



УДК 539.42

DOI: 10.22227/2949-1622.2023.3.3-10

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ/ RESEARCH ARTICLE

## Влияние ползучести бетона на выгиб предварительно напряженной мостовой балки

П.П. Гайджуrow<sup>1\*</sup>, Э.Р. Исхакова<sup>2</sup>, Н.А. Савельева<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону, Российская Федерация

<sup>2</sup>Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ), Новочеркасск, Российская Федерация

\*gpp-161@yandex.ru

**Ключевые слова:** метод конечных элементов, ползучесть бетона, предварительное напряжение, мостовая балка.

### История статьи

Поступила в редакцию: 27.02.2023

Доработана: 23.03.2023

Принята к публикации: 28.03.2023

### Для цитирования

Гайджуrow П.П., Исхакова Э.Р., Савельева Н.А. Влияние ползучести бетона на выгиб предварительно напряженной мостовой балки, Железобетонные конструкции. 2023. Т. 3. № 3. С. 3–10.

**Аннотация.** К настоящему времени накоплен значительный экспериментальный и теоретический материал по ползучести бетона. Вместе с тем известные подходы к расчету бетонных и железобетонных конструкций с учетом ползучести ориентированы главным образом на решение задач с относительно простой геометрией изделия. Кроме этого, отсутствуют механико-математические модели наследственного типа, ориентированные на метод конечных элементов. Концепция моделирования длительной деформации железобетонных конструкций в трехмерной постановке, базирующаяся на использовании интегрального модуля деформации бетона, не позволяет осуществлять проектирование с учетом технологической предыстории. Поэтому актуальной является проблема разработки конечно-элементного алгоритма и соответствующего программного обеспечения, позволяющего моделировать объемное напряженно-деформированное состояние большепролетных предварительно напряженных железобетонных конструкций в рамках теории наследственного старения.

## Influence of Concrete Creep on the Bending of a Prestressed Bridge Beam

Petr P. Gaidzhurov<sup>1\*</sup>, Elvira R. Iskhakova<sup>2</sup>, Nina A. Saveleva<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

<sup>2</sup>South-Russian State Polytechnic University (NPI), Novocherkassk, Russian Federation

\*gpp-161@yandex.ru

**Keywords:** finite element method, concrete creep, prestressing, bridge beam.

**Abstract.** By present time significant experimental and theoretical material on concrete creep has been accumulated. At the same time, the known approaches to calculation of concrete and reinforced concrete structures with regard to creep are oriented mainly to solving problems with relatively simple geometry of the product. Moreover, there are no mechanic-mathematical models of hereditary type oriented to the finite-element method.

**Петр Павлович Гайджуrow**, советник РААСН, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры «Строительная механика и теория сооружений», Донской государственный технический университет, 344003, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, д. 1; eLIBRARY SPIN-код: 6812-9718, Scopus: 6506050037, ORCID: 0000-0003-3913-9694, E-mail: [gpp-161@yandex.ru](mailto:gpp-161@yandex.ru).

**Эльвира Рашидовна Исхакова**, аспирант кафедры «Градостроительство, проектирование зданий и сооружений», Южно-Российского государственного политехнического университета им. М.И.Платова (НПИ), 346428, Ростовская обл., г. Новочеркасск, ул. Просвещения, 132, eLIBRARY SPIN-код: 7539-9722, E-mail: [elvira.ishakova@yandex.ru](mailto:elvira.ishakova@yandex.ru)

**Нина Александровна Савельева**, старший преподаватель кафедры «Строительная механика и теория сооружений», Донской государственный технический университет, 344003, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, д. 1; eLIBRARY SPIN-код: 8437-8080, ORCID: 0000-0002-8702-5168, E-mail: [ninasav86@mail.ru](mailto:ninasav86@mail.ru)

© Гайджуrow П.П., Исхакова Э.Р., Савельева Н.А., 2023



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License  
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

**Article history**

Received: 27.02.2023

Revised: 23.03.2023

Accepted: 28.03.2023

**For citation**

Gaidzhurov P.P., Iskhakova E.R., Saveleva N.A. Influence of Concrete Creep on The Bending of a Prestressed Bridge Beam. *Reinforced Concrete Structures*. 2023;3 (3): 3–10.

