



УДК 624.012

DOI: 10.22227/2949-1622.2023.2.48-57

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ/ RESEARCH ARTICLE

## К устойчивости внецентренно сжатых железобетонных элементов с малым эксцентриситетом с учетом реологических свойств бетона

А.Г. Тамразян<sup>1\*</sup><sup>1</sup>Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, Москва, Российская Федерация

\*tamrazian@mail.ru

**Ключевые слова:** железобетон, внецентренное сжатие, устойчивость, жесткость, гибкость, ползучесть, эпюра

### История статьи

Поступила в редакцию: 09.02.2023

Доработана: 19.02.2023

Принята к публикации: 27.02.2023

### Для цитирования

Тамразян А.Г. К устойчивости внецентренно сжатых железобетонных элементов с малым эксцентриситетом с учетом реологических свойств бетона // Железобетонные конструкции. 2023. Т. 2. № 2. С. 48–57.

**Аннотация.** В практике современного строительства всё большее распространение получают гибкие центрально и внецентренно сжатые железобетонные элементы. В связи с этим возрастает актуальность исследования их работы и механизм исчерпания несущей способности. Известны два направления в определении несущей способности указанных элементов: расчет на устойчивость и расчет на прочность. Потеря устойчивости в ряде случаев, очевидно, может явиться причиной разрушения не только центрально, но и внецентренно сжатых с малыми эксцентриситетами стержней, так как при определенных условиях они практически могут оказаться близкими по своей работе. Устойчивость указанных внецентренно сжатых стержней рассчитывается путем многократного интегрирования. Особенно трудоемок такой расчет для железобетонных элементов. Настоящая статья посвящена исследованию устойчивости центрально и внецентренно сжатых железобетонных стержней с малыми эксцентриситетами при учете ползучести бетона. Внецентренно сжатый с малым эксцентриситетом стержень длиной  $l$  заменяется на центрально сжатый длиной  $l_0$  так, чтобы стрелка выгиба включала эксцентриситет. Численные значения реологических коэффициентов определяются из граничных значений приведенной жесткости, которая изменяется по длине стержня. Сложное интегрирование заменяется решением дифференциального уравнения изогнутой оси стержня в виде полуволны синусоиды.

## On the Stability of Eccentrically Compressed Reinforced Concrete Elements with a Small Eccentricity, Taking into Account the Rheological Properties of Concrete

Ashot G. Tamrazyan<sup>1\*</sup><sup>1</sup>Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU), 26 Yaroslavskoe shosse, Moscow, 129337, Russian Federation

\*tamrazian@mail.ru

**Ашот Георгиевич Тамразян**, чл.-корр. РААСН, д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; eLIBRARY SPIN-код 2636-2447, Scopus: 55975413900, ResearcherID: T-1253-2017, ORCID: 0000-0003-0569-4788, E-mail: [tamrazian@mail.ru](mailto:tamrazian@mail.ru)

© Тамразян А.Г., 2023



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License  
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

**Keywords:** reinforced concrete, eccentric compression, stability, rigidity, flexibility, creep, diagram

#### Article history

Received: 09.02.2023

Revised: 19.02.2023

Accepted: 27.02.2023

#### For citation

Tamrazyan A.G. On the Stability of Eccentrically Compressed Reinforced Concrete Elements with a Small Eccentricity, Taking into Account the Rheological Properties of Concrete. *Reinforced Concrete Structures*. 2023;2(2):48–57.

**Abstract.** In the practice of modern construction, flexible centrally and eccentrically compressed reinforced concrete elements are becoming more common. In this regard, the relevance of studying their work and the mechanism of bearing capacity exhaustion increases. There are two directions in determining the bearing capacity of these elements: calculation for stability and calculation for strength. The loss of stability in a number of cases, obviously, can cause the destruction of not only centrally, but also eccentrically compressed rods with small eccentricities, since under certain conditions they can practically turn out to be close in their work. The stability of these eccentrically compressed rods is calculated by multiple integration. Such a calculation is especially laborious for reinforced concrete elements. This article is devoted to the study of the stability of centrally and eccentrically compressed reinforced concrete rods with small eccentricities, taking into account the creep of concrete. An eccentrically compressed rod with a small eccentricity of length  $l$  is replaced by a centrally compressed rod of length  $l_0$  so that the bending arrow includes the eccentricity. The numerical values of the rheological coefficients are determined from the boundary values of the reduced stiffness, which varies along the length of the rod. Complicated integration is replaced by the solution of the differential equation of the bent axis of the rod in the form of a sinusoid half-wave.

