



MEMORIA DE EJECUCIÓN DEL PROYECTO DE INNOVACIÓN
DOCENTE ID2022/088:

***COORDINACIÓN Y USO CONJUNTO DEL
PROGRAMA MATHEMATICA EN
ASIGNATURAS BÁSICAS DEL GRADO EN
DESARROLLO DE APLICACIONES 3D
INTERACTIVAS Y VIDEOJUEGOS***

HIGINIO RAMOS CALLE (*)

SUSANA NIETO-ISIDRO (*)

BENJAMÍN ALONSO FERNÁNDEZ (**)

JOSÉ MANUEL FERNÁNDEZ QUEIRUGA (*)

()Departamento de Matemática Aplicada.*

*(**) Departamento de Física Aplicada*

Escuela Politécnica Superior de Zamora.

Universidad de Salamanca

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN Y ANTECEDENTES.....	3
1-CONTEXTO DEL PROYECTO	3
1.1-El Grado en Desarrollo de Aplicaciones Interactivas 3D y Videojuegos	4
1.2-Los participantes en el proyecto.....	5
2-TEST INICIAL DE CONOCIMIENTOS BÁSICOS.....	8
OBJETIVOS DEL PROYECTO.....	10
1-OBJETIVO PRINCIPAL Y SUB-OBJETIVOS	10
2-INDICADORES DE CONSECUCIÓN DE LOS OBJETIVOS.....	11
DESARROLLO DEL PROYECTO	12
1-LOS ESTUDIANTES Y SUS CARACTERÍSTICAS	12
2-CALENDARIO DE ACTUACIONES.....	15
RESULTADOS DEL PROYECTO	18
1-RESULTADOS PRINCIPALES DEL TEST DE CONOCIMIENTOS BÁSICOS	18
1.1-Trayectoria académica previa	18
1.2-Calificaciones matemáticas previas	19
2-DESARROLLO DEL PROYECTO EN EL PRIMER CUATRIMESTRE.....	20
2.1-Métodos Matemáticos: aula presencial	20
2.2-Métodos Matemáticos: aula de informática	23
2.3-Fundamentos de Física para Simulación Digital	28
3-DESARROLLO DEL PROYECTO EN EL SEGUNDO CUATRIMESTRE	34
3.1-Matemática Discreta y Lógica	34
3.2-Fundamentos Gráficos y Geométricos.....	37
4-ALGUNOS RESULTADOS DEL CUESTIONARIO SOBRE USO DEL MATHEMATICA.....	40
CONCLUSIONES	44
REFERENCIAS:.....	45

INTRODUCCIÓN Y ANTECEDENTES

1-CONTEXTO DEL PROYECTO

El presente Proyecto de Innovación Docente, denominado “**Coordinación y uso conjunto del programa *Mathematica* en asignaturas básicas del Grado en Desarrollo de Aplicaciones 3D Interactivas y Videojuegos**” se ha llevado a cabo durante el curso académico 2022-2023 en la Escuela Politécnica Superior de Zamora (E.P.S.Z). Se trata de una aplicación de las actuaciones de mejora sugeridas en el transcurso del Proyecto de Innovación Docente ID2021/198 denominado “**V-MATE. Innovación en Matemáticas para Aplicaciones 3D Interactivas y Videojuegos**” realizado en el curso previo 2021-2022, a cuya memoria de ejecución puede accederse desde el repositorio institucional GREDOS en <http://hdl.handle.net/10366/151944>. A lo largo de la presente memoria se hará referencia a los condicionantes y las conclusiones de dicho proyecto cuando sea necesario, con el objeto de realizar una comparación entre los resultados obtenidos el curso pasado y los obtenidos este año con el presente proyecto de coordinación.

Los cuatro profesores incluidos en este proyecto están adscritos a la E.P.S.Z. y pertenecen los Departamentos de **Matemática Aplicada** (Higinio Ramos Calle, Susana Nieto Isidro y José Manuel Fernández Queiruga) y de **Física Aplicada** (Benjamín Alonso Fernández). Dichos departamentos son los encargados de la docencia de varias asignaturas básicas en la titulación objeto de la presente memoria, pero también en el resto de titulaciones de ingeniería (7 Grados y 2 Dobles Grados) que se imparten en la E.P.S.Z, y que desde el curso 2021-2022 son las siguientes:

- Grado en Desarrollo de Aplicaciones 3D Interactivas y Videojuegos
- Grado en Arquitectura Técnica
- Grado en Ingeniería Agroalimentaria
- Grado en Ingeniería Civil
- Grado en Ingeniería Informática en Sistemas de Información
- Grado en Ingeniería Mecánica
- Grado en Ingeniería de los Materiales

- Doble Grado en Ingeniería Mecánica y de los Materiales
- Doble Grado en Información y Documentación e Informática en Sistemas de Información (junto con la Facultad de Biblioteconomía y Documentación)

Dentro de las titulaciones de ingeniería enumeradas más arriba, se pueden encontrar diferencias importantes entre ellas en características e indicadores tales como el número de estudiantes matriculados, los orígenes tanto académicos como geográficos de dichos estudiantes y los resultados académicos obtenidos (medidos mediante las tasas de éxito y tasas de rendimiento). Destaca especialmente, por sus características propias, la titulación objeto del presente proyecto, el Grado en Desarrollo de Aplicaciones 3D Interactivas y Videojuegos, que se implantó en el curso 2021/2022 y que lleva impartándose dos cursos académicos completos en el centro.

1.1-El Grado en Desarrollo de Aplicaciones Interactivas 3D y Videojuegos

El “Grado en Desarrollo de Aplicaciones 3D Interactivas y Videojuegos” ofrece un total de 30 plazas de nueva matrícula, que en los dos cursos transcurridos desde su implantación en el curso 2021-2022 se han cubierto en su totalidad y ha tenido una gran demanda de preinscripciones. Es la única titulación de este tipo que se ofrece actualmente en Castilla y León, y asimismo su oferta dentro de las universidades españolas es aún bastante escasa, lo que explica la diversa procedencia geográfica de los estudiantes matriculados.

Se trata de una titulación que tiene una gran actualidad y presenta un gran atractivo para los estudiantes, y que además ofrece un amplio abanico de oportunidades y salidas profesionales en múltiples campos: no solamente en el más evidente de desarrollo de videojuegos, sino en la simulación industrial y de procesos de ingeniería, desarrollo de animaciones digitales, realidad virtual, generación de aplicaciones on-line y aplicaciones para móviles, simuladores de todo tipo (de procedimientos médicos y quirúrgicos, de vuelo, de manejo de maquinaria, de procesos automatizados, etc.), “*serious games*” de muy diferentes ámbitos, etc.

Dentro de esta titulación, las asignaturas impartidas por los profesores implicados en el presente proyecto se encuentran en el primer curso dada su naturaleza básica, y son las siguientes:

- **MÉTODOS MATEMÁTICOS:** BÁSICA – 6 Créditos, 1º semestre.
- **FUNDAMENTOS DE FÍSICA PARA SIMULACIÓN DIGITAL:** BÁSICA – 6 Créditos, 1º semestre.
- **FUNDAMENTOS GRÁFICOS Y GEOMÉTRICOS:** BÁSICA – 6 Créditos, 2º semestre.
- **MATEMÁTICA DISCRETA Y LÓGICA:** BÁSICA – 6 Créditos, 2º semestre.

Como puede verse, dichas asignaturas se corresponden con un total de 24 créditos, es decir, un 40% de los 60 créditos de primer curso: este alto porcentaje hace que las innovaciones docentes aplicadas en dichas asignaturas supongan un alto impacto sobre estos estudiantes.

1.2-Los participantes en el proyecto

De los cuatro profesores que participan en este proyecto, Susana Nieto Isidro e Higinio Ramos Calle son Titulares de Universidad del Departamento de Matemática Aplicada, adscritos a la Escuela Politécnica Superior de Zamora, con más de 25 años de experiencia docente y más de 10 años de experiencia en la dirección y participación en una veintena de proyectos de innovación docente en el centro: entre ellos, el proyecto V-MATE que es la base del presente proyecto. El profesor Benjamín Alonso Fernández, es también Titular de Universidad del Departamento de Física Aplicada adscrito al centro con más de 12 años de docencia y ha participado en cerca de una decena de proyectos de innovación docente del ámbito de la óptica y de la física. Por su parte, el profesor José Manuel Fernández Queiruga es Ayudante Doctor del Departamento de Matemática Aplicada, y se ha incorporado a la Escuela Politécnica Superior de Zamora en el curso 2021-2022, coincidiendo con la puesta en marcha de la titulación objeto del presente proyecto de innovación docente. Los participantes en el proyecto han sido valorados positivamente (incluso con la calificación de “Excelente”) en las evaluaciones docentes de la Universidad de Salamanca y entre ellos se encuentra un premio “Gloria Begué” a la Excelencia en la Trayectoria Académica.

El presente proyecto es un proyecto de coordinación entre docentes y departamentos que se basa específicamente en el uso conjunto del programa *Mathematica*. Dicho programa es un sistema de cálculo simbólico de gran potencia y utilidad para la visualización y manejo en 2 y 3 dimensiones de objetos matemáticos y físicos, que destaca por su potente aparato gráfico y sus posibilidades de manipulación dinámica en tiempo real de diferentes funciones y representaciones. La Universidad de Salamanca posee una licencia “campus” válida para dicho programa, que permite su uso por parte de docentes, estudiantes y personal de administración y servicios, y está especialmente diseñado para facilitar su manejo y su uso en la docencia.

Los profesores participantes en el proyecto tienen una dilatada experiencia en el uso del programa en la docencia de sus asignaturas. En particular, los miembros del Departamento de Matemática Aplicada vienen utilizando este programa desde hace más de 20 años para la realización de prácticas de aplicación de conceptos matemáticos en las titulaciones de ingeniería. Además, los profesores participantes en el proyecto también han utilizado *Mathematica* en diferentes iniciativas de investigación sobre docencia en titulaciones de ingeniería, como se puede observar en varios artículos en revistas científicas, capítulos de libros y comunicaciones en congresos especializados (véanse las referencias [1]-[11]). También han utilizado de forma intensiva el programa *Mathematica* en el desarrollo de su labor investigadora, lo que ha dado lugar a numerosas publicaciones especializadas.

A nivel más local, los participantes en el proyecto también han desarrollado diversas iniciativas de innovación docente en la E.P.S.Z. en las que se hace uso específico del programa *Mathematica*, como los siguientes:

1. Proyecto de Innovación Docente ID11/022, Desarrollo de Materiales Docentes relativos a la Aplicación de las Matemáticas en la Ciencia y la Ingeniería.
<http://gedos.usal.es/jspui/handle/10366/120467>
2. Proyecto de Innovación Docente ID2012/216, Desarrollo y uso de materiales docentes para la enseñanza de las Matemáticas elaborados mediante software de cálculo numérico y simbólico.
<http://gedos.usal.es/jspui/handle/10366/122755>

3. Proyecto de Innovación Docente ID2013/093, eMAT2e: Elaboración de Materiales Matemáticos electrónicos. <http://hdl.handle.net/10366/124691>
4. Proyecto de Innovación Docente ID2013/025, EMCVV: Elaboración de Materiales de Cálculo en Varias Variables: Una experiencia interuniversitaria. <http://hdl.handle.net/10366/124623>
5. Proyecto de Innovación Docente ID2014/0235, EMCVV: Elaboración de Materiales de Cálculo en Varias Variables: Nuevas aportaciones. <http://hdl.handle.net/10366/126861>
6. Proyecto de Innovación y Mejora Docente ID2016/190. Fomento del uso del programa *Mathematica* en las asignaturas de ingeniería. <http://hdl.handle.net/10366/135507>
7. Proyecto de Innovación y Mejora Docente ID2017/079 Elaboración de recursos didácticos para ingeniería mediante el programa *Mathematica*. <https://gredos.usal.es/handle/10366/138548>
8. Proyecto de Innovación Docente ID2021/198. V-MATE. Innovación en Matemáticas para Aplicaciones 3D Interactivas y Videojuegos. <http://hdl.handle.net/10366/151944>

Este nivel de conocimientos del programa *Mathematica* tanto en su vertiente de ayuda a la docencia como en su vertiente de apoyo a la investigación y de aprovechamiento de su potencial para servir como vehículo de iniciativas de innovación docente, ha redundado en beneficio de la consecución de los objetivos del proyecto.

2-TEST INICIAL DE CONOCIMIENTOS BÁSICOS

Uno de los primeros pasos que se deben dar para afrontar un proyecto de Innovación Docente con éxito es tener un conocimiento lo más detallado posible de los estudiantes a los que va dirigido y de las circunstancias académicas y socio-demográficas que les afectan.

En particular, en la titulación de Grado en Desarrollo de Aplicaciones 3D Interactivas y Videojuegos es importante conocer el origen académico de los estudiantes, dado que una de las características propias de esta titulación y que ya se detectó en el proyecto V-MATE es la entrada en el Grado de un grupo de estudiantes procedentes del Bachillerato de Bellas Artes (y no de los Bachilleratos de tipo científico-tecnológico, como ocurre con el resto de titulaciones del centro) atraídos por la parte artística, de diseño gráfico y de visualización interactiva 3D que ofrece la titulación. Esta procedencia es de especial interés para los docentes responsables de las asignaturas básicas, pues afecta directamente a los conocimientos iniciales de matemáticas y física con los que los estudiantes acceden a la titulación.

