



УДК 622.012

DOI: 10.22227/2949-1622.2024.1.3-14

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ/ RESEARCH ARTICLE

Исследование влияния местной низкой прочности бетона на несущую способность изгибаемых железобетонных балок

А.Г. Тамразян^{1*}¹ *Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, Москва, Российская Федерация*

* tamrazian@mail.ru

Ключевые слова: железобетонная балка, низкопрочный бетон, нелинейный анализ, диаграмма нагрузка – прогиб, изгибающий момент, сдвиг, сцепление

История статьи

Поступила в редакцию: 01.12.2023

Доработана: 14.12.2023

Принята к публикации: 19.12.2023

Для цитирования

Тамразян А.Г. Исследование влияния местной низкой прочности бетона на несущую способность изгибаемых железобетонных балок // Железобетонные конструкции. 2024. Т. 5. № 1. С. 3–14.

Аннотация. В железобетонных балках может возникать местная низкая прочность бетона при определенных условиях, например, плохая практика строительства может вызвать такие проблемы, как пустоты в бетоне, образование полостей на поверхности, образование трещин в блоках, появление поверхностных раковин, и создать участки с низкой прочностью бетона. В этом исследовании представлена реакция изгибаемых шарнирно опертых железобетонных балок с различными местными участками низкой прочности бетона вдоль пролета. Для описания свойств бетона приняты модифицированные модели, а для свойств стали — идеальная упругопластическая модель. Балка разделена на три основные части: одна чувствительна к изгибающему моменту, вторая чувствительна к сдвигу, а третья чувствительна к сцеплению. Переменные включали два типа прочности бетона и один диаметр арматуры. Результаты исследования показывают, что наиболее критическая область с низкой прочностью бетона вдоль пролета балки представляет собой зону вблизи опор, что отражается на пластичности кривых нагрузка – прогиб. Разработана новая обобщенная эмпирическая модель для предсказания эффекта снижения несущей способности от местного низкопрочного бетона.

Investigation of the Influence of Local Low Strength Concrete on the Bearing Capacity of Bending Reinforced Concrete Beams

Ashot G. Tamrazyan^{1*}¹ *Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU), Moscow, Russian Federation*

* tamrazian@mail.ru

Keywords: reinforced concrete beam, low-strength concrete, nonlinear analysis, load – deflection diagram, bending moment, shear, bond

Abstract. Reinforced concrete beams can experience local low concrete strength under certain conditions, for example, poor construction practices can cause problems such as concrete voids, surface cavities, block cracking, surface sinks and create areas of low concrete strength. This study presents the response of flexural hinge-supported reinforced concrete beams with different local areas of low concrete strength along the span.

Ашот Георгиевич Тамразян, чл.-корр. РААСН, д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой железобетонных и каменных конструкций, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; eLIBRARY SPIN-код 2636-2447, Scopus: 55975413900, ResearcherID: T-1253-2017, ORCID: 0000-0003-0569-4788, e-mail: tamrazian@mail.ru

© Тамразян А.Г., 2024



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

Article history

Received: 01.12.2023

Revised: 14.12.2023

Accepted: 19.12.2023

For citation

Tamrazyan A.G. Investigation of the Influence of Local Low Strength Concrete on the Bearing Capacity of Bending Reinforced Concrete Beams. *Reinforced Concrete Structures*. 2023; 1(5):3-14.

Modified models are adopted to describe the concrete properties and an ideal elastic-plastic model is adopted for the steel properties. The beam was divided into three main parts: one sensitive to bending moment, the second sensitive to shear, and the third sensitive to bond. The variables included two types of concrete strength and one reinforcement diameter. The results show that the most critical region with low concrete strength along the span of the beam is the confluence zone near the supports, which is reflected in the ductility of the load – deflection curves. A new generalized empirical model is developed to predict the effect of bearing capacity reduction from local low-strength concrete.

ВВЕДЕНИЕ

Целью настоящей работы является исследование влияния местных ослабленных бетонных участков на несущую способность изгибаемых железобетонных балок.

Существует много различных математических моделей для использования бетона в анализе конечных элементов.

Модель бетона на рис. 1 представляет собой модифицированную модель, предложенную в [1] для ограниченного бетона, с добавлением линейной разгрузки и повторной загрузки, как указано в работах [2–4].

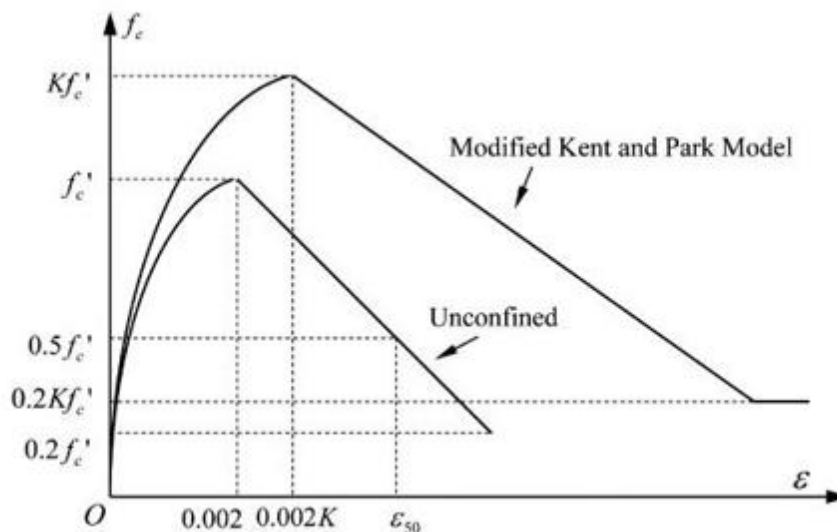


Рис. 1. Модифицированная модель напряжение – деформация для ограниченного бетона [4]