## ВВЕДЕНИЕ

В определении несущей способности внецентренно сжатых стержней известны два направления, одно из которых за предел несущей способности принимает момент достижения предельных напряжений (деформаций) в растянутой арматуре или сжатой зоне бетона, а другое - *потерю* устойчивости - мгновенное нарушение равновесия между внешними и внутренними моментами.

В связи с применением в железобетонных конструкциях высокопрочных бетонов и уменьшением сечений, возрастает необходимость более тщательного расчета их устойчивости [1,2]. Решение этого вопроса осложняется наличием целого ряда специфических свойств деформирования бетона - реологических свойств [3,4].

Большой вклад в разработку проблемы устойчивости внесли такие ученые, как Болотин В.В., Власов В.З., Вольмир А.С., Гольдэнблат И.И., Лейтес С.Д., Работнов Ю.Н., Ржаницын А.Р., Смирнов А.Ф., Снитко Н.К., Тимошенко С.П., Чудновский В.Г., Ясинский Ф.С. и др. Однако эта проблема в целом еще далека от своего завершения. Если теория устойчивости в упругой стадии разработана более полно, то устойчивость сжатых и сжато-изогнутых железобетонных элементов с точки зрения современных представлений о работе материалов освещена в литературе недостаточно.

В последние годы в литературе появилось ряд работ по устойчивости стержней в условиях ползучести [5,6,7]. Так как в условиях ползучести сила, при которой стержень теряет устойчивость, может изменяться в широких пределах в зависимости от длительности действия, то появились ряд новых критериев устойчивости - критическое время, критический прогиб и др.

Принято считать, что разрушение вследствие потери устойчивости характерно для внецентренно сжатых стержней гибких и средней гибкости при малых эксцентриситетах ( $0,4h$ ). Разрушение же коротких ( $\lambda < 30$ ) внецентренно сжатых стержней, а также гибких стержней при относительно больших эксцентриситетах, происходит вследствие постепенного развития трещин, а потеря устойчивости не имеет места [8,9,10].

Существующие методы расчета устойчивости внецентренно сжатых с малыми эксцентриситетами стержней трудоемки и не отражают работу бетона во времени [11,12,13].

*Ashot G. Tamrazyan*, Corresponding member of RAACS, Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Reinforced Concrete and Masonry Structures, Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU), 26 Yaroslavskoe shosse, Moscow, 129337, Russian Federation, eLIBRARY SPIN-код: 2636-2447, Scopus: 55975413900, ResearcherID: T-1253-2017, ORCID: 0000-0003-0569-4788, E-mail: [tamrazian@mail.ru](mailto:tamrazian@mail.ru)

Решение задачи устойчивости при внецентренном сжатии в строгой постановке является очень сложным. Тем более усложняется эта задача при рассмотрении устойчивости внецентренно сжатых железобетонных элементов в силу наличия реологических свойств бетона и совместной работы бетона и арматуры [14].

Как известно, некоторые методы расчета состоят в последовательном графическом построении ряда зависимостей при определенном эксцентриситете, размерах сечения стержня (обычно задаются определенным осевым напряжением), продольной силе и моменте (сила и эксцентриситет заданы) [15,16,17,18]. Это построение имеет целью нахождение для данного случая действительной изогнутой оси и фиктивной длины стержня при различных его прогибах в среднем сечении. Максимальная для рассматриваемых конкретных условий длина стержня отвечает критическому состоянию. Она находится графически с помощью построения огибающей или зависимости  $l = f(y_0)$ . Продольная сила, соответствующая найденной максимальной длине, и будет критической для рассматриваемого стержня при принятом эксцентриситете.