Para obtener estos datos, se ha empleado un **test de conocimientos básicos pre-existente**, que ha sido utilizado por los participantes de este proyecto en diversas ocasiones previas (véanse las referencias [12]-[20]). Es un test validado por expertos, anónimo, que ofrece información muy valiosa sobre los conocimientos básicos de matemáticas (en este caso específicamente sobre cálculo en una variable) que los estudiantes poseen, y que se aplica en los primeros días del comienzo del curso.

Lo más relevante de este test para los objetivos que nos ocupan es el tipo de datos que proporciona: aunque se trata de un test anónimo, incluye una cabecera en la que se recogen datos relativos a los estudios previos a la universidad que ha cursado el/la estudiante: por ejemplo, si proceden de Bachillerato, si proceden de un Ciclo de Formación Profesional o si proceden de otros estudios (por ejemplo, de otra titulación universitaria). También se recogen datos como su nota de matemáticas, el resultado de la prueba de matemáticas de la EBAU o prueba similar que hayan realizado, la modalidad de Bachillerato que puedan haber cursado, la denominación del Ciclo de Formación Profesional que les ha permitido el acceso a los estudios, etc.

A continuación, se muestra una imagen de la cabecera del test que realizan los estudiantes:

CÓDIGO (las cuatro últimas cifras y la letra del NIF): _____ FECHA: _____
TITULACION: _____
CENTRO: _____

- REPETIDOR/A (SI/NO): _____ NÚMERO DE VECES QUE TE HAS PRESENTADO: _____
-¿HAS CAMBIADO DE PLAN DESDE UNA TITULACIÓN NO DE GRADO? (SI/NO): _____
-INDICA TUS ESTUDIOS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD:
1. BACHILLERATO (SI/NO) _____ AÑO DE FINALIZACIÓN _____
MODALIDAD: _____ NOTA DE MATEMÁTICAS: _____
2. AÑO DE SELECTIVIDAD: _____ CONVOCATORIA (JUN./SEPT.): _____
EXAMEN DE MATEMÁTICAS (SI/NO): _____ NOTA DEL EXAMEN DE MATEM.: _____
3. CICLO FORMATIVO (SI/NO): _____
NOMBRE DEL CICLO: _____
4. OTROS (SI/NO): _____ ESPECIFICAR: _____

Figura 1. Detalle de la cabecera del test de conocimientos básicos

Los resultados obtenidos en el presente curso 2022-2023 por los estudiantes objeto del proyecto de innovación serán presentados más adelante, en la sección de Resultados del proyecto.

OBJETIVOS DEL PROYECTO

1-OBJETIVO PRINCIPAL Y SUB-OBJETIVOS

Tal y como se detallaba en la memoria de solicitud: “El OBJETIVO PRINCIPAL del Proyecto es coordinar los materiales y las actividades docentes de cuatro asignaturas básicas de primer curso del Grado en Desarrollo en Aplicaciones 3D Interactivas y Videojuegos (Escuela Politécnica Superior de Zamora), mediante la revisión y reorganización transversal de contenidos y actividades en el aula y mediante el aprovechamiento coordinado del aparato de visualización y de la potencia para la resolución de problemas matemáticos y físicos del programa *Mathematica*.” .

Además de este objetivo principal, se desglosaban una serie de sub-objetivos que también figuraban en la memoria de solicitud:

- SUB-OBJETIVO 1- Optimizar el aprendizaje del manejo del programa *Mathematica* mediante una acción coordinada entre profesores y asignaturas al comienzo del primer cuatrimestre.
- SUB-OBJETIVO 2- Fomentar, mediante el uso coordinado del programa *Mathematica* en las diferentes asignaturas, el manejo interactivo y la visualización bidimensional y tridimensional de objetos matemáticos y de conceptos y problemas básicos de la física.
- SUB-OBJETIVO 3- Coordinar el tipo de problemas prácticos y de aplicación resueltos por los estudiantes en el aula y en el aula de informática, aumentando su similitud y transversalidad entre asignaturas.
- SUB-OBJETIVO 4- Fomentar la aplicabilidad y usabilidad del material generado por profesores y estudiantes, así como la autonomía de los estudiantes en su manejo y diseño.

2-INDICADORES DE CONSECUCCIÓN DE LOS OBJETIVOS

Con el objetivo de medir el grado de consecución de los objetivos y de los sub-objetivos mencionados en la memoria de solicitud, se detallaron una serie de indicadores relacionados con cada uno de ellos, que se irán analizando a lo largo de esta memoria de ejecución. Los indicadores mencionados son los siguientes:

- Se valorará la generación de un cronograma-calendario para las reuniones de coordinación periódica entre los profesores implicados, que refleje la organización transversal de los contenidos y las actividades de las asignaturas que se imparten de forma simultánea o sucesiva. Este indicador está relacionado con el SUB-OBJETIVO 1 y el SUB-OBJETIVO 3.
- Se analizará el número, los contenidos y la calidad de los notebooks específicos generados con *Mathematica* por los profesores y puestos a disposición de los estudiantes en STUDIUM, así como la inclusión de visualizaciones, manipulaciones interactivas, comandos para la resolución de problemas, etc., en las sesiones teóricas o prácticas de las asignaturas. Este indicador está relacionado con el SUB-OBJETIVO 2 y el SUB-OJETIVO 4.
- Se analizará el grado de participación de los estudiantes en las diversas iniciativas, contabilizando su asistencia a las sesiones en el aula y a las sesiones prácticas de resolución de problemas y manipulación del material electrónico, su acceso a los repositorios de material y su implicación en las actividades propuestas. Este indicador está relacionado con el SUB-OBJETIVO 3 y el SUB-OBJETIVO 4.
- Se analizarán las opiniones y la valoración de los estudiantes a partir de la información sobre su avance en las diferentes asignaturas a lo largo del curso en función de los diversos métodos de evaluación: notas de prácticas, habilidades de resolución de problemas, grado de autonomía en la generación de material propio, puntuaciones obtenidas en exámenes o cuestionarios, calificación de trabajos, etc. Se valorarán especialmente los resultados obtenidos en los cuestionarios específicos de satisfacción. Este indicador está relacionado con la consecución exitosa del OBJETIVO PRINCIPAL del proyecto, y por lo tanto está relacionado con todos los SUB-OBJETIVOS mencionados.

DESARROLLO DEL PROYECTO

1-LOS ESTUDIANTES Y SUS CARACTERÍSTICAS

Como se ha mencionado previamente, las características de los estudiantes de la titulación de Grado en Desarrollo de Aplicaciones 3D Interactivas y Videojuegos son sensiblemente diferentes de las del resto de estudiantes de la Escuela Politécnica Superior de Zamora. Veamos algunas de estas características propias:

1 –Estudiantes seleccionados:

La alta demanda de esta titulación ha tenido como consecuencia que los estudiantes de primera matrícula (se han cubierto las 30 plazas ofrecidas por la Universidad) estén muy seleccionados y presenten una buena competencia académica acompañada de una elevada nota de entrada. Si bien ese dato de la nota de entrada en la titulación no está a disposición de los profesores que imparten las asignaturas de primer curso, durante este curso 2022-2023 se ha puesto claramente de manifiesto a la hora de dar clase, observando los conocimientos previos de los estudiantes, su soltura a la hora de manejar conceptos y operaciones matemáticas o físicas y su nivel de comprensión y adquisición de nuevos conocimientos.

Este buen nivel académico hace que resulte mucho más sencilla la introducción de elementos novedosos como el uso del programa *Mathematica* (que no es de uso habitual en los institutos al ser un programa propietario con un elevado coste de licencia), así como de conceptos matemáticos y/o físicos de mayor dificultad o novedad. También se ha evidenciado en las elevadas tasas de éxito y rendimiento obtenidas durante este curso en las asignaturas objeto del proyecto, que superan sensiblemente las de otras asignaturas de similares contenidos que se imparten en las otras titulaciones de la E.P.S.Z., como se detallará más adelante.

Asimismo, la intensa selección a la que han sido sometidos los estudiantes mejora sus niveles de participación, su motivación y compromiso con los estudios y la sensación de “privilegio” por estar realizando la titulación que desean. Esto hace que sean unos estudiantes centrados en las asignaturas, que acuden regularmente y con interés a las clases y que realizan con responsabilidad y a tiempo las tareas marcadas por los profesores.

2- Homogeneidad de los estudiantes:

Además de tener en común el buen nivel académico y la motivación, los estudiantes del curso 2022-2023 presentan bastantes aspectos en los que rige la homogeneidad. Ocurre así, como se verá más adelante, con su trayectoria académica previa; al contrario de lo que ocurría en el curso 2021-2022, en el que el grupo de estudiantes procedentes de Bellas Artes era muy numeroso para una titulación de estas características (véase <http://hdl.handle.net/10366/151944> para más detalles). También sus edades son muy similares: en la mayoría de los casos el rango de edad se sitúa en los 18-19 años. La única causa de heterogeneidad es geográfica: además de los estudiantes procedentes de Zamora, Salamanca, Valladolid o Ávila, un porcentaje de ellos proceden de fuera de Castilla y León: de Albacete, Murcia, Jaén, Huelva, Cáceres e Islas Canarias.

3-Buena relación personal e intenso sentido de grupo

Una de las características que más llaman la atención de este grupo, incluso dentro del propio Campus, es el buen ambiente interpersonal entre los estudiantes, la excelente relación social que han establecido y la comunicación fluida y constante que hay entre ellos. Es claramente visible su sensación de pertenencia a un grupo: suelen trasladarse de aula todos juntos o pasar los descansos en animada conversación, comparten residencias de estudiantes o pisos, comen juntos en la cafetería, se reúnen para estudiar o para actividades de ocio, etc. Probablemente, tanto sus intereses comunes como sus diferentes orígenes geográficos, han contribuido a que busquen relación con sus compañeros en una ciudad en la que no tienen más familia o referencias previas.

4-Escaso absentismo y bajo nivel de abandono

Una de las características más llamativas desde el punto de vista de los docentes implicados es que se trata de un grupo en el que apenas hay absentismo. Así, a pesar de que en las asignaturas objeto del proyecto la asistencia no es obligatoria, los estudiantes han acudido todos durante todos los días al aula de clase, han realizado todas las prácticas en el aula de informática, han entregado todas las tareas propuestas y colaborado de forma activa en todas las actividades planteadas. Por ejemplo, el porcentaje de estudiantes presentados a los exámenes ronda el 100%, lo cual es muy poco frecuente en los estudios de ingeniería y contrasta con la situación del resto de los grupos y titulaciones en los que imparten docencia los profesores participantes de este proyecto.

Al finalizar el curso se ha constatado el abandono de la carrera por parte de dos estudiantes de nuevo ingreso. Este porcentaje también es muy inferior al que se suele producir en los primeros cursos de las titulaciones de ingeniería y denota de nuevo el compromiso de los estudiantes con una titulación que presenta un gran atractivo para ellos.

4- Alto porcentaje de mujeres:

En las titulaciones de tipo tecnológico o de ingeniería la presencia de mujeres suele ser minoritaria y la Escuela Politécnica de Zamora no es una excepción. Sin embargo, en la titulación de Grado en Desarrollo de Aplicaciones 3D Interactivas y Videojuegos esa tendencia no se manifiesta: en el primer curso 2021-2022 las mujeres constituían la mitad del total de estudiantes de nuevo ingreso (15 de 30). En el presente curso 2022-2023 la presencia de mujeres de nuevo ingreso es inferior (9 de 30) pero aun así constituye un tercio de los estudiantes, a diferencia de lo que ocurre en la mayoría de las titulaciones de ingeniería del campus.

2-CALENDARIO DE ACTUACIONES

Dado que este proyecto de innovación docente afecta principalmente a cuatro asignaturas de primer curso, tanto del primer como del segundo cuatrimestre, las actuaciones se han realizado a lo largo de todo el curso 2022-2023. Sin embargo, las principales actuaciones han tenido lugar durante el primer cuatrimestre, debido a los siguientes condicionantes:

- La coordinación principal está basada en el uso conjunto del programa *Mathematica* en las asignaturas de matemáticas y física de primer curso. Ha sido entonces imprescindible comenzar por dotar a los estudiantes de un manejo suficiente de dicho programa al comienzo del curso, que permita su uso con fluidez en el resto de las asignaturas. De este manejo se ha encargado la asignatura **MÉTODOS MATEMÁTICOS**, del primer cuatrimestre, que está diseñada para utilizar de forma intensiva el aula de informática, con dos horas semanales de las cuatro de las que consta la asignatura.
- Este entrenamiento ha permitido el uso del programa en la asignatura de **FUNDAMENTOS DE FÍSICA PARA SIMULACIÓN DIGITAL** que se imparte en paralelo durante ese mismo primer cuatrimestre. Los conocimientos adquiridos han sido luego ampliados en las restantes asignaturas, a saber, **MATEMÁTICA DISCRETA Y LÓGICA** y **FUNDAMENTOS GRÁFICOS Y GEOMÉTRICOS**, del segundo cuatrimestre.
- Aunque la coordinación entre profesores se produce a lo largo de todo el curso y hay profesores que imparten docencia durante todo el curso al mismo grupo, la coordinación principal entre departamentos también se produce principalmente en el primer cuatrimestre, pues salvo **FUNDAMENTOS DE FÍSICA PARA SIMULACIÓN DIGITAL**, el resto de asignaturas son impartidas por profesores del mismo departamento, en este caso el Departamento de Matemática Aplicada.

