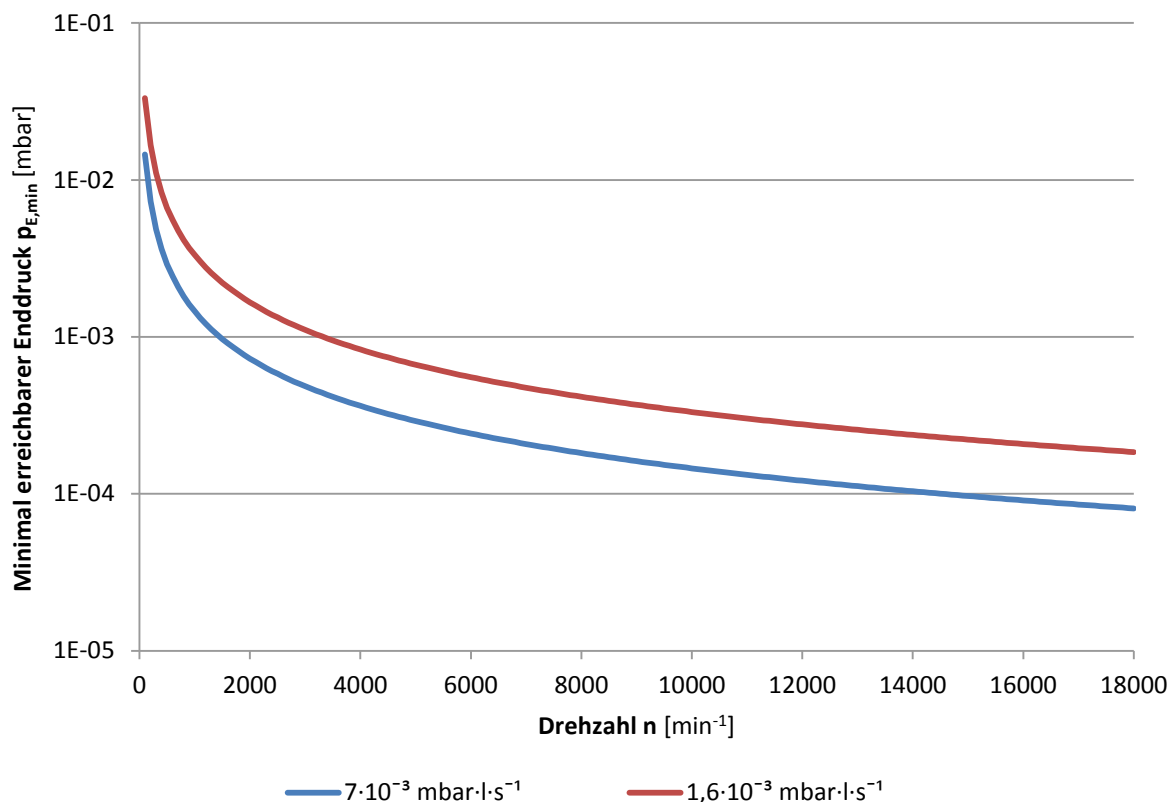
### **7.1.2 Externe Leckagen**

Zusätzlich zu den geometrischen Eigenschaften spielt die Leckagesituation eine wichtige Rolle, da durch die Anwendung als Vakuumpumpe sehr hohe Anforderungen an die Dichtigkeit

der Maschine gestellt werden. Eine potentiell große Leckage stellt die mittels Radialwellendichtringen realisierte Antriebswellendurchführung dar. Eine genaue Bestimmung der Leckraten einzelner Dichtelemente ist im Rahmen dieser Arbeit nicht möglich gewesen. Für die hier vorgestellte Konfiguration sind in mehreren Messungen deshalb integrale Leckraten  $q_L$  im Bereich von  $7 \cdot 10^{-3} \dots 1,6 \cdot 10^{-2} \text{ mbar} \cdot \text{l} \cdot \text{s}^{-1}$  ermittelt worden. Unter der Annahme, dass die Leckrate als ausschließlicher Verlustmechanismus betrachtet wird, kann der minimal erreichbare Enddruck  $p_{E,\min}$  aus der Leckrate und dem theoretischen Saugvermögen  $S_{th}$  (Gl. 1.5) berechnet werden (**Gl. 7.1**). Diese Abschätzung nimmt dabei an, dass sich die gesamte Leckage auf der Eintrittsseite der Maschine befindet.

$$p_{E,\min} = \frac{q_L}{S_{th}} \quad \text{Gl. 7.1}$$

Da das theoretische Saugvermögen für ein bestimmtes Rotorpaar nur von der Drehzahl  $n$  abhängt, wird der minimal erreichbare Enddruck als Funktion der Drehzahl für die minimale und maximale Leckrate untersucht und in **Abbildung 7.6** dargestellt.



**Abbildung 7.6:** Theoretisch erreichbarer Enddruck  $p_{E,\min}$  als Funktion der Drehzahl  $n$  bei Variation der Leckrate



Der für den Betrieb des Screw Vacuum Blower relevante Drehzahlbereich liegt zwischen 6000 und 18000  $\text{min}^{-1}$ . In diesem Bereich liegt der minimale erreichbare Enddruck selbst für die größte Leckrate immer zwischen  $10^{-4} \dots 10^{-3}$  mbar. Dies entspricht bei einem Vorvakuumdruck von 0,1 mbar einem hypothetischen  $K_0$ -Wert von 100 bis 1000 und liegt somit deutlich oberhalb der tatsächlich erreichbaren Werte. Damit sind zwar Leckagen nicht vollständig eliminiert, ein signifikanter Einfluss auf den thermodynamischen Prozess kann jedoch ausgeschlossen werden.

### 7.1.3 Betriebsparameter

Der wesentliche Betriebsparameter des Screw Vacuum Blowers ist die Drehzahl  $n$ . Diese wird im Bereich von 6000 ... 18000  $\text{min}^{-1}$  variiert. Da das Betriebsverhalten eines Blowers ebenfalls deutlich von dem anliegenden Vorvakuumdruck  $p_V$  abhängt, wird dieser in einem Bereich von 0,1 ... 100 mbar variiert. Der zugehörige Eintrittsdruck  $p_E$  stellt sich im Falle des  $K_0$ -Betriebs automatisch als minimal erreichbarer Enddruck  $p_{E,\text{min}}$  ein. Für den regulären Förderbetrieb wird der Eintrittsdruck systematisch zwischen  $p_{E,\text{min}} \dots p_V$  variiert. Eine Übersicht der Betriebsparameter gibt **Tabelle 7.3**.

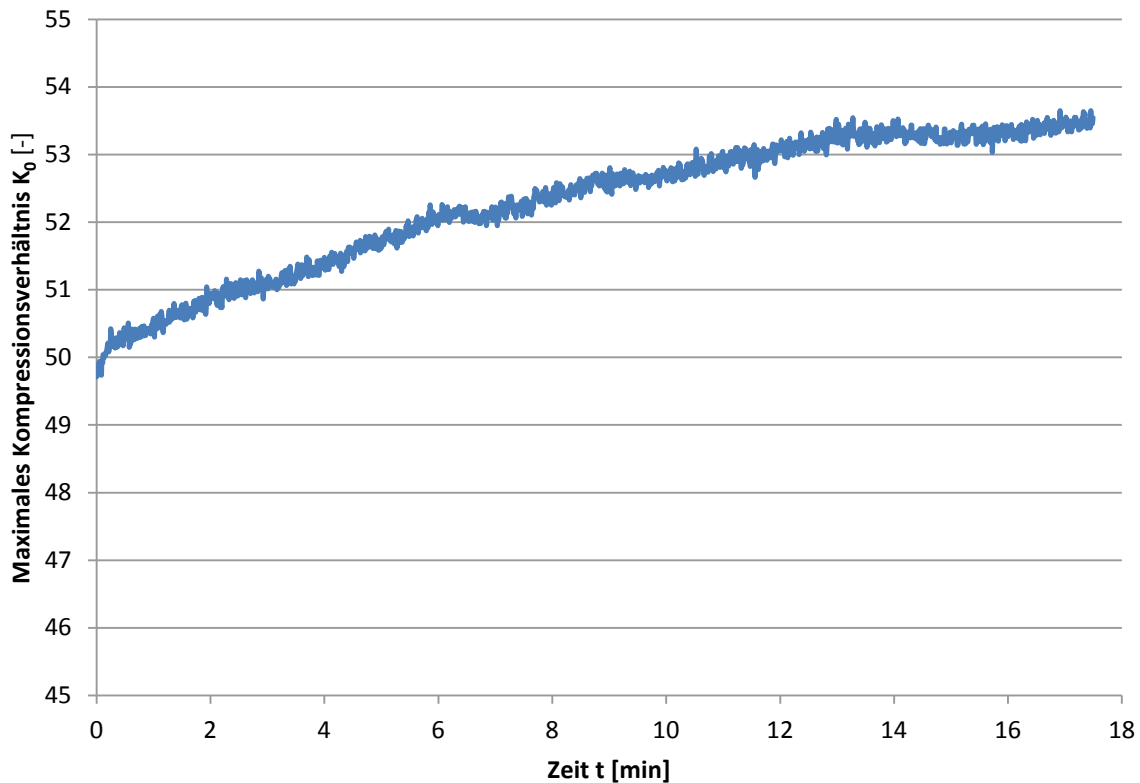
**Tabelle 7.3:** Übersicht der Betriebsparameter und ihr Variationsbereich

Parameter	Bereich	Intervall
Drehzahl $n$	6000 ... 18000 $\text{min}^{-1}$	3000 $\text{min}^{-1}$
Vorvakuumdruck $p_V$	0,1 ... 100 mbar	Logarithmische Teilung mit 5 Stützpunkten
Eintrittsdruck $p_E$	$p_{E,\text{min}} \dots p_V$	Logarithmische Teilung mit 5 Stützpunkten

### 7.1.4 Randbedingung der isothermen Maschine

Ein weiterer wesentlicher Einflussparameter auf das Betriebsverhalten sind die Bauteiltemperaturen und die daraus resultierenden Spalthöhenänderungen. Diese beiden Aspekte sind jedoch ursächlich verkettet und im Experiment nur begrenzt getrennt untersuchbar (Abbildung 1.8). Da der Schwerpunkt dieser Arbeit nicht in der Untersuchung der komplexen Wechselwirkung zwischen Thermodynamik und Strukturmechanik liegt, wird mit dem Konzept der möglichst isothermen Maschine ein Verfahren genutzt, um den Einfluss der Bauteiltemperaturen und -verformungen zu minimieren. Die Anforderung, dass während der messtechnischen Erfassung eines Betriebspunktes keine thermische Beharrung eintreten soll, kann nur durch

einen kurzen Messzeitraum erreicht werden. Dementsprechend müssen angemessene Zeiträume für die Messung eines Betriebspunktes definiert werden.



**Abbildung 7.7:** Maximales Kompressionsverhältnis  $K_0$  als Funktion der Zeit  $t$   
 Vorvakuumdruck  $p_V = 56$  mbar, Drehzahl  $n = 9000$   $\text{min}^{-1}$

Ein typisches Beispiel für das zeitabhängige Verhalten des maximalen Kompressionsverhältnisses  $K_0$  findet sich in **Abbildung 7.7**. Für den Fall einer Drehzahl  $n$  von  $9000$   $\text{min}^{-1}$  und einem Vorvakuumdruck  $p_V$  von  $56$  mbar wird nach Erreichen der Betriebsdrehzahl ein Kompressionsverhältnis von  $49,7$  erreicht. Dieser Wert steigt zunächst fast linear mit der Zeit an und erreicht nach  $18$  Minuten einen stationären Zustand. Der maximale  $K_0$ -Wert beträgt  $53,5$ , so dass eine relative Zunahme durch thermische Einflüsse von etwa  $7\%$  festzustellen ist. Für abweichende Betriebsbedingungen gibt es zwei prinzipielle Tendenzen. Sowohl mit zunehmender Drehzahl als auch mit zunehmendem Vorvakuumdruck wird der thermische Einfluss größer und der Zeitraum bis zum Erreichen eines stationären Betriebspunktes kürzer und die Änderung des maximalen Kompressionsverhältnisses erreicht Werte von bis zu  $15\%$ . Dennoch ist es möglich, durch die Einhaltung kurzer Messintervalle im Bereich maximal fünf Minuten eine deutliche Beeinflussung der gewünschten Messgröße durch thermische Effekte weitgehend auszuschließen.

## 7.2 Maximales Kompressionsverhältnis

Der Fokus der Untersuchung liegt zunächst auf dem Betriebszustand des maximalen Kompressionsverhältnisses. Dies gilt sowohl für die experimentellen als auch die theoretischen Untersuchungen mit Hilfe der thermodynamischen Simulation. Der Betriebszustand des maximalen Kompressionsverhältnisses wird durch ein Verschließen des saugseitigen Anschlussflansches erreicht. Aus physikalischer Sicht bedeutet dies, dass der effektive Fördermassenstrom des Screw Vacuum Blower zu null wird. Der durch das theoretische Saugvermögen zur Verfügung stehende Fördermassenstrom entspricht dann der Summe aller Rückströmungen und externen Leckagen.

### 7.2.1 Einfluss des Vorvakuumdruckes

Im ersten Schritt wird die Abhängigkeit des maximalen Kompressionsverhältnisses von dem Vorvakuumdruck betrachtet. Für eine vorgegebene Drehzahl bedeutet dies, dass das theoretische Saugvermögen für jeden Betriebspunkt identisch ist. Das in Form der  $K_0$ -Kurve dargestellte Ergebnis ist damit repräsentativ für die Vorvakuumdruckabhängigkeit der Rückströmungen, da die mittels Druckanstiegsmessungen ermittelten externen Leckagen im betrachteten Druckbereich keine signifikante Rolle spielen.

**Abbildung 7.8** zeigt das maximal erzielbare Kompressionsverhältnis als Funktion des Vorvakuumdruckes bei einer festen Drehzahl  $n$  von  $6000 \text{ min}^{-1}$ . Die Kurve des maximalen Kompressionsverhältnisses zeigt ein typisches Verhalten, wie es auch von den vergleichbaren Wälzkolben-Vakuumpumpen bekannt ist [2]. Ausgehend von einem absoluten Maximalwert von 61 bei 3 mbar sinkt der maximale  $K_0$ -Wert sowohl für steigende als auch für sinkende Vorvakuumdrücke ab. [6] unterteilt den Vorvakuumbereich zum besseren Verständnis der physikalischen Wirkmechanismen in die Bereiche I und II rechts bzw. links des Maximalwertes des maximalen Kompressionsverhältnisses.

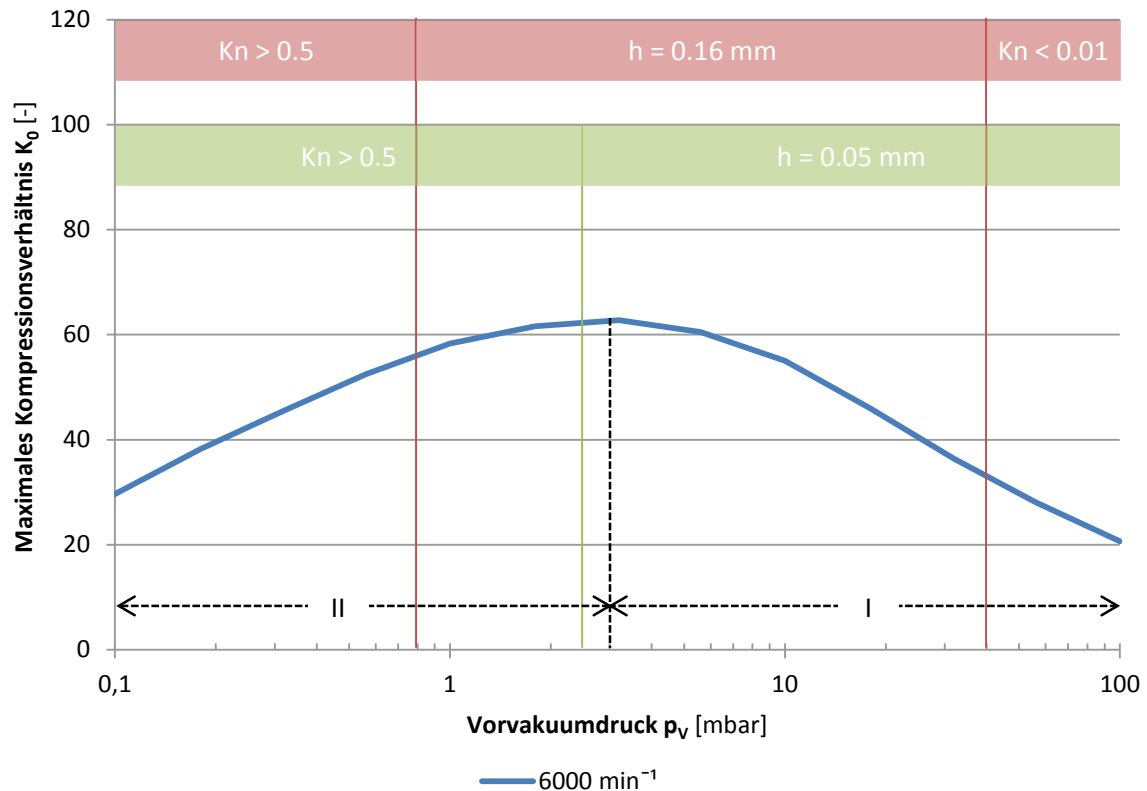
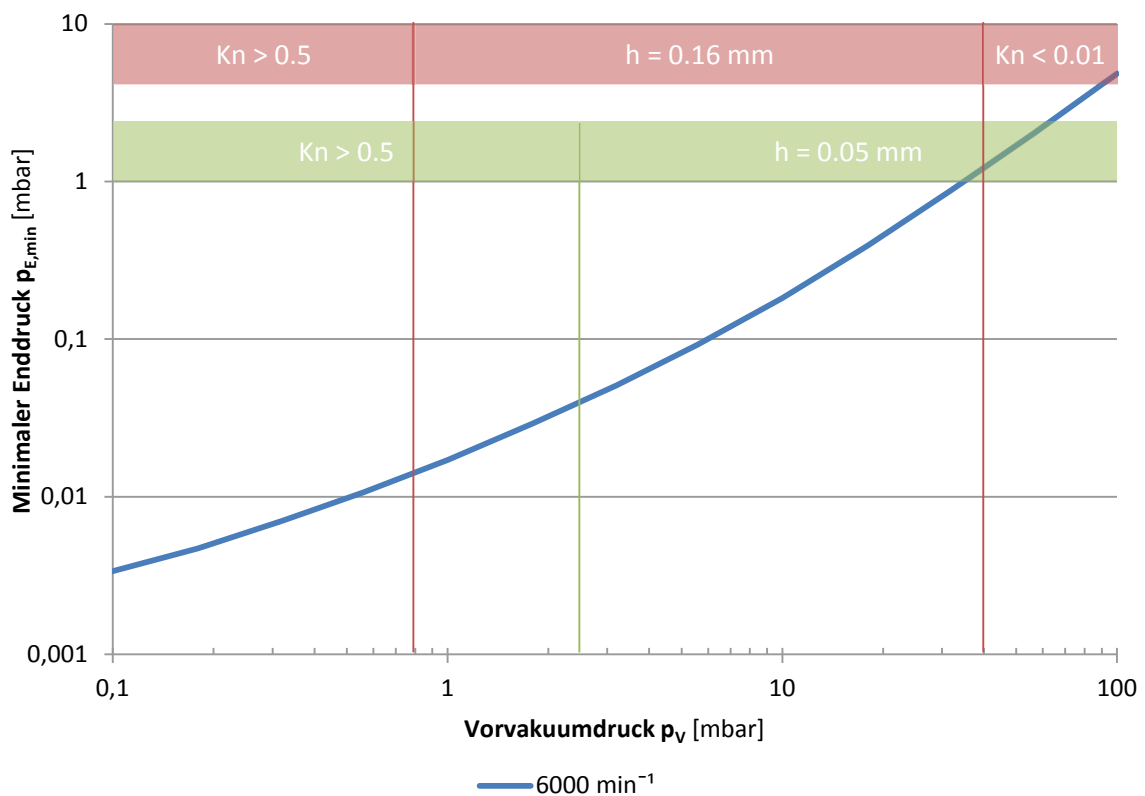


Abbildung 7.8: Maximales Kompressionsverhältnis  $K_0$  als Funktion des Vorvakuumdruckes  $p_v$  bei einer Drehzahl  $n$  von  $6000 \text{ min}^{-1}$

Der Anstieg des maximalen Kompressionsverhältnisses im Bereich I ist im Wesentlichen dem Wirkmechanismus der Spaltströmung zuzuordnen. Bei hohen Vorvakuumdrücken stellt dieser den dominanten physikalischen Effekt dar. Um das Durchströmungsverhalten der Spalte als Funktion des Vorvakuumdruckes einschätzen zu können, ist eine Analyse der Knudsen-Zahl hilfreich. Hierzu zeigt Abbildung 7.8 ebenfalls eine Betrachtung der Knudsen-Zahl für die mittlere Spalthöhe des Profileingriffsspalt mit  $0,05 \text{ mm}$  sowie für die Spalthöhe des Gehäusespalt mit  $0,16 \text{ mm}$ . Beginnend bei  $100 \text{ mbar}$  Vorvakuumdruck befindet sich der Profileingriffspalt bereits im Knudsenbereich, wohingegen für den Gehäusespalt noch eine Kontinuumsströmung vorliegt. Eine Abnahme des Vorvakuumdruckes bedingt damit für alle Spaltverbindungen in der Maschine eine zunehmende Drosselwirkung [3]. Da somit die effektiven Spaltmassenströme überproportional mit dem Vorvakuumdruck, welcher für die meisten Spalte dem Spalteintrittsdruck entspricht, abnimmt, kann bei konstantem theoretischen Saugvermögen ein niedrigerer Enddruck und somit ein größeres maximales Kompressionsverhältnis erreicht werden. Das Erreichen des Maximalwertes ist näherungsweise koinzident mit dem Erreichen des molekularen Strömungsbereiches für die beiden gezeigten Spalthöhen. Der Übergang in den molekularen Strömungsbereich ist erfahrungsgemäß mit dem Erreichen des

minimalen normierten Spaltmassenstromes gekoppelt [3], so dass sich dieses mathematische Konvergenzverhalten in dem abnehmenden Gradienten des maximalen Kompressionsverhältnisses widerspiegelt.

Das mit weiter abnehmendem Vorvakuumdruck ebenfalls abnehmende maximale Kompressionsverhältnis in Bereich II kann verschiedene Ursache haben. Zunächst kann trotz abnehmendem Vorvakuumdruck der erreichbare minimale Enddruck limitiert sein. Eine mögliche Ursache können externe Leckagen sein. Mit Hilfe von Druckanstiegsmessungen konnte zwar eine hinreichende Abdichtung der Maschine nachgewiesen werden, jedoch werden die Druckanstiegsmessungen bei stillstehender Maschine durchgeführt. Dies birgt die Unsicherheit, dass die berührende Wellendichtung bei drehender Welle eine signifikant größere Leckage aufweist. Um dieses Einfluss auszuschließen wird zusätzlich zum maximalen Kompressionsverhältnis der minimal erreichbare Enddruck als Funktion des Vorvakuumdruckes betrachtet (**Abbildung 7.9**).



**Abbildung 7.9:** Minimal erreichbarer Enddruck  $p_{E,min}$  als Funktion des Vorvakuumdruckes  $p_v$  bei einer Drehzahl  $n$  von  $6000 \text{ min}^{-1}$

Eine Betrachtung des minimal erreichbaren Enddruckes  $p_{E,\min}$  im relevanten Bereich des Vorvakuumdruckes zeigt, dass das abnehmende Kompressionsverhältnis nicht durch das Erreichen eines absoluten Enddruckes gekennzeichnet ist. Selbst bei einem Vorvakuumdruck von 0,1 mbar ist noch ein deutlicher Gradient in der Abnahme des minimalen Enddruckes erkennbar.

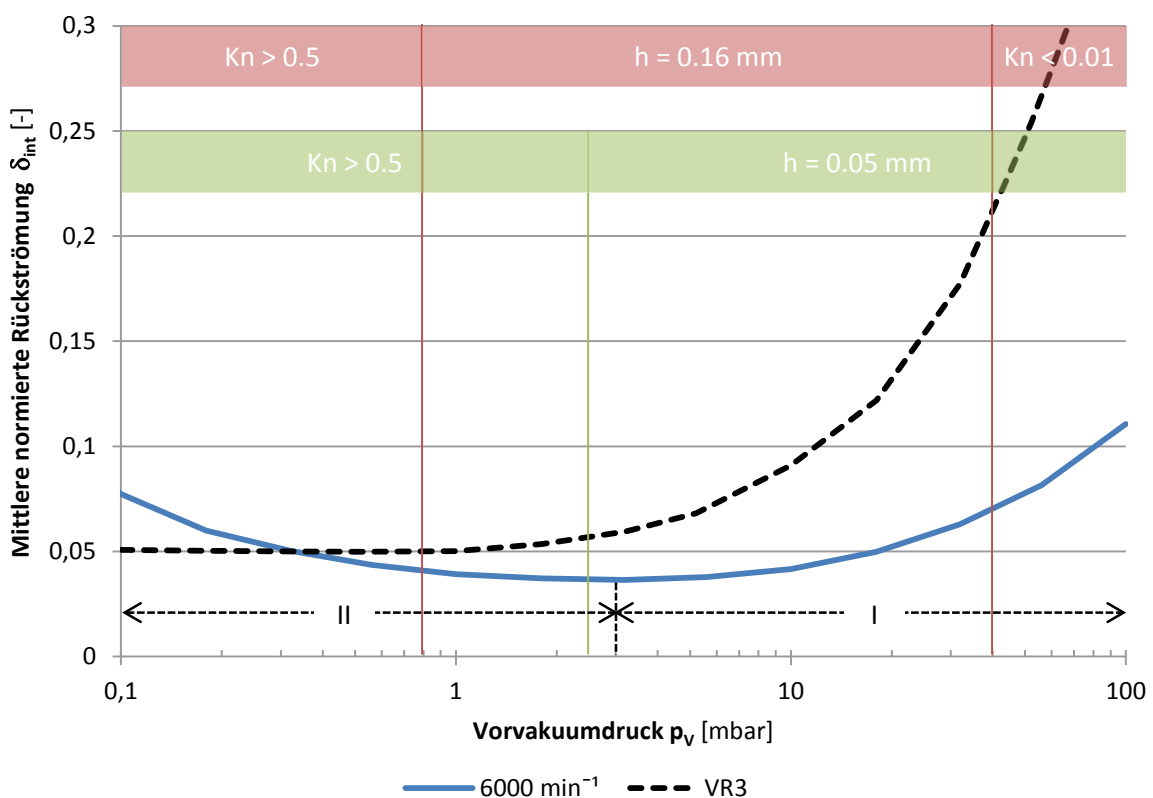
Daraus folgt, dass zusätzlich zu den Spaltströmungen ein weiterer physikalischer Wirkmechanismus auftritt. Die Abnahme des maximalen Kompressionsverhältnisses im Bereich II ist im Prinzip nicht auf den Einfluss der Spaltströmungen zurückzuführen. Es existiert zwar der Effekt des Knudsen-Minimums, welcher einen Anstieg des normierten Spaltmassenstromes im Übergang zwischen Knudsen-Strömung und molekularer Strömung beschreibt, jedoch ist bei bereits vollständig molekularer Spaltströmung ein weiteres Absinken des maximalen Kompressionsverhältnisses zu beobachten. Diese, relativ gesehene, Zunahme der Rückströmungen ist auf Gastransporteffekte beispielsweise über die Oberflächen des Gehäuses und der Rotoren zurückzuführen, wie z.B. Untersuchungen an der prinzipiell vergleichbaren Wälzkolben-Vakuumpumpe zeigen [6].

Um das Verständnis für die experimentellen Ergebnisse ohne die hohe Komplexität der thermodynamischen Simulation zu vertiefen, wird aus den experimentellen Ergebnissen eine Kennzahl abgeleitet, welche die internen Leckagen des Screw Vacuum Blowers charakterisiert. Ein oftmals gewählter Ansatz basiert auf dem Leitwert [2] [6]. Im Rahmen dieser Arbeit wird mit der mittleren normierten Rückströmung  $\delta_{\text{int}}$  ein anderes Konzept verfolgt. Der Vorteil der normierten mittleren Rückströmung liegt darin, dass die Kennzahl qualitativ und quantitativ mit dem bereits bekannten normierten Spaltmassenstrom (Gl. 4.6) vergleichbar ist. Die mittlere normierte Rückströmung wird als Quotient aus der Summe aller Leckageströme  $\dot{m}_{\text{Leckage}}$  und dem theoretisch maximalen Spaltmassenstrom  $\dot{m}_{\text{Spalt,th,max}}$  (Gl. 4.7) gebildet (Gl. 7.2).

$$\delta_{\text{int}} = \frac{\dot{m}_{\text{Leckage}}}{\dot{m}_{\text{Spalt,th,max}}} \quad \text{Gl. 7.2}$$

Für den  $K_0$ -Betrieb gilt unter Vernachlässigung externer Leckagen, dass die Summe aller Leckageströme  $\dot{m}_{\text{Leckage}}$  dem theoretischen Fördermassenstrom  $\dot{m}_{\text{th}}$  (Gl. 1.6) entspricht. Zur Bestimmung des theoretischen Fördermassenstromes  $\dot{m}_{\text{th}}$  ist die Dichte am Eintritt erforderlich.

Diese kann unter Zuhilfenahme des idealen Gasgesetzes aus dem Eintrittsdruck und der Eintrittstemperatur berechnet werden. Der Eintrittsdruck ergibt sich aus dem Vorvakuumdruck und dem maximalen Kompressionsverhältnisses (Gl. 1.11), die Eintrittstemperatur wird ebenso wie die Austrittstemperatur als 20 °C angenommen. Zur Bestimmung des theoretisch maximalen Spaltmassenstromes  $\dot{m}_{\text{Spalt,th,max}}$  ist die Bestimmung der Fläche des minimalen Strömungsquerschnittes erforderlich. Da die Spaltflächen eine Funktion des Drehwinkels sind, wird an dieser Stelle mit einem einfachen Mittelwert von 63 mm<sup>2</sup> gerechnet<sup>23</sup>. Eine Auswertung für die Drehzahl 6000 min<sup>-1</sup> findet sich in **Abbildung 7.10**.



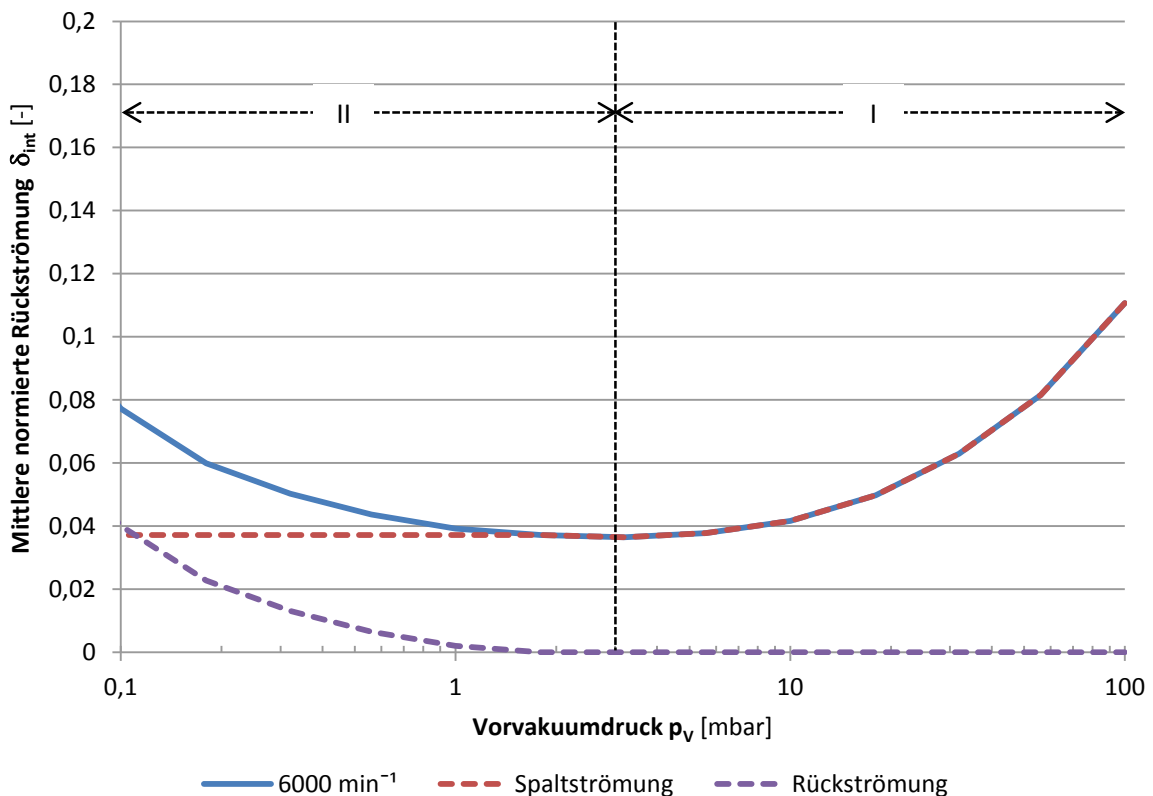
**Abbildung 7.10:** Mittlere normierte Rückströmung  $\delta_{\text{int}}$  als Funktion des Vorvakuumdruckes  $p_v$  bei einer Drehzahl  $n$  von 6000 min<sup>-1</sup> im Vergleich mit einem Spalt VR3 5  
 $h_{\text{Spalt}} = 0,124 \text{ mm}$ ,  $b_{\text{Spalt}} = 512 \text{ mm}$

Die normierte Rückströmung liefert Werte im Bereich zwischen 0,03 ... 0,15 und ist somit als Ergebnis passend zu den Kenntnissen über den normierten Massenstrom von einzelnen Spaltverbindungen. Das qualitative Verhalten als Funktion des Vorvakuumdruckes ist dem maximalen Kompressionsverhältnis entgegengesetzt, also tritt die minimale normierte Rückströmung im Bereich des absoluten Maximums der Kompression auf.

<sup>23</sup> Eine Analyse der Spaltflächen findet sich in Kapitel 8.8.

Um die resultierende normierte Rückströmung für den Bereich I auch quantitativ beurteilen zu können, wird als Vergleich der normierte Massenstrom einer repräsentativen Spaltkontur VR3 aufgetragen. Der Vergleich zeigt jedoch, dass die Abbildung der integralen Spaltströmung durch lediglich einen repräsentativen Spalt nur eingeschränkt möglich ist. Mögliche Ursachen hierfür sind die Reihenschaltung von zwei Spaltverbindungen durch die Existenz einer gekapselten Arbeitskammer, der Einfluss bewegter Spaltberandungen, die Vernachlässigung von nicht-linearen Einflüssen der Spalthöhe auf das Durchströmungsverhalten bei Bildung der mittleren Spalthöhe sowie die Annahme einer isothermen Prozessführung. Aus diesen Gründen wird der Themenkomplex der Spaltströmung im weiteren Verlauf der Arbeit mit Hilfe der Simulation und weiteren experimentellen Untersuchungen detaillierter analysiert.

Unter der Annahme, dass die integrale Rückströmung im Bereich I lediglich durch Spaltströmungen bedingt ist und ab Erreichen des minimalen Wertes konstant bleibt, kann die Rückströmung über Oberflächen im Bereich II mittels Differenzbildung berechnet werden (**Abbildung 7.11**).



**Abbildung 7.11:** Empirische Aufteilung der mittleren normierten Rückströmung  $\delta_{int}$  als Funktion des Vorvakuumdruckes  $p_v$  bei einer Drehzahl  $n$  von  $6000 \text{ min}^{-1}$  in einen Spaltströmungs- und Rückströmungsanteil



Die empirisch berechnete Rückströmung kann mathematisch durch die Anwendung einer Potenzfunktion beschrieben werden. Die optimalen Koeffizienten können mit Hilfe der Methode der minimalen Fehlerquadrate bestimmt werden (**Gl. 7.3**).

$$\delta_{\text{Rückströmung}} = 0,0028 \cdot p_v^{-1,177}$$

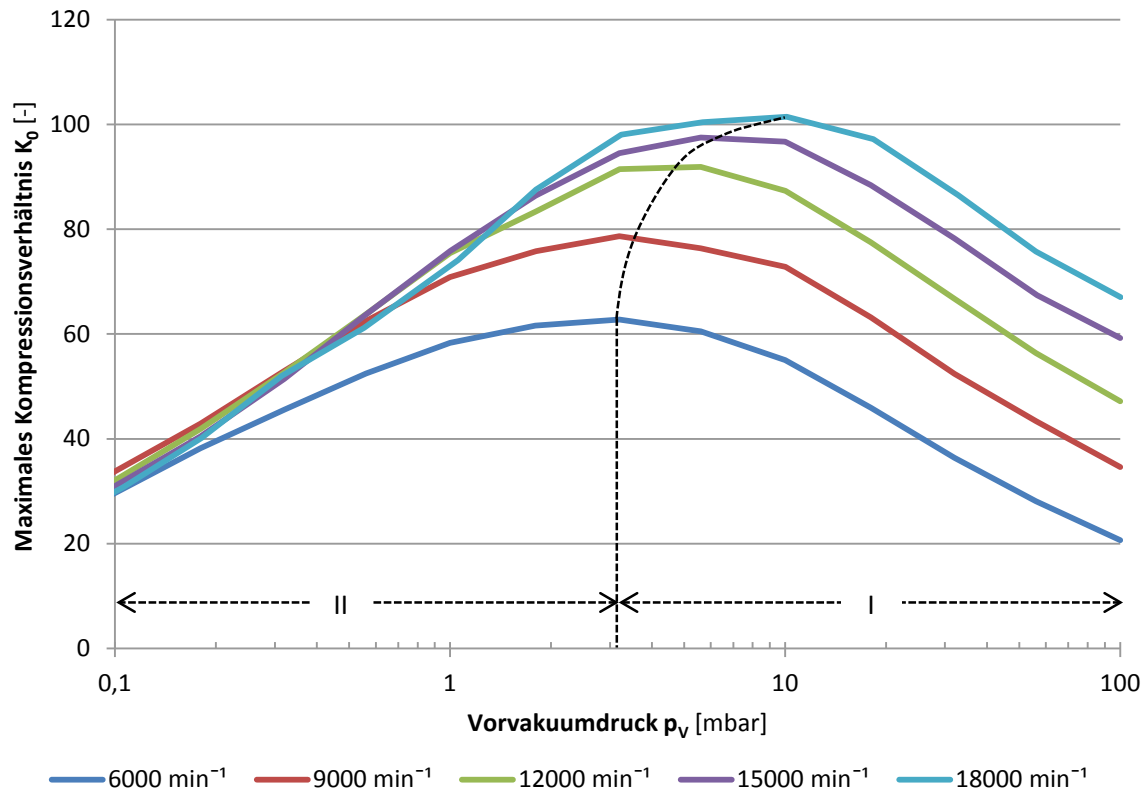
**Gl. 7.3**

Die Anwendung der Potenzfunktion ist eine rein empirische Vorgehensweise und die numerisch ermittelten Koeffizienten sind nicht mit bestimmten Eigenschaften der untersuchten Maschine assoziiert. Dennoch ergibt sich durch die Potenzfunktion eine strukturelle Ähnlichkeit zu dem von [6] vorgeschlagenen Ansatz des virtuellen Schadraummodells. Der für Wälzkolben-Vakuumpumpen aussichtsreichste Berechnungsansatz für die Bedeckung bzw. Befüllung des virtuellen Schadraums ist ebenfalls eine Potenzfunktion des Vorvakuumdruckes. Da dieser Vergleich empirischer hergeleiteter Ansätze lediglich ein Indiz für die Wirksamkeit der gleichen physikalischen Mechanismen darstellt, wird auch dieser Aspekt des Betriebsverhaltens im weiteren Verlauf der Arbeit detaillierter untersucht.

### **7.2.2 Einfluss der Drehzahl**

Im zweiten Schritt der Analyse wird der Einfluss der Drehzahl auf das Betriebsverhalten am Beispiel des maximalen Kompressionsverhältnisses diskutiert. Der Einfluss der Drehzahl auf die einzelnen physikalischen Wirkmechanismen stellt sich dabei als sehr unterschiedlich dar und kann sich sowohl positiv als auch negativ auf das maximal erzielbare Kompressionsverhältnis auswirken. Zudem dominieren je nach Vorvakuumdruck unterschiedliche Wirkmechanismen, so dass der Einfluss der Drehzahl schrittweise erläutert wird.

Das maximale Kompressionsverhältnis als Funktion des Vorvakuumdruckes ist in **Abbildung 7.12** für verschiedene Drehzahlen im Bereich zwischen 6000 und 18000 min<sup>-1</sup> aufgetragen.

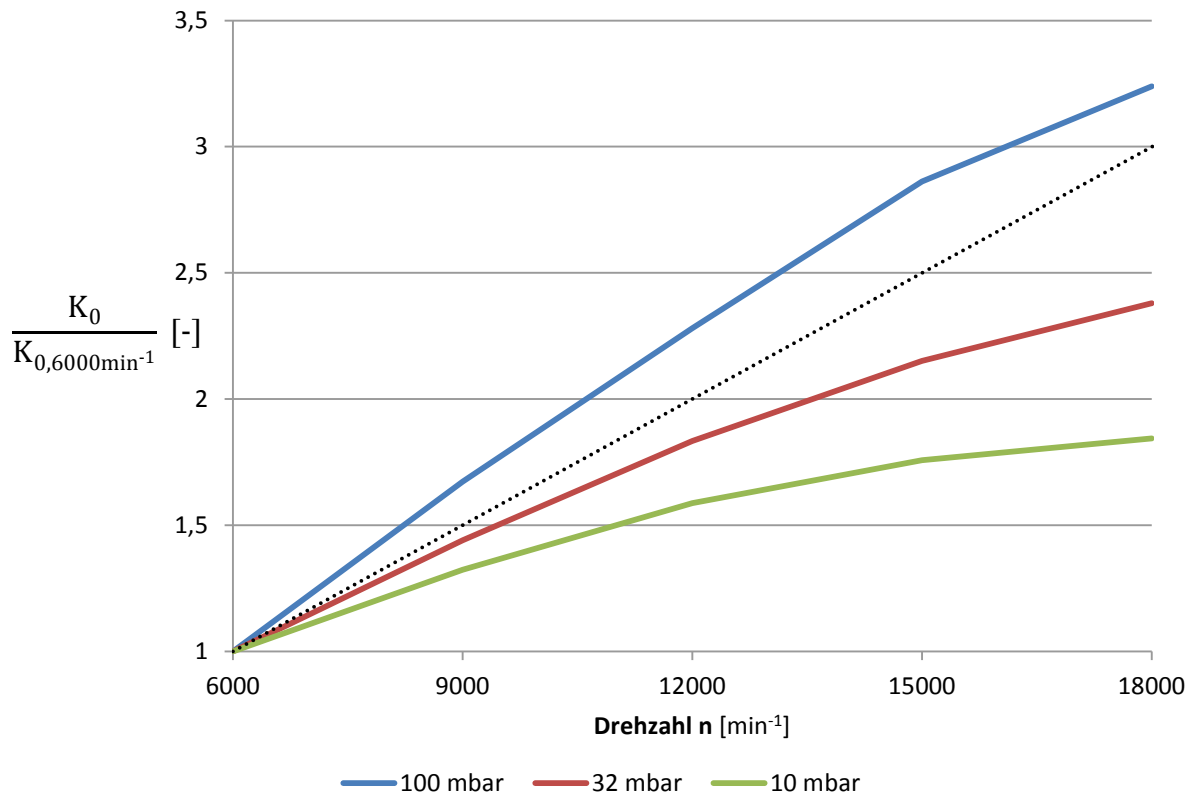


**Abbildung 7.12:** Maximales Kompressionsverhältnis  $K_0$  als Funktion des Vorvakuumdruckes  $p_v$  bei einer Variation der Drehzahl zwischen 6000 und 18000  $\text{min}^{-1}$

Der Einfluss der Drehzahl ist stark vom betrachteten Vorvakuumdruck abhängig, dennoch ergeben sich für die verschiedenen Drehzahlen prinzipiell ähnliche  $K_0$ -Kurven, so dass das Wirken weiterer physikalischer Effekte, abseits der im letzten Teilkapitel bereits diskutierten, ausgeschlossen werden kann und die Variation der Drehzahl tatsächlich auch nur eine Variation der bereits bekannten physikalischen Wirkmechanismen darstellt. Besonders prägnant ist die Verschiebung des absolut maximalen Kompressionsverhältnisses mit steigender Drehzahl hin zu höheren Vorvakuumdrücken. Der Vorvakuumdruck des absolut maximalen Kompressionsverhältnisses steigt von 3 mbar auf 10 mbar an. Dieser Effekt bewirkt damit eine drehzahlabhängige Verschiebung der Grenze zwischen dem eingeführten Bereich I und II, welcher für eine Drehzahl von 6000  $\text{min}^{-1}$  eine plausible Koinzidenz mit den vorliegenden Spaltströmungsformen aufweist. Diese Verschiebung deutet einen signifikanten Einfluss der Drehzahl auf die Spaltmassenströme an, welcher im weiteren Verlauf weiter untersucht wird.

Der Einfluss der Drehzahl auf das maximale Kompressionsverhältnis ist im Bereich I insgesamt am größten. Bei einem Vorvakuumdruck von 100 mbar steigt das maximale Kompressionsverhältnis von 20 auf 67 an, bei einem Vorvakuumdruck von 10 mbar bewegt sich die Zu-

nahme in einem Bereich von 55 auf 101. Eine Auswertung der relativen Zunahme des maximalen Kompressionsverhältnisses bei Variation der Drehzahl ist in **Abbildung 7.13** für verschiedene Vorvakuumdrücke des Bereiches I zu sehen.



