



УДК 539.3: 624.012(075)

DOI: 10.22227/2949-1622.2023.4.66-80

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ/ RESEARCH ARTICLE

Моделирование многоэтажного здания из железобетона с учетом повреждаемости на деформируемом основании

А.А. Трещев^{1*}, В.Г. Теличко¹, А.М. Андронов¹¹ Тульский государственный университет, Тула, Российская Федерация

* taa58@yandex.ru

Ключевые слова: монолитный железобетон, гибридные конечные элементы, пространственная несущая система, чувствительность к виду напряженного состояния, повреждаемость.

История статьи

Поступила в редакцию: 13.07.2023

Доработана: 23.07.2023

Принята к публикации: 28.07.2023

Для цитирования

Трещев А.А., Теличко В.Г., Андронов А.М. Моделирование многоэтажного здания из железобетона с учетом повреждаемости на деформируемом основании // Железобетонные конструкции. 2023. Т. 4. № 4. С. 66–80.

Аннотация. Рассматривается построение математической модели на основе метода конечных элементов для определения напряженно-деформированного состояния 25-и этажного здания из железобетона на многослойном деформируемом основании. Учитывается чувствительность физико-механических характеристик материала здания и основания к виду напряженного состояния, развитие пластических деформаций в арматуре, повреждаемость в форме трещинообразования, наведенная неоднородность. В качестве определяющих соотношений приняты соотношения для нелинейных изотропных материалов, предложенные в рамках теории нормированных пространств напряжений. Сформулирована модификация многослойного треугольного гибридного конечного элемента с пятью степенями свободы в узле для описания особенностей механического поведения конструкций здания. Приведено описание способов моделирования фиктивных слоев элемента, соответствующих различным вариантам напряженно-деформированного состояния железобетона. Получены количественные оценки напряженно-деформируемого состояния комбинированной системы «здание-основание» при действии статических нагрузок двух типов, в виде графиков зависимости перемещений от величины нагрузки в плитах перекрытия и пилонах. По результатам исследований, подтверждено, что учёт «усложнённых» является необходимым для получения корректных оценок напряженно-деформированного состояния зданий.

Modeling of a Multi-Storey Building Made of Reinforced Concrete, Taking into Account Damage on a Deformable Foundation

Alexander A. Treshchev^{1*}, Viktor G. Telichko¹, Anton M. Andronov¹¹ Tula state university (TSU), Tula, Russian Federation

* taa58@yandex.ru

Keywords: monolithic reinforced concrete, hybrid finite elements, spatial bearing system, sensitivity to the type of stress state, damageability.

Abstract. The construction of a mathematical model based on the finite element method for determining the stress-strain state of a 25-storey reinforced concrete building on a multilayer deformable foundation is considered.

Александр Анатольевич Трещев, доктор технических наук, профессор, Тульский государственный университет (ТулГУ), 300012, г. Тула, проспект Ленина, д.92; eLIBRARY SPIN-код: 8966-7812, Scopus: 6507502084, ResearcherID: ABA-7387-2021, ORCID: 0000-0001-8601-4021, E-mail: taa58@yandex.ru.

Виктор Григорьевич Теличко, кандидат технических наук, доцент, Тульский государственный университет (ТулГУ), 300012, г. Тула, проспект Ленина, д.92; eLIBRARY SPIN-код: 2755-2105, Scopus: 56341418200, ResearcherID: AAN-5972-2020, ORCID: -, E-mail: katanv@yandex.ru.

Антон Максимович Андронов, аспирант, Тульский государственный университет (ТулГУ), 300012, г. Тула, проспект Ленина, д.92; E-mail: double.a98@yandex.ru.

© Трещев А.А., Теличко В.Г., Андронов А.М., 2023



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

Article history

Received: 13.07.2023

Revised: 23.07.2023

Accepted: 28.07.2023

For citation

Treshchev A.A., Telichko V.G., Andronov A.M. Modeling of a Multi-Storey Building Made of Reinforced Concrete, Taking into Account Damage on a Deformable Foundation. *Reinforced Concrete Structures*. 2023;4 (4): 66–80.

The sensitivity of the physical and mechanical characteristics of the building and foundation material to the type of stress state, the development of plastic deformations in reinforcement, damage in the form of cracking, and induced heterogeneity are taken into account. The relations for nonlinear isotropic materials proposed in the frame-work of the theory of normalized stress spaces are taken as constitutive relations. A modification of a multilayer triangular hybrid finite element with five degrees of freedom in the node is formulated to describe the features of the mechanical behavior of building structures. A description is given of methods for modeling fictitious layers of an element corresponding to various variants of the stress-strain state of reinforced concrete. Quantitative estimates of the stress-strain state of the combined "building-base" system under the action of static loads of two types are obtained in the form of graphs of the dependence of displacements on the magnitude of the load in floor slabs and pylons. According to the results of the research, it was confirmed that taking into account "complicated" ones is necessary to obtain correct estimates of the stress-strain state of buildings.

ВВЕДЕНИЕ

Потребность в достоверных расчётных моделях, построенных для таких материалов, как бетон (железобетон) и других композитных материалов, а также грунтов, становится всё более актуальной с каждым годом. Это материалы, склонные к дилатации, физико-механические свойства которых проявляют чувствительность к виду напряженного состояния (иначе – разносопротивляющиеся материалы или материалы с «усложнёнными» свойствами) [1]. Соответствующие теоретические модели оказываются весьма сложными для практической адаптации. Поэтому существует значительная потребность в получении новых числовых моделей, описывающих поведение конструкций в реальных условиях эксплуатации, особенно применительно к системам типа «сооружение-основание». Необходимость подобного типа расчетов зафиксировано в нормативных документах [2, 3].

Для определения напряженно-деформированного состояния (НДС) нелинейных изотропных разносопротивляющихся материалов, за последние десятилетия, предложен ряд определяющих соотношений, как показано в обзоре [1, 2]. Однако, подавляющее большинство существующих моделей имеют существенные недостатки, ограничивающие их применение для расчета конструкций, находящихся в сложном напряженном состоянии [1]. Поэтому в настоящем исследовании используется апробированный вариант уравнений состояния для изотропных разносопротивляющихся материалов, чувствительных к виду напряженного состояния, базирующийся на методике нормированных пространств напряжений, позволяющий получать вполне реалистичные оценки НДС [1-3].

Кроме того, необходимо заметить, что для полноценного учета всего комплекса эффектов, связанных с моделированием поведения бетона (железобетона) как изотропного нелинейного разносопротивляющегося материала, а также повреждаемости в форме трещинообразования, пластических деформаций в арматуре необходимо совершенствовать соответствующую расчетную базу, так как существующие вычислительные средства далеко не всегда удовлетворяют требованиям для проведения расчетов с необходимой точностью [2, 4]. Поэтому в данном исследовании предложен новый вариант гибридного конечного элемента (КЭ), с учетом физически нелинейного поведения материала и его повреждаемости [2, 4].

Alexander A. Treshchev, Doctor of Technical Sciences, Professor, Tula State University (TSU), 300012, Tula, Lenina Prospekt, 92; eLIBRARY SPIN code: 8966-7812, Scopus: 6507502084, ResearcherID: ABA-7387-2021, ORCID: 0000-0001-8601-4021, E-mail: taa58@yandex.ru.

