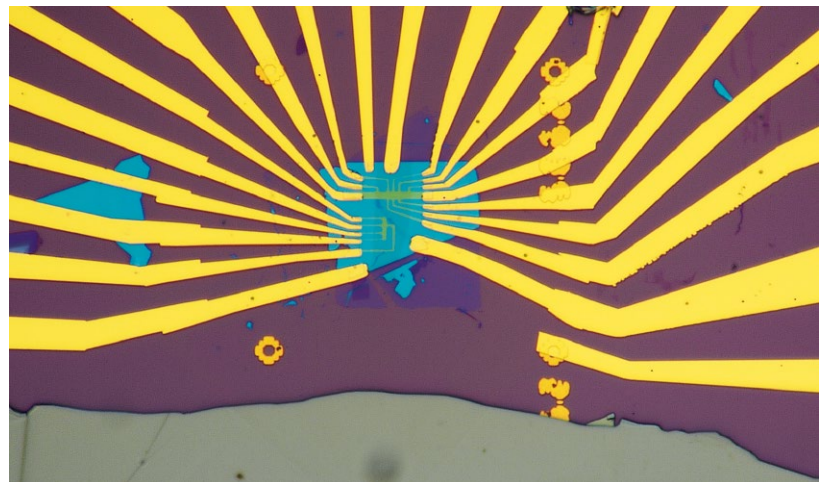


Elektronen im periodischen Potential

Bandleitfähigkeit im Hofstadter-Schmetterling

ROBIN HUBER | DIETER WEISS | JONATHAN EROMS

Die Eigenschaften von Elektronen in einem Kristallpotential und einem Magnetfeld faszinieren schon seit den 1970er-Jahren. Die zugänglichen Energien werden durch ein selbstähnliches Energiespektrum, den sogenannten Hofstadter-Schmetterling, beschrieben. Unsere Experimente zeigen, dass die Bandleitfähigkeit benutzt werden kann, um dieses fraktale Spektrum zu untersuchen.



Lichtmikroskopische Aufnahme eines der im hier vorgestellten Experiment verwendeten Probenchips. Die eigentliche Probe ist die blaue Fläche im Zentrum, zu der die Goldkontakte hinführen. Sie ist ein Schichtstapel, dessen Aufbau Abbildung 4 zeigt. Er enthält unter anderem hexagonales Bornitrid (hBN), das mit seiner blauen Farbe hier dominiert. Auch die verstreuten blauen Flächen außerhalb des Zentrums bestehen aus hBN. Sie dienen zum Schutz der Graphenschicht und werden auch als Isolatoren für die Gateelektroden (Zentrum) verwendet. Im Zentrum, im etwas dunkleren Bereich, scheint die strukturierte Bottom-Gateelektrode durch, die das künstliche periodische Potential erzeugt.

In der Festkörperphysik führt das periodische Potential in natürlichen Kristallen zu einer renormierten Elektronenmasse m_{eff} sowie zu Elektronenbändern im Impulsraum, die Felix Bloch 1929 zuerst beschrieb. Sie geben an, welche Energiewerte für Elektronen in Kristallen erlaubt sind. In Abbildung 1 sieht man eine solche Bandstruktur für einlagiges Graphen mit einem zusätzlich aufgeprägtem Gitterpotential. Solche Bandstrukturen genügen auch für eine einfache Beschreibung von Elektronen in einem zweidimensionalen Elektronensystem (2DES) und einem starken Magnetfeld.

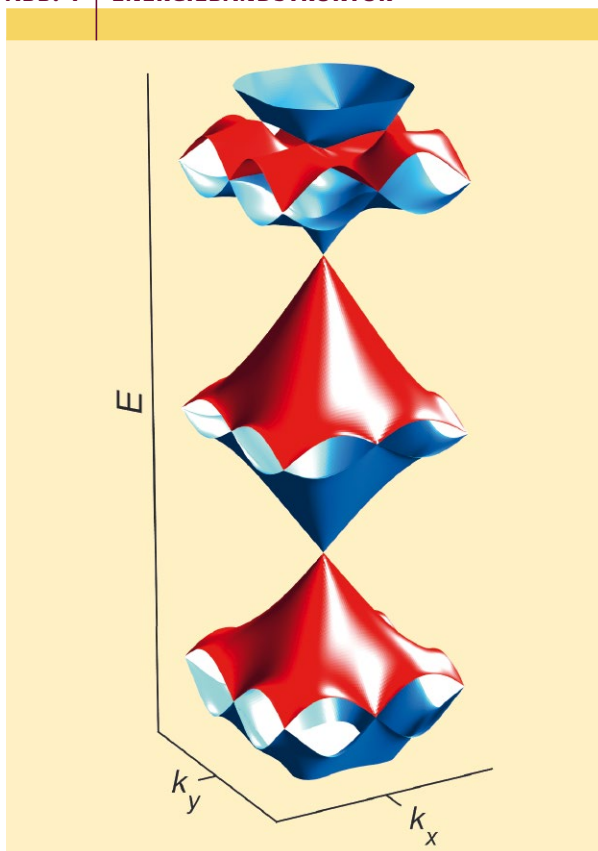
Will man das Zusammenwirken von periodischem Potential in einem Kristall und Magnetfeld allerdings quantenmechanisch korrekt behandeln, so wird die Betrachtung komplizierter. Diese Frage blieb lange Zeit unbeantwortet. Erst Douglas Hofstadter gelang 1976 während eines Auslandsaufenthaltes in Regensburg in seiner Doktorarbeit die vollständige Lösung des Problems. Er fand, dass Elektronen in einem Kristall, deren Bewegung auf zwei Dimensionen beschränkt ist, und die einem senkrechten Magnetfeld ausgesetzt sind, eine überraschende Eigenschaft haben: Erlaubte Energien existieren nur, wenn das Verhältnis des magnetischen Flusses $\phi = BA_{\text{EZ}}$ durch die Einheitszelle des Kristallgitters mit der Fläche A_{EZ} zum magnetischen Flussquantum $\phi_0 = h/e$ eine rationale Zahl ist; h ist das Plancksche Wirkungsquantum und e die Elementarladung.