Часто при решении этой задачи переходят к относительным величинам и находят вместо максимальной длины максимальную гибкость  $\lambda = l/i$ ; относительный прогиб  $\eta = y_0/k$ ; относительный эксцентриситет  $\nu = e/k$ . Здесь  $i$  - радиус инерции,  $k$  - ядровое расстояние. На основе ряда построений можно получить графики зависимости между  $\lambda, \nu$  и  $\sigma_{кр}$ .

В связи с большой трудоемкостью указанного способа сделана попытка его упрощения применительно к внецентренно сжатым железобетонным элементам с малыми эксцентриситетами при учете влияния реологических свойств бетона.

Кроме указанной, используются еще следующие предпосылки:

1. Как и при центральном сжатии предполагается монолитность и сплошность материала, а также совместность работы бетона и арматуры.
2. При центральном продольном изгибе всегда имеют место случайные эксцентриситеты и поэтому центрально сжатые и внецентренно с малыми эксцентриситетами стержни должны быть близки по своей работе.

В соответствии с этим объемы эпюр напряжений от изгиба и в этом случае должны быть одинаковыми.

Внецентренно сжатый с равными малыми эксцентриситетами стержень длиной  $l$  можно заменить центрально сжатым такой длины  $l_0$ , чтобы стрелка выгиба  $f$  включала эксцентриситет  $e$  (рис.1).

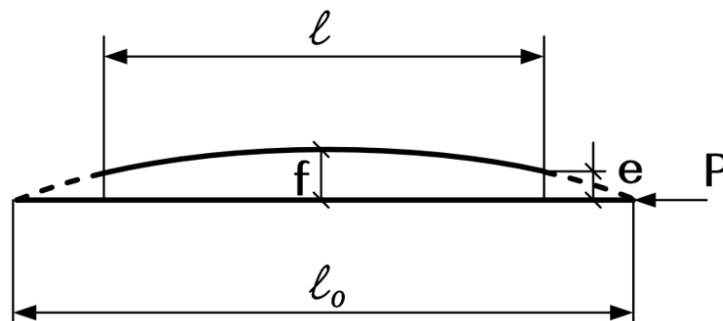


Рис. 1. Расчетная схема замены внецентренно сжатого стержня длиной  $l$  на центрально сжатый стержень большей длины  $l_0$

Figure 1. Calculation scheme for replacing an eccentrically compressed rod with a length  $l$  of a centrally compressed rod of greater length  $l_0$ .

3. Влияние реологических свойств бетона учитывается посредством приведенной жесткости  $E_{cp}^{\sigma}(\sigma, t)I_{np}$ , которая изменяется по длине стержня. Закон изменения жесткости по длине стержня принят в следующем виде:

$$E_{cp}^{\sigma}(\sigma, t)I_{np} = \frac{d/y_0 y}{ay + 1} = B, \quad (1)$$

где  $y$  - прогиб в любом сечении фиктивного стержня,

$y_0$  - прогиб в среднем сечении фиктивного центрально сжатого стержня,

$a, d$  - коэффициенты, отражающие влияние реологических свойств бетона.

Численные значения коэффициентов  $a$  и  $d$  определяются из граничных значений жесткости. При  $y = e_0$ , т.е. в точке опирания действительного стержня жесткость будет наибольшей  $- E_{0,m}I_n$ . При  $y = y_0$  жесткость будет наименьшей  $- E_{cp}^{\sigma}(\sigma, t)I_n$ .

Основываясь на указанных предпосылках, можно все решение задачи об устойчивости внецентренно сжатого стержня, разбить на несколько этапов, вводя везде относительные величины прогибов.

**1-ый этап** - нахождение зависимости:

$$hy'' = (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) = f\left(\frac{y}{h}\right).$$

Зададимся некоторым фиксированным значением осевого напряжения и некоторой величиной деформации вогнутой фибры  $\varepsilon_1$ . Из условия равновесия можно найти деформацию крайней фибры на выпуклой стороне  $\varepsilon_2$  и величину изгибающего момента, воспринимаемого эпюрой нормальных напряжений. Внутренний момент в этом случае

$$M_e = \frac{1}{\rho(t)} E_{cp}^{\sigma}(\sigma, t)I_n = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{h} B, \quad (2)$$

где

$$B = E_{cp}^{\sigma}(\sigma, t)I_n; \quad I_n = I_0 + m_1 I_a;$$

или

$$I_n = I_1^{\sigma} + mI_2^{\sigma} + m_1 I_1^a + m_2 I_2^a; \quad m_1 = \frac{E^a}{E_1^{\sigma}(\sigma, t)}$$

и т.д.