Viktor G. Telichko, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Tula State University (TSU), 300012, Tula, Lenina Prospekt, 92; eLIBRARY SPIN code: 2755-2105, Scopus: 56341418200, ResearcherID: AAN-5972-2020, E-mail: katranv@yandex.ru.

Anton M. Andronov, post-graduate student, Tula State University (TSU), 300012, Tula, Lenina avenue, 92; E-mail: double.a98@yandex.ru.

МЕТОД

Одним из магистральных направлений развития строительной механики как науки является использование новых теоретических моделей, разрабатываемых механикой деформируемого твёрдого тела, применительно к экспериментально проявившимся эффектам, связанным со свойствами материалов, используемых в несущих элементах строительных конструкций. Такие модели основаны на отказе от части гипотез, регламентирующих как форму конструкции, так и приближённых способов описания реальных свойств материала. Реализация этого направления развития строительной механики приводит к усложнению системы разрешающих уравнений, что делает невозможным использование новых моделей в практических целях. Эта проблема [3, 5] в настоящее время решается использованием достижений вычислительной математики и механики на пути развития методов расчета, одним из которых является метод конечных элементов (МКЭ) [6-8].

В настоящее время многие жилые многоэтажные здания из монолитного железобетона представлены несущими элементами преимущественно в форме, где один геометрический размер (например, толщина плиты) существенно меньше, чем два других. Это даёт основание при расчётном моделировании заменять их плоскостными моделями типа плит или оболочек, использовать их как инструмент для расчета надземных частей зданий и сооружений.

Для учета механической работы и определения НДС таких элементов конструкций на основе предложений [9-13] авторами разработана эффективная модификация плоского многослойного треугольного гибридного конечного элемента с 5-ю степенями свободы в узле [2, 4], которая была направлена на учёт объёмных сил, начальных деформаций и упрощение оценки практической сходимости процесса вычислений. Вычислительные эксперименты [3, 4], проведенные путем решения модельных задач для плит и оболочек с учетом повреждаемости в форме трещинообразования, показали, что треугольные элементы, основанные на гибридной формулировке МКЭ, позволяют получать результаты, не уступающие по точности более сложным четырёхугольным элементам (в том числе с промежуточными узлами), при этом не ограничивая геометрию рассматриваемой задачи.

Математическая модель определения НДС армированных элементов, из которых состоит здание, должна достаточно точно учитывать специфические особенности взаимодействия сложной среды «бетон-арматура» на различных стадиях, быть обозримой и практически достаточно просто реализуемой. Соответственно нельзя обойтись без дополнительных технических гипотез, в связи с чем принимается справедливое следующее [3, 4]: 1) арматура моделируется «размазанным» слоем с учетом коэффициентов армирования в соответствующих направлениях, с учетом нагельного эффекта; 2) элементы разбиваются на ряд фиктивных слоев по толщине: а) бетонные слои без трещин; б) железобетонные слои без трещин; в) бетонные слои с трещинами; г) железобетонные слои с трещинами; д) железобетонные слои с пересекающимися трещинами, 3) в качестве критерия прочности бетона принимается П.П. Баландина [3]; 4) влияние растянутого бетона учитывается коэффициентом В.И. Мурашева [4, 14]. Основная часть необходимой информации по конечно-элементной формулировке подробно изложена в работах [3, 4].

Рассмотрим моделирование фиктивных слоев для модификации плоского многослойного конечного элемента [4].

Неармированные бетонные слои без трещин. Связь между деформациями и напряжениями запишется в виде:

$$\{e\} = [A]\{\sigma\}, \quad (1)$$

где $[A]$ – симметричная квадратная матрица размером 5×5 (пренебрегаем напряжениями σ_{33}), получается напрямую применением формул Кастильяно к потенциалу деформаций W_I [1].

Матрица $[B]$ для каждого из бетонных слоев КЭ выражается через матрицу податливости:

$$[B] = [A]^{-1}. \quad (2)$$

Армированные (железобетонные) слои без трещин. Напряжения в железобетонном слое принимаются в виде суммы напряжений в бетоне и арматуре [4], откуда получаем матрицу упругости для неповрежденных слоев:

$$[B] = [A]^{-1} + [B_s], \quad (3)$$

$$\text{где } [B_s] = \begin{bmatrix} \mu_{11} \frac{E_s}{1 - \nu_s^2 \mu_{11}} & \mu_{11} \frac{E_s \nu_s}{1 - \nu_s^2 \mu_{11}} & 0 & 0 & 0 \\ \mu_{22} \frac{E_s \nu_s}{1 - \nu_s^2 \mu_{22}} & \mu_{22} \frac{E_s}{1 - \nu_s^2 \mu_{22}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{11} \frac{E_s}{1 + \nu_s \mu_{11}} + \mu_{22} \frac{E_s}{1 + \nu_s \mu_{22}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu_{22} \frac{E_s}{1 + \nu_s \mu_{22}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_{11} \frac{E_s}{1 + \nu_s \mu_{11}} \end{bmatrix};$$

E_s – модуль упругости арматуры, ν_s – коэффициент Пуассона; $\mu_{11} = A_{si} / S_{i11} h_s$, $\mu_{22} = A_{si} / S_{i22} h_s$ – коэффициенты армирования по осям X_1 и X_2 локальной системы координат КЭ; A_{si} – площадь сечения арматурного стержня; S_{i11} , S_{i22} – шаг стержней; h_s – суммарная толщина армированных слоев.

Бетонные слои с трещиной. Условие образования трещин [2]:

$$\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 + 3 \cdot (\tau_{12}^2 + \tau_{23}^2 + \tau_{13}^2) - (\sigma_{11} \sigma_{22}) - (R_{bt} - R_b)(\sigma_{11} + \sigma_{22}) - R_{bt} R_b > 0, \quad (4)$$

где $\sigma_{11}, \sigma_{22}, \tau_{12}, \tau_{13}, \tau_{23}$ – напряжения в бетоне в момент трещинообразования, рассчитанные для центра слоя. Здесь R_{bt}, R_b – предел прочности бетона при осевом растяжении и сжатии.

При выполнении условия (4) в бетонном слое образуется трещина вдоль площадок, ортогональных к направлению наибольшего из главных растягивающих напряжений, рассчитываемого по формуле для плоского напряженного состояния:

$$\sigma_{tr} = [\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sqrt{(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 4\tau_{12}^2}] / 2.$$

Направление развития трещин – величина угла между нормалью к трещине и осью x_1 :

$$\chi_1 = \arctg[(\sigma_{tr} - \sigma_{11}) / \tau_{12}].$$

При возникновении параллельных друг другу трещин в области слоя начально-изотропный бетон приобретает свойства ортотропии, утрачивается приемлемость потенциальных соотношений [1], принятых для нелинейного разносопротивляющегося изотропного материала. Соответственно, считаем справедливой приемлемость принятых потенциальных соотношений только для направлений вдоль трещин. В этом направлении свойства бетона аппроксимируются секущим модулем упругости E_B и секущим коэффициентом поперечных деформаций ν_B , определяемыми из выражения:

$$e_{22}^* = A_{12}^* \sigma_{11}^* + A_{22}^* \sigma_{22}^* = (\sigma_{22}^* - \nu_B \sigma_{11}^*) / E_B, \quad E_B = 1 / A_{22}^*; \quad \nu_B = -A_{12}^* / A_{22}^*,$$

где A_{12}^* , A_{22}^* – элементы матрицы податливости, рассчитываемые по формулам для неармированных слоев [2, 4]; σ_{ij}^* – напряжения в бетоне, рассчитанные в системе координат $X_1^*OX_2^*$, повернутой относительно исходной системы X_1OX_2 на угол χ_1 и привязанной к направлению возникновения трещины.