Figure 1. Modified stress – strain model for confined concrete [4]

На рис. 2 представлена линейная модель упругого, линейного деформационного упрочнения арматурных стержней. Этот режим имеет две части. Начальная упругая часть имеет жесткость, равную модулю упругости арматуры E_{s1} . И линейная, деформационная упрочняющая часть имеет жесткость, равную модулю деформационного упрочнения арматуры E_{s2} . Эту модель конечных элементов предложили в [5].

Ashot G. Tamrazyan, Corresponding member of RAACS, Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Reinforced Concrete and Masonry Structures, Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU), 26 Yaroslavl'skoe shosse, Moscow, 129337, Russian Federation; eLIBRARY SPIN-code: 2636-2447, Scopus: 55975413900, ResearcherID: T-1253-2017, ORCID: 0000-0003-0569-4788, e-mail: tamrazian@mail.ru

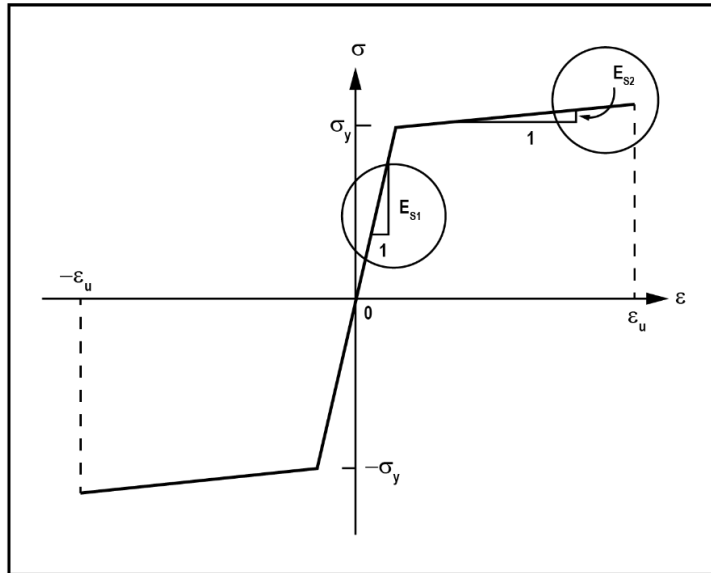


Рис. 2. Зависимость напряжение – деформация линейно-упругого, линейно-деформационного упрочнения стали по [5]

Figure 2. Stress – strain relationship of linear-elastic, linear-strain hardening of steel according to [5]

На рис. 3 представлена модель, используемая в [6].

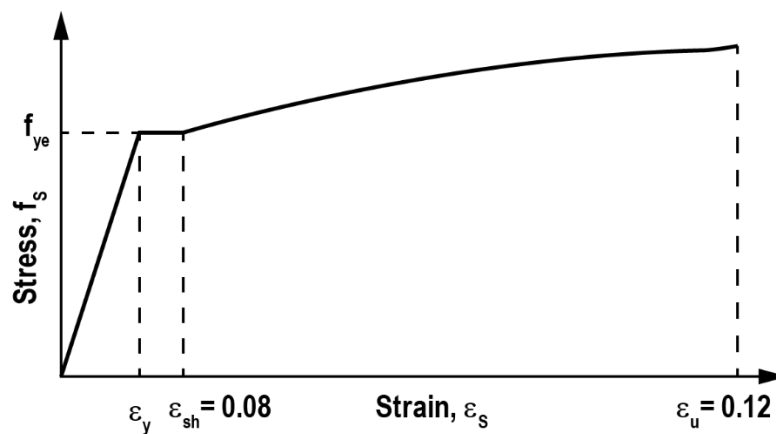


Рис. 3. Пример модели сжатия:

ϵ_y — деформация при текучести стали; ϵ_{sh} — деформация при начале деформационного упрочнения;
 ϵ_u — предполагаемая предельная деформация арматуры

Figure 3. Example of compression model:

ϵ_y — strain at yielding of steel; ϵ_{sh} — strain at the beginning of strain hardening;
 ϵ_u — assumed ultimate strain of reinforcement

Формула для напряжений и деформаций арматуры при деформационном упрочнении имеет вид:

$$f_s = f_{ye} \left(1.5 - 0.5 \left(\frac{0.12 - \varepsilon_s}{0.12} \right)^2 \right) \quad (1)$$

где:

f_s — номинальное напряжение арматуры;

f_{ye} — напряжение текучести арматуры.

Реакция типовой шарнирно опертой железобетонной балки представляет собой нелинейную кривую, как показано на рис. 4.