Grund dafür ist die Brechung der Translationsinvarianz: Wenn sich das Elektron durch das Kristallgitter bewegt, akkumuliert seine Wellenfunktion eine zusätzliche Phase des Magnetfeldes B . Mathematisch gesehen muss die sogenannte Translationsgruppe, die den regelmäßigen Aufbau des Kristalls beschreibt, durch die magnetische Translationsgruppe ersetzt werden [1]. Diese lässt sich nur für $\phi/\phi_0 = p/q$ (p, q ganze Zahlen), also rationale Zahlen, formulieren. Daraus folgt, dass ein Elektronenband in Teilbänder aufspaltet.

Das von Hofstadter berechnete Spektrum für ein quadratisches Kristallgitter hat die Form eines Schmetterlings und ist eine der wenigen fraktalen Strukturen quantenmechanischen Ursprungs. Die Abbildung 2b zeigt einen solchen Hofstadter-Schmetterling [2]. Man erkennt deutlich die Selbstähnlichkeit der fraktalen Struktur. An natürlichen Kristallen mit Atomabständen von Bruchteilen eines Nano-

This is an open access article under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License, which permits use, distribution and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited and is not used for commercial purposes.

ABB. 1 | ENERGIEBANDSTRUKTUR



Berechnete Bandstruktur in einem Graphen-Übergitter. Der rote und blaue Kegel in der unteren Hälfte stammen von der Bandstruktur von einlagigem Graphen, die zurückgefalteten Kegel und die komplizierteren Strukturen gehen auf das künstliche, zweidimensionale Gitter zurück (Bild: M.-H. Liu und S.-C. Chen, National Cheng Kung University, Tainan, Taiwan).

meters kann diese fraktale Bandstruktur allerdings nicht beobachtet werden: Das Magnetfeld, das erforderlich wäre, um ein Flussquant durch die Einheitszelle des Kristalls zu zwingen, läge im Bereich von mehreren zehntausend Tesla – zu hoch für Experimente. Praktisch erreichbare ϕ/ϕ_0 -Werte sind damit zu klein, um eine beobachtbare Wirkung zu erzielen. Damit genügt es, im Rahmen der eingangs erwähnten Näherung zu bleiben.

Künstliche zweidimensionale Gitter

Schon Hofstadter erwähnte in seiner Arbeit, dass man zum experimentellen Nachweis dieses Spektrums künstliche zweidimensionale Gitter mit wesentlich größeren Gitterabständen realisieren könnte. Ausgangspunkt für solche Übergitter sind zweidimensionale Elektronensysteme (2DES). Solche 2DES, bei denen die Bewegung von Leitungselektronen auf eine Ebene beschränkt ist, existieren zum Beispiel in atomar dünnen Kohlenstoffkristallen, also Graphen. Andere Beispiele sind monokristalline Halbleiter-Grenzflächen wie die zwischen Galliumarsenid (GaAs) und Aluminiumgalliumarsenid (AlGaAs).

2DES sind ein zentraler Bestandteil von Feldeffekttransistoren wie dem MOSFET und bilden die experimentelle Voraussetzung, um den quantisierten Hall-Effekt (QHE) oder den gebrochenzahligen QHE messen zu können. Bei diesen Experimenten wird ein Magnetfeld B senkrecht zum 2DES angelegt und der Längswiderstand ρ_{xx} sowie der Hall-Widerstand ρ_{xy} gemessen. Für die Erklärung des mit dem Magnetfeld oszillierenden Widerstands ρ_{xx} und des QHE spielen Landau-Niveaus im Impulsraum eine zentrale Rolle. Diese beschreiben die erlaubten Elektronenenergien E_n im Magnetfeld. In der Näherung freier Elektronen mit der effektiven Masse m_{eff} , etwa in einem gewöhnlichen Halbleiter, findet man die Energiewerte

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega_c \quad (1)$$

mit der Zyklotronfrequenz $\omega_c = eB/m_{\text{eff}}$, die mit dem Magnetfeld B anwächst, und dem reduzierten Planckschen Wirkungsquantum $\hbar = h/(2\pi)$. Für einlagiges Graphen erhält man hingegen

$$E_n = \pm v_F \sqrt{2\hbar e B |n|} \quad (2)$$

mit der Fermi-Geschwindigkeit v_F der Elektronen in Graphen.

In beiden Fällen nummeriert die Quantenzahl n – der Index der Landau-Niveaus – die Quantenzustände durch. Dies definiert eine der beiden Quantenzahlen, die für die Beschreibung eines zweidimensionalen Systems benötigt wird. Semiklassisch ergeben sich die Landau-Niveaus aus der Bohr-Sommerfeld-Quantisierung der geschlossenen Zyklotronbahnen im Impulsraum. Im Ortsraum sind diese kreisförmig und überstreichen eine Fläche, die sehr viel größer ist als die einer Einheitszelle des Kristalls. Die zweite Quantenzahl ist die x -Koordinate des Bahnmittelpunkts x_0 , die mit dem Kristallimpuls in y -Richtung k_y verknüpft ist; dabei gilt $x_0 = -k_y l_B$, mit der magnetischen Länge l_B . Bei einem homogenen 2DES sind die Energien der Landau-Niveaus vom Bahnmittelpunkt x_0 unabhängig. Daher sind die Landau-Niveaus hoch entartet.