С другой стороны, изгибающий момент, воспринимаемый эпюрой стержня прямоугольного сечения, на основе условий равновесия можно записать в следующем

$$M_B = \frac{\omega h}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} bh\Omega, \quad (3)$$

где  $\omega$  - коэффициент, зависящий от вида эпюры, меньше единицы;

$\omega h$  - расстояние между центрами тяжести эпюр напряжений сжатой и растянутой зон;

$\Omega$  - площадь эпюры сжатия или растяжения при изгибе.

Используя (2) и (3), исключим  $\omega h$

$$\omega h = \frac{M_e(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}{bh\Omega} = \frac{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)B(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}{bh^2\Omega}. \quad (4)$$

$M = N \cdot y$ , откуда

$$\left(\frac{y}{h}\right) = \frac{\omega h \Omega}{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \sigma_0 h} \quad (5)$$

Подставив значение  $\omega h$  из (4), получим:

$$\left(\frac{y}{h}\right) = \frac{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) B}{\sigma_0 b h^3} \quad (6)$$

Найдём приращение деформаций из (6):

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \left(\frac{y}{h}\right) \frac{\sigma_0 b h^3}{B} \quad (7)$$

Подставим (7) в дифференциальное уравнение изгиба  $\frac{1}{\rho(t)} = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{h}$ , используя (1), и заменив  $\sigma_0$  на  $\frac{N}{bh}$ , получим дифференциальное уравнение изогнутой оси

$$h y'' = \left(\frac{y}{h}\right) \frac{N b h^3}{b h B} = \frac{N h^2 \left[ a \left(\frac{y}{h}\right) + 1 \right] y_0}{d} \quad (8)$$

**2-ой этап** - получение зависимости  $(y')^2 = f_2\left(\frac{y}{h}\right)$ .

Проинтегрируем уравнение (8)

$$(y')^2 = 2 \int_{\frac{y}{h}}^{\frac{y_0}{h}} (-h y'') d\left(\frac{y}{h}\right) = 2 \int_{\frac{y}{h}}^{\frac{y_0}{h}} \frac{N h^2 y_0}{d} \left[ a \left(\frac{y}{h} + 1\right) \right] d\left(\frac{y}{h}\right) = \frac{2 N h^2 y_0}{d} \left[ \frac{a}{2} \left(\frac{y_0}{h}\right)^2 - \frac{a}{2} \left(\frac{y}{h}\right)^2 + \left(\frac{y_0}{h}\right) - \left(\frac{y}{h}\right) \right]$$

$$a (y')^2 = -n a^2 \left(\frac{y}{h}\right)^2 - 2 n a \left(\frac{y}{h}\right) + b' \quad (9)$$

где  $n = \frac{N h^2 y_0}{d}$ ;  $b' = \frac{N h^2 a y_0}{d} \left[ a \left(\frac{y_0}{h}\right)^2 + 2 \left(\frac{y_0}{h}\right) \right]$ ,

$y_0 = e + f$  - ордината в середине пролета, которой нужно задаться.

**3-й этап** - нахождение зависимости  $\frac{1}{y'} = f_3\left(\frac{y}{h}\right)$ .

Так как выражение (9) представляет собой квадрат первой производной от  $y$ , то на 3-ем этапе необходимо получить выражение, обратное (9) и извлечь из него квадрат.

$$a y' = \sqrt{a n \left(\frac{y}{h}\right)^2 - 2 a n \left(\frac{y}{h}\right) + b'}$$

Извлечем сначала квадрат, а затем получим обратную величину

$$\frac{1}{ay'} = \frac{1}{\sqrt{an\left(\frac{y}{h}\right)^2 - 2an\left(\frac{y}{h}\right) + b'}} \quad (10)$$