Реакцию кривой нагрузка – прогиб можно условно разделить на три стадии: упругую стадию, стадию распространения трещины и стадию текучести (разрушающую), как указано в [7].

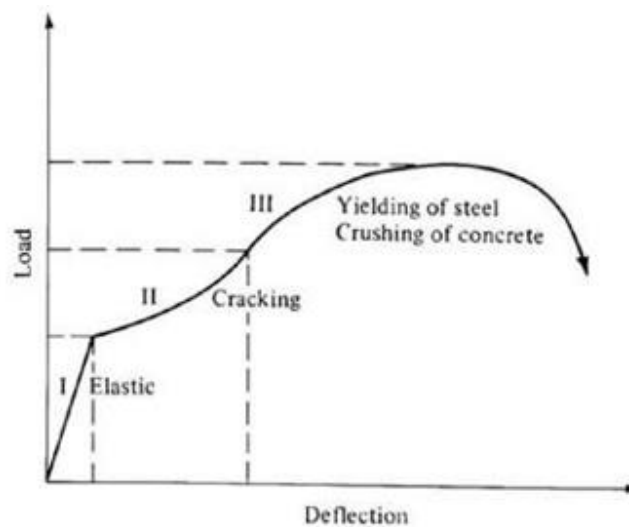


Рис. 4. Типичная зависимость нагрузка – прогиб железобетонной балки по [7]

Figure 4. Typical load – deflection relationship of reinforced concrete beam by [7]

Нелинейная реакция железобетонной конструкции может быть описана следующим образом:

- растрескивание бетона при растяжении;
- текучесть арматуры или разрушение бетона при сжатии.

Однако есть еще и некоторые другие факторы, которые способствуют нелинейной реакции железобетонной конструкции [8–13]:

- взаимодействие компонентов железобетона, например сцепление – скольжение между арматурными стержнями и окружающим бетоном;
- зависящие от времени эффекты ползучести, усадки и изменения температуры;
- фактическое соотношение напряжения – деформации бетона при растяжении отличается от напряжения при сжатии;
- механические свойства изменяются в зависимости от возраста бетона, от нагрузки и от условий окружающей среды;
- свойства бетона и стали в некоторой степени зависят от скорости деформации.

МЕТОД

Режимы и критерии разрушения

Разрушение связи: внезапная потеря сцепления (связи) между арматурными стержнями и бетоном в зонах анкеровки. Как правило, в условиях хорошо развитой связи форма эпюры напряжений приближается к параболической, а напряжение связи на конце опоры равно нулю. Но в условиях отсутствия развитой связи напряжение связи вблизи опоры не равно нулю, что является признаком, указывающим на нехватку длины анкеровки. А форма напряжения связи приближена к горизонтали у опоры и опускается, когда она приближается к середине балки.

Разрушение при изгибе: при пластическом разрушении, когда арматура выходит из строя до разрушения бетона, прогиб под нагрузкой будет представлять собой очевидный горизонтальный участок при пластичности арматуры. Для хрупкого разрушения кривая нагрузка – прогиб будет заканчиваться внезапно, должны быть исследованы напряжение и деформация в критическом сечении, чтобы убедиться, что это изгибное разрушение.

Нормальное разрушение при изгибе, когда арматура может развить достаточное напряжение, будет выглядеть как кривая, которая имеет несколько пиков и впадин. Относительное перемещение между бетоном и арматурой в конце балки чрезвычайно мало, поскольку ребра деформированных стержней предназначены для создания высокого механического напряжения связи через механизм блокировки между бетоном и арматурой.

Однако для балки, которая не обеспечивает достаточную длину анкеровки, усилие сцепления вдоль арматуры будет иметь треугольную или трапециевидную форму, относительное перемещение между арматурой и бетоном в конце относительно высокое, чем в другом месте.

Параметры изгибаемых железобетонных балок

Чтобы понять влияние местной низкой прочности бетона на несущую способность изгибаемых железобетонных элементов, были исследованы 4 балки, как указано в табл. 1.

Таблица 1

Параметры исследуемых изгибаемых железобетонных балок

Номер	Нижняя арматура, мм	Участок низкопрочного бетона	Прочность бетона, МПа
16-0	2Ø16	Нет	40
16-1-10	2Ø16	1	10
16-2-10	2Ø16	2	10
16-3-10	2Ø16	3	10

Table 1

Parameters of investigated bending reinforced concrete beams

Case	Low rebars, mm	Low-strength concrete section	Compressive strength of concrete, MPa
16-0	2Ø16	No	40
16-1-10	2Ø16	1	10
16-2-10	2Ø16	2	10
16-3-10	2Ø16	3	10

Сетка конечных элементов балочной модели

В ПК ANSYS была смоделирована половина шарнирно опертой балки, как показано на рис. 5 и 6. Чтобы избежать концентрации нагрузки для железобетонного элемента solid65 рекомендуемый минимальный размер элемента для основной части принят больше 50 мм. Поэтому в ядре бетона разделение продольного направления должно составлять 65 мм для размещения хомутов. В плоскости X – Y размер элемента ядра бетона установлен 50 мм вдоль оси X и Y . Размер элемента для защитного слоя бетона задается равным 25 мм, чтобы соответствовать эталонной балке.