The concept of modelling of long-term deformation of reinforced concrete structures in a three-dimensional statement, based on the use of the integral deformation modulus of concrete, does not allow one to carry out designing considering the technological prehistory. Therefore, the problem of developing a finite-element algorithm and corresponding software allowing the modelling of the volumetric stress-strain state of large-span prestressed reinforced concrete structures within the framework of the theory of hereditary aging is relevant.

**ВВЕДЕНИЕ**

Большепролетные предварительно напряженные мостовые балки из железобетона широко применяются при строительстве транспортных переходов и развязок [1, 2]. Максимальная длина такой конструкции может достигать 45 м. В настоящее время отсутствуют сведения об анализе объемного напряженно-деформированного состояния, обусловленного предварительным натяжением канатной арматуры, с учетом ползучести бетона. Вместе с тем запроектные усилия, передаваемые напрягаемой арматурой на бетон, со временем могут привести к локальному повреждению конструкции. Поэтому нормы проектирования требуют осуществлять мониторинг геометрических параметров предварительно напряженных железобетонных конструкций на стадии технологического обжата вплоть до стабилизации технологических напряжений [2]. Современный подход к анализу долговременных эксплуатационных характеристик, предварительно напряженных железобетонных балочных конструкций, отражен в работах [3–6]. Актуальной проблеме исследования продольно поперечного изгиба железобетонных конструкций с учетом реологических свойств бетона и усиления композитным материалом посвящены публикации [7, 8]. Применение при проектировании несущих железобетонных конструкций линейно-упругой модели бетона обосновано только в качестве первого приближения [9]. Для более точной оценки несущей способности данных изделий необходимо рассматривать бетон, как упруго вязкопластическую среду [10–17].

В современных коммерческих программных комплексах, реализующих метод конечных элементов (МКЭ), используются технические модели ползучести, не учитывающие такие свойства бетона, как быстро нарастающая ползучесть, зависимость модуля деформации от временной координаты и частичная необратимость деформации ползучести при разгрузке. Это обуславливает целесообразность разработки конечно-элементного алгоритма и соответствующего программного обеспечения для анализа объемного напряженно-деформированного состояния железобетонных конструкций с учетом предварительного напряжения и ползучести.

**МЕТОД**

В соответствии с наследственной теорией старения бетона связь между напряжениями и деформациями представим в матрично-операторной форме [18]

$$\{\sigma\} = [E(t)](1 - \mathbf{R})\{\varepsilon\},$$

где  $\{\sigma\}$ ,  $\{\varepsilon\}$  векторы-столбцы напряжений и деформаций;

**Petr P. Gaidzhurov**, Advisor of RAACS, Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor of the department "Structural Mechanics and Theory of Structures", Don State Technical University, 344003, Rostov-on-Don, Gagarin sq. 1; eLIBRARY SPIN code: 6812-9718, Scopus: 6506050037, ORCID: 0000-0003-3913-9694, E-mail: gpp-161@yandex.ru

**Elvira R. Iskhakova**, postgraduate student of the department "Urban Planning, Design of Buildings and Structures", M.I. Platov South Russian State Polytechnic University (NPI), 346428, Rostov region, Novocherkassk, 132 Prosveshchenie St., eLIBRARY SPIN code: 7539-9722, E-mail: elvira.ishakova@yandex.ru

**Nina A. Saveleva**, Senior Lecturer, Department "Structural Mechanics and Theory of Structures", Don State Technical University, 1 Gagarina pl., Rostov-on-Don, 344003, Rostov-on-Don, Russia; eLIBRARY SPIN code: 8437-8080, ORCID: 0000-0002-8702-5168, E-mail: [ninasav86@mail.ru](mailto:ninasav86@mail.ru)

$[E(t)]$  – матрица упругости материала;

$$\mathbf{R} \varepsilon_{ij} = \int_{\tau}^t R(t, \tau) \varepsilon_{ij}(\tau) d\tau, \quad R(t, \tau) \text{ – ядро релаксации;}$$

$t$  – временная координата;

$\tau$  – «возраст» материала в момент приложения нагрузки.