**Abbildung 7.13:** Relative Zunahme des maximalen Kompressionsverhältnisses  $K_0$  in Bezug auf eine Drehzahl  $n$  von  $6000\text{min}^{-1}$  als Funktion der Drehzahl  $n$  bei einer Variation des Vorvakuumdruckes für Bereich I

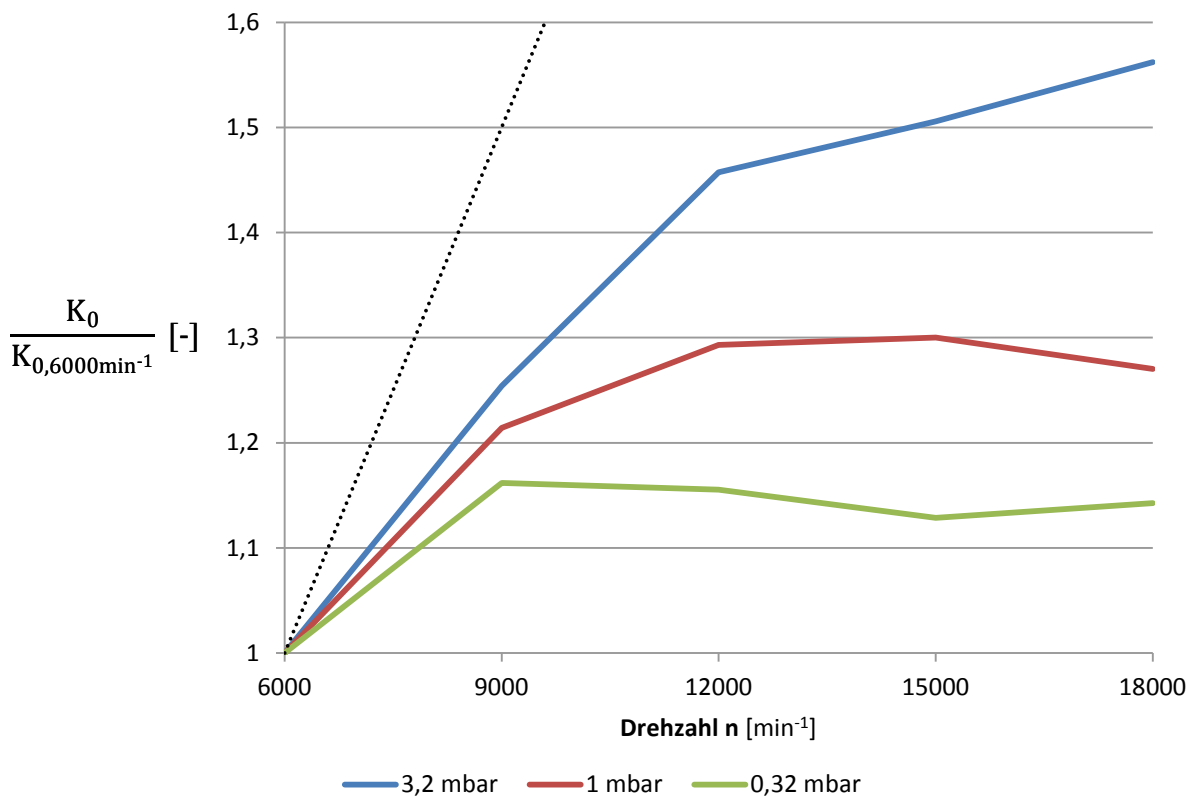
Die Analyse, bei der die Zunahme des maximalen Kompressionsverhältnisses immer relativ zum Ausgangswert bei einer Drehzahl von  $6000\text{min}^{-1}$  bestimmt wird, zeigt, dass der Screw Vacuum Blower eine sehr gute Skalierung mit der Drehzahl besitzt. Hierfür sind im Wesentlichen zwei Gründe zu nennen. Mit zunehmender Drehzahl steigt das theoretische Saugvermögen linear an (Gl. 1.5). Für die kontinuumsnahen Spaltströmungen kann zudem angenommen werden, dass der Einfluss bewegter Spaltberandungen vergleichsweise klein ausfällt [6]. Damit ergibt sich dann theoretisch ein linearer Anstieg des maximalen Kompressionsverhältnisses mit der Drehzahl. Die experimentelle Untersuchung bestätigt diese Tendenz. Auffällig sind jedoch zwei Abweichungen von dem linearen Zusammenhang. Erstens nimmt der Proportionalitätsfaktor zwischen maximalem Kompressionsverhältnis und Drehzahl mit sinkendem Vorvakuumdruck ab und zweitens ist mit zunehmender Drehzahl und sinkendem Vorvakuumdruck eine Abweichung von der mathematischen Form der Ursprungsgeraden zu erken-

nen. Besonders auffällig ist dabei, dass bei einem Vorvakuumdruck von 100 mbar der Proportionalitätsfaktor größer als eins ist.

Dieses drehzahlabhängige Verhalten deutet an, dass, wie bereits bei der Analyse der Vorvakuumdruckabhängigkeit festgestellt, die Spaltströmung verschiedenen physikalischen Einflussfaktoren unterliegt und nur sehr eingeschränkt durch integrale Ansätze beschreibbar ist. Ein Proportionalitätsfaktor größer als eins bedeutet, dass bei Erhöhung der Drehzahl zusätzlich zum Anstieg des theoretischen Fördermassenstromes der effektive Spaltmassenstrom sinken muss. Die dann abnehmende Steigung des maximalen Kompressionsverhältnisses bzw. dessen Zunahme impliziert, dass die zusätzliche Dichtwirkung der Drehzahl auf die Spaltströmung mit weiter steigender Drehzahl nachlässt. Prinzipiell kann die Drehzahl auf zwei Wegen Einfluss auf die Spaltmassenströme nehmen. Der Einfluss der bewegten Spaltberandung ist dabei naheliegend und ermöglicht eine gleichzeitige Reduktion und Vergrößerung der Spaltmassenströme, da die verschiedenen Spaltströme durch Gehäuse-, Stirn- und Profileingriffsspalt unterschiedlich durch eine Drehzahländerung beeinflusst werden. Der effektive Spaltmassenstrom ist dann nur eine Superposition der einzelnen Massenströme. Ein weiterer Aspekt ist der Einfluss der Drehzahl auf das Arbeitsspiel in Kombination mit einer inneren Verdichtung. Mit steigender Drehzahl sinkt die Arbeitsspieldauer, so dass der Druckanstieg beim druckseitigen Ladungswechsel zeitlich verzögert wird. Je größer die Drehzahl ist, desto niedriger ist der Druck beim Überfahren der druckseitigen Steuerkanten und der anliegende Vorvakuumdruck wird erst später im Arbeitsspiel erreicht. Je kürzer somit der Anteil des Arbeitsspiels ist, bei dem der Vorvakuumdruck an den Spaltverbindungen der ausschiebenden Kammer anliegt, desto geringer wird die während des Arbeitsspiels über die Spaltverbindung zurückgeströmte Masse. Somit ergibt sich ein zum Teil selbstverstärkender Effekt.

Für den Bereich II ist die Analyse der Drehzahlabhängigkeit aufgrund der noch nicht vollständig ergründeten physikalischen Wirkmechanismen deutlich schwieriger. **Abbildung 7.14** zeigt die relative Zunahme des maximalen Kompressionsverhältnisses als Funktion der Drehzahl für den Bereich II, wobei der Bereich zwischen 3,2 und 0,32 mbar Vorvakuumdruck exemplarisch ausgewählt wurde. Für einen Vorvakuumdruck von 3,2 mbar lässt sich noch eine relative klare Tendenz erkennen, welche der in Bereich I bei 10 mbar qualitativ ähnelt, jedoch die Zunahme einerseits absolut sehr klein ausfällt und andererseits sehr deutlich von der theoretischen linearen Charakteristik abweicht. Eine Analyse des dominanten physikali-

sehen, des Gasrücktransportes über die Bauteiloberflächen, zeigt, dass es für den Bereich II keine lineare Charakteristik mehr geben kann.



**Abbildung 7.14: Relative Zunahme des maximalen Kompressionsverhältnisses  $K_0$  in Bezug auf eine Drehzahl  $n$  von  $6000\text{min}^{-1}$  als Funktion der Drehzahl  $n$  bei einer Variation des Vorvakuumdruckes für Bereich II**

Wird der Einfluss der Spaltströmung vernachlässigt, so verhält sich der gesamte Gasrücktransport, wie von [6] durch einen virtuellen Schadraum modelliert, ebenso wie das theoretische Saugvermögen proportional zur Drehzahl. Der Einfluss eines möglichen „Gashintransportes“ kann aufgrund des im Verhältnis zum Vorvakuumdruck sehr kleinen Eintrittsdruckes bei maximalem Kompressionsverhältnisse vernachlässigt werden. Demnach ist für den Bereich II keine ausgeprägte Drehzahl des maximalen Kompressionsverhältnisses zu erwarten. Dieses Verhalten wird im Prinzip auch durch die experimentellen Ergebnisse bestätigt. Für einen Vorvakuumdruck von 3,2 mbar kann angenommen werden, dass noch ein signifikanter Anteil des Gasrücktransportes auf Spaltströmungen entfällt, so dass für diesen Vorvakuumdruck noch eine relative Zunahme des maximalen Kompressionsverhältnisses erzielt wird. Bei einem Vorvakuumdruck von 0,32 mbar ist der Anteil der Spaltmassenströme an der gesamten Rückströmung bereits deutlich kleiner, so dass die relative Zunahme selbst bei einer Verdreifachung der Drehzahl lediglich 15 % beträgt. Interessanterweise deutet sich bei Betrachtung

der niedrigen Vorvakuumdrücke ein bereits von der Wälzkolben-Vakuumpumpe bekanntes Phänomen an. Es ist in experimentellen Untersuchungen festgestellt worden, dass bei niedrigen Vorvakuumdrücken eine Erhöhung der Drehzahl oftmals eine schädliche Wirkung auf das maximale Kompressionsverhältnis haben kann [6]. Die Ursache für dieses Verhalten ist für Wälzkolben-Vakuumpumpen nicht vollständig erforscht. Untersuchungen mit Hilfe der Testpartikel-Methode deuten jedoch an, dass die Ursache für dieses Verhalten mit der Durchströmung des Profileingriffsspalt und dem davorliegenden „Zwickelraum“ einhergeht [70].

Weitere Analysen zur Drehzahlabhängigkeit des maximalen Kompressionsverhältnisses werden im Rahmen der Validierung der Simulation vorgenommen und durch entsprechende theoretische Betrachtungen auf Basis der thermodynamischen Simulation ergänzt. Diese hat gegenüber den hier verwendeten integralen Ansätzen den Vorteil, dass sie eine detailliertere Betrachtung der einzelnen Spaltströmungen sowie des Gasrücktransports ermöglicht.

### 7.3 Saugvermögen<sup>24</sup>

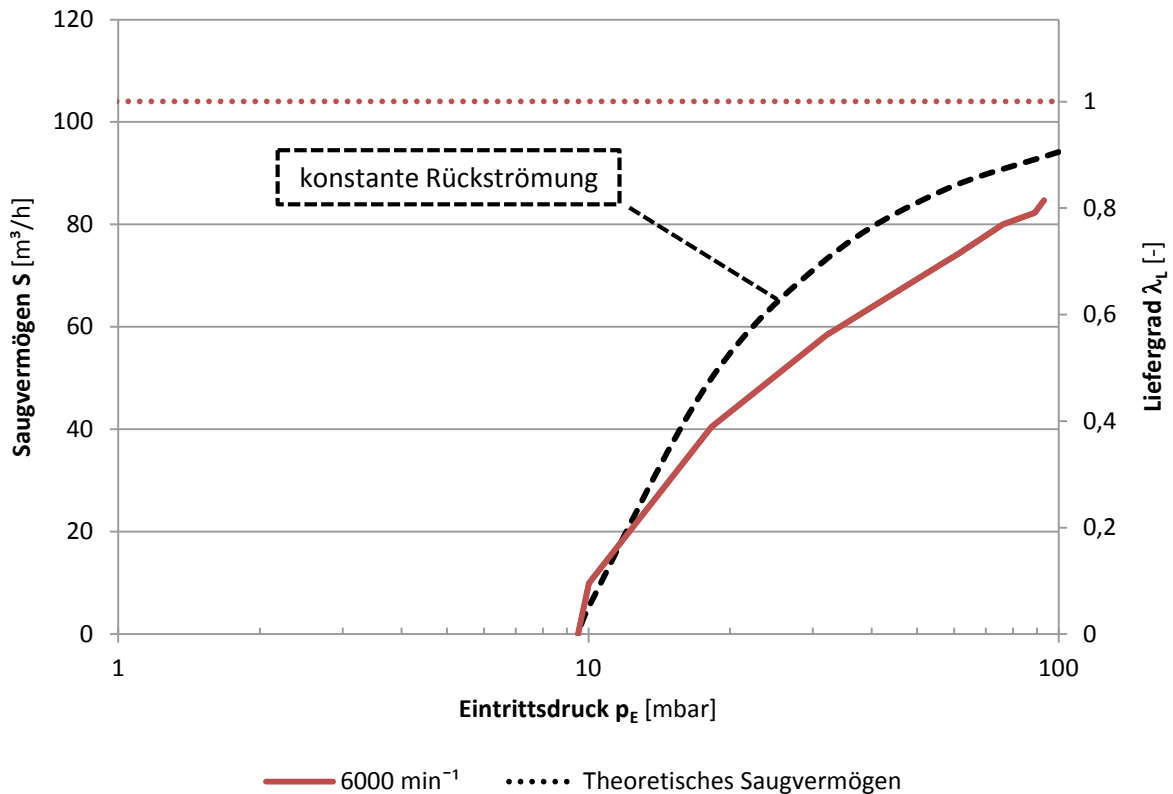
Nachfolgend wird das Saugvermögen des Screw Vacuum Blowers vorgestellt. Hierzu werden Betriebszustände analysiert, in denen sich ein effektiver Fördermassenstrom einstellt. Der effektive Fördermassenstrom stellt dabei immer die Differenz aus theoretischem Fördermassenstrom und inneren sowie äußeren Leckagen dar. Im Rahmen dieser Arbeit werden Betriebszustände angestrebt, bei denen bei Variation des Eintrittsdruckes und der Drehzahl der Vorvakuumdruck konstant gehalten wird. Die sich hieraus ergebenden Saugvermögenskurven sind durch diese Randbedingung unabhängig von der eingesetzten Vorvakuumpumpe.

#### 7.3.1 Einfluss des Eintrittsdruckes

Im ersten Schritt wird das Saugvermögen  $S$  als Funktion des Eintrittsdruckes  $p_E$  bei konstantem Vorvakuumdruck  $p_V$  von 100 mbar und konstanter Drehzahl  $n$  von  $6000 \text{ min}^{-1}$  betrachtet (**Abbildung 7.15**).

---

<sup>24</sup> Die Untersuchung des Saugvermögens erfolgt mit einer Maschinenvariante, deren druckseitige Stirnspalthöhe  $h_{\text{Spalt,Stirn,HD}} = 0,2 \text{ mm}$  beträgt. Da im Rahmen dieser Arbeit der Schwerpunkt auf der Untersuchung des maximalen Kompressionsverhältnisses liegt, ist die fehlende direkte quantitative Vergleichbarkeit der Ergebnisse des maximalen Kompressionsverhältnisses und des Saugvermögens von untergeordneter Bedeutung.



**Abbildung 7.15:** Saugvermögen  $S$  und Liefergrad  $\lambda_L$  als Funktion des Eintrittsdruckes  $p_E$  im Vergleich mit dem theoretischen Saugvermögen und einer Abschätzung basierend auf der Annahme konstanter Rückströmung (Gl. 7.4)  
 Vorvakuumdruck  $p_V = 100$  mbar, Drehzahl  $n = 6000$  min<sup>-1</sup>

Der minimal erreichbare Eintrittsdruck beträgt 9,5 mbar. Für diesen Betriebspunkt ist das effektive Saugvermögen null, da es sich um den bereits bekannten Betriebszustand des maximalen Kompressionsverhältnisses handelt<sup>25</sup>. Von diesem minimalen Eintrittsdruck ausgehend steigt das Saugvermögen mit zunehmendem Eintrittsdruck an. Die primäre Ursache hierfür ist in dem Verhältnis zwischen theoretischem Fördermassenstrom und der Rückströmung zu sehen, welche bei einem Vorvakuumdruck von 100 mbar durch Spaltmassenströme bestimmt wird. Die Spaltmassenströme können durch den konstant gehaltenen Vorvakuumdruck zunächst als konstant angenommen werden, der theoretische Fördermassenstrom steigt jedoch linear mit der Dichte bzw. dem Eintrittsdruck an. Daraus ergibt sich in der Differenz ein steigender effektiver Fördermassenstrom und somit ein höheres Saugvermögen. Bei einem Eintrittsdruck, welcher näherungsweise dem Vorvakuumdruck entspricht, wird der Maximalwert des Saugvermögens erreicht. In dieser Konfiguration sind das 87 m³/h. Der sich aus dem ef-

<sup>25</sup> Aufgrund des größeren Stirnspaltes weicht der minimal erreichbare Enddruck von dem Wert des vorherigen Kapitels ab.

fektiven Fördermassenstrom ergebende Liefergrad  $\lambda_L$  (Gl. 1.7) ist ebenfalls in Abbildung 7.15 dargestellt. Auffällig ist, dass der maximale Liefergrad mit 0,84 relativ gering ausfällt. Da das anliegende äußere Druckverhältnis nahe bei eins liegt, ist im Prinzip von deutlich reduzierten Spaltmassenströmen auszugehen. Ein Vergleich mit den Untersuchungen von [49] zeigt, dass eine vergleichbare Maschine unter atmosphärischen Anwendungsbedingungen bei gleicher Drehzahl niedrigere Liefergrade erzielt, Wälzkolben-Vakuumpumpen hingegen höhere maximale Liefergrade erreichen können [6].

Im Vergleich zu den Wälzkolben-Vakuumpumpen stellt der Screw Vacuum Blower hinsichtlich des Saugvermögens eine Besonderheit dar. Bedingt durch die innere Verdichtung entsteht an den Spaltverbindungen immer eine Druckdifferenz, auch wenn die zwischen Ein- und Auslass anliegende Druckdifferenz, auch äußere Druckdifferenz genannt, verschwindend gering wird. Aus diesem Grund ist eine Konvergenz des Saugvermögens gegen den theoretischen Maximalwert bzw. des Liefergrads gegen eins nicht zu erwarten. Dennoch kann die vereinfachte Modellvorstellung einer konstanten, eintrittsdrukunabhängigen Rückströmung verwendet werden, um, basierend auf dem minimalen Enddruck, das Saugvermögen abzuschätzen. Der Liefergrad  $\lambda_L$  kann für einen gegebenen minimalen Eintrittsdruck  $p_{E,\min}$  als Funktion des Eintrittsdruckes  $p_E$  berechnet werden (Gl. 7.4).

$$\lambda_L = 1 - \frac{p_V}{K_0} \cdot \frac{1}{p_E} = 1 - \frac{p_{E,\min}}{p_E} \quad \text{Gl. 7.4}$$

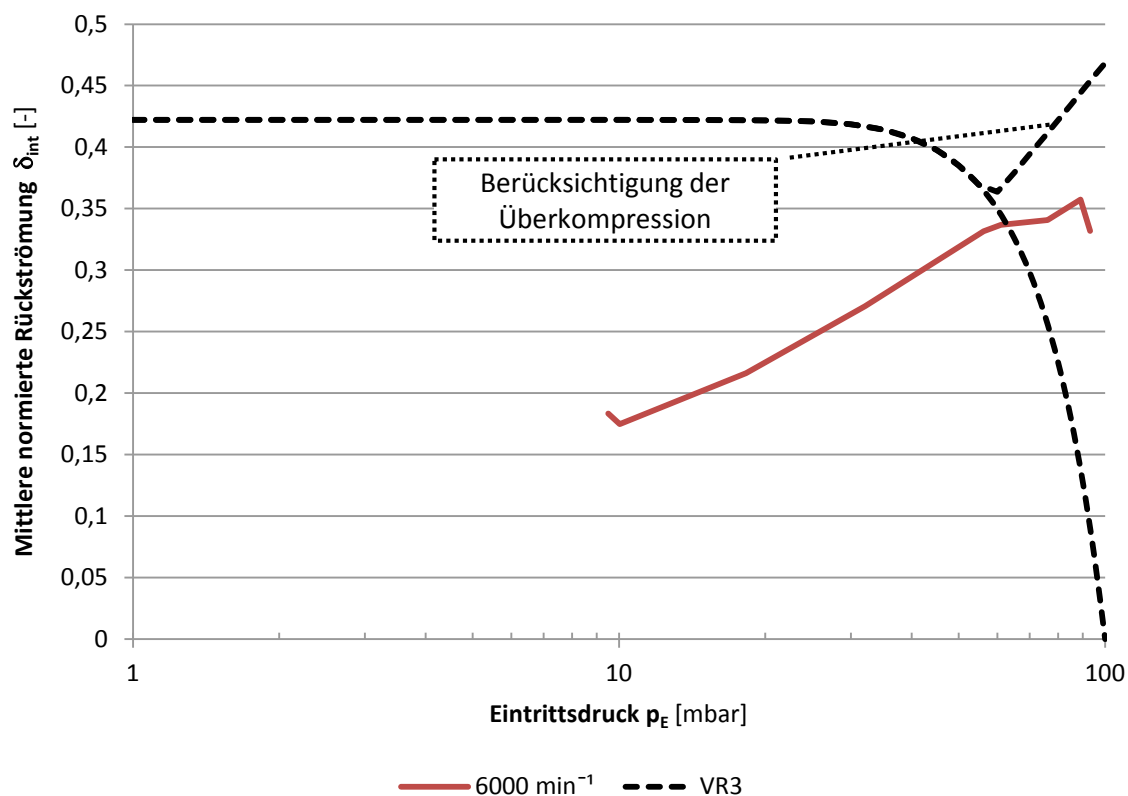
Der abgeschätzte Liefergrad bzw. das daraus berechnete Saugvermögen zeigt eine qualitativ gute Übereinstimmung mit den gemessenen Werten (Abbildung 7.15). Ebenfalls ist ersichtlich, dass für eine Rückströmung, die nicht mit sinkender äußerer Druckdifferenz zunimmt, maximale Liefergrade von 0,9 erzielt werden können. Die Abweichung zwischen Abschätzung und gemessenen Werten mit zunehmendem Eintrittsdruck kann verschiedene Gründe haben. Eine naheliegende Erklärung ist eine versuchsbedingte Veränderung an den Spalthöhen. Da die Betriebspunkte mit hohen Eintrittsdrücken zu Beginn einer Messreihe aufgenommen werden, steigt mit sinkendem Eintrittsdruck die Leistungsaufnahme und damit die Bauteiltemperaturen. Die in Folge auftretenden Spalthöhenverkleinerungen könnten eine mögliche Erklärung für die Abweichung sein.



Weiteren Aufschluss über die Einflussgrößen kann erneut die Betrachtung der mittleren normierten Rückströmung  $\delta_{\text{int}}$  über alle Spaltverbindungen der ausschiebenden Arbeitskammern geben (Gl. 7.2). Um den benötigten inneren Leckagemeassenstrom  $\dot{m}_{\text{Leckage}}$  zu erhalten, muss der theoretische Fördermassenstrom  $\dot{m}_{\text{th}}$  noch um den effektiven Fördermassenstrom verringert werden. Diese Differenz kann mit Hilfe des Liefergrades  $\lambda_L$  des jeweiligen Betriebspunktes gebildet werden (Gl. 7.5).

$$\dot{m}_{\text{Leckage}} = \dot{m}_{\text{th}} \cdot (1 - \lambda_L) \quad \text{Gl. 7.5}$$

Die berechnete normierte Rückströmung als Funktion des Eintrittsdruckes ist in **Abbildung 7.16** dargestellt.



**Abbildung 7.16:** Mittlere normierte Rückströmung  $\delta_{\text{int}}$  als Funktion des Eintrittsdruckes  $p_E$  im Vergleich mit einem Spalt VR3 5  
 $h_{\text{spalt}} = 0,147 \text{ mm}$ ,  $b_{\text{spalt}} = 512 \text{ mm}$   
 Vorvakuumdruck  $p_V = 100 \text{ mbar}$ , Drehzahl  $n = 6000 \text{ min}^{-1}$

Deutlich ist der zuvor bereits beschriebene Anstieg der normierten Rückströmung mit zunehmendem Eintrittsdruck sichtbar. Die Zunahme beträgt dabei zwischen 10 und 70 mbar fast

100 %. Im Vergleich zu der aus Messdaten berechneten Rückströmung ist der normierte Massenstrom eines einzelnen äquivalenten Spaltes mit der Kontur VR3 aufgetragen. Der normierte Massenstrom ist analog zu der Analyse des maximalen Kompressionsverhältnisses berechnet. Für den Betriebspunkt des minimalen Eintrittsdruckes zeigt sich dementsprechend das gleiche Bild und der normierte Massenstrom des Einzelspaltes ist deutlich größer als der der mittleren Rückströmung (Abbildung 7.10). Mit zunehmendem Eintrittsdruck ist für den Einzelspalt dann eine Abnahme des normierten Massenstromes festzustellen, da für die Berechnung das äußere Druckverhältnis aus Vorvakuumdruck und Eintrittsdruck angenommen wird.

Dieses Verhalten ist im Experiment nicht zu beobachten. Die Ursachen hierfür sind die innere Verdichtung und Überkompression beim Ausschieben. Beginnend mit Eintrittsdrücken von 68 mbar übersteigt der Druck in der Arbeitskammer unter Annahme einer isothermen Kompression den Vorvakuumdruck von 100 mbar, so dass auch für diesen Eintrittsdruckbereich immer ein relevantes Druckverhältnis an den Spaltverbindungen anliegt. Eine Abschätzung dieses Einflussparameters ist ebenfalls in Abbildung 7.16 verfügbar. Der auf diese Weise auf Werte oberhalb des Vorvakuumdruckes ansteigende Arbeitskammerdruck führt für Eintrittsdrücke oberhalb 70 mbar zu einem deutlichen Anstieg des normierten Spaltmassenstroms. Unberücksichtigt bleibt hierbei der Einfluss des durchgesetzten Massenstroms auf die Überkompression. Mit steigendem Eintrittsdruck steigt der auszuschiebende Massenstrom und eine Drosselung während des Ladungswechsels kann eine weitere Erhöhung des Arbeitskammerdruckes während des Ausschubens bewirken. Dieser Effekt wird jedoch an dieser Stelle nicht weiter betrachtet.

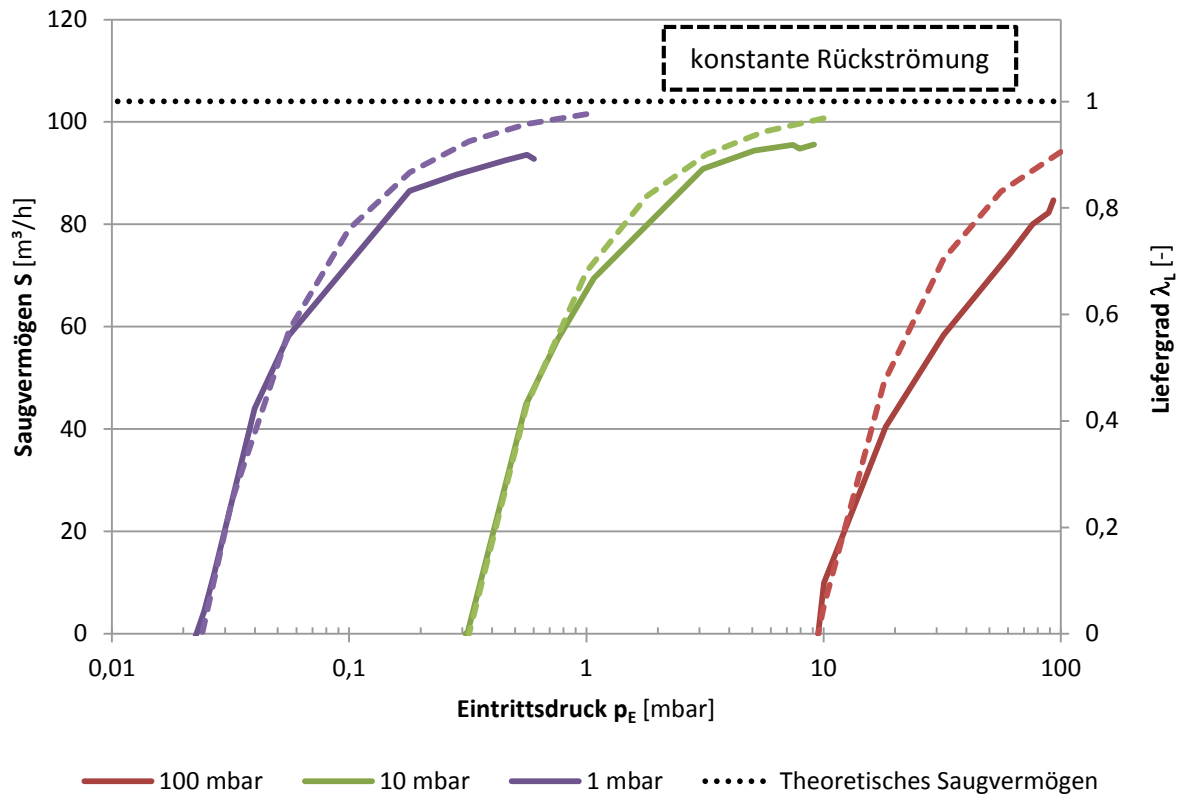
Ein weiterer Wirkmechanismus, welcher für die mit steigendem Eintrittsdruck gleichsam steigende Rückströmung verantwortlich sein kann, ist die serielle Verknüpfung der Gehäusespalte über die gekapselte Arbeitskammer. Der sich in der gekapselten Arbeitskammer einstellende Druck ist insbesondere bei niedrigen Eintrittsdrücken kleiner als der Vorvakuumdruck und führt dazu, dass die aus der Arbeitskammer abfließenden Spaltmassenströme durch die bewegten Spaltberandungen verändert werden können. Der Einfluss der bewegten Spaltberandung könnte den Spaltmassenstrom aus der Kammer heraus senken und somit den Kammerdruck anheben. Dies hätte ebenfalls geringere Spaltmassenströme von der Auslassseite in die Arbeitskammer zur Folge. Dieser Mechanismus ist jedoch in den Wechselwirkungen zu komplex, um ihn an dieser Stelle vereinfacht untersuchen zu können.

Eine weitere bisher nicht betrachtete Einflussgröße ist die Gastemperatur. Diese hat, ebenso wie der Druck, einen Einfluss auf die Spaltströmung. Die messtechnische Erfassung von Gastemperaturen unter Vakuumbedingungen ist, wie bereits diskutiert, nur eingeschränkt möglich, weshalb dieser Einfluss auf Basis der experimentellen Daten nicht weiter untersucht wird.

Die qualitative Abhängigkeit des Saugvermögens vom Eintrittsdruck ist sehr gut durch eine Spaltrückströmung zu erklären. Jedoch beeinflussen wahrscheinlich verschiedene Mechanismen die Spaltrückströmung, z.B. die Bauteilverformungen, Überkompression und bewegte Spaltberandungen. Durch die begrenzten messtechnischen Möglichkeiten ist eine weitere quantitative Beurteilung der einzelnen Effekte allein auf Basis von Messdaten und integralen analytischen Überlegungen nicht möglich.

### **7.3.2 Einfluss des Vorvakuumdruckes**

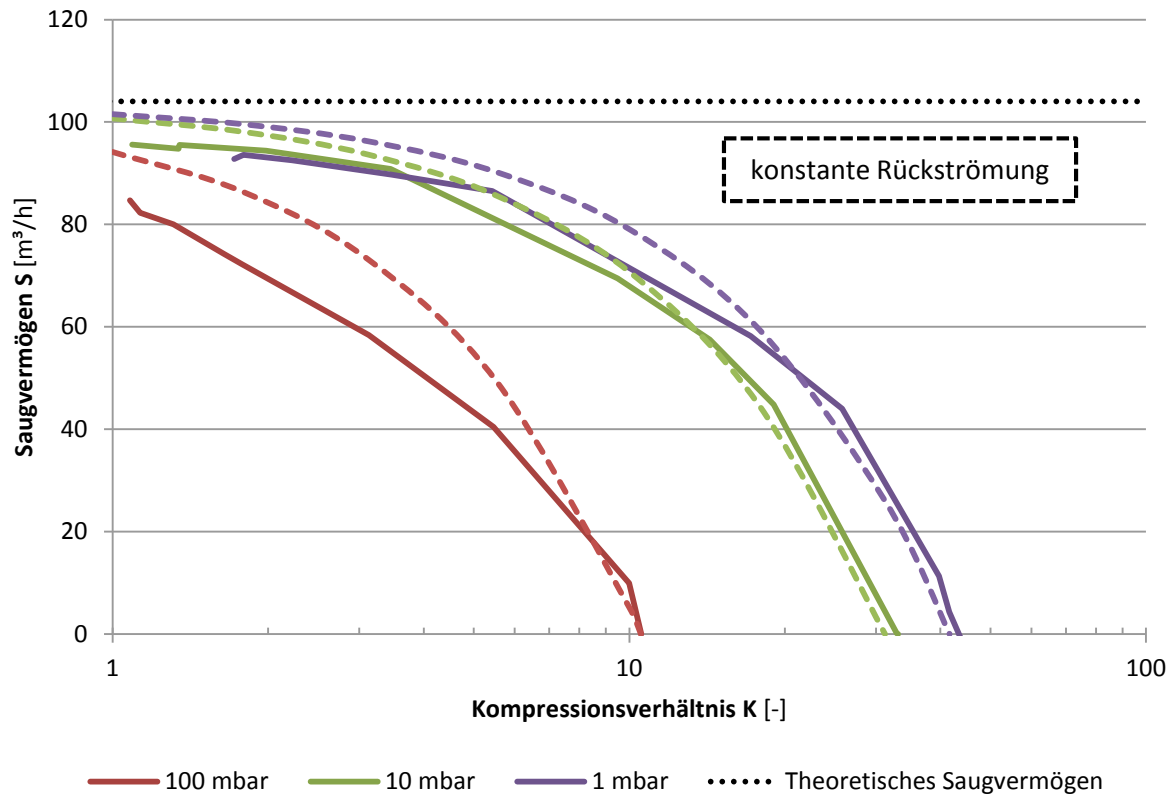
Im nächst Schritt wird der Einfluss des Vorvakuumdruckes  $p_v$  auf das Saugvermögen bei konstanter Drehzahl  $n$  von  $6000 \text{ min}^{-1}$  untersucht. Hierzu werden exemplarisch die Vorvakuumdrücke 1, 10 und 100 mbar im Vergleich betrachtet. Zusätzlich ist das theoretische Saugvermögen als Vergleichsgröße aufgetragen (**Abbildung 7.17**).



**Abbildung 7.17:** Saugvermögen  $S$  und Liefergrad  $\lambda_L$  als Funktion des Eintrittsdruckes  $p_E$  bei Variation des Vorvakuumdruckes  $p_V$  und einer Drehzahl  $n$  von  $6000 \text{ min}^{-1}$  im Vergleich mit dem theoretischen Saugvermögen und einer Abschätzung basierend auf der Annahme konstanter Rückströmung (Gl. 7.4)

Die jeweiligen Saugvermögen bei konstantem Vorvakuumdruck und konstanter Drehzahl sind qualitativ vergleichbar. Mit abnehmendem Vorvakuumdruck steigt das maximal erreichbare Saugvermögen an und erreicht z.B. bei einem Vorvakuumdruck von 10 mbar und einem kleinen Kompressionsverhältnis  $95 \text{ m}^3/\text{h}$ . Dies entspricht einem Liefergrad von 0,91.

Ein weiterer Vergleich ist mit Betrachtung des Eintrittsdruckes als abhängiger Größe kaum möglich, da diese jeweils eine Dekade auseinander liegen. Aus diesem Grund wird das Saugvermögen bei Variation des Vorvakuumdruckes als Funktion des Kompressionsverhältnisses  $K$  aufgetragen. Das Kompressionsverhältnis  $K$  ist als Quotient aus Vorvakuumdruck  $p_V$  und Eintrittsdruckes  $p_E$  definiert (Gl. 1.11). Das Ergebnis dieser Auftragung ist in **Abbildung 7.18** zu sehen. Als Vergleichsgröße ist sowohl das theoretische Saugvermögen als auch das berechnete Saugvermögen unter Annahme einer konstanten Rückströmung (Gl. 7.4) dargestellt.

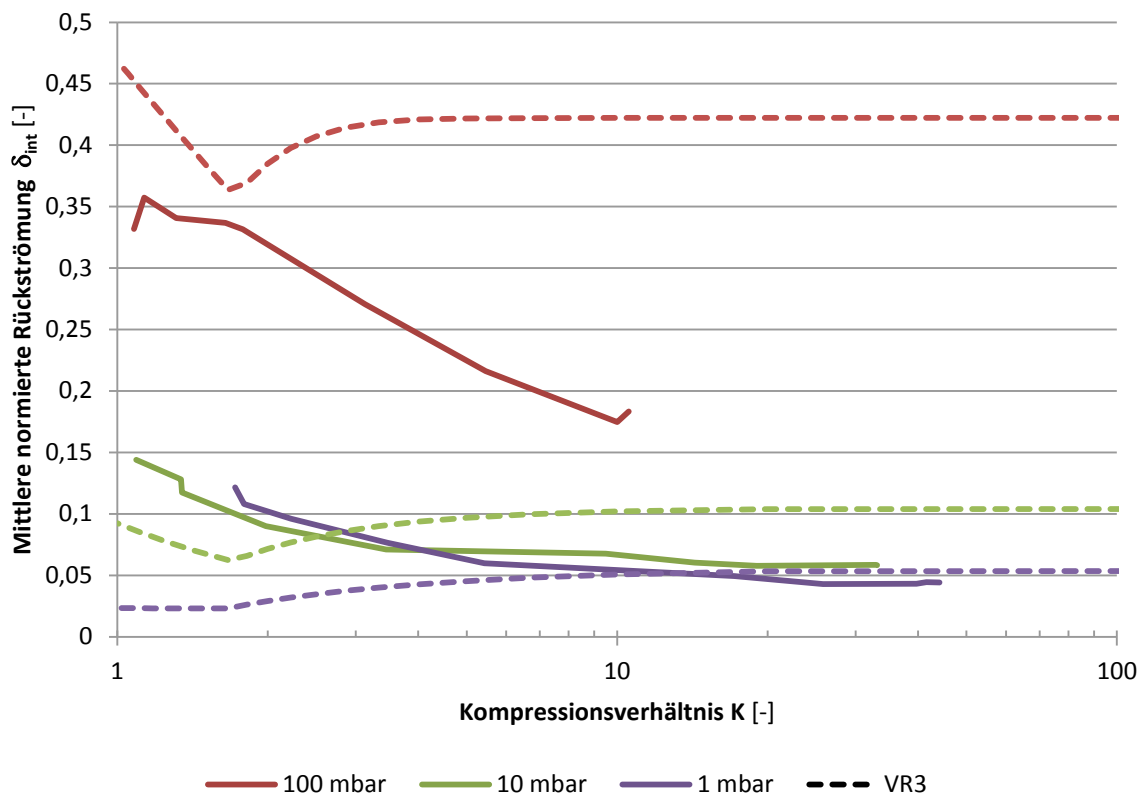


**Abbildung 7.18:** Saugvermögen  $S$  als Funktion des Kompressionsverhältnisses  $K$  bei Variation des Vorvakuumdrukkes  $p_v$  und einer Drehzahl  $n$  von  $6000 \text{ min}^{-1}$  im Vergleich mit dem theoretischen Saugvermögen und einer Abschätzung basierend auf der Annahme konstanter Rückströmung (Gl. 7.4)

Der Vergleich der verschiedenen Vorvakuumdrukke liefert hinsichtlich des maximalen Kompressionsverhältnisses ein konsistentes Ergebnis mit der gesonderten experimentellen Untersuchung des maximalen Kompressionsverhältnisses. Mit abnehmendem Vorvakuumdruk bis hin zu 1 mbar ist eine Zunahme des maximalen Kompressionsverhältnisses zu beobachten. Demensprechend ist über einen größeren Bereich des Kompressionsverhältnisses ein hohes Saugvermögen bei den niedrigeren Vorvakuumdrukken erkennbar.

Im Gegensatz zum bereits analysierten Vorvakuumdruk von 100 mbar ist für die niedrigeren Vorvakuumdrukke der Ansatz einer konstanten, eintrittsdrukunabhängigen Rückströmung deutlich passender. Die berechneten Saugvermögen weisen auch bei kleinen Kompressionsverhältnissen noch eine gute Übereinstimmung mit den gemessenen Werten auf. Lediglich für Eintrittsdrukke, bei denen eine Überkompression auftritt, werden größere Abweichungen sichtbar.

Eine detaillierte Analyse der aus den Messdaten berechneten normierten Rückströmung zeigt jedoch ein hiervon abweichendes Bild (**Abbildung 7.19**).



**Abbildung 7.19:** Mittlere normierte Rückströmung  $\delta_{\text{int}}$  als Funktion des Kompressionsverhältnisses  $K$  bei Variation des Vorvakuumdruckes  $p_v$  und einer Drehzahl  $n$  von  $6000 \text{ min}^{-1}$  im Vergleich mit einem Spalt VR3 5  
 $h_{\text{spalt}} = 0,147 \text{ mm}$ ,  $b_{\text{spalt}} = 512 \text{ mm}$

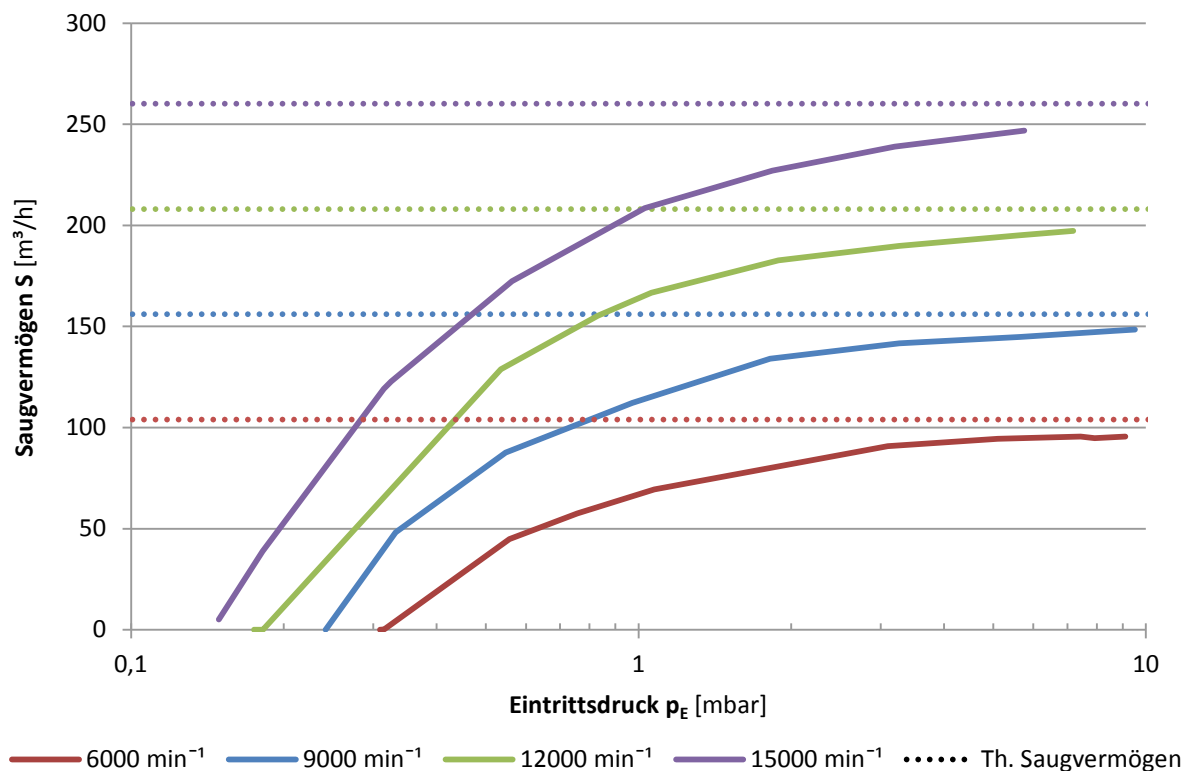
Der normierte Massenstrom der Spaltkontur VR3 für die mittleren Spaltparameter bildet den Einfluss des Vorvakuumdruckes auf die normierte Rückströmung gut ab. Zudem ist die normierte Rückströmung, möglicherweise durch die absolut größeren Kompressionsverhältnisse bedingt, in einem großen Bereich konstant. Allerdings ist auch bei Vorvakuumdrücken kleiner als 100 mbar ein signifikanter Anstieg der Rückströmung bei kleinen Kompressionsverhältnissen erkennbar. Die prozentuale Zunahme mit sinkendem Kompressionsverhältnis ist für alle Vorvakuumdrücke in der gleichen Größenordnung. Der mögliche Einfluss einer Überkompression auf die Rückströmung ist auch für die niedrigeren Vorvakuumdrücke nicht sichtbar, bzw. scheint für den Vorvakuumdruck von 1 mbar auch nicht deutlich ausgeprägt zu sein.

Diese Betrachtung erlaubt in gewissem Maße Rückschlüsse auf die wirksamen physikalischen Mechanismen. Die mögliche Überkompression, welche durch das innere Volumenverhältnis

bei kleinen äußeren Kompressionsverhältnissen entsteht, ist mit hoher Wahrscheinlichkeit nicht die Ursache für den deutlichen Anstieg der normierten Rückströmung mit sinkendem Kompressionsverhältnis.

### 7.3.3 Einfluss der Drehzahl

Abschließend wird der Betriebsparameter Drehzahl in seinem Einfluss auf das Saugvermögen des Screw Vacuum Blowers untersucht. Hierzu wird exemplarisch der Vorvakuumdruck  $p_v$  von 10 mbar betrachtet und die Drehzahl  $n$  in den Grenzen zwischen 6000 und 15000  $\text{min}^{-1}$  variiert. Das zugehörige gemessene Saugvermögen ist in **Abbildung 7.20** dargestellt. Der Vorvakuumdruck von 10 mbar wird an dieser Stelle betrachtet, da die Abschätzung der normierten Rückströmung zeigt, dass der Einfluss einer Überkompression in diesem Druckbereich keinen signifikanten Einfluss hat (Abbildung 7.19).

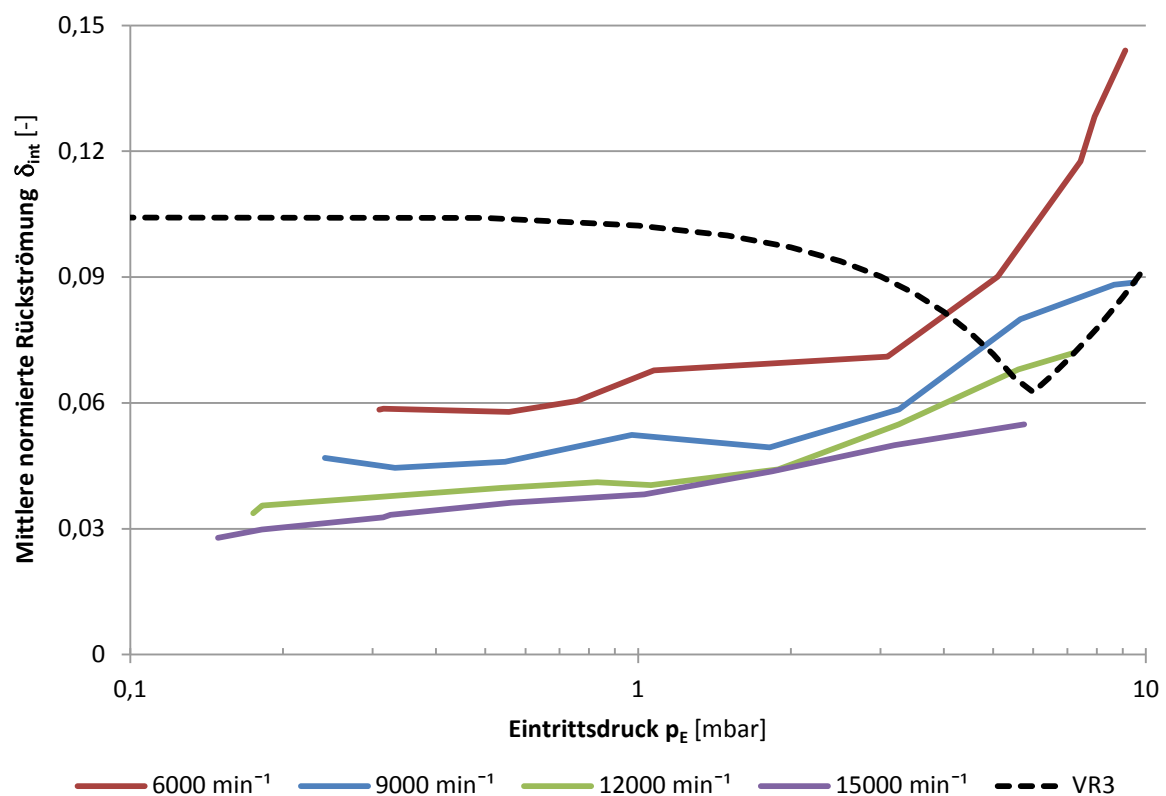


**Abbildung 7.20:** Saugvermögen  $S$  als Funktion des Eintrittsdruckes  $p_E$  bei Variation der Drehzahl  $n$  und einem konstanten Vorvakuumdruck  $p_v$  von 10 mbar im Vergleich mit dem theoretischen Saugvermögen

Das theoretische Saugvermögen ist für alle Drehzahlen als Vergleichsgröße aufgetragen. Beginnend mit einer Drehzahl von 6000  $\text{min}^{-1}$  steigt das Saugvermögen bei hohem Eintrittsdruck

fast linear mit der Drehzahl an und es wird auch für die hier betrachtete Maximaldrehzahl von  $15000 \text{ min}^{-1}$  das theoretische Saugvermögen fast erreicht. Der maximal erreichbare Liefergrad wird ebenfalls bei der maximalen Drehzahl erreicht und beträgt 0,95. Die Tatsache, dass mit steigender Drehzahl der Eintrittsdruck nicht bis an den Vorvakuumdruck herangeführt werden kann, ist der für diese Betriebspunkte zu kleinen Vorvakuumpumpe geschuldet.