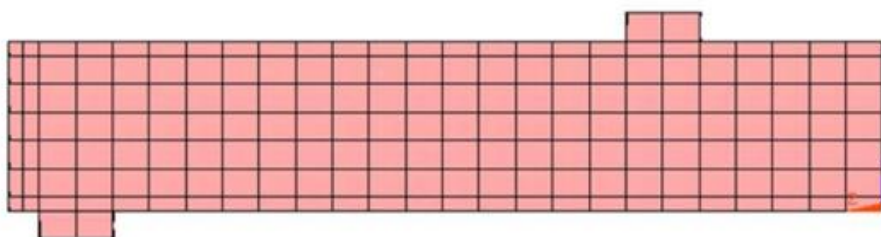


Рис. 5. Сетка конечных элементов
Figure 5. Finite element mesh

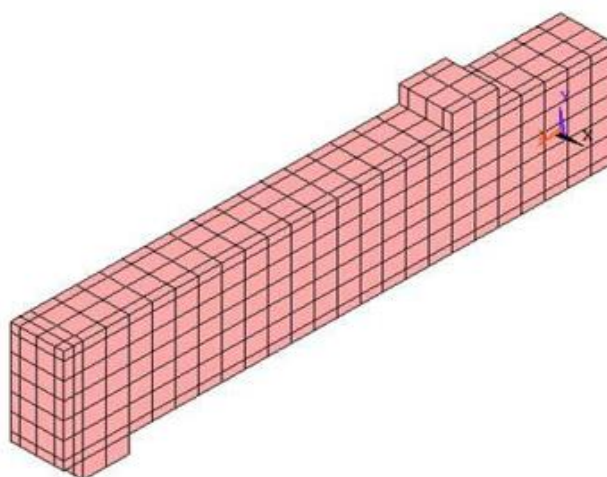


Рис. 6. Изотропный вид сетки конечных элементов
Figure 6. Isotropic view of the finite element mesh

Балка разделена на три области: средняя область изгиба; область, чувствительная к сдвигу; область, чувствительная к сцеплению.

Сетки модели конечных элементов могут повлиять на результат численного анализа. Для изучения прочности железобетонных балок на изгиб была выбрана мелкосеточная модель половины балки.

Кривая нагрузка – прогиб показывает историю отклика железобетонной балки на приложенную нагрузку. Предельная нагрузка, предельный прогиб и изменение жесткости можно увидеть на кривой нагрузка – прогиб. Диаграмма напряжения демонстрирует напряжение в стали, ГПа. Обычно, когда напряжение стали достигает 512 МПа, считается, что сталь течет, и железобетонная конструкция должна иметь горизонтальный участок на кривой нагрузка – прогиб. На диаграмме напряжений отображается эквивалентное напряжение Мизеса в бетоне. Это связано с главным напряжением по формуле:

$$\sigma_e = \sqrt{\left[\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2} \right]} \quad (2)$$

где: $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ — первое, второе, третье главные напряжения.

Эквивалентное напряжение Мизеса представляет собой самое высокое сжатие в бетоне. Но критерии разрушения определяются критерием отказа, как указано в [14].

Третья основная диаграмма деформации представляет собой общее механическое напряжение 3-го главного напряжения. График деформации сдвига показывает общую деформацию в продольном направлении вдоль арматуры. Можно определить, какая часть бетона подвергается более сильному напряжению.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Анализ результатов расчета железобетонных балок различных категорий

Материал железобетонной балки: верхняя арматура и хомуты диаметром 10 мм, предел текучести которой составляет 550 МПа, и модуль упругости 185 ГПа. В качестве нижней арматуры используются 2 арматуры диаметром 16 мм, предел текучести которой составляет 512 МПа, а модуль упругости — 183 ГПа в соответствии с работой [15].

Аналитически балка разделена на три разных участка. Первая в середине балки, длина которой составляет 500 мм, чувствительна к изгибающему моменту. Второй участок длиной 500 мм чувствителен к сдвигу. Оставшаяся часть длиной 550 мм составляет третью область, которая чувствительна к разрушению связей в соответствии с рис. 7.

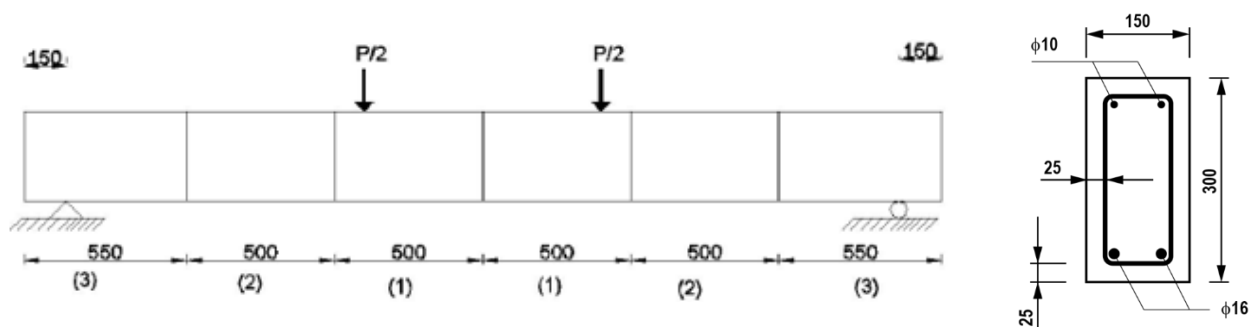


Рис. 7. Расчетная схема и поперечное сечение экспериментальной балки, разделенной на 3 участка