Вид функции  $R(t, \tau)$  базируется на феноменологической теории ползучести бетона. Для описания ползучести бетона применим модель упруго-ползучего тела [11]. Суть данной теории состоит в предположении о частичной обратимости деформаций ползучести при соблюдении принципа наложения воздействий. Соответствующее выражение для функции удельной ползучести в обозначениях, принятых в [11] имеет вид

$$C(t, \tau) = \psi(\tau) - \psi(t) \left( \frac{e^{\gamma\tau} - A_2}{e^{\gamma t} - A_2} \right) + \Delta(\tau) \left[ 1 - e^{-\alpha(t-\tau)} \right], \quad (1)$$

где  $A_2, \gamma, \alpha$  – константы, определяемые из опытов на ползучесть при одноосной деформации;  $\psi(\tau), \psi(t)$  – функции старения, аппроксимирующие опытные данные.

Выражение для  $R(t, \tau)$ , полученное на основе формулы (1), представим в форме удобной для программирования [18, 19]:

$$R(t, \tau) = -\frac{1}{E(t)} \left\{ K(\tau)^2 F'(\tau) (e^{\gamma\tau} - A_2) - K'(\tau) - \left[ \frac{E'(\tau)(e^{\gamma\tau} - A_2)e^{-\eta(\tau)}}{1 + \Delta(\tau)E(\tau)} - \right. \right. \\ \left. \left. - \left[ E(\tau)(e^{\gamma\tau} - A_2)e^{-\eta(\tau)} \left[ \Delta(\tau)E'(\tau) - \frac{(A_1 - A_3)E(\tau)}{\tau^2} \right] \right] (1 + \Delta(\tau)E(\tau))^{-2} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{E(\tau)\gamma e^{\gamma\tau} e^{-\eta(\tau)}}{1 + \Delta(\tau)E(\tau)} \right] u(\tau) + B_3(t) e^{-\mu(t)(t-\tau)} \right\}, \quad (2)$$

здесь  $E(t) = E_0(1 - e^{-\beta t})$  – модуль упругости бетона;  $u(\tau) = \int_{\tau_1}^t K(\tau) F'(\tau) e^{\eta(\tau)} d\tau$ ;

$$F(\tau) = \frac{\Psi(\tau)}{e^{\gamma\tau} - A_2}; \quad K(\tau) = \frac{E(\tau)}{1 + \Delta(\tau)E(\tau)}; \quad \eta(\tau) = \int_{\tau_1}^t K(\tau) F'(\tau) (e^{\gamma\tau} - A_2) d\tau;$$

$$B_3(t) = F'(t)(e^{\gamma t} - A_2) [E^2(t) - K^2(t)] - \alpha E^2 \Delta(t) + K'(t) - E'(t);$$

$$\mu(t) = B_3(t)^{-1} \left\{ \left[ \frac{2A_3}{t^3(e^{\gamma t} - A_2)} + \frac{2A_3\gamma e^{\gamma t}}{t^2(e^{\gamma t} - A_2)^2} - \frac{\mathfrak{G}_3(t)\gamma^2 e^{\gamma t}}{(e^{\gamma t} - A_2)^2} + \frac{2\mathfrak{G}_3(t)\gamma^2 e^{2\gamma t}}{(e^{\gamma t} - A_2)^3} \right] \times \right. \\ \times (e^{\gamma t} - A_2) \left[ E^2(t) - \frac{E^2(t)}{\mathfrak{G}_1(t)} \right] + F'(t)\gamma e^{\gamma t} \left[ E^2(t) - \frac{E^2(t)}{\mathfrak{G}_1(t)} \right] + F'(t)(e^{\gamma t} - A_2) \times \\ \times \left[ 2E(t)E'(t) - 2E(t)\frac{E'(t)}{\mathfrak{G}_1^2(t)} + 2E^2(t)\frac{\mathfrak{G}_2(t)}{\mathfrak{G}_1^3(t)} \right] - 2\alpha\Delta(t)E(t)E'(t) + \\ \left. + \alpha E^2(t)\frac{(A_1 - A_3)}{t^2} - E_0\beta^2\frac{e^{-\beta t}}{\mathfrak{G}_1(t)} - 2E'(t)\frac{\mathfrak{G}_2(t)}{\mathfrak{G}_1^2(t)} - \frac{E(t)}{\mathfrak{G}_1^2(t)} \left[ 2(A_1 - A_3)\frac{E(t)}{t^2} - \right. \right.$$

