Stefan POHLKAMP, Aachen

Macht durch Mathematik – Lernziele zu einem erweiterten Modellierungsbegriff

„I will remember that I didn't make the world, and it doesn't satisfy my equations." (Derman & Wilmott, 2009)

Das Zitat aus der Wirtschaftskrise der späten 2000er warnt Erstellende von Finanzmodellen, das Gestaltungspotenzial von mathematischer Modellierung zu missdeuten. Wenn mithilfe mathematischer Modelle Realität geprägt wird, spricht man von normativer Modellierung, denn es werden Vorschriften für die Wirklichkeit geschaffen. Dieser schöpferische Aspekt ist ein wichtiger Bestandteil des Mathematikbildes (vgl. Winter, 1975, S. 116), der jedoch zu kurz kommt, wenn mathematische Modellierung wie in den meisten Lehrplänen auf die Beschreibung existierender Phänomene reduziert wird. Anstelle einer Überschätzung oder einer Vernachlässigung des Gestaltungspotenzials von Mathematik bedarf es eines Bewusstseins für normative Modellierung und damit für den Einfluss mathematischer Setzungen, wozu im vorliegenden Beitrag Lernziele für Schüler*innen vorgeschlagen werden.

Normative Modellierung als soziales Konstrukt

Bei der deskriptiven Modellierung steht das Abbilden von Wirklichkeit im Vordergrund, während die normative Modellierung Entwürfe für die Realität zum Ziel hat. Freudenthal charakterisiert deskriptive Modellierung als „ziemlich bestimmt" und „einigermaßen zwingend", während die normative Modellierung „recht willkürlich" und „konventionell" sei (1978, S. 132). Zur Veranschaulichung sei das Beispiel von der Geschwindigkeit v beim freien Fall genannt: Es müssen Größen wie die Zeit t und die Fallbeschleunigung g berücksichtigt werden, die Linearität von v in Abhängigkeit der Zeit ergibt sich etwa aus empirischen Messungen: $v(t) = g \cdot t$. Davon abzugrenzen ist etwa der Einkommensteuertarif, bei dem lineare und quadratische Funktionsabschnitte willkürlich sind und verschiedene Größen herangezogen werden können, z. B. die Anzahl der Kinder beim Familien-Splitting im Vergleich zum aktuell geltenden Ehegatten-Splitting. Im zweiten Beispiel sind die vom Menschen getroffenen Annahmen und Festlegungen offensichtlich.

Die Gegenüberstellung beider Modellierungstypen soll allerdings in einem nächsten Schritt dafür sensibilisieren, dass die Modellierungstypen nicht in Reinform auftreten. Auch im ersten Beispiel ist die Modellierung nicht völlig zwangsläufig, sondern wird von menschlichen Prämissen beeinflusst, z. B. indem der Luftwiderstand ignoriert wird.

Siller, H.-S., Weigel, W. & Wörler, J. F. (Hrsg.). *Beiträge zum Mathematikunterricht 2020.* Münster: WTM-Verlag, 2020.
doi: 10.37626/GA9783959871402.0

Die aktive Rolle der Modellierenden verändert den Blick auf den vermeintlich neutralen Einsatz mathematischer Methoden und ergänzt das Bild der deduktiven Schlüssen folgenden und damit eindeutigen Wissenschaft Mathematik. Wenn Menschen Mathematik im Rahmen einer Modellierung anwenden, spielen immer auch menschliche Interessen eine Rolle. Sowohl die Herangehensweise als auch das Ziel einer Modellierung sind nicht alternativlos und subjektiv, was beim normativen Modellierungstyp deutlicher hervortritt, auch weil er oft in gesellschaftlich diskutierten Anwendungen zu finden ist (vgl. Pohlkamp in Druck).