Mit der Herstellung und Untersuchung von künstlichen Übergittern, die auf die oben beschriebenen zweidimensionalen Elektronensysteme aufgeprägt wurden, beschäftigte sich auch einer der Autoren dieses Artikels um das Jahr 1990, zunächst an AlGaAs/GaAs-basierten 2DES mit aufgeprägtem eindimensionalem (1D) Potential. Der Widerstand eines zum Beispiel in x -Richtung dichtemodulierten 2DES zeigt im senkrechten Magnetfeld B Oszillationen. Diese sogenannten Weiss-Oszillationen [3–5] sind periodisch in $1/B$ und zeigen immer dann Minima im Widerstand, wenn der Radius der kreisförmigen Zyklotronbahn R_c mit der 1D-Gitterperiode a kommensurabel ist:

$$2R_c = (\lambda - 1/4)a \text{ mit } \lambda = 1, 2, 3, \dots \quad (3)$$

Der quantenmechanische Grund für diese Oszillationen liegt darin, dass die dispersionslosen Landau-Niveaus durch das periodische Potential zu Landau-Bändern werden, deren Breite mit der Energie und dem Magnetfeld oszilliert [4]. Die Energien der Landau-Niveaus, die ohne das künstliche periodische Potential hoch entartet sind, hängen nun von der Position des Bahnmittelpunktes x_0 ab. Ein Beispiel für die Bildung von Landau-Bändern, die eine Dispersion bezüglich des Kristallimpulses in k_y -Richtung (aber nicht für k_x) aufweisen, zeigt „Landau-Bändern im künstlichen Kristall“ auf S. 234. Die Bandbreite verschwindet vollständig, wenn die Flachbandbedingung von Gleichung (3) erfüllt ist. Dieselbe Flachbandbedingung regelt auch das Verschwinden der Breite der Landau-Bänder im Fall eines zweidimensionalen Modulationspotentials. Die genaue Breite der Landau-Bänder wird quantenmechanisch exakt für einlagiges Graphen durch folgenden Ausdruck bestimmt [6]:

$$\Delta E_n = \frac{V_0}{2} e^{-u/2} [L_n(u) + L_{n-1}(u)]. \tag{4}$$

Dabei ist V_0 die Potentialamplitude, mit $K = 2\pi/a$ und daraus folgend $u = K^2 l_B^2 / 2$ mit der magnetischen Länge

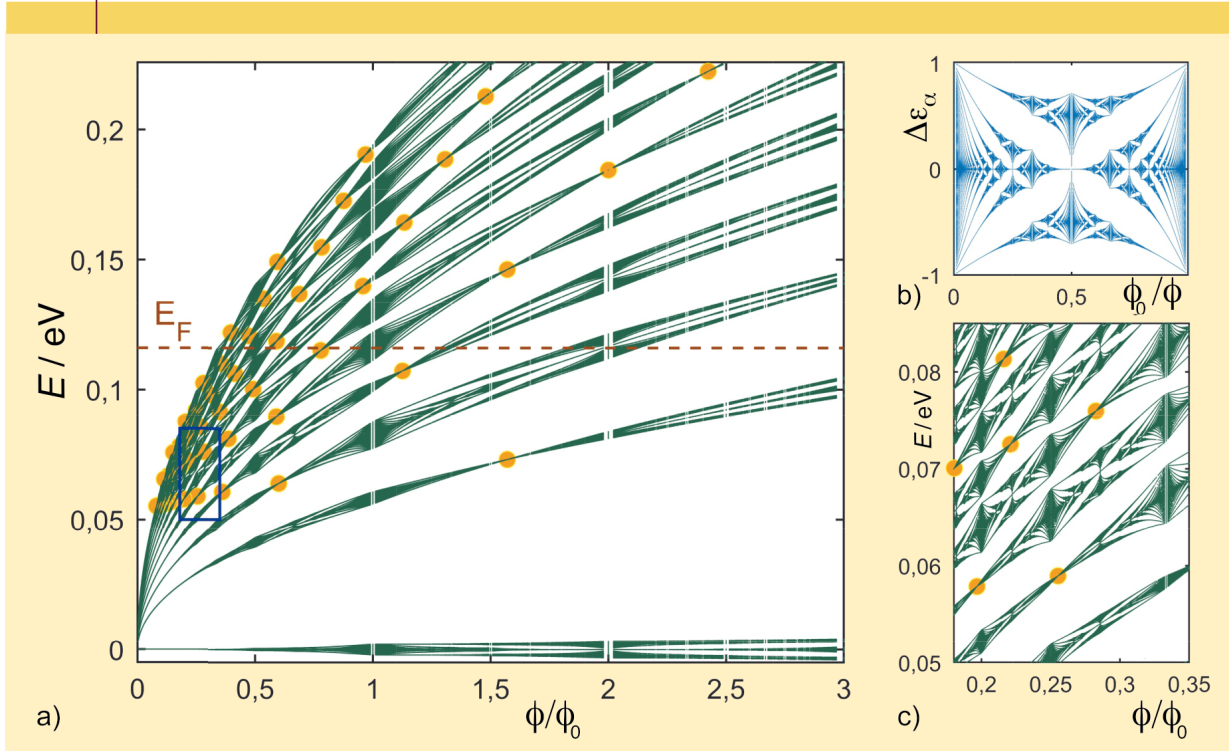
$l_B = \sqrt{\hbar / (eB)}$, $L_n(u)$ sind Laguerre-Polynome. Die Magnetfeldwerte, bei denen der Ausdruck in den eckigen Klammern Null wird, stimmen im semiklassischen Grenzfall mit denen der Gleichung (3) überein.

Zusammengefasst findet man, dass ein periodisches Potential, ob von einem natürlichen Kristall oder einem künstlich hergestellten Gitter, zu Elektronenbandern führt. Sobald die Elektronen zusätzlich einem Magnetfeld ausgesetzt sind, muss man nicht nur die Periodizität im Kristallgitter beachten, sondern auch noch die Längenskalen, die vom Magnetfeld hervorgerufen werden. Das sind der Radius der Zyklotronbahn (R_C), sowie, für zweidimensionale Gitter, die Zahl der magnetischen Flussquanten pro Gitterzelle, die nach Hofstadter nur für rationale Werte eine Lösung erlaubt.