**4-ый этап** - вторичное интегрирование, позволяющее установить зависимость между  $x$  и  $y$ .

$$\frac{x}{h} = \int_0^{y/h} \frac{1}{ay'} d\left(\frac{y}{h}\right) = \int_0^{y/h} \frac{d\left(\frac{y}{h}\right)}{\sqrt{an\left(\frac{y}{h}\right)^2 - 2an\left(\frac{y}{h}\right) + b'}}$$

Преобразуем квадратный трехчлен подкоренного выражения, выделяя из него полный квадрат суммы, тогда

$$\frac{x}{h} = \int_0^{y/h} \frac{d\left(\frac{y}{h}\right)}{\sqrt{an\left[\left[a\left(\frac{y_0}{h}\right) + 1\right]^2 - \left[a\left(\frac{y}{h}\right) + 1\right]^2\right]}} = \frac{1}{\sqrt{an}} \arcsin \frac{\left[a\left(\frac{y}{h}\right) + 1\right]}{\left[a\left(\frac{y_0}{h}\right) + 1\right]}$$

$$a\left(\frac{y}{h}\right) = \sin\left(\frac{x}{h} \sqrt{na}\right) \left[a\left(\frac{y_0}{h}\right) + 1\right] - 1 \quad (11)$$

Формула (11), устанавливающая зависимость между  $x$  и  $y$ , определяет изогнутую ось стержня, и из нее может быть найдена условная относительная длина стержня  $\frac{l}{h}$ , соответствующая прогибу в середине пролета  $\frac{y_0}{h}$ .

Но эта формула не может быть применена при  $y \rightarrow y_0$ , так как кривая  $f_3$  уходит в бесконечность, т.е.  $y'_0 = 0$ .

Этой формулой следует пользоваться на участке  $y < y_0$ , а для значений близких к  $y_0$ , расстояние от середины стержня до данной точки определяется зависимостью:

$$\frac{l}{2h} - \frac{x}{h} = \int_{y'}^0 \frac{1}{hy''} dy' = \int_{y'}^0 f_y(y') dy'.$$

Проинтегрируем (8), представив ее как функцию производной  $\frac{y}{h}$ . Для этого возведем обе

части равенства в квадрат, а затем прибавим и отнимем  $n^2 \left[ a\left(\frac{y_0}{h}\right) + 1 \right]^2$ .

$$\begin{aligned} (-hy'')^2 &= n^2 \left[ a\left(\frac{y}{h} + 1\right) \right]^2 + n^2 \left[ a\left(\frac{y_0}{h} + 1\right) \right]^2 - n^2 \left[ a\left(\frac{y_0}{h} + 1\right) \right]^2 = \\ &= -n \left\{ n \left[ a\left(\frac{y_0}{h} + 1\right) \right]^2 \right\} - n \left[ a\left(\frac{y}{h} + 1\right) \right]^2 - n^2 \left[ a\left(\frac{y_0}{h} + 1\right) \right]^2 \\ & \quad n \left[ a\left(\frac{y_0}{h} + 1\right) \right]^2 - n \left[ a\left(\frac{y}{h} + 1\right) \right]^2 = y'^2, \end{aligned}$$

поэтому

$$(-hy'')^2 = n^2 \left[ a \left( \frac{y_0}{h} + 1 \right) \right] - ny'^2$$

Извлечем квадратный корень из левой и правой частей последнего выражения

$$-hy'' = \sqrt{n^2 \left[ a \left( \frac{y_0}{h} + 1 \right) \right]^2 - ny'^2}; \quad -hy'' = \sqrt{n(a_1^2 - y'^2)},$$

где

$$a_1^2 = n \left[ a \left( \frac{y_0}{h} + 1 \right) \right]^2$$

Величина, обратная последнему выражению, будет иметь вид

$$\frac{1}{hy''} = \frac{1}{\sqrt{n} \sqrt{a_1^2 - y'^2}}, \quad \frac{l}{2h} - \frac{x}{h} = \frac{1}{\sqrt{n}} \int_{y_1}^0 \frac{dy'}{\sqrt{a_1^2 - y'^2}},$$

или

$$\frac{l}{2h} - \frac{x}{h} = \frac{1}{\sqrt{n}} \arcsin \frac{\sqrt{n} \left\{ \left[ a \left( \frac{y_0}{h} + 1 \right) \right]^2 + \left[ a \left( \frac{y}{h} + 1 \right) \right]^2 \right\}}{a \left( \frac{y_0}{h} + 1 \right)} \quad (12)$$

## РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Формулы (11) и (12) позволяют построить изогнутую ось внецентренно сжатого стержня при принятых величинах  $\sigma_0, y_0/h, h, b$  и различных значениях  $y_0$ . Дальнейший ход решения задачи - нахождение критической длины стержня методом огибающих или получение зависимости  $l_0$  от  $y_0$ .