Die Idee einer objektiven und originalgetreuen Abbildung von Realität durch Mathematik, die sich in höherem Maße bei der deskriptiven Modellierung verorten lässt, birgt die Gefahr einer Fehlvorstellung von gesellschaftlicher Dimension: „Mathematik wird damit auch zum Mittel der Kritikimmunisierung" (Koubek 2005, S. 189). Dagegen kann an normativer Modellierung ein Grundverständnis für die Konstruiertheit und damit die Veränderbarkeit aller mathematischer Modelle gewonnen werden.

Viele Konzepte, denen Bürger*innen im Alltag begegnen, enthalten mathematische Modelle, deren Entstehung im Verborgenen bleibt und die deshalb als alternativloses, unveränderbares Objekt erscheinen: Armutsdefinition, Rentenformel, gesetzlich festgelegte Mindest- oder Maximalwerte wie ein CO2-Preis und Emissionsgrenzwerte, … Solche Modelle als soziale Konstrukte zu erkennen, trägt im Sinne einer staatsbürgerlichen Mündigkeit dazu bei, „als Bürger zwischen konkurrierenden Lösungsplänen wählen zu dürfen [und zu können], und nicht nur zwischen verschieden sympathischen Abwicklern wachstumspoetisch zwingender ‚Alternativlosigkeiten'" (Führer, 2012, S. 25).

Lernzielkatalog zur normativen Modellierung

Die normative Modellierung ist ein Anlass, das Gestaltungspotenzial von Mathematik mit Schüler*innen in den Blick zu nehmen. Welche Kompetenzen sind bei einer expliziten Thematisierung im Mathematikunterricht erstrebenswert? Folgender Katalog wird deshalb an dieser Stelle zur Erweiterung bestehender Lernziele vorgeschlagen:

Die Schüler*innen

(LZ1) beschreiben an Beispielen, wie Realität mithilfe von Mathematik normativ gestaltet wird.

(LZ2) stellen prototypische Eigenschaften normativer Modellierung – nicht eindeutig, interessensgeleitet und aushandlungsbedürftig – dar.

(LZ3) vergleichen verschiedene normative Modellierungen zur gleichen Fragestellung hinsichtlich ihrer „mathematisch-sachkundlichen Doppelnatur“ (Winter 1989, S. 46).

(LZ4) entwickeln zu einem gegebenen Sachkontext eigene normative Modellierungen und deuten sie aus der unmittelbaren Sicht der Gestaltenden.

(LZ5) identifizieren Annahmen, Festlegungen und Alternativen bei normativen Modellierungen.

(LZ6) reflektieren Möglichkeiten, normative Modellierungen zu bewerten, und die Bedeutung einer solchen Bewertung.

(LZ7) diskutieren die idealisierte – nicht in Reinform auftretende – Unterscheidung zwischen deskriptiver und normativer Modellierung und übertragen jeweils charakteristische Aspekte auf authentische Modellierungen.

Die Lernziele umfassen sowohl die Charakterisierung (LZ1, 2) als auch die Bewertung (LZ5, 6) normativer Modellierung sowie die Analyse und Durchführung von Modellierungsschritten (LZ3, 4). LZ7 ist mit dem Transfer prototypischer Eigenschaften anspruchsvoll, stellt aber als Fernziel eine wichtige Emanzipationsleistung dar, wenn Schüler*innen auch an vermeintlich neutralen, deskriptiven Modellierungen subjektive Annahmen offenlegen und Alternativen formulieren können.

Die exemplarische Erfahrung, selbst normativ zu modellieren, erweitert die Perspektive, im Alltag bloß als Konsument*innen auf fertige normative Modellierungen zu reagieren. Über die Notwendigkeit von Annahmen und Festlegungen erleben Lernende die Gestaltbarkeit durch Mathematik und die Bedeutung persönlicher Interessen und Überzeugungen in diesem Prozess.