Wirkung auf die elektrische Leitfähigkeit

Stellt sich nun die Frage, wie sich dieser Befund auf die elektrische Leitfähigkeit auswirkt. Der wesentliche Mechanismus hinter der guten elektrischen Leitfähigkeit von Metallen ist die Bandleitfähigkeit. Elektronen können sich in Kristallen nahezu frei bewegen. Ihre kinetische Energie E darf aber nicht mehr beliebige Werte annehmen, wie im

ABB. 2 | HOFSTADTER-SCHMETTERLING



Der Hofstadter-Schmetterling in einlagigem Graphen in hohem Magnetfeld und schwachem Modulationspotential. In diesem Regime ist das Spektrum vom inversen Magnetfluss (ϕ_0/ϕ) durch eine Gitterzelle abhängig, siehe b). Dort sind die erlaubten Energiewerte ΔE_α dargestellt. Die Auftragung auf einer linearen Magnetflussachse wie in a) verzerrt das Spektrum daher. In a) sind die Landau-Bänder für die Quantenzahl $n = 0 \dots 11$ dargestellt. Ihre Breite verschwindet an den Flachbandpositionen (gelbe Punkte), anschließend spalten sie sich weiter in das fraktale Hofstadter-Spektrum auf (Beispiel blau eingerahmt). Die frei beweglichen Elektronen befinden sich bei der Fermi-Energie E_F (braune, gestrichelte Linie). c) Vergrößerte Darstellung des blau umrandeten Rechtecks in a) (aus [14]).

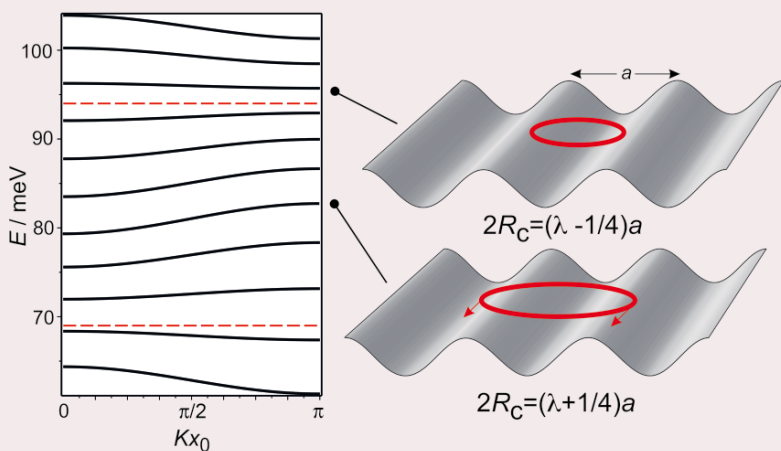
LANDAU-BÄNDER IM KÜNSTLICHEN KRISTALL

Das linke Bild in der Abbildung zeigt Landau-Bänder für Landau-Indizes n zwischen 6 und 15 als Funktion von Kx_0 mit $K = 2\pi/a$ und der Gitterperiode a ; x_0 ist die Zentrumsordinate, die gegeben ist durch $x_0 = l_B^2 k_y$. Das Spektrum wurde für $B = 0,5$ T, die lineare Dispersion von Graphen und ein periodisches Potential mit Amplitude 7 meV und Periode 100 nm berechnet. Die Landau-Niveaus erhalten durch das schwache periodische Potential eine Dispersion bezüglich des Wellenvektors k_y . Bei der Kommutabilitatsbedingung $2R_C = [\lambda - (1/4)] \cdot a$ verschwindet diese Dispersion, und die Landau-Bänder werden flach. Die zugehörigen Energien für $\lambda = 3$ und 4 sind als gestrichelte Linien eingezeichnet.

Die beiden Abbildungen rechts zeigen die Zyklotronbahnen (rot) im periodischen Potential, die zu flachen (oben) und breiten (unten) Bändern

gehören. Bei flachen Bändern haben die Zyklotronbahnen den Durchmesser $[\lambda - (1/4)] \cdot a$. Für diese Situation, die über die Landungstragerdichte und die Magnetfeldstärke eingestellt werden kann, mittelt sich das mit dem periodischen Potential verknüpfte elektrische Feld entlang einer Zyklotronbahn zu Null und die Driftbewegung verschwindet. Quantenmechanisch entspricht dies flachen Bändern, bei denen die Driftgeschwindigkeit, die proportional zur Ableitung $\partial E / \partial k_y$ ist, zu Null wird. Diese Situation ist oben für $\lambda = 1$ dargestellt.

Zwischen den Flachbandbedingungen, zum Beispiel für $[\lambda + (1/4)] \cdot a$, zeigen die Landau-Bänder die stärkste Dispersion, und $\partial E / \partial k_y$ wird maximal. Das mit dem periodischen Potential verbundene elektrische Feld mittelt sich in diesem Fall nicht zu Null, und das resultierende Feld führt zu einer Drift parallel zu den Äquipotentiallinien [5].



Links: Landau-Bänder, rechts: Zyklotronbahnen.

Vakuum, sondern ist auf bestimmte erlaubte Bereiche beschränkt, die Energiebänder. Auch ihre Masse m_{eff} wird durch die Bandstruktur bestimmt.

Im einfachsten Fall ist die Beziehung zwischen Kristallimpuls k und Energie E der Elektronen kosinusformig (Abbildung 3). Die Steigung einer an diese Kurve angelegten Gerade ist ein Maß für die Geschwindigkeit der Elektronen: $v \propto \partial E / \partial k$. Je höher die Geschwindigkeit ist, mit der sich die Elektronen bewegen können, desto höher ist die elektrische Leitfähigkeit; und zwar ist der Beitrag der Bandleitfähigkeit $\sigma_{\text{Band}} \propto v^2$. Die Geschwindigkeit v ist proportional zur Breite des Bandes. Diese kann entweder durch die Eigenschaften des elektrostatischen Potentials bestimmt werden – also letztendlich eine Materialeigenschaft, die zur

unterschiedlichen Leitfähigkeit verschiedener Metalle beiträgt –, oder durch die in Gleichung (4) beschriebene Modulation der Bandbreite der Landau-Bänder, sofern ein Magnetfeld vorliegt.