Des Weiteren bewirkt die Erhöhung der Drehzahl eine Absenkung des minimal erreichbaren Enddruckes und zeigt eine mit den direkten Messungen des maximalen Kompressionsverhältnisses vergleichbare Abhängigkeit (Abbildung 7.12). Der geringere Enddruck sowie die höheren Liefergrade deuten an, dass die Zunahme der Drehzahl zudem auch mit einer Abnahme der Rückströmung verbunden sein könnte. Dieser Aspekt wird im Folgenden anhand der mittleren normierten Rückströmung weiter untersucht (Abbildung 7.21).



**Abbildung 7.21:** Mittlere normierte Rückströmung  $\delta_{\text{int}}$  als Funktion des Eintrittsdruckes  $p_E$  bei Variation der Drehzahl und einem Vorvakuumdruck  $p_V$  von 10 mbar im Vergleich mit einem Spalt VR3 5  
 $h_{\text{spalt}} = 0,147 \text{ mm}$ ,  $b_{\text{spalt}} = 512 \text{ mm}$

Alle betrachteten Drehzahlen zeigen das bereits aus der vorangegangenen Analyse bekannte Verhalten in Abhängigkeit des Eintrittsdruckes. Mit sinkendem Eintrittsdruck bzw. mit stei-

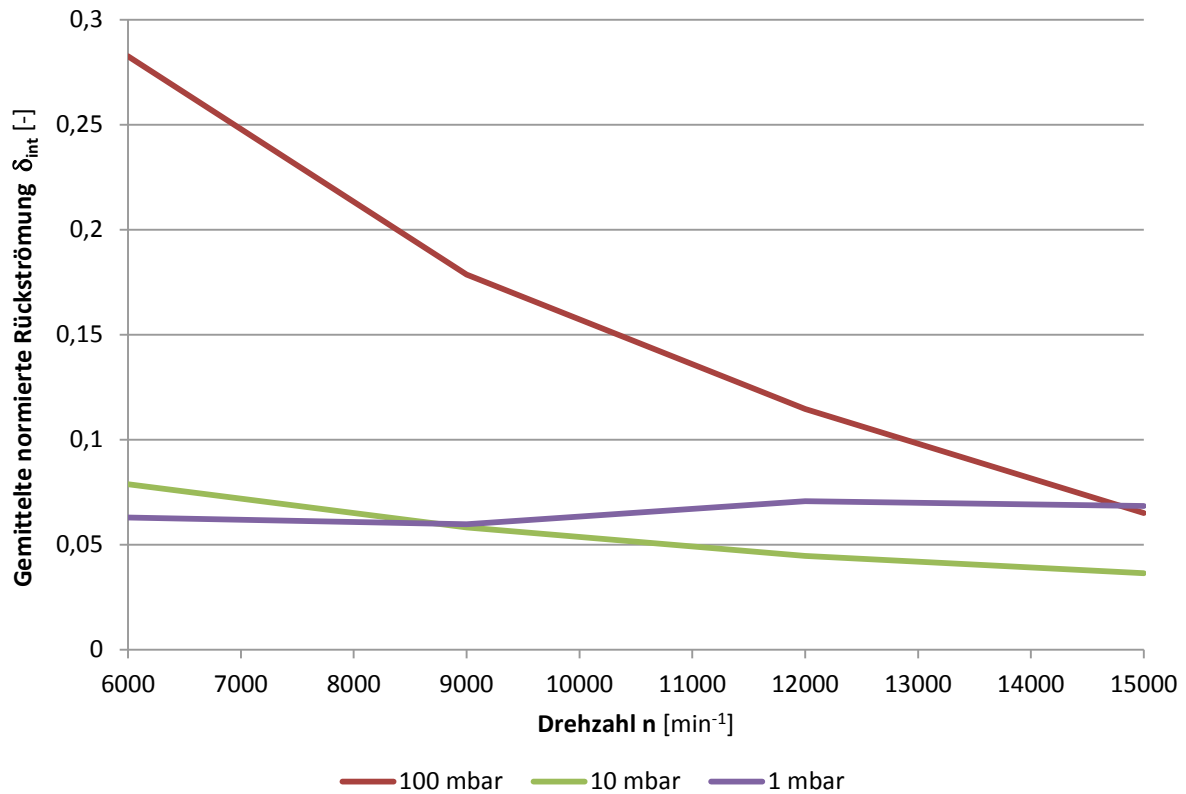


gendem Kompressionsverhältnis sinkt die normierte Rückströmung ebenfalls ab (Abbildung 7.19). Die Abschätzung der Rückströmung mit Hilfe einer repräsentativen Spaltgeometrie auf Basis des VR3 liefert zwar einen guten Anhaltswert, kann jedoch einen Einfluss der Drehzahl nicht abbilden.

Mit zunehmender Drehzahl ist für alle Eintrittsdrücke ein Absinken der normierten Rückströmung zu beobachten. Der Trend ist jedoch degressiv, so dass bereits zwischen den Drehzahlen 12000 und 15000min<sup>-1</sup> kaum noch Unterschiede zu erkennen sind. Für einen Vorvakuumdruck von 10 mbar ist davon auszugehen, dass in allen Spaltverbindungen bereits eine Knudsen-Strömung vorliegt (Abbildung 7.8). Dementsprechend ist durch die bewegten Spaltberandungen ein direkter Einfluss der Drehzahl auf die Rückströmung möglich. Die experimentell ermittelte Charakteristik könnte, neben anderen indirekten Drehzahleinflüssen, durch eine Überlagerung eines mit zunehmender Drehzahl stetig dichter werdenden Gehäusespalt sowie eines stetig durchlässiger werdenden Profileingriffsspalt entstehen.

Als weiterer Einfluss führt bei gleichem Kompressionsverhältnis eine Erhöhung der Drehzahl zu einer Veränderung des Druckanstiegs in der gekapselten Arbeitskammer bzw. beim Ausschlebevorgang. Durch einen zeitlich verzögerten Druckanstieg auf Vorvakuumdruckniveau ergibt sich, ähnlich wie beim maximalen Kompressionsverhältnis, ein kürzerer Zeitraum, in dem überhaupt der Vorvakuumdruck an allen Spaltverbindungen anliegt. Dies hätte ebenfalls eine sinkende mittlere normierte Rückströmung zur Folge.

Eine integrale Betrachtung der normierten Rückströmung  $\delta_{\text{int}}$ , bei der für jede Kombination aus Drehzahl  $n$  und Vorvakuumdruck  $p_V$  ein arithmetischer Mittelwert für alle Eintrittsdrücke  $p_E$  gebildet wird, ist als Funktion der Drehzahl  $n$  für die Vorvakuumdrücke 1, 10 und 100 mbar in **Abbildung 7.22** dargestellt.



**Abbildung 7.22:** Eintrittsdruckgemittelte normierte Rückströmung  $\delta_{\text{int}}$  als Funktion der Drehzahl  $n$  bei Variation des Vorvakuumdruck  $p_v$

Für den Vorvakuumdruck von 100 mbar ist eine deutliche Abnahme der gemittelten normierten Rückströmung mit steigender Drehzahl sichtbar. Die Drehzahl bewirkt dementsprechend eine Reduktion der Spaltmassenströme, da bei einem Vorvakuumdruck von 100 mbar Spaltmassenströme mit hoher Wahrscheinlichkeit den dominanten Wirkmechanismus darstellen. Bei der Betrachtung der zugrunde liegenden Spaltströmungsform ist lediglich für den Profilingriffsspalt von einer Knudsen-Strömung auszugehen und somit potentiell ein Anstieg der normierten Rückströmung mit zunehmender Drehzahl zu erwarten. Die möglichen Einflüsse der Drehzahl in diesem Druckbereich sind, analog zu den bereits untersuchten maximalen Kompressionsverhältnis, wahrscheinlich deutlich vielfältiger und im Bereich thermischer Bauteilverformungen und veränderter thermodynamischer Prozessführung zu finden. Für den Vorvakuumdruck von 10 mbar ist prinzipiell das bereits aus Abbildung 7.21 bekannte Ergebnis zu sehen. Ausgehend von der Drehzahl  $6000 \text{ min}^{-1}$  nimmt die gemittelte Rückströmung ab, wobei für hohe Drehzahlen ein asymptotisches Verhalten sichtbar ist. Der Einfluss der Drehzahl nimmt deutlich ab. Für den kleinsten betrachteten Vorvakuumdruck von 1 mbar ergibt sich eine Umkehr der Abhängigkeit und eine Zunahme der Drehzahl führt zu einer Zunahme der Rückströmung. Da aufgrund des absolut niedrigeren Vorvakuumdruckes Einflüsse durch

den thermodynamischen Prozess oder Bauteilverformungen vernachlässigt werden können, könnte die Zunahme der normierten Rückströmung tatsächlich auf den Einfluss bewegter Spaltberandungen zurückgeführt werden.

## **8. Validierung der thermodynamischen Simulation**

Im Folgenden Kapitel werden die bisher vorgestellten Teilaspekte der Arbeit in Form der geometrischen und thermodynamischen Modellierung in Kombination mit dem für die Vakuumtechnik neuartigen Maschinenkonzept des Screw Vacuum Blowers kombiniert. Die Kennfeldanalyse anhand des maximalen Kompressionsverhältnisses und des Saugvermögens ermöglicht bereits einen Einblick in das Betriebsverhalten eines Screw Vacuum Blowers und die wirksamen physikalischen Mechanismen. Die bisherigen Versuche, das Betriebsverhalten mit Hilfe einfacher mathematischer Ansätze zu beschreiben, sind jedoch aufgrund der geometrischen und thermodynamischen Komplexität nur in der Lage, einen qualitativen Eindruck über die wirksamen physikalisch-technischen Mechanismen zu geben.

Im nächsten Schritt werden deshalb den experimentellen Ergebnissen die Resultate der thermodynamischen Simulation gegenüber gestellt. Diese Gegenüberstellung verfolgt dabei zwei wesentliche Ziele. Zunächst wird die Qualität der geometrischen und thermodynamischen Modellierung des Screw Vacuum Blowers mit KaSim-PRE und KaSim beurteilt. Darüber hinaus ermöglicht die Betrachtung von Experiment und Simulation im direkten Vergleich ein besseres und detaillierteres Verständnis der Versuchsmaschine und kann die Zusammenhänge zwischen den Betriebsparametern, der Geometrie und den wirksamen Mechanismen besser evaluieren.

Zunächst wird hierzu die Modellierung des Screw Vacuum Blowers vorgestellt und eine integrale Validierung des Modells anhand der Kennzahlen maximales Kompressionsverhältnis und Saugvermögen vorgenommen. Darauf aufbauend werden mehrere Teilaspekte des Screw Vacuum Blowers im Detail wie z.B die Leistungsaufnahme oder der druckseitige Lagerraumdruck untersucht, wobei sich diese Untersuchungen auf Betriebspunkte im Enddruck beschränken.

### **8.1 Modellierung des Screw Vacuum Blowers**

Die Modellierung des Screw Vacuum Blowers basiert auf der Stirnschnittgeometrie des von [49] und [53] entwickelten Rotorprofils. Die weiteren geometrischen Daten entsprechen denen in Tabelle 1.2. Die benötigten Steuerkanten der Ein- und Auslassflächen werden aus dem für die Konstruktion und Fertigung verwendeten CAD-Modell abgeleitet.

Das Kammermodell wird mit Hilfe einer Vielzahl an Modulen von KaSim-PRE generiert (Tabelle 3.1). Das Kammermodell umfasst Arbeitskammern, Spaltverbindungen, interne Kammerverbindungen und Kopfrundungsöffnungen, Wärmeübergänge in den Arbeitskammern, Ein- und Auslassflächen, Lagerräume sowie die zugehörigen Verbindungen zu den Arbeitskammern, Gasrücktransport basierend auf Ad- und Desorption und Leckagen zu den Lagerräumen.

Eine vollständige Darstellung aller Details des erzeugten und verwendeten Kammermodells ist angesichts des Umfangs und der Komplexität nicht zielführend. Stattdessen werden an dieser Stelle wesentliche Elemente der Modellierung sowie die Ergebnisse der geometrischen Berechnung einiger ausgewählter Module vorgestellt.

Die Spaltverbindungen sind hinsichtlich des minimalen Strömungsquerschnitts in Form von Höhe und Breite geometrisch definiert und werden von KaSim-PRE mit hinreichender Genauigkeit bestimmt. Die Spalthöhen entsprechen den in Tabelle 1.2 angegebenen Werten und sind in die Gehäusegeometrie übernommen, so dass der Einfluss auf das Arbeitskammervolumen erfasst wird. Die Profileingriffsspalthöhe wird nicht vorgegeben, sondern während der Modellgenerierung aus der dreidimensionalen Rotorgeometrie berechnet und die Spalthöhe für die jeweiligen Spaltabschnitte arithmetisch gemittelt. Aus diesem Grund werden nachfolgend nur die verwendete Spaltkonturen und die ermittelten Spaltkonturparameter vorgestellt. Die Auswahl der optimalen Spaltkontur findet, wie bereits vorgestellt, manuell statt.

**Tabelle 8.1:** Parametrisierung der jeweiligen Spaltart und Spaltkontur

Spalt	Spaltkontur	Parameter
Gehäusespalt, Hauptrotor	VR7	30,2 [°]
Gehäusespalt, Nebenrotor	VR3	2,99 [mm]
Profileingriffsspalt	VR3	0,2 ... 2,8 [mm]
Stirrspalt, Hauptrotor	VR3	25,9 [mm]
Stirrspalt, Nebenrotor	VR3	7,03 [mm]

**Tabelle 8.1** zeigt aus Gründen der Übersichtlichkeit die phasengemittelten Parameter für die jeweiligen Spaltkonturen. Für alle Spaltkonturen - außer dem Hauptrotorgehäusespalt - hat sich die Verwendung der Kontur VR3 als zweckmäßig herausgestellt. Für den Hauptrotorge-

häusespalt kommt die Kontur VR7 zum Einsatz. Für den Profileingriffsspalt wird aufgrund der sich mit dem Drehwinkel verändernden Spaltgeometrie ein Bereich angegeben, innerhalb dessen der Spaltparameter variiert.

Die Kopfrundungsöffnung stellt in der geometrischen Berechnung eine Besonderheit dar, da sie normalerweise zu den Spaltverbindungen gezählt wird, aus geometrischer Sicht jedoch nicht eindeutig durch Spalthöhe und -breite beschreibbar ist. Um dennoch den mit sinkendem Druck steigenden Strömungswiderstand abbilden zu können, wird das Modell LBGK verwendet und die Fläche nach Gl. 6.28 und Gl. 6.29 in eine äquivalente Höhe und Breite faktorisiert. Als Länge in Strömungsrichtung wird ein Wert von 1 mm festgelegt.

Die Modellierung des Gasrücktransports erfolgt mit dem Modell für Ad- und Desorption. Für den Mechanismus der Adsorption wird das Modell nach Langmuir eingesetzt (Gl. 4.20), für die Desorption das Modell nach Freundlich (Gl. 4.25). Das Modell nach Freundlich erscheint aussichtsreich, da [6] mit dem integralen Schadraummodell nach Freundlich für eine Wälzkolben-Vakuumpumpe bereits gute Ergebnisse erzielen konnte. Für die Modelleigenschaften nach Tabelle 4.1 wird für die bedeckungsgradunabhängige Haftwahrscheinlichkeit  $s_0$  ein Wert von 0,3 und für die Desorptionsenergie  $E_{des}$  ein Wert von 80 kJ/mol angenommen [2].

Im Hinblick auf die thermischen Randbedingungen ist ein wichtiger Aspekt die Annahme eines vollständigen Wärmeübergangs in den Arbeitskammern. In Kombination mit der Randbedingung isothermer Bauteile sind somit die Gastemperaturen immer identisch zu der Bauteiltemperatur. Diese Annahme entspricht, da die physikalischen Grundlagen des Wärmeübergangs in der Arbeitskammer einer Rotationsverdränger-Vakuumpumpe weitgehend unbekannt sind, einer akzeptierten Vorgehensweise [6]. Aus physikalischer Sicht ist sie plausibel, da durch die Vermessung einer isothermen Maschine in dem durch die Simulation abzubildenden Betriebspunkt die höchsten Wärmeströme zwischen Gas- und Bauteil auftreten. Zudem konnten während den experimentellen Untersuchungen keine Gastemperaturen ermittelt werden, die dieser vereinfachenden Annahme deutlich widersprechen. Hierbei muss jedoch berücksichtigt werden, dass sich in Betriebspunkten des maximalen Kompressionsverhältnisses durch den fehlenden Gasdurchsatz die Temperatur außerhalb der Arbeitskammer kaum verändert. Und auch bei Betriebspunkten mit Gasdurchsatz ist die Messung von Gastemperaturen durch die geringe Gasdichte und die Trägheit der Thermoelemente als kritisch einzustufen. Für die Spaltverbindungen wird kein Wärmeübergang angenommen. Das Gas im Einlassstut-

zen wird durch einen konvektiven Wärmeübergang gekühlt um eine kontinuierliche Aufheizung des Gases durch die Spaltmassenströme zu verhindern.

Die Modellierung des Ladungswechsels erfolgt auf Basis des Modells LBGK. Hierzu ist es, analog zur Kopfrundungsöffnung, erforderlich, die Fläche in Form einer äquivalenten Höhe und Breite zu beschreiben. Die geometrische Berechnung erfolgt wie in Kapitel 6.4 dargelegt. Als Länge in Strömungsrichtung wird erneut ein Wert von 1 mm angesetzt.

Die in mehreren Messungen bestimmte integrale Leckrate  $q_L$  von  $1,6 \cdot 10^{-2}$  mbar·l·s<sup>-1</sup> wird an den vier Lagerstellen dem Arbeitsraum zugeführt. Da die Durchführung der Antriebswelle mit einer dynamischen, berührenden Dichtung wahrscheinlich die größte Leckage darstellt, werden 90 % der Leckrate an Lagerraumvolumen des Hauptrotors auf der Austrittsseite angesetzt. Die verbleibende Leckrate wird zu gleichen Teilen auf die restlichen drei Lagerräume verteilt.

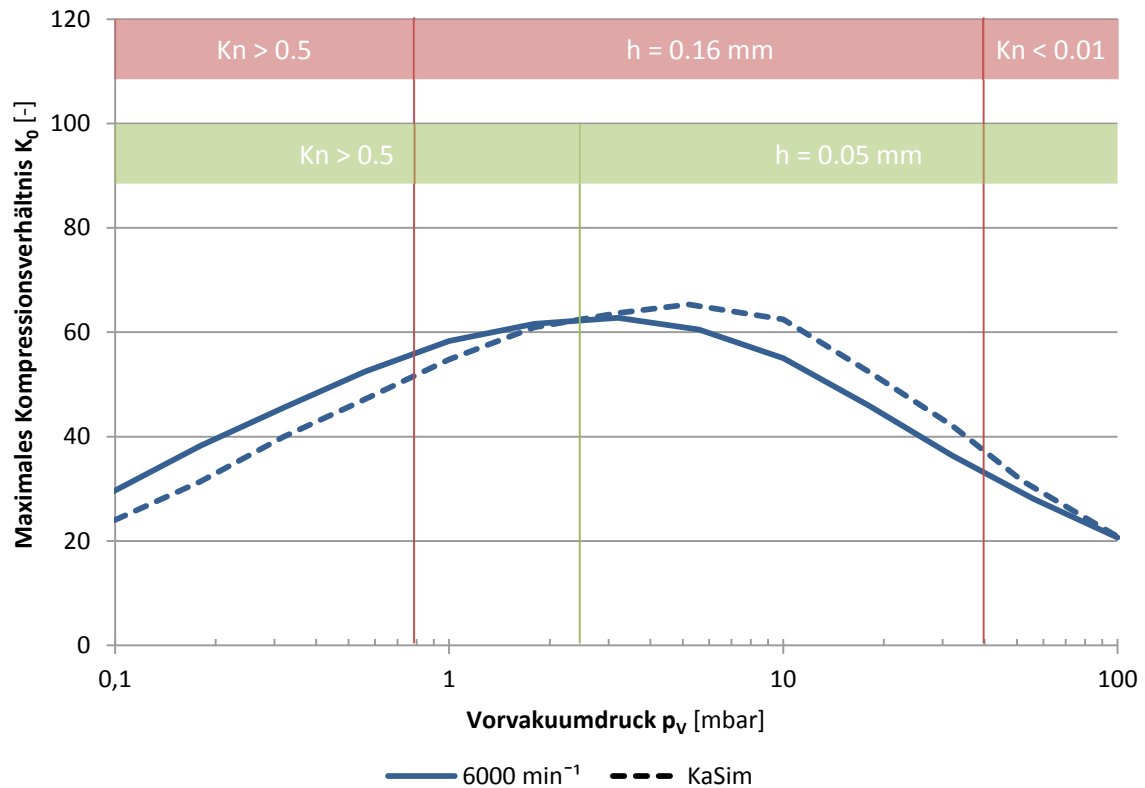
Die Simulation mit KaSim wird aus numerischen Gesichtspunkten mit 1000 Zeitschritten pro Iteration ausgeführt und eine zulässige Fehlerschranke von 0,1 % definiert. Als Algorithmus zur Berechnung der aktuellen Abweichung kommt das strenge Kriterium nach Gl. 3.4 zum Einsatz.

Es wird für die Modellgenerierung, Simulation und Auswertung das Softwarepaket in der Revision 12560d0 verwendet. Als externe Bibliotheken kommen Boost 1.57, CGAL 4.5 sowie Qt 5.5.1 und Qwt 6.1 zum Einsatz. Als Compiler wird Microsoft Visual Studio 2013 Update 5 verwendet. Die mittels KaSim-PRE erzeugten Kammermodelle werden ohne eine manuelle Korrektur verwendet, so dass in einigen Teilergebnissen rein numerisch bedingte Werteschwankungen zu sehen sind. Auf eine manuelle Korrektur wird unter Berücksichtigung der Zielsetzung einer automatisierten Modellgenerierung bewusst verzichtet.

## **8.2 Maximales Kompressionsverhältnis**

Die Betriebspunkte des maximalen Kompressionsverhältnisses werden mit Hilfe von KaSim berechnet, indem dem Einlassstutzen ein kleines Volumen vorgeschaltet wird. Dieses wird mit fortschreitender Zeit evakuiert und der Druck konvergiert gegen den Enddruck für die vorgegebene Paarung aus Vorvakuumdruck und Drehzahl. Das aus Vorvakuumdruck und minimal

erreichbarem Enddruck berechnete maximale Kompressionsverhältnis  $K_0$  ist in **Abbildung 8.1** als Funktion des Vorvakuumdruckes  $p_v$  für eine Drehzahl von  $6000 \text{ min}^{-1}$  dargestellt.



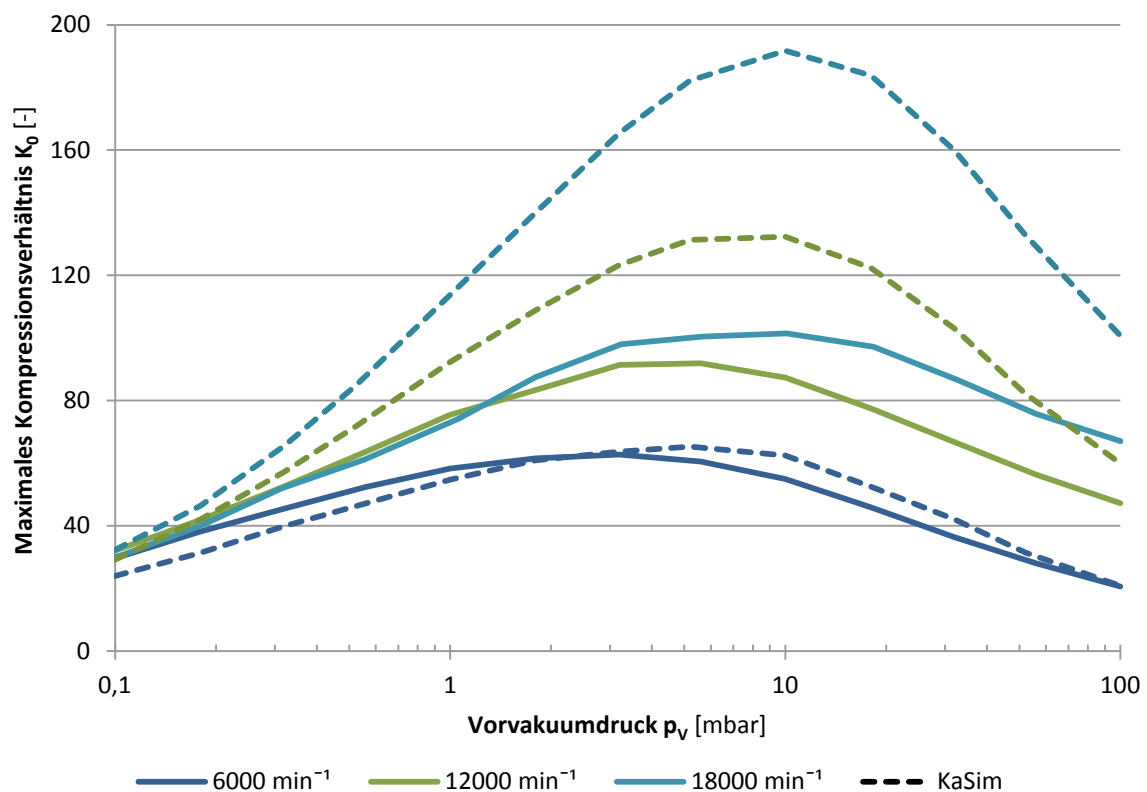
**Abbildung 8.1:** Maximales Kompressionsverhältnis  $K_0$  als Funktion des Vorvakuumdruckes  $p_v$  bei einer Drehzahl  $n$  von  $6000 \text{ min}^{-1}$  im Vergleich mit KaSim

Beginnend bei einem Vorvakuumdruck von 100 mbar liegt eine gute Übereinstimmung zwischen Ergebnissen des Experiments und der Simulation vor. Mit sinkendem Vorvakuumdruck steigt das maximale Kompressionsverhältnis an, wobei der mit KaSim berechnete Wert bis zum Erreichen des Maximalwertes bei 5 mbar immer etwas größer als der experimentell bestimmte Wert ist. Dementsprechend ist auch das absolute maximale Kompressionsverhältnis in der Simulation etwas größer als im Experiment. Eine weitere Reduzierung des Vorvakuumdruckes geht mit einer Abnahme des maximalen Kompressionsverhältnisses einher. In diesem Bereich kehrt sich die Abweichung zwischen Experiment und Simulation um, die experimentell ermittelten Kompressionsverhältnisse sind dementsprechend durchgehend größer als die mit KaSim berechneten Werte. Die unterschiedliche Charakteristik der Abweichung korreliert dabei näherungsweise mit der vorliegenden Spaltströmungsform. Im Kontinuums- und Übergangsbereich sind die simulierten Kompressionsverhältnisse zu groß, im molekularen Spaltströmungsbereich zu klein. In Anlehnung an die in Abbildung 7.8 definierten Bereiche I und II



kann an dieser Stelle eine erste Schlussfolgerung gezogen werden. Die zu hoch berechneten Kompressionsverhältnisse in Bereich I legen nahe, dass die Simulation die tatsächlichen Spaltmassenströme unterschätzt, wohingegen die zu geringen Kompressionsverhältnisse in Bereich II eine Überschätzung des Gasrücktransports andeuten. Dennoch ist die Übereinstimmung für die Drehzahl von  $6000 \text{ min}^{-1}$  insgesamt gut.

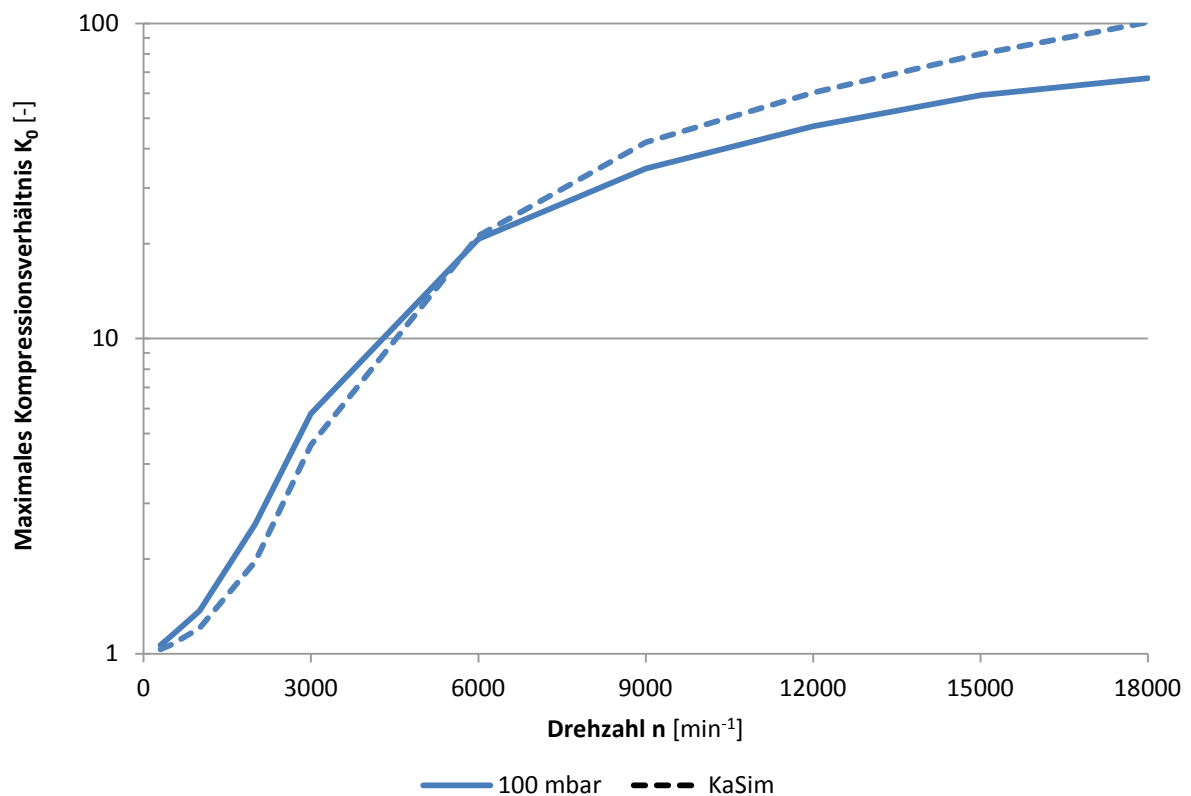
Im nächsten Schritt wird das maximale Kompressionsverhältnis  $K_0$  als Funktion des Vorvakuumdruckes  $p_v$  bei zusätzlicher Variation der Drehzahl  $n$  betrachtet. **Abbildung 8.2** zeigt den Vergleich von Experiment und Simulation für drei ausgewählte Drehzahlen von  $6000$ ,  $12.000$  und  $18.000 \text{ min}^{-1}$ .



**Abbildung 8.2:** Maximales Kompressionsverhältnis  $K_0$  als Funktion des Vorvakuumdruckes  $p_v$  bei einer Variation der Drehzahl  $n$  zwischen  $6000$  und  $18000 \text{ min}^{-1}$  im Vergleich mit KaSim

Für die Drehzahl von  $6000 \text{ min}^{-1}$  zeigt sich die bereits bekannt gute Übereinstimmung. Mit zunehmender Drehzahl ergibt sich jedoch ein abweichendes Bild. Bei  $12.000 \text{ min}^{-1}$  sind die berechneten Kompressionsverhältnisse im gesamten betrachteten Vorvakuumdruckbereich größer als die experimentell bestimmten Werte. Bei einem Vorvakuumdruck von  $100 \text{ mbar}$  ergibt sich bereits eine deutliche Abweichung von etwa  $25 \%$ . Diese nimmt bei sinkendem

Vorvakuumdruck weiter zu und beträgt maximal 50 %. Erst für Vorvakuumdrücke kleiner als 0,5 mbar ist wieder eine deutliche Annäherung von gemessenen und berechneten Werten festzustellen. Für die Drehzahl von  $18.000 \text{ min}^{-1}$  ist eine vergleichbare Diskrepanz zwischen Experiment und Simulation zu beobachten. Die Abweichungen bei höheren Vorvakuumdrücken sind qualitativ gleich, absolut jedoch nochmal höher und betragen bis zu 90 % im Bereich des absolut maximalen Kompressionsverhältnisses. Erst bei Vorvakuumdrücken von 0,1 mbar ist wieder eine akzeptable Abweichung zwischen Experiment und Simulation erreicht.



**Abbildung 8.3:** Maximales Kompressionsverhältnis  $K_0$  als Funktion der Drehzahl  $n$  für einen Vorvakuumdruck  $p_v$  von 100 mbar im Vergleich mit KaSim

Eine Betrachtung des maximalen Kompressionsverhältnisses als Funktion der Drehzahl für einen Vorvakuumdruck von 100 mbar zeigt **Abbildung 8.3**. Um die Abbildungsgüte und die Übereinstimmung bei einer Drehzahl von  $6000 \text{ min}^{-1}$  besser einschätzen zu können, werden in diesem Vergleich Drehzahlen bis zu  $300 \text{ min}^{-1}$  betrachtet. Diese niedrigen Drehzahlen sind nur für ausgewählte Betriebsdrücke untersucht worden, so dass keine vollständigen  $K_0$ -Kurven vorliegen. Für die niedrigste betrachtete Drehzahl wird ein maximales Kompressionsverhältnis erreicht, das nur geringfügig größer als Eins ist. Mit zunehmender Drehzahl ist dann ein deutlicher Anstieg des maximalen Kompressionsverhältnisses zu beobachten, wobei

die mit KaSim simulierten Werte bis zum Erreichen einer Drehzahl von  $6000 \text{ min}^{-1}$  immer unterhalb der gemessenen Werte liegen. Ab einer Drehzahl von  $6000 \text{ min}^{-1}$  dreht sich die Abweichung zwischen Experiment und Simulation um. Sowohl die gemessenen als auch die simulierten maximalen Kompressionsverhältnisse zeigen eine vergleichbare Abhängigkeit von der Drehzahl, wobei die Zunahme des maximalen Kompressionsverhältnisses in der Simulation größer ausfällt. Zudem ist im Experiment ab einer Drehzahl von  $15.000 \text{ min}^{-1}$  eine deutliche Abnahme des Gradienten feststellbar, so dass die Abweichung zwischen Experiment und Simulation deutlich zunimmt.

Obwohl bei einem Vorvakuumdruck von 100 mbar in den austrittsseitigen Spalten eine Kontinuums- bzw. Knudsen-Strömung vorliegt, liegt anhand des vorliegenden Vergleiches die Vermutung nah, dass der Einfluss der Drehzahl auf einen oder mehrere Wirkmechanismen nicht richtig abgebildet wird. Da bei diesem Vorvakuumdruck die Spaltströmungen erfahrungsgemäß den maßgeblichen Wirkmechanismus darstellen, wird insbesondere der Aspekt des Einflusses der Drehzahl auf die Spaltmassenströme in den nächsten Teilkapiteln weiter vertieft.

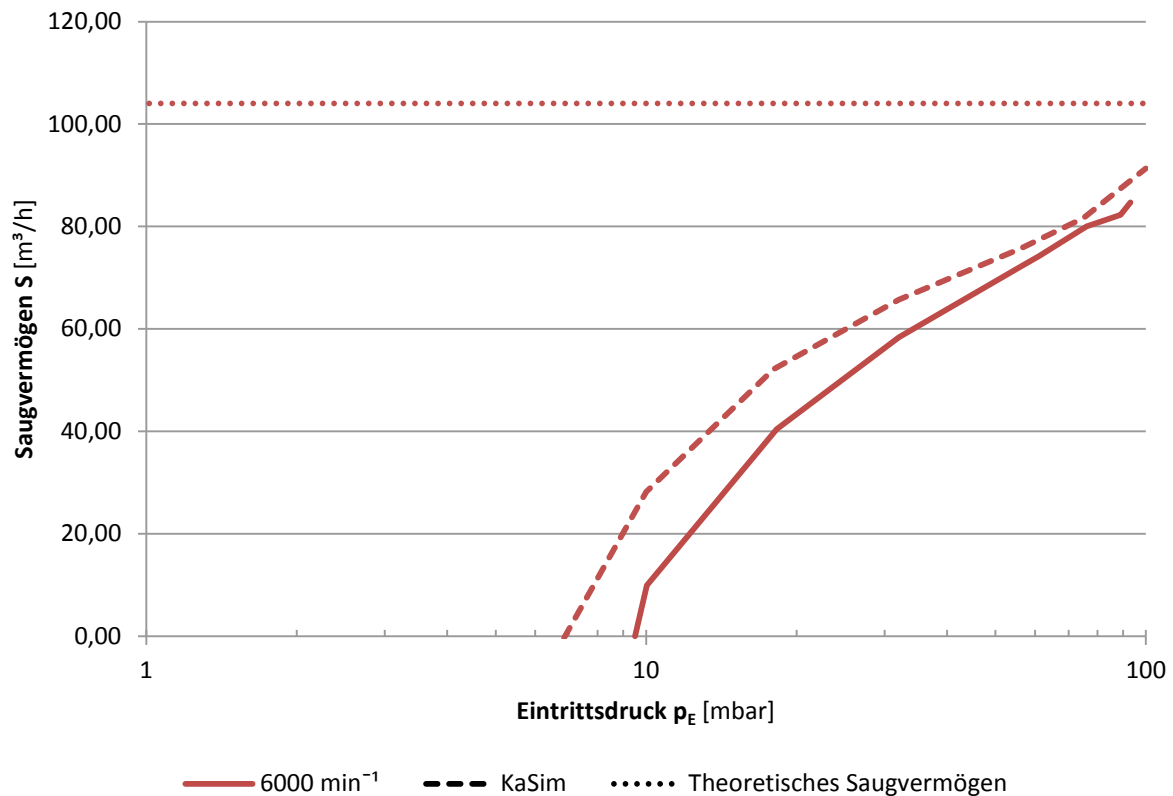
### 8.3 Saugvermögen<sup>26</sup>

Die Betriebspunkte des Saugvermögens werden mit Hilfe von KaSim berechnet, indem an das Volumen des Ein- und Auslassstutzen jeweils eine Fluidkapazität mit unveränderlichen intensiven Zustandsgrößen Druck und Temperatur angeschlossen wird. Diese Fluidkapazitäten entsprechen einer Druck- und Temperaturrendbedingung für das einströmende Fluid. Für das ausströmende Fluid stellen die unveränderlichen Fluidkapazitäten lediglich eine Druckrandbedingung dar. Als Ergebnis wird unter vorgegebenen Randbedingungen ein effektiver Fördermassenstrom berechnet. Der Massenstrom wird in Analogie zur Auswertung der experimentellen Ergebnisse in ein Saugvermögen umgerechnet.

Das mit KaSim berechnete Saugvermögen wird zunächst für einen Vorvakuumdruck von 100 mbar und eine Drehzahl von  $6000 \text{ min}^{-1}$  betrachtet. Als zusätzliches Kriterium ist das theoretische Saugvermögen mit aufgetragen (**Abbildung 8.4**). Auf eine Betrachtung des Liefergrades wird im Rahmen des Vergleiches von Experiment und Simulation verzichtet.

---

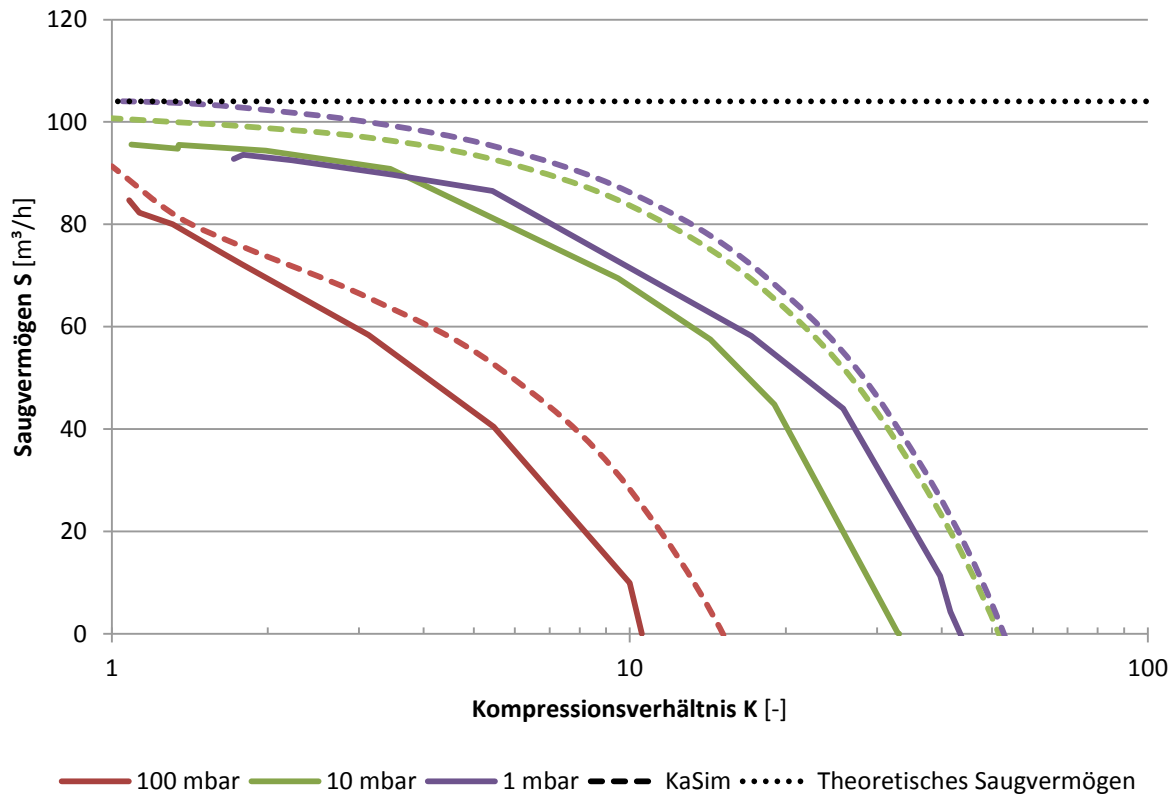
<sup>26</sup> Die Untersuchung des Saugvermögens erfolgt mit einer Maschinenvariante, deren druckseitige Stirnspalthöhe  $h_{\text{Spalt,Stirn,HD}} = 0,2 \text{ mm}$  beträgt. Das zugehörige Kammermodell für die Simulation ist entsprechend angepasst.



**Abbildung 8.4:** Saugvermögen  $S$  als Funktion des Eintrittsdruckes  $p_E$  im Vergleich mit KaSim und dem theoretischen Saugvermögen  
 Vorvakuumdruck  $p_V = 100$  mbar, Drehzahl  $n = 6000$  min<sup>-1</sup>

Für die ausgewählte Drehzahl zeigt sich eine gute Übereinstimmung zwischen Experiment und Simulation. Offensichtlich ist zunächst die Abweichung zwischen dem minimal erreichbaren Eintrittsdruckes des Experiments und der Simulation. Diese Abweichungen kommen durch die bei den Saugvermögensmessungen abweichenden Stirnspalthöhen zustande. Bei einer Stirnspalthöhe  $h_{\text{Spalt,Stim,HD}}$  von 0,1 mm zeigt sich bei 6000 min<sup>-1</sup> und einem Vorvakuumdruck von 100 mbar eine gute Übereinstimmung im minimal erreichbaren Eintrittsdruck (Abbildung 8.1), für die Stirnspalthöhe  $h_{\text{Spalt,Stim,ND}}$  von 0,2 mm ist der mit KaSim berechnete minimale Eintrittsdruck etwas geringer. Der Stirnspaltmassenstrom wird bei einer Spalthöhe von 0,2 mm zu gering berechnet. Der Einfluss der Stirnspalthöhe wird an dieser Stelle jedoch zunächst nicht weiter betrachtet und in einem separaten Teilkapitel weiter analysiert.

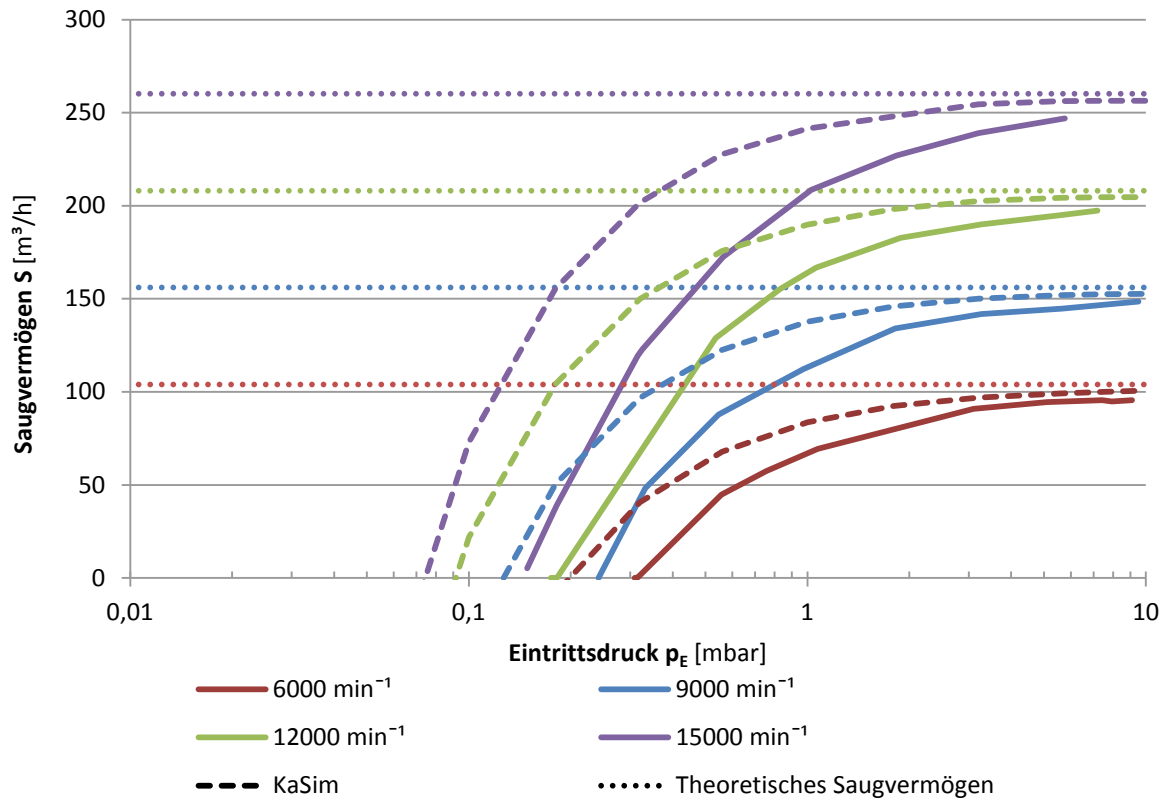
Im nächsten Schritt wird der Einfluss des Vorvakuumdruckes analysiert. **Abbildung 8.5** zeigt das experimentell bestimmte Saugvermögen  $S$  als Funktion des Kompressionsverhältnisses  $K$  im Vergleich mit dem theoretisch maximalen Saugvermögen und den mit KaSim berechneten Ergebnissen.