Teniendo en cuenta estos condicionantes, el calendario de desarrollo del proyecto para este curso ha sido el siguiente:

1-Mes de Septiembre de 2022:

Como es deseable, el proyecto comenzó con un diagnóstico de la situación en la que se encontraba el grupo de clase, tanto en cuanto a su nivel de conocimientos básicos como a su origen académico. Se empleó para ello el **test de conocimientos básicos** pre-existente, que se aplicó en el primer día de clase de la asignatura **MÉTODOS MATEMÁTICOS** (el día 12 de septiembre).

A continuación se analizaron los resultados del test, tanto en cuanto al contenido matemático que debía ser reforzado como en cuanto a las procedencias académicas de los estudiantes. Dichos resultados, especialmente los referidos a la composición del grupo, fueron compartidos por los miembros del proyecto, específicamente entre los profesores que imparten docencia en el primer cuatrimestre a este grupo (Higinio Ramos Calle y Susana Nieto Isidro en **MÉTODOS MATEMÁTICOS** y Benjamín Alonso Fernández en **FUNDAMENTOS DE FÍSICA PARA SIMULACIÓN DIGITAL**).

2-Meses de Octubre-Diciembre de 2021:

A lo largo del desarrollo del cuatrimestre, se sucedieron en paralelo las actividades en las asignaturas de **MÉTODOS MATEMÁTICOS**, a la que correspondió el grueso del entrenamiento en el uso del *Mathematica* y **FUNDAMENTOS FÍSICOS PARA SIMULACIÓN DIGITAL**, en la que se emplearon diferentes ejemplos de simulación de situaciones físicas utilizando dicho programa, como se detallará posteriormente. Cuando ha sido necesario, se han producido comunicaciones verbales entre los profesores para valorar la marcha del curso y el rendimiento académico de los estudiantes.

3-Meses de Diciembre de 2022-Enero de 2023:

Se produjo la evaluación de las asignaturas del primer cuatrimestre, que en el caso de la asignatura **MÉTODOS MATEMÁTICOS** incluyó un sistema mixto de evaluación (con un examen y con la propuesta de trabajos de aplicación) específico para los conocimientos de los estudiantes sobre el programa *Mathematica*.

4- Meses de Febrero-Mayo de 2023:

A partir de febrero de 2023 comienzan las asignaturas **MATEMÁTICA DISCRETA Y LÓGICA**, impartida por Susana Nieto Isidro, y **FUNDAMENTOS GRÁFICOS Y GEOMÉTRICOS**, impartida por José Manuel Fernández Queiruga. Ambas asignaturas incluyen el uso del programa *Mathematica* para la realización de prácticas de aplicación de contenidos matemáticos, utilizando para ello sesiones específicas en el aula de informática. Sin embargo, presentan diferentes sistemas de evaluación de esta parte, que incluye un examen específico de manejo del programa en la asignatura de **FUNDAMENTOS GRÁFICOS Y GEOMÉTRICOS**, y la valoración detallada de las prácticas individuales desarrolladas por los estudiantes en el aula de informática para la asignatura **MATEMÁTICA DISCRETA Y LÓGICA**.

5-Finales de mayo de 2023

Con el objeto de valorar con detalle la satisfacción de los estudiantes con la iniciativa y sus opiniones sobre el uso del programa *Mathematica*, se pasó a los estudiantes una **encuesta específica** sobre la dificultad de manejo del programa y sobre su utilidad e idoneidad percibida tanto para sus estudios como para su futuro desarrollo profesional.

6-Junio de 2023

Al finalizar la parte lectiva del curso 2022-2023 se analizaron los resultados de la encuesta específica de uso del programa *Mathematica* y se pusieron en común los detalles de las actividades realizadas en cada asignatura y los materiales desarrollados en cada una de ellas.

Finalmente, se elaboró la memoria de ejecución del proyecto con la colaboración de todos los docentes implicados.

RESULTADOS DEL PROYECTO

1-RESULTADOS PRINCIPALES DEL TEST DE CONOCIMIENTOS BÁSICOS

En primer lugar, abordamos los resultados obtenidos por el test de conocimientos básicos cumplimentado por los estudiantes en el primer día de clase.

Dicho test, que es anónimo pero con la cabecera mostrada anteriormente, consta de 25 cuestiones divididas en dos grupos. Las 14 primeras son cuestiones de tipo teórico-práctico con respuesta Verdadero/Falso, y las 11 últimas son pequeñas operaciones o representaciones gráficas que requieren de un desarrollo matemático, por lo que disponen de un pequeño espacio en el que responder a las cuestiones.

Se trata de un test que proporciona una gran cantidad de información y cuyo análisis detallado queda fuera de esta memoria (véanse las referencias [12]-[16] para mayor detalle). A continuación se van a mostrar algunos resultados relevantes en lo relacionado con este proyecto.

1.1-Trayectoria académica previa

El test de conocimientos previos se aplicó a los estudiantes el primer día de clase de la asignatura MÉTODOS MATEMÁTICOS y lo completaron 32 estudiantes. Según los datos aportados por la cabecera del test, su procedencia es la siguiente:

- Estudiantes procedentes de un Bachillerato de ciencias o científico-técnico: 28
- Estudiantes procedentes de un Bachillerato de ciencias de la salud: 3
- Estudiantes procedentes del Bachillerato de Artes/Ciclos Profesionales: 1

A diferencia de lo que ocurría en el primer curso de la titulación (veáse <http://hdl.handle.net/10366/151944>) en el que un tercio de los estudiantes no había

cursado un Bachillerato de tipo científico-tecnológico, en este grupo hay una mayor homogeneidad en cuanto a sus trayectorias académicas previas.

Esta homogeneidad ha permitido a los estudiantes avanzar a un ritmo similar en la adquisición de los conocimientos matemáticos y físicos impartidos en las asignaturas básicas. También ha facilitado la labor de los profesores, que han podido impartir su docencia sin que una parte significativa del grupo se quedase atrás, como ocurrió en el curso anterior. En general, la buena relación personal entre ellos mencionada previamente ha tenido el efecto de “arrastrar” a los estudiantes con menores conocimientos, que se han beneficiado en muchas ocasiones del empuje y de la ayuda de los estudiantes con mayor capacidad.

1.2-Calificaciones matemáticas previas

Otro dato de interés que aporta la cabecera del test es una estimación de las notas obtenidas por los estudiantes en las asignaturas de matemáticas que han cursado en el Bachillerato, así como en el examen de matemáticas de la prueba de acceso a la Universidad que han realizado en su comunidad de origen. Algunos datos sobre estas notas son los siguientes:

- Estudiantes con nota de matemáticas superior a 7 en el Bachillerato: 21 de 27 (hay 5 estudiantes que no declaran su nota). De ellos, 6 tienen una nota de 9 o superior.
- Estudiantes con nota de matemáticas superior a 7 en la prueba de acceso a la Universidad: 23 de 30 (hay 2 estudiantes que no declaran su nota). De ellos, 12 tienen una nota de 9 o superior.
- Estudiantes que declaran haber obtenido una calificación de 10 en alguna de las notas anteriores: 5

Estas elevadas calificaciones, que no son muy frecuentes entre el alumnado de primera matrícula del centro, dan una idea del nivel académico general del grupo, y explican en parte los buenos resultados académicos (medidos por las tasas de éxito y rendimiento) que han obtenido en las asignaturas objeto del proyecto.

2-DESARROLLO DEL PROYECTO EN EL PRIMER CUATRIMESTRE

Durante el primer cuatrimestre, se han desarrollado actividades de coordinación en el uso del programa *Mathematica* entre las asignaturas MÉTODOS MATEMÁTICOS y la FUNDAMENTOS DE FÍSICA PARA SIMULACIÓN DIGITAL. Dado que es el cuatrimestre en el que se presenta el programa a los estudiantes y se les inicia en su manejo, las actividades han sido variadas e intensas, acompañando al desarrollo de las asignaturas. Veamos con más detalle cuáles han sido estas actividades para cada una de las asignaturas:

2.1-Métodos Matemáticos: aula presencial

Como se ha comentado previamente, la docencia de esta asignatura se ha dividido en dos partes relacionadas, pero diferenciadas. Por una parte, las actividades en el aula de informática que detallaremos posteriormente, y que ocupan la mitad de los créditos de la asignatura. Y por otra parte las actividades en el aula presencial, que también se han apoyado cuando ha sido posible en las capacidades de cálculo y representación tridimensional aportadas por *Mathematica*.

La asignatura de Métodos Matemáticos, tal y como se puede consultar en la guía académica en <https://guias.usal.es/node/148817> incluye principalmente contenidos de cálculo en varias variables precedidos de un repaso del cálculo en una variable, como es lo más adecuado para unos estudiantes que han de desarrollar aplicaciones 3D. Por ello, las capacidades del excelente aparato gráfico que presenta *Mathematica* son especialmente adecuadas para mostrar la representación de gráficas de funciones de varias variables, recintos en dos y tres dimensiones, y curvas y superficies parametrizadas o en diferentes coordenadas.

En el material didáctico proporcionado por los profesores en el campus virtual STUDIUM se presentan multitud de ejemplos realizados utilizando *Mathematica*, tanto para ilustrar los contenidos teóricos como para la resolución de ejercicios o el planteamiento de tareas a realizar por los estudiantes, como se puede observar en las siguientes figuras:

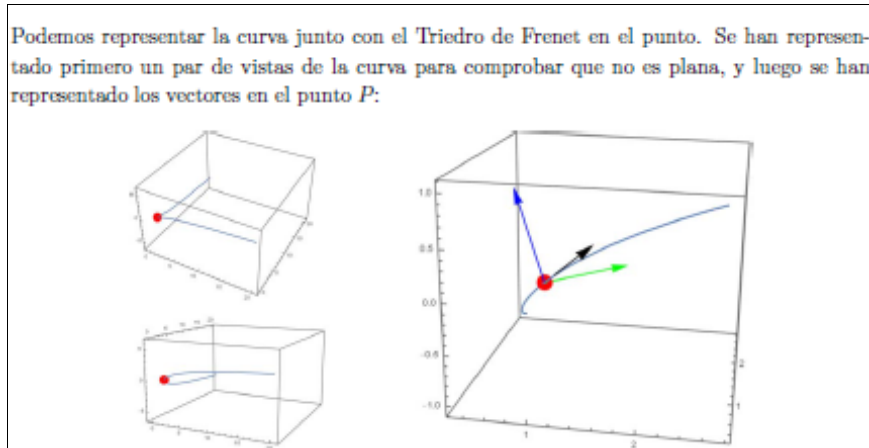


Figura 2a. Ejemplo de visualización incluida en los apuntes teóricos

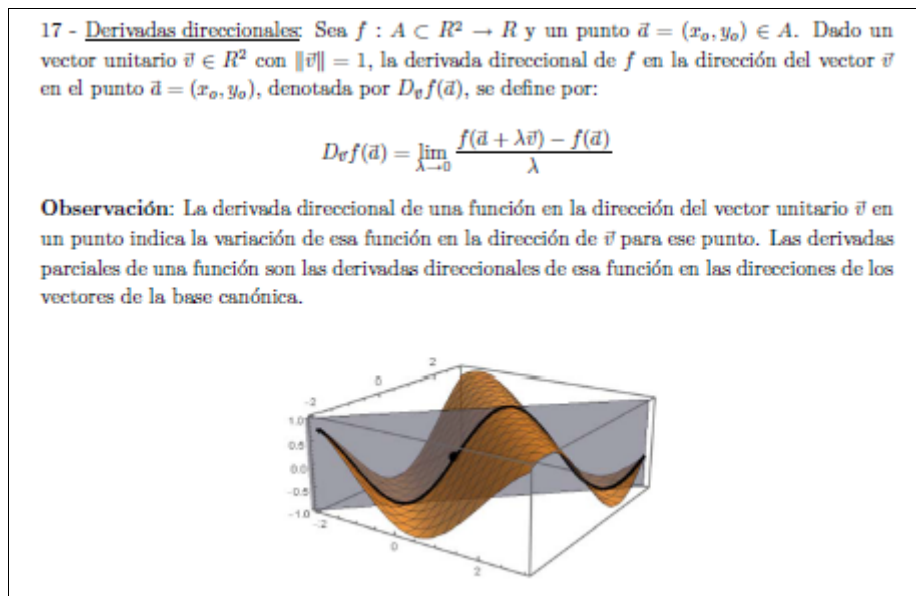


Figura 2b. Ejemplo de visualización incluida en los apuntes teóricos

En las Figuras 2a y 2b se muestran ejemplos de la introducción en los apuntes teóricos de gráficas tridimensionales generadas con *Mathematica*: en el primer caso se ilustran los diferentes puntos de vista desde los que se puede observar un objeto tridimensional moviendo la representación gráfica y superponiendo elementos con diferentes colores, y en el segundo se muestra la superposición de diferentes elementos (la gráfica de la función, el plano, la curva y el punto) utilizando diferentes propiedades de color, opacidad, grueso de línea, etc.