Da die Flachbandbedingung sowohl von der Magnetfeldstärke als auch von der Elektronenkonzentration abhängt, oszilliert somit die Leitfähigkeit in beiden Variablen. Im Fall eines zweidimensionalen Gitters kommt noch die Aufspaltung nach Hofstadter hinzu. Jedes Landau-Band wird in weitere, schmale Bänder aufgespalten, die sich aus dem Hofstadter-Spektrum ergeben. Auf der Hochachse in Abbildung 2b sind die erlaubten Energiewerte angegeben, im Falle langer, durchgezogener Linien also breite Energiebänder. Das ist zum Beispiel für $\phi_0 / \phi = 0,1, \dots$ oder $\phi_0 / \phi = 0,5$ der Fall. Hier erwartet man eine große Bandleitfähigkeit. Für andere Werte von ϕ_0 / ϕ spaltet das Spektrum aber in mehrere schmale Bänder mit großen Lücken auf. Dies führt zu einer verminderten Bandleitfähigkeit (Abbildung 3c) [7].

Im Unterschied zur Flachbandbedingung hängt die Hofstadter-Bedingung nur von der Magnetfeldstärke und der Gitter-Geometrie ab, aber nicht von der Elektronendichte. Das komplette Geschehen, das für ein zweidimensionales Gitter im starken Magnetfeld zu erwarten ist, ist in Abbildung 2a wiedergegeben. Ohne das Modulationspotential führt ein Magnetfeld zu Landau-Niveaus, die für einlagiges Graphen wurzelförmig ansteigen, siehe Gleichung (2). Diese sind für den Quanten-Hall-Effekt verantwortlich. Jedes Landau-Niveau verbreitert sich im ein- oder zweidimensionalen Gitter zu Landau-Bändern, die bei den Flachbandbedingungen (gelbe Kreise) wieder flach werden.

Im zweidimensionalen Gitter wird nun jedes Landau-Band noch einmal aufgespalten, und sein innerer Aufbau zeigt die Struktur des Hofstadter-Schmetterlings. Für starkes Magnetfeld und schwaches Gitterpotential findet man dabei, dass das inverse Magnetfeld relevant ist, also $\phi_0 / \phi = p/q$ [8]. Daher erscheint der Schmetterling in Abbildung 2a (blau eingerahmt) stark verzerrt gegenüber Abbildung 2b. Außerdem wiederholt sich das Hofstadter-Spektrum periodisch. Die breitesten Bänder und damit die höchste Bandleitfähigkeit findet man für ganzzahlige Werte von ϕ_0 / ϕ , also für ein Magnetfeld, das eine Zahl von $1/p$ Flussquanten pro Einheitszelle hat. Insgesamt sollte die Leitfähigkeit – und damit der elektrische Widerstand – in einer Probe mit einem zweidimensionalen Gitter also sowohl Oszillationen gemäß Gleichung (3) als auch gemäß dem Hofstadter-Spektrum zeigen.

Experiment

Wir haben unsere Messungen an einer Probe aus einlagigem Graphen vorgenommen (Abbildung auf S. 231), das zur besseren Abschirmung von störenden Umwelteinflüssen in dünne Schichten aus isolierendem Bornitrid eingebettet wurde (Abbildungen 4a, b). Das zweidimensionale Gitterpotential kann über eine nanostrukturierte Gate-Elektrode (rot in Abbildung 4), die aus mehrlagigem Graphen

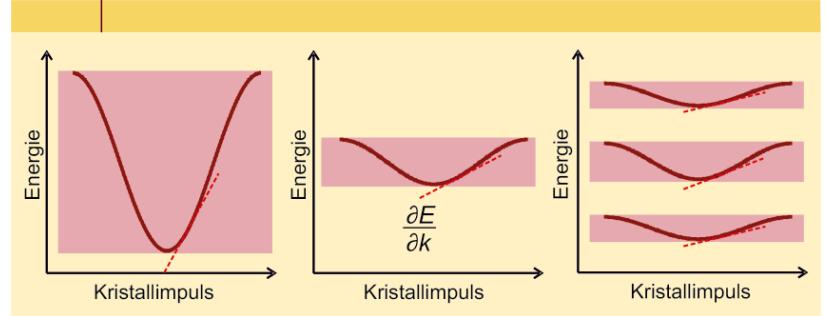
besteht, eingestellt werden [9, 10]. Dazu wurde mit Elektronenstrahl-Lithographie und ätzen mit Sauerstoffionen ein regelmäßiges Quadratgitter aus Löchern in der Elektrode hergestellt. Das Gitter hat eine Periode von $a = 39$ nm, liegt also an der Grenze dessen, was mit dieser Methode noch zuverlässig erzeugt werden kann.

Zusätzlich erlaubt eine flächige Backgate-Elektrode aus hochdotiertem Silizium, die sich unterhalb des Stapels befindet, sowohl die Elektronendichte im Graphen als auch die Stärke des periodischen Potentials einzustellen. Das lochstrukturierte Gate steuert hierbei die Ladungsträgerdichte im Graphen. Es ist nur durch eine extrem dünne Bornitridschicht vom leitfähigen Kanal getrennt. Die flächige Elektrode ist hingegen größtenteils von der strukturierten Elektrode verdeckt und kann nur durch die geätzten Löcher hindurch auf die Graphen-Schicht wirken (Abbildung 4).