**Abbildung 8.5:** Saugvermögen  $S$  als Funktion des Kompressionsverhältnisses  $K$  bei Variation des Vorvakuumpdruckes  $p_v$  und einer Drehzahl  $n$  von  $6000 \text{ min}^{-1}$  im Vergleich mit KaSim und dem theoretischen Saugvermögen

Für die Saugvermögen bei den niedrigen Vorvakuumpdrücken von 10 und 1 mbar zeigt sich im Vergleich zwischen Experiment und Simulation ein ähnliches Bild wie bereits bei einem Vorvakuumpdruck von 100 mbar. Bei gleichem Kompressionsverhältnis werden in der Simulation etwas größere Saugvermögen berechnet, die qualitative Übereinstimmung ist jedoch sehr gut. Auffällig ist, dass für niedrige Vorvakuumpdrücke im Gegensatz zum Experiment bei einem Kompressionsverhältnis von eins das theoretische Saugvermögen nahezu erreicht wird.

Der Einfluss der Drehzahl auf das erreichbare Saugvermögen ist in **Abbildung 8.6** dargestellt. Unabhängig von der betrachteten Drehzahl sind im Vergleich zwischen Experiment und Simulation zwei wesentliche Unterschiede feststellbar. Dies betrifft zunächst die Abbildung des minimal erreichbaren Enddruckes, welche für alle betrachteten Drehzahlen in der Simulation unterhalb des experimentell bestimmten Wertes liegt. Diese Abweichung ist bereits aus dem Vergleich des maximalen Kompressionsverhältnisses bekannt (Abbildung 8.2) und ist auch bei der geringfügig abweichenden Stirnspalthöhe feststellbar.



**Abbildung 8.6:** Saugvermögen  $S$  als Funktion des Eintrittsdruckes  $p_E$  bei Variation der Drehzahl  $n$  und einem Vorvakuumdruck  $p_V$  von 10 mbar im Vergleich mit KaSim und dem theoretischen Saugvermögen

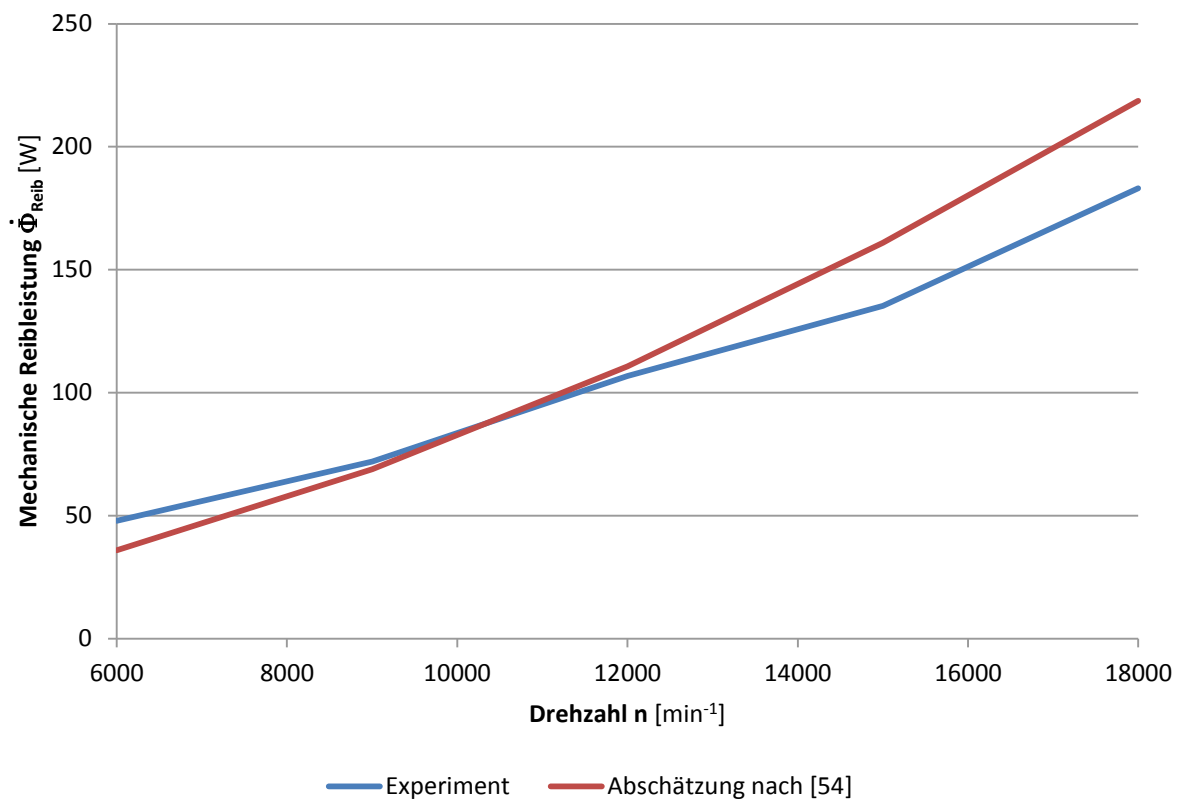
Der zweite wesentliche Unterschied betrifft das maximal erreichbare Saugvermögen. Die in der Simulation erreichten Werte sind größer als die gemessenen Saugvermögen und nähern sich für eine Kompression von eins an das theoretische maximale Saugvermögen an, ohne dies jedoch zu erreichen. Die Drehzahlabhängigkeit der Rückströmung, wie sie in Abbildung 7.21 einsehbar ist, wird in einer abschließenden Analyse der physikalisch-technischen Wirkmechanismen weiter untersucht.

Da sich die Abbildungsgüte der Simulation nicht signifikant zwischen maximalem Kompressionsverhältnis und Saugvermögen unterscheiden, wird für die weitere Validierung auf eine Betrachtung des Saugvermögens verzichtet. Es werden vielmehr die thermodynamischen Größen und Eigenschaften der Maschine im Enddruckbetrieb untersucht.

## 8.4 Leistungsaufnahme

Die Betrachtung der Leistungsaufnahme im  $K_0$ -Betrieb stellt eine weitere integrale Möglichkeit dar, die Abbildungsgüte der Simulation zu überprüfen. Als Kenngröße für den Vergleich

wird die Innenleistung  $P_1$  gewählt, welche sich aus der Arbeitsfläche des Kreisprozesses ergibt (Gl. 1.9). Diese Größe wird durch KaSim automatisch für jeden Betriebspunkt ermittelt. Experimentell ist diese Größe jedoch schwer zu bestimmen, da über eine Erfassung des Antriebsdrehmomentes (Abbildung 7.1) lediglich die effektive Antriebsleistung  $P_e$  inklusiver mechanischen Verlustleistung erfasst wird (Gl. 1.10). Allerdings ist es möglich, die mechanische Verlustleistung durch entsprechende Randbedingungen im Experiment näherungsweise zu ermitteln. Hierzu wird für einen Vorvakuumdruck von 0,056 mbar eine Variation der Drehzahl durchgeführt, wobei der Pumpeneinlass stets verschlossen bleibt. Auf diesem Weg kann ein lastunabhängiges, drehzahlabhängiges Reibmoment bzw. die daraus resultierende Reibleistung  $\dot{\Phi}_{\text{Reib}}$  bestimmt werden (**Abbildung 8.7**).



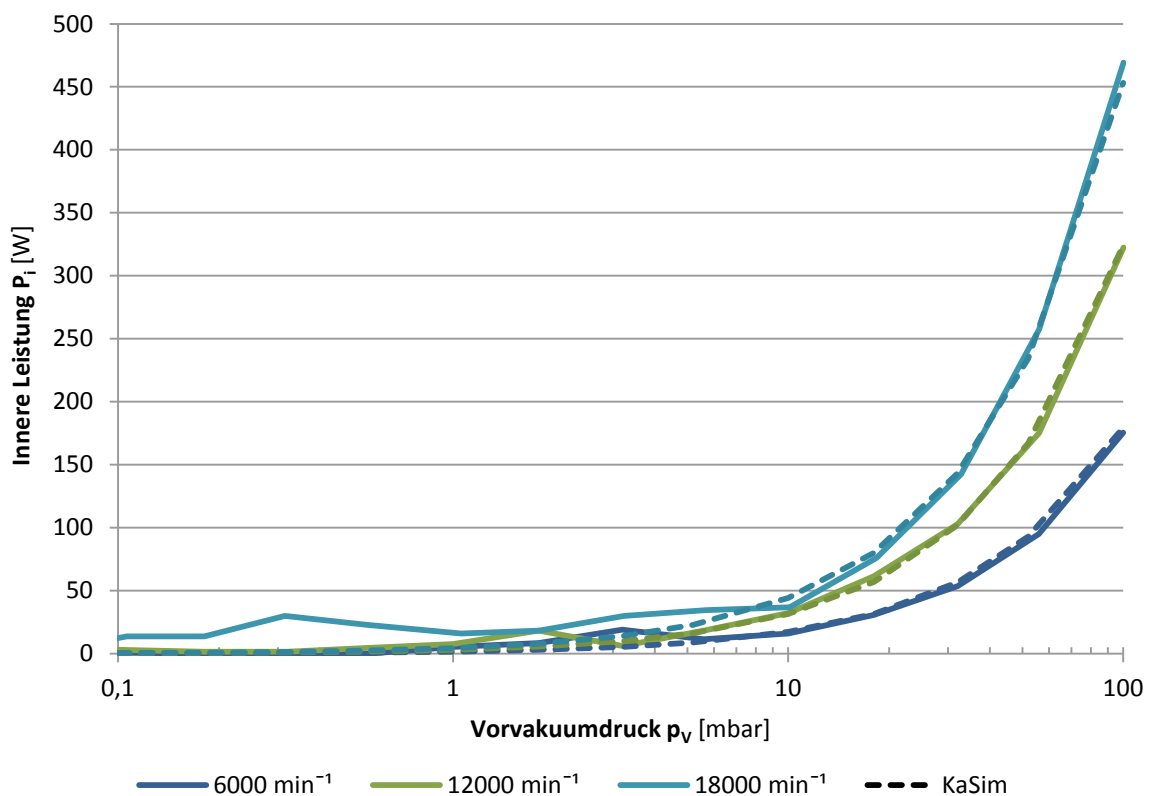
**Abbildung 8.7:** Experimentell bestimmte mechanische Reibleistung  $\dot{\Phi}_{\text{Reib}}$  als Funktion der Drehzahl  $n$  im Vergleich mit einer Abschätzung nach [53]

Im Vergleich hierzu ist die von [53] berechnete lastunabhängige Reibleistung für den geometrisch vergleichbaren Schraubenlader GL 51 aufgetragen. Die experimentell bestimmte Reibleistung nimmt ausgehend von 50 W bei einer Drehzahl von  $6000 \text{ min}^{-1}$  in einer leicht progressiven Tendenz zu und erreicht einen Maximalwert von 184 W bei der maximalen Drehzahl von  $18.000 \text{ min}^{-1}$ . Die abgeschätzte Reibleistung zeigt die gleiche Tendenz, jedoch

mit einer etwas stärker ausgeprägten Drehzahlabhängigkeit. Die Ursache für die Unterschiede ist in der unterschiedlichen Ausführung der Dichtungen sowie der verbauten Lager zu suchen. Insbesondere die Verwendung von Hybridlagern ohne zusätzliche Schmierstoffe im Screw Vacuum Blower bietet hierbei Potential, die geringere Zunahme der Reibleistung zu erklären. Da es sich bei den Lagern jedoch um prototypenhafte Einzelstücke handelt, sind für eine Berechnung keine Erfahrungswerte verfügbar.

Der von [53] zusätzlich beschriebene lastabhängige Anteil der Reibleistung in den Lagern eines Schraubenladers wird aufgrund der relativ geringen Drücke beim Betrieb des Screw Vacuum Blowers von maximal 100 mbar auf der Austrittsseite vernachlässigt.

Eine Gegenüberstellung der inneren Leistung  $P_i$  aus Experiment und Simulation für die Betriebspunkte des maximalen Kompressionsverhältnisses bei Variation der Drehzahl zeigt **Abbildung 8.8**.



**Abbildung 8.8:** Innere Leistung  $P_i$  bei minimal erreichbarem Eintrittsdruck  $p_{E,\min}$  als Funktion des Vorvakuumdruckes  $p_v$  bei Variation der Drehzahl  $n$  im Vergleich mit den Leistungen aus KaSim



Die innere Leistung des Experiments wird dabei aus der effektiven Antriebsleistung und der mechanischen Reibleistung nach Abbildung 8.7 berechnet. Die innere Leistung nimmt mit zunehmendem Vorvakuumdruck zu und erreicht bei konstanter Drehzahl ihren Maximalwert bei einem Vorvakuumdruck von 100 mbar. Ursächlich ist hierfür die mit steigendem Vorvakuumdruck ebenfalls ansteigende Arbeitsfläche des Kreisprozesses (Gl. 1.9). Eine Erhöhung der Drehzahl bei konstantem Vorvakuumdruck führt unter der Annahme einer drehzahlunabhängigen Innenarbeit zu einer linearen Zunahme der Leistung. Dies ist näherungsweise sowohl im Experiment als auch in der Simulation gegeben. Die gute Übereinstimmung zwischen Experiment und Simulation steht zunächst im Kontrast zu der mit zunehmender Drehzahl auftretenden Abweichung im maximalen Kompressionsverhältnis. Dies entspricht in Bezug auf den Kreisprozess einem unterschiedlichen Eintrittsdruck in Experiment und Simulation und somit auch einer unterschiedlichen inneren Arbeit. Die innere Arbeit  $W_i$  eines isothermen Prozesses kann nach **Gl. 8.1** berechnet werden.

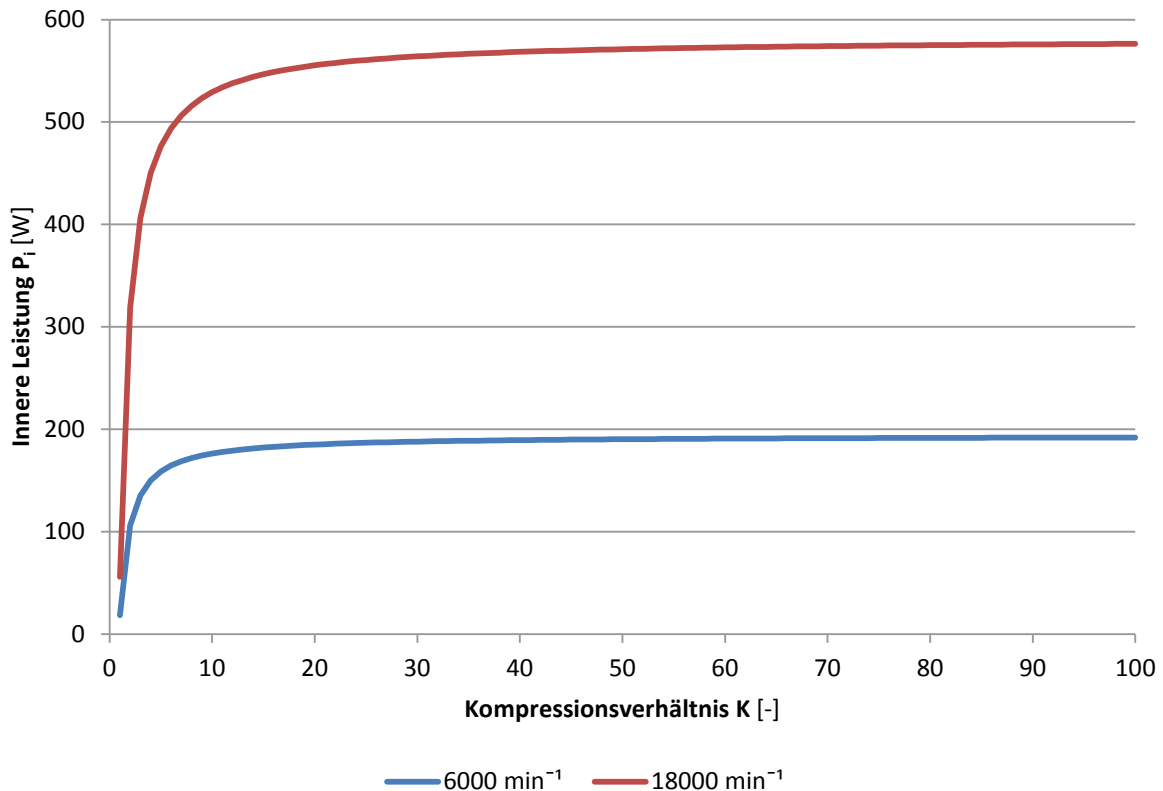
$$W_i = p_E \cdot V_{\max} \cdot \ln v_i + p_V \cdot \frac{V_{\max}}{v_i} \cdot \left(1 - \frac{v_i}{K}\right) = p_V \cdot V_{\max} \cdot \left(\frac{\ln v_i - 1}{K} + \frac{1}{v_i}\right)$$

**Gl. 8.1**

$$\lim_{K \rightarrow \infty} W_i = p_V \cdot \frac{V_{\max}}{v_i}$$

Die gesamte Arbeit setzt sich dabei aus zwei Anteilen zusammen, die isotherme Verdichtung durch die Volumenänderung  $v_i$  der gekapselten Arbeitskammer sowie die zusätzliche isochore Arbeit durch den nicht angepassten Betrieb. Die Arbeit wird für ein maximales Kammervolumen  $V_{\max}$ , den anliegenden Vorvakuumdruck  $p_V$  und die Kompression  $K$  bestimmt.

Eine Darstellung der inneren Leistung  $P_i$  als Funktion des Kompressionsverhältnisses  $K$  für einen festen Vorvakuumdruck bei Variation der Drehzahl  $n$  ist in **Abbildung 8.9** dargestellt. Unabhängig von der betrachteten Drehzahl ist festzustellen, dass die innere Leistung für einen konstanten Vorvakuumdruck mit steigendem Kompressionsverhältnis gegen einen Grenzwert konvergiert. Am Beispiel der Drehzahl von  $18.000 \text{ min}^{-1}$  führt der Unterschied im maximalen Kompressionsverhältnis zwischen Experiment und Simulation von 60 zu 100 lediglich zu einem theoretischen Unterschied von 3,5 W, was einer relativen Veränderung von 0,6 % entspricht.



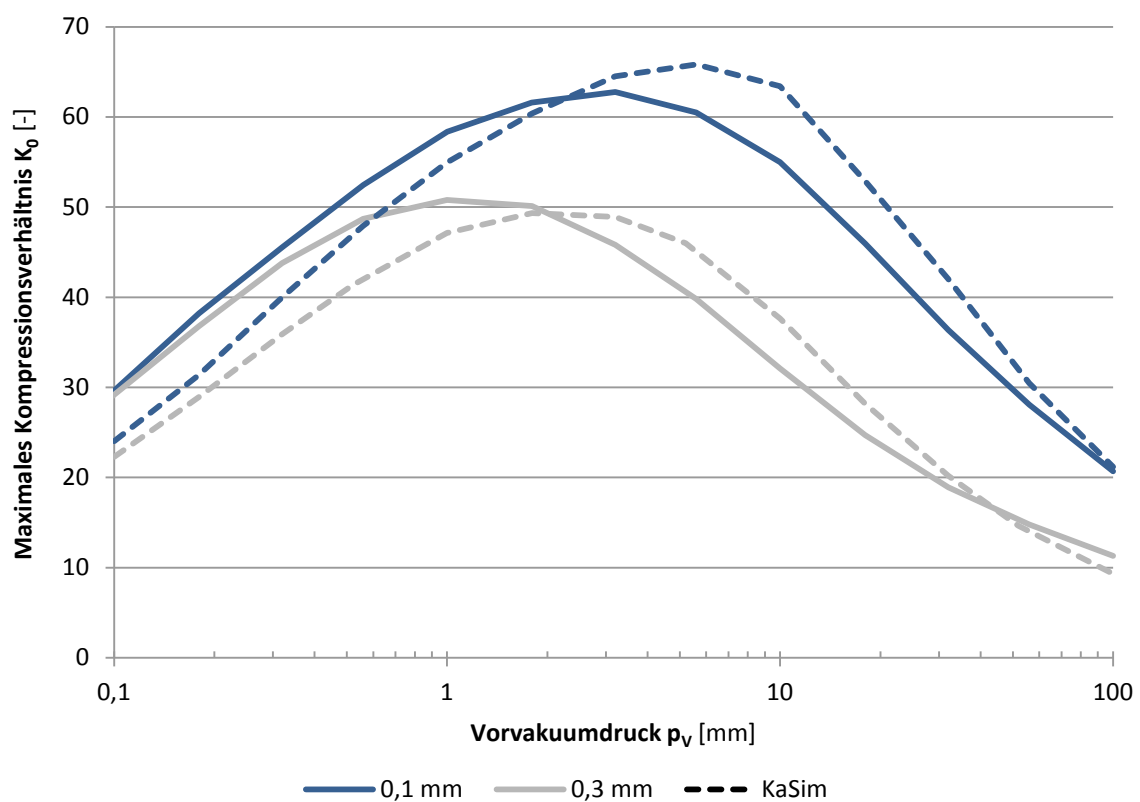
**Abbildung 8.9:** Innere Leistung  $P_i$  des isothermen Prozesses als Funktion des Kompressionsverhältnisses  $K$  bei Variation der Drehzahl  $n$  und einem Vorvakuumdruck  $p_v$  von 100 mbar

Dementsprechend ergibt sich trotz Unterschieden in dem Eintrittsdruck für Vorvakuumdrücke oberhalb von 10 mbar zwischen Experiment und Simulation eine sehr gute Übereinstimmung der inneren Leistung für alle betrachteten Drehzahlen. Für kleinere Vorvakuumdrücke ist aufgrund der absolut sehr kleinen inneren Leistung von weniger als 50 W und der prinzipiellen Unschärfe bei der Bestimmung der mechanischen Reibleistung kein belastbarer Vergleich mehr möglich.

### 8.5 Variation der Stirnspalthöhe

Die Variation der Stirnspalthöhe insbesondere auf der Austrittsseite stellt eine weitere Möglichkeit dar, Experiment und Simulation auf Basis des integralen Kennwertes des maximalen Kompressionsverhältnisses zu vergleichen. Zudem ermöglicht diese geometrische Parametervariation eine erste Einschätzung der Sensitivität des maximalen Kompressionsverhältnisses bezüglich der austrittsseitigen Stirnspalthöhe. Dies betrifft unter anderem auch die erweiterte Modellierung der Rotorstirnseiten durch Einbeziehung der Lagerraumvolumen und deren Spaltverbindung zu den Arbeitskammern.

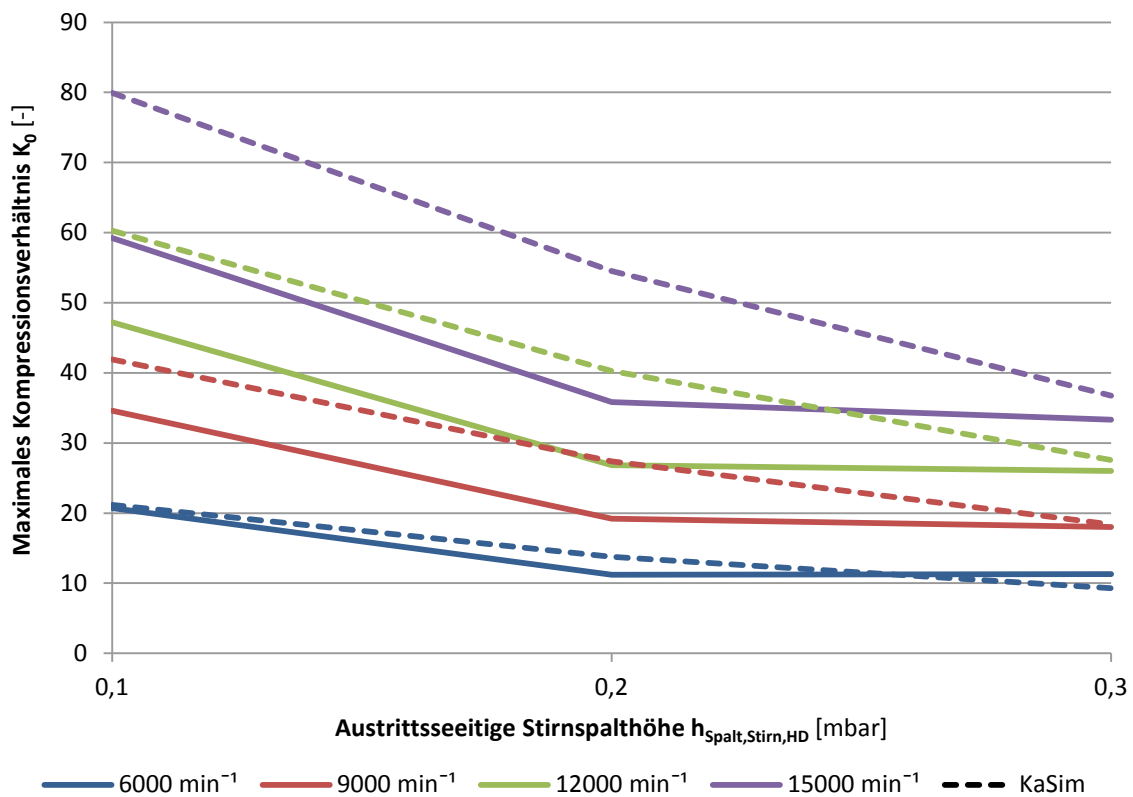
**Abbildung 8.10** zeigt das maximal erreichbare Kompressionsverhältnis als Funktion des Vorvakuumdruckes für eine konstante Drehzahl für die beiden druckseitigen Stirnspalthöhen von 0,1 und 0,3 mm. Diese experimentellen Ergebnisse sind den Simulationsergebnisse aus KaSim gegenübergestellt. Die Veränderung der Stirnspalthöhe wird durch eine axiale Verschiebung des Rotorpaars im Gehäuse realisiert, so dass die Summe des eintritts- und austrittsseitigen Stirnspaltes immer 0,4 mm beträgt. Aufgrund der großen axialen Eintrittsfläche hat der eintrittsseitige Stirnspalt in den meisten Betriebspunkten einen vernachlässigbar kleinen Einfluss auf die intensiven Zustandsgrößen des Arbeitsspiels.



**Abbildung 8.10:** Maximales Kompressionsverhältnis  $K_0$  als Funktion des Vorvakuumdruckes  $p_v$  bei einer Variation der austrittsseitigen Stirnspalthöhe für eine Drehzahl  $n$  von  $6000 \text{ min}^{-1}$  im Vergleich mit KaSim

Die experimentell ermittelten maximalen Kompressionsverhältnisse nehmen mit zunehmender Stirnspalthöhe ab, wobei die Abnahme nur für hohe Vorvakuumdrücke deutlich sichtbar ist. Bei Vorvakuumdrücken unterhalb von 1 mbar werden die Unterschiede deutlich geringer. Diese Beobachtung bestätigt die bisherige Erkenntnis, dass der Einfluss der Spaltströmung auf das maximal erreichbare Kompressionsverhältnis mit sinkendem Vorvakuumdruck ebenfalls abnimmt und der Gasrücktransport der dominante Wirkmechanismus ist. Die Simulati-

onsergebnisse zeigen für die beiden Spalthöhen 0,1 und 0,3 mm im gesamten betrachteten Vorvakuumdruckbereich eine gute Übereinstimmung mit den experimentellen Daten.



**Abbildung 8.11:** Maximales Kompressionsverhältnis  $K_0$  als Funktion der austrittsseitigen Stirnspalthöhe  $h_{\text{Spalt,Stirn,HD}}$  bei Variation der Drehzahl  $n$  für einen Vorvakuumdruck  $p_v$  von 100 mbar im Vergleich mit KaSim

Da der Einfluss der Stirnspalthöhe auf das erreichbare maximale Kompressionsverhältnis bei dem Vorvakuumdruck von 100 mbar, relativ betrachtet, am deutlichsten sichtbar ist, wird für diesen Vorvakuumdruck das maximale Kompressionsverhältnis als Funktion der Stirnspalthöhe und Variation der Drehzahl betrachtet (**Abbildung 8.11**). Die Simulation kann die experimentell festgestellte Abhängigkeit des maximalen Kompressionsverhältnisses von der Stirnspalthöhe gut abbilden. Sowohl das Experiment als auch die Simulation zeigen eine degressive Abhängigkeit, die im Experiment jedoch stärker ausgeprägt ist. Die Ursache könnte eine vom Sollwert abweichende Stirnspalthöhe sein, allerdings konnte dies durch Wiederholungsmessungen nicht eindeutig belegt werden.

## 8.6 Untersuchung des Lagerraumdruckes

Die Modellierung der Lagerräume als Fluidkapazität mit entsprechenden Spaltverbindungen zu den Arbeitskammern am Rotorfußkreis der Rotoren stellt im Rahmen dieser Arbeit eine Weiterentwicklung der Modellierung von zweiwelligen Schraubenmaschinen dar und ist in dieser Form bisher nicht durchgeführt worden [6] [49] [53]. Aus diesem Grund wird, zusätzlich zu den bisherigen integralen Validierungsansätzen, ein Vergleich der gemessenen und simulierten Drücke in den Lagerräumen auf der Austrittsseite durchgeführt. Die betrachteten Drücke werden sowohl im Experiment als auch in der Simulation immer als zeitlicher Mittelwert betrachtet. In der Simulation wird hierzu ein arithmetischer Mittelwert verwendet, im Experiment entsteht die Mittelwertbildung implizit durch die eingesetzte Messtechnik, da die kapazitiven Drucksensoren zu träge für eine zeitliche Auflösung von Messpunkten innerhalb des Arbeitsspiels sind.

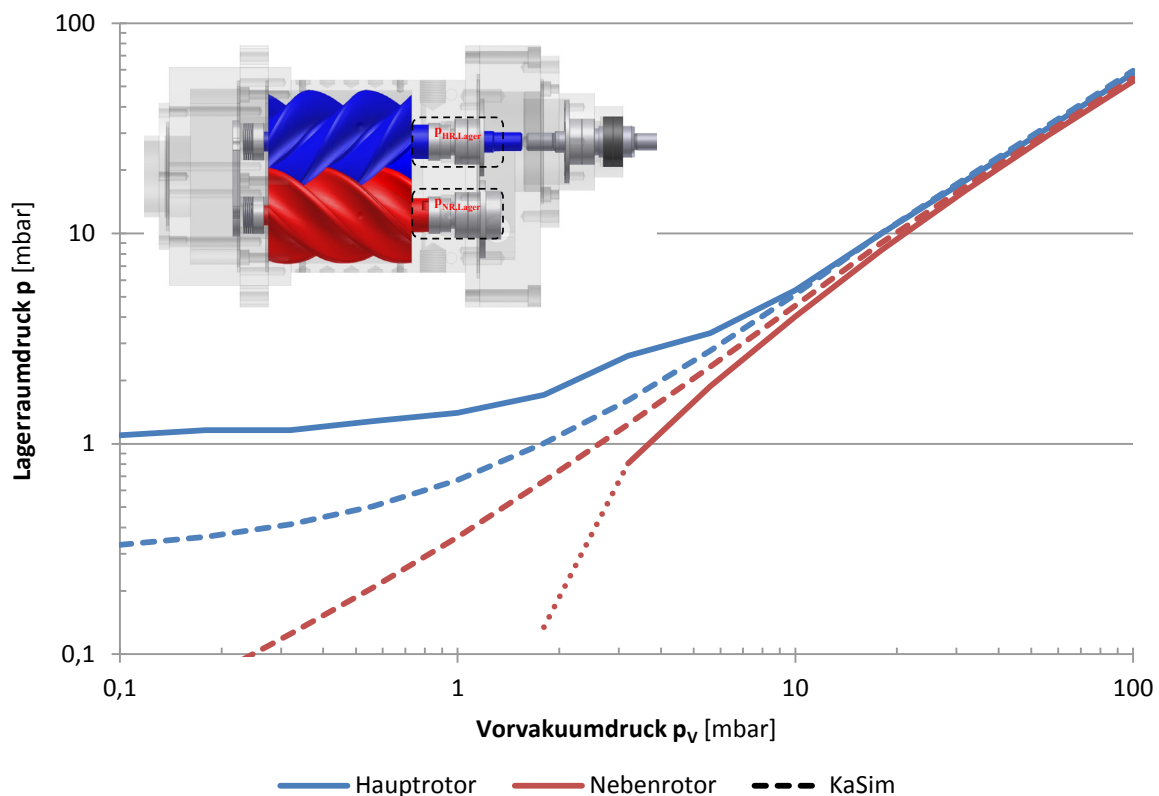


Abbildung 8.12: Lagerraumdruck  $p$  als Funktion des Vorvakuumdruckes  $p_v$  auf der Haupt- und Nebenrotorseite für eine Drehzahl  $n$  von  $6000 \text{ min}^{-1}$  im Vergleich mit KaSim

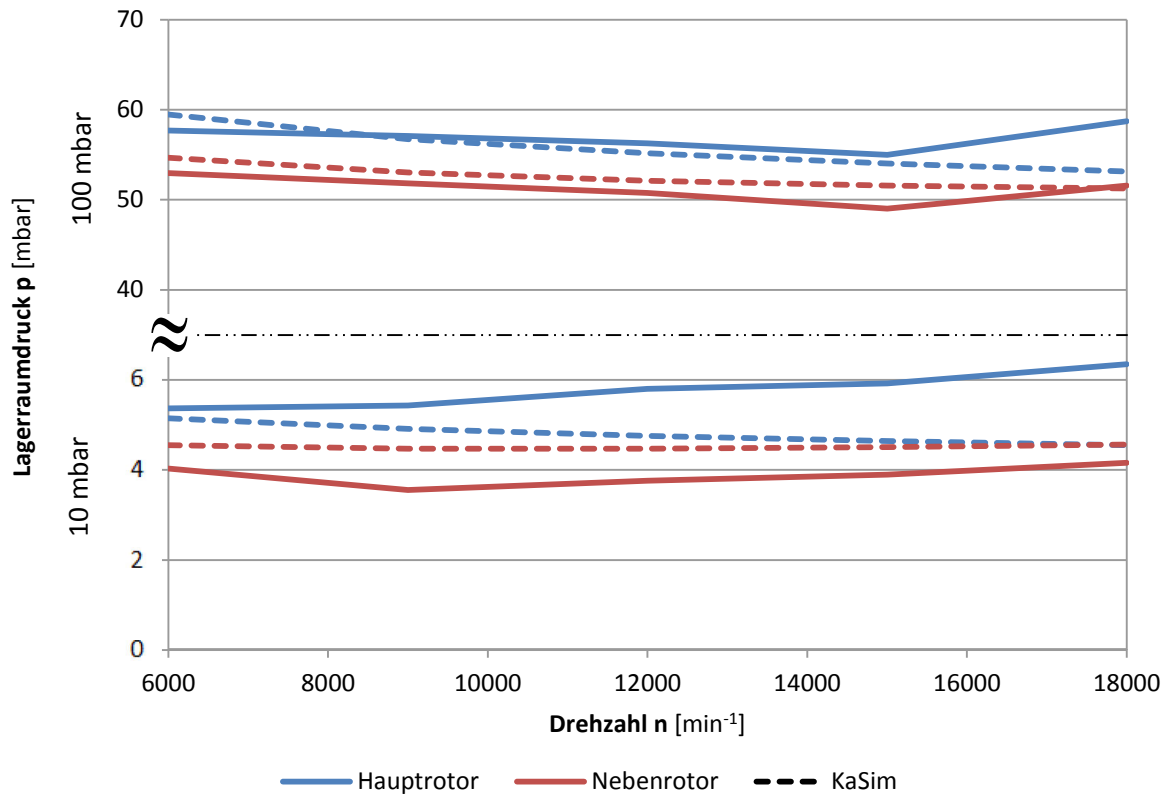
Abbildung 8.12 zeigt die gemessenen und simulierten Lagerraumdrücke für den Haupt- und Nebenrotor auf der Austrittsseite als Funktion des Vorvakuumdruckes für eine konstante Drehzahl von  $6000 \text{ min}^{-1}$  im  $K_0$ -Betrieb. Die für die Messung eingesetzten Sensoren sind auf-

grund des maximalen Messbereiches von 1000 mbar nur bedingt für die Untersuchung von Drücken unterhalb von 1 mbar geeignet, so dass die Werte nur zur Orientierung angegeben werden. Die experimentell bestimmten Lagerraumdrücke nehmen mit sinkendem Vorvakuumdruck ab. Dies ist gleichermaßen für den Haupt- und Nebenrotor zu beobachten. Der sich einstellende Wert liegt dabei in fast allen Betriebspunkten unterhalb des zugehörigen Vorvakuumdruckes. Zudem ist der Druck auf der Hauptrotorseite geringfügig höher als auf der Nebenrotorseite. Diese Tendenzen werden durch Simulation gleichermaßen wiedergegeben, jedoch sind beide Lagerraumdrücke in der Simulation jeweils geringfügig niedriger als ihr Pendant aus dem Experiment.

Für Vorvakuumdrücke unterhalb von 10 mbar beginnen sich die Lagerraumdrücke auf der Haupt- und Nebenrotorseite deutlich zu unterscheiden. Der Hauptrotorlagerraumdruck konvergiert gegen einen Druck von 1 mbar, der Druck des Nebenrotorlagerraums nimmt weiter ab, wobei aufgrund der Messunsicherheit nur die Tendenz beurteilt wird. Die simulierten Drücke zeigen eine vergleichbare Abhängigkeit vom Vorvakuumdruck, was die Vermutung nahelegt, dass in den Lagerraum eintretende externe Leckagen für die unterschiedliche Charakteristik verantwortlich sind. Die Leckraten der externen Leckage werden in der Simulation aufgrund der konstruktiven Unterschiede der hochdruckseitigen Lagerstellen für die Haupt- und Nebenrotorseite unterschiedlich angenommen.

Im nächsten Schritt wird der Einfluss der Drehzahl auf den Druck in den Lagerräumen diskutiert. **Abbildung 8.13** zeigt hierzu exemplarisch für die beiden Vorvakuumdrücke 10 und 100 mbar die beiden gemessenen Lagerraumdrücke als Funktion der Drehzahl im Vergleich mit den simulierten Werten.

Für den größeren der beiden Vorvakuumdrücke zeigt sich zunächst eine Abnahme der Lageraumdrücke mit zunehmender Drehzahl. Dieser Effekt tritt in guter Übereinstimmung ebenfalls in der Simulation auf. Diese Abnahme ist durch den mit zunehmender Drehzahl sinkenden Eintrittsdruck sowie den niedrigeren Druck während der Verdichtungsphase bedingt. Dies führt zu einer Erhöhung der abströmenden Massenströme und einer Verringerung der Zuströmung in den Lagerraum. Integral bedeutet dies dann ein Absinken des Druckes im Lagerraum. Jedoch steigt zwischen 15.000 und 18.000  $\text{min}^{-1}$  der Lagerraumdruck wieder an. Dieses Teilergebnis wird durch die Simulation nicht wiedergegeben.



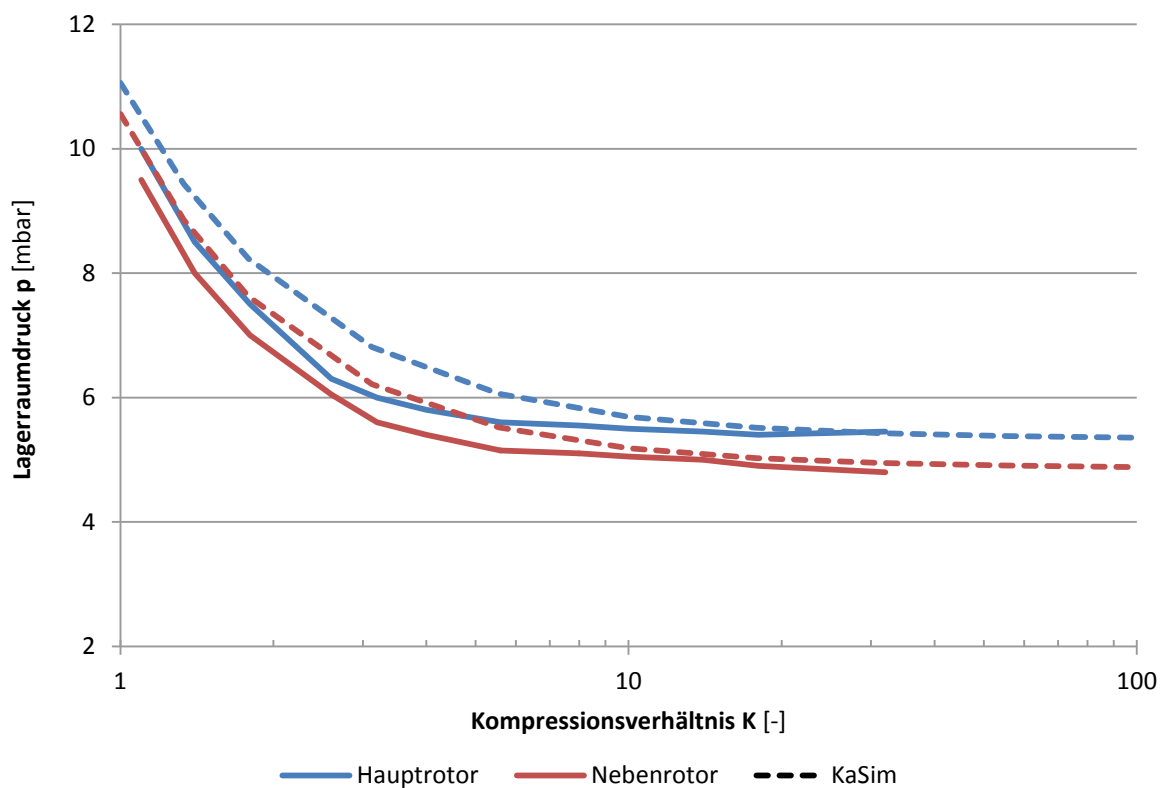
**Abbildung 8.13: Lagerraumdruck  $p$  als Funktion des Drehzahl  $n$  auf der Haupt- und Nebenrotorseite für die Vorvakuumdrücke  $p_V$  von 10 und 100 mbar im Vergleich mit KaSim**

Noch deutlicher ist dieses Verhalten bei einem Vorvakuumdruck von 10 mbar erkennbar. Für diesen Vorvakuumdruck ist, mit einer Ausnahme des nebenrotorseitigen Lagerraumes, eine kontinuierliche Zunahme des Lagerraumdruckes mit der Drehzahl festzustellen. Auch bei diesem Vorvakuumdruck ist die Simulation nicht in der Lage, diese Abhängigkeit richtig wiederzugeben. Jedoch ist im Gegensatz zu dem Vorvakuumdruck von 100 mbar bei dem Hauptrotorlagerraumdruck eine Abflachung und auf der Nebenrotorseite bei einer Drehzahl von  $18.000 \text{ min}^{-1}$  sogar eine minimale Zunahme zu erkennen.

Ein möglicher Einfluss sind die jeweiligen Leckagen die durch die Wellendurchführung im Getrieberaum entstehen. Eine höhere Leckrate führt zu einem höheren Druck im Lagerraumvolumen. Die Abhängigkeit zur Drehzahl kann durch die an der Wellendurchführung verwendeten Radialwellendichtringe entstehen, da diese mit steigender Drehzahl durch den Einfluss der Fliehkräfte in Zusammenhang mit Fertigungs- und Lagerungstoleranzen der Welle potentiell undichter werden können. Eine weitere mögliche Ursache liegt in einem mit zunehmender Drehzahl steigenden Drosselverlust beim Ladungswechsel auf der Auslassseite, welcher

sich in einer Erhöhung des Arbeitskammerdruckes äußert. Dementsprechend steigen die in das Lagerraumvolumen einströmenden Massenströme an.

Der Einfluss des eintrittsseitigen Druckes  $p_E$  bei konstantem Vorvakuumdruck  $p_V$  und konstanter Drehzahl  $n$  auf die Lagerraumdrücke  $p$  kann nur bei Förderung eines effektiven Massenstroms erfolgen<sup>27</sup>. Exemplarisch wird in **Abbildung 8.14** der Einfluss des Kompressionsverhältnisses auf den Lagerraumdruck der Haupt- und Nebenrotorseite gezeigt. Als Randbedingungen sind ein konstanter Vorvakuumdruck von 10 mbar sowie eine konstante Drehzahl von  $6000 \text{ min}^{-1}$  zu nennen.



**Abbildung 8.14:** Lagerraumdruck  $p$  als Funktion des Kompressionsverhältnisses  $K$  auf der Haupt- und Nebenrotorseite im Vergleich mit KaSim  
Vorvakuumdruck  $p_V = 10 \text{ mbar}$ , Drehzahl  $n = 6000 \text{ min}^{-1}$

Ausgehend von einem Kompressionsverhältnis von Eins nehmen die Lagerraumdrücke stetig ab und bleiben ab einem Kompressionsverhältnis von 10 nahezu konstant. Diese Tendenz ist Experiment und Simulation gemein. Das steigende Kompressionsverhältnis führt dazu, dass

<sup>27</sup> Die Untersuchung des Saugvermögens erfolgt mit einer Maschinenvariante, deren druckseitige Stirnspalthöhe  $h_{\text{Spalt,Stirn,HD}} = 0,2 \text{ mm}$  beträgt. Das zugehörige Kammermodell für die Simulation ist entsprechend angepasst.



das Druckverhältnis an den Lagerraumpaltverbindungen hin zu den ansaugenden Arbeitskammern größer wird und somit ein größerer Massenstrom fließen kann. Dieser führt wiederum zu einem abnehmenden Druck im Lagerraumvolumen. Bemerkenswert ist bei einem Kompressionsverhältnis von Eins die Tatsache, dass der Lagerraumdruck größer als der am Auslass anliegende Vorvakuumdruck ist. Dies ist der Tatsache geschuldet, dass durch die innere Verdichtung der Druck in der gekapselten Arbeitskammer oberhalb des Vorvakuumdruckes liegt (Überkompression). Da der maximale Druck des Arbeitsspiels nur phasenweise an den Lagerraumpaltverbindungen anliegt, ergibt sich im zeitlichen Mittelwert eine im Vergleich zur theoretischen Überkompression geringere Erhöhung des Lagerraumdruckes.