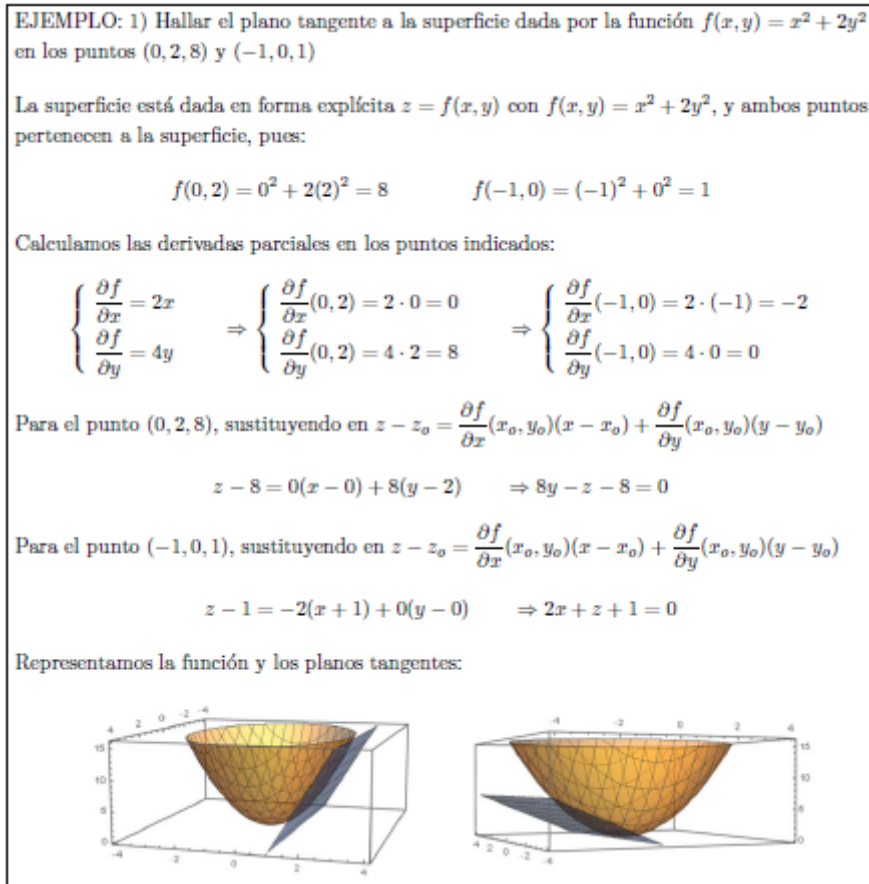


Figura 3a. Utilización de *Mathematica* para representar las soluciones de un ejercicio

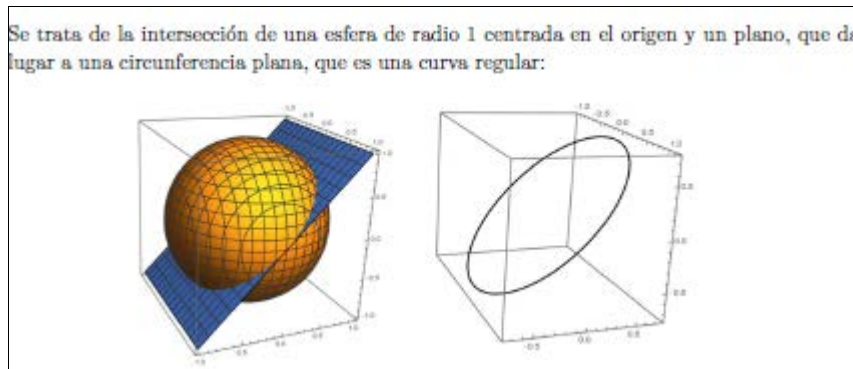


Figura 3b. Utilización de *Mathematica* para representar soluciones a un ejercicio

En las Figuras 3a y 3b se muestran ejemplos del uso de diferentes representaciones generadas por *Mathematica* con diferentes colores, opacidades y puntos de vista, para visualizar los resultados de un problema de aplicación resuelto con detalle en el material de estudio proporcionado a los estudiantes.

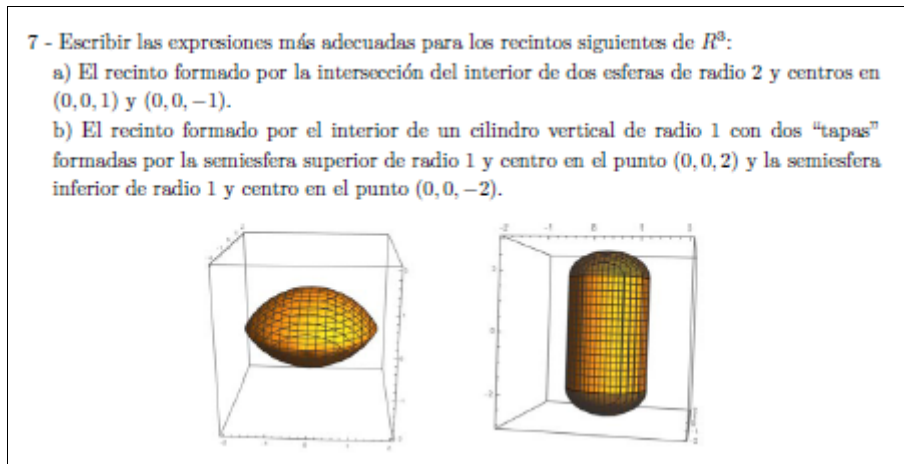


Figura 4. Utilización de *Mathematica* en el enunciado de un problema propuesto

En la Figura 4, por su parte, se muestra la utilización de figuras tridimensionales generadas con *Mathematica* para proponer ejercicios que los estudiantes deben resolver por su cuenta: la resolución correcta del ejercicio supone que son capaces de replicar el mismo resultado utilizando los comandos adecuados de *Mathematica*, y estos ejercicios son abordados también en el aula de Informática.

2.2-Métodos Matemáticos: aula de informática

Por otra parte, la asignatura de Métodos Matemáticos es la que se encarga de forma principal de introducir a los estudiantes en el manejo del programa *Mathematica*. Para ello dispone de dos horas semanales en el aula de informática, en la que se realizan principalmente tres tipos de actividades:

- Explicación de los principales comandos de *Mathematica*, de la sintaxis y la estructura adecuada para la realización de operaciones e instrucciones, etc.
- Resolución utilizando los comandos de *Mathematica* de algunos problemas realizados en el aula presencial o de problemas propios planteados en el aula de informática.
- Representación gráfica de conceptos matemáticos en el espacio para ampliar los contenidos del aula presencial.

Veamos algunos ejemplos de estas actividades que se han realizado en el aula de informática durante el curso 2022-2023:

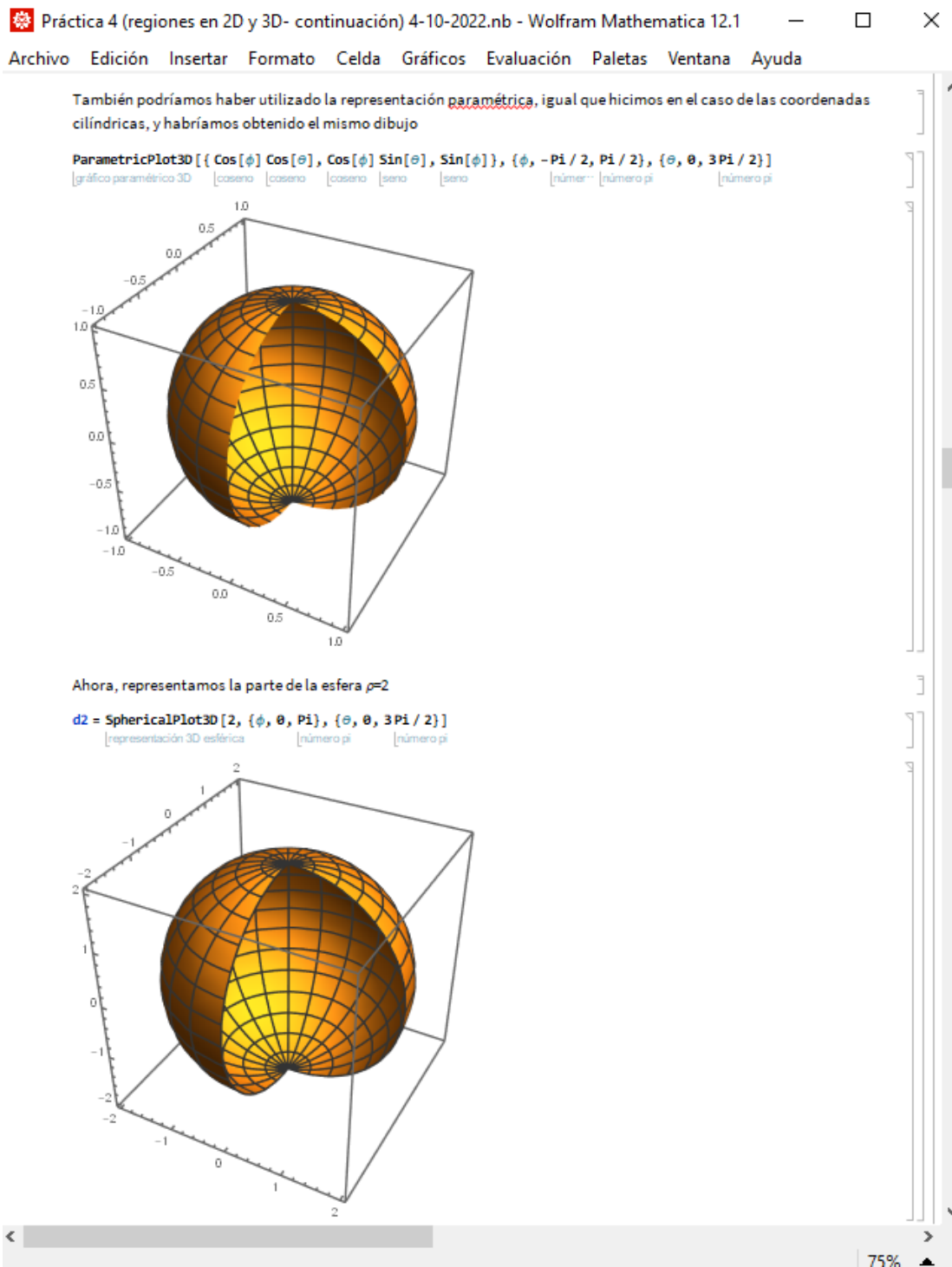


Figura 5. Ejemplo de material proporcionado en el aula de informática

En la Figura 5, por ejemplo, se muestran dos diferentes formas en las que *Mathematica* es capaz de representar un mismo elemento del espacio, en este caso un sector de una esfera, haciendo uso de diferentes comandos y aproximaciones.

Práctica 4 (regiones en 2D y 3D- continuación) 4-10-2022.nb - Wolfram Mathematica 12.1

Archivo Edición Insertar Formato Celda Gráficos Evaluación Paletas Ventana Ayuda

-4 -2 0 2 4

11 - Hallar las superficies de nivel de las funciones escalares siguientes:

- superficies de nivel de $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$
- superficies de nivel de $f(x, y, z) = 2y^2 + z^2$
- superficies de nivel de $f(x, y, z) = x^2 + y^2 - z$
- superficies de nivel de $f(x, y, z) = x - z^3$

```
ContourPlot3D[x^2 + y^2 + z^2, {x, -2, 0}, {y, -2, 0}, {z, -2, 2},
|representación 3D de contornos
Contours -> {1/2, 1, 3/2, 2, 5/2, 3}, AxesLabel -> {x, y, z}, BoxRatios -> Automatic]
|contornos |etiqueta de ejes |cocientes de... |automático
```

Figura 6. Ejemplo de material proporcionado en el aula de informática

En la Figura 6 se muestra un fragmento de un ejercicio de resolución de algunos problemas propuestos en el aula presencial, en este caso el cálculo de superficies de nivel. Este ejercicio, que está resuelto de manera analítica en el aula presencial, es difícil de representar en la pizarra; sin embargo, empleando las capacidades gráficas de *Mathematica* es fácilmente visualizable, personalizando el tipo de dibujo y sus características, y girándolo si es necesario para obtener un mejor punto de vista.

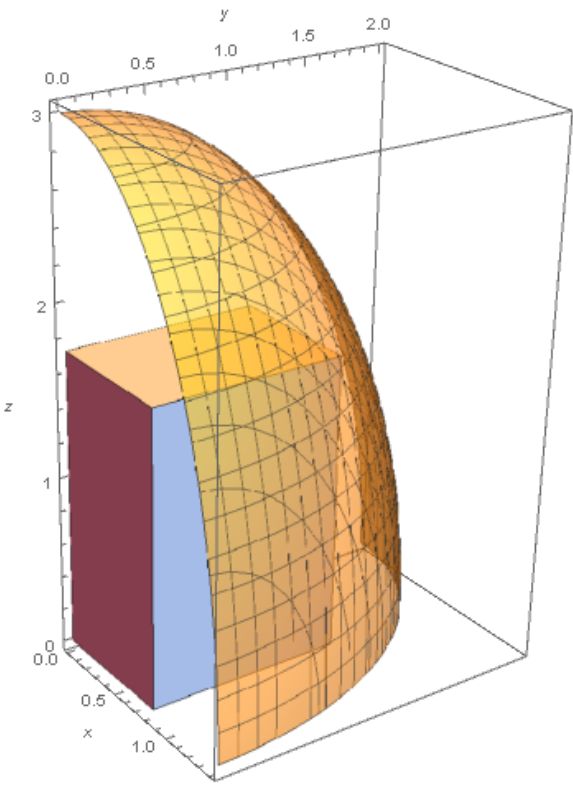
Práctica 7 (ejemplo de extremos condicionados).nb - Wolfram Mathematica 12.1

Archivo Edición Insertar Formato Celda Gráficos Evaluación Paletas Ventana Ayuda

PROBLEMA: Halle la caja que tiene volumen máximo estando un vértice en el origen y el opuesto en la diagonal que lo contiene, sobre la superficie

$$\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{9} = 1$$

La superficie que contiene el vértice opuesto al origen es un elipsoide. Tendremos pues que buscar la caja de volumen máximo según aparece en la figura siguiente



100%

Figura 7 Ejemplo de material proporcionado en el aula de informática

En la Figura 7 se muestra un ejemplo de problema propuesto en el aula de informática, en el que los estudiantes deben buscar tanto la solución analítica como la representación gráfica que la acompaña, siguiendo el ejemplo proporcionado por el profesor.