In unserem Experiment stellt die Spannung an der flächigen Elektrode näherungsweise die Stärke der Potentialmodulation (Abbildung 4a oben) ein, während die Spannung an der strukturierten Elektrode vornehmlich die gesamte Ladungsträgerdichte steuert. Dies erkennt man in der Gate-Landkarte in Abbildung 5a. Bei einer Spannung nahe null Volt an der flächigen Backgate-Elektrode (schwarze Strichlinie) kann man die Ladungsträgerdichte im Graphen über die strukturierte Elektrode variieren. Dabei erhält man genau ein Widerstandsmaximum (rot), das für Einlagen-Graphen ohne weitere Modulation charakteristisch ist. Es zeigt die Lage des Dirac-Punktes, an dem das kegelförmige Leitungs- beziehungsweise Valenzband einander berühren (Abbildung 1, unterer blauer und roter Kegel). Erhöht man die Spannung am flächigen Gate, so bilden sich weitere Widerstandsmaxima heraus (rote Streifen). Sie gehen auf die Bandstruktur zurück, die durch das künstlich hergestellte Modulationspotential hervorgerufen wird. In Abbildung 1 sind diese als feine Strukturen erkennbar, oberhalb und unterhalb des Dirac-Punktes.

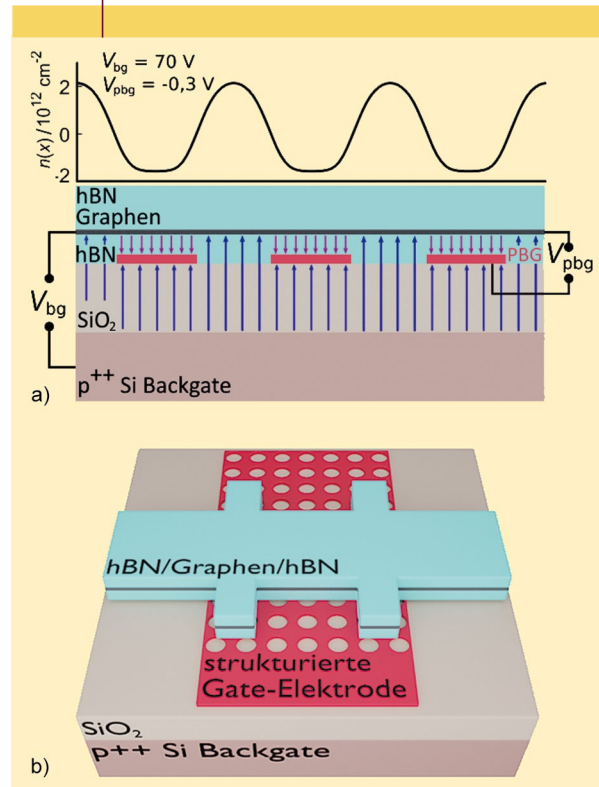
Nun konnten wir bei einer Temperatur T von 1,5 K in einem Helium-Kryostaten an dieser Probe Messungen in verschiedenen Magnetfeldern durchführen. Diese zeigen die innere Struktur des Hofstadter-Schmetterlings [10, 11] und bestätigen so frühere Messungen, die bereits an GaAs-basierten Proben [12] sowie in Graphen-Proben mit fester Modulationsstärke durchgeführt wurden (zum Beispiel [13]). Zur Messung der Bandleitfähigkeit ist aber ein anderer Ansatz erforderlich. Wenn wir die Temperatur auf über 100 K steigern, können wir nämlich den ansonsten dominierenden Quanten-Hall-Effekt und die Energielücken im Hofstadter-Spektrum unterdrücken. Hingegen übersteht die Bandleitfähigkeit, die wir untersuchen wollen, die erhöhte Temperatur, folglich finden wir in der Messung des Probenwiderstands Oszillationen, die zu ausgeprägten Extrema bei $1/p$ Flussquanten pro Einheitszelle des Gitters führen (Abbildung 5b). Die Magnetfeldposition ergibt sich dabei aus der Abmessung der Gitter-Einheitszelle. Diese Messung können wir nun bei unterschiedlichen Elektro-

ABB. 3 LEITFÄHIGKEIT IN VERSCHIEDEN BREITEN BÄNDERN



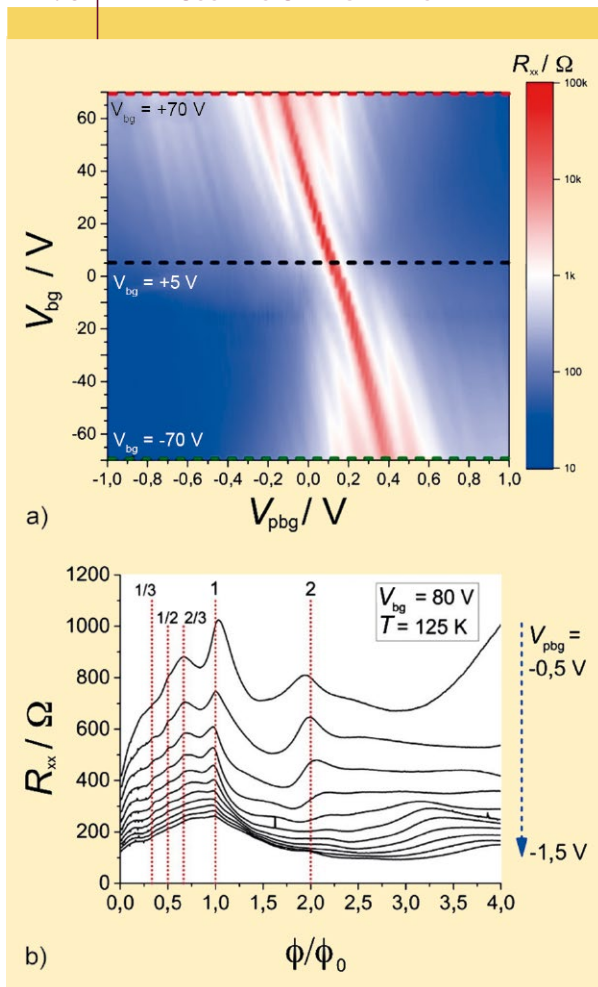
In Metallen und Halbleitern ist die Bandleitfähigkeit der wichtigste Mechanismus des elektrischen Stromflusses. Links: Abgebildet ist die Energie der Elektronen in Abhängigkeit von ihrem Kristallimpuls. Die Steigung einer an die Kurve angelegten Gerade (gestrichelt) ist zur Geschwindigkeit der Elektronen proportional. Je breiter also das Band, desto höher kann die Geschwindigkeit und damit die Leitfähigkeit sein. Mitte: Bänder mit geringerer Bandbreite, sei es durch eine höhere effektive Masse, oder weil ein externes Magnetfeld das Band flacher macht, haben eine geringere Leitfähigkeit, da die Elektronen nicht so schnell sind. Rechts: Der Hofstadter-Schmetterling führt dazu, dass ein ursprünglich breites Band in mehrere schmale Subbänder aufgespalten wird. Auch hier sinkt die Leitfähigkeit. Sie kann auch nicht durch Streuung, beispielsweise bei höherer Temperatur, wiederhergestellt werden.