Положение нейтральной оси в любом сечении можно найти из уравнения:

$$E_1^{\bar{\sigma}}(t)S_1^{\bar{\sigma}} + E_1^a S_1^a = E_2^{\bar{\sigma}}(t)S_2^{\bar{\sigma}} + E_1^a S_2^a \quad (13)$$

Таким образом, сложное интегрирование заменяется вычислением изогнутой оси по сравнительно простым формулам (11) и (12). Кроме этого полученные формулы учитывают работу как арматуры, так и бетона железобетонного элемента. Причем, их основное преимущество состоит в учете реологических свойств бетона. Временные модули деформации как и раньше могут быть получены итерационным путем.

Несмотря на предлагаемое упрощение, полученное выше, строгое решение задачи устойчивости для внецентренного сжатого стержня, остается еще громоздким. Чтобы уменьшить вычислительную работу воспользуемся методом одноточечной коллокации, для чего введем предпосылку о синусоидальной форме изгиба оси, т.е. примем изогнутую ось стержня в виде

полуволны синусоиды  $y = y' \sin \frac{\pi x}{l}$ . Дифференцируя дважды по  $x$ , находим  $y'' = -\frac{\pi^2}{l^2} y' \sin \frac{\pi x}{l}$ .

Используя полученное нами ранее дифференциальное уравнение изогнутой оси стержня (8), получим, перейдя к абсолютным величинам и полагая, что начало координат находится в середине пролета, следующее выражение для кривизны:

$$\frac{1}{\rho} = y'' = y_0 \frac{N}{B}, \quad (14)$$

но кривизна в середине пролёта при синусоидальной форме изгиба:

$$\frac{1}{\rho} = y_0' = -y_0 \frac{\pi^2}{l^2}. \quad (15)$$

Приравняв правые части (14) и (15), получим  $y_0 \frac{N}{B} = y_0 \frac{\pi^2}{l^2}$ ,

или сократив, получим

$$\frac{N}{B} = \frac{\pi^2}{l^2}.$$

Отсюда длина стержня

$$l = \sqrt{\frac{\pi^2 B}{N}}. \quad (16)$$

Получив длину стержня и зная стрелу прогиба в середине пролёта  $y = M/N$ , можно построить изогнутую ось центрально сжатого стержня длиной  $l$ , используя для этого соотношения, приведенные на рис.2.

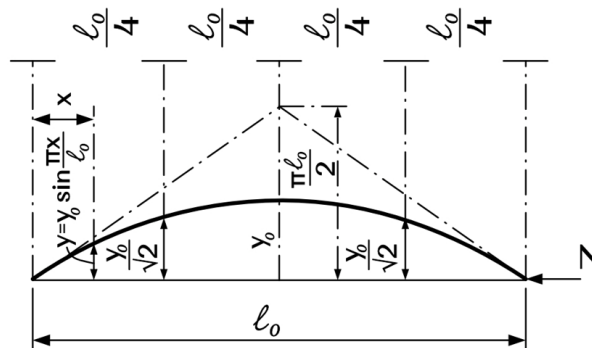


Рис. 2. Изогнутая ось центрально сжатого стержня  
Figure 2. Curved axis of a centrally compressed rod

Зная прогиб, в середине пролёта  $y_0 = M/N$  для прямоугольного сечения можно построить всю изогнутую ось стержня как полуволну синусоиды. Наибольшая ордината синусоиды в середине пролёта равна  $y_0$ , ординаты в четвертях пролёта  $y_{0/4} = 0,707y_0$ , концевая касательная отсекает в середине стержня отрезок  $\frac{\pi}{2} y_0 = 1,571y_0$ . Переход к внецентренно сжатому стержню осуществляется путем нанесения на чертёж прямой линии, параллельной оси  $x$ , и отстоящей от нее на величину эксцентриситета  $e$ . Таким образом, получают длину внецентренно сжатого стержня и прогиб в середине  $f$ .