Figure 7. Calculation scheme and cross-section of the experimental beam divided into 3 sections

Случай 16-0. Случай 16-0 — эталонная балка. Бетон прочностью 40 МПа по всему пролету балки. Нагрузка прикладывается вблизи середины балки. Предельная нагрузка и соответствующий прогиб в середине пролета составляли 104,21 кН и 17,33 мм. Можно наблюдать горизонтальный участок на кривой нагрузка – прогиб, что указывает на текучесть стали. Диаграмма напряжений арматуры показала, что напряжение в арматуре достигло 512 МПа, что является точкой пластичности, также подтвердил горизонтальный участок на диаграмме нагрузка – прогиб. Схема напряжений Мизеса показала, что бетон еще не достиг своего предельного напряжения. Формы трещин демонстрировали типичные разрушения при изгибе вдоль нижней зоны всей балки. Таким образом, можно сделать вывод, что в случае 16-0 балка испытывает разрушение при изгибе, когда сначала течет арматура, а бетон разрушается позже.

Все остальные балки армированы $2\text{Ø}16$ мм с бетоном прочностью 10 МПа в зоне изгиба, в зоне сдвига и в зоне связи отдельно.

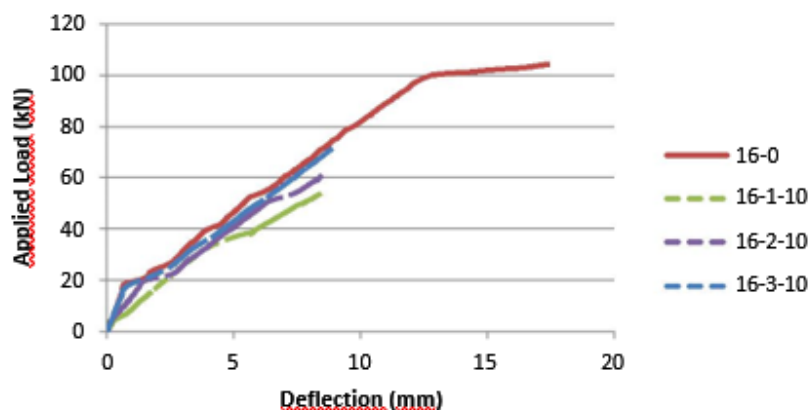


Рис. 8. Диаграмма нагрузка – прогиб для балки местной прочностью бетона 10 МПа

Figure 8. Load – deflection diagram for a beam with local concrete strength of 10 MPa

За исключением контрольного случая 16-0, режим разрушения балок 16-1-10, 16-2-10 и 16-3-10 заключается в том, что бетон разрушается до текучести арматуры (рис. 8). Таким образом, местная прочность бетона определяет разрушение балки [16]. Для балок, когда прочность бетона 10 МПа, влияние местного бетона посередине является самым критическим, а влияние на конце опоры является наименее критичным.

Влияние местоположения низкопрочного бетона

Случай 16-1-10. Предполагается, что в случае 16-1-10 бетон имеет низкую прочность 10 МПа в средней части (1) балки (рис. 9). Предельная нагрузка и соответствующий прогиб в середине пролета составляли 53,62 кН и 8,36 мм. Кривая нагрузка – прогиб внезапно остановилась, когда приложенная нагрузка достигла 53,62 кН. Диаграмма напряжения арматуры показала, что напряжения в арматуре еще не достигли своего предела текучести. В верхней зоне бетон около середины балки испытывает сжатие. Диаграмма напряжений Мизеса также указывает на то, что в верхней зоне бетон около середины балки испытывает предельное напряжение. Формы трещин показали, что большая их часть образовалась в средней части балки, где расположен низкопрочный бетон. Можно сделать вывод, что в случае 16-1-10 режим разрушения заключается в том, что сначала разрушается бетон, затем наступает текучесть арматуры.

Случай 16-2-10. Низкая прочность бетона 10 МПа расположена в чувствительном к сдвигу участке (2) балки, а остальной бетон — 40 МПа (рис. 10). Предельная нагрузка и соответствующий прогиб в середине пролета составляли 60,26 кН и 8,42 мм. Кривая нагрузка – прогиб оборвалась внезапно, когда приложенная нагрузка достигла 60,26 кН. Напряжения в арматуре не достигли своего пластического состояния 512 МПа. Третья основная диаграмма деформаций и общая деформация сдвига XZ указали, что верхний правый угол бетона на участке (2) испытывает критическое сжатие. Диаграмма напряжений Мизеса также показала, что верхний правый угол бетона на участке (2) находится в критическом состоянии. Форма трещин показала, что большая их часть произошла на участке (2) балки, где расположен низкопрочный бетон. Можно сделать вывод, что в случае 16-2-10 режим разрушения заключается в том, что бетон разрушается до текучести арматуры.