Зависимости между деформациями и напряжениями в системе координат $X_1^*OX_2^*$ примем в виде:

$$\{e^*\} = [A^*] \{\sigma_B^*\}, \quad \text{где } \{e^*\} = \begin{Bmatrix} e_{11}^* \\ e_{22}^* \\ \gamma_{12}^* \\ \gamma_{13}^* \\ \gamma_{23}^* \end{Bmatrix}; \quad [A^*] = \begin{bmatrix} A_{11}^* & A_{12}^* & 0 & 0 & 0 \\ & A_{22}^* & 0 & 0 & 0 \\ & & A_{66}^* & 0 & 0 \\ & & Sim & A_{44}^* & 0 \\ & & & & A_{55}^* \end{bmatrix}; \quad \{\sigma_B^*\} = \begin{Bmatrix} \sigma_{B11}^* \\ \sigma_{B22}^* \\ \tau_{B12}^* \\ \tau_{B13}^* \\ \tau_{B23}^* \end{Bmatrix};$$

или для случая с образованием трещины в направлении оси X_1^* :

$$[B^*] = [A^*]^{-1} = \begin{bmatrix} B_{11}^* & B_{12}^* & 0 & 0 & 0 \\ & B_{22}^* & 0 & 0 & 0 \\ & & B_{66}^* & 0 & 0 \\ & & Sim & B_{44}^* & 0 \\ & & & & B_{55}^* \end{bmatrix};$$

где $B_{11}^* = 0$; $B_{12}^* = 0$; $B_{22}^* = E_B$; $B_{44}^* = B_{66}^* = 0$; $B_{55}^* = E_B / [2(1 + \nu)]$.

Тогда, выполнив преобразование координат в исходную, получим матрицу жесткости для треснувшего бетона $[B^c]$:

$$[A^c]^{-1} = [B^c] = \begin{bmatrix} B_{11}^c & B_{12}^c & B_{16}^c & 0 & 0 \\ & B_{22}^c & B_{26}^c & 0 & 0 \\ & & B_{66}^c & 0 & 0 \\ sim & & & B_{44}^c & 0 \\ & & & & B_{55}^c \end{bmatrix},$$

где

$$B_{11}^c = B_{22}^* \sin^4 \chi_1; \quad B_{22}^c = B_{22}^* \cos^4 \chi_1; \quad B_{12}^c = B_{22}^* \sin^2 \chi_1 \cos^2 \chi_1; \quad B_{16}^c = B_{22}^* \cos \chi_1 \sin^3 \chi_1; \\ B_{26}^c = B_{22}^* \cos^3 \chi_1 \sin \chi_1; \quad B_{66}^c = 4B_{22}^* \sin^2 \chi_1 \cos^2 \chi_1; \quad B_{44}^c = B_{55}^* \sin^2 \chi_1; \quad B_{55}^c = B_{55}^* \cos^2 \chi_1.$$

Железобетонные слои с трещиной. Появление трещин определяется из условия Баландина в пределах фиктивного слоя КЭ:

$$\sigma_{B11}^2 + \sigma_{B22}^2 + 3 \cdot (\tau_{12}^2 + \tau_{23}^2 + \tau_{13}^2) - (\sigma_{B11} \sigma_{B22}) - (R_{bt} - R_b) (\sigma_{B11} + \sigma_{B22}) - R_{bt} R_b > 0, \quad (5)$$

где σ_{Bij} – напряжения в бетоне армированного слоя. Направление развития трещин определяется аналогично случаю с неармированными слоями. Учитывая рассуждения, приведенные выше, получим:

$$e_{22}^* = A_{12}^* \sigma_{B11}^* + A_{22}^* \sigma_{B22}^* = (\sigma_{B22}^* - \nu_B \sigma_{B11}^*) / E_B, \quad (6)$$

т. е. $E_B = 1 / A_{22}^*$; $\nu_B = -A_{12}^* / A_{22}^*$, σ_{B11}^* , σ_{B22}^* – напряжения в бетоне системе координат $X_1^*OX_2^*$.

Зависимости в повернутой системе координат $X_1^*OX_2^*$:

$$\{e^*\} = [A^*]\{\sigma_B^*\}, \quad (7)$$

где

$$\{e^*\} = \begin{Bmatrix} e_{11}^* \\ e_{22}^* \\ \gamma_{12}^* \\ \gamma_{13}^* \\ \gamma_{23}^* \end{Bmatrix}; [A^*] = \begin{bmatrix} A_{11}^* & A_{12}^* & 0 & 0 & 0 \\ & A_{22}^* & 0 & 0 & 0 \\ & & A_{66}^* & 0 & 0 \\ Sim & & & A_{44}^* & 0 \\ & & & & A_{55}^* \end{bmatrix}; \{\sigma_B^*\} = \begin{Bmatrix} \sigma_{B11}^* \\ \sigma_{B22}^* \\ \tau_{B12}^* \\ \tau_{B13}^* \\ \tau_{B23}^* \end{Bmatrix};$$

$A_{11}^* = 1/(E_B\omega)$; $A_{12}^* = -\nu_B/E_B$; $A_{22}^* = 1/E_B$; $A_{44}^* = A_{66}^* = 2(1+\nu_B)/(E_B\omega)$; $A_{55}^* = 2(1+\nu)/E_B$, где секущий модуль упругости бетона определяется величиной $E_B\omega$ в направлении оси X_1^* (ω – функция, которая учитывает степень повреждения $0 < \omega \leq 1$ [2]). В исходной локальной системе координат матрица податливости для треснувшего бетона $[A^c]$:

$$[A^c] = \begin{bmatrix} A_{11}^c & A_{12}^c & A_{16}^c & 0 & 0 \\ & A_{22}^c & A_{26}^c & 0 & 0 \\ & & A_{66}^c & 0 & 0 \\ sim & & & A_{44}^c & 0 \\ & & & & A_{55}^c \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Матрица упругости для арматуры треснувшего слоя в исходной ортогональной системе координат X_1OX_2 имеет вид, аналогичный используемому в формуле (3), с учетом пластического деформирования и направления армирования [4]:

$$[B_S^c] = \begin{bmatrix} \mu_{11} \frac{E_{s11}\chi_{11}}{(1-\nu_{s11}^2\mu_{11})\lambda_{11}} & \mu_{11} \frac{E_{s11}\nu_{s11}\chi_{11}}{(1-\nu_{s11}^2\mu_{11})\lambda_{11}} & 0 & 0 & 0 \\ \mu_{22} \frac{E_{s22}\nu_{s22}\chi_{22}}{(1-\nu_{s22}^2\mu_{22})\lambda_{22}} & \mu_{22} \frac{E_{s22}\chi_{22}}{(1-\nu_{s22}^2\mu_{22})\lambda_{22}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B_{S3,3}^c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & B_{S4,4}^c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & B_{S5,5}^c \end{bmatrix},$$