$$\begin{aligned}
& -2(A_1 - A_3) \frac{E'(t)}{t^2} - \Delta(t) \beta^2 e^{-\beta t} \Big] + 2E(t) \frac{\mathfrak{G}_2^2(t)}{\mathfrak{G}_1^3(t)} + E_0 \beta^2 e^{-\beta t} + \\
& + \gamma e^{\gamma t} F'(t) [E^2(t) - K^2(t)] - F'^2(t) (e^{\gamma t} - A_2)^2 [E^3(t) - K^3(t)] - \\
& - \alpha E(t) \left[ \Delta(t) E(t) - (A_1 - A_3) \frac{E(t)}{t^2} \right] - \alpha^2 E^3(t) \frac{\Delta(t)}{K(t)} + \frac{1}{2} F'(t) (e^{\gamma t} - A_2) \times \\
& \times 2 \left[ E(t) E'(t) - E(t) \frac{E'(t)}{\mathfrak{G}_1^2(t)} + E^2(t) \frac{\mathfrak{G}_2(t)}{\mathfrak{G}_1^3(t)} \right] + 2\alpha E^3(t) \Delta(t) F'(t) (e^{\gamma t} - A_2) \Big\}; \\
& \mathfrak{G}_1(\tau) = 1 + \Delta(\tau) E(\tau); \mathfrak{G}_2(\tau) = \Delta(\tau) E'(\tau) - \frac{(A_1 - A_3) E(\tau)}{\tau^2}; \mathfrak{G}_3(\tau) = C_3 + \frac{A_3}{\tau}.
\end{aligned}$$

Интегралы  $u(\tau)$  и  $\eta(\tau)$ , входящие в выражение (2), вычисляем численно.

Структура результирующего матричного уравнения МКЭ для решения задачи наследственной теории старения принимает следующую форму [19]:

$$[H](1 - \mathbf{R})\{W\} - \{F\} = 0, \quad (3)$$

где  $[H]$  – глобальная матрица жесткости;  $\{F\}$ ,  $\{W\}$  – векторы-столбцы узловых перемещений и сил.

Численное интегрирование уравнения (3) по временной координате выполняем с помощью формулы трапеций. Для реализации данной процедуры рассматриваемый временной интервал  $[\tau, t]$  разбиваем на  $m$  равноотстоящих временных шагов  $\Delta t$ , так чтобы  $t = m \Delta t$ . Тогда, выражение (3) можно представить в форме

$$[H_m]\{W_m\} = \{F\} + [H_1]\{W_1\} + [H_j]\{W_j\} \quad |_{j=1, m-1}, \quad (4)$$

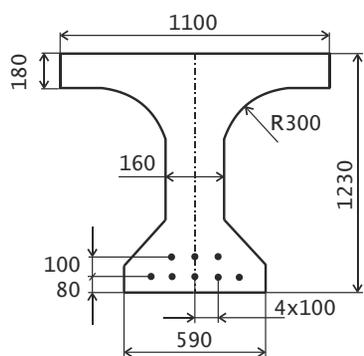
где  $[H_m] = [H](1 - \mathbf{R}(t, t)) \Delta t / 2$ ;  $[H_1] = [H](1 - \mathbf{R}(t, \tau)) \Delta t / 2$ ;

$[H_j] = [H](1 - \mathbf{R}(t, (m - j) \Delta t)) \Delta t$ .