ABB. 4 PROBENAUFBAU



a) Querschnitt und b) räumliche Ansicht des Probendesigns. Das einlagige Graphen (grau) ist in hexagonales Bornitrid (hBN, türkis) eingebettet und kann über eine nanostrukturierte Elektrode (rot) sowie ein flächiges Gate aus Silizium kontrolliert werden. Das Gate ist mit Löchern strukturiert, über die sich eine periodisch modulierte Elektronendichte einstellt. Modulationsstärke und mittlere Elektronendichte werden durch das Zusammenwirken von Gate und Backgate gesteuert.

ABB. 5 | EINFLUSS DES ÜBERGITTERS



a) Der Probenwiderstand bei tiefer Temperatur und ohne Magnetfeld zeigt ungefähr in der Mitte des Plots nur ein Maximum, siehe Schnittbereich des roten Streifens entlang der schwarz gestrichelten Linie. Dies entspricht dem Dirac-Punkt in einlagigem Graphen. Bei hoher Spannung am flächigen Gate erhöht man die Modulationsstärke und weitere rote Widerstandsmaxima erscheinen, die von der Bandstruktur im künstlichen Gitter herrühren; V_{bg} ist die Spannung am flächigen Backgate, V_{pbg} die am strukturierten Gate (pbg: patterned bottom gate). b) Bei höherer Temperatur sieht man Widerstandsmaxima, die bei gebrochenzahligen Fluss durch eine Gitterzelle auftauchen und nicht von der Elektrodendichte abhängen (nach [10] und [14]).

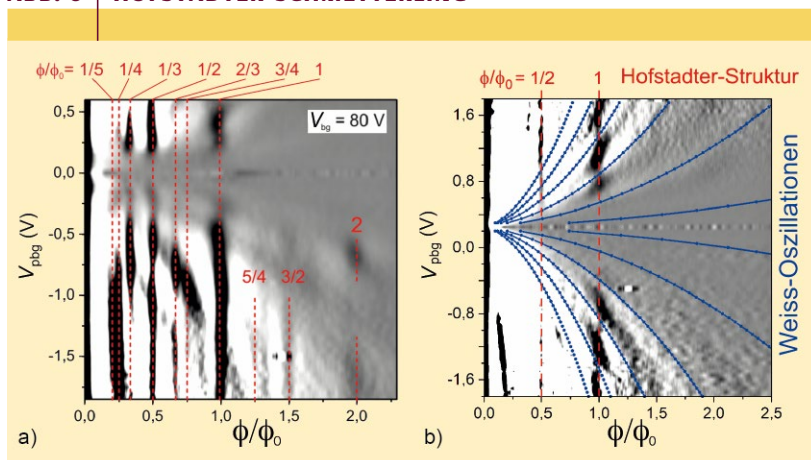
nendichten durchführen: Sie zeigt die Maxima bei denselben Magnetfeldwerten, unabhängig von der Ladungsträgerdichte [1, 14].

Dank der beiden zusammenwirkenden Gate-Elektroden lässt sich die Stärke des Modulationspotentials einstellen. Man kann also die vom Magnetfeld und von der Ladungsträgerdichte abhängige Leitfähigkeit sowohl bei starker als auch bei schwacher Modulationsstärke untersuchen. Um die Extrema besser herauszuarbeiten und den langsam variierenden Hintergrund zu unterdrücken, haben wir zunächst die Leitfähigkeit aus den Widerstandsdaten berechnet und die zweite Ableitung gebildet. Anschließend haben wir sie in einer Landkarte gegen die Spannung am strukturierten Gate und das Magnetfeld aufgetragen. Auf diese Weise kann man die Leitfähigkeitsmaxima (dunkel) gut in ihre von der Ladungsträgerdichte abhängigen und unabhängigen Bestandteile trennen (Abbildung 6).

Betrachtet man zunächst die Situation bei hoher Modulationsstärke (Abbildung 6a), so fallen ausgeprägte, dunkle, vertikale Linien auf, deren Positionen sich einer rationalen Zahl von Flussquanten pro Einheitszelle zuordnen lassen. Die Stammbrüche (1, 1/2, 1/3, ...) sind dabei besonders ausgeprägt. Sie gehören zu den breitesten Bändern im Hofstadter-Schmetterling, die man bei ganzzahligen ϕ_0/ϕ also $\phi/\phi_0 = 1/p$ findet (Abbildung 2b). Die Linien bei Brüchen der Form q/p mit $q \neq 1$ können wir hingegen der internen Struktur des Schmetterlings zuordnen.