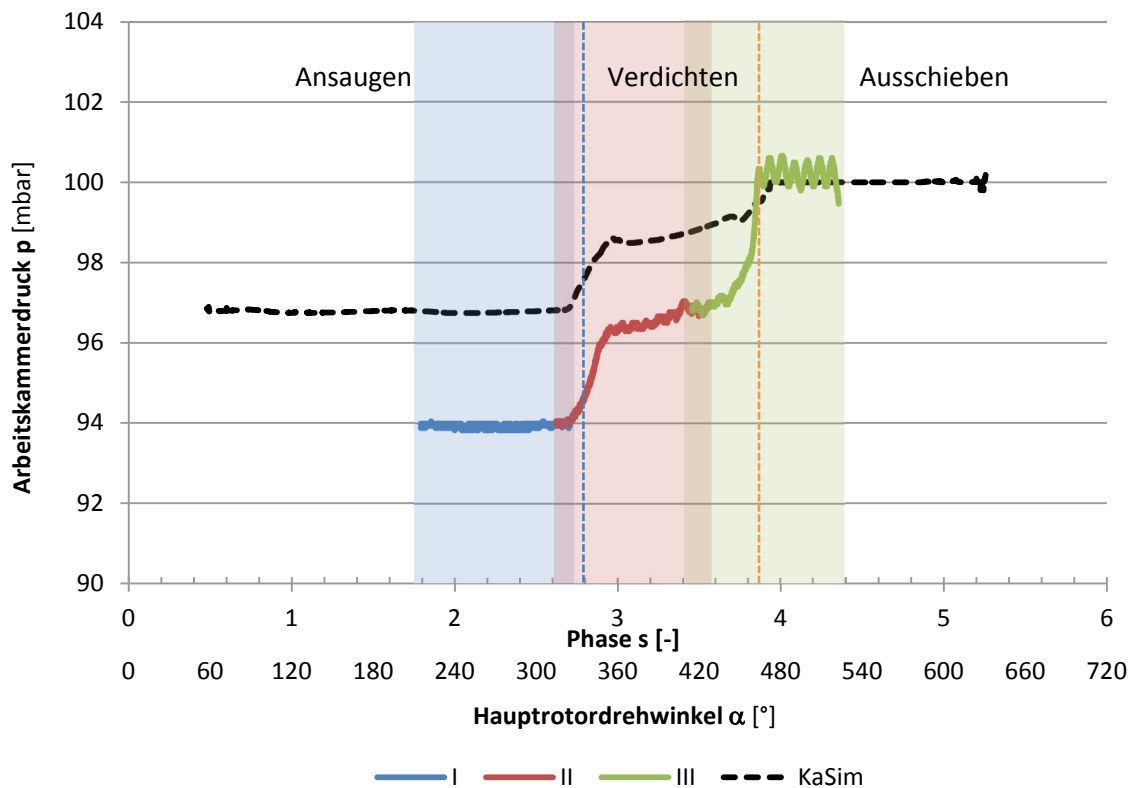
Grundsätzlich zeigt sich, dass wie in den bisherigen Beispielen die Simulation mittels KaSim die Lagerraumdrücke mit guter Genauigkeit abbilden kann. Sowohl qualitativ als auch quantitativ wird die Abhängigkeit der Lagerraumdrücke vom Eintrittsdruck bzw. vom Kompressionsverhältnis gut abgebildet.

## 8.7 Druckindizierung des Arbeitsraumes

Eine weitere Möglichkeit, detaillierten Einblick in das Zusammenspiel der physikalischen Wirkmechanismen zu erhalten, ist die Analyse des Druckes im Arbeitsraum des Screw Vacuum Blowers. Experimentell kann zumindest ein Teilbereich des Arbeitsspiels der Hauptrotorkammern im Betriebszustand des maximalen Kompressionsverhältnisses mittels einer Druckindizierung erfasst werden (Abbildung 7.5). Die Druckindizierung bleibt jedoch auf den Vorvakuumdruck von 100 mbar und Drehzahlen unterhalb von  $12.000 \text{ min}^{-1}$  beschränkt, da ansonsten der Druck in der jeweils betrachteten Arbeitskammer nicht mehr mit akzeptabler Genauigkeit gemessen werden kann (Abbildung 7.2). Eine exemplarische Darstellung der Messergebnisse für die Drehzahl von  $12.000 \text{ min}^{-1}$  veranschaulicht die Problematik der dynamischen Druckmessung in den Arbeitskammern von Rotationsverdränger-Vakuumpumpen.

**Abbildung 8.15** zeigt den Vergleich des experimentell und mittels Simulation bestimmten Druckverlaufes in den Arbeitskammern des Hauptrotors. Die phasen- bzw. hauptrotordrehwinkelabhängige Lage der Ein- und Auslassflächen ist zur Visualisierung der Phasen des Arbeitsspiels dargestellt. Für alle drei relevanten Phasen (Ansaugen, Verdichten und Ausschieben) des Arbeitsspiels liegen sowohl experimentelle als auch berechnete Daten vor. Der Aus-

trittsdruck beträgt 100 mbar und die Hauptrotordrehzahl  $300 \text{ min}^{-1}$ . Der Eintrittsdruck ergibt sich bei verschlossener Einlassseite durch das maximal erreichbare Kompressionsverhältnis.

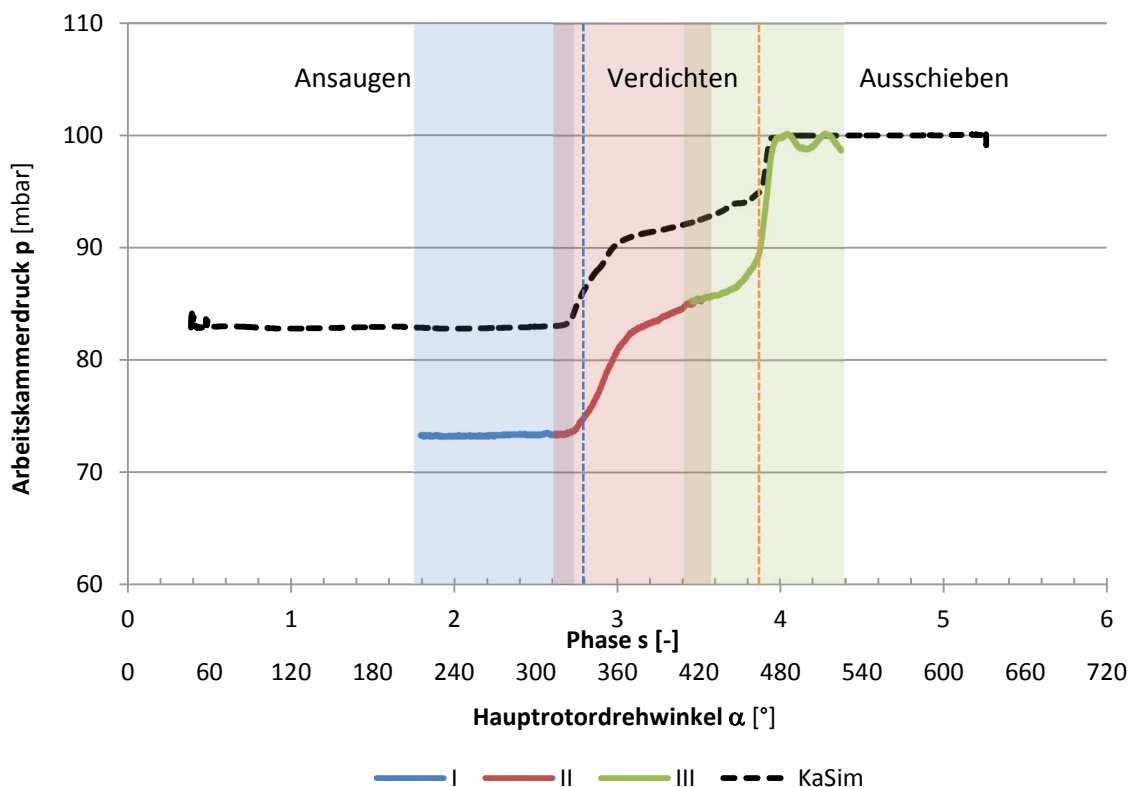


**Abbildung 8.15:** Experimentell bestimmter Arbeitskammerdruck  $p$  der Hauptrotorarbeitskammern als Funktion der Phase  $s$  im Vergleich mit KaSim  
Vorvakuumdruck  $p_v = 100 \text{ mbar}$ , Drehzahl  $n = 300 \text{ min}^{-1}$

Im Bereich I, welcher einen Teil des Ansaugvorgangs abdeckt, ist der Druck in der Arbeitskammer nahezu konstant. Mit Überfahren der Steuerkanten am Einlass schließt die Arbeitskammer ab und es beginnt Bereich II, die Phase der inneren Verdichtung. Der Kammerdruck steigt zunächst deutlich an, wobei der Gradient zunächst abnimmt. Der erneut deutliche Anstieg des Druckes korreliert mit dem Abschluss der inneren Verdichtung und dem Beginn des Ausschiebevorgangs. Aufgrund der Differenz zwischen Arbeitskammerdruck und Vorvakuumdruck kommt es jedoch zuerst zu einer deutlichen Rückströmung, welche in einem kurzen Zeitintervall für einen Druckausgleich sorgt. Der von KaSim berechnete Arbeitskammerdruck zeigt einen qualitativ sehr ähnlichen Verlauf, jedoch ist das absolute Niveau des Druckes deutlich höher. Dies ist für Drehzahlen unterhalb von  $6000 \text{ min}^{-1}$  bereits bei der Analyse des maximalen Kompressionsverhältnisses ersichtlich gewesen (Abbildung 8.3). Eine qualitative Auffälligkeit existiert jedoch in den Simulationsergebnissen. Diese betrifft den Abschluss der Phase der inneren Verdichtung. In diesem Bereich ist kurz vor dem Erreichen der austrittssei-

tigen Steuerkanten ein Absinken des Arbeitskammerdruckes zu erkennen. Da der Druck prinzipiell durch die innere Verdichtung zunimmt, ist die Abnahme des Druckes auf eine innere Leckage zurückzuführen. Durch eine Betrachtung des relevanten Drehwinkelbereiches im, der Simulation zugrundeliegenden Kammermodell, ergibt sich, dass in diesem Drehwinkelbereich die Kopfrundungsöffnung auf der Austrittsseite durch das Ineinandergreifen der Rotorverzahnung entsteht. Da ein solcher Druckabfall im Experiment nicht zu beobachten ist und die erreichbaren Eintrittsdrücke deutlich geringer ausfallen, ist davon auszugehen, dass der für die Kopfrundungsöffnung berechnete Massenstrom wahrscheinlich größer als im Experiment ist.

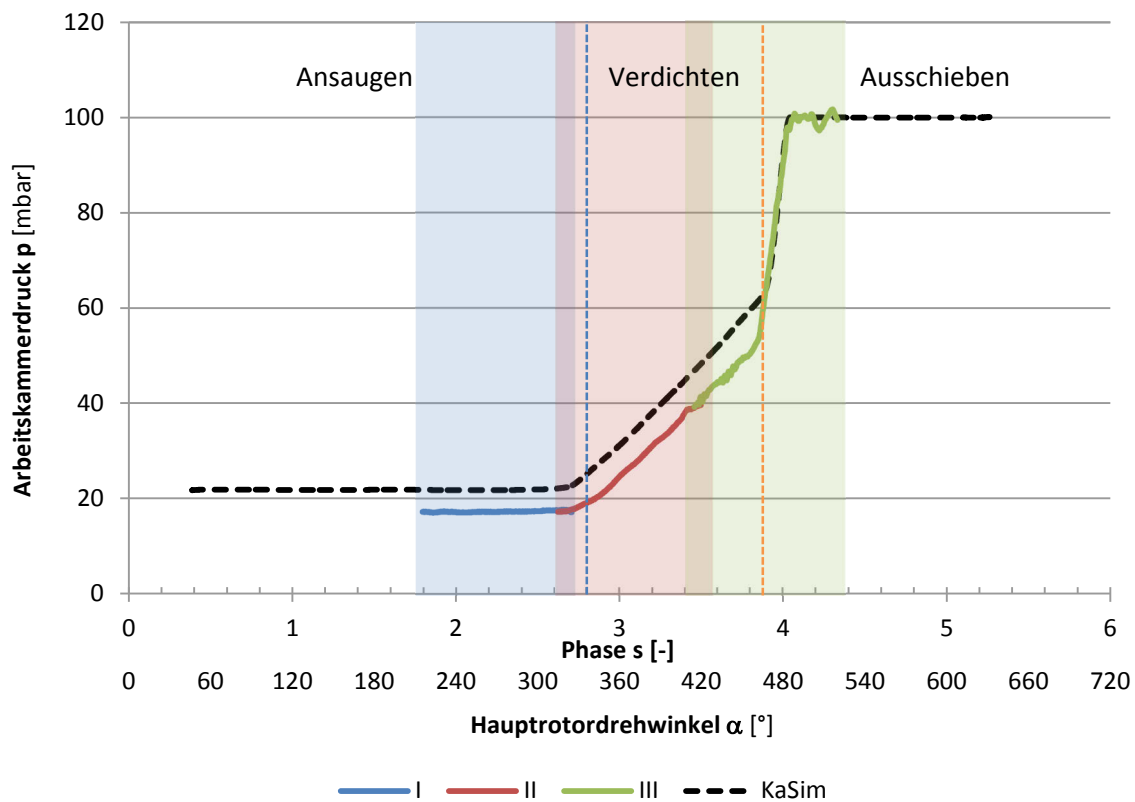
**Abbildung 8.16** zeigt den Druck in den Arbeitskammern des Hauptrotors als Funktion der Phase für eine Drehzahl von  $1000 \text{ min}^{-1}$ . Der zugehörige Vorvakuumdruck beträgt wiederum 100 mbar.



**Abbildung 8.16:** Experimentell bestimmter Arbeitskammerdruck  $p$  der Hauptrotorarbeitskammern als Funktion der Phase  $s$  im Vergleich mit KaSim  
Vorvakuumdruck  $p_v = 100 \text{ mbar}$ , Drehzahl  $n = 1000 \text{ min}^{-1}$

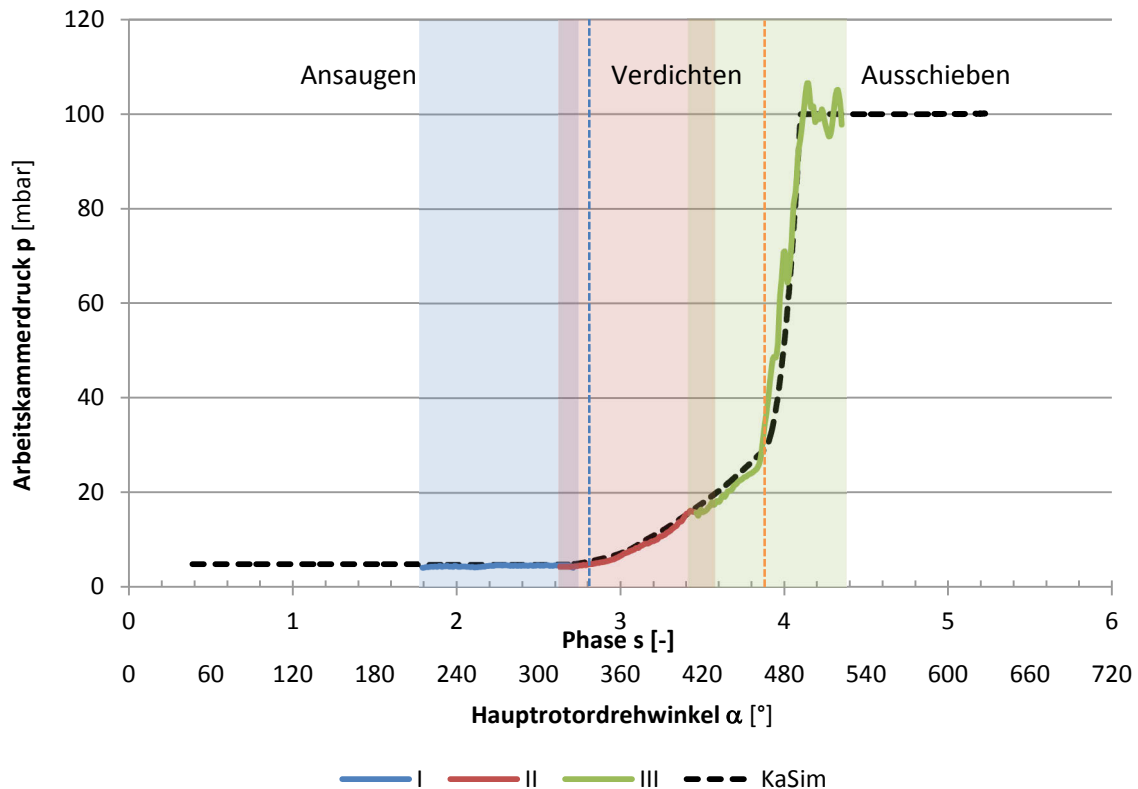
Durch die Erhöhung der Drehzahl findet nur eine leichte Veränderung der thermodynamischen Prozessführung statt. Dieser Einfluss wird durch die Simulation qualitativ richtig wie-

dergegeben. Zudem ist der bei der niedrigeren Drehzahl noch offensichtliche Druckabfall in der Arbeitskammer kurz vor Erreichen der Steuerkanten nicht mehr sichtbar.



**Abbildung 8.17:** Experimentell bestimmter Arbeitskammerdruck  $p$  der Hauptrotorarbeitskammern als Funktion der Phase  $s$  im Vergleich mit KaSim  
 Vorvakuumdruck  $p_v = 100$  mbar, Drehzahl  $n = 3000$   $\text{min}^{-1}$

Mit der Erhöhung der Drehzahl auf  $3000$   $\text{min}^{-1}$  (**Abbildung 8.17**) geht eine deutliche Veränderung in der thermodynamischen Prozessführung einher. Nach Abschluss der betrachteten Arbeitskammer beginnt ein nahezu linearer Anstieg des Druckes mit dem Drehwinkel. Diese Charakteristik wird, trotz eines unterschiedlichen Eintrittsdruckes, von der Simulation gleichermaßen wiedergegeben. Die Erhöhung der Drehzahl bewirkt damit eine gleichmäßigere Verteilung der ein- und ausströmenden Spaltmassenströme während der Phase der Verdichtung. Eine wesentliche Ursache hierbei ist das absolut niedrigere Druckniveau in der gekapselten Arbeitskammer, so dass fast zu jedem Zeitpunkt des Arbeitsspiels ein überkritisches Druckverhältnis an den Spalten anliegt, das eine Zuströmung in die Arbeitskammer bewirkt. Im Falle der zuvor betrachteten Drehzahl von  $1000$   $\text{min}^{-1}$  (**Abbildung 8.16**) ist dieses Druckverhältnis von Beginn bis Abschluss der Verdichtungsphase ständig verändert.

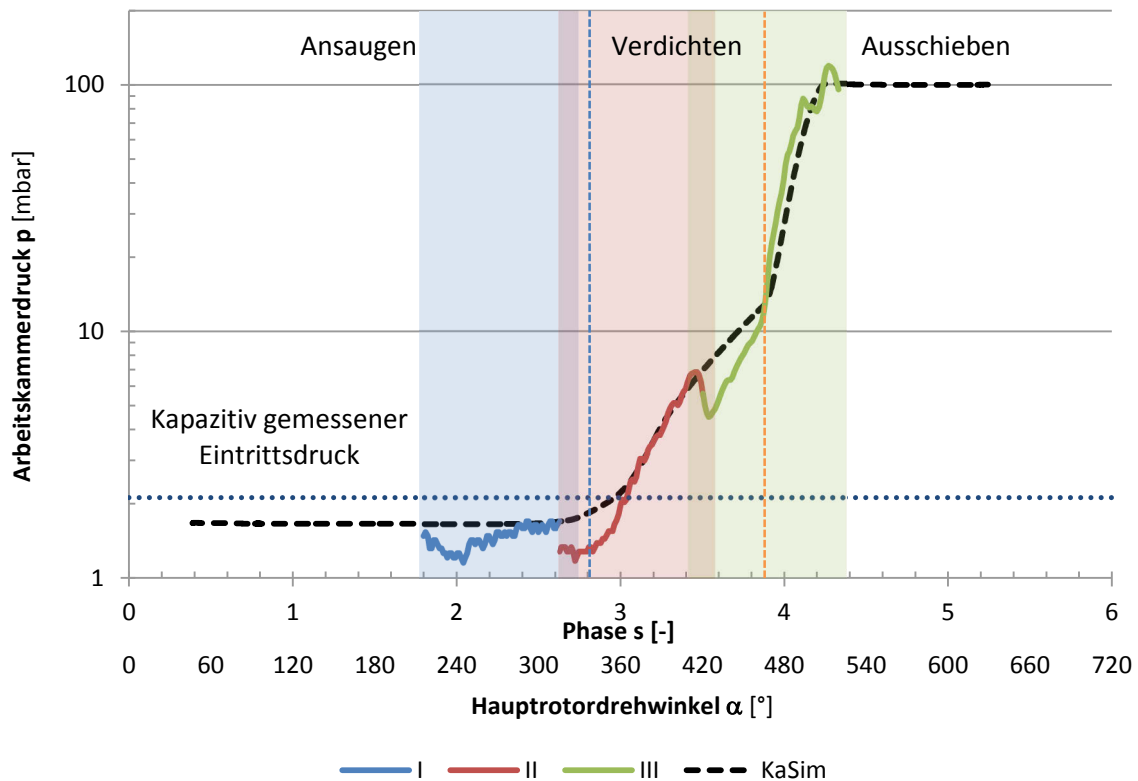


**Abbildung 8.18:** Experimentell bestimmter Arbeitskammerdruck  $p$  der Hauptrotorarbeitenkammern als Funktion der Phase  $s$  im Vergleich mit KaSim  
 Vorvakuumdruck  $p_v = 100$  mbar, Drehzahl  $n = 6000$   $\text{min}^{-1}$

**Abbildung 8.18** zeigt den Druck in den Arbeitskammern des Hauptrotors für eine Drehzahl von  $6000$   $\text{min}^{-1}$ . Es zeigt sich wiederum eine Veränderung in der Charakteristik des Druckanstiegs durch die zeitliche Verkürzung des Arbeitsspiels. Bei einer Drehzahl von  $6000$   $\text{min}^{-1}$  sinkt der Anteil der inneren Verdichtung im Vergleich zur Verdichtung durch Rückströmung nochmal deutlich ab. Der absolute Druckanstieg in der gekapselten Arbeitskammer ist deutlich geringer als bei der zuvor betrachteten Drehzahl von  $3000$   $\text{min}^{-1}$ . Diese Reduktion der der Arbeitskammer zufließenden Masse äußert sich in einer weiteren Veränderung der Zunahme des Druckes bis zum Beginn des Ausschiebevorganges. Statt der zuvor linearen Zunahme des Druckes ist nun eine minimal progressive Tendenz erkennbar.

Die Erhöhung der Drehzahl wirkt sich jedoch auch auf die strömungsmechanischen Vorgänge insbesondere während des Ladungswechsels aus. Mit steigender Drehzahl werden Druckpulsationen durch das schlagartige Öffnen der Arbeitskammer zur Austrittsseite sichtbar. Für eine Interpretation der Druckpulsationen hinsichtlich der Frequenzen bzw. Wellenlängen sind die vorhandenen Messwerte nur bedingt geeignet.

Die Drehzahl  $n$  von  $6000 \text{ min}^{-1}$  stellt aufgrund der bereits sehr kleinen Eintrittsdrücke das Limit für die verwendete Messtechnik dar. Für höhere Drehzahlen kann zwar noch ein qualitativ verwertbares Messsignal erfasst werden, die Ergebnisse sind jedoch nicht schlüssig (Abbildung 8.19).



**Abbildung 8.19:** Experimentell bestimmter Arbeitskammerdruck  $p$  der Hauptrotorarbeitskammern als Funktion der Phase  $s$  im Vergleich mit KaSim  
 Vorvakuumdruck  $p_v = 100 \text{ mbar}$ , Drehzahl  $n = 12.000 \text{ min}^{-1}$

Die potentiellen Probleme in der Genauigkeit der Messsensoren ergeben sich bereits in dem relativen Vergleich zueinander, da z.B. die Sensoren I und II im gemeinsamen Messbereich nicht den gleich Wert für den Kammerdruck bestimmen. Darüber hinaus ergibt sich eine Unstimmigkeit zwischen den im Bereich I gemessenen Drücken und des mittels kapazitiven Drucksensors gemessenen Eintrittsdruckes. Der bisherige Vergleich zwischen Experiment und Simulation hat gezeigt, dass für hohe Drehzahlen und hohe Vorvakuumdrücke in der Simulation ein deutlich kleinerer Enddruck als im Experiment erreicht wird (Abbildung 8.2). Die dynamische Druckmessung zeigt jedoch, dass der gemessene Arbeitskammerdruck prinzipiell gut mit dem Simulationsergebnis übereinstimmt bzw. sogar noch unterhalb des simulierten Wertes liegt. Es liegt die Vermutung nahe, dass die maximale Messgenauigkeit, welche für

die piezoresistiven Drucksensoren bei 1,75 mbar liegt (Tabelle 7.1), die Hauptursache für die Abweichung zwischen den gemessenen Druckwerten darstellt.

Die Analyse der Arbeitskammerdrücke der Hauptrotorkammern bei Variation der Drehzahl lässt im Vergleich mit der Simulation bereits einige Rückschlüsse auf die Abbildungsgüte der Simulation und dabei insbesondere die Modellierung der Spaltverbindungen zu. Bei niedrigen Drehzahlen erscheinen die Spaltmassenströme zu groß. Damit wird die Dichtwirkung der Spaltverbindung unterschätzt. Einen wesentlichen Anteil hieran hat die Kopfrundungsöffnung, welche in der Simulation zu einer deutlichen Abnahme des Arbeitskammerdruckes führt, welche in den experimentellen Daten nicht ersichtlich ist (Abbildung 8.16). Mit zunehmender Drehzahl kehrt sich das Verhältnis von Experiment und Simulation um, und die Dichtwirkung der Spaltverbindungen bei hohen Drehzahlen wird durch die Simulation überschätzt. Da jedoch die thermodynamische Prozessführung qualitativ gut abgebildet wird, ergibt sich hieraus allein kein weiterer konkreter Anhaltspunkt dafür, dass eine bestimmter Spalt oder eine Spaltart ungünstig modelliert werden.

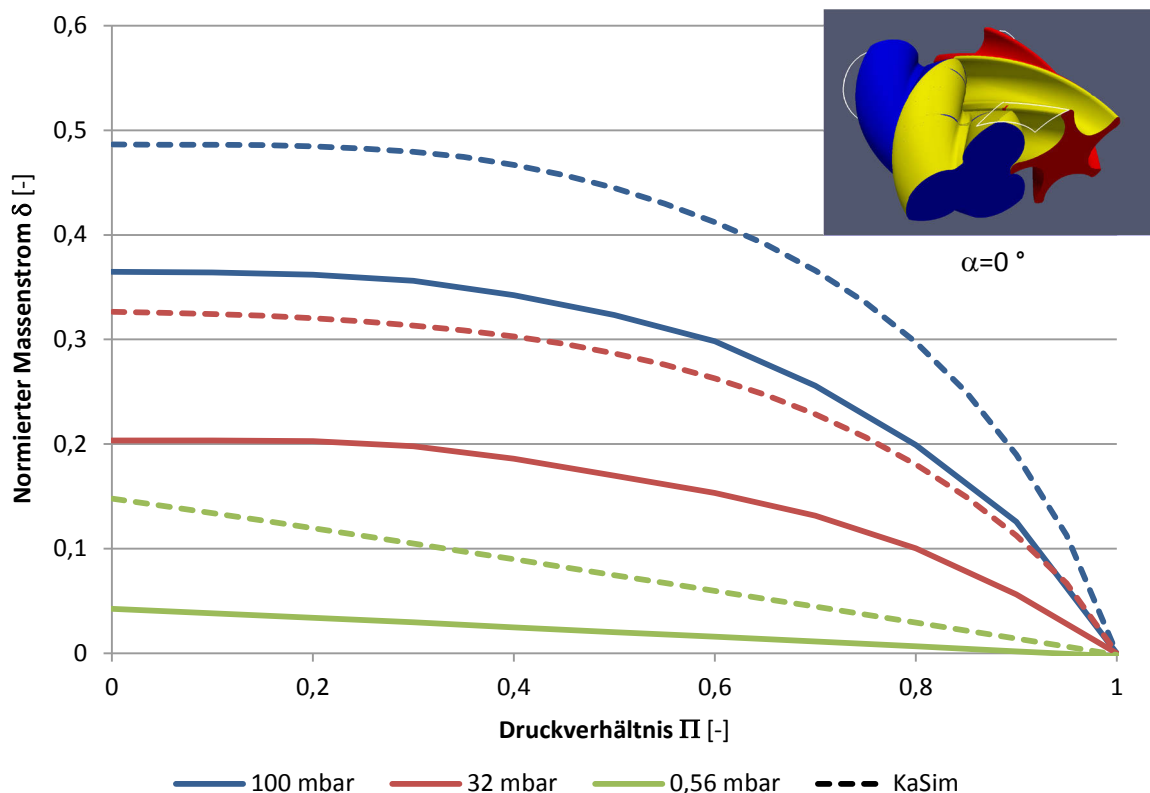
Aufgrund der deutlichen Drehzahlabhängigkeit der Abbildungsgüte lässt sich zudem vermuten, dass der Profileingriffsspalt bzw. dessen strömungsmechanische und geometrische Modellierung eine wichtige Rolle spielt. Die extrem klein ausgeführte Spalthöhe des Profileingriffsspalt sowie die nicht klar definierbare Ausprägung der Kontaktzone der beiden Rotoren erschwert die geometrische Modellierung, so dass, ähnlich wie beim Hauptrotorgehäusespalt, keine eindeutige Zuordnung zu einer Spaltform möglich ist. Am Beispiel des VR3 ist die Definition der Spaltlänge in Strömungsrichtung stark von dem vordefinierten Parameter der Spalthöhenaufweitung abhängig (Abbildung 6.19), für den keine Erfahrungswerte existieren. Darüber hinaus liegt im Profileingriffsspalt durch die geringe lichte Weite bereits bei einem Vorvakuumdruck von 100 mbar eine Knudsen-Strömung vor, so dass im gesamten betrachteten Vorvakuumdruckbereich von einem Einfluss der Drehzahl auf den Profileingriffsspaltmassenstrom ausgegangen werden kann. Eine detailliertere Betrachtung der einzelnen Spaltmassenströme erfolgt im weiteren Verlauf der Arbeit.

## **8.8 Spaltströmungen bei fixierten Rotoren**

Das abschließende Kapitel der Validierung der thermodynamischen Simulation bildet die Untersuchung der Spaltströmung bei fixierten Rotoren. Dieses Experiment ermöglicht zwar auch

nur eine integrale Messung der Summe aller Spaltmassenströme, jedoch kann diese Untersuchung fast alle weiteren physikalischen Wirkmechanismen wie z.B. Wärmeübergänge, Bauteilverformungen und Ladungswechsel ausblenden. Insbesondere der Einfluss der Drehzahl auf Spaltmassenströme wird durch dieses Experiment ausgeblendet.

Im ersten Schritt wird für drei ausgewählte Eintrittsdrücke zwischen 0,56 und 100 mbar ein Vergleich der integralen Spaltmassenströme auf Basis des normierten Massenstroms untersucht. Der Spalteintrittsdruck wird an dem Auslassstutzen vorgegeben, der Austrittsdruck an der Einlassseite des Screw Vacuum Blowers aufgeprägt, so dass die Strömungsrichtung durch die Spalte der des regulären Betriebs entspricht. Die Eintrittsdrücke sind so gewählt, dass sie die drei verschiedenen Strömungsformen abdecken. Der theoretisch maximale Massenstrom nach Gl. 4.7, welcher als Bezugsgröße dient, ist für Experiment und Simulation identisch. Die Ergebnisse des Experiments sind im Vergleich mit den simulierten Werten in **Abbildung 8.20** dargestellt.



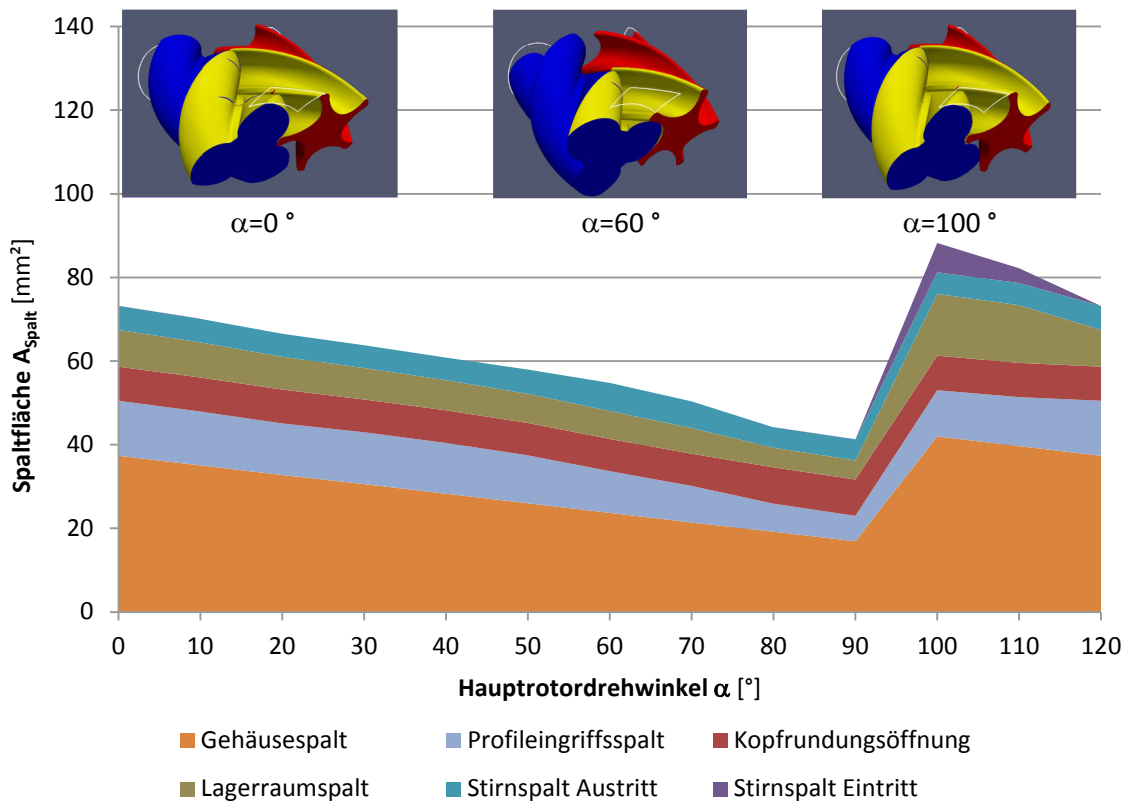
**Abbildung 8.20:** Experimentell bestimmter integraler normierter Massenstrom  $\delta$  als Funktion des Druckverhältnisses  $\Pi$  bei Variation des Eintrittsdruckes  $p_E$  in der Hauptrotorstellung  $\alpha$  von  $0^\circ$  im Vergleich mit KaSim



Qualitativ kann die Simulation die typischen Charakteristiken der Kontinuumsströmung bei 100 mbar, der Knudsenströmung bei 32 mbar sowie der molekularen Strömung bei 0,56 mbar gut abbilden. Dennoch ergeben sich quantitativ Abweichungen zwischen Experiment und Simulation, wobei die berechneten Spaltmassenströme unabhängig vom betrachteten Druckverhältnis und Eintrittsdruck deutlich größer sind. Diese Unterschiede haben sich bereits durch die Untersuchung des maximalen Kompressionsverhältnisses bei Variation der Drehzahl angedeutet und werden an dieser Stelle unter Ausschluss anderer Einflüsse bestätigt (Abbildung 8.3). Auffällig ist die zunehmende Abweichung mit sinkendem Eintrittsdruck. Die relative Abweichung ist bei der molekularen Spaltströmung am größten. Die Ursache hierfür ist, eine hinreichend genaue Abbildung der Spaltquerschnittsfläche vorausgesetzt, die Modellierung der Spaltform bzw. die Wahl des passenden Spaltströmungsmodells. Der Vergleich der normierten Massenströme für die jeweils optimale Modellierung des Hauptrotorgehäusespaltes als VR1, VR3 und VR7 (Abbildung 6.23) zeigt, dass es nicht nur zu erheblichen Unterschieden im normierten Massenstrom kommen kann, in diesem konkreten Fall sind die Unterschiede bei relativer Betrachtung im molekularen Strömungsbereich ebenfalls am größten. Die gleiche Argumentation kann auch auf die Kopfrundungsöffnung angewendet werden, da das hier verwendete Modell LBGK die Dichtwirkung der Kopfrundungsöffnung aufgrund der fehlenden Berücksichtigung der Kompressibilität unterschätzt.

Im nächsten Schritt wird die Abhängigkeit der Spaltströmung von dem Hauptrotordrehwinkel  $\alpha$  betrachtet. Die der Berechnung des normierten Massenstroms zugrunde liegende, integrale Spaltfläche als Funktion des Hauptrotordrehwinkels ist in **Abbildung 8.21** dargestellt.

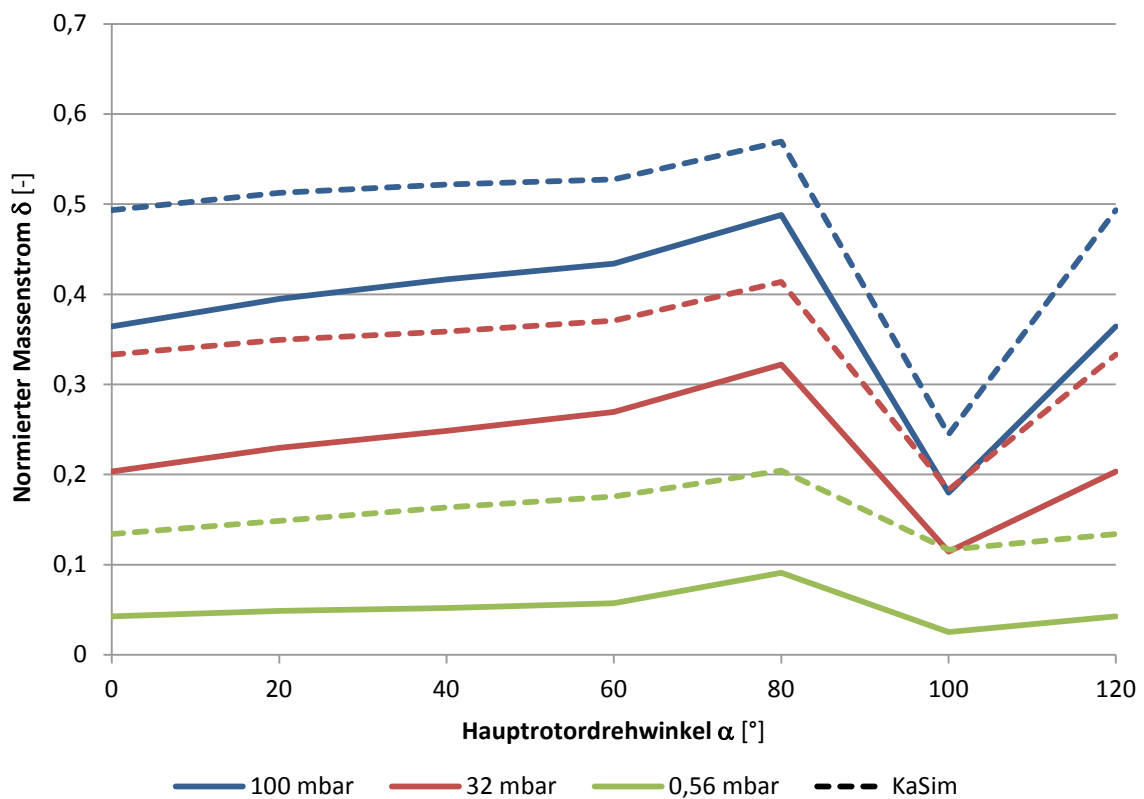
Die integrale Spaltfläche wird in jeder betrachteten Hauptrotorstellung durch jene Spaltverbindungen definiert, welche eine Arbeitskammer mit Kontakt zur Auslassfläche (gelb markiert) wiederum mit einer anderen Arbeitskammer verbinden. Spaltverbindungen, welche zwei Auslassarbeitskammern miteinander verbinden, werden von der Betrachtung ausgeschlossen. Dies bedeutet, dass über den gesamten Hauptrotorzahnteilungswinkel nicht zwangsläufig die gleichen Spaltverbindungen zur gesamten Fläche beitragen.



**Abbildung 8.21: Mittels Kammermodell bestimmte integrale Spaltfläche der verbundenen Auslassarbeitskammern auf Haupt- und Nebenrotorseite als Funktion des Hauptrotordrehwinkels  $\alpha$  mit den jeweiligen Anteilen der verschiedenen Spaltkategorien**

Die Spaltfläche beträgt im arithmetischen Mittel  $63 \text{ mm}^2$ . Ausgehend von dem Hauptrotordrehwinkel  $0^\circ$  nimmt die Spaltfläche zunächst ab, da mit fortschreitender Drehung der Rotoren insbesondere die Gehäusespalte und der Profileingriffsspalt kürzer werden. Nach Erreichen des minimalen Wertes kommt es erneut zu einem Anstieg, welcher jedoch sprungartig erfolgt, da durch das Passieren der Auslasssteuerkanten die relevanten Spalte für die jeweils nachlaufenden Arbeitskammern bestimmt werden müssen. Der Gehäuse- und Profileingriffsspalt erreicht in Bezug auf die Auslassarbeitskammern den maximalen Flächenwert. Danach erfolgt wiederum eine Abnahme der Spaltfläche mit zunehmendem Hauptrotordrehwinkel. Der Übergang beim Erreichen des Zahnteilungswinkels erfolgt aus geometrischer Sicht periodisch. Damit verändert sich die integrale Spaltfläche relativ zum Mittelwert um etwa 30 %. Die Aufschlüsselung der jeweiligen Spaltarten zeigt, dass der größte Flächenanteil dem Gehäusespalt, Profileingriffsspalt und der Kopfrundungsöffnung zuteil wird. Diese machen bereits 77 % der gesamten Spaltfläche aus.

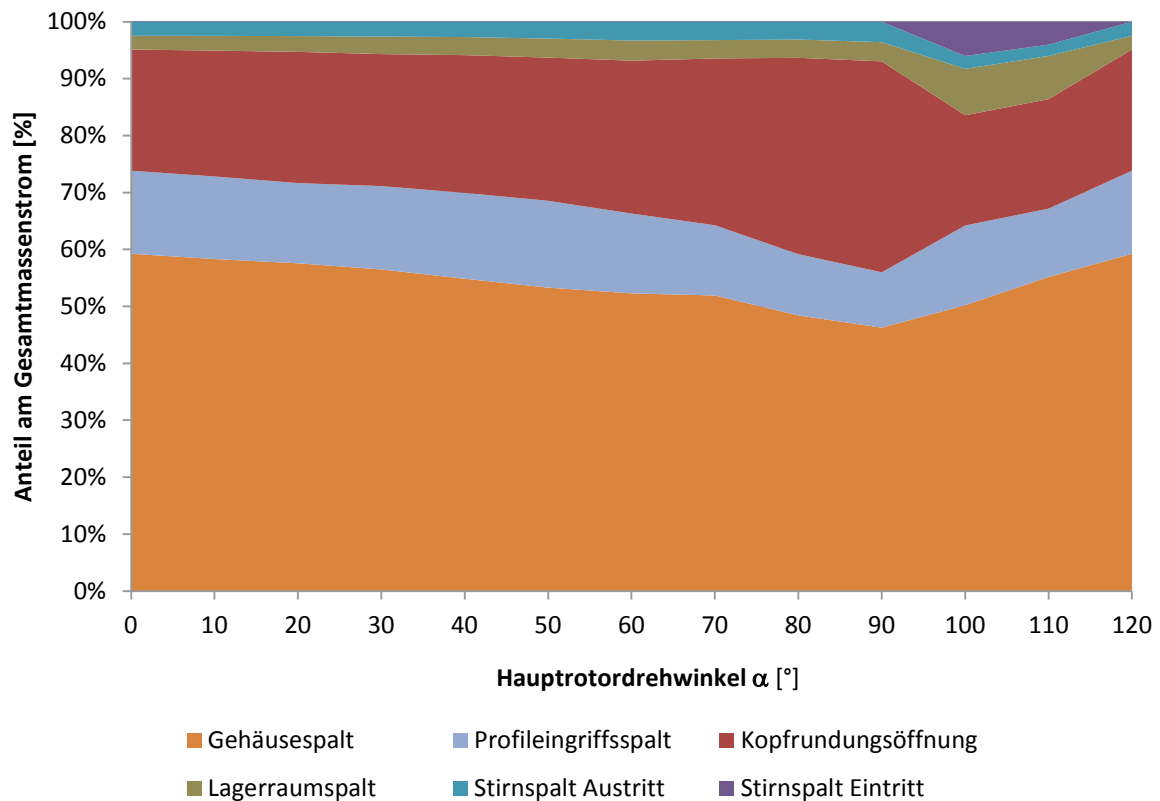
Die integralen Spaltmassenströme in Experiment und Simulation sind in **Abbildung 8.22** als Funktion des Hauptrotordrehwinkels für ein Druckverhältnis von 0,1 aufgetragen.



**Abbildung 8.22:** Experimentell bestimmter integraler normierter Massenstrom  $\delta$  als Funktion des Hauptrotordrehwinkels  $\alpha$  bei Variation des Eintrittsdruckes  $p_E$  für ein Druckverhältnisses  $\Pi$  von 0,1 im Vergleich mit KaSim

Durch die Betrachtung des normierten Massenstromes ist der absolute Einfluss der Spaltfläche nicht mehr ersichtlich. Es wird primär der Einfluss der Rotorstellung auf die Drosselwirkung der Spaltverbindungen sichtbar und der Vergleich zwischen Experiment und Simulation stellt somit ein Maß für die Abbildungsgüte der Spaltform als Funktion des Hauptrotordrehwinkels dar. Zunächst zeigt sich für die drei repräsentativen Eintrittsdrücke erneut die bereits diskutierte Abweichung zwischen Simulation und Experiment (Abbildung 8.20). Die Abweichung ist für die verschiedenen betrachteten Rotorstellungen sehr ähnlich, so dass die Simulation den Einfluss der Rotorstellung auf die Drosselwirkung der Spaltverbindungen qualitativ richtig abbildet. Auffällig ist in den Ergebnissen, sowohl im Experiment als auch in der Simulation, dass der normierte Massenstrom bei Hauptrotorwinkeln um  $100^\circ$  deutlich abnimmt. In dem vorliegenden Fall vergrößert sich die integrale Spaltfläche und somit der theoretisch maximal mögliche Spaltmassenstrom beim Überfahren der Steuerkanten auf der Austrittsseite (Abbildung 8.21). Der tatsächlich durch diese Spaltverbindungen fließende Spaltmassenstrom steigt jedoch trotz vergleichbarer Dichtwirkung der einzelnen Spalte nicht mit an. Als Ursache

kann hier die Drosselwirkung der Auslassfläche angeführt werden. In einer Hauptrotorwinkelstellung von  $100^\circ$  ist die Verbindungsfläche zwischen dem Stutzen und den nachlaufenden Arbeitskammern sehr klein, so dass diese Verbindungsfläche bereits den tatsächlich fließenden Spaltmassenstrom deutlich limitiert und nicht die Spaltverbindungen.