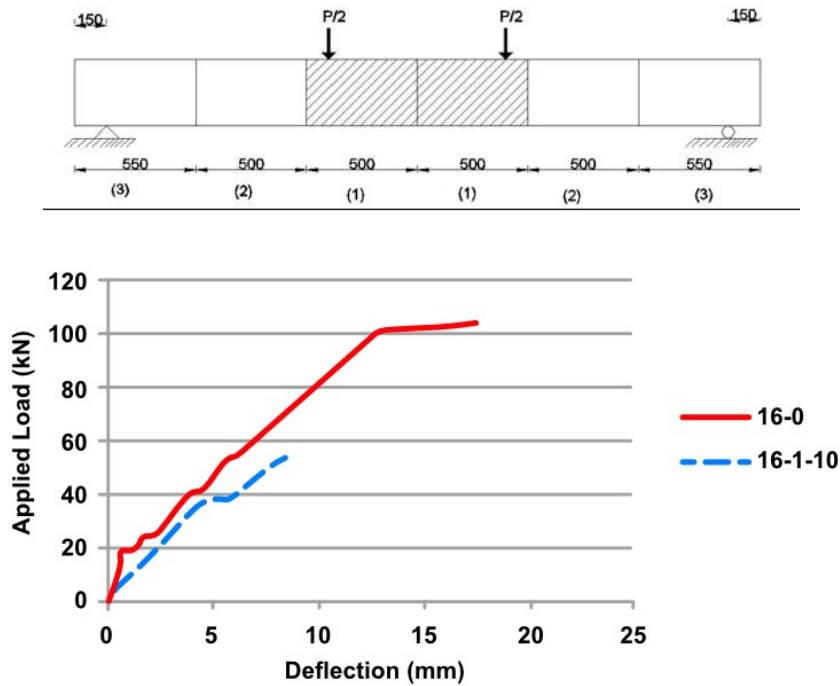


Рис. 9. Диаграмма нагрузка – прогиб для балки с местной прочностью бетона 10 МПа на участке 1
Figure 9. Load – deflection diagram for a beam with local concrete strength of 10 MPa at section 1

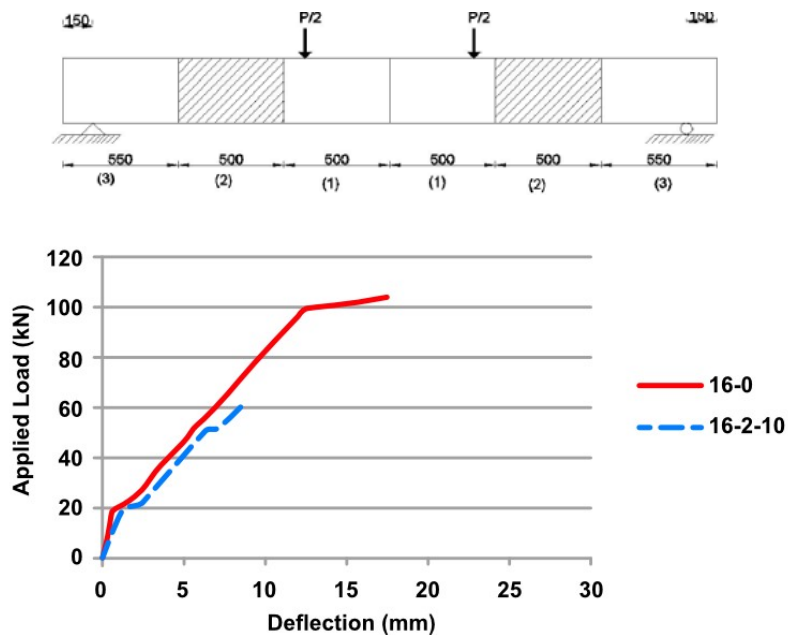


Рис. 10. Диаграмма нагрузка – прогиб для балки с местной прочностью бетона 10 МПа на участке 2
Figure 10. Load – deflection diagram for a beam with local 10 MPa concrete strength at section 2

Случай 16-3-10. В случае 16-3-10 низкопрочный бетон находится в чувствительной к сцеплению части балки (3). Бетон на этом участке имел прочность 10 МПа (рис. 11). Предельная нагрузка и соответствующий прогиб в середине пролета составляли 72,27 кН и 8,98 мм. Кривая

нагрузка – прогиб внезапно оборвалась, когда приложенная нагрузка достигла 72,27 кН. Диаграмма напряжения арматуры показала, что напряжения в арматуре не достигли 512 МПа. Схема напряжений Мизеса показала, что слабый бетон на границе раздела с эталонным бетоном испытывает критическое напряжение. Форма трещин показала, что в первую очередь возникли многочисленные изгибные трещины. Образовалось много трещин на участке, где располагался низкопрочный бетон. Поэтому можно сделать вывод, что в случае 16-3-10 балка испытывает разрушение при изгибе, бетон разрушается до текучести арматуры.