Auch für zwei Flussquanten pro Einheitszelle beobachten wir ein Leitfähigkeitsmaximum (Abbildung 6a). Die vertikalen Linien stehen für ein von der Ladungsträgerdichte unabhängiges Phänomen, also die Bandleitfähigkeit im Hofstadter-Schmetterling. Sie können auch als Manifestation der magnetischen Translationsgruppe gedeutet werden, die eine renormierte Magnetfeldskala bewirkt [1]. Wegen der hohen Modulationsstärke ist der Einfluss der Flachbandbedingung nur sehr schwach zu erkennen. Stellt man die Modulation aber schwächer ein (Abbildung 6b), so lassen sich in einer Messung die Bandleitfähigkeits-Oszillationen sowohl aufgrund der Weiss-Oszillationen (blaue Kurven) als auch aufgrund der Hofstadter-Bandstruktur (senkrechte rote Linien) erkennen. Beide Phänomene sind also auf die Bandleitfähigkeit zurückzuführen. Man beachte,

ABB. 6 | HOFSTADTER-SCHMETTERLING



Hier ist die zweite Ableitung der Bandleitfähigkeit nach dem Magnetfeld aufgetragen, denn so sind die Maxima in Form dunkler Streifen besonders gut erkennbar. a) Bei starkem Modulationspotential sind die Weiss-Oszillationen kaum zu sehen, es fallen vor allem die Bandleitfähigkeitsmaxima aufgrund des Hofstadter-Spektrums ins Auge (gestrichelte rote Linien). In b) ist die Modulation schwächer eingestellt, nun erkennt man sowohl die Weiss-Oszillationen (blaue Kurven) als auch die Hofstadter-Struktur (senkrechte rote Linien) (nach [14]).

dass in Graphen sowohl Elektronen- als auch Löcherleitfähigkeit möglich ist. Daher ist das Bild symmetrisch zum Dirac-Punkt, der bei dieser Messung bei einer Spannung am strukturierten Gate von etwa 0,3 V liegt.

Mit unseren Messungen konnten wir zeigen, dass die Bandleitfähigkeit in künstlich hergestellten Übergittern im Magnetfeld zwei verschiedene Ausprägungen zeigt. Zum einen wird die maximal mögliche Bandbreite durch Magnetfeld und Ladungsträgerdichte vorgegeben. Dies führt zum Auftreten der Weiss-Oszillationen. Zum anderen werden die so erhaltenen Landau-Bänder durch das Hofstadter-Spektrum zusätzlich aufgespalten, was zu einer dichte-unabhängigen Leitfähigkeitsoszillation im Magnetfeld führt. Erst durch das gemeinsame Einwirken einer nanostrukturierten Gate-Elektrode und einem flächigen Gate auf einlagiges Graphen konnten wir zeigen, dass beide Phänomene auf derselben Ursache beruhen. Aus den Daten ist zudem ersichtlich, dass eine hochauflösende Untersuchung der Bandleitfähigkeit eine alternative Methode zur Untersuchung der Feinstruktur des Hofstadterschen Energiespektrums darstellt.

Zusammenfassung

Die erlaubten Energiewerte von Elektronen in Kristallen liegen in Bändern, die auch den Stromtransport in leitfähigen Materialien bestimmen. Setzt man Kristalle einem Magnetfeld aus, so zerfallen die Bänder in ein fraktales Spektrum, den Hofstadter-Schmetterling. Wir konnten in einem künstlichen Kristallpotential in einlagigem Graphen zeigen, dass sich diese Struktur durch Oszillationen der Bandleitfähigkeit nachweisen lässt. Diese Oszillationen sind noch bei Temperaturen sichtbar, bei denen der innere Aufbau des Hofstadter-Schmetterlings schon nicht mehr zu erkennen ist.

Stichwörter

Hofstadter-Schmetterling, Weiss-Oszillationen, Graphen, Übergitter.

Danksagung

Open Access funding enabled and organized by Projekt DEAL.

Literatur

- [1] R. Krishna Kumar et al., *Science* **2017**, 357, 181.
- [2] D. R. Hofstadter, *Phys. Rev. B* **1976**, 14, 2239.
- [3] D. Weiss et al., *Europhys. Lett.* **1989**, 8, 179.
- [4] R. R. Gerhardts et al., *Phys. Rev. Lett.* **1989**, 62, 1173.
- [5] C. W. J. Beenakker, *Phys. Rev. Lett.* **1989**, 62, 2020.
- [6] A. Matulis, F. M. Peeters, *Phys. Rev. B* **2007**, 75, 125429.
- [7] R. R. Gerhardts et al., *Phys. Rev. B* **1991**, 43, 5192.
- [8] A. H. MacDonald, *Phys. Rev. B* **1983**, 28, 6713.
- [9] M. Drienovsky et al., *Phys. Rev. Lett.* **2018**, 121, 026806.
- [10] R. Huber et al., *Nano Letters* **2020**, 20, 8046.
- [11] C. Forsythe et al., *Nature Nanotechnology* **2018**, 13, 566.
- [12] C. Albrecht et al., *Phys. Rev. Lett.* **2001**, 86, 147.
- [13] L. A. Ponomarenko et al., *Nature* **2013**, 497, 594.
- [14] R. Huber et al., *Nature Communications* **2022**, 13, 2856.

Die Autoren



Robin Huber (Mitte) studierte Physik an der Universität Regensburg und promovierte 2021 am Institut für Experimentelle und Angewandte Physik der Uni Regensburg über Methoden zur Modifikation der elektronischen Bandstruktur von Graphen unter Verwendung von Übergitter-Strukturen. **Jonathan Eroms** (rechts) promovierte 2003 in Physik an der Universität Regensburg über supraleitende Hybridstrukturen. Anschließend verbrachte er einige Jahre als Postdoc in der Quantencomputing-Gruppe der TU Delft. Seit 2007 ist er Akademischer Oberrat an der Uni Regensburg, wo er an graphenbasierten Heterostrukturen forscht. **Dieter Weiss** (links) studierte Physik an der Universität Ulm und der LMU München und promovierte 1987 an der TU München. Nach Postdoc-Aufenthalten bei Bellcore, N. J., und dem MPI für Festkörperforschung in Stuttgart wurde er 1995 auf einen Lehrstuhl an der Universität Regensburg berufen.

Anschrift

Prof. Dr. Dieter Weiss, Universität Regensburg, Universitätsstr. 31, D-93053 Regensburg. Robin.Huber@ur.de, Jonathan.Eroms@ur.de, Dieter.Weiss@ur.de