**Abbildung 8.23:** Mittels Kammermodell bestimmter relativer Anteil der einzelnen Spaltmassenströme am Gesamtmassenstrom der Auslassarbeitskammern als Funktion des Hauptrotordrehwinkels  $\alpha$  für einen Eintrittsdruck  $p_E$  von 100 mbar und ein Druckverhältnis  $\Pi$  von 0,1

Die Simulation ermöglicht, analog zur Betrachtung der jeweiligen Spaltverbindungen an der integralen Fläche, eine Quantifizierung der Spaltmassenströme der jeweiligen Spaltverbindungen (**Abbildung 8.23**). Das Verhältnis der Spaltmassenströme zum integralen Spaltmassenstrom wird am Beispiel des Eintrittsdruckes von 100 mbar und einem Druckverhältnis von 0,1 veranschaulicht. Die Verhältnisse sind ähnlich wie die Verhältnisse der Spaltflächen zueinander, jedoch weist die Kopfrundungsöffnung im Vergleich zum Profileingriffsspalt trotz kleinerer Fläche den höheren Anteil am integralen Spaltmassenstrom auf. Der Gehäusespalt und die Kopfrundungsöffnung verursachen mehr als 80 % des gesamten Spaltmassenstromes. Damit wird die bisherige Vermutung untermauert, dass die strömungsmechanische Modellierung insbesondere des Hauptrotorgehäusespaltes sowie der Kopfrundungsöffnung einen signi-

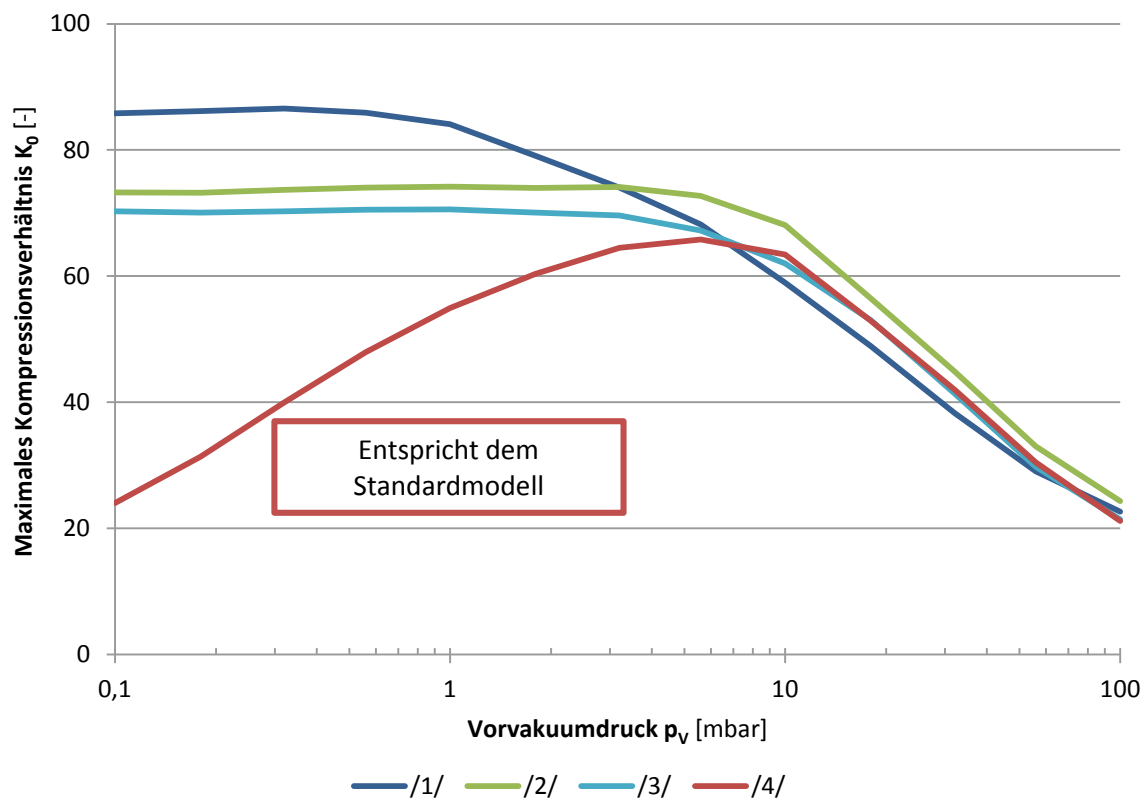
fikanten Einfluss auf die integralen Spaltmassenströme hat und somit die bereits bekannte Unschärfe in der geometrischen Modellierung der Spaltform in Kennzahlen wie dem maximalen Kompressionsverhältnis deutlich sichtbar wird.

## 9. Analyse und Evaluierung der physikalisch-technischen Wirkmechanismen

Das vorliegende Kapitel beinhaltet eine abschließende Analyse und Evaluierung der physikalisch-technischen Wirkmechanismen des Screw Vacuum Blowers, bei der im Gegensatz zu den bisherigen Untersuchungen ausschließlich die Simulation als Werkzeug zum Einsatz kommt. Dieses Kapitel bietet einen weiteren Einblick in die Details der physikalischen Wirkmechanismen. Ein wesentlicher Aspekt ist dabei die Modellierung der inneren Leckage, welche sowohl die Spaltströmung als auch den mittels Ad- und Desorptionskinetik berechneten Gasrücktransport über die Oberflächen umfasst. Im zweiten Schritt wird der Ladungswechsel auf der Auslassseite näher betrachtet, da dieser einen signifikanten Einfluss auf die thermodynamische Prozessführung hat. Danach werden die Gastemperaturen betrachtet und basierend auf verschiedenen Modellierungsansätzen die Annahme einer isothermen Prozessführung auf ihre Plausibilität untersucht. Abschließend erfolgt eine Analyse der auftretenden mechanischen Lasten in der Rotorverzahnung durch den unsynchronisierten Betrieb. Die folgenden theoretischen Untersuchungen erfolgen immer für Betriebspunkte des maximalen Kompressionsverhältnisses.

### 9.1 Interne Leckagen

Die internen Leckagen stellen für den Screw Vacuum Blower den dominieren physikalisch-technischen Wirkmechanismus dar. Mit Hilfe der Simulation ist es nun möglich, die strömungsmechanischen und thermodynamischen Vorgänge während des Arbeitsspiels detailliert zu betrachten. Hierzu wird im ersten Schritt der prinzipielle Einfluss verschiedener physikalischer Effekte auf das erreichbare maximale Kompressionsverhältnis dargestellt. **Abbildung 9.1** zeigt die systematische Variation der physikalischen Modelle der inneren Leckage am Beispiel des maximalen Kompressionsverhältnisses für eine konstante Drehzahl. Konfiguration /1/ beinhaltet ausschließlich die typischen Spaltverbindungen der Schraubenmaschine, welche alle mit stehender Berandung berechnet werden. Konfiguration /2/ berücksichtigt den Effekt der bewegten Spaltberandung zur Berechnung des jeweiligen Spaltmassenstromes. Konfiguration /3/ erweitert die Spaltverbindungen um die Verbindungen zwischen den Arbeitskammern und Lagerräumen und Konfiguration /4/ fügt die Modellierung der Ad- und Desorptionseffekte hinzu. Diese Konfiguration entspricht der Standardkonfiguration, welche im Rahmen der Validierung verwendet wird.



**Abbildung 9.1:** Maximales Kompressionsverhältnis  $K_0$  als Funktion des Vorvakuumdruckes  $p_v$  bei Variation der physikalischen Modelle für die innere Leckage bei einer Drehzahl  $n$  von  $6000 \text{ min}^{-1}$

/1/ feststehende Berandung [3]

/2/ bewegte Berandung [6]

/3/ bewegte Berandung mit Verbindung zu den Lagerstellen (Kapitel 6.7)

/4/ bewegte Berandung mit Lagerstellen und Sorptionskinetik (Kapitel 6.5)

Generell lässt sich feststellen, dass mit Erweiterung und Verfeinerung der geometrischen und physikalischen Modellierung das absolut maximal erreichbare Kompressionsverhältnis stetig abnimmt. Im Gegensatz zu vergleichbaren Betrachtungen [6] lässt sich für den Maschinentyp des Screw Vacuum Blowers jedoch eine Besonderheit feststellen. Die Berücksichtigung bewegter Spaltberandungen führt für Vorvakuumdrücke größer als 10 mbar zu einem Anstieg des maximal erreichbaren Kompressionsverhältnisses. Erst für kleinere Vorvakuumdrücke ist eine Abnahme des maximalen Kompressionsverhältnisses sichtbar. Im Bereich der hohen Vorvakuumdrücke scheint die Reduzierung der Spaltmassenströme durch den Einfluss der bewegten Berandung, z.B. für die Gehäusepalte, den Einfluss der Spaltmassenstromminderung z.B. für den Profileingriffsspalt zu überwiegen. Die Berücksichtigung der Spaltverbindungen zu den Lagerstellen an den Stirnseiten der Rotoren hat keinen sehr großen Einfluss, führt aber für alle betrachteten Vorvakuumdrücke zu einer relativ gleichmäßigen Abnahme

des maximalen erreichbaren Kompressionsverhältnisses. Die Berücksichtigung des Gasrücktransportes auf Basis der Sorptionskinetik hat für Vorvakuumdrücke kleiner als 4 mbar einen signifikanten Einfluss. Bei dem minimalen betrachteten Vorvakuumdruck sinkt das maximal erreichbare Kompressionsverhältnis von 70 auf 24 ab. Und erst bei Hinzunahme aller nach dem aktuellen Stand der Technik bekannten Wirkmechanismen zur Modellierung der inneren Leckage lässt sich ein qualitativ und quantitativ gutes Simulationsergebnis erzielen.

Auf Basis der bereits bekannten Konfiguration /4/ werden im Folgenden die internen Leckagen detaillierter untersucht, wobei zusätzlich zur grundsätzlichen Unterscheidung zwischen Spaltströmung und Gasrücktransport auch eine Aufschlüsselung der Wirkung der einzelnen Spaltarten erfolgt. Die Darstellung der inneren Leckage erfolgt im Weiteren in dimensionsloser Form. Die dimensionslose innere Leckage  $\mu$  als Funktion der Phase  $s$  wird als das Verhältnis des jeweiligen Leckagemassenstrom  $\dot{m}(s)$  zum Fördermassenstrom der Kammer  $\dot{m}_{\text{Kammer}}(s)$  gebildet. Der Fördermassenstrom der Kammer stellt eine theoretische Größe dar, welche sich aus der Masse des in der Arbeitskammer eingeschlossenen Fluides  $m_{\text{Kammer}}$  und der Modellfrequenz  $f_m$  ergibt (**Gl. 9.1**).

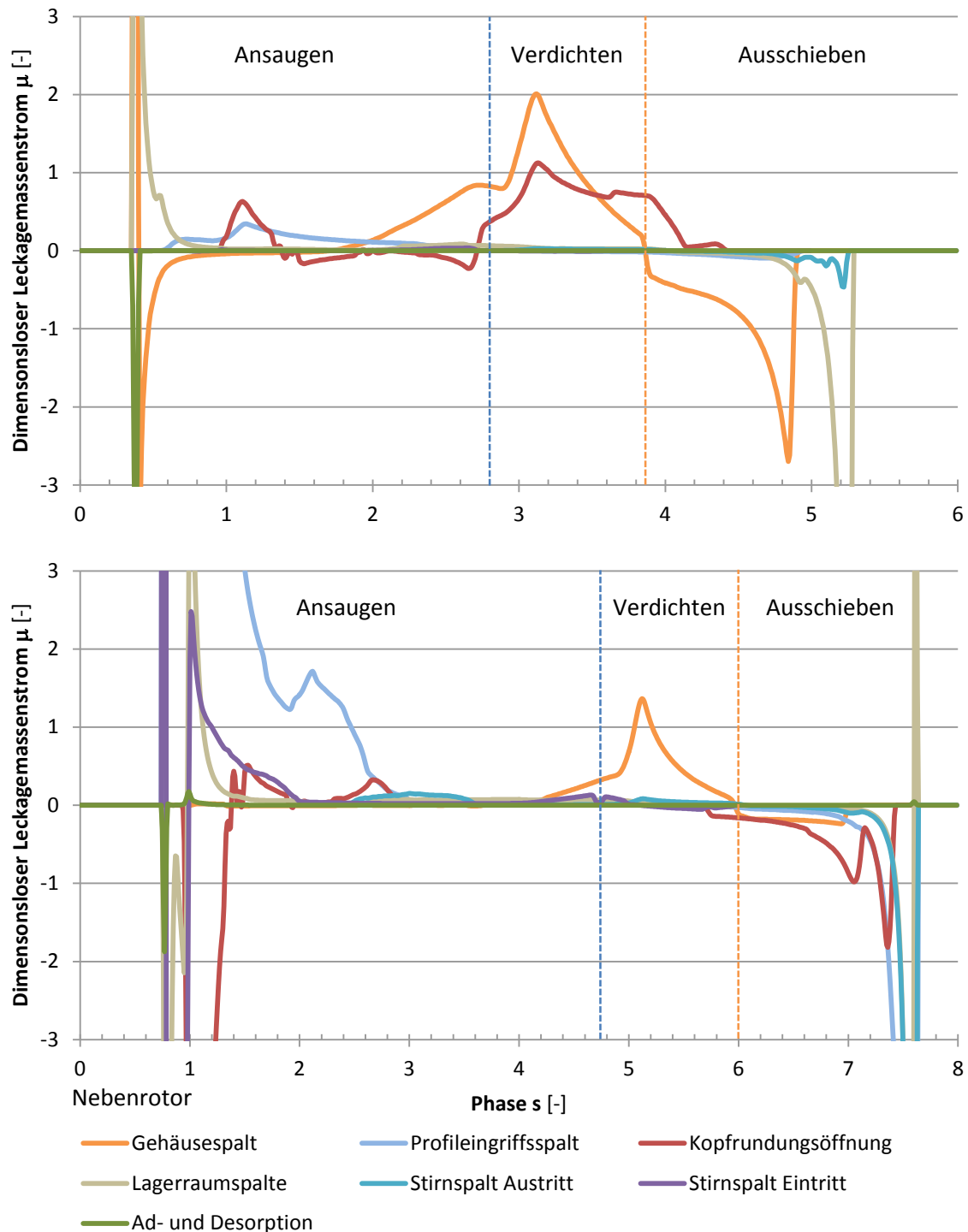
$$\mu = \frac{\dot{m}(s)}{\dot{m}_{\text{Kammer}}(s)} = \frac{\dot{m}(s)}{m_{\text{Kammer}}(s) \cdot f_m} \quad \text{Gl. 9.1}$$

Der wesentliche Vorteil dieser dimensionslosen Darstellung ist, insbesondere gegenüber dem normierten Spaltmassenstrom  $\delta$  (Gl. 4.6), die direkte Beurteilung der Relevanz einer Spaltströmung. Ein dimensionsloser Leckagemassenstrom von eins bedeutet, dass der in eine Arbeitskammer ein- oder ausströmende Leckagemassenstrom dem theoretischen Fördermassenstrom der Arbeitskammer entspricht und damit für die Zustandsänderung in der Arbeitskammer eine erhebliche Relevanz hat. Ein Absinken des dimensionslosen Leckagemassenstromes bedeutet dementsprechend eine abnehmende Bedeutung des Leckagemassenstromes für die thermodynamischen Zustandsänderungen.

Um zunächst die Unterschiede in der Wirkung der einzelnen inneren Leckagen aufzuzeigen, wird der dimensionslose Leckagemassenstrom  $\mu$  als Funktion der Phase  $s$  für eine repräsentative Arbeitskammer in den drei Phasen des Arbeitsspiels betrachtet (**Abbildung 9.2**). Da Ka-Sim ein Mehrkammermodell zu Grunde liegt, muss entsprechend eine repräsentative Arbeitskammer für die Haupt- und Nebenrotorseite betrachtet werden. Die gewählte Vorzeichenkon-



vention besagt, dass ein positiver Wert einen Zustrom in die betrachtete Arbeitskammer bedeutet, ein negativer Wert entspricht einem Abstrom.



**Abbildung 9.2:** Dimensionslose Leckagemassenströme  $\mu$  als Funktion der Phase  $s$  für die Haupt- (oben) und Nebenrotorarbeitskammer (unten)  
 Vorvakuumdruck  $p_v = 100 \text{ mbar}$ , Drehzahl  $n = 6000 \text{ min}^{-1}$

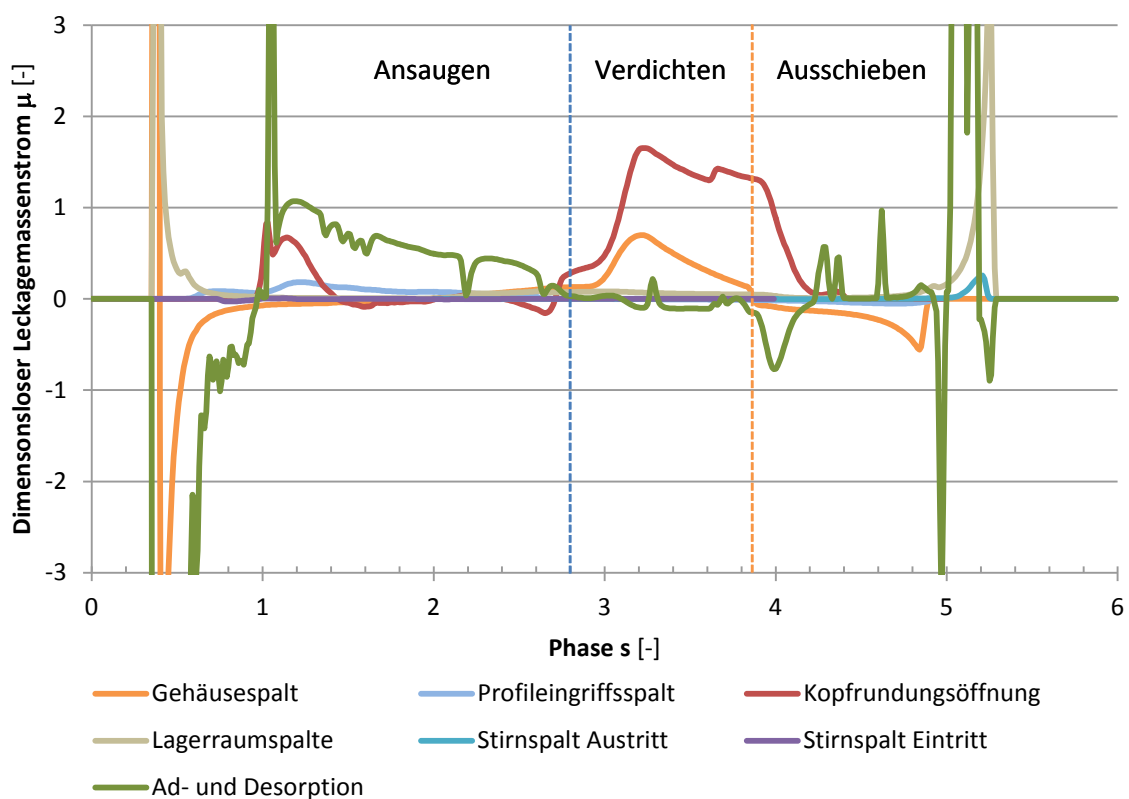
Als erstes wird eine Drehzahl von  $6000 \text{ min}^{-1}$  bei einem Vorvakuumdruck von  $100 \text{ mbar}$  be-

trachtet. Für beide repräsentativen Arbeitskammern lässt sich feststellen, dass der dimensionslose Massenstrom durch Ad- und Desorption erwartungsgemäß eine untergeordnete Rolle spielt. Am Beispiel des dimensionslosen Gehäusespaltmassenstromes der Hauptrotorarbeitskammer werden typische Effekte der Spaltströmung und deren Wirkung erläutert. Im Bereich des Ansaugvorgangs weist der Spaltmassenstrom einen negativen Wert auf, der bedeutet einen Abstrom aus der betrachteten Arbeitskammer. Ursache hierfür ist die Tatsache, dass sich mehrere Arbeitskammern gleichzeitig in der Phase des Ansaugvorgangs befinden und damit einen nahezu identischen Druck haben. Dementsprechend wird die Spaltströmung nicht durch eine Druckdifferenz hervorgerufen, sondern nahezu ausschließlich durch den Effekt der bewegten Spaltberandung. Erst zu Ende des Ansaugvorgangs hin lässt sich ein deutlicher Zustrom in die Arbeitskammer feststellen. Dieser wird durch die Druckdifferenz zwischen Eintrittsdruck und Druck der vorlaufenden gekapselten Arbeitskammer initiiert. Während des Verdichtungs Vorgangs erreicht der dimensionslose Gehäusespaltmassenstrom seinen Maximalwert, welcher bei zwei liegt. Die in einem betrachteten Zeitintervall in die Arbeitskammer einströmende Fluidmasse ist doppelt so groß wie die in der Arbeitskammer gekapselten Fluidmasse. Mit Erreichen der Steuerkanten auf der Austrittsseite und Beginn des Ausschiebevorgangs wechselt der dimensionslose Spaltmassenstrom aufgrund des sprunghaften Druckanstiegs das Vorzeichen und es kommt mit fortlaufender Phase zu einer signifikanten Abströmung aus der Hauptrotorarbeitskammer.

Allerdings ist es nicht grundsätzlich möglich, die Haupt- und Nebenrotorseite getrennt voneinander zu betrachten, da z.B. mit der Kopfrundungsöffnung eine Spaltverbindung existiert, welche jeweils eine Haupt- und Nebenrotorkammer miteinander verbindet. Für die Hauptrotorarbeitskammer ist im Phasenbereich zwischen 2,7 und 4,2 ein signifikanter Zustrom zu erkennen, welcher seinen Ursprung auf der Nebenrotorseite während des Ausschiebevorgangs hat (Phasenbereich 5,8 bis 7,4). Für den Profileingriffsspalt sind vergleichbare Beobachtungen zu machen, allerdings verbindet dieser auch zwei Nebenrotorkammern miteinander. Dementsprechend ist der dimensionslose Profileingriffsspaltmassenstrom der Nebenrotorseite deutlich größer als der der Hauptrotorseite.

Der Einfluss der Stirnspalte und der Lagerraumverbindungen ist für beide repräsentativen Arbeitskammern jeweils zu Beginn und zum Ende des Arbeitsspiels von Bedeutung. Während des Entstehungsvorgangs der Arbeitskammern findet ein Zustrom über die Stirnseiten statt, während des Verschwindens der Arbeitskammer ein entsprechender Abstrom.

**Abbildung 9.3** zeigt die dimensionslosen Leckagemassenströme  $\mu$  der Hauptrotorseite als Funktion der Phase  $s$  bei einer Drehzahl von  $6000 \text{ min}^{-1}$  und einem Vorvakuumdruck  $p_V$  von  $0,1 \text{ mbar}$ . Auf eine erneute Darstellung der Nebenrotorarbeitskammer wird im Rahmen dieser Arbeit verzichtet. Erwartungsgemäß steigt mit sinkendem Vorvakuumdruck die Relevanz der Ad- und Desorption. Das im Rahmen dieser Arbeit implementierte Modell, welches eine Kombination aus Ad- und Desorptionskinetik und einem Transfermechanismus umfasst, funktioniert als innere Leckage und verursacht einen Massenstrom von der Austritts- zur Eintrittsseite. Für einen Vorvakuumdruck  $p_V$  von  $0,1 \text{ mbar}$  ist die Ad- und Desorption die dominierende innere Leckage. Der Wirkmechanismus ist für die Gehäuse- und Rotoroberflächen ähnlich, weswegen beide dimensionslosen Massenströme zusammengefasst dargestellt werden.



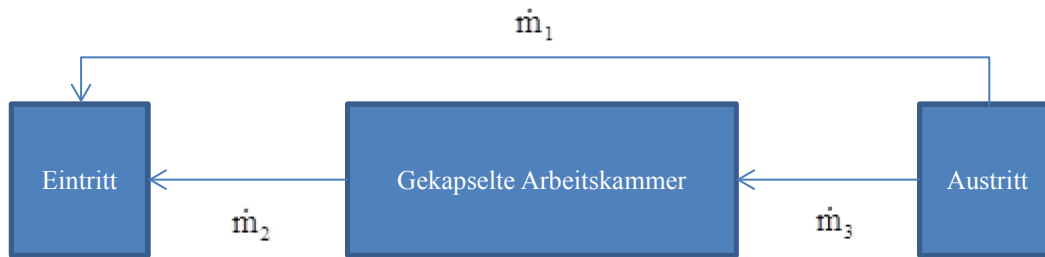
**Abbildung 9.3:** Dimensionslose Leckagemassenströme  $\mu$  als Funktion der Phase  $s$  für die Hauptrotorarbeitskammer  
Vorvakuumdruck  $p_V = 0,1 \text{ mbar}$ , Drehzahl  $n = 6000 \text{ min}^{-1}$

Des Weiteren ist im Hinblick auf die weiteren inneren Leckagen auffällig, dass für den betrachteten Vorvakuumdruck die Kopfrundungsöffnung für den größten dimensionslosen Mas-

senstrom verantwortlich ist und nicht mehr der Gehäusespalt. Dabei ist der dimensionslose Massenstrom der Kopfrundungsöffnung im Vergleich zum Vorvakuumdruck von 100 mbar nahezu konstant geblieben (Abbildung 9.2), der dimensionslose Massenstrom für den Gehäuse- und Profileingriffsspalt nimmt jedoch deutlich ab.

Das Durchströmungsverhalten der Lagerraumspalte erfährt durch die Absenkung des Vorvakuumdruckes ebenfalls eine signifikante Veränderung. Unabhängig von der jeweiligen Phase des Arbeitsspiels haben die dimensionslosen Massenströme der Lagerraumspalte immer ein positives Vorzeichen und strömen somit immer in die Hauptrotorarbeitskammer ein. Der Grund hierfür sind die an den Lagerstellen modellierten Leckagen. Bei einem Vorvakuumdruck von 0,1 mbar ist auf der Hauptrotorseite der Druck in der Lagerstelle im zeitlichen Mittel größer als der Vorvakuumdruck (Abbildung 8.12). Dementsprechend ist die Strömungsrichtung an Lagerraumspalten unabhängig vom tatsächlichen Arbeitskammerdruck.

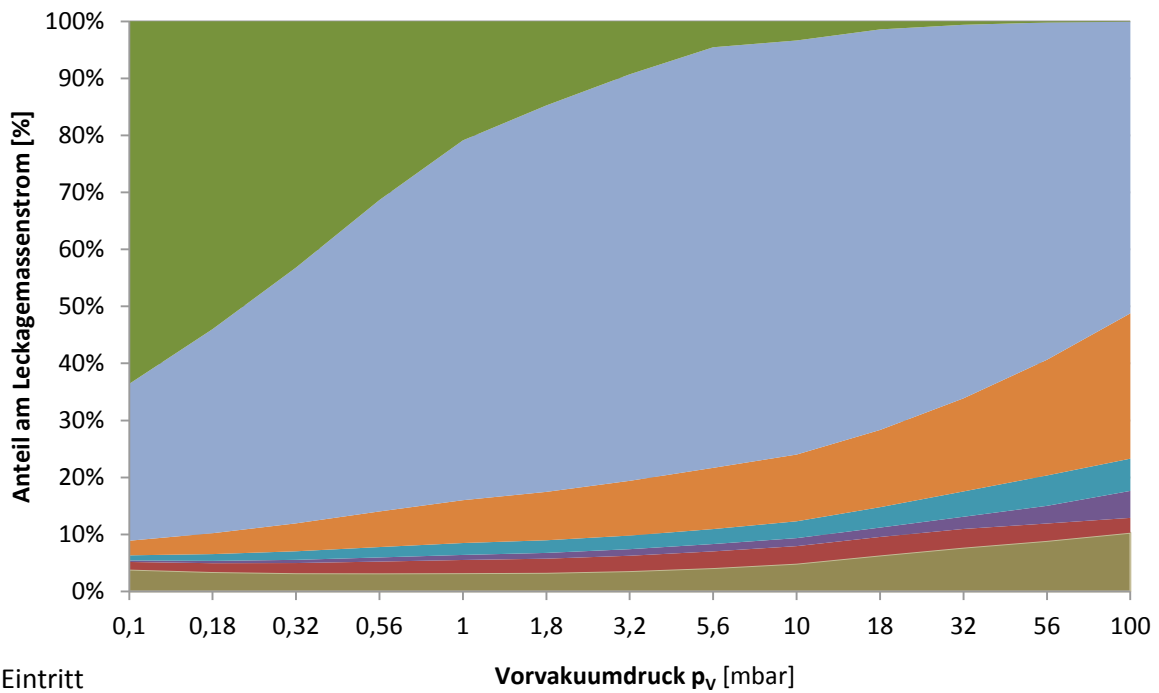
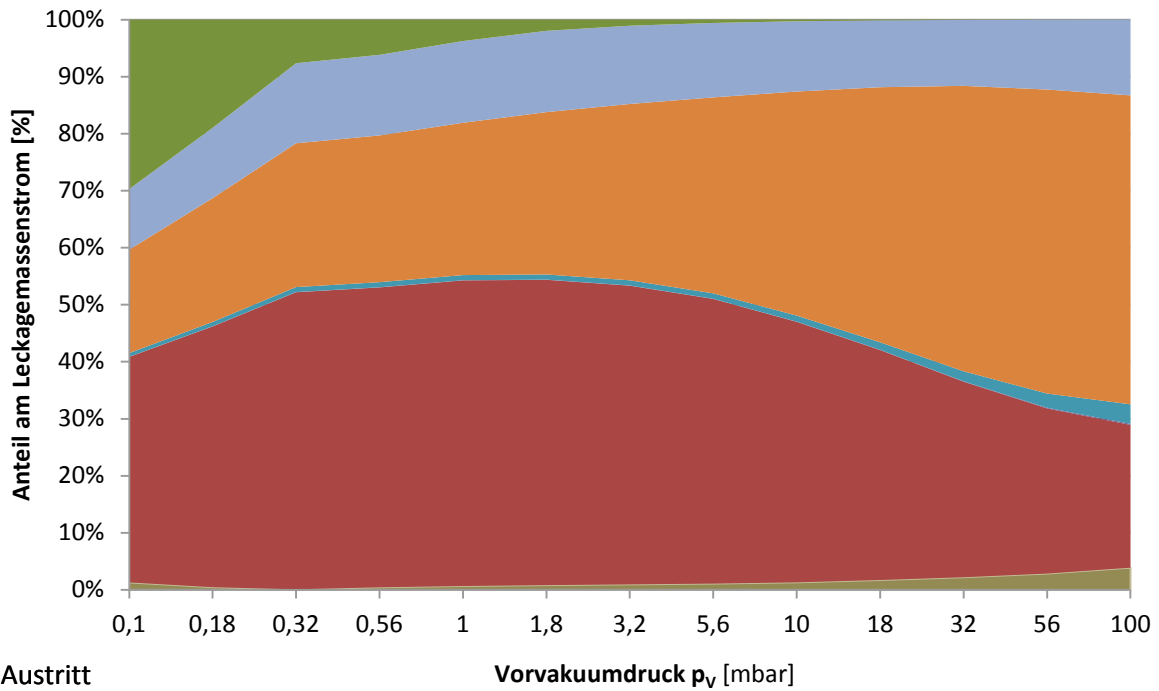
Die Auswertung auf Basis des dimensionslosen Leckagetmassenstromes ermöglicht einen sehr detaillierten Einblick in die Entstehung und Wirkung der inneren Leckagen. Allerdings ermöglicht diese Form der Darstellung keine integrale Aussage über die schädliche Wirkung einer bestimmten inneren Leckage im Vergleich zu den anderen. Eine solche Quantifizierung erfordert eine logische Zusammenführung der Informationen von Haupt- und Nebenrotorarbeitskammern und abschließende Mittelwertbildung. Im bisherigen Verlauf dieser Arbeit sind zu diesem Zweck die Spaltmassenströme der ausschiebenden Arbeitskammern betrachtet worden. Allerdings konnte im Rahmen der experimentellen Auswertung mit diesem Ansatz kein zufriedenstellendes Ergebnis erreicht werden. Durch die abschließende Analyse der Simulationsergebnisse kann dieser Umstand, wie bereits vermutet, auf die gekapselte Arbeitskammer zurückgeführt werden. Die auf der Austrittsseite entstehenden Spaltmassenströme haben zwar einen Einfluss auf den thermodynamischen Prozess, allerdings ist für das erreichbare Saugvermögen oder den minimal erreichbaren Enddruck bei isothermer Prozessführung entscheidend, welchen Anteil die inneren Leckagen an der Kammerfüllung nehmen. Aus diesem Grund wird zusätzlich zu einer Betrachtung der Spaltmassenströme der ausschiebenden Arbeitskammern eine Betrachtung der ansaugenden Arbeitskammern vorgenommen. Die Definition der jeweiligen Spaltmassenströme für die Eintritts- und Austrittsseite ist in **Abbildung 9.4** veranschaulicht.



**Abbildung 9.4:** Definition der inneren Leckagemassenströme für Ein- und Austritt am Beispiel eines vereinfachten Kammermodells

Als Eintritt bzw. Austritt gelten alle Arbeitskammern, welche durch eine Ein- oder Auslassfläche mit dem Einlass oder Auslass verbunden sind. Demensprechend werden für die Spaltmassenströme des Eintritts die inneren Leckagemassenströme  $\dot{m}_1$  und  $\dot{m}_2$  betrachtet. Für die Leckagemassenströme der Austrittsseite werden hingegen  $\dot{m}_1$  und  $\dot{m}_3$  betrachtet.

**Abbildung 9.5** zeigt den Anteil der bereits betrachteten Kategorien (Abbildung 9.2) an der gesamten inneren Leckage als Funktion des Vorvakuumdruckes für eine Drehzahl von  $6000 \text{ min}^{-1}$ . Die Bilanzierung erfolgt dabei sowohl für die inneren Leckagen der ausschiebenden Arbeitskammern (Austritt) als auch der ansaugenden Arbeitskammern (Eintritt). Bei der Bilanzierung an der Austrittsseite ergibt sich hinsichtlich der Gewichtung der jeweiligen Kategorien ein ähnliches Bild wie bei der Analyse der Spaltströmung der fixierten Rotoren (Abbildung 8.23). Nahezu in dem gesamten betrachteten Vorvakuumdruckbereich sind die Gehäusespalte und die Kopfrundungsöffnung für ca. 80 % der Rückströmung aus den ausschiebenden Arbeitskammern verantwortlich. Der Einfluss der Stirnspalte und Lagerraumverbindung kann fast vollständig vernachlässigt werden. Lediglich der Profileingriffsspalt besitzt noch einen relevanten Anteil von etwa 10 %. Der Einfluss der Ad- und Desorption steigt erst für Vorvakuumdrücke unterhalb von 1 mbar deutlich an und erreicht einen maximalen Anteil von 30 %. Dieser Anteil erscheint jedoch gemessen an dem Einfluss auf das maximal erreichbare Kompressionsverhältnis relativ gering (Abbildung 9.1).



- Lagerraumspalte
- Kopfrundungsöffnung
- Stirnspalt Eintritt
- Stirnspalt Austritt
- Gehäusespalt
- Profileingriffsspalt
- Ad- und Desorption

**Abbildung 9.5:** Anteile der inneren Leckagen am gesamten inneren Leckagemassenstrom bilanziert für die Arbeitskammern am Aus- und Eintritt als Funktion des Vorvakuumdruckes  $p_v$  für eine Drehzahl  $n$  von  $6000 \text{ min}^{-1}$

Dementsprechend erfolgt ebenfalls eine Auswertung für die inneren Leckagen der ansaugenden Arbeitskammern. Für diese Auswertung ergibt sich eine deutliche Veränderung der Ge-

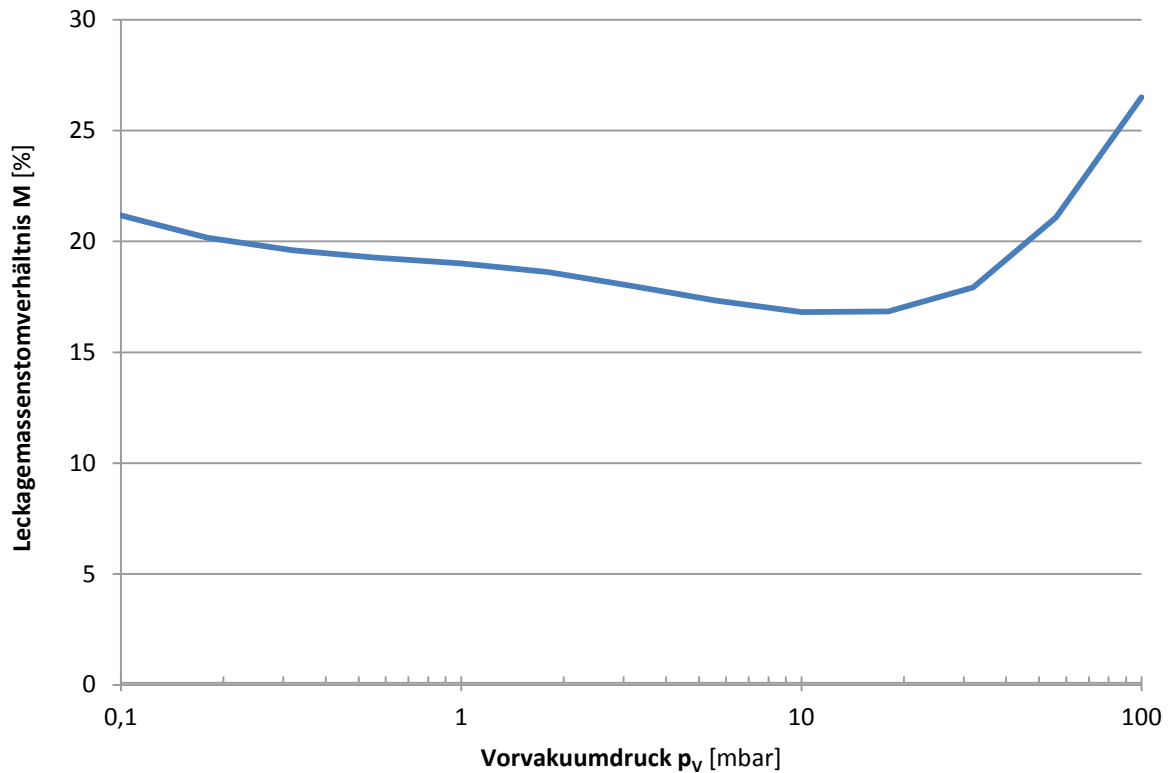
wichtung der jeweiligen Kategorien. Der Profileingriffsspalt stellt mit bis zu 70 % die maßgebliche innere Leckage dar, deren Anteil für niedrige Vorvakuumdrücke durch den deutlich steigenden Anteil der Ad- und Desorption auf etwa 40 % absinkt. Der Anteil der Gehäusespalte und der Kopfrundungsöffnung ist ausschließlich bei hohen Vorvakuumdrücken mit bis zu 40 % Anteil relevant.

Diese massiven Unterschiede in der Bedeutung einer Kategorie bei der Entstehung der inneren Leckage und ihrer tatsächlichen Wirkung z.B. auf das erreichbare maximale Kompressionsverhältnis sind auf die gekapselte Arbeitskammer zurückzuführen. Der Effekt kann am Beispiel der Kopfrundungsöffnung veranschaulicht werden. Diese stellt eine Verbindung zwischen der ausschubenden Arbeitskammer des Nebenrotors und der nachlaufenden Hauptrotorarbeitskammer dar. Da diese Arbeitskammer zu jedem Zeitpunkt des Arbeitsspiels gekapselt ist, kann das durch die Kopfrundungsöffnung strömende Fluid entweder dort verbleiben und erneut zur Auslassseite transportiert werden oder durch eine weitere Spaltverbindung zur Einlassseite fließen. Da die Kopfrundungsöffnung der Saugseite (Abbildung 1.6) lediglich zwei Arbeitskammern auf Haupt- und Nebenrotor verbindet, welche bereits durch den Einlassstutzen miteinander verbunden sind, spielt die Kopfrundungsöffnung bei der Analyse der Leckagen der ansaugenden Arbeitskammern eine vernachlässigbare Rolle.

Eine weitere Konsequenz, welche sich aus der gekapselten Arbeitskammer ergibt, ist, dass die auf der Austrittsseite entstehenden Spaltmassenströme nicht zwangsläufig die Einlassseite erreichen müssen, da nicht alle Spaltarten eine direkte Verbindung zwischen Einlass und Auslass der Maschine darstellen. Das Verhältnis der inneren Leckagemassenströme  $M$ , welche in die Arbeitskammern der Eintrittsseite einströmen und auf der Austrittsseite entstehen, kann als Dichtwirkung der gekapselten Arbeitskammer interpretiert werden (Gl. 9.2).

$$M = \frac{\dot{m}_{\text{Leckage, Eintritt}}}{\dot{m}_{\text{Leckage, Austritt}}} \quad \text{Gl. 9.2}$$

Ein kleiner Zahlenwert für das innere Leckagemassenstromverhältnis entspricht einer hohen Dichtwirkung. Das Leckagemassenstromverhältnis  $M$  für den Screw Vacuum Blower in **Abbildung 9.6** als Funktion des Vorvakuumdruckes veranschaulicht.

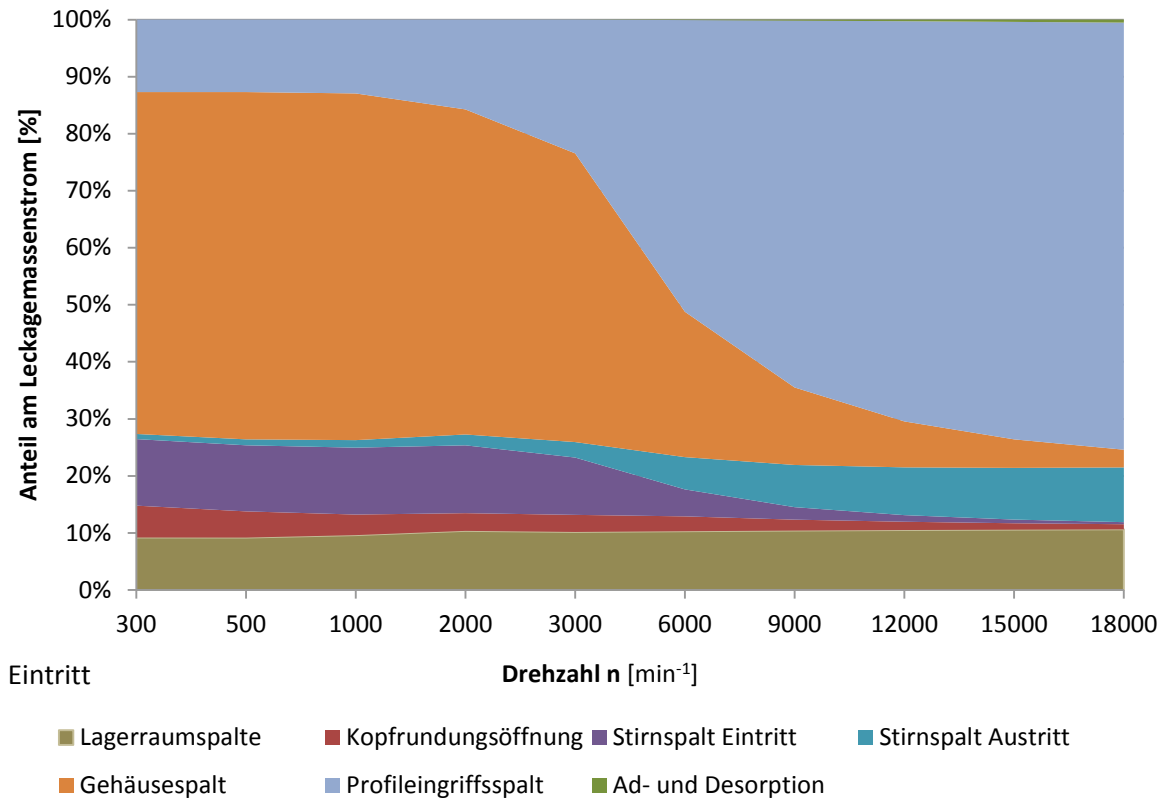


**Abbildung 9.6:** Inneres Leckagemassenstromverhältnis  $M$  zwischen Ein- und Austritt als Funktion des Vorvakuumdruckes  $p_v$  für eine Drehzahl von  $6000 \text{ min}^{-1}$

Die Spaltmassenströme, welche in die ansaugende Arbeitskammer einströmen, betragen, je nach betrachtetem Vorvakuumdruck und zugehörigem Kompressionsverhältnis, zwischen 17 und 26 % der Spaltmassenströme, welche an der Austrittsseite entstehen. Dieser Effekt ist auf die serielle Verknüpfung der verschiedenen Spalte als Folge der gekapselten Arbeitskammer zurückzuführen. Einerseits kann ein Teil des Fluides in der gekapselten Arbeitskammer verweilen und erneut zu Austrittsseite gefördert werden, andererseits steigt durch den insbesondere im  $K_0$ -Betrieb niedrigen Druck in der gekapselten Arbeitskammer die Drosselwirkung der Spalte zur Eintrittsseite deutlich an. Dieser Effekt ist wahrscheinlich die Hauptursache für die in Abbildung 7.16 diskutierte normierte Rückströmung, welche mit sinkendem Eintrittsdruck trotz konstantem Vorvakuumdruck ebenfalls sinkt.

Am Beispiel eines Vorvakuumdruckes von 100 mbar wird der Einfluss der Drehzahl auf die Zusammensetzung der inneren Leckagemassenströme am Eintritt gezeigt (**Abbildung 9.7**).

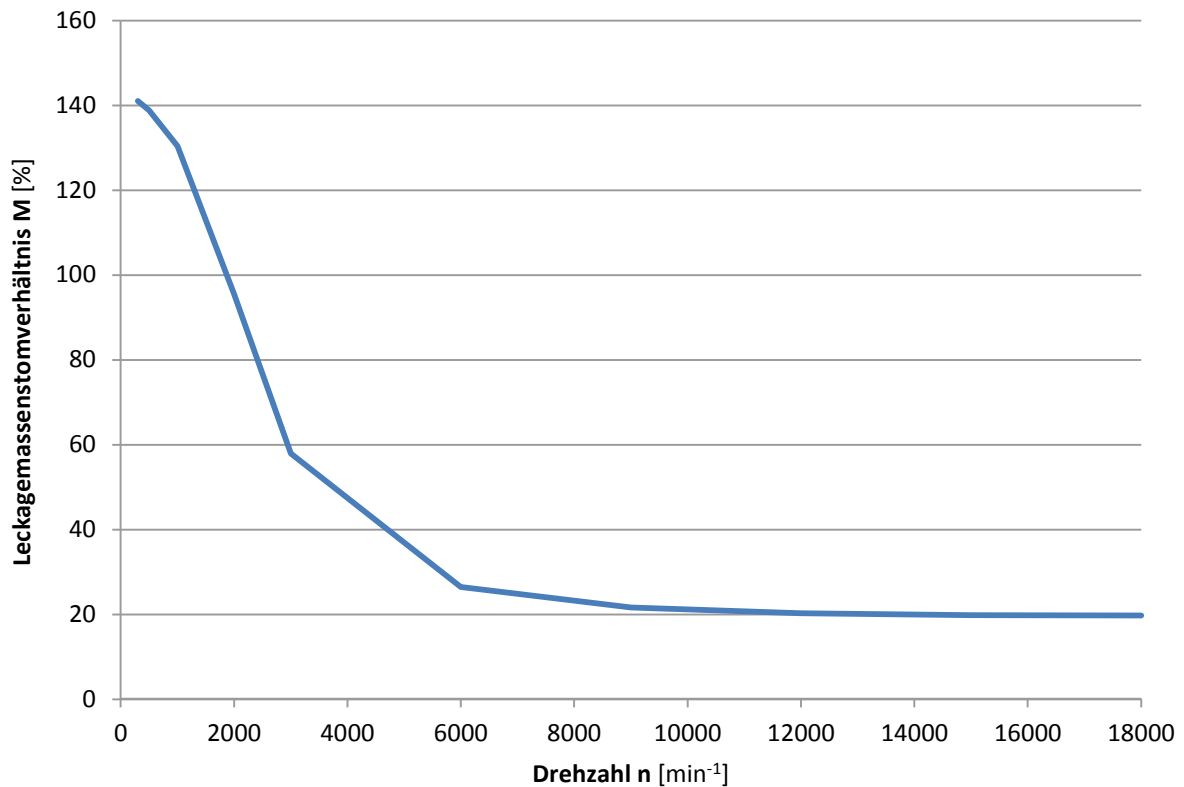




**Abbildung 9.7:** Anteile der inneren Leckagen am gesamten inneren Leckagemassenstrom bilanziert für die Arbeitskammern am Eintritt als Funktion der Drehzahl  $n$  für einen Vorvakuumdruckes  $p_v$  von 100 mbar

Der Einfluss der Drehzahl auf die Anteile der jeweiligen Spaltkategorien ist sehr unterschiedlich. Die Lagerraumspalte sowie die Kopfrundungsöffnung weisen nur eine geringe Veränderung mit zunehmender Drehzahl auf. Auch die Stirnspalte, welche absolut einen relativ geringen Anteil haben, sind zumindest in Summe für die Ein- und Austrittsseite nahezu konstant. Mit zunehmender Drehzahl ist jedoch eine vollständige Verschiebung zwischen der Ein- und Austrittsseite festzustellen, wobei mit steigender Drehzahl und steigendem maximalen Kompressionsverhältnis der Einfluss der Stirnspalte an der Eintrittsseite vernachlässigbar klein wird. Eine signifikante Drehzahlabhängigkeit weisen die Anteile der Gehäuse- und Profileingriffspalte auf. In Summe zeigen diese ein ähnliches Verhalten wie die Stirnspalte, jedoch sind diese beiden Spaltarten für mehr als 70 % der Spaltmassenströme in die ansaugende Arbeitskammer verantwortlich. Beginnend bei den kleinen Drehzahlen hat der Gehäusespalt den größten Anteil. Dieser nimmt mit zunehmender Drehzahl ab und im Gegenzug steigt der Anteil des Profileingriffsspalt. Bei der maximalen Drehzahl von  $18.000 \text{ min}^{-1}$  beträgt der Anteil 70 %. Ad- und Desorption spielt bei dem betrachteten Vorvakuumdruck erwartungsgemäß keine Rolle und ist dementsprechend in der Darstellung nicht sichtbar.