где E_{skk} – секущие модули деформаций арматуры, расположенной вдоль осей X_1 и X_2 , ν_{skk} – секущий коэффициент поперечных деформаций армирующих стержневых элементов ($k=1,2$). С целью учета развития пластических деформаций в арматуре, используем формулы:

$$E_{Skk} = \begin{cases} E_S & \text{при } \sigma_{Skk} < \sigma_p \mu_{kk} \\ \sigma_p / e_{kk} & \text{при } \sigma_{Skk} \geq \sigma_p \mu_{kk} \end{cases}, k=1,2, \text{ где } \sigma_p \text{ – предел текучести арматурной стали. Ко-}$$

эффициенты, учитывающие зацепление и нагельный эффект:

$$B_{S\ 3,3}^C = \frac{\mu_{11} E_{s11} \chi_{11}}{(1 + \nu_{s11} \mu_{11}) \lambda_{11} \operatorname{ctg}^2 \chi_1} + \frac{\mu_{22} E_{s22} \chi_{22}}{(1 + \nu_{s22} \mu_{22}) \lambda_{22} \operatorname{tg}^2 \chi_1},$$

$$B_{S\ 4,4}^C = \frac{\mu_{22} E_{s22} \chi_{22}}{(1 + \nu_{s22} \mu_{22}) \lambda_{22} \operatorname{ctg}^2 \chi_1}, B_{S\ 5,5}^C = \frac{\mu_{11} E_{s11} \chi_{11}}{(1 + \nu_{s11} \mu_{11}) \lambda_{11} \operatorname{tg}^2 \chi_1},$$

где

$$\chi_{11} = 1 + \frac{\mu_{11} (1 - \lambda_{11} \psi_s) E_s \cos^2 \chi_1}{E_B}, \quad \chi_{22} = 1 + \frac{\mu_{22} (1 - \lambda_{22} \psi_s) E_s \sin^2 \chi_1}{E_B},$$

$$\lambda_{11} = \frac{\eta_\tau \mu_{11}}{\eta_\tau \mu_{11} + \mu_{22} \operatorname{ctg}^2 \chi_1}, \quad \lambda_{22} = \frac{\eta_\tau \mu_{22}}{\eta_\tau \mu_{22} + \mu_{11} \operatorname{tg}^2 \chi_1},$$

η_τ – коэффициент, учитывающий повышенную чувствительность арматурных стержней к воздействию тангенциальных перемещений в бетоне у трещины, который принимается равным $\eta_\tau \approx 16$, согласно рекомендациям [15]. Матрица упругости для армированного слоя:

$$[B] = [B_B^C] + [B_S^C], \quad \text{где} \quad [B_B^C] = [A^C]^{-1}. \quad (9)$$

Для уточнения модели треснувшего армированного слоя задается функция поврежденности ω , определяемая с помощью параметра В.И. Мурашева [7] ψ_s , который учитывает работу растянутого бетона на участках между трещинами $\psi_s = E_{sn} / (E_B \omega + E_{sn})$, где E_{sn} – модуль упругости арматуры в направлении вдоль нормали к трещине:

$$E_{sn} = E_{s11} \mu_{11} \cos^4 \chi_1 + E_{s22} \mu_{22} \sin^4 \chi_1. \quad (10)$$

Решая уравнение (10) относительно функции поврежденности и учитывая рекомендации Гениева Г.А., Киссюк В.Н. и Тюпина Г.А. [16], с учетом правил преобразования координат для напряжений σ_{Bij} получим нелинейное уравнение относительно ω [4], решаемое в рамках метода последовательных приближений:

$$\begin{aligned} & (B_{B11}^C e_{11} + B_{B12}^C e_{22} + B_{B16}^C \gamma_{12}) \cos^2 \chi_1 + (B_{B12}^C e_{12} + B_{B22}^C e_{22} + B_{B26}^C \gamma_{12}) \sin^2 \chi_1 + \\ & + (B_{B16}^C e_{11} + B_{B26}^C e_{26} + B_{B66}^C \gamma_{12}) \sin 2\chi_1 = 0, 7R_{bt}. \end{aligned} \quad (11)$$

Железобетонные слои с пересекающимися трещинами. С учетом принятой модели армированного слоя с трещинами и введенных ранее гипотез матрицу упругости в пределах фиктивного слоя получим в виде:

$$[B] = [B_S^C], \quad (12)$$

где матрица $[B_S^C]$ определяется согласно (5). Далее рассмотрим вопрос моделирования основания для здания.

Моделирование многослойного деформируемого основания. Как показал анализ наиболее распространенных моделей грунтового основания, все они в той или иной степени не отражают реальную работу упругого основания [17]. Наиболее близки к эксперименту и практике оказываются модели, основанные на трехмерной модели теории упругости в сочетании с учетом нелинейных свойств работы грунтов [18], что выгодно отличает их от моделей линейно-деформируемого основания и схожих с ними. Кроме того, модели, основанные на объемных элементах, обладают очень большой наглядностью как при анализе деформированного состояния, так и при анализе напряжений в основании [18]. Вычислительные эксперименты [2, 18], проведенные авторами статьи ранее, показали, что для рассматриваемого

класса задач наиболее целесообразно применять изопараметрический, четырехузловой конечный элемент в форме тетраэдра, с тремя поступательными степенями свободы в узле, который представляется весьма удобным для моделирования основания произвольного вида, в том числе с включениями. Вывод матрицы жесткости данного объемного элемента представлен в работе [18].

Для реализации предлагаемой модели используются экспериментальные данные по грунтам, опубликованные в работах А.Н. Ставрогина и А.Г. Протосени [19, 20]. Испытания стандартных образцов проводились в условиях сжатия по первой оси с боковым поджатием по второй оси. Указанные выше результаты испытаний обрабатывались и аппроксимировались по методике, предложенной А.А. Трещёвым [1, 2]. Они оказались также эффективными для определения констант потенциала деформаций для начально-изотропных материалов для каждого из четырёх слоёв грунта: известняка, талькохлорита-1, кварцевого диорита Д-2 и песчаника П-026.

Таблица 1

Вычисленные константы потенциала

Константы потенциала	Талькохлорит-1	Кварцевый диорит Д-2	Песчаник П-026	Известняк
n	3,05	3,26	2,5	2,27
$A_e, \text{МПа}^{-1}$	$2,115 \cdot 10^{-5}$	$1,917 \cdot 10^{-5}$	$6,148 \cdot 10^{-5}$	$1,177 \cdot 10^{-4}$
$B_e, \text{МПа}^{-1}$	$4,557 \cdot 10^{-6}$	$2,238 \cdot 10^{-6}$	$2,016 \cdot 10^{-5}$	$4,225 \cdot 10^{-5}$
$C_e, \text{МПа}^{-1}$	$-1,936 \cdot 10^{-5}$	$-2,654 \cdot 10^{-5}$	$-4,667 \cdot 10^{-6}$	$-9,522 \cdot 10^{-6}$
$D_e, \text{МПа}^{-1}$	$-6,458 \cdot 10^{-6}$	$-5,865 \cdot 10^{-6}$	$-2,574 \cdot 10^{-7}$	$-1,594 \cdot 10^{-7}$
$A_p, \text{МПа}^{(1-2n)/n}$	$1,454 \cdot 10^{-4}$	$1,221 \cdot 10^{-4}$	$3,725 \cdot 10^{-4}$	$8,319 \cdot 10^{-4}$
$B_p, \text{МПа}^{(1-2n)/n}$	$5,045 \cdot 10^{-5}$	$3,561 \cdot 10^{-5}$	$1,551 \cdot 10^{-4}$	$3,117 \cdot 10^{-4}$
$C_p, \text{МПа}^{(1-2n)/n}$	$-1,356 \cdot 10^{-4}$	$2,056 \cdot 10^{-4}$	$8,226 \cdot 10^{-4}$	$-1,027 \cdot 10^{-3}$
$D_p, \text{МПа}^{(1-2n)/n}$	$1,701 \cdot 10^{-5}$	$1,887 \cdot 10^{-5}$	$1,662 \cdot 10^{-4}$	$3,982 \cdot 10^{-5}$