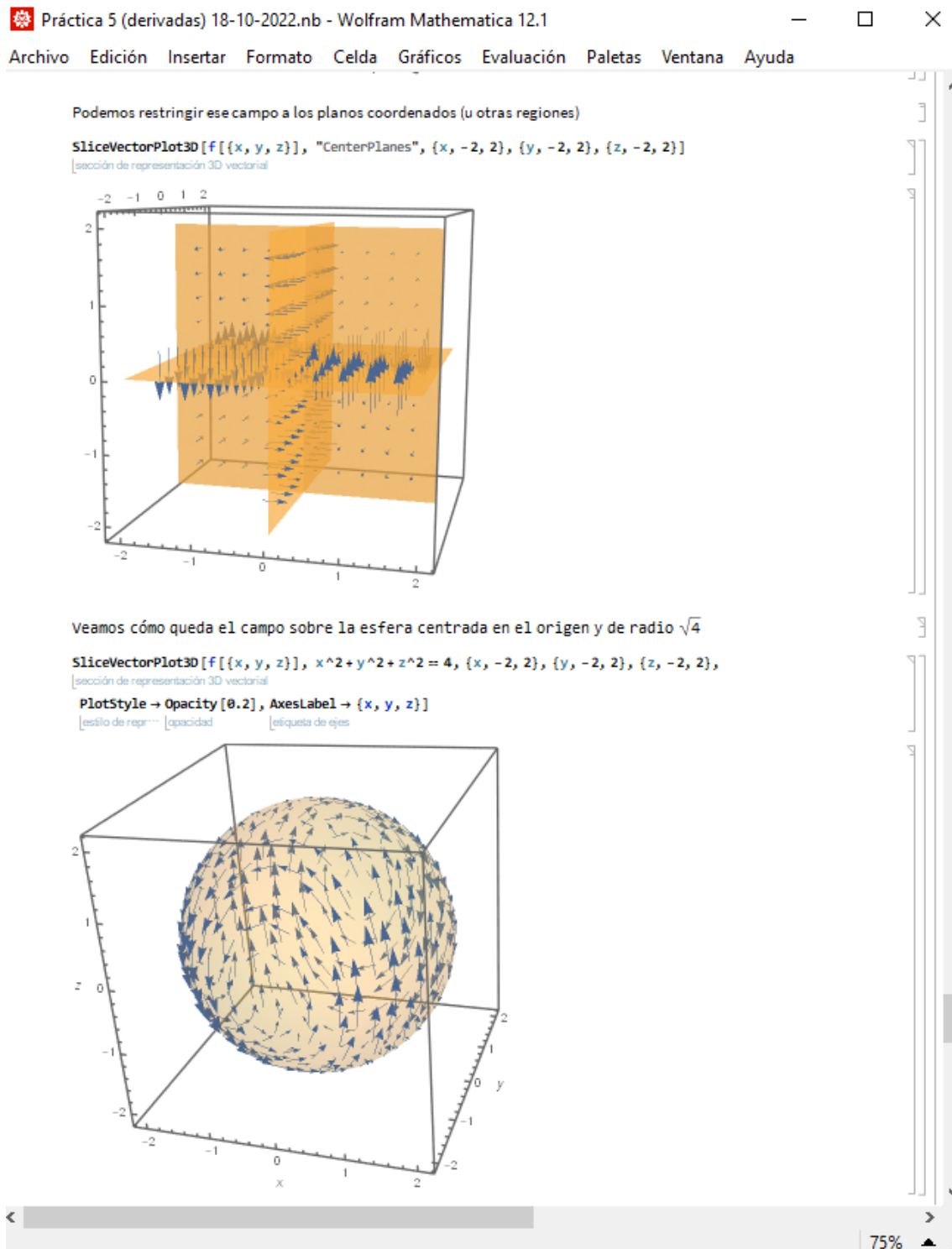


Figura 8. Ejemplo de material proporcionado en el aula de informática

En la Figura 8 se muestra la ilustración utilizando *Mathematica* de la representación de un campo vectorial tridimensional, que es muy difícil de representar en la pizarra, y que permite ampliar conocimientos vistos en el aula presencial.

2.3-Fundamentos de Física para Simulación Digital

En esta asignatura, se ha recurrido a la herramienta *Mathematica* desde distintos ámbitos. Por un lado, se han utilizado *notebooks* (es el nombre de los documentos propios de *Mathematica*) para visualizar y analizar conceptos trabajados en las clases teóricas y prácticas, y por otro lado se han proporcionado otros *scripts* (fragmentos de código generados con el lenguaje de programación propio de *Mathematica*) a los alumnos para que pudieran profundizar de forma individual en la materia abordada. En cualquier caso, todos ellos quedan a disposición de los alumnos en el campus virtual para que trabajen a su ritmo.

En cuanto a la producción de los *notebooks* utilizados, varios han sido desarrollados por el profesor de la asignatura, a la par que han sido complementados por otros ejemplos disponibles en *Wolfram Demonstrations Project* (en particular los del ámbito de la Física), accesible en abierto en <https://demonstrations.wolfram.com/>. Es habitual que en los ejemplos desarrollados se incluyan tanto opciones de resolver problemas, en los que se pueden modificar las funciones de entrada para resolver distintos casos, como representación gráfica de las soluciones mediante los comandos *Manipulate* y *Animate*, que permiten analizar estudios dinámicos o ver el efecto en la solución del problema de distintos parámetros de entrada. Varios de los desarrollos se han realizado en coordinación con los profesores del Departamento de Matemática Aplicada que imparten docencia en las otras asignaturas implicadas en el proyecto, teniendo en cuenta que los alumnos eran novales en esta herramienta.

En cuanto a las simulaciones desarrollados para el profesor, se ha realizado un ejemplo de cinemática unidimensional que sirve para revisar y comprender los conceptos de posición, velocidad y aceleración, especialmente para los alumnos con perfil de ingreso menos científico-tecnológico. Con la misma filosofía, aunque con un nivel más avanzado, se ha desarrollado un ejemplo de cinemática en dos dimensiones, en el que se encuentran predefinidos tanto algunos movimientos canónicos (p. ej., el tiro parabólico, el movimiento circular uniforme y el movimiento circular uniformemente acelerado), como tres movimientos en el plano con cinemática más compleja.

Naturalmente, el alumno puede editar estos movimientos, modificando los parámetros característicos (radio, velocidad angular, ángulo de lanzamiento, etcétera) o añadiendo otros movimientos no canónicos para su estudio. La simulación proporcionada permite inicialmente calcular y representar las ecuaciones de movimiento, así como las componentes de la velocidad y de la aceleración. En una segunda parte, se utiliza para representar la trayectoria del movimiento con una animación del objeto que incluye el vector velocidad y las componentes tangencial y total del vector aceleración (que más adelante, se podrá relacionar con la dinámica).

En la Figura 9 se muestra una captura de uno de los movimientos planos arbitrarios. En la animación, el alumno puede estudiar cómo varía el módulo de la velocidad, si el objeto acelera o decelera, en qué medida se curva la trayectoria, y otras magnitudes cinemáticas.

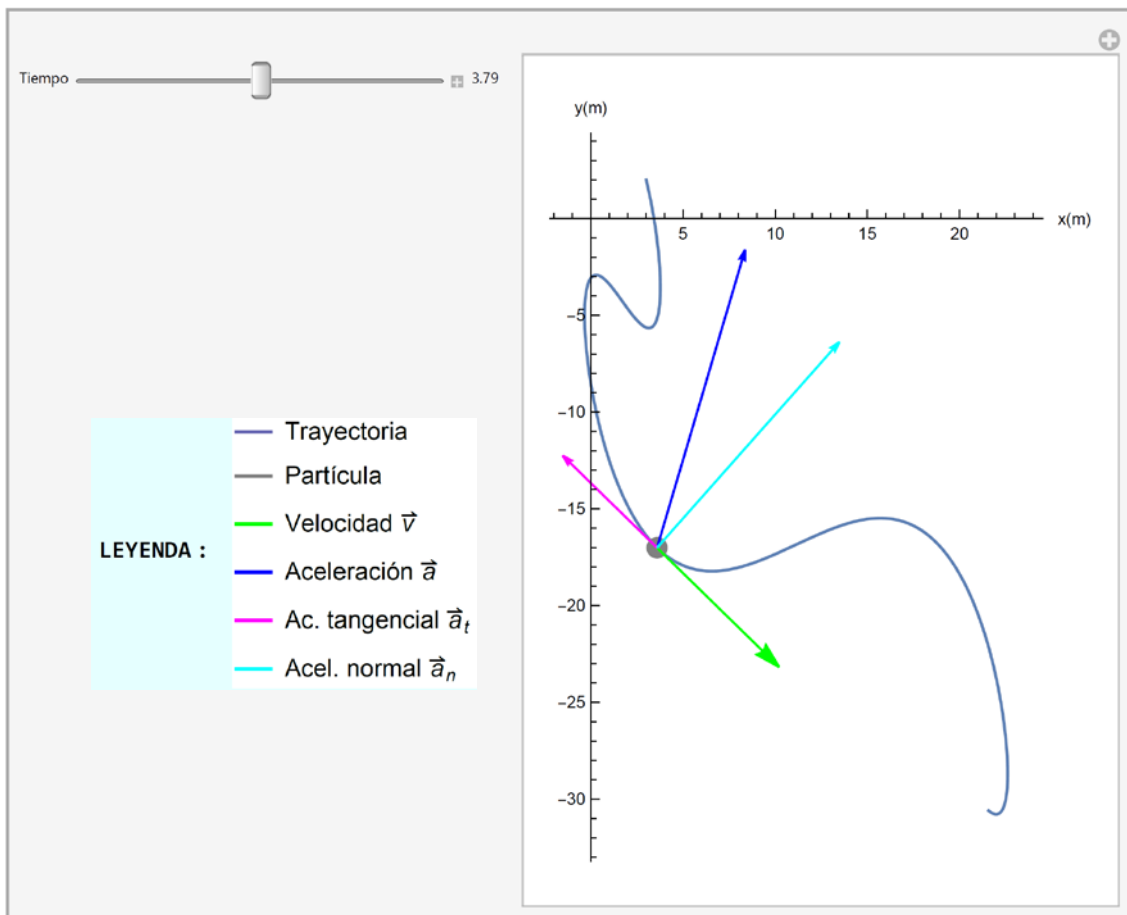


Figura 9. Ejemplo del vector velocidad y aceleración en un movimiento plano arbitrario.

Para abordar el estudio del movimiento en 3D, la herramienta *Mathematica* resulta muy útil tanto desde el punto de vista del cálculo, como desde el de la visualización. Por ese motivo, se proporciona a los alumnos una simulación en la que, dada una trayectoria que se puede definir arbitrariamente, se definen los vectores tangente, normal y binormal a la misma.

En la Figura 10 se muestra el ejemplo de una trayectoria helicoidal, si bien se han estudiado más trayectorias.

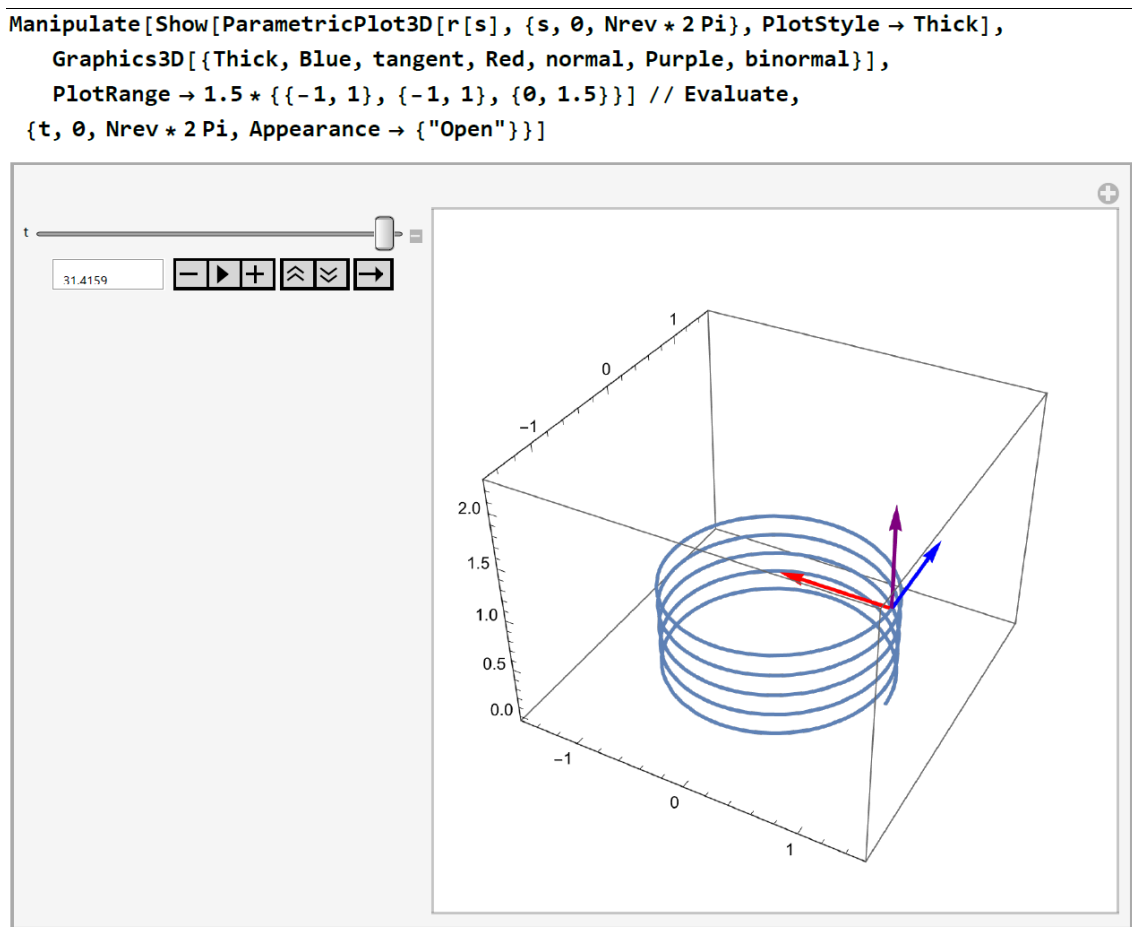


Figura 10. Trayectoria y triedro de Frenet para un movimiento helicoidal.