Дальнейший ход решения совпадает со строгим решением, а именно: проводя прямую параллельную оси  $X$  на расстоянии  $e$ , находят действительную длину внецентренно сжатого стержня, отвечающую эксцентриситету  $e$ , осевому напряжению  $\sigma_0$  и прогибу в середине пролёта  $y_0 = e + f$ . Наибольшее значение  $l_{\max}$  разыскивают путём построения кривой  $l = f(y_0)$  или построения огибающей; затем определяют гибкость  $\lambda = l/i$ , для которой основ-



ное напряжение является критическим; изменяя значения  $e$  и  $\sigma_0$ , можно построить график зависимости между величинами  $\lambda, \nu$  и  $\sigma_{кр}$ .

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При внецентренном сжатии с малыми эксцентриситетами (до  $0,25h$ ) железобетонные стойки работают по типу центрально сжатых элементов. Разрушение бетона происходит раньше достижения предела текучести в растянутой арматуре.

Предлагаемый способ решения аналитической зависимости  $(\sigma, \varepsilon)$  и полученное дифференциальное уравнение изогнутой оси стержня (16) позволяет найти длину стержня, не вычисляя предварительно эпюру нормальных напряжений в среднем его сечении.

Полученное уравнение учитывает влияние реологических свойств бетона на устойчивость внецентренно сжатого железобетонного элемента.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *El-Metwally S.E., Shahhat A.M., Chen W.F.* 3-D nonlinear analysis of RC slender columns // *Computers & Structures*. 1990. Vol.3, No. 5.
2. *Mendis P.A.* Behaviour of Slender High-Strength Concrete Columns // *ACI Structural Journal*. 2000. November-December.
3. *Тамразян А.Г., Есаян С.Г.* Механика ползучести бетона: монография. Москва, 2012. -524с.
4. *Савин С.Ю.* Устойчивость внецентренно сжатых железобетонных элементов при особых воздействиях с учетом деформаций сдвига // *Вестник МГСУ*. 2021. Т. 16. № 1. С. 49-58.
5. *Тамразян А.Г.* Динамическая устойчивость сжатого железобетонного элемента как вязкоупругого стержня // *Вестник МГСУ*. 2011. № 1-2. С. 193-196.
6. *Westerberg B.* Time-dependent effects in the analysis and design of slender concrete compression members. Royal Institute of Technology, Sweden. 2008.
7. *Bradford M.A.* Shrinkage and creep response of slender reinforced concrete columns under moment gradient: theory and results // *Magazine of Concrete Research*. 2005. Vol. 57. No. 4.
8. *Александров А.В., Трапуш В.И., Матвеев А.В.* О расчете стержневых конструкций на устойчивость // *Промышленное и гражданское строительство*. 2002. №3. С. 16-19.
9. *Fedorova N., Kolchunov V., Tuyen Vu.N., Ilyushchenko T.* Determination of stiffness parameters of reinforced concrete structures using the decomposition method to calculate their survivability // *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2021. V. 1030. No. 1. Pp. 012078.
10. *Lindwall C., Wester J.* Modelling Lateral Stability of Prefabricated Concrete Structures. Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden. 2016.
11. *Аганов В.П.* Метод конечных элементов в статике, динамике и устойчивости конструкций. М.: АСВ. 2004. 248 с.
12. *Барагунова Л.А.* Определение критической силы сжатого стержня методом конечных разностей // *Вестник КБГУ. Серия Технические науки*. – Вып.4 – Нальчик, 2000. – С.13-14.
13. *Масленников А.М.* Основы динамики и устойчивости стержневых систем. М.: АСВ. 2000. 204 с
14. *Тамразян А.Г.* К расчету железобетонных элементов с учетом ползучести и старения на основе реологической модели бетона // *Промышленное и гражданское строительство*. 2012. № 7. С. 26-27.
15. *Прасолов Н.О.* Живучесть железобетонных рамно-стержневых конструкций при внезапной потере устойчивости несущих элементов: дис... кандидата технических наук: 05.23.01.- Орел, 2013.-164с.: ил.
16. *Теряник В.В.* Прочность и устойчивость внецентренно сжатых элементов, усиленных железобетонными и металлическими обоймами: автореферат дис.... доктора технических наук: 05.23.01.- Челябинск, 2007.- 45 с.
17. *Мальков А.А.* Несущая способность стержневых конструкций из бетона и железобетона по прочности, устойчивости и деформативности: дис... кандидата технических наук: 05.23.01.- Пенза, 2001.- 157 с.: ил.
18. *Мещеряков В.Б.* Статика, динамика и устойчивость тонкостенных стержней с учетом деформаций сдвига. М.: АСВ. 2014. 246 с.