Table 1

Calculated potential constants

Potential constants	Soapstone -1	Quartz diorite D-2	Sandstone S-026	Limestone
n	3,05	3,26	2,5	2,27
$A_e, \text{МПа}^{-1}$	$2,115 \cdot 10^{-5}$	$1,917 \cdot 10^{-5}$	$6,148 \cdot 10^{-5}$	$1,177 \cdot 10^{-4}$
$B_e, \text{МПа}^{-1}$	$4,557 \cdot 10^{-6}$	$2,238 \cdot 10^{-6}$	$2,016 \cdot 10^{-5}$	$4,225 \cdot 10^{-5}$
$C_e, \text{МПа}^{-1}$	$-1,936 \cdot 10^{-5}$	$-2,654 \cdot 10^{-5}$	$-4,667 \cdot 10^{-6}$	$-9,522 \cdot 10^{-6}$
$D_e, \text{МПа}^{-1}$	$-6,458 \cdot 10^{-6}$	$-5,865 \cdot 10^{-6}$	$-2,574 \cdot 10^{-7}$	$-1,594 \cdot 10^{-7}$
$A_p, \text{МПа}^{(1-2n)/n}$	$1,454 \cdot 10^{-4}$	$1,221 \cdot 10^{-4}$	$3,725 \cdot 10^{-4}$	$8,319 \cdot 10^{-4}$
$B_p, \text{МПа}^{(1-2n)/n}$	$5,045 \cdot 10^{-5}$	$3,561 \cdot 10^{-5}$	$1,551 \cdot 10^{-4}$	$3,117 \cdot 10^{-4}$
$C_p, \text{МПа}^{(1-2n)/n}$	$-1,356 \cdot 10^{-4}$	$2,056 \cdot 10^{-4}$	$8,226 \cdot 10^{-4}$	$-1,027 \cdot 10^{-3}$
$D_p, \text{МПа}^{(1-2n)/n}$	$1,701 \cdot 10^{-5}$	$1,887 \cdot 10^{-5}$	$1,662 \cdot 10^{-4}$	$3,982 \cdot 10^{-5}$

Для определения констант потенциала [1] использовались одноосные испытания, а другие варианты экспериментальных данных потребовались для контроля адекватности модели и доказательства корректности проводимых теоретических аппроксимаций. Вычисленные константы представлены в таблице 1.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЯ

На основании многолетних исследований [1-4, 18] был решён целый ряд задач [2]. Однако, в перечисленных исследованиях были рассмотрены только отдельные несущие элементы строительных конструкций, такие как балки, плиты или оболочки. Комплексные задачи в виде расчёта конструкций, включающих набор подобных элементов с учётом зависимости физико-механических свойств материала от компонентного состава тензора напряжений, трещинообразование и другие «усложнённые» свойства, ранее не решались. В связи с этим ниже решается задача расчётного моделирования высотного здания и его основания, представленного единым объектом. Методология расчёта приведена в работах авторов статьи [3].

Решена задача о расчёте деформированного состояния многоэтажного здания на начально изотропном деформируемом основании, под действием нагрузки (приведенной к статической) в двух направлениях, полезной на перекрытия и эмулирующей ветровую. Здание содержит 25 этажей, имеющих унифицированную планировку (см. рисунок 1), внешний вид здания в трехмерном виде показан на рисунке 2. Здесь арабскими цифрами обозначены характерные точки плит перекрытия, для которых проводился анализ характеристик НДС, латинскими заглавными буквами показаны пилоны, для которых проводился анализ величин горизонтальных смещений.

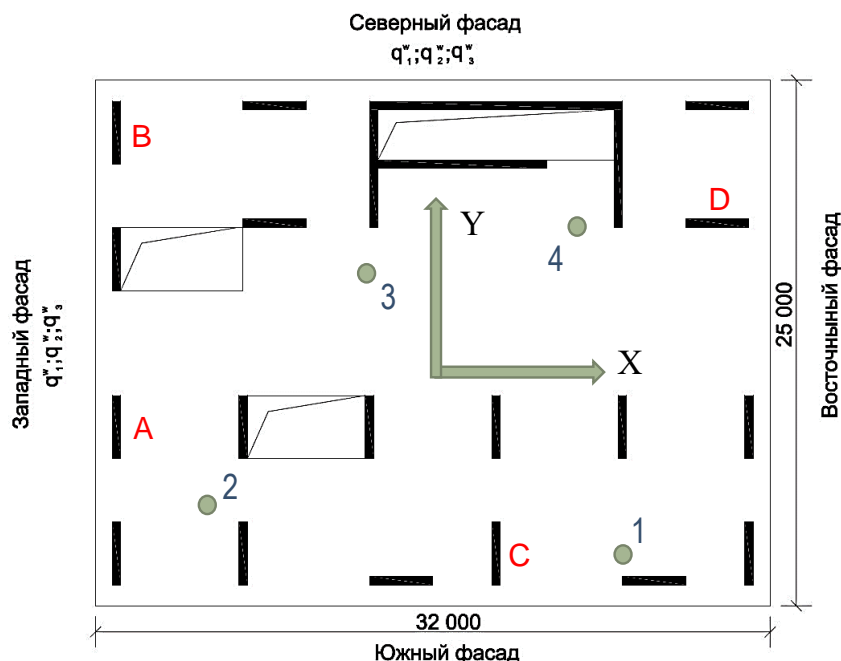


Рис. 1. План типового этажа
Figure 1. Typical floor plan

При расчёте принимались следующие условия: 1) модель здания состоит только из горизонтальных (плит) и вертикальных несущих элементов (пилонов, диафрагм жесткости) монолитного железобетонного каркаса, междуэтажных перекрытий и пилонов; 2) толщина всех плит междуэтажных перекрытий принята равной 220 мм (толщина фундаментной плиты за-

дана величиной 600 мм); 3) толщина всех пилонов (диафрагм жесткости) по высоте здания принимается равной 300 мм; 4) все узлы сопряжения элементов каркаса между собой приняты жёсткими; 5) деформирование элементов несущего каркаса происходит с учётом процессов повреждаемости в форме трещинообразования; 6) деформируемое основание моделируется на основе определяющих соотношений [1]. В качестве основного материала здания используется бетон с пределом прочности на сжатие 28,4 МПа.