En el tema de oscilaciones y ondas, se ha generado otro *notebook* en el que se estudia en primer lugar el movimiento armónico simple, esencial en el tema y que permite repasar y profundizar a aquellos alumnos que lo han estudiado previamente, estudiando en detalle su cinemática y su dinámica. En la Figura 11 se muestra un instante de la animación del objeto, incluyendo los vectores velocidad y aceleración. La amplitud del movimiento y la posición de equilibrio con parámetros controlables por el usuario.

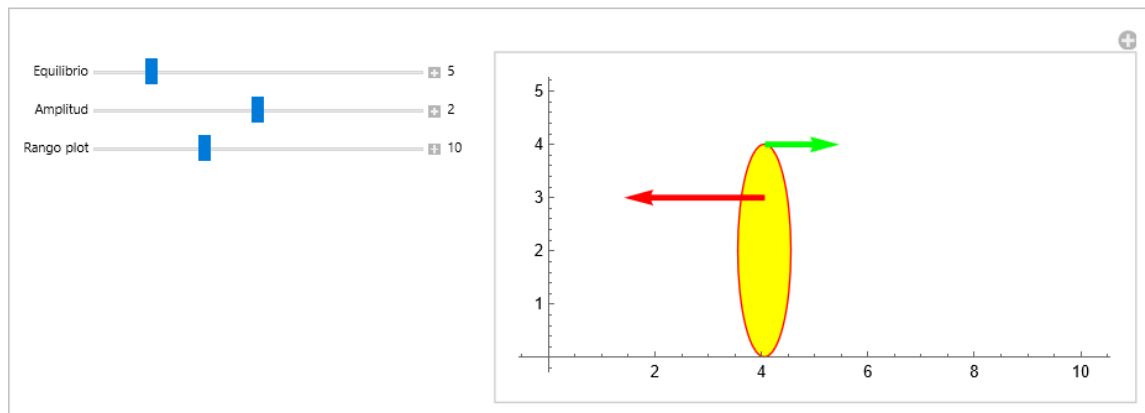
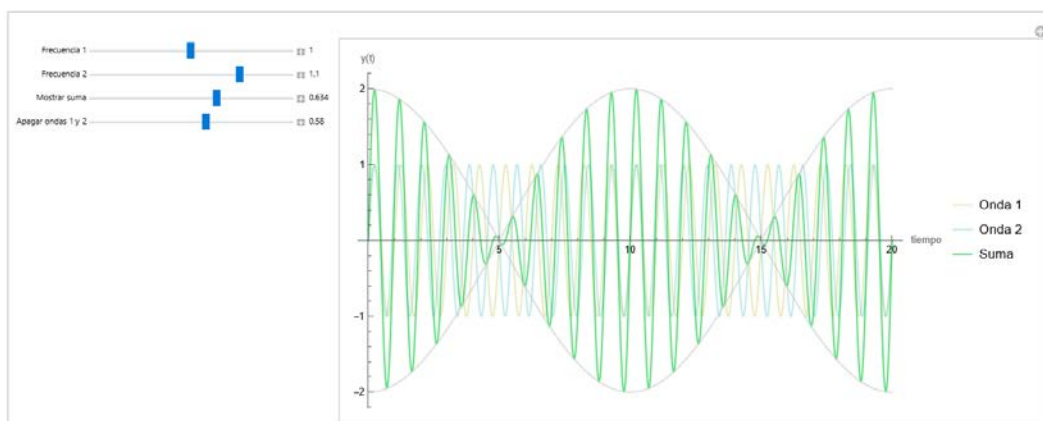


Figura 11. Captura de la animación del movimiento armónico simple.

Más allá de ese caso básico, también se utiliza para visualizar ondas armónicas viajeras y estacionarias, y otros casos de interés de ondas: interferencia de ondas viajeras, con la misma o con distinta amplitud, interferencia de ondas con frecuencia próxima para estudiar sus batidas (ver ambos casos en la Figura 12), etcétera. En el tema de óptica se ha utilizado para simular mezcla de colores, con carácter complementario a otros simuladores web con los que se ha trabajado.



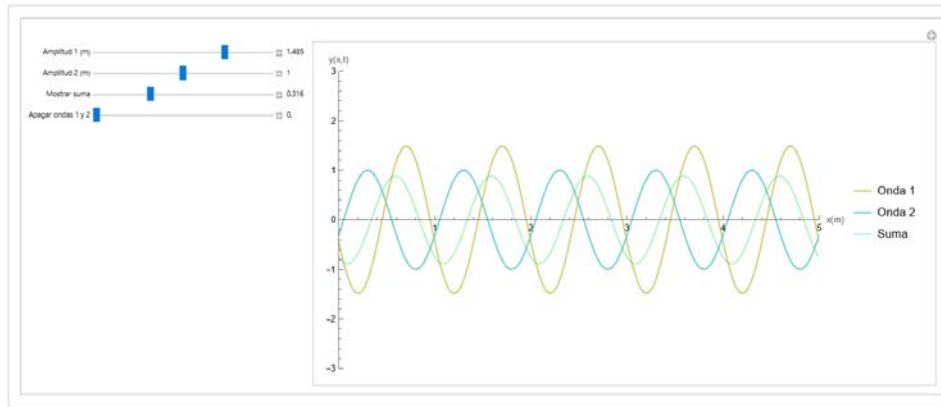


Figura 12. Capturas de la suma de dos ondas de igual amplitud y distinta frecuencia manipulable (arriba) y de dos ondas viajeras contrapropagantes con la misma frecuencia y amplitud manipulable.

Cabe destacar que en el presente curso académico se ha utilizado el simulador de cinemática 2D desarrollado por el profesor para que los alumnos trabajasen especialmente con él, y se ha evaluado el desempeño a través de un cuestionario de STUDIUM. Se han diseñado un total de 11 preguntas, en las que algunas de ellas tienen entradas variables para cada alumno. Cada alumno ha de responder a 6 preguntas que se eligen de forma aleatoria, pero cubriendo los distintos tipos de movimiento estudiados. Para responder el cuestionario, es necesario que el alumno sepa manejar la simulación de *Mathematica* a nivel de usuario. Un ejemplo de pregunta se muestra en la Figura 13.

En el "Movimiento arbitrario en x e y, Ejemplo 1":

(Seleccionar todas las respuestas correctas, las incorrectas penalizan)

- a. En torno a los instantes $t=1.02s$ y $t=2.13s$, la aceleración normal es muy elevada porque la velocidad tiene que ser grande al curvar la trayectoria.
- b. En torno al instante $t=4.72s$, la aceleración normal es prácticamente cero porque el objeto está prácticamente parado.
- c. En torno a los instantes $t=1.02s$ y $t=2.13s$, la aceleración tangencial pasa de estar opuesta a la velocidad a estar en su mismo sentido, porque el módulo de la velocidad pasa por un mínimo.
- d. En torno al instante $t=4.72s$, la aceleración normal es prácticamente cero porque el objeto se mueve en un tramo de trayectoria prácticamente recto.

Figura 13. Ejemplo de pregunta sobre el cuestionario de cinemática 2D.

La experiencia fue satisfactoria, dado que, de los 45 alumnos, el 90% superó el cuestionario, y la nota media fue de notable, como puede verse en la Figura 14, extraída de las herramientas de seguimiento de STUDIUM. Más allá de la evaluación, la estrategia supone un reto para los alumnos, que se ven forzados tanto a manejar *Mathematica* como a entender los conceptos físicos estudiados, por lo que supone para ellos una buena oportunidad de aprendizaje.

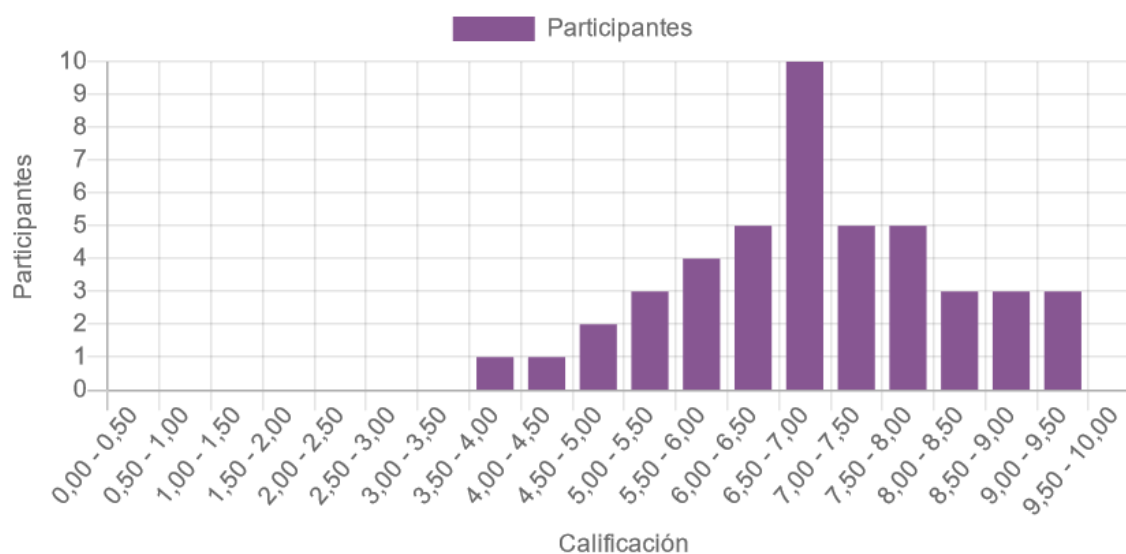


Figura 14. Calificación de los alumnos del cuestionario de cinemática 2D en el curso 2022-2023.

Por último, mencionar algunos de los *scripts* de *Mathematica* que se han empleado y que no se han generado expresamente para esta asignatura, sino que se ha recurrido al repositorio de ejemplos mencionado anteriormente, *Wolfram Demonstrations Project* disponible en abierto en <https://demonstrations.wolfram.com/>.

Entre otros, han servido para estudiar: tiro parabólico con rozamiento con el aire, masa moviéndose en un plano inclinado, masa unida a un muelle oscilando sobre un plano inclinado, máquina de Atwood considerando el momento de inercia de la polea, teorema de Bernoulli, ecuación de continuidad, efecto Venturi, o lentes y refracción de un objeto sumergido. Fuera del ámbito de *Mathematica*, se han utilizado otros simuladores web o en otras plataformas para complementar los objetivos abordados en el presente proyecto.

3-DESARROLLO DEL PROYECTO EN EL SEGUNDO CUATRIMESTRE

Durante el segundo cuatrimestre, el proyecto de coordinación en el uso del *Mathematica* se aplicó a las asignaturas Matemática Discreta y Lógica (impartida en su totalidad por el Departamento de Matemática Aplicada) y Fundamentos Gráficos y Geométricos (con docencia compartida entre el Departamento de Matemática Aplicada y el Departamento de Construcción y Agronomía, área de Expresión Gráfica en la Ingeniería).

3.1-Matemática Discreta y Lógica

Tal y como figura en la guía académica en <https://guias.usal.es/node/148814> esta asignatura contiene temas relacionados con la lógica de proposiciones, lógica de predicados y Álgebra de Boole, temas relacionados con la combinatoria, la teoría de números y la aritmética modular, y temas relacionados con grafos, árboles y autómatas celulares.

En esta asignatura, los estudiantes realizaron prácticas con el programa *Mathematica* a lo largo de todo el curso, para ilustrar los conceptos vistos en los diferentes temas en el aula presencial. Estas prácticas fueron evaluadas individualmente por la profesora e incluidas en la evaluación continua de la asignatura. También se utilizó *Mathematica* como apoyo para la realización de otras tareas de la evaluación continua, como por ejemplo la realización de trabajos y problemas propuestos con ayuda de algunos comandos específicos.

El uso de *Mathematica* en esta asignatura es especialmente relevante, pues una de las características de este programa es su amplitud de contenidos matemáticos (y no solamente matemáticos), que permite emplearlo en contextos que no se encuentran habitualmente en otros programas de Cálculo Simbólico, como la lógica, los grafos o los autómatas.