## REFERENCES

1. El-Metwally S E, Shahhat A M & Chen W F: 3-D nonlinear analysis of R/C slender columns. *Computers & Structures*. 1990. Vol.3. No. 5.
2. Mendis P A: Behaviour of Slender High-Strength Concrete Columns. *ACI Structural Journal*. 2000. November-December.
3. Tamrazyan A.G., Yesayan S.G. Creep mechanics of concrete: monograph. Moscow: MGSU, 2012.-524 p.
4. Savin S.Yu. Stability of eccentrically compressed reinforced concrete elements under special impacts, taking into account shear deformations. *Bulletin of MGSU*. 2021. V. 16. No. 1. Pp. 49-58.
5. Tamrazyan A.G. Dynamic stability of a compressed reinforced concrete element as a viscoelastic rod. *Bulletin of MGSU*. 2011. No. 1-2. pp. 193-196.
6. Westerberg B. Time-dependent effects in the analysis and design of slender concrete compression members. Royal Institute of Technology, Sweden. 2008.
7. Bradford M A: Shrinkage and creep response of slender reinforced concrete columns under moment gradient: theory and results. *Magazine of Concrete Research*. 2005. Vol. 57, No. 4.
8. Aleksandrov A.V., Travush V.I., Matveev A.V. On the calculation of rod structures for stability. *Industrial and civil construction*. 2002. No. 3. Pp. 16-19.
9. Fedorova N., Kolchunov V., Tuyen Vu.N., Ilyushchenko T. Determination of stiffness parameters of reinforced concrete structures using the decomposition method to calculate their survivability. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2021. V. 1030. No. 1. Pp. 012078.
10. Lindwall C., Wester J. Modelling Lateral Stability of Prefabricated Concrete Structures. Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden. 2016.
11. Agapov V.P. Finite element method in statics, dynamics and stability of structures. Moscow: ASV. 2004. 248 p.
12. Baragunova L.A. Determination of the critical force of a compressed rod by the finite difference method. *Vestnik KBSU. Series Technical sciences*. 2000. Issue 4. - P.13-14.
13. Maslennikov A.M. Fundamentals of dynamics and stability of rod systems. Moscow: ASV. 2000. 204 p.
14. Tamrazyan A.G. To the calculation of reinforced concrete elements, taking into account creep and aging based on the rheological model of concrete. *Industrial and civil construction*. 2012. No. 7. Pp. 26-27.
15. Prasolov N.O. Survivability of reinforced concrete frame-rod structures with a sudden loss of stability of load-bearing elements: dis.... candidate of technical sciences: 05.23.01. - Orel, 2013.-164p.: ill.
16. Teryanik V.V. Strength and stability of eccentrically compressed elements reinforced with reinforced concrete and metal clips: abstract of dissertation .... Doctor of Technical Sciences: 05.23.01.- Chelyabinsk, 2007.- 45 p.: ill.
17. Malkov A.A. Bearing capacity of bar structures made of concrete and reinforced concrete in terms of strength, stability and deformability: PhD thesis: 05.23.01.- Penza, 2001.- 157 p.: ill.
18. Meshcheryakov V.B. Statics, dynamics and stability of thin-walled rods taking into account shear deformations. Moscow: ASV. 2014. 246 p.