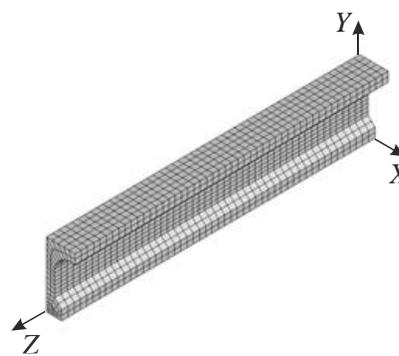
В выражении (4) вектор-столбец  $\{W_1\}$  соответствует упруго мгновенному решению задачи. Отметим, что в соответствии с шаговой процедурой на каждом временном интервале происходит корректировка глобальной матрицы жесткости и добавление в правую часть произведения  $[H_j]\{W_j\}$ , в котором вектор-столбец  $\{W_j\}$  получен на предыдущем шаге интегрирования. Кроме этого, вычислительный процесс допускает изменение текущего вектора-столбца узловых сил  $\{F\}$  в соответствии с заданным законом нагружения. Вся «история» наблюдения за деформированием конечно-элементной модели хранится в памяти компьютера. Рассмотренный алгоритм реализован на платформе Intel® Visual Fortran Composer XE [20].

## РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Для апробации разработанного математического и программного обеспечения выполним анализ влияния усилия предварительного напряжения на величину выгиба железобетонной мостовой балки с учетом ползучести бетона. Размеры сечения балки со схемой расположения напрягаемых на бетон восьми канатов приведены на рис. 1. Конструктивно канаты расположены параллельно продольной оси балки, поэтому усилие натяжения каната  $T$  моделируем как внешние сосредоточенные силы в сечении  $Z=0$ . Расчетный пролет балки 12 м. В силу симметрии геометрии и схемы нагружения рассмотрим  $1/4$  часть балки. Конечно-элементная модель  $1/4$  части балки представлена на рис. 2.



**Рисунок 1.** Сечение мостовой балки  
**Figure 1.** Cross section of the bridge beam



**Рисунок 2.** Конечно-элементная модель ¼ части балки  
**Figure 2.** Finite element model of the ¼ part of the beam

Механические константы материала: модуль упругости  $E = 3 \cdot 10^{10}$  Н/м<sup>2</sup>; коэффициент Пуассона  $\nu = 0,2$ ; удельный вес  $\gamma = 2500$  кг/м<sup>3</sup>. Расчетные значения сопротивления бетона осевому сжатию и растяжению:  $R_b = 25,5$  МПа,  $R_{bt} = 2,37$  МПа.

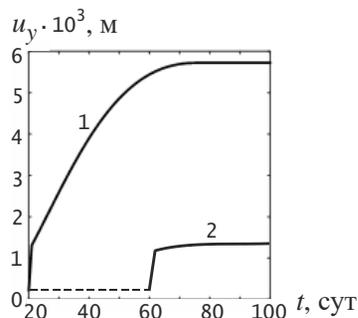
Значения констант в выражении (2) [11]:

$$C_1 = 9,9388 \cdot 10^{-11} \text{ (Н/м}^2\text{)}^{-1}; C_3 = 7,7064 \cdot 10^{-11} \text{ (Н/м}^2\text{)}^{-1}; A_1 = 4,7095 \cdot 10^{-10} \text{ сут/(Н/м}^2\text{)}; A_2 = 1;$$

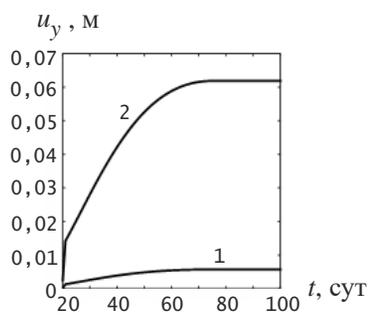
$$A_3 = 3,4822 \cdot 10^{-10} \text{ сут/(Н/м}^2\text{)}; E_0 = 2,55 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2; \alpha = 6 \text{ сут}^{-1}; \gamma = 0,03 \text{ сут}^{-1}; \beta = 0,206 \text{ сут.}$$

Шаг интегрирования  $\Delta t = 1$  сут.