Veamos algunos ejemplos de uso del *Mathematica* en esta asignatura:

1-logica prop.nb - Wolfram Mathematica 12.1

Archivo Edición Insertar Formato Celda Gráficos Evaluación Paletas Ventana Ayuda

Input

Así, por ejemplo, podemos escribir las tablas de verdad de todas las conectivas lógicas:

```
TableForm[BooleanTable[{p, r, p ∨ r, p ∧ r, p ⇒ r, p ⇔ r}]]
```

[forma de ta... [tabla booleana]

True	True	True	True	True	True
True	False	True	False	False	False
False	True	True	False	True	False
False	False	False	False	True	True

La expresión **Boole[proposición]** transforma los valores de verdad de la proposición en 0 (cuando es Falso) y 1 (cuando es verdadero), así que podemos escribir:

```
Boole[BooleanTable[{p, r, p ∨ r, p ∧ r, p ⇒ r, p ⇔ r}]]
```

[funci... [tabla booleana]

```
{{1, 1, 1, 1, 1, 1}, {1, 0, 1, 0, 0, 0},
 {0, 1, 1, 0, 1, 0}, {0, 0, 0, 0, 1, 1}}
```

Y en forma de tabla:

```
TableForm[Boole[BooleanTable[{p, r, p ∨ r, p ∧ r, p ⇒ r, p ⇔ r}]]]
```

[forma de ta... [funci... [tabla booleana]

1	1	1	1	1	1
1	0	1	0	0	0
0	1	1	0	1	0
0	0	0	0	1	1

Podemos incluir instrucciones para que nos dé las etiquetas en la fila superior:

```
TableForm[Boole[BooleanTable[{p, r, p ∨ r, p ∧ r, p ⇒ r, p ⇔ r}]],
 TableHeadings -> {None, {"A", "B", "A∨B", "A∧B", "A⇒B", "A⇔B"}}]
```

[forma de ta... [funci... [tabla booleana]

[cabeceras de tabla [ninguno]

A	B	A∨B	A∧B	A⇒B	A⇔B
1	1	1	1	1	1
1	0	1	0	0	0
0	1	1	0	1	0
0	0	0	0	1	1

Figura 15. Ejemplo de uso del *Mathematica* en una práctica

En la Figura 15 se muestra la construcción paso a paso de una tabla de verdad para una proposición lógica utilizando diferentes comandos de *Mathematica* y sus opciones.

GRAFOS PLANOS

1) Da una definición de grafo plano y escribe cuál es la relación que hay entre las aristas, los vértices y las regiones (o caras) de un grafo plano conexo (Fórmula de Euler).

2) Estudia si los siguientes grafos son planos (puedes utilizar el comando de Mathematica `PlanarGraphQ[grafo]`). Los que sean planos dibújalos sin cortes (si es posible, manteniendo los vértices en el mismo sitio) y comprueba la Fórmula de Euler.

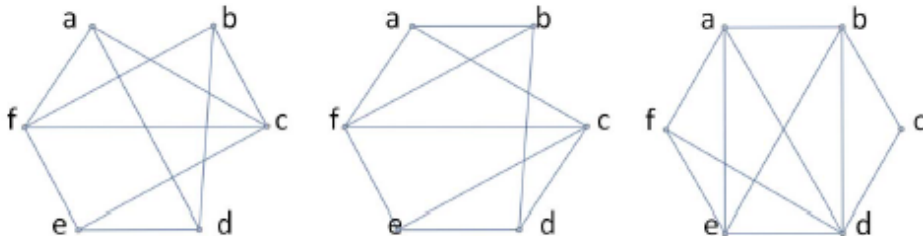


Figura 17. Ejemplo de uso del *Mathematica* en un enunciado de un trabajo propuesto

En la Figura 17, se muestra un fragmento de uno de los trabajos propuestos que forman parte de la evaluación continua de la asignatura. En este caso se utiliza *Mathematica* tanto para representar los grafos del enunciado, como para la resolución del problema propuesto, indicando a los estudiantes el comando adecuado de *Mathematica* que pueden emplear

3.2-Fundamentos Gráficos y Geométricos

Según se puede ver en la guía académica de la asignatura en <https://guias.usal.es/node/148803>, se trata de una asignatura que tiene dos partes impartidas por dos departamentos diferentes: el departamento de Matemática Aplicada imparte los contenidos correspondientes a los fundamentos geométricos en el espacio, lo que hace que el uso de *Mathematica* sea especialmente útil.

En esta asignatura, los estudiantes también realizaron prácticas con el programa *Mathematica* a lo largo de todo el curso. Sin embargo, en lugar de realizar una evaluación continua de las prácticas según las realizaban los estudiantes, se optó por la realización de un examen final de aplicación.

Veamos algunos ejemplos de uso del *Mathematica* en esta asignatura:

4-afin.nb * - Wolfram Mathematica 12.1

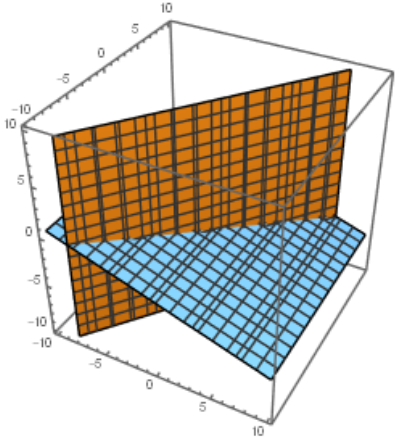
Archivo Edición Insertar Formato Celda Gráficos Evaluación Paletas Ventana Ayuda

Text

Si podemos escribir la ecuación continua considerando sólo dos de las variables de cada vez, que es equivalente a escribir dos planos, como antes:

ContourPlot3D $\left\{\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{4}, \frac{x-1}{3} = \frac{z+3}{-1}\right\}, \{x, -10, 10\}, \{y, -10, 10\}, \{z, -10, 10\}$

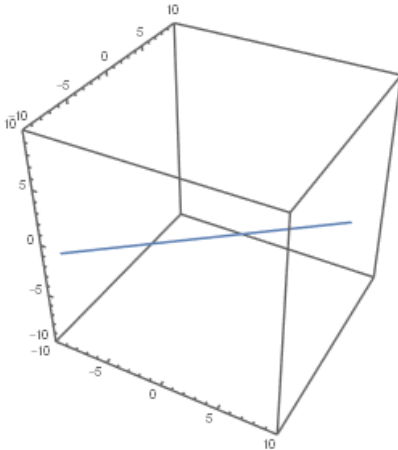
[representación 3D de 3 planos]



Si queremos representar sólo la recta y no los planos que la definen, tenemos que utilizar una expresión parametrizada, y la expresión adecuada es **ParametricPlot3D**[ecuacione $\{t, \text{min}, \text{max}\}$], donde t es el parámetro.

ParametricPlot3D[(1 + 3 t, 2 + 4 t, -3 - t), {t, -5, 5}, PlotRange -> {{-10, 10}, {-10, 10}, {-10, 10}}]

[gráfico paramétrico 3D]
[rango de representación]



75%

Figura 18. Ejemplo de utilización de *Mathematica* en una práctica

En la Figura 18 podemos ver un ejemplo de representación en el espacio afín de una recta, bien como intersección de dos planos o bien mediante su expresión por medio de ecuaciones paramétricas

6-conicas no rotadas.nb * - Wolfram Mathematica 12.1

Archivo Edición Insertar Formato Celda Gráficos Evaluación Paletas Ventana Ayuda

Input

130. 140. 150. 160. 170. 180. 190. 1100. 1110. 1120. 1130. 1140. 1150. 1160. 1170. 1180. 1190. 1200. E

Si queremos hacer representaciones en el espacio, podemos utilizar la instrucción:

ContourPlot3D**[**expresion, {x, xmin, xmax}, {y, ymin, ymax},
[representación 3D de contorno:
{z, zmin, zmax}**]**

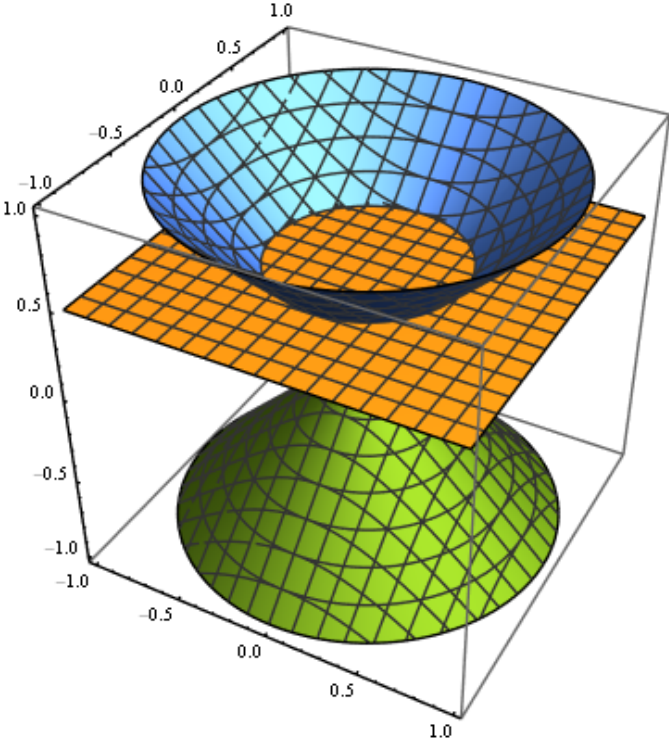
Por ejemplo, para representar las cónicas como los cortes de un plano con un cono recto vertical, podemos escribir las siguientes instrucciones. Está solamente la instrucción y no la salida para que el fichero no ocupe mucho, podéis evaluar cada una de ellas y luego borrar la salida:

1-La circunferencia:

```
ContourPlot3D[{2 z - 1 == 0, z - Sqrt[x^2 + y^2] == 0, z + Sqrt[x^2 + y^2] == 0},  

[representación 3D de contornos:  

  {x, -1, 1}, {y, -1, 1}, {z, -1, 1}]
```



100%

Figura 19. Ejemplo de utilización del *Mathematica* en una práctica

En la Figura 19 podemos ver la utilización del *Mathematica* para la representación de cónicas, en este caso una circunferencia como intersección de un cono y un plano.

4-ALGUNOS RESULTADOS DEL CUESTIONARIO SOBRE USO DEL MATHEMATICA

Al finalizar el curso 2022-2023 los estudiantes cumplieron un test sobre utilización del programa *Mathematica*, con el objeto de comprobar su adquisición de conocimientos para el manejo fluido del mismo, y su percepción sobre la utilidad del programa en las asignaturas, la titulación y su posible desarrollo profesional.

Se trata de un test pre-existente con un total de 12 preguntas desarrollado por los participantes del proyecto. Contiene cuestiones relacionadas con la utilidad, el grado de manejo y la aplicabilidad del programa *Mathematica*, así como otras cuestiones relacionadas con las dificultades que los estudiantes pueden encontrar en el manejo del programa (puede consultarse <http://hdl.handle.net/10366/151944> para un análisis más pormenorizado de las cuestiones incluidas). El test también incluye una pequeña sección de texto libre en la que los estudiantes pueden indicar aquellos aspectos que consideren de interés o que pueden aportar para la mejora de las prácticas y actividades realizadas con *Mathematica*.

Este test fue cumplimentado de forma anónima por 28 de los estudiantes del grupo, si bien se ha descartado uno de los ejemplares puesto que las respuestas no se adecuaban al formato numérico requerido.

El estudio estadístico detallado de todas las preguntas queda fuera del alcance de esta memoria, pero vamos a mostrar los resultados de algunas de las cuestiones más relevantes para el alcance del proyecto de innovación:

- **Cuestión 1: ¿Las prácticas con *Mathematica* te han ayudado a entender la materia?**
Se trata de una pregunta con puntuación de 0 a 10, que resulta especialmente importante para nuestros propósitos, puesto que el objetivo del proyecto es favorecer el aprendizaje de los estudiantes mediante el uso del programa de cálculo simbólico de forma conjunta.

Los resultados obtenidos en esta cuestión son los siguientes:

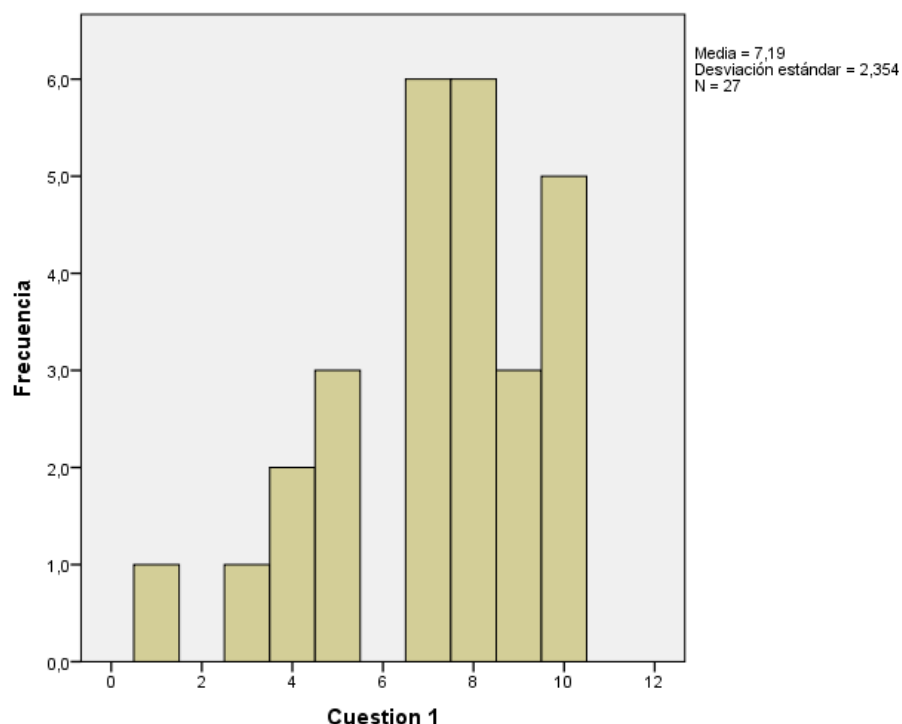


Figura 20. Resultados de la cuestión 1

Podemos ver en la Figura 20 cómo las respuestas en este caso se sitúan mayoritariamente en los valores superiores de la escala; salvo un caso con una puntuación de 1, las puntuaciones son generalmente superiores a 7, con un número importante de casos que lo valoran con un 10. La media es de 7,19.