Es sind sowohl sachkundliche als auch mathematische Aspekte, die bei einer normativen Modellierung einfließen und bewertet werden. Durch den Vergleich verschiedener Modellierungen werden diese inhaltlichen Einflüsse sowie dazugehörige Modellierungsentscheidungen leichter deutlich. Das übergeordnete Ziel besteht darin, dass im Bewusstsein um die soziale Konstruiertheit bei einem Modellvorschlag die sachkundlichen, mathematischen und individuellen Prämissen der Produzent*innen hinterfragt werden.

Anhand der normativen Modellierung wird die Wirkung mathematischer Überlegungen auf die Wirklichkeit in den Fokus genommen. Damit ist eine explizite Thematisierung dieses Modellierungstyps besonders geeignet, die Phase des Validierens im Modellkreislauf in den Blick zu nehmen. In der Validierung werden Modellansätze nicht nur auf die Realität hin geprüft und aus unterschiedlichen Perspektiven bewertet, sondern über eine Modellkritik können Grenzen des Vorgehens aufgezeigt werden (vgl. Hinrichs, 2008, S. 26-28).

Über die Modellierung hinaus geht es auch um eine Erweiterung des Mathematikbildes: Bei jeder Modellierung geht es darum, Mathematik und Realität in ein Verhältnis zu setzen. Bei der normativen Modellierung wird der Mathematik eine aktive, gestalterische Rolle zuteil, die für Schüler*innen trotz der gesellschaftlichen Bedeutung ungewohnt ist.

Zusammenfassung und Ausblick

Anhand normativer Modellierung lässt sich veranschaulichen, wie Mathematik gestalterisch genutzt wird. Das deskriptiv geprägte Verständnis von dem neutralen, passiven Hilfsmittel steht dazu im Widerspruch und verbirgt die Möglichkeit, mit Mathematik das menschliche Miteinander zu prägen. In der normativen Modellierung hingegen kommt ein potenziell kreativ-produktiver Aspekt zum Vorschein, der sich auf das Bild von Mathematik und die Haltung ihr gegenüber auswirkt.

Um Schüler*innen für die Bedeutung dieses Phänomens zu sensibilisieren, sind spezielle Lernziele zur normativen Modellierung vorgeschlagen worden, die nach einer Auseinandersetzung mit Eigenschaften und Vorgehensweise eine Reflexion und einen Transfer vorsehen. Ein konkreter Unterrichtsvorschlag, wie diese Lernziele an einem bildungsrelevanten Thema exemplarisch erreicht werden können, besteht in einem Workshop zu Sitzverteilungen im Verhältniswahlrecht (vgl. Pohlkamp in Druck).

Literatur

Derman, E. & Wilmott, P. (2009). „The Financial Modelers' Manifesto", https://dx.doi.org/10.2139/ssrn.1324878 (19.11.2019).

Freudenthal, H. (1978). *Vorrede zu einer Wissenschaft vom Mathematikunterricht*, München et al.: Oldenbourg.

Führer, L. (2012). „Nicht jeder ist seines Glückes Schmied – Sachkundliches im einstigen Mathematikunterricht", *Der Mathematikunterricht* 58 (4), 4-25.

Hinrichs, G. (2008). *Modellierung im Mathematikunterricht*, Heidelberg: Spektrum.

Koubek, J. (2005). „Normative Mathematik in der Betriebswirtschaftslehre". In J. Brüning et al. (Hrsg.), *Die mathematischen Wurzeln der Kultur. Mathematische Innovationen und ihre kulturellen Folgen*, München: Wilhelm Fink (S. 173-193).

Pohlkamp, S. (in Druck). „Das Bildungspotenzial normativer Modellierung am Beispiel von Sitzverteilungsverfahren", *Beiträge zum Mathematikunterricht 2018,* Münster: WTM.

Winter, H. (1975). „Allgemeine Lernziele für den Mathematikunterricht?", *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* 7 (3), 106-116.

Winter, H. (1989). „Lernen für das Leben? Die Lebensversicherung", *Der Mathematikunterricht* 35 (6), 46-66.