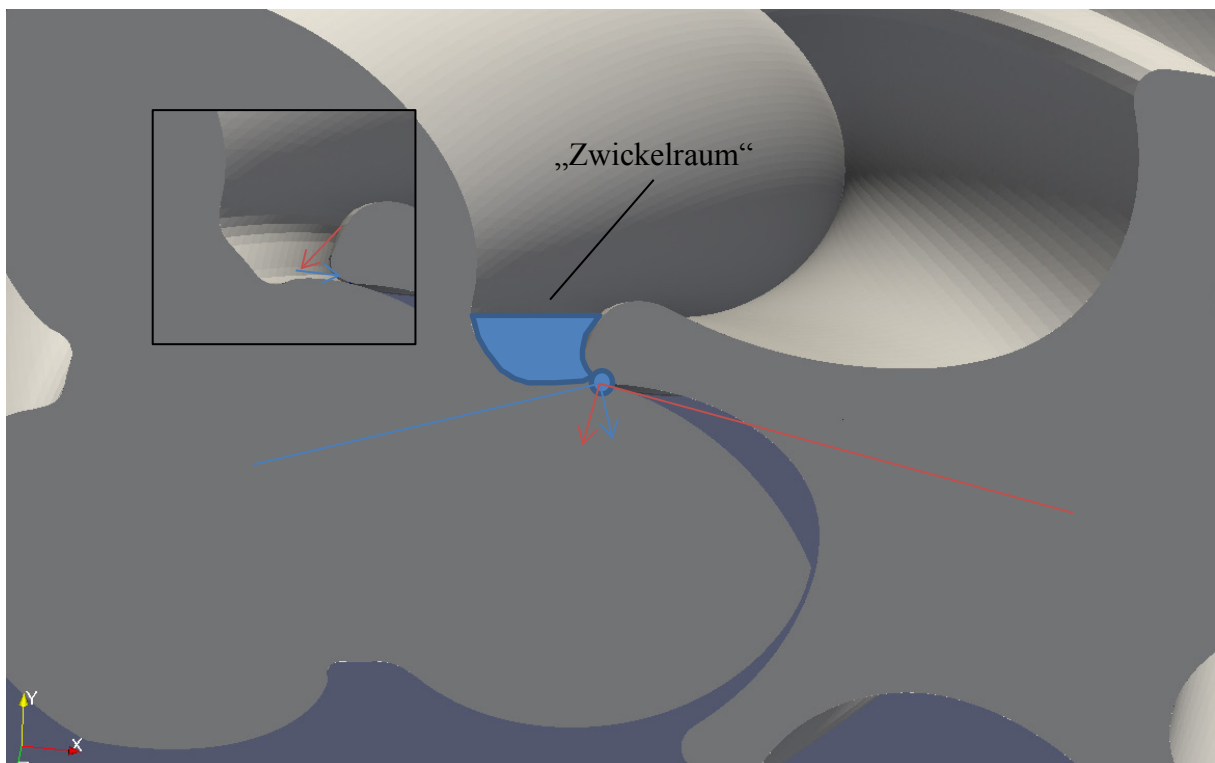
Eine Betrachtung der Dichtwirkung der gekapselten Arbeitskammer mit Hilfe des Spaltmassenstromverhältnisses  $M$  als Funktion der Drehzahl  $n$  für einen konstanten Vorvakuumdruck  $p_V$  von 100 mbar zeigt **Abbildung 9.8**.



**Abbildung 9.8:** Inneres Leckagemassenstromverhältnis  $M$  zwischen Ein- und Austritt als Funktion der Drehzahl  $n$  für einen Vorvakuumdruck  $p_V$  von 100 mbar

Das Verhältnis der inneren Leckagemassenströme ist bei Drehzahlen kleiner als  $2000 \text{ min}^{-1}$  größer als 100 %, was einer sehr schlechten Dichtwirkung entspricht. Dies äußert sich sowohl in der Simulation als auch im Experiment in dem minimal erreichbaren Enddruck und dem Verlauf des Druckes in den Arbeitskammern. Die Ergebnisse der Druckindizierung bei Drehzahlen unterhalb von  $3000 \text{ min}^{-1}$  weisen alle einen charakteristischen Druckanstieg nach Kammerabschluss in Kombination mit einem nahezu konstanten Druckverlauf während der Verdichtungsphase auf (Abbildung 8.15 und Abbildung 8.16). Dieser Verlauf ist auf die schlechte Dichtwirkung und die damit verbundenen hohen Spaltmassenströme in die ansaugenden Arbeitskammern zurückzuführen. Mit zunehmender Drehzahl steigt die Dichtwirkung an und das Verhältnis der inneren Leckagemassenströme sinkt und konvergiert gegen einen Wert von 20 %.

Die Analyse der Drehzahlabhängigkeit verdeutlicht die Komplexität der Wechselwirkung der verschiedenen physikalischen Effekte und die Sensitivität des maximalen Kompressionsverhältnisses bezüglich der Gehäuse- und Profileingriffsspalte. Die Modellierungsgüte der gesamten Simulation ist wahrscheinlich maßgeblich durch die Modellierung dieser beiden Spaltarten beeinflusst. Es liegt die Vermutung nahe, dass bei niedrigen Drehzahlen die Dichtwirkung der Gehäusespalte unterschätzt wird und so ein zu großer Spaltmassenstrom berechnet wird. Diese Problematik ist hauptsächlich durch die eingeschränkte Modellierungsmöglichkeit für den Hauptrotorgehäusespalt bedingt (Abbildung 6.22). Für den Profileingriffsspalt steht die Abbildungsgüte der bewegten Spaltberandung im Vordergrund. Für den Gehäusespalt ist wie zu erwarten eine Zunahme der Dichtwirkung erkennbar, für den Profileingriffsspalt ist eine Zunahme des Spaltmassenstroms zu erwarten [6] [70]. Allerdings zeigt die Auswertung der Simulation, dass der Einfluss der Drehzahl auf den Profileingriffsspaltmassenstrom integral verhältnismäßig klein ausfällt, die mit steigender Drehzahl zunehmende Bedeutung des Profileingriffsspaltmassenstroms (Abbildung 9.7) ist dabei vor allem auf die Abnahme des Gehäusespaltmassenstroms mit zunehmender Drehzahl zurückzuführen.



**Abbildung 9.9:** Exemplarische Darstellung der Berandungsgeschwindigkeit nach [6] im Profileingriffsspalt

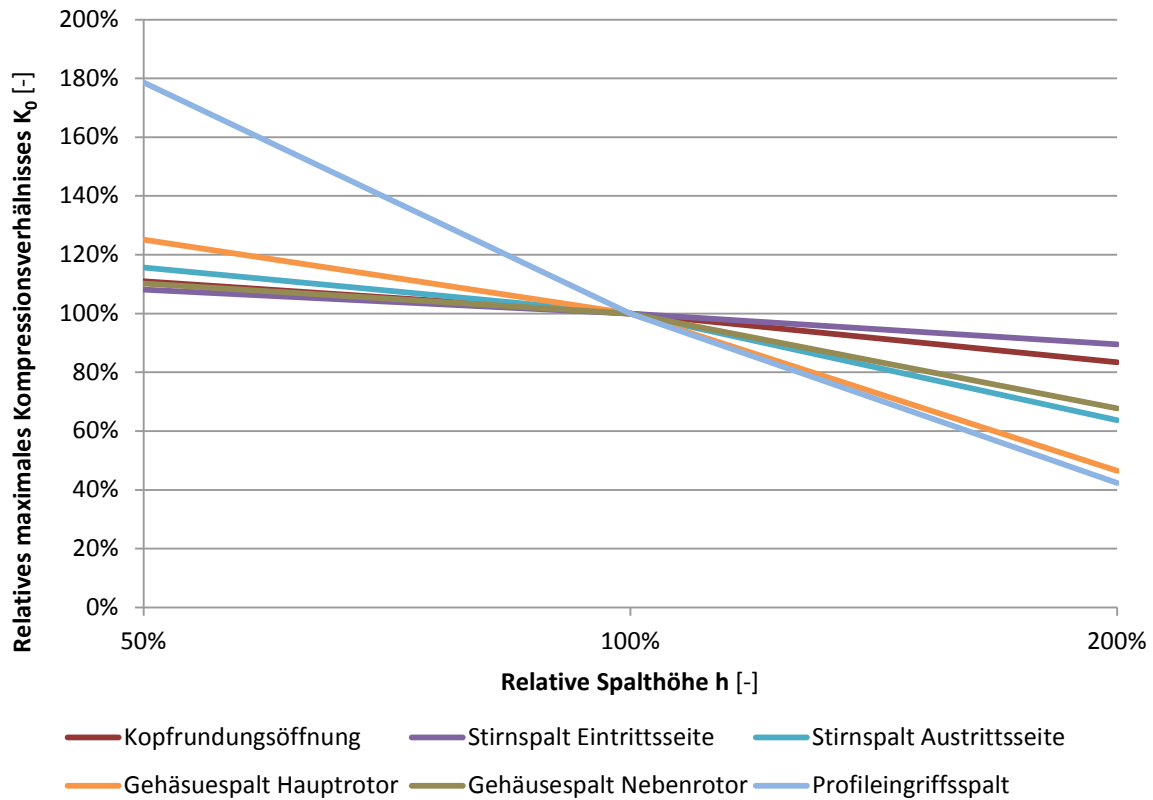
**Abbildung 9.9** verdeutlicht die Problematik der bewegten Spaltberandung an einem Profileingriffsspalt im Stirnschnitt. Das Spaltströmungsmodell der bewegten Spaltberandung geht

von einer Impulsübertragung beim Kontakt des Fluides mit der Berandung im Spalt aus [6]. Dies ist in KaSim durch die Angabe einer Berandungsgeschwindigkeit in Spaltströmungsrichtung umgesetzt. In dem gezeigten Fall ergibt sich für den Hauptrotor eine entsprechende Geschwindigkeitskomponente. Sowohl für den Nebenrotor als auch den Hauptrotor ist die Komponente der Umfangsgeschwindigkeit in Spaltströmungsrichtung jedoch nahezu null.

In diesem Beispiel stößt das Spaltströmungsmodell mit bewegter Berandung an eine Grenze, da es lediglich den Aspekt der Impulsübertragung im Spalt berücksichtigt, nicht jedoch den Einfluss der Zwickelraumgeometrie [2] vor dem Spalt [6]. In diesem Volumen vor dem Spalt treffen dann die geometrische Verkleinerung des Volumens und die Impulsübertragung als Wirkmechanismen zusammen und erzeugen so einen Spaltmassenstrom, der als Funktion der Drehzahl deutlich größer ist, als er von KaSim nur unter Berücksichtigung der bewegten Berandung berechnet werden kann [70].

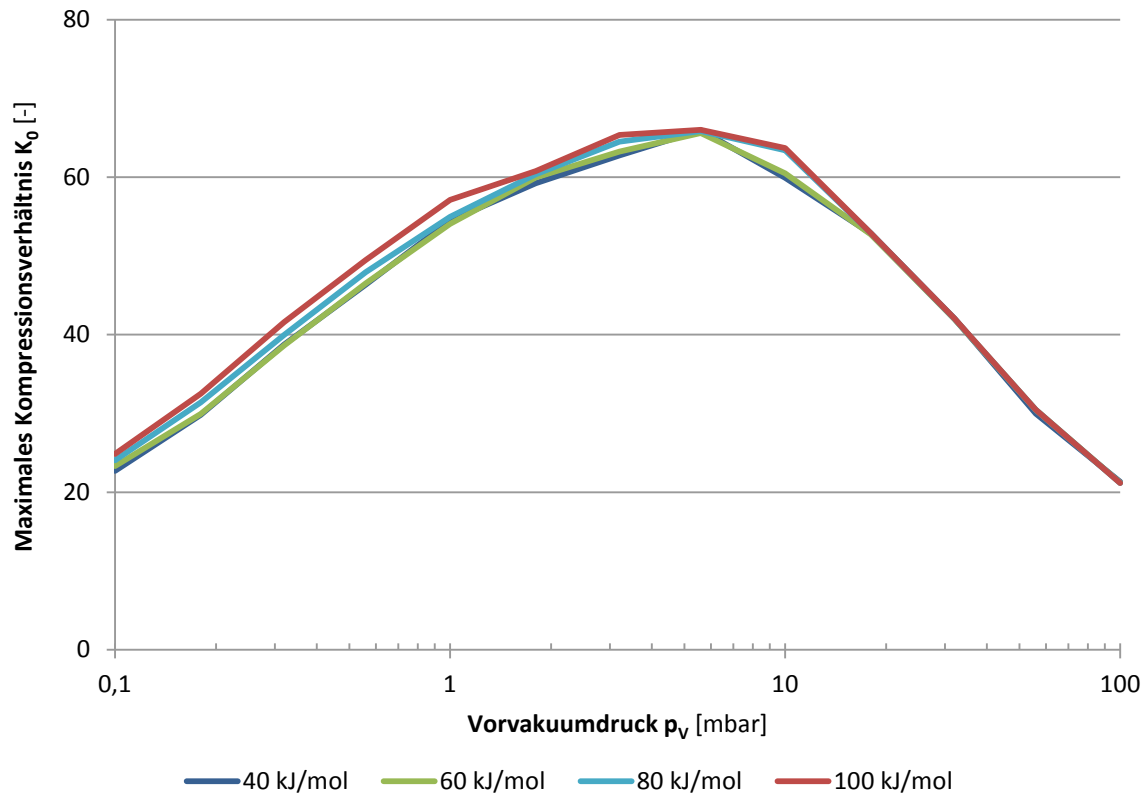
Die bisherige Bewertung der inneren Leckagen hinsichtlich ihres Einflusses auf das maximal erreichbare Kompressionsverhältnis erfolgt bei einer gegebenen Spalthöhenkonfiguration unter Variation der Betriebsparameter Vorvakuumdruck und Drehzahl. Diese Bewertung wird im Folgenden durch eine separate Variation aller Spalthöhen bei konstanten Betriebsparametern ergänzt. Ausgehend von der bisher betrachteten Spalthöhenkonfiguration wird eine Variation der Spalthöhe in Form einer Halbierung und Verdopplung durchgeführt und die Veränderung im maximalen Kompressionsverhältnis betrachtet. Für die Kopfrundungsöffnung wird die Spalthöhenänderung aufgrund der eher dreieckigen Form gleichmäßig auf Höhe und Breite aufgeteilt.

**Abbildung 9.10** zeigt den Einfluss einer Spalthöhenänderung auf das maximal erreichbare Kompressionsverhältnis als Funktion der relativen Spalthöhenänderung. Die Auswertung zeigt einen zu den bisherigen Untersuchungen vergleichbaren Einfluss der jeweiligen Spaltarten auf das maximal erreichbare Kompressionsverhältnis. Den größten Einfluss hat der Profilingriffsspalt gefolgt vom Hauptrotorgehäusespalt, welcher an dieser Stelle erstmal getrennt vom Nebenrotorgehäusespalt betrachtet wird. Der Nebenrotorgehäusespalt fällt in seinem Einfluss noch hinter den Stirnspalt der Austrittsseite zurück. Den geringsten Einfluss haben die Kopfrundungsöffnung und der Stirnspalt der Eintrittsseite.



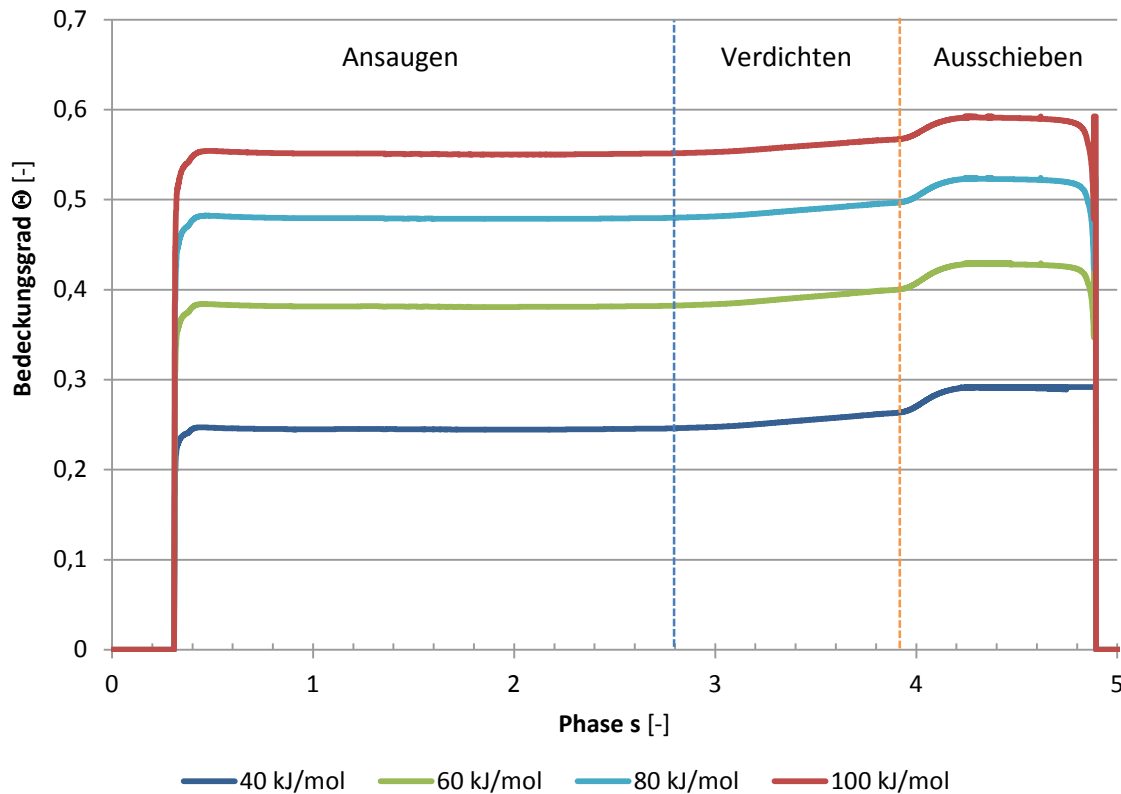
**Abbildung 9.10:** Einfluss einer Spalthöhenänderung auf das maximale Kompressionsverhältnis bei einem Vorvakuumdruck  $p_v$  von 100 mbar und einer Drehzahl von  $6000 \text{ min}^{-1}$  ausgehend von den Standardspalthöhen nach Tabelle 1.2

Der Mechanismus der Ad- und Desorption ist bisher nicht hinsichtlich des Einflusses der verwendeten Parameter untersucht worden. Als wesentliche Größe ist die Desorptionsenergie  $E_{\text{des}}$  zu nennen. Dieser Wert wird in der Literatur oftmals nur in einem Wertebereich angegeben, so dass an dieser Stelle für eine Drehzahl von  $6000 \text{ min}^{-1}$  eine Variation der Desorptionsenergie erfolgt. Betrachtet wird zunächst der integrale Einfluss auf das maximal erreichbare Kompressionsverhältnis (**Abbildung 9.11**).



**Abbildung 9.11:** Maximales Kompressionsverhältnis  $K_0$  als Funktion des Vorvakuumdruckes  $p_v$  bei Variation der Desorptionsenergie  $E_{des}$  für eine Drehzahl  $n$  von  $6000 \text{ min}^{-1}$

Die Desorptionsenergie wird in einem Wertebereich zwischen 40 und 100 kJ/mol variiert, wobei der für die Validierung gewählte Wert 80 kJ/mol beträgt. Der integrale Einfluss auf das maximale Kompressionsverhältnis ist als gering zu bewerten und führt bei einem Vorvakuumdruck von 0,1 mbar zu einer Vergrößerung des maximalen Kompressionsverhältnisses von 10 %, wobei das Kompressionsverhältnis mit steigender Desorptionsenergie zunimmt. Ein Einfluss der Desorptionsenergie ist im Detail jedoch signifikant sichtbar. Hierzu zeigt **Abbildung 9.12** den Bedeckungsgrad  $\Theta$  der Hauptrotorgehäusearbeitskammern auf der Gehäusefläche als Funktion der Phase  $s$ . Als Randbedingungen sind ein Vorvakuumdruck  $p_v$  von 0,1 mbar und eine Drehzahl  $n$  von  $6000 \text{ min}^{-1}$  gewählt. Als Parameter wird erneut die Desorptionsenergie variiert.

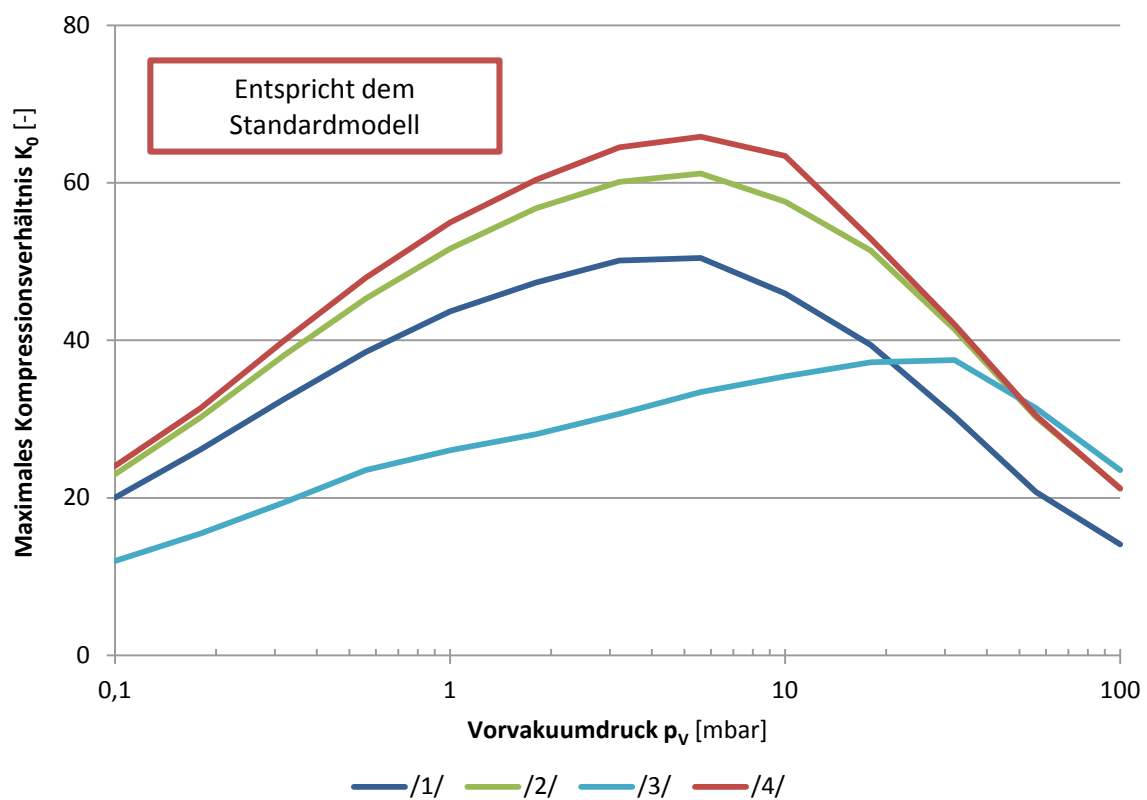


**Abbildung 9.12:** Bedeckungsgrad  $\Theta$  der Hauptrotorgehäusefläche der Arbeitskammer als Funktion der Phase  $s$  bei Variation der Desorptionsenergie  $E_{\text{des}}$  für einen Vorvakuumdruck  $p_v$  von 0,1 mbar und eine Drehzahl  $n$  von  $6000 \text{ min}^{-1}$

Der Bedeckungsgrad zeigt in den Phasen des Arbeitsspiels eine dem Arbeitskammerdruck ähnliche Charakteristik, da der Druck maßgeblich den Mechanismus der Ad- und Desorption beeinflusst. Der Bedeckungsgrad steigt mit Beginn der Verdichtungsphase an und erreicht nach dem Druckausgleich zwischen ausschiebender Arbeitskammer und Auslass seinen maximalen Wert. Mit zunehmender Desorptionsenergie steigt der Bedeckungsgrad absolut gesehen an, jedoch ist die Phasenabhängigkeit nahezu unverändert. Da, etwas vereinfacht betrachtet, die Differenz im Bedeckungsgrad zwischen Ein- und Austrittsniveau die Ad- und Desorptionsrückströmung bestimmt, ist kein signifikanter Einfluss auf das maximale Kompressionsverhältnis zu erkennen. Die maximale Bedeckungsgraddifferenz nimmt mit steigender Desorptionsenergie um etwa 20 % ab. Da der Anteil der Ad- und Desorption im betrachteten Betriebspunkt etwa 50 % beträgt (Abbildung 9.5), ergibt sich damit überschlägig die beobachtete Veränderung im maximalen Kompressionsverhältnis von 10 %.

## 9.2 Ladungswechsel

Der Ladungswechsel stellt einen wichtigen technisch-physikalischen Wirkmechanismus dar. Um den Einfluss des Ladungswechsels zu evaluieren, wird am Beispiel des maximal erreichbaren Kompressionsverhältnisses eine Variation des zur Berechnung des Ein- und Auslassmassenstroms verwendeten Modells durchgeführt. Das maximale Kompressionsverhältnis als Funktion des Vorvakuumdruckes für eine Drehzahl von  $6000 \text{ min}^{-1}$  bei Variation des Ladungswechselmodells ist in **Abbildung 9.13** dargestellt. Die weiteren Eigenschaften des Kammermodells wie z.B. die inneren Leckagen bleiben unverändert.



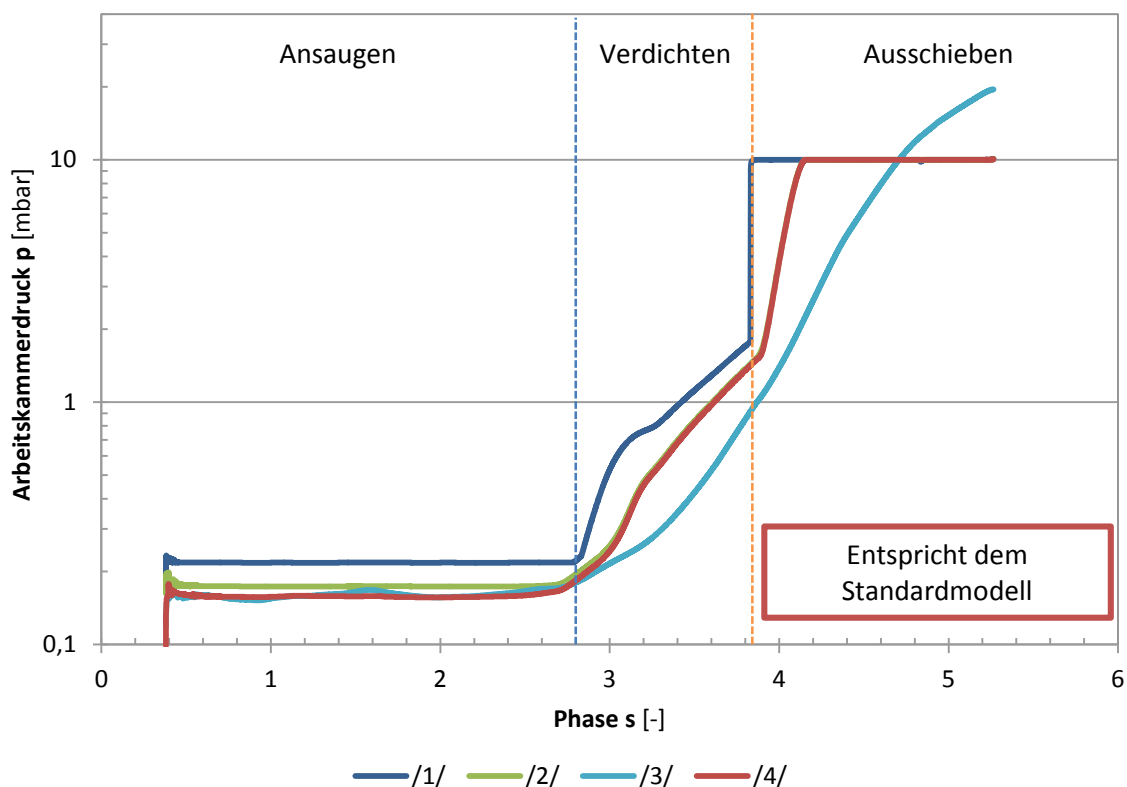
**Abbildung 9.13:** Maximales Kompressionsverhältnis  $K_0$  als Funktion des Vorvakuumdruckes  $p_v$  bei Variation des physikalischen Modells für den Ladungswechsel auf Ein- und Auslassflächen für eine Drehzahl  $n$  von  $6000 \text{ min}^{-1}$   
/1/ Druckausgleichende Verbindung  
/2/ Adiabate reversible Düsenströmung  
/3/ Vakuumspalt mit Blendengeometrie [3]  
/4/ LBGK

Das verwendete Modell /1/ stellt einen Sonderfall dar, bei dem eine druckausgleichende Verbindung angenommen wird. Diese berechnet den Massenstrom zwischen zwei Volumina derart, dass innerhalb eines infinitesimal kleinen Zeitschrittes die Drücke der Fluide angeglichen



werden. Modell /2/ entspricht einer adiabaten reversiblen Düsenströmung und somit dem von [6] vorgeschlagenen Modell für die Simulation des Ladungswechsels bei Wälzkolben-Vakuumpumpen. Für Variante /3/ wird die Ein- und Auslassflächen als blendenartige Geometrie VR9\_1 mit Hilfe des Messdatenmodells [3] modelliert. Das Modell /4/ entspricht dem LBGK Modell, welches im Rahmen der Validierung standardmäßig verwendet wird.

Die größten maximalen Kompressionsverhältnisse werden mit dem Modell /4/ erzielt. Jedes andere Modell führt zu teilweise deutlich abweichenden Ergebnissen. Besonders hervorzuheben sind dabei Modell /1/ und Modell /3/. Die Ursache der Abweichungen kann mit Hilfe des Druckes in den Arbeitskammern veranschaulicht werden (**Abbildung 9.14**).



**Abbildung 9.14:** Arbeitskammerdruck  $p$  der Hauptrotorseite als Funktion der Phase  $s$  für einen Vorvakuumdruck  $p_v$  von 10 mbar bei Variation des physikalischen Modells für den Ladungswechsel auf Ein- und Auslassflächen für eine Drehzahl  $n$  von  $6000 \text{ min}^{-1}$

- /1/ Druckausgleichende Verbindung
- /2/ Adiabate reversible Düsenströmung
- /3/ Vakuumpalt mit Blendengeometrie [3]
- /4/ LBGK

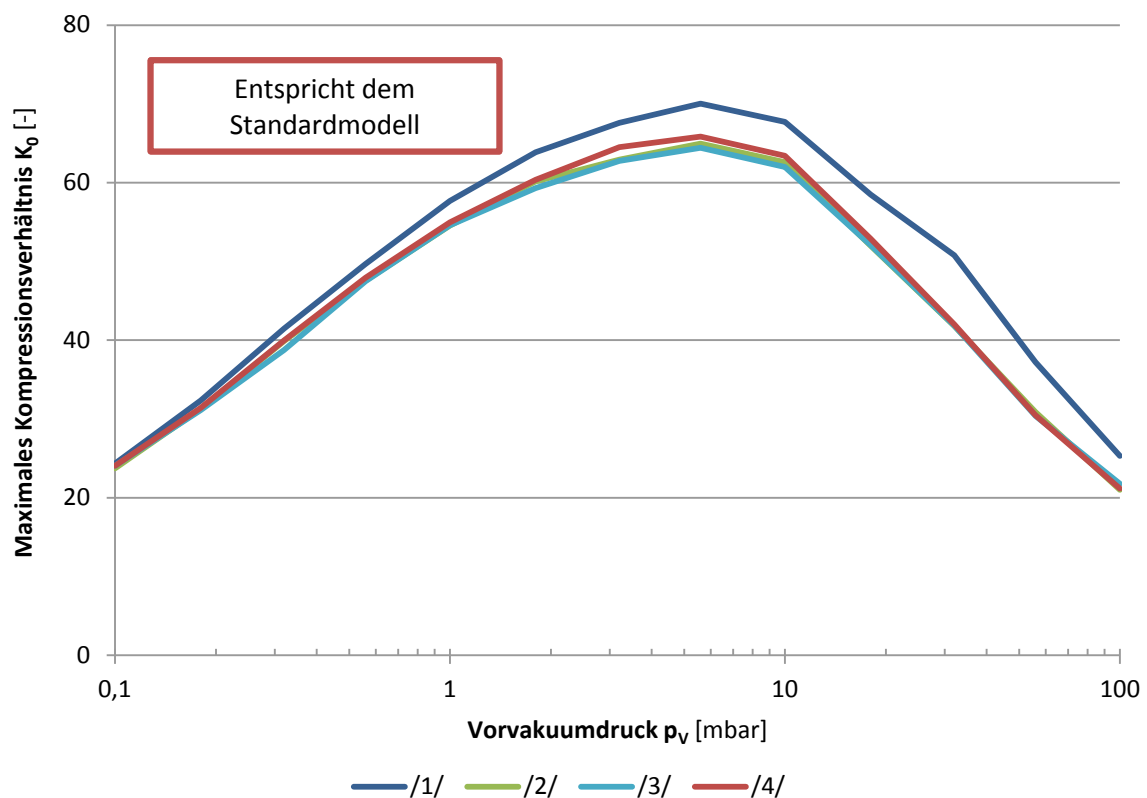
Die beiden Modelle /1/ und /3/ stellen eine Art Grenzfall in der Betrachtung dar. Modell /1/ mit der Annahme eines ad-hoc stattfindenden Druckausgleiches führt zu einem extrem schnell-

len Druckanstieg nach Überfahren der Steuerkanten am Austritt, wohingegen der Anstieg für Modell /3/ sehr langsam erfolgt. An dieser Stelle lässt sich für den Screw Vacuum Blower zunächst festhalten, dass eine Verzögerung des Druckanstieges nach dem Öffnen der Arbeitskammer einen positiven Effekt auf das erreichbare maximale Kompressionsverhältnis hat. Eine Verzögerung des Druckanstiegs ist mit einem im Mittel niedrigeren Druck an den Spalten verbunden und reduziert somit effektiv die Spaltmassenströme. In der ersten Phase des Ladungswechsels kann eine Drosselung durch die Auslassfläche prinzipiell vorteilhaft sein, da im Wesentlichen nur Fluid aus dem Auslass in die Arbeitskammer einströmt. Nach Erreichen eines Druckausgleiches beginnt die zweite Phase des Ladungswechsels, bei dem das Fluid der vormals gekapselten Arbeitskammer und das in Phase eins zurückgeströmte Fluid ausgescho-ben werden muss. In dieser Phase ist, wie die Simulation mit Modell /3/ zeigt, eine Drosse-lung der Auslassfläche von Nachteil, da es zu einer signifikanten Druckerhöhung in der Ar-beitskammer führen kann. Der höhere Druck bedingt als Folge eine höhere Leistungsaufnah-me sowie eine Erhöhung der Spaltmassenströme. Dies führt zu einem geringeren erreichbaren maximalen Kompressionsverhältnis. Die Unterschiede im Arbeitskammerdruck zwischen Modell /2/ und Modell /4/ sind in weiten Phasenbereichen klein, dennoch werden unterschied-liche maximale Kompressionsverhältnisse erreicht. Der Unterschied im maximalen Kompres-sionsverhältnis entsteht dabei durch einen minimalen Unterschied im Massenstrom direkt nach dem Überfahren der Austrittssteuerkanten. Das Modell LBGK kann den Drosseleffekt, welcher durch die sehr geringe Höhe der Auslassfläche entsteht, abbilden (Abbildung 6.35). Bei weiterer Rotordrehung sind die berechneten Spaltmassenströme für die beidem Modelle identisch. Allerdings ist dieser kleine Unterschied bereits ausreichend, um eine signifikante Veränderung des maximalen Kompressionsverhältnisses zu bewirken.

Bisher ist lediglich der Ladungswechsel der Austrittsseite diskutiert worden, die Variation der Modelle ist jedoch gleichzeitig für Ein- und Auslassseite durchgeführt worden. Hier ist auffäl-lig, dass, obgleich Modell /3/ ein schlechteres maximales Kompressionsverhältnis erreicht, der Arbeitskammerdruck näherungsweise dem von Modell /4/ entspricht. Die Ursache liegt in einem deutlichen Unterschied in dem Druck der Arbeitskammer und dem Druck des Einlass-stutzens. Für das Ergebnis von Modell /3/ entsteht dort durch die hohe Drosselung eine ent-sprechende Druckdifferenz. Da diese Druckdifferenz während des Ansaugvorgangs jedoch ihr Vorzeichen nicht ändert, kann von einem kontinuierlichen Massenstrom in die Arbeitskammer ausgegangen werden. Dieser Massenstrom ist zwar absolut gesehen sehr klein, dennoch ist dieses Teilergebnis als Artefakt eines ungünstigen Konvergenzverhaltens zu bewerten.

### 9.3 Gastemperaturen

Eine experimentelle Analyse der Gastemperaturen ist aufgrund der geringen Gasdichten im Rahmen dieser Arbeit nicht möglich. Aus diesem Grund ist im Rahmen dieser Arbeit für die Simulation ein vollständiger Wärmeübergang in den Arbeitskammern angenommen worden, da so ein zusätzlicher, nicht validierbarer Einfluss auf die Ergebnisse zunächst ausgeschlossen werden kann. Der Einsatz eines Simulationswerkzeuges wie KaSim bietet die Möglichkeit die Annahme einer isothermen Prozessführung durch das Einsetzen konvektiver Wärmeübergangsbedingungen auf Plausibilität zu überprüfen. Zu diesem Zweck wird analog zu den bisherigen Betrachtungen eine systematische Variation der physikalischen Modelle für den Wärmeübergang zwischen Fluid und Bauteiloberflächen durchgeführt. Das Ergebnis ist am Beispiel des maximalen Kompressionsverhältnisses für eine Drehzahl von  $6000 \text{ min}^{-1}$  in **Abbildung 9.15** dargestellt.



**Abbildung 9.15:** Maximales Kompressionsverhältnis  $K_0$  als Funktion des Vorvakuumdruckes  $p_v$  bei Variation der physikalischen Modelle für den Wärmeübergang zwischen Fluid und Bauteiloberflächen und einer Drehzahl  $n$  von  $6000 \text{ min}^{-1}$

/1/ Ad-/Desorption: adiabat, Kammer: ebene Platte, Spalt: adiabat

/2/ Ad-/Desorption: diabat, Kammer: ebene Platte, Spalt: adiabat

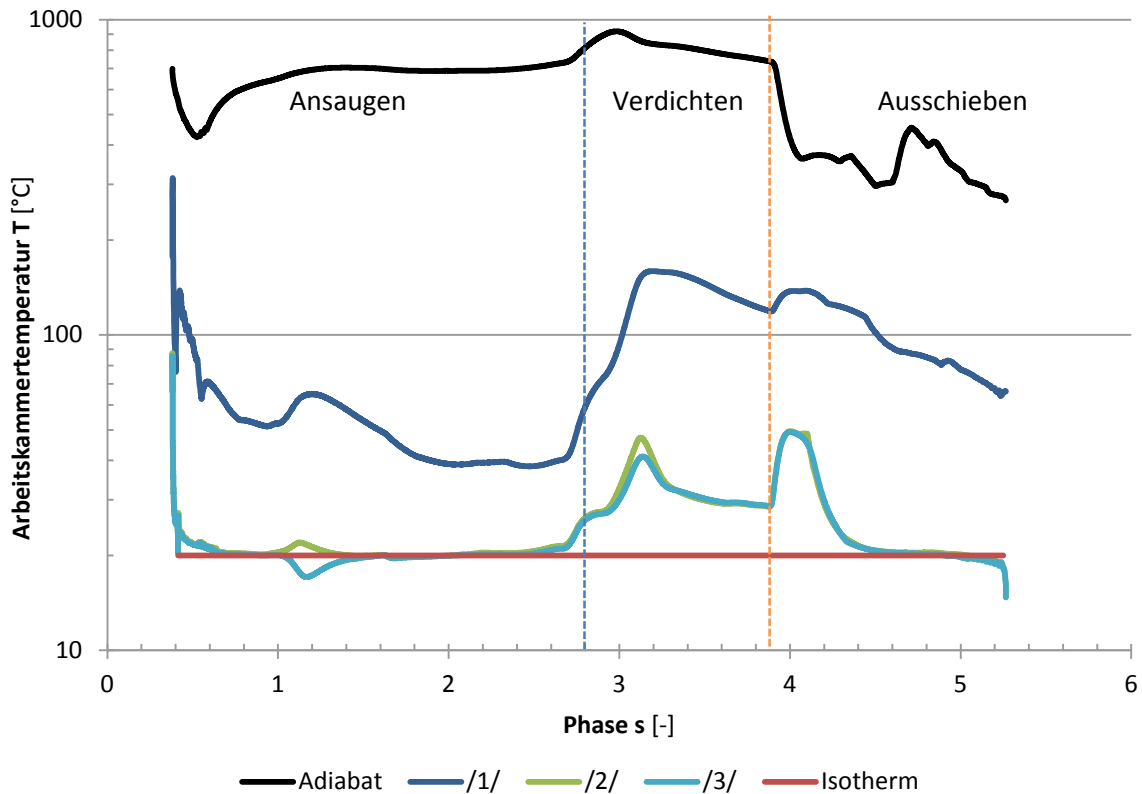
/3/ Ad-/Desorption: diabat, Kammer: ebene Platte, Spalt: ebene Platte

/4/ Ad-/Desorption: diabat, Kammer: vollständiger Wärmeübergang, Spalt: adiabat

Die Systematik der Variation ist so angelegt, dass beginnend mit Modell /1/ sukzessive weitere Modelle für den Wärmeübergang hinzugefügt werden. Modell /4/ entspricht dem für die Validierung verwendeten Kammermodell mit vollständigem Wärmeübergang in den Arbeitskammern. Auf ein vollständig adiabates Modell wird aufgrund extrem hoher Temperaturen an dieser Stelle verzichtet. Zunächst ist offensichtlich, dass die Unterschiede bezogen auf das maximale Kompressionsverhältnis insgesamt gering ausfallen. Modell /1/ berücksichtigt lediglich den Wärmeübergang in der Kammer mit dem Modell der längs angeströmten Platte [5]. Der durch die Ad- und Desorptionskinetik entstehende Enthalpiestrom wird bewusst ignoriert. Dieser zusätzliche Enthalpiestrom zwischen Fluid in der Arbeitskammer und Adsorbens wird in Modell /2/ berücksichtigt und erzeugt einen zusätzlichen Wärmeübergang, der die Gastemperaturen während des Arbeitsspiels absenkt. Das Modell /3/ ergänzt das Kammermodell um einen Wärmeübergang in allen Spaltverbindungen. Allerdings sind im  $K_0$ -Wert bereits keine Unterschiede mehr zwischen Modell /2/, /3/ und dem Modell /4/ mit isothermer Prozessführung zu erkennen. Geringfügige Abweichungen sind, ähnlich wie bei der Analyse des Ladungswechsels, auf unterschiedliches numerisches Konvergenzverhalten zurückzuführen.

Einen detaillierteren Einblick geben die von KaSim berechneten Gastemperaturen der Hauptrotorarkammern. Diese werden für die Modelle /1/ bis /3/ in **Abbildung 9.16** für einen exemplarischen Vorvakuumdruck von 10 mbar bei einer Drehzahl von  $6000 \text{ min}^{-1}$  dargestellt. Als Vergleichsgröße sind die Temperaturen einer vollständig adiabaten Berechnung sowie die isotherme Prozessführung abgebildet. Die isotherme Prozessführung entspricht Modell /4/.

An diesem Beispiel ist offensichtlich, warum eine vollständig adiabate Modellierung keine sinnvolle Randbedingung für diesen Maschinentyp darstellt. Je nach Drehzahl, Vorvakuumdruck und Kompressionsverhältnis können Temperaturen bis zu  $1000 \text{ °C}$  auftreten. Derartig hohe Temperaturen können basierend auf der Erfahrung im Rahmen der experimentellen Untersuchung mit hoher Sicherheit ausgeschlossen werden. Für die Simulation führen die extrem hohen Temperaturen dann zu einer signifikanten Beeinflussung der Spaltströmungen und damit zu nicht nachvollziehbaren Ergebnissen.