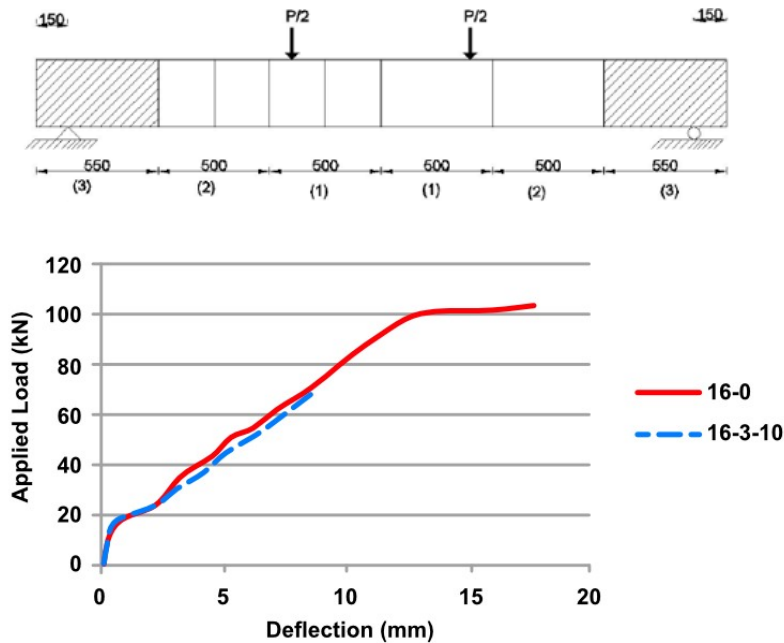


Рис. 11. Диаграмма нагрузка – прогиб для балки с местной прочностью бетона 10 МПа на участке 3

Figure 11. Load – deflection diagram for a beam with local 10 MPa concrete strength at section 3

В табл. 2 приведены сведения о разрушениях всех 4 рассмотренных случаев.

Таблица 2

Случаи режимов разрушения

Наименование случая	Участок низкопрочного бетона	Прочность бетона, МПа	Максимальная нагрузка, кН	Окончательный прогиб, мм	Режим разрушения	PFEA/PFEA0
16-0	Нет	40	104,21	17,33	F-T	1,000
16-1-10	1	10	53,62	8,36	F-C	0,515
16-2-10	2	10	60,26	8,42	F-C	0,578
16-3-10	3	10	72,27	8,98	F-C	0,693

Примечание. В столбце «Режим разрушения»:

F — разрушение от изгиба; T — разрушение по растянутой зоне (арматуре); C — разрушение по сжатой зоне (бетону).

Table 2

Cases of Loading Modes

Case	Section of concrete with low strength	Compressive strength, MPa	Maximum Load, кН	Deflection, mm	Failure mode	PFEA/PFEA0
16-0	No	40	104.21	17.33	F-T	1.000
16-1-10	1	10	53.62	8.36	F-C	0.515
16-2-10	2	10	60.26	8.42	F-C	0.578
16-3-10	3	10	72.27	8.98	F-C	0.693

Note. In the column “Failure mode”:

F — bending failure; T — tensile failure (reinforcement); C — compression failure (concrete).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Когда местный дефект бетона расположен в зоне изгиба железобетонных балок, то для этого случая наблюдается максимальное уменьшение прочности на изгиб.

Зона изгиба наиболее важна, зона сдвига является второй критической зоной, а зона связи является наименее критичной зоной, когда армирование балок способно полностью реализовать свою прочность.

Влияние низкопрочного бетона в середине балки, где действует наибольшее сжимающее напряжение, является наиболее критичным. Влияние низкопрочного бетона у опор является наименее критичным в этом случае.

Когда местная прочность бетона очень низкая, место возникновения бетонных дефектов мало влияет на несущую способность при изгибе.

Если не обеспечивается достаточная длина анкеровки и дефект бетона возникает на опорном конце, балка разрушается так же, как и эталонная.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Scott B.D., Park R., Priestley M.J.N. Stress — Strain Behavior of Concrete Confined by Overlapping Hoops at Low and High Strain Rates // *ACI Journal*. 1982. Pp. 13–27.
2. Demir K.I., Jirsa J.O. Behavior of concrete under compressive loadings // *Journal of the Structural Division*. 1969.
3. Манаенков И.К., Тамразян А.Г. Учет свойств ограниченного бетона в расчетах железобетонных конструкций // В сб.: Инженерные кадры — будущее инновационной экономики России : Мат. Всеросс. студенческой конф.: в 8 ч. 2015. С. 117–120.
4. Hsu C., Thomas T., Mo Y.L. Chapter 9 — Finite Element Modeling of Frames and Walls. *Unified Theory of Concrete Structures*. John Wiley & Sons, 2010.
5. Taqieddin Z.N. Elasto-plastic and damage modeling of reinforced concrete. Louisiana State University, Aug. 2008.
6. Kim S.H., Riyad S.A. Ductility of Carbon Fiber-reinforced Polymer (CFRP) Strengthened Reinforced Concrete Beams: Experimental Investigation // *Steel and Composite Structures*. 2004. Vol. 4 (5). Pp. 333-53.
7. Chen W.-F. Chapter 1 — Introduction. *Plasticity in Reinforced Concrete*. J. Ross Publishing, 2007.
8. Люблинский В.А., Тамразян А.Г. Безопасность несущих систем многоэтажных зданий при локальном изменении жесткостных характеристик несущих элементов // В сб.: Бетон и железобетон — взгляд в будущее : науч. тр. III Всеросс. (II Междунар.) конф. по бетону и железобетону: в 7 томах. 2014. С. 90–99.
9. Тамразян А.Г., Мацевич Т.А. Анализ надежности железобетонной плиты с корродированной арматурой // *Строительство и реконструкция*. 2022. № 1 (99). С. 89–98.
10. Тамразян А.Г., Орлова М.А. Экспериментальные исследования напряженно-деформированного состояния железобетонных изгибаемых элементов с трещинами // *Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета*. 2015. № 6 (53). С. 98–105.
11. Тамразян А.Г., Филимонова Е.А. О влиянии снижения жесткости железобетонных плит перекрытий на несущую способность при длительном действии нагрузки // *Промышленное и гражданское строительство*. 2012. № 7. С. 30–32.
12. Тамразян А.Г., Манаенков И.К. К расчету изгибаемых железобетонных элементов с косвенным армированием сжатой зоны // *Промышленное и гражданское строительство*. 2016. № 7. С. 41–44.