Si se comparan estos resultados con los obtenidos en el curso anterior (véase <http://hdl.handle.net/10366/151944>), la media en esta misma cuestión era de 5,44, lo que muestra una mejora considerable en la percepción de los estudiantes sobre la utilidad de las actuaciones para fomentar una mayor comprensión de las asignaturas implicadas.

- Cuestión 3: ¿Crees que lo visto en clase te permite utilizar el programa con cierta soltura para realizar los cálculos que necesites hacer dentro de tus estudios?

También se trata de una cuestión con valoración de 0 a 10, en la que se trata de averiguar si los estudiantes han alcanzado un nivel del manejo del programa que sea suficiente para que puedan extrapolarlo a otros contextos dentro de la titulación.

Los resultados obtenidos en esta cuestión son los siguientes:

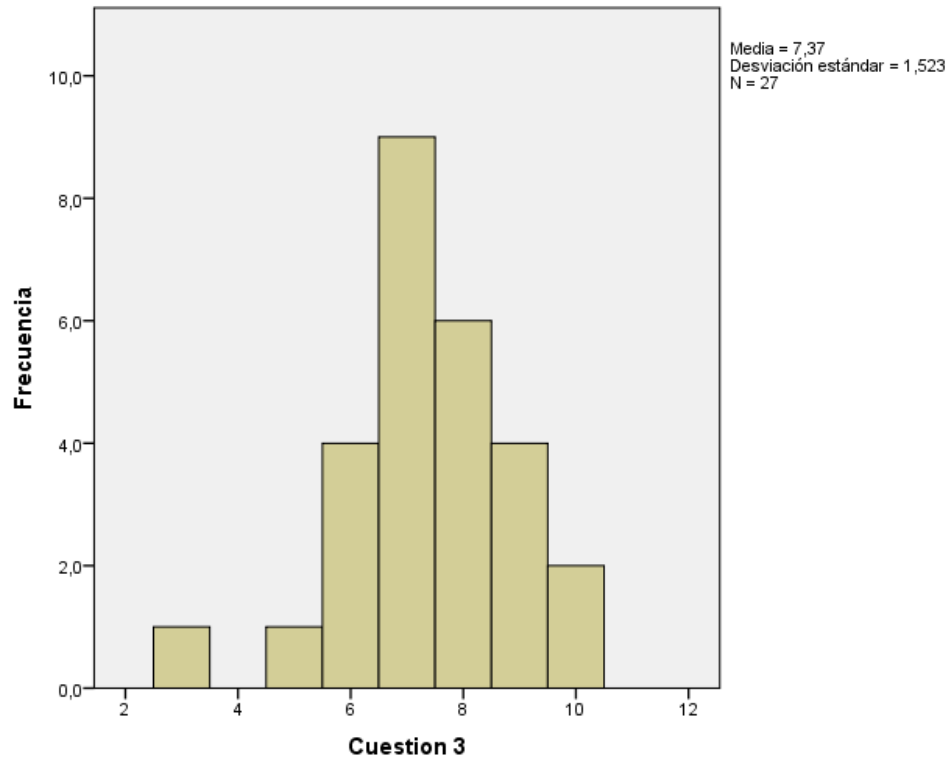


Figura 21. Resultados de la cuestión 3

En la Figura 21 podemos ver cómo, salvo en un caso, apenas hay valoraciones inferiores a 5 en esta cuestión, siendo mayoritarios los valores elevados. La media en esta cuestión es del 7,37, que también supera la media obtenida por los estudiantes del curso anterior (véase <http://hdl.handle.net/10366/151944>), que era de un 6,48. Parece entonces que las actuaciones que se han realizado han dotado a estos estudiantes de un mejor manejo (en promedio) del programa *Mathematica*.

Por otra parte, puede resultar de interés el analizar las propuestas o comentarios que los estudiantes han realizado utilizando el texto libre de la encuesta:

Indica algún aspecto de las prácticas con *Mathematica* que crees que requiere mejora, y/o aporta los comentarios o sugerencias que creas convenientes:

Nada, realmente están muy bien gestionadas.

GRACIAS POR TU COLABORACIÓN

Figura 22a. Comentario libre en la encuesta

Figura 22b. Comentario libre en la encuesta

Figura 22c. Comentario libre en la encuesta

Como se puede ver en las Figuras 22a, 22b y 22c, los estudiantes aprecian favorablemente la realización de prácticas con *Mathematica* dentro de las asignaturas, y se muestran interesados en aprender más sobre aspectos tales como el manejo de los errores de los comandos.

CONCLUSIONES

En general, los profesores participantes en el proyecto nos sentimos satisfechos de la labor realizada y de haber conseguido alcanzar los objetivos y sub-objetivos que nos habíamos planteado.

Como aspectos positivos, cabría destacar la buena acogida de los estudiantes del uso de un programa común para todas las asignaturas, lo que les ha permitido alcanzar un nivel de manejo bastante óptimo: las prácticas en aula de informática y los exámenes del *Mathematica* de las asignaturas del segundo cuatrimestre han sido realizados con soltura por los estudiantes, y apenas ha habido abandono por su parte de las actividades propuestas. Parece además que se ha fomentado una mayor comprensión y visualización de algunos conceptos, y los resultados académicos han sido en general muy satisfactorios.

Como aspectos negativos, la coordinación entre profesores es mejorable: se trata de un proyecto que abarca todo el curso y que implica a profesores de diversos departamentos y con otras obligaciones docentes en el resto de titulaciones del centro, lo que ha imposibilitado muchas veces que se realizasen reuniones presenciales de todos los implicados. Se ha sustituido esa coordinación global (quizá un poco utópica) por reuniones puntuales de menor tamaño entre los profesores que estaban dando clase simultáneamente al mismo grupo, lo que ha resultado ser la solución más eficaz dadas las circunstancias.

De cara al futuro, es la intención de todos los participantes el mantener este sistema de trabajo y coordinación, manteniendo el *Mathematica* como una herramienta que sea utilizada en común para las asignaturas básicas de la titulación.

REFERENCIAS:

- [1] Nieto-Isidro, S., Ramos, H. (2021). The use of Computer Algebra Systems (CAS) in the teaching of Engineering Mathematics. An example: the *Mathematica* system. *Docência da Matemática no Ensino Superior*, pp. 147-161. https://www.ipc.pt/ipc/wp-content/uploads/2021/05/Docencia-da-Matematica-no-ES_Colecao-Estrategias-Ensino.pdf
- [2] Nieto-Isidro, S., Ramos, H. (2017). Un proyecto interdepartamental de promoción de herramientas tecnológicas en ingeniería. El caso del sistema *Mathematica*. *Actas IV CINAIC*, pp. 526-531. http://dx.doi.org/10.26754/CINAIC.2017.000001_111
- [3] Ramos, H., Nieto-Isidro, S. (2017). Representaciones gráficas y resolución de ecuaciones y sistemas no lineales por métodos numéricos: dos aspectos complementarios. Aplicación en el caso del sistema *Mathematica* *Actas del VIII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática (CIBEM)*, vol. 9, pp. 134-142. http://www.cibem.org/images/site/LibroActasCIBEM/ComunicacionesLibroActas_CB801-900.pdf
- [4] Nieto-Isidro, S., Ramos, H. (2017). Representación interactiva de rectas y planos y sus posiciones relativas en el espacio afín utilizando *Mathematica*. *Actas del VIII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática (CIBEM)*, vol. 9, pp. 124-133. http://www.cibem.org/images/site/LibroActasCIBEM/ComunicacionesLibroActas_CB801-900.pdf
- [5] Nieto-Isidro, S., Ramos, H. (2017). Use of a symbolic computation program to reinforce the spatial abilities of engineering students. *IEEE Revista Iberoamericana de Tecnologías del Aprendizaje*, 12(1), 37-44. <http://dx.doi.org/10.1109/RITA.2017.2658978>
- [6] Ramos, H., Nieto-Isidro, S. (2016). Dynamic visualization of the relative position of straight lines on the plane using *Mathematica*. *Proceedings TEEM'16*, pp. 831-838. <http://dx.doi.org/10.1145/3012430.3012614>

- [7] Nieto, S. and Ramos, H. (2016) Constructing extended Boolean functions from truth tables using the *Mathematica* system. *2016 International Symposium on Computers in Education (SIIE)*, Salamanca, Spain, 2016, pp. 1-6. <https://doi.org/10.1109/SIIE.2016.7751828>
- [8] Nieto-Isidro, S., Ramos, H. (2015). Cómo mejorar las capacidades de visualización tridimensional de los estudiantes de ingeniería. *La Sociedad del Aprendizaje. Actas del III Congreso Internacional sobre Aprendizaje, Innovación y Competitividad*, pp. 417-422. http://138.4.83.137/dmami/documentos/liti/Actas_CINAIC_2015.pdf
- [9] Ramos Calle et al., (2014). Materials for a course in Calculus on several variables: An example of inter-university collaboration, *9th Iberian Conference on Information Systems and Technologies (CISTI)*, pp. 1-4. <http://dx.doi.org/10.1109/CISTI.2014.6877082>
- [10] Ramos, H., Nieto-Isidro, S. (2014). Visualización de funciones de dos variables mediante el programa *Mathematica* (explorando las posibilidades pedagógicas del programa más allá de lo evidente). *Sistemas y Tecnologías de Información. Actas de la 9ª Conferencia Ibérica de Sistemas y Tecnologías de Información*, Vol. I, pp. 1021-1026. <http://dx.doi.org/10.1109/CISTI.2014.6877083>
- [11] Nieto-Isidro, S. and Ramos, H. (2011). Test de conocimientos previos: una oportunidad para aprender de los errores. *Primeras Jornadas de Innovación Docente de la Universidad de Salamanca*, pp. 113-119. <http://gredos.usal.es/jspui/handle/10366/113202>
- [12] Nieto-Isidro, S., Rodríguez- Conde, M.J. and Martínez-Abad, F. (2012). Evaluación de conocimientos previos de matemáticas en estudiantes de nuevo ingreso, en Grados en Ingeniería de la Universidad de Salamanca (España). *Ensino Superior: Inovação e qualidade na docência*, pp. 3874-3889. http://www.fpce.up.pt/ciie/cidu/publicacoes/livro_de_textos.pdf
- [13] Nieto-Isidro, S. and Ramos, H. (2012). Pre-Knowledge of Basic Mathematics Topics in Engineering Students in Spain. *Proceedings of the 16th Seminar of the mathematical Working Group*. <http://sefi.htw-aalen.de/Seminars/Salamanca2012/16thSEFIMWGSeminar/index.htm>

- [14] Nieto-Isidro, S., Martínez-Abad, F. and Rodríguez-Conde, M.J. (2017) La influencia de la elección de materias en la Prueba de Acceso a la Universidad en los conocimientos matemáticos de los estudiantes de Ingeniería. *Revista Complutense de Educación* 28(1), 125-144.
http://dx.doi.org/10.5209/REV_RCED.2017.V28.N1.48977
- [15] Nieto-Isidro, S., Martínez-Abad, F. and Rodríguez-Conde, M.J. (2020). Conocimientos matemáticos al acceder a la universidad. Un estudio diacrónico (1999-2017) con estudiantes de ingeniería. *Bordón. Revista de Pedagogía*, 72(2), 119-133. <https://doi.org/10.13042/Bordon.2020.72694>
- [16] Nieto, S. and Ramos, H. (2013). Diseño y evaluación de material de apoyo en matemáticas básicas para alumnos procedentes de ciclos formativos en la Escuela Politécnica Superior de Zamora. *Segundas Jornadas de Innovación docente en la Universidad de Salamanca*, pp. 123-128. <http://hdl.handle.net/10366/122428>
- [17] Ramos, H. and Nieto, S. (2013). Uso de una plataforma virtual como elemento de apoyo para la adquisición de habilidades matemáticas básicas en alumnos de ingeniería. *Sistemas e Tecnologias da Informação*, Vol. I, pp. 428-431.
<https://ieeexplore.ieee.org/document/6615720/>
- [18] Nieto, S. and Ramos, H. (2013). A virtual tool to improve the mathematical knowledge of engineering students. *Proceedings of the First International Conference on Technological Ecosystem for Enhancing Multiculturality*, pp. 447-452. <https://doi.org/10.1145/2536536.2536605>
- [19] Nieto, S and Ramos, H. (2014) Improving mathematical competencies of students accessing to Higher Education from Vocational Training Modules. *Journal of Cases on Information Technologies*, 16(3), 56-69.
<http://dx.doi.org/10.4018/jcit.2014070105>
- [20] Nieto, S and Ramos, H. (2014). A global approach to improve the mathematical level of engineering students. *Proceedings of the Second International Conference on Technological Ecosystem for Enhancing Multiculturality*, pp. 435-440.
<http://dx.doi.org/10.1145/2669711.2669936>