**Abbildung 9.16:** Arbeitskammertemperatur  $T$  als Funktion der Phase  $s$  für einen Vorvakuumdruck  $p_v$  von 10 mbar bei Variation der physikalischen Modelle für den Wärmeübergang zwischen Fluid und Bauteiloberflächen und einer Drehzahl  $n$  von  $6000 \text{ min}^{-1}$   
 /1/ Ad-/Desorption: adiabat, Kammer: ebene Platte, Spalt: adiabat  
 /2/ Ad-/Desorption: diabat, Kammer: ebene Platte, Spalt: adiabat  
 /3/ Ad-/Desorption: diabat, Kammer: ebene Platte, Spalt: ebene Platte

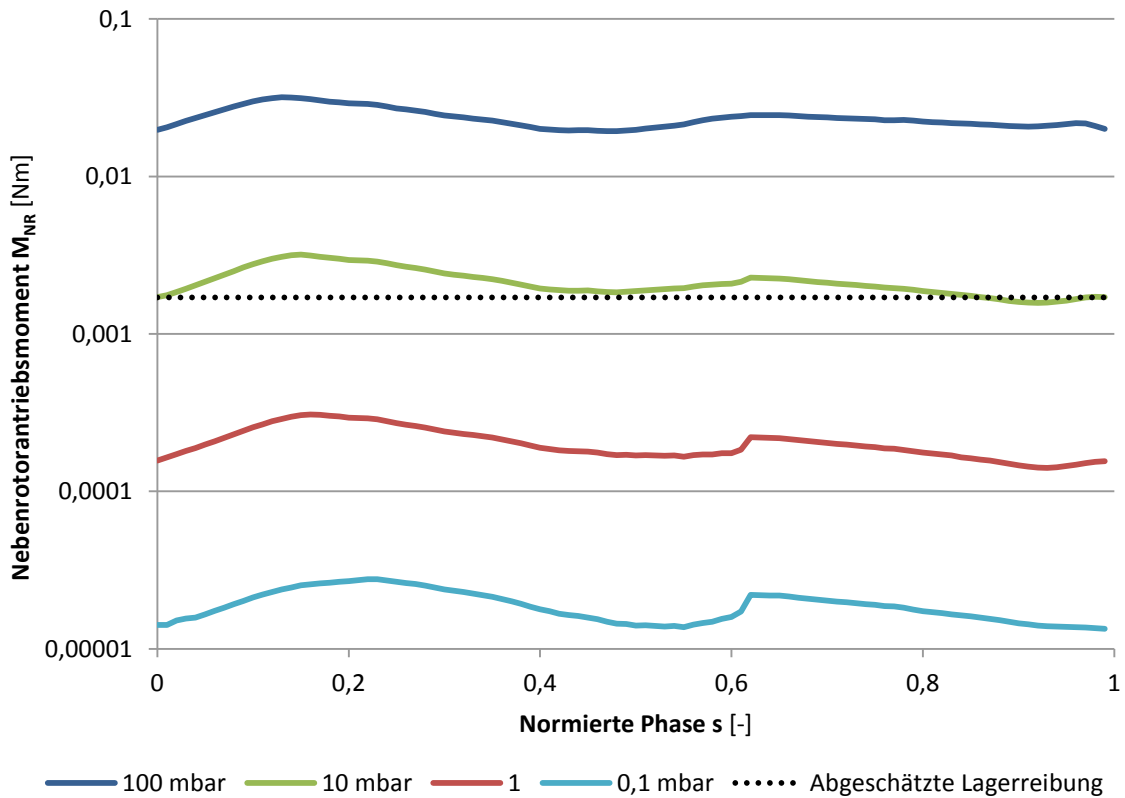
Die Arbeitskammertemperatur als Funktion der Phase verändert sich charakteristisch in Abhängigkeit der Phase des jeweiligen Arbeitsspiels. Während des Ansaugens steigt die Temperatur aufgrund der Rückströmung heißen Fluides durch die Spalte. Mit fortschreitender Phase führt die Vermischung mit kälterem Gas aus dem Einlass zu einer absinkenden Arbeitskammertemperatur. Mit dem Abschluss des Ansaugvorgangs beginnt ein deutlicher Temperaturanstieg. Dieser ist einerseits auf die innere Verdichtung in der gekapselten Arbeitskammer zurückzuführen, andererseits aber auch durch die Rückströmung von heißem Fluid durch die Spalte bedingt. In Abhängigkeit des absoluten Temperaturniveaus ergibt sich beim Überfahren der Austrittssteuerkanten eine Temperaturänderung. Bei einem insgesamt hohen Temperaturniveau sinkt die Fluidtemperatur durch die Vermischung mit kühlerem Gas aus dem Auslass. Bei einem niedrigen Temperaturniveau ist zunächst ein deutlicher Temperaturanstieg durch den schlagartigen Druckanstieg des unangepassten Betriebs ersichtlich. Dann erfolgt eine weitere Abkühlung des Gases. Die sukzessive Erweiterung der Wärmeübergänge führt zu

einer schrittweisen Annäherung der Gastemperatur an die isotherme Prozessführung. Es kann zwar im Rahmen dieser Untersuchung keine vollständig isotherme Prozessführung bestätigt werden, jedoch stellt die isotherme Prozessführung im Rahmen dieser Arbeit, bei der von einer isothermen Maschine (Kapitel 7.1.4) ausgegangen wird, eine gute Annäherung dar. Die höchsten Temperaturen treten meist nur punktuell zu Beginn und zum Abschluss der Verdichtungsphase auf und liegen meistens deutlich unterhalb von 100 °C. Diese Einschätzung wird durch die Betrachtung der integralen Größe des maximalen Kompressionsverhältnisses gestützt, da zwischen dem Modell /3/ und /4/ bereits keine signifikanten Unterschiede feststellbar sind (Abbildung 9.15).

#### 9.4 Mechanische Belastung in der Rotorverzahnung

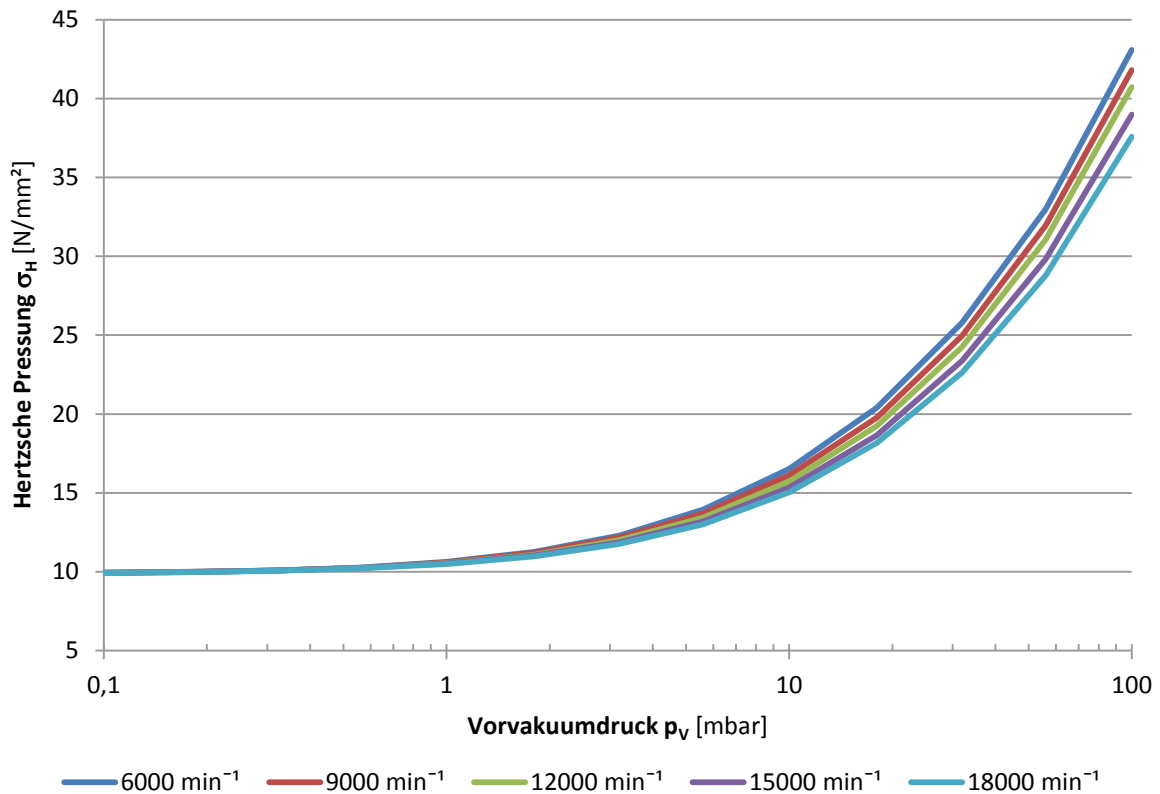
Ein wesentliches technisches Merkmal des Screw Vacuum Blowers stellt der Verzicht auf ein Synchronisationsgetriebe dar. Die beschichteten Rotoren wälzen ohne die Verwendung eines zusätzlichen Schmiermediums direkt aufeinander ab. Um einen möglichst langfristigen und verschleißarmen Betrieb zu ermöglichen, werden im Rahmen dieser Arbeit zwei Aspekte des unsynchronisierten Betriebs theoretisch betrachtet. Zunächst wird das vom Nebenrotor abgenommene Drehmoment betrachtet, da dieses durch den Wälzkontakt in der Rotorverzahnung übertragen wird. Die simulierten Drehmomente des Nebenrotors  $M_{NR}$  als Funktion der normierten Phase  $s$  bei Variation des Vorvakuumdruckes  $p_V$  und einer Drehzahl von  $6000 \text{ min}^{-1}$  sind in **Abbildung 9.17** dargestellt.

Bedingt durch die kleinen Vorvakuumdrücke sind die resultierenden Drehmomente im Vergleich zur atmosphärischen Anwendung als Schraubenlader [53] oder Expander [103] deutlich geringer und nehmen näherungsweise linear mit dem Vorvakuumdruck ab. Um die auf Basis des thermodynamischen Kreisprozess berechneten Nebenrotorantriebsmomente einschätzen zu können, ist das nach [53] abgeschätzte Reibmoment der Nebenrotorlagerung mit dargestellt. Eine Dichtung ist auf der Nebenrotorseite nicht verbaut. Damit ist ersichtlich, dass für Vorvakuumdrücke unterhalb von 10 mbar das durch die Rotorverzahnung übertragene Drehmoment zu mindestens 50 % durch die Lagerreibung der Nebenrotorwelle bestimmt wird. Dieser Wert stellt damit auch den Grenzwert bei Betrachtung extrem kleiner Vorvakuumdrücke dar, da das Reibmoment der Lager in jedem Fall übertragen werden muss.



**Abbildung 9.17:** Simuliertes Nebenrotorantriebsmoment  $M_{NR}$  basierend auf dem thermodynamischen Prozess als Funktion der normierten Phase  $s$  für eine Drehzahl  $n$  von  $6000 \text{ min}^{-1}$  bei Variation des Vorvakuumdruckes  $p_V$

Eine Möglichkeit, die Belastungssituation in einer Rotorverzahnung zu quantifizieren, ist die Hertzsche Pressung. Der für die Hertzsche Pressung berechnete Wert kann dann mit zulässigen Grenzwerten für die verwendeten Werkstoffe verglichen werden. Die Theorie nach Hertz unterscheidet zwischen zwei Szenarien, dem Punkt- und Linienkontakt. Erste Untersuchungen von [103] an Schraubenexpandern lassen vermuten, dass für das vorliegende Rotorprofil die Annahme eines Linienkontaktes eine sinnvolle Maßnahme zur Quantifizierung der Hertzschen Pressung darstellt. Das Reibmoment der Lagerung wird für die Berechnung der Hertzschen Pressung berücksichtigt und es wird nur eine Kontakt in der Rotorverzahnung angenommen. Die daraus resultierenden Hertzschen Pressungen  $\sigma_H$  für den Fall des Linienkontaktes als Funktion des Vorvakuumdruckes  $p_V$  und Variation der Drehzahl sind in **Abbildung 9.18** dargestellt.



**Abbildung 9.18: Berechnete Hertzische Pressung  $\sigma_H$  unter der Annahme eines Linienkontaktes und Berücksichtigung der Lagerreibung als Funktion des Vorvakuumdruckes  $p_v$  bei Variation der Drehzahl  $n$**

Die Hertzische Pressung konvergiert für niedrige Vorvakuumdrücke, unabhängig von der Drehzahl, gegen einen Wert von 10 N/mm<sup>2</sup>. Dieses Verhalten ist durch das mit sinkendem Vorvakuumdruck ebenfalls sinkende Nebenrotordrehmoment bedingt. Die Hertzische Pressung ist in diesem Punkt zu großen Teilen durch das mechanische Reibmoment in der Lagerung bestimmt. Mit steigendem Vorvakuumdruck steigt die Hertzische Pressung auf einen Wert von etwa 40 N/mm<sup>2</sup> an. Eine Erhöhung der Drehzahl führt bei hohen Vorvakuumdrücken zu einer abnehmenden Hertzischen Pressung. Da das Reibmoment der Lager vereinfacht als drehzahlunabhängig angenommen wird, bleibt der Einfluss der Drehzahl auf den thermodynamischen Kreisprozess beschränkt. Bei steigender Drehzahl und gleichem Vorvakuumdruck wird der Druckanstieg in der gekapselten Arbeitskammer und zu Beginn des Ausschiebevorgangs zeitlich verzögert und so die Innenarbeit gemindert. Dementsprechend sinken das zu übertragene Antriebsmoment und die daraus resultierende Hertzische Pressung. Die hier ermittelten Werte liegen deutlich unterhalb der Werte, die [103] für den Anwendungsfall eines vergleichbaren Rotorprofils als Schraubenexpander zeigt.



Weitere Quantifizierungsmöglichkeiten sind die Gleitgeschwindigkeit sowie die reibungsbedingte Temperaturerhöhung (Blokische Blitztemperatur) [136]. Hinsichtlich der Gleitgeschwindigkeit sind basierend auf den Untersuchungen von [103] keine Einschränkungen ersichtlich. Auf die Ermittlung des Reibungseinflusses in Form der Blokischen Blitztemperatur wird im Rahmen dieser Arbeit verzichtet, da die Anwendung unter Vakuumbedingungen eine deutliche Veränderung des tribologischen Systems bedeuten kann. Exemplarische Untersuchungen an Wälzlagerstahl zeigen, dass zwar erst bei Drücken unterhalb von 0,01 mbar mit einem signifikanten Anstieg des Reibungskoeffizienten zu rechnen ist [137], eine Übertragbarkeit dieser Ergebnisse auf die beschichteten Rotoren des Screw Vacuum Blower ist jedoch nicht zwangsläufig gegeben.

Zusätzlich zu der tribologischen Herausforderung ist bei einem unsynchronisiert laufenden Rotorpaar die Gefahr des Rotorklapperns gegeben [53]. Das Rotorklappern kann immer dann entstehen, wenn das Nebenrotordrehmoment einen Nulldurchgang aufweist und das Vorzeichen ändert. Neben den unerwünschten akustischen Folgen führt die stetige, schlagartige Belastung zu einem deutlich höheren Verschleiß. Für den Screw Vacuum Blower zeigt die Analyse des Nebenrotordrehmomentes ohne Berücksichtigung der Lagerreibung einen Verlauf nahe bei Null. Allerdings ist für Betriebspunkte des maximalen Kompressionsverhältnisses auch bei kleinen Vorvakuumdrücken kein Vorzeichenwechsel im Nebenrotordrehmoment zu erkennen (Abbildung 9.17). Erst in Betriebspunkten, in denen sich der Eintrittsdruck dem Austrittsdruck annähert, ist in der Simulation ein Vorzeichenwechsel des Nebenrotordrehmomentes festzustellen. Es haben sich jedoch während der gesamten Durchführung der experimentellen Untersuchungen keine akustischen Hinweise auf ein Rotorklappern ergeben.

## 10. Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit leistet einen Beitrag zur Erweiterung der Simulationsumgebung KaSim. Diese Weiterentwicklung ermöglicht es, die umfassenden experimentellen Untersuchungen des Screw Vacuum Blowers theoretisch begleiten und vertiefen zu können.

Der erste Schwerpunkt liegt auf der Entwicklung einer Methode zur automatisierten geometrischen Analyse von Rotationsverdrängermaschinen und der Erzeugung von Kammermodellen für die thermodynamische Simulation. Die im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Abstraktion zur Darstellung der relevanten Maschinenbauteile als abgewinkelte Bauteiloberfläche stellt eine signifikante Weiterentwicklung bereits bekannter Methoden dar. Insbesondere am Beispiel der Berechnung des drehwinkelabhängigen Kammervolumens wird der Vorteil offensichtlich. Die meisten Methoden setzen auf eine numerische Integration der Schöpfflächen und einer regelbasierten Korrektur durch in Eingriff gehende Rotoren. Die hier vorgestellte Methode hingegen überführt die vorgegebene Bauteilgeometrie in eine Topologie, welche die Arbeitskammern als zentrales Element betrachtet. So ist es, unabhängig von der geometrischen Ausgestaltung der Rotorpaarung, möglich, das Arbeitskammervolumen logisch korrekt zu ermitteln. Im Hinblick auf die weiteren Elemente des dreidimensionalen Kammermodells können z.B. die Öffnungsflächen als dreidimensionales Geometriemodell ermittelt werden und auch im Fall der komplexen axialen Öffnungsflächen stehen Lösungen zur Verfügung, um beliebige Konturen miteinander zu schneiden. Auch ein Zerfallen in mehrere Teilflächen ist im Gegensatz zu vergleichbaren Verfahren möglich. Darüber hinaus trägt die im Rahmen der Arbeit entwickelte Methode zur Erhöhung der Modellierungsvielfalt und -tiefe bei.

Die Erweiterung der Simulationsumgebung umfasst auch die Weiterentwicklung der thermodynamischen Simulation. Um die thermodynamische und strömungsmechanische Modellierung von Vakuumpumpen wie z.B. der Wälzkolben-Vakuumpumpe oder des Screw Vacuum Blowers zu verbessern, wird der Gasrücktransport mittels Adsorptions- und Desorptionskinetik modelliert. Dieses Modell hat, im Gegensatz zu den in der Vergangenheit verwendeten, empirischen Modellen, einen deutlichen physikalischen Bezug und ist dementsprechend auch besser parametrisierbar. Für die Berechnung der benötigten geometrischen Daten für die Ad- und Desorptionskinetik stellt die automatisierte Kammermodellerzeugung angesichts der Komplexität und Menge der erforderlichen Daten eine zwingende Notwendigkeit dar, um dieses physikalische Modell überhaupt in Kammermodellen verwenden zu können. Eine Vali-

dierung dieses Gasrücktransportmodells erfolgt anhand der experimentellen Ergebnisse des Screw Vacuum Blowers. Auch im Bereich der Spaltströmungen sind die vorhandenen Modelle erweitert worden. Zudem sind Methoden entstanden, um die Parameter ausgewählter Spaltkonturen basierend auf der Bauteilgeometrie automatisch zu berechnen.

Der Screw Vacuum Blower stellt ein interessantes Konzept zur Nutzung als Vakuumpumpe im Blower-Betrieb dar. Die Übertragung der Schraubenmaschinentechologie in die Anwendung als Vakuumpumpe gelingt exemplarisch. Der untersuchte Prototyp weist dabei ein sehr vorteilhaftes Betriebsverhalten auf, welches sich, wie die theoretische Analyse der inneren Leckage bestätigt, auf der gekapselten Arbeitskammer mit innerer Verdichtung begründet. Durch die Möglichkeit hoher Betriebsdrehzahlen ergeben sich bei einem kompakten Bauraumvolumen ein hohes Saugvermögen von bis zu 300 m<sup>3</sup>/h und ein maximales Kompressionsverhältnis von über 100. Darüber hinaus konnte durch den Verzicht auf eine externe Synchronisierung der Rotoren sowie auf Kühl-, Schmier- und Dichtstoffe in der Rotorverzahnung und den Kugellagern eine Lösung für eine vollständig trockenlaufende zweiwellige Vakuumpumpe präsentiert werden. In den im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten experimentellen Untersuchungen hat sich das unsynchronisierte Antriebskonzept als zuverlässig erweisen und stützt so die grundlegenden theoretischen Betrachtungen zur Tribologie. Da es sich lediglich um einen ersten Prototypen handelt, sind verschiedene Aspekte wie die Einstellbarkeit der Stirnspalte sowie die integrale Abdichtung gegenüber der Umgebung noch verbesserungswürdig. Im Rahmen dieser Arbeit ist lediglich eine geometrische Variante des Screw Vacuum Blowers untersucht worden.

Der Vergleich von Experiment und Simulation zeigt eine zumeist gute Übereinstimmung für verschiedene integrale Kennzahlen wie z.B. maximales Kompressionsverhältnis, Saugvermögen und Innenleistung. Eine Druckindizierung der Arbeitskammern des Hauptrotors zeigt ebenfalls eine gute Übereinstimmung zwischen Experiment und Simulation. Insbesondere für Vorvakuumdrücke unterhalb von 1 mbar können mit dem im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Modell für den Gasrücktransport auf Basis von Ad- und Desorption gute Ergebnisse erzielt werden. Allerdings sind für dieses Modell weitere Validierungsschritte erforderlich, die über die exemplarische Anwendung in dieser Arbeit hinausgehen. In einigen Betriebspunkten ist die Abbildungsgüte der Simulation jedoch noch unbefriedigend. Dies betrifft primär die Variation der Drehzahl. Insbesondere der Gehäuse- und der Profileingriffsspalt stellen die Simulation und die verwendeten Spaltströmungsmodelle vor große Herausforderungen, wel-

che im Moment nicht vollständig bewältigt werden können. Eine weitere Untersuchung des Einflusses der Drehzahl und des „Zwickelraumes“ auf den Profileingriffsspaltmassenstrom ist für ein besseres Verständnis dieses Maschinentyps zwingend notwendig.

Die potentiellen Anwendungsmöglichkeiten des arbeitskammerorientierten Geometriemodells gehen zudem weit über die Aspekte der Kammermodellsimulation hinaus. Der Programmkern, welcher durch seine Abstraktionen unabhängig von KaSim als Solver ist, kann z.B. als Pre-Processor für eine Strömungssimulation auf Basis des Charakteristikenverfahrens oder für die Unterstützung des Post-Processing bei dreidimensionalen Strömungssimulationen auf Basis von CFD oder DSMC - Methoden dienen.

## Literaturverzeichnis

- [1] H. Barfuss, „Die Geschichte der Vakuumtechnik,“ *Vakuum in Forschung und Praxis*, Bd. 25, Nr. 2, p. 8–13, 2013.
- [2] K. Jousten, *Wutz Handbuch Vakuumtechnik*, 11. Ausgabe, Wiesbaden: Vieweg+Teubner Verlag, 2013.
- [3] D. Wenderott, *Spaltströmungen im Vakuum*, Bd. 423, Düsseldorf: VDI-Verlag, 2001.
- [4] R. Sachs, „Experimentelle Untersuchung von Gasströmungen in Schraubenmaschinen,“ Dissertation, Fachgebiet Fluidenergiemaschinen, Universität Dortmund, 2002.
- [5] A. Rohe, „Wärmehaushalt von Schraubenspindel-Vakuumpumpen,“ Dissertation, Fachgebiet Fluidenergiemaschinen, Universität Dortmund, 2005.
- [6] D. Stratmann, *Kennfeldverhalten zweiwelliger Rotationsverdrängervakuumpumpen*, Aachen: Shaker Verlag, 2010.
- [7] T. Dreifert und R. Müller, „Screw vacuum pumps - The state of the art,“ in *International Conference on Screw Machines 2014*, Bd. 2228, Düsseldorf, VDI-Verlag, 2014, pp. 29-42.
- [8] D. Pfaller, *Einfluss der Verdrängergeometrie auf die Auslegung von Schraubenspindel-Vakuumpumpen*, Aachen: Shaker Verlag, 2012.
- [9] M. Helpertz, „Methode zur stochastischen Optimierung von Schraubenrotorprofilen,“ Dissertation, Fachgebiet Fluidenergiemaschinen, Universität Dortmund, 2003.
- [10] A. Zabel, „Modern Machining Processes for the Manufacturing of Screw Machine Components,“ in *International Conference on Screw Machines 2014*, Bd. 2228, Düsseldorf, VDI-Verlag, 2014, pp. 267-278.
- [11] M. Janicki und D. Schiller, „Abpumpverhalten von Roots- und Schraubenvakuumpumpen,“ *Vakuum in Forschung und Praxis*, Bd. 23, Nr. 4, pp. 6-11, 2011.
- [12] F. Sharipov und V. Seleznev, „Data on internal rarefied gas flows,“ *Journal of Physical and Chemical Reference Data*, Bd. 27, Nr. 3, pp. 657-706, 1998.
- [13] P. L. Bhatnagar, E. P. Gross und M. Krook, „A Model for Collision Processes in Gases. I. Small Amplitude Processes in Charged and Neutral One-Component Systems,“ *Physical Review*, Bd. 94, Nr. 3, p. 511–525, 1954.

- [14] R. Müller, „Spaltströmung mit Wärmeübertragung in Vakuumpumpen,“ Dissertation, Lehrstuhl für Strömungsmechanik und Strömungsmaschinen, Technische Universität Kaiserslautern, 2013.
- [15] H. Freundlich, „Über die Adsorption in Lösungen,“ in *Zeitschrift der Physikalischen Chemie*, Bd. 57, p. 385–470.
- [16] I. Langmuir, „The evaporation, condensation and reflection of molecules and the mechanism of adsorption,“ *Journal of the Franklin Institute*, Bd. 183, Nr. 1, p. 101–102, 1917.
- [17] R. I. Masel, Principles of adsorption and reaction on solid surfaces, New York: Wiley-Interscience, 1996.
- [18] M. Eiswirth und R. Schwankner, „Modellvorstellungen zur Adsorption,“ *Praxis der Naturwissenschaften Chemie*, Bd. 32, Nr. 12, pp. 363-367, 1983.
- [19] K. Kanazawa, „Analysis of pumping down process,“ *Journal of Vacuum Science & Technology A: Vacuum, Surfaces, and Films*, Bd. 7, Nr. 6, p. 3361, 1989.
- [20] G. Voss, „An analytical model to describe the compression in turbomolecular pumps and roots blowers,“ *Journal of Physics: Conference Series*, Bd. 114, pp. 12-18, 2008.
- [21] S. Abramowski und H. Müller, Geometrisches Modellieren, Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag, 1991.
- [22] N. Stosic, E. Mujic, I. K. Smith und A. Kovacevic, „Profiling of Screw Compressor Rotors by Use of Direct Digital Simulation,“ in *International Compressor Engineering Conference*, Purdue, Paper 1154, 2008.
- [23] L.C. Popa et al., „Profiling tool generating methode, using the profile measurement of rotor of Screw Compressor Components,“ *The Annals Of “Dunarea de Jos” University of Galati*, Bd. 2, pp. 123-128, 2011.
- [24] R. Naujoks, „Zustandsänderungen in trockenlaufenden Schraubenmaschinen,“ Dissertation, Fachgebiet Fluidenergiemaschinen, Universität Dortmund, 1982.
- [25] R. Schüler, „Entwicklung von Schraubenmaschinenrotor. Ein Beitrag zur Optimierung von Schraubenmaschinen,“ Dissertation, Fachgebiet Fluidenergiemaschinen, Universität Dortmund, 1984.
- [26] B. Rau, „Ein Beitrag zur Auslegung trockenlaufender Schraubenkompressoren,“ Dissertation, Fachgebiet Fluidenergiemaschinen, Universität Dortmund, 1994.

- [27] Y. Huang et.al., „Two-dimensional localisation and clearance evaluation of screw rotors,“ *International Journal of Computer Applications in Technology*, Bd. 37, Nr. 1, pp. 74-85, 2010.
- [28] G. Bonandrini, G. Mimmi und C. Rottenbacher, „Toward computerized determination of envelope to family of parametric planar curves,“ *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Bd. 198, Nr. 27-29, pp. 2218-2224, 2009.
- [29] L. Yao, Z. Ye, J. S. Dai und H. Cai, „Geometric analysis and tooth profiling of a three-lobe helical rotor of the Roots blower,“ *Journal of Materials Processing Technology*, Bd. 170, Nr. 1-2, pp. 259-267, 2005.
- [30] G. Mimmi und P. Pennacchi, „Analytical model of a particular type of positive displacement blower,“ *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, Bd. 213, Nr. 5, pp. 517-526, 1999.
- [31] R. Steffens, „Die Profilsteigungsfunktion,“ Dissertation, Institut für Konstruktionslehre, Technische Universität Braunschweig, 1993.
- [32] P. J. Singh und A. D. Onuschak, „A Comprehensive, Computerized Method for Twin-Screw Rotor Profile Generation and Analysis,“ in *International Compressor Engineering Conference*, Purdue, Paper 501, 1984, pp. 519-527.
- [33] D. Z. Xiao, K. B. Li, Z. Q. Wang und D. M. Liu, „Computer aided design software package for conjugate helical surfaces,“ *Journal of Materials Processing Technology*, Bd. 61, Nr. 1-2, pp. 72-77, 1996.
- [34] F. L. Litvin und P.-H. Feng, „Computerized design, generation, and simulation of meshing of rotors of screw compressor,“ *Mechanism and Machine Theory*, Bd. 32, Nr. 2, pp. 137-160, 1997.
- [35] L. Rinder, Schraubenverdichter, Wien: Springer-Verlag, 1979.
- [36] M. Grafinger, „Die computerunterstützte Entwicklung der Flankenprofile für Sonderverzahnungen von Schraubenkompressoren,“ Habilitationsschrift, Institut für Konstruktionswissenschaften und Technische Logistik, Technischen Universität Wien, 2010.
- [37] B. Rau und K. Kauder, „Ein Verfahren zur Bestimmung der Rotoreingriffsgeometrie bei Schraubenmaschinenrotoren,“ *Schraubenmaschinen*, Nr. 1, pp. 18-23, 1993.
- [38] M. Janicki, „Ein Programm zur Profileingriffsspaltberechnung von verformten Schraubenmaschinen,“ *Schraubenmaschinen*, Nr. 4, pp. 108-112, 1996.

- [39] D. Richter und K. Nadler, „A new approach to three-dimensional intermesh clearance calculation,“ in *7th International Conference on Compressors and their Systems*, Cambridge, Woodhead Publishing, 2011, pp. 441-454.
- [40] A. Kovacevic, E. Mujic, N. Stosic und D. Buckney, „Some Aspects of Estimating Geometric Characteristics of Screw Compressors,“ in *International Compressor Engineering Conference*, Purdue, Paper 2130, 2012.
- [41] K. Ignatiev, „Approach To The Numeric Geometry Analysis of Positive Displacement Compressors, Its Application To A Single Screw Compressor Simulation And Verification By Experiment,“ in *International Compressor Engineering Conference*, Purdue, Paper 1711, 2012.
- [42] K. R. Ilie, „Modelling, Simulation and Optimisation of Asymmetric Rotor Profiles in Twin-screw Superchargers,“ Aerospace, mechanical and manufacturing, RMIT University, Melbourne, 2006.
- [43] J. Hauser, Geometrische Analyse von Schraubenrotoren für die umformende Fertigung, Aachen: Shaker Verlag, 2011.
- [44] G. Niemann und H. Winter, Maschinenelemente Band 2, Berlin: Springer Verlag, 1985.
- [45] D. Zaytsev und C. A. Infante Ferreira, „Profile generation method for twin screw compressor rotors based on the meshing line,“ *International Journal of Refrigeration*, Bd. 28, Nr. 5, pp. 744-755, 2005.
- [46] Y. Wu und Z. Fong, „Improved rotor profiling based on the arbitrary sealing line for twin-screw compressors,“ *Mechanism and Machine Theory*, Bd. 43, Nr. 6, pp. 695-711, 2008.
- [47] W. Xiong, „Calculation on the Inter-Lobe Clearance Distribution of Twin-Screw Compressor by Optimization Method,“ in *International Compressor Engineering Conference*, Purdue, Paper 1829, 2006.
- [48] H. Hsiao, Y. Wu und H. Hsieh, „Non-Uniform Clearance between Rotor Surfaces and Its Effect on Machine Performance in Twin-Screw Compressors,“ in *International Compressor Engineering Conference*, Purdue, Paper 2087, 2012.
- [49] M. Janicki, „Modellierung und Simulation von Rotationsverdrängermaschinen,“ Dissertation, Fachgebiet Fluidtechnik, Universität Dortmund, 2007.



- [50] E. L. L. Pereira, C. J. Deschamps und F. A. Ribas, „A Comparative Analysis of Numerical Simulation Approaches for Reciprocating A Comparative Analysis of Numerical Simulation Approaches for Reciprocating Compressors,“ in *International Compressor Engineering Conference*, Purdue, Paper 1711, 2008.
- [51] T. Ohbayashi et.al., „Study on the performance prediction of screw vacuum pump,“ *Applied Surface Science*, Bd. 170, pp. 768-771, 2001.
- [52] Buckney, D., Kovacevic, A., Stosic, N., „Experimental validation of a geometry model for twin compressors,“ in *8th International Conference on Compressors and their Systems*, Cambridge, Woodhead Publishing, 2013, pp. 237-246.
- [53] J. Temming, „Stationärer und instationärer Betrieb eines unsynchronisierten Schraubenladers,“ Dissertation, Fachgebiet Fluidtechnik, Universität Dortmund, 2007.
- [54] G. P. Merker, C. Schwarz und R. Teichmann, Hrsg., *Grundlagen Verbrennungsmotoren*, Wiesbaden: Vieweg+Teubner Verlag, 2011.
- [55] A. Huster, *Untersuchung des instationären Füllvorgangs bei Schraubenmotoren*, Bd. 336, Düsseldorf: VDI-Verlag, 1998.
- [56] A. Linkamp und A. Brümmer, „Calculation of discharge pressure pulsations of a screw compressor using the one-dimensional method of characteristics,“ in *8th International Conference on Compressors and their Systems*, Cambridge, Woodhead Publishing, 2013, pp. 407-416.
- [57] A. Kovacevic, M. Kethidi, N. Stosic, E. Mujic und I. K. Smith, „Turbulence Capture in CFD for Screw Machines,“ in *Schraubenmaschinen 2010*, Bd. 2101, Düsseldorf, VDI-Verlag, 2010, pp. 245-260.
- [58] Fryc, O., Vimmr, J., „Comparison of Various Turbulence Models Applied to Leakage Flow Through a Male Rotor-Housing Gap of Twin-Screw Compressor,“ 2006. [Online]. Available: <http://www.kme.zcu.cz/download/articles/comparison-of-various-turbulence-models-applied-to-leakage-flow-through-a-male-rotor-housing-gap-of-twin-screw-compressor.pdf>. [Zugriff am 06 12 2014].
- [59] Kovacevic, A., Stosic, N., Smith, I. K., Mujic, E., „Advances in Numerical Modelling of Helical Screw Machines,“ in *International Compressor Engineering Conference*, Purdue, Paper 1953, 2010.

- [60] A. Steinmann, „Numerische Strömungsberechnungen für Schraubenmaschinen mit Hilfe bewegter Berechnungsgitter mit ANSYS CFX,“ in *Schraubenmaschinen 2006*, Düsseldorf, VDI-Verlag, pp. 363-376.
- [61] N. Stosic, I. K. Smith und A. Kovacevic, *Screw compressors*, Berlin: Springer-Verlag, 2005.
- [62] A. Kovacevic, N. Stosic und I. K. Smith, *Screw compressors*, Berlin: Springer Verlag, 2007.
- [63] CFX Berlin Software GmbH, „TwinMesh für Verdrängermaschinen - CFX Berlin,“ [Online]. Available: <http://www.cfx-berlin.de/software/stroemungsmechanik/twinmesh-fuer-verdraengermaschinen.html#c1835>. [Zugriff am 27.5.2014].
- [64] J. Hesse und A. Spille-Kohoff, „Structured Meshes and reliable CFD Simulations: TwinMesh for Positive Displacement Machines,“ in *International Conference on Screw Machines 2014*, Düsseldorf, VDI-Verlag, 2014, pp. 297-308.
- [65] S. Kluck, M. Böhle und M. Janicki, „Numerical Examination of Flow Phenomena in Roots Blowers,“ in *International Rotating Equipment Conference 2012*, Düsseldorf, 2012, pp. 283-293.
- [66] Z. F. Huang und Z. X. Liu, „Numerical study of a positive displacement blower,“ *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, Bd. 223, Nr. 10, pp. 2309-2316, 2009.
- [67] S. Succi, *The lattice Boltzmann equation for fluid dynamics and beyond*, Oxford: Oxford University Press, 2001.
- [68] G. A. Bird, *The DSMC method*, CreateSpace Independent Publishing Platform, 2013.
- [69] T. W. Tuer und G. S. Springer, „A test particle Monte Carlo method,“ *Computers & Fluids*, Bd. 1, Nr. 4, pp. 399-417, 1973.
- [70] K. Nadler und A. Brümmer, „Teilchenorientierte Modellierung der Strömungsverhältnisse in einer Wälzkolbenvakuumpumpe,“ in *Schraubenmaschinen*, Bd. 14, pp. 68-81.
- [71] E. Onate, S. Idelsohn, O. C. Zienkiewicz und R. L. Taylor, „A Finite Point Method in Computational Mechanics. Applications to Convective Transport and Fluid Flow,“ *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Bd. 39, Nr. 22, pp. 3839-3866, 1996.

- [72] P. Huang, „Gas Pulsations: A Shock Tube Mechanism,“ in *International Compressor Engineering Conference*, Purdue, Paper 2092, 2012.
- [73] H. Balzert, *Software-Management, Software-Qualitätssicherung, Unternehmensmodellierung*, Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag, 1998.
- [74] A. Rayl, „NASA Engineers and Scientists-Transforming Dreams Into Reality,“ [Online]. Available: [http://www.nasa.gov/50th/50th\\_magazine/scientists.html](http://www.nasa.gov/50th/50th_magazine/scientists.html). [Zugriff am 8 2 2015].
- [75] P. Naur und B. Randell, Hrsg., *Software Engineering: Report on a Conference sponsored by the NATO Science Committee*, Brüssel: Scientific Affairs Division, NATO, 1968.
- [76] N. G. Leveson und C. S. Turner, „An investigation of the Therac-25 accidents,“ *Computer*, Bd. 26, Nr. 7, pp. 18-41, 1993.
- [77] E. W. Dijkstra, „The humble programmer,“ *Communications of the ACM*, Bd. 15, Nr. 10, pp. 859-866, 1972.
- [78] I. Sommerville, *Software engineering*, Wokingham: Addison-Wesley, 1985.
- [79] K. Beck et al., [Online]. Available: <http://agilemanifesto.org/>. [Zugriff am 8 2 2014].
- [80] B. Gloger, *Scrum*, München: Carl Hanser Fachbuchverlag, 2011.
- [81] K. Beck, *Extreme programming*, München: Addison-Wesley, 2000.
- [82] ISO 25000:2014-03, *Systems and software engineering - Systems and software Quality Requirements and Evaluation (SQuaRE) - Guide to SQuaRE*.
- [83] K. J. Lieberherr und I. M. Holland, „Assuring good style for object-oriented programs,“ *IEEE Software*, Bd. 6, Nr. 5, pp. 38-48, 1989.
- [84] R. C. Martin, *Clean code*, Upper Saddle River: Prentice-Hall, 2012.
- [85] R. C. Martin, *The clean coder*, Upper Saddle River: Prentice Hall, 2011.
- [86] M. Pol, T. Koomen und A. Spillner, *Management und Optimierung des Testprozesses*, 2. Hrsg., Heidelberg: dpunkt, 2002.
- [87] E. Gamma und D. Riehle, *Entwurfsmuster*, München: Addison-Wesley, 2004.
- [88] M. Fowler und K. Beck, *Refactoring - Improving the Design of Existing Code*, Reading: Addison-Wesley, 1999.
- [89] S. McConnell, *Rapid development*, Redmond: Microsoft Press, 1996.

- [90] J. Humble und D. Farley, *Continuous delivery*, Upper Saddle River: Addison-Wesley, 2012.
- [91] E.-G. Woschni, „Elektronische Berechnung von Verbrennungsmotor-Kreisprozessen,“ *MTZ - Motortechnische Zeitschrift*, Bd. 26, Nr. 11, pp. 439-446, 1965.
- [92] I. A. Sakun und Y. I. Dimentov, „Method for calculating the thermodynamic parameters of a screw compressor,“ *Chemical and Petroleum Engineering*, Bd. 6, Nr. 6, pp. 453-457, 1970.
- [93] G. Kickelbick, *Chemie für Ingenieure*, München: Pearson Studium, 2008.
- [94] K. J. Korte, „Simulation der kinematischen und thermodynamischen Abläufe in der rotierenden Schraubenmaschine,“ Dissertation, Ruhr-Universität Bochum, 1980.
- [95] C. Fost, „Ein Beitrag zur Verbesserung der Kammerfüllung von Schraubenmotoren,“ Dissertation, Fachgebiet Fluidenergiemaschinen, Universität Dortmund, 2003.
- [96] J. Hütker und A. Brümmer, „Thermodynamic Design of Screw Motors for Constant Waste Heat Flow at Medium Temperature Level,“ in *International Compressor Engineering Conference*, Purdue, Paper 1478, 2012.
- [97] C. L. Bajaj, E. J. Coyle und K. Lin, „Arbitrary topology shape reconstruction from planar cross sections,“ *Computer Science Technical Reports*, Nr. 1205, pp. 524-543, 1995.
- [98] I. Braude, J. Marker, K. Museth, J. Nissanov und D. Breen, „Contour-based surface reconstruction using MPU implicit models,“ *Graphical Models*, Bd. 69, Nr. 2, p. 139–157, 2007.
- [99] T. Dreifert, „Thermisches Verhalten der Rotoren von Schraubenkompressoren,“ Dissertation, Fachgebiet Fluidenergiemaschinen, Universität Dortmund, 1996.
- [100] S. J. Owen, „Non-Simplicial Unstructured Mesh Generation,“ Dissertation, Department of Civil and Environmental Engineering, Carnegie Mellon University, Pittsburgh PA, 1999.
- [101] C. Huck, „Gekoppelte thermische und thermodynamische Simulation von Schraubenmotoren,“ Diplomarbeit, Fachgebiet Fluidtechnik, Technische Universität Dortmund, 2011.

- [102] A. Nikolov, C. Huck und A. Brümmer, „Influence of Thermal Deformation on the Characteristic Diagram of a Screw Expander in the Automotive Application of Exhaust Heat Recovery,“ in *International Compressor Engineering Conference*, Purdue, Paper 1447, 2012.
- [103] M. Utri, „Analyse der mechanischen Belastung im Profileingriff unsynchronisierter Schraubenexpander,“ Masterarbeit, Fachgebiet Fluidtechnik, Technische Universität Dortmund, 2013.
- [104] K. Kauder und D. Wenderott, „Analysis of flowrates as a basis for the simulation of dry-running rotational positive displacement pumps,“ *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, Bd. 216, Nr. 12, pp. 1197-1205, 2002.
- [105] K. Kauder und D. Stratmann, „Comparison of the Simulated and Measured Machine Characteristics of a Roots Vacuum Pump in Fine Vacuum,“ in *Schraubenmaschinen 2006*, Bd. 1932, Düsseldorf, VDI-Verlag, 2006, pp. 177-192.
- [106] K. Y. Foo und B. H. Hameed, „Insights into the modeling of adsorption isotherm systems,“ *Chemical Engineering Journal*, Bd. 156, Nr. 1, pp. 2-10, 2010.
- [107] S. Raaen, „Monte-Carlo simulations of thermal desorption of adsorbed molecules from metal surfaces,“ *Energy*, Bd. 30, Nr. 6, pp. 821-830, 2005.
- [108] M. Temkin und V. Pyzhev, „Kinetics of ammonia synthesis on promoted iron catalyst,“ *Acta Physicochimica U.R.S.S.*, Bd. 6, Nr. 12, p. 327–356, 1940.
- [109] L. Asnin, A. Fedorov und Y. Chekryshkin, „Thermodynamic parameters of adsorption described by the logarithmic Temkin isotherm,“ *Russian Chemical Bulletin*, Bd. 50, Nr. 2, pp. 217-219, 2001.
- [110] Z. Xu, J. Cai und B. Pan, „Mathematically modeling fixed-bed adsorption in aqueous systems,“ *Journal of Zhejiang University SCIENCE A*, Bd. 14, Nr. 3, pp. 155-176, 2013.
- [111] U. Friedrichsen und O. Kohlstedt, „Kühlsysteme für Schraubenvakuumpumpen,“ in *International Conference on Screw Machines 2010*, Düsseldorf, VDI Verlag, 2010, pp. 183-196.
- [112] L. A. Piegl und W. Tiller, *The NURBS book*, New York: Springer Verlag, 1997.
- [113] W. Ma und J.-P. Kruth, „NURBS curve and surface fitting for reverse engineering,“ *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Bd. 14, Nr. 12, pp. 918-927, 1998.

- [114] J. Mehnen, „Evolutionäre Flächenrekonstruktion,“ Dissertation, Institut für spanende Fertigung, Universität Dortmund, 2000.
- [115] C. Ericson, Real-time collision detection, Amsterdam: Elsevier, 2004.
- [116] W. E. Lorensen und H. E. Cline, „Marching cubes: A high resolution 3D surface construction algorithm,“ *Computer Graphics*, Bd. 21, Nr. 4, pp. 163-169, 1987.
- [117] H. Fuchs, Z. M. Kedem und S. P. Uselton, „Optimal surface reconstruction from planar contours,“ *Communications of the ACM*, Bd. 20, Nr. 10, pp. 693-702, 1977.
- [118] R. Bellman, Dynamic programming, Princeton: Princeton University Press, 2010.
- [119] E. Dyllong und W. Luther, „Distance Calculation Between a Point and a NURBS Surface,“ in *4th International Conference on Curves and Surfaces*, Nashville, Vanderbilt University Press, 1999, pp. 55-62.
- [120] X. Chen, J. Yong, G. Wang, J.-C. Paul und G. Xu, „Computing the minimum distance between a point and a NURBS curve,“ *Computer Aided Design*, Bd. 40, Nr. 10-11, pp. 1051-1054, 2008.
- [121] A. Krishnamurthy, S. McMains und K. Haller, „GPU-Accelerated Minimum Distance and Clearance Queries,“ *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, Bd. 17, Nr. 6, pp. 729-742, 2011.
- [122] W. H. Press et al., Numerical recipes in C, Cambridge: Cambridge University Press, 1992.
- [123] W. Kühnel, Differentialgeometrie, Wiesbaden: Vieweg, 2008.
- [124] P. P. Joshi, „Minimizing Curvature Variation for Aesthetic Surface Design,“ Dissertation, EECS Department, University of California, Berkeley, 2008.
- [125] S. Salikeev, A. Burmistrov, M. Bronshtein und M. Fomina, „Conductance of slot channels formed by cylindrical walls,“ *Vakuum in Forschung und Praxis*, Bd. 25, Nr. 4, pp. 34-38, 2013.
- [126] D. Meagher, „Geometric modeling using octree encoding,“ *Computer Graphics and Image Processing*, Bd. 19, Nr. 2, p. 129–147, 1982.
- [127] G. E. Farin und D. Hansford, Lineare Algebra, Berlin: Springer Verlag, 2003.
- [128] P. J. Singh und J. L. Bowman, „Calculation of Blow-Hole Area for Screw Compressors,“ in *International Compressor Engineering Conference*, Purdue, Paper 786, 1988, pp. 938-948.

- [129] Bentley und O., „Algorithms for Reporting and Counting Geometric Intersections,“ *IEEE Transactions on Computers*, Bd. 28, Nr. 9, p. 643–647, 1979.
- [130] G. Greiner und K. Hormann, „Efficient clipping of arbitrary polygons,“ *ACM Transactions on Graphics*, Bd. 17, Nr. 2, p. 71–83, 1998.
- [131] E. Fogel et al., „2D Regularized Boolean Set-Operations,“ in *CGAL User and Reference Manual*, Version 4.6.1, CGAL Editorial Board, 2015.
- [132] B. Schäling, *The Boost C++ libraries*, Laguna Hills: XML Press, 2011.
- [133] G. Keller, „Heißgasschraubenmaschine - Berechnung des thermischen und mechanischen Betriebsverhaltens,“ Dissertation, Fachgebiet Fluidenergiemaschinen, Universität Dortmund, 1998.
- [134] A. Nikolov, K. Nadler und A. Brümmer, „Experimental and theoretical investigation of screw machines as vacuum blowers,“ in *7th International Conference on Compressors and their Systems*, Cambridge, Woodhead Publishing, pp. 359-374.
- [135] C. Huck, K. Nadler und A. Brümmer, „Influence of geometric parameters on the performance of screw vacuum blowers,“ in *International Rotating Equipment Conference 2012*, Frankfurt, VDMA, 2012, pp. 243-254.
- [136] H. Czichos und K.-H. Habig, *Tribologie-Handbuch*, 4. Hrsg., Wiesbaden: Springer Fachmedien, 2015.
- [137] B. Frisch, N. Müller und W. R. Thiele, „Tribomechanische und -chemische Vorgänge an dem Wälzlagerstahl 100 Cr 6,“ *Materialwissenschaft und Werkstofftechnik*, Bd. 7, Nr. 10, p. 368–376, 1976.
- [138] K. Nadler und A. Brümmer, „A method for the geometrical analysis of twin-shaft rotary displacement machines,“ in *Schraubenmaschinen 2010*, Düsseldorf, VDI-Verlag, 2010, pp. 333-344.

# Lebenslauf

## Persönliche Daten

Name: Kai Nadler  
Geburtsdaten: 03.12.1983 in Herdecke

## Schule

1991 - 1994 Grundschule in Witten-Rüdinghausen  
1994 - 2003 Albert-Martmöller-Gymnasium in Witten

## Studium

2003 - 2008 Maschinenbaustudium  
Technische Universität Dortmund  
Vertiefungsrichtung: Maschinentechnik

## Berufstätigkeit

2006 – 2007 Fachgebiet Fluidtechnik  
Technische Universität Dortmund  
Studentische Hilfskraft

2008 - 2011 Fachgebiet Fluidtechnik  
Technische Universität Dortmund  
Wissenschaftlicher Angestellter

Seit 2011 Leybold GmbH  
Köln  
Senior Expert Vacuum Pump Simulation