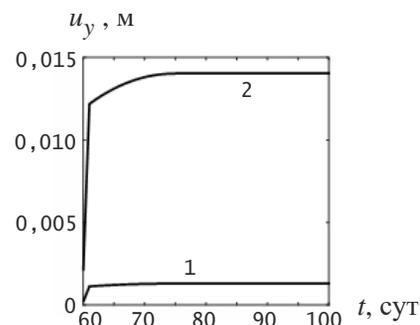
Результаты моделирования в виде графиков  $u_y \sim t$  приведены на рис. 3-5. На рис. 3 кривые 1 и 2 соответствуют расчетам, выполненным для преднапряжения балки усилием  $T = 1,8$  т в «возрасте»  $\tau = 20$  сут (линия 1) и  $\tau = 60$  сут (линия 2). Упруго мгновенное значение выгиба на этом рисунке показано штриховой линией. Представленные данные отражают эффекты характерные для бетона – быстро нарастающая ползучесть в момент приложения нагрузки и увеличение жесткости со временем.



**Рисунок 3.** Графики  $u_y \sim t$ :  
1 –  $\tau = 20$  сут; 2 –  $\tau = 60$  сут;  
**Figure 3.** Graphs  $u_y \sim t$ :  
1 –  $\tau = 20$  days; 2 –  $\tau = 60$  days



**Рисунок 4.** Графики  $u_y \sim t$  для  
 $\tau = 20$  сут:  
1 –  $T = 1,8$  т; 2 –  $T = 9$  т  
**Figure 4.** Grafts  $u_y \sim t$  for  
 $\tau = 20$  days  
1 –  $T = 1,8$  ton; 2 –  $T = 9$  ton



**Рисунок 5.** Графики  $u_y \sim t$  для  
 $\tau = 60$  сут:  
1 –  $T = 1,8$  т; 2 –  $T = 9$  т  
**Figure 5.** Grafts  $u_y \sim t$  for  
 $\tau = 60$  days:  
1 –  $T = 1,8$  ton; 2 –  $T = 9$  ton

Графики на рис. 4 и 5 показывают зависимость величины выгиба  $u_y(t)$  балки от момента нагружения  $\tau$  и усилия натяжения каната: кривая 1 –  $T = 1,8$  т (17,7 кН); кривая 2 –  $T = 9$  т (88,3 кН). На основании полученных данных устанавливаем, что при пятикратном увеличении усилия  $T$  выгиб балки к моменту времени наблюдения  $t = 100$  сут независимо от «возраста» бетона увеличивается в 11 раз.

На рис. 6 и 7 приведена визуализация распределения результирующих полей перемещений

$u_y$  и  $u_z$  в момент времени  $t= 100$  сут в  $\frac{1}{4}$  части балки при  $T= 1,8$  т и  $\tau=20$  сут.