13. Тамразян А.Г. Методология анализа и оценки надежности состояния и прогнозирование срока службы железобетонных конструкций // Железобетонные конструкции. 2023. Т. 1. № 1. С. 5–18.
14. Willam K.J., Warnke E.D. Constitutive Model for the Triaxial Behavior of Concrete // Proceedings, International Association for Bridge and Structural Engineering. ISMES. Bergamo, Italy, 1975. Vol. 19. P. 174.
15. Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318M-11). An ACI Standard and Commentary.
16. Дудина И.В., Тамразян А.Г. Обеспечение качества сборных железобетонных конструкций на стадии изготовления // Жилищное строительство. 2001. № 3. С. 8–10.

REFERENCES

1. Scott B.D., Park R., Priestley M.J.N. Stress — Strain Behavior of Concrete Confined by Overlapping Hoops at Low and High Strain Rates. *ACI Journal*. 1982; 13-27.
2. Demir K.I., Jirsa J.O. Behavior of concrete under compressive loadings. *Journal of the Structural Division*. 1969.
3. Manaenkov I.K., Tamrazyan A.G. Accounting for the properties of limited concrete in the calculations of reinforced concrete structures. In *Collection: Engineering Personnel — the Future of Innovative Economy of Russia. Materials of the All-Russian student conference : in 8 parts*. 2015; 117-120.
4. Hsu C., Thomas T., Mo Y.L. Chapter 9 — Finite Element Modeling of Frames and Walls. *Unified Theory of Concrete Structures*. John Wiley & Sons, 2010.
5. Taqieddin Z.N. *Elasto-plastic and damage modeling of reinforced concrete*. Louisiana State University, Aug. 2008.
6. Kim S.H., Riyad S.A. Ductility of Carbon Fiber-reinforced Polymer (CFRP) Strengthened Reinforced Concrete Beams: Experimental Investigation. *Steel and Composite Structures*. 2004; 4(5):333-53.
7. Chen W.-F. *Chapter 1 — Introduction. Plasticity in Reinforced Concrete*. J. Ross Publishing, 2007.
8. Lublinsky V.A., Tamrazyan A.G. Safety of load-bearing systems of multistory buildings at local change of rigidity characteristics of load-bearing elements. In *Proceedings of the III All-Russian (II International) Conference on Concrete and Reinforced Concrete : In Seven Volumes*. 2014; 90-99.
9. Tamrazyan A.G., Matseevich T.A. Reliability analysis of the reinforced concrete slab with corroded reinforcement. *Building and reconstruction*. 2022; 1(99):89-98.
10. Tamrazyan A.G., Orlova M.A. Experimental studies of stress-strain state of reinforced concrete bending elements with cracks. *Bulletin of Tomsk State University of Architecture and Civil Engineering*. 2015; 6(53):98-105.
11. Tamrazyan A.G., Filimonova E.A. About influence of stiffness reduction of reinforced concrete floor slabs on bearing capacity under the long-term action of loading. *Industrial and Civil Engineering*. 2012; 7:30-32.
12. Tamrazyan A.G., Manaenkov I.K. To calculation of bending reinforced concrete elements with indirect reinforcement of compressed zone. *Industrial and Civil Engineering*. 2016; 7:41-44.
13. Tamrazyan A.G. Methodology of analysis and assessment of state reliability and prediction of service life of reinforced concrete structures. *Reinforced Concrete Structures*. 2023; 1(1):5-18.
14. Willam K.J., Warnke E.D. Constitutive Model for the Triaxial Behavior of Concrete. *Proceedings, International Association for Bridge and Structural Engineering*. ISMES. Bergamo, Italy, 1975; 19:174.
15. Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318M-11). An ACI Standard and Commentary.
16. Dudina I.V., Tamrazyan A.G. Quality assurance of prefabricated reinforced concrete structures at the stage of manufacturing. *Housing construction*. 2001; 3:8-10.