Армирование фундаментной плиты принято стержнями А400 диаметром 16 мм в виде сетки, расположенной симметрично в сечении плиты, защитный слой 40 мм; армирование плит перекрытия принято стержнями А400 диаметром 12 мм в виде сетки, расположенной симметрично в сечении плиты, защитный слой 32 мм; армирование пилонов принято стержнями А400 диаметром 12 мм в виде двух сеток, симметрично расположенных в сечении пилона, защитный слой 35 мм. Арматура представлена упругопластической моделью из стали с модулем упругости $E_b = 2,06 \cdot 10^5$ МПа и коэффициентом Пуассона $\mu = 0,3$. Учитываемые нагрузки представлены в таблице 2.

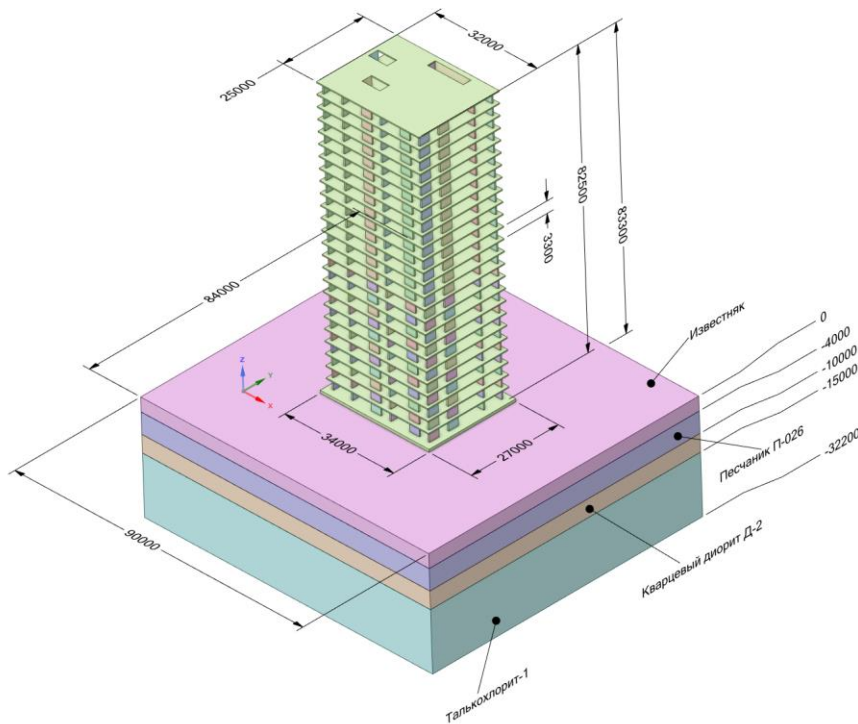


Рис. 2. Общий вид модели здания
Figure 2. General view of the building model

Таблица 2

Виды нагрузки и значения её параметров

Нагрузка	Шаг нагрузки		Максимальная величина нагрузки	
	Па	кН/м	Па	кН/м
Единицы измерения:				
На покрытие – $q_{\text{п}}$	50	-	5000	-
На этаж – $q_{\text{п}}$	40	-	4000	-
ЮГ Ветровая 1 – q_1^w	0,712	0,230	712	2,30
ЮГ Ветровая 2 – q_2^w	0,635	0,210	635	2,10

ЮГ Ветровая 3 – q_3^w	0,495	0,163	495	1,63
ЗАПАД Ветровая – q_1^w	0,712	0,230	712	2,30
ЗАПАД Ветровая 2 – q_2^w	0,609	0,201	609	2,01
ЗАПАД Ветровая 3 – q_3^w	0,530	0,175	530	1,75

Table 2

Types of load and values of its parameters

Load	Step loads		Maximum load	
	Pa	kN/м	Pa	kN/м
On coating – q_{rf}	50	-	5000	-
On floor – q_{fl}	40	-	4000	-
SOUTH Wind 1 – q_1^w	0,712	0,230	712	2,30
SOUTH Wind 2 – q_2^w	0,635	0,210	635	2,10
SOUTH Wind 3 – q_3^w	0,495	0,163	495	1,63
WEST Wind – q_1^w	0,712	0,230	712	2,30
WEST Wind 2 – q_2^w	0,609	0,201	609	2,01
WEST Wind 3 – q_3^w	0,530	0,175	530	1,75

Проведённый численный эксперимент по решению задачи по определению НДС здания позволяет объективно утверждать, что данная модель обладает некоторыми преимуществами перед существующими, реализованными в популярных САПР (САЕ – систем). Модель позволяет учесть зависимость физико-механических свойств материала от значений компонент тензора напряжений, повреждаемость, пластические деформации в арматуре; построенный КЭ получен в форме удобной для его программной реализации, что и было продемонстрировано в данной работе; учитывается работа основания. Неучёт «усложнённых» свойств приводит к значительным погрешностям при вычислении основных характеристик НДС строительных конструкций. Для получения достоверных результатов инженерных расчётов и предотвращения возникновения аварийных состояний, необходимо максимально полно и точно, учитывать механическую работу материалов, в данном случае, железобетона и грунтов основания.

Расчёт выполнен в трёх различных вариантах:

- с учётом явления разносопротивляемости для всех материалов (железобетон здания и многослойное деформируемое основание) – модель № 1;
- с учётом нелинейных диаграмм деформирования с привлечением вычислительной среды ПО ANSYS (нелинейные диаграммы деформирования интегрированы в базу данных числовым массивом) – модель № 2;
- с усреднёнными механическими характеристиками, когда отсутствуют эффекты, связанные с зависимостью свойств материала от компонентного состава тензора напряжений – модель № 3.

На следующих рисунках приведены результаты расчёта перемещений для точек плиты перекрытия и пилонов верхнего 25-ого этажа (см. рисунок 1), которые сравниваются с ре-

зультатами, полученными в комплексе ANSYS по нелинейным диаграммам деформирования и с расчётом без учёта свойств разнсопротивляемости (с усреднёнными характеристиками, без учета чувствительности к виду напряженного состояния).

Разница по вертикальным перемещениям, в зависимости от модели расчета, достигает величины в 19% (рисунки 5-6), по горизонтальным перемещениям 22% (рисунки 3-4). Нагрузка здесь представлена в нормализованном виде (в долях от полной величины по таблице 2).