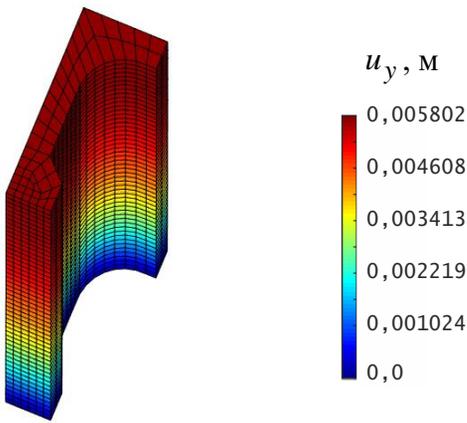


Рисунок 6. Распределение  $u_y$  при  $T= 1,8$  т

Figure 6. Distribution  $u_y$  by  $T= 1.8$  ton

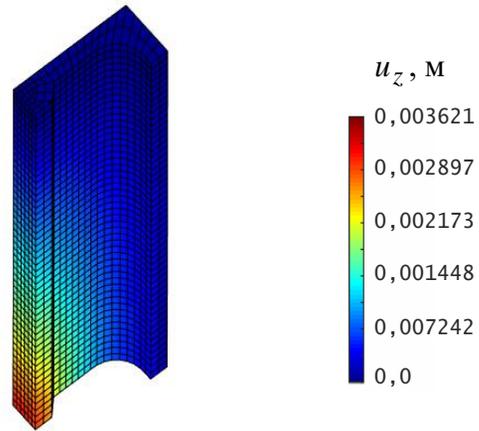


Рисунок 7. Распределение  $u_z$  при  $T= 1,8$  т

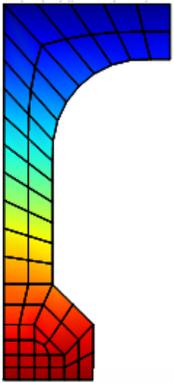
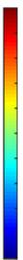
Figure 7. Distribution  $u_z$  by  $T= 1.8$  ton

На основании рис. 7 устанавливаем, что максимальное перемещение  $u_z$  в месте виртуального расположения «активных» анкеров крепления канатов составляет 3 мм. Это значение сопоставимо с величиной выгиба равного 5 мм (рис. 6.)

Визуализация распределения продольных напряжений  $\sigma_z$  в сечении  $Z= 6$  м для момента времени наблюдения  $t= 100$  сут. при  $T= 1,8$  т и  $T= 9$  т представлена в табл. 1. Как видно при  $T= 9$  т максимальные значения растягивающих напряжений в рассматриваемом сечении составляют 20 МПа при  $\tau= 20$  сут. и 4,74 МПа при  $\tau= 60$  сут., что превышает  $R_{bt}$  соответственно в 8,4 и 2 раза. Отметим, что при  $T= 1,8$  т в наиболее нагруженном сечении балки возникают достаточные с эксплуатационной точки зрения сжимающие напряжения.

Таблица 1

Картины распределения продольных напряжений в сечении балки  $Z= 6$  м при  $T= 1,8$  т и  $T= 9$  т

	$\sigma_z$ , МПа			
	$T= 1,8$ т		$T= 9$ т	
	$\tau= 20$ сут	$\tau= 60$ сут	$\tau= 20$ сут	$\tau= 60$ сут
	-11,91	-2,701		-103
-10,03	-2,276	-78,7	-23,53	
-8,159	-1,850	-53,8	-17,88	
-6,284	-1,425	-28,9	-12,22	
-4,408	-0,9999	-4,02	-6,567	
-2,533	-0,5747	20,0	-0,9140	
			4,740	