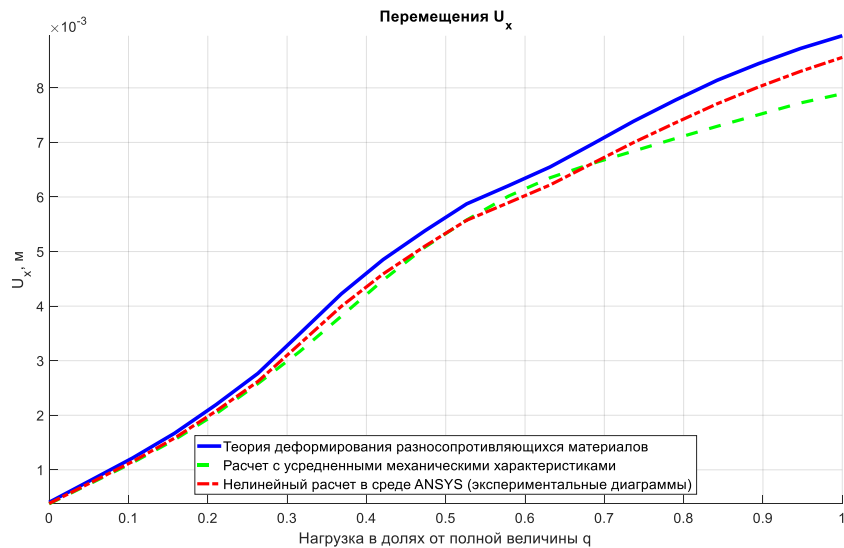


Рис. 3. Горизонтальные перемещения по оси OX в пилоне А (см. рисунок 1) 25 этажа, м
Figure 3. Horizontal displacements along the OX axis in pylon A (see Figure 1) 25 floor, m

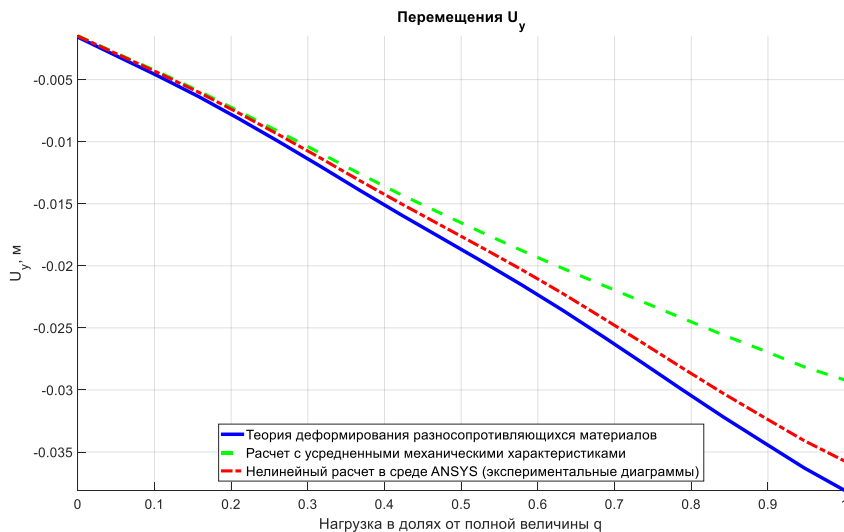


Рис. 4. Горизонтальные перемещения по оси OY в пилоне D (см. рисунок 1) 25 этажа, м
Figure 4. Horizontal displacements along the OY axis in pylon D (see Figure 1) 25 floor, m

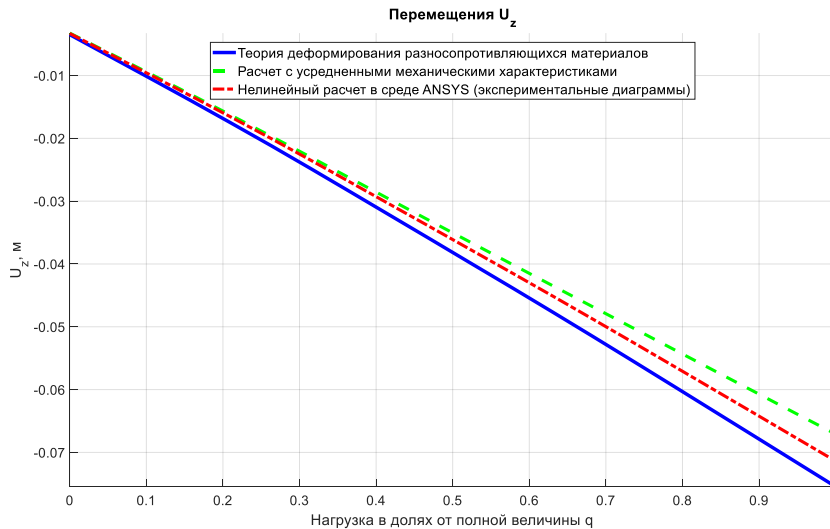


Рис. 5. Вертикальные перемещения в точке 1 (см. рис. 1) от нагрузки, м
Figure 5. Vertical displacements at point 1 (see Figure 1) from the load, m

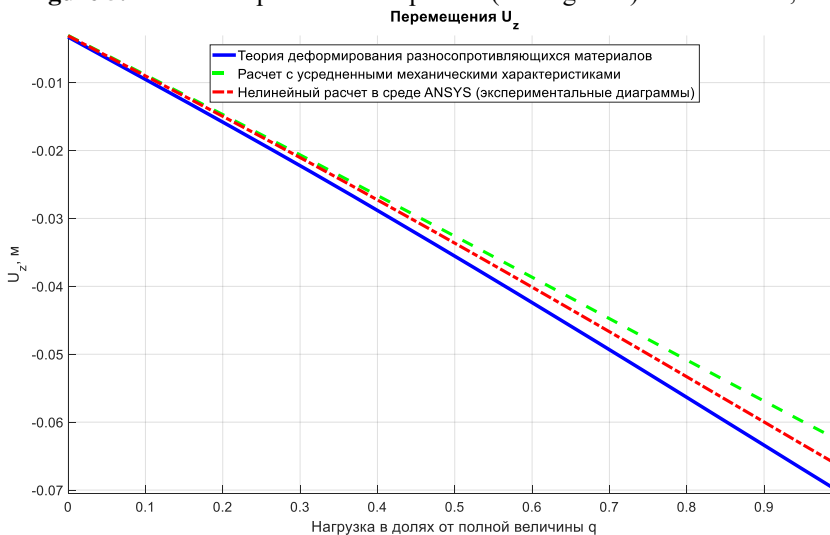


Рис. 6. Вертикальные перемещения в точке 2 (см. рисунок 1) от нагрузки, м
Figure 6. Vertical displacements at point 1 (see Figure 1) from the load, m

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Анализ полученных в качестве результата данных расчёта НДС системы «здание-основание» позволяет оценить использованную для расчётного моделирования теоретическую основу, предлагаемую в статье. Проведённый численный эксперимент позволяет объективно утверждать, что использованная расчётная модель обладает рядом преимуществ перед существующими, которые реализованы в популярных САЕ системах. Предложенная модель учитывает чувствительность механических характеристик материала к виду напряженного состояния, повреждаемость в форме образования трещин, пластические деформации в арматуре. Разработанный конечный элемент имеет форму, удобную для его использования в оригинальном программном обеспечении расчётного моделирования. При этом нет затруднений в определении НДС конструкций, в составе которых имеются упругие несущие элементы и элементы с нелинейными свойствами.

Неучёт зависимости физико-механических свойств материалов (в том числе грунтов многослойного деформируемого основания) от вида и количественных характеристик напряжённого состояния, а также эффектов, связанных с повреждаемостью в форме трещинообразова-

ния в железобетонных конструкциях, приводит к значительным погрешностям при вычислении значений характеристик НДС строительных конструкций.

Получение достоверных результатов расчетного моделирования с учётом влияния «усложнённых» свойств материалов является важным фактором профилактики развития аварийных состояний отдельных несущих элементов и конструкции в целом.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Трещев А.А. Теория деформирования и прочности материалов с изначальной и наведенной чувствительностью к виду напряженного состояния. Определяющие соотношения. М.; Тула: РААСН; ТулГУ, 2016. 326 с.
2. Трещев А.А., Теличко В.Г. Теория деформирования пространственных железобетонных конструкций: монография. М.; Тула: Изд-во РААСН; Изд-во ТулГУ, 2019. 386 с.
3. Treschev A.A., Telichko V.G., Zolotov N.V. Determination of strain-stress parameters of a multi-storey reinforced concrete building on an elastic foundation with allowance for different resistance of materials and cracking // *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2019. Volume 15. № 4. Pp. 150-163.
4. Теличко В.Г., Трещев А.А. Гибридный конечный элемент для расчета плит и оболочек с усложненными свойствами // *Известия вузов. Строительство*. 2003. № 5. С. 17-23.
5. Bathe K.J., Walczak J., Welch A., Mistry N. Nonlinear analysis of concrete structures // *Computers & Structures*. 1989. Volume 32. Pp. 563-590.
6. Семенов В.А. Выбор расчетных моделей пространственных комбинированных систем МКЭ // *Пространственные конструкции зданий и сооружений: Сб. статей. под ред. В.В. Шугаева и др.* 2004. Вып. 9. С. 54-64.
7. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L., Zhu J.Z. *The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals* 7th Edition. Butterworth-Heinemann, 2013. 756 p.
8. Jendele L., Cervenka J. On the solution of multi-point constraints. Application to FE analysis of reinforced concrete structures // *Computers & Structures*. 2009. Volume 87. Pp. 970-980.
9. Semenov V.A. Hybrid finite elements for analysis of shell structures // *Proc. International Congress ICSS-98* Volume 1, 22–26 June 1998, Moscow, Russia. Moscow, 1998. Pp. 244–251.
10. Игнатьев В.А., Игнатьев А.В. Смешанная форма метода конечных элементов в задачах строительной механики. Волгоград: ВолгГАСУ, 2005. 99 с.
11. Игнатьев А.В. Основные формулировки метода конечных элементов в задачах строительной механики // *Вестник МГСУ*. 2014. № 11. С. 37-57.
12. Cook R.D. Two hybrid elements for analysis of thick thin and sandwich plates // *Int. J. num. Meth. Engineering*. 1972. Volume 5. Pp. 277-288.
13. Tong P.A. Variation principle and the convergence of a finite-element method based on assumed stress distribution // *Int. J. Solids Struct.* 1969. Pp. 463-472.
14. Травуш В.И., Мурашкин В.Г. Модель деформирования бетона для реконструируемого железобетона // *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*, 2022. № 18(4), С. 132-137.
15. Карпенко Н.И. Модель деформирования железобетона в приращениях и расчет балок-стенок и изгибаемых плит с трещинами: автореферат дис. ... доктора технических наук: 14.10.10 / Петрозаводск: Изд-во ПетрГУ, 2013. 153 с.
16. Гениев Г.А., Киссюк В.Н., Тюпин Г.А. Теория пластичности бетона и железобетона. Москва: Стройиздат, 1974. 316 с.
17. Берлинов М.В. Основания и фундаменты. С-Петербург: Издательство «Лань», 2022. 320 с.
18. Трещев А.А., Теличко В.Г., Ходорович П.Ю. К задаче о давлении на грунтовое основание // *Вестник отделения строительных наук РААСН. М.: РААСН-МГСУ*. 2014. Вып. 18. С. 95 - 99.
19. Ставрогин А.Н., Протосеня А.Г. Механика деформирования и разрушения горных пород. М: Недра, 1992. 224 с.
20. Ставрогин А.Н., Протосеня А.Г. Пластичность горных пород. М: Недра, 1979. 301 с.

REFERENCES

1. Treschev A.A. Theory of deformation and strength of materials with initial and induced sensitivity to the type of stress state. Defining ratios. Moscow; Tula: RAASN; TulGU, 2016. 326 p.
2. Treschev A.A., Telichko V.G. Theory of deformation of spatial reinforced concrete structures: monograph. Moscow; Tula: Publishing house of RAASN: Publishing house of TulGU, 2019. 386 p.
3. Treschev A.A., Telichko V.G., Zolotov N.V. Determination of strain-stress parameters of a multi-storey reinforced concrete building on an elastic foundation with allowance for different resistance of materials and cracking. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2019. Volume 15. No. 4 Pp. 150-163.

4. Telichko V.G., Treschev A.A. Hybrid Finite Element for Calculation of Plates and Shells with Complicated Properties. *Izvestiya vuzov. Stroitelstvo*. 2003. No. 5. Pp. 17-23.
5. Bathe K.J., Waleczak J., Welch A., Mistry N. Nonlinear analysis of concrete structures. *Computers & Structures*. 1989. Volume 32. Pp. 563-590.
6. Semenov V.A. Choice of calculation models of spatial combined FEM systems. Spatial structures of buildings and structures: Sat. articles. ed. V.V. Shugaeva and others. 2004. Issue. 9. Pp. 54-64.
7. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L., Zhu J.Z. *The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals* 7th Edition. Butterworth-Heinemann, 2013. 756 p.
8. Jendele L., Cervenka J. On the solution of multi-point constraints. Application to FE analysis of reinforced concrete structures. *Computers & Structures*. 2009. Volume 87. Pp. 970-980.
9. Semenov V.A. Hybrid finite elements for analysis of shell structures. Proc. International Congress ICSS-98 Volume 1, 22–26 June 1998, Moscow, Russia. Moscow, 1998. Pp. 244-251.
10. Ignatiev V.A., Ignatiev A.V. Mixed form of the finite element method in problems of structural mechanics. Volgograd: VolgGASU, 2005. 99 p.
11. Ignatiev A.V. Basic formulations of the finite element method in the problems of structural mechanics. *Vestnik MGSU*. 2014. No. 11. Pp. 37-57.
12. Cook R.D. Two hybrid elements for analysis of thick thin and sandwich plates. *Int. J. num. Meth. Engineering*. 1972. Volume 5. Pp. 277-288.
13. Tong P.A. Variation principle and the convergence of a finite-element method based on assumed stress distribution. *Int. J. Solids Struct.* 1969. Pp. 463-472.
14. Travush V.I., Murashkin V.G. Concrete Deformation Model for Reconstructible Reinforced Concrete. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2022. Vol. 18(4). Pp. 132-137.
15. Karpenko N.I. Incremental Model of Reinforced Concrete Deformation and Calculation of Beam-Walls and Bending Slabs with Cracks: Abstract of the thesis. ... Doctors of Technical Sciences: 14.10.10 / Petrozavodsk: PetrGU Publishing House, 2013. 153 p.
16. Geniev, G.A. Kissyuk V.N., Tyupin G.A. Theory of plasticity of concrete and reinforced concrete. Moscow: Stroyizdat, 1974. 316 p.
17. Berlinov M.V. Foundations and footings. St. Petersburg: Lan publishing house, 2022. 320 p.
18. Treschev A.A., Telichko V.G., Khodorovich P.Yu. To the problem of pressure on the ground base. *Bulletin of the Department of Construction Sciences RAASN*. Moscow: RAASN-MGSU. 2014. Issue. 18. Pp. 95-99.
19. Stavrogin A.N., Protosenya A.G. Mechanics of deformation and destruction of rocks. Moscow: Nedra, 1992. 224 p.
20. Stavrogin A.N., Protosenya A.G. Plasticity of rocks. Moscow: Nedra, 1979. 301 p.