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом установлено, что при проектировании предварительно напряженной железобетонной мостовой балки существует ограничение по величине натяжения канатной арматуры. Причем ползучесть бетона обуславливает длительное деформирование, которое может негативно влиять на напряженное состояние большепролетной конструкции балочного типа, предварительно «обжатой» в продольном направлении.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Кантелин С.Ю., Марченко М.С.* Предварительное напряжение балочных пролетных строений. Путь и путей хозяйство. – 2020. – №9 – С. 25-28.
2. Конструкции железобетонные монолитные с напрягаемой арматурой без сцепления с бетоном. Правила проектирования. Методическое пособие. – М.: Министерство строительства и жилищно-коммунального хозяйства Российской Федерации Федеральное автономное учреждение «Федеральный центр нормирования, стандартизации и оценки соответствия в строительстве», 2017. – 109 с.
3. *Sun B., Yang Y., Li X., Yan M., Xie M., Bao Y.* Full-scale investigation of post-tensioned prestressed concrete bridge girders subjected to frost heaving in cold regions, *Engineering Structures*. 2022. Volume 250. 113413. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2021.113413>.
4. *Sun Y., Wu T., Liu X.* Design of concrete beams reinforced and unbonded prestressed with FRP bars based on serviceability requirements, *Composite Structures*. 2022. Volume 300. 116133. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2022.116133>.
5. *Chang X., Wang X., Liu C., Huang H., Zhu Z., Wu Z.* Parametric analysis on the flexural behaviour of RC beams strengthened with prestressed FRP laminates, *Structures*. Volume 47. Pp. 105-120. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2022.11.054>.
6. *Tong T., Liu Z., Zhang J., Yu Q.* Long-term performance of prestressed concrete bridges under the intertwined effects of concrete damage, static creep and traffic-induced cyclic creep, *Engineering Structures*. 2016. Volume 127. Pp. 510-524. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2016.09.004>.
7. *Тамразян А.Г.* К устойчивости внецентренно сжатых железобетонных элементов с малым эксцентриситетом с учетом реологических свойств бетона, *Железобетонные конструкции*. – 2023; 2(2): С. 48-57.
8. *Маилян Д.Р., Георгиев С.В.* К определению прогибов гибких внецентренно сжатых железобетонных стоек, усиленных в поперечном направлении композитными материалами, *Железобетонные конструкции* – 2023; 2(2): С. 32-41.
9. *Портаев Д.В.* Расчет и конструирование монолитных преднапряженных конструкций гражданских зданий: Научное издание. – М.: Изд-во АСВ, 2011. – 248 с.
10. *Арутюнян Н.Х., Зевин А.А.* Расчет строительных конструкций с учетом ползучести.–М.: Стройиздат, 1988.–256с.
11. *Александровский С.В.* Расчет бетонных и железобетонных конструкций на изменение температуры и влажности с учетом ползучести. – М.: Стройиздат, 1973. – 432 с.
12. *Бондаренко В.М.* Инженерные методы нелинейной теории железобетона. – М.: Стройиздат, 1984. – 183 с.
13. *Бондаренко В.М., Колчунов В.И.* Расчетные модели силового сопротивления железобетона. – М.: АСВ, 2004. 112 с.
14. *Прокопович И.Е., Зедгендзе В.А.* Прикладная теория ползучести. – М.: Стройиздат, 1980. – 240 с.
15. *Тамразян А.Г., Есаян С.Г.* Механика ползучести бетона. – М.: МГСУ, 2012. – 490 с.
16. *Крылов С.Б., Арленинов П.Д.* Современные исследования в области теории ползучести бетона, *Вестник НИЦ «Строительство»*. – 2018. – №1(16) – С. 67-75.
17. *Галустов К.З.* Учет ползучести бетона при расчете железобетонных конструкций современных АЭС, *Бетон и железобетон*. – 2007.– №3 – С. 22-24.
18. *Гайджуров П.П., Исхакова Э.Р.* Модели теории ползучести бетона и их конечно-элементная реализация, *Вестник Донского гос. тех. ун-та*. – 2012. – № 7 – С. 99-107.
19. *Гайджуров П.П., Исхакова Э.Р.* Решение плоской задачи наследственной теории старения методом конечных элементов, *Строительная механика и расчет сооружений*. – 2013.– №1 – С. 40-45.
20. *Гайджуров П.П., Исхакова Э.Р.* Конечно-элементное решение плоской задачи теории наследственного старения бетона с учетом принципа наложения воздействий и быстро набегавшей ползучести материала, *Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ №2014662079*. РФ, Роспатент.–Заявл. 26.09.14; зарег. 21.11.2014.

## REFERENCES

1. *Kaptelin S.Yu., Marchenko M.S.* Preliminary tension of girder superstructures. *Path and track economy*. – 2020. – No. 9 – Pp. 25-28.
2. Reinforced concrete monolithic structures with tensioned reinforcement without adhesion to concrete. Design rules. Methodical manual. – Moscow: Ministry of Construction and Housing and Communal Services of the Russian Federation Federal Autonomous Institution "Federal Center for Standardization, Standardization and Conformity Assessment in Construction", 2017. – 109 p.

3. Sun B., Yang Y., Li X., Yan M., Xie M., Bao Y. Full-scale investigation of post-tensioned prestressed concrete bridge girders subjected to frost heaving in cold regions, *Engineering Structures*. 2022. Volume 250. 113413. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2021.113413>.
4. Sun Y., Wu T., Liu X. Design of concrete beams reinforced and unbonded prestressed with FRP bars based on serviceability requirements, *Composite Structures*. 2022. Volume 300. 116133. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2022.116133>.
5. Chang X., Wang X., Liu C., Huang H., Zhu Z., Wu Z. Parametric analysis on the flexural behaviour of RC beams strengthened with prestressed FRP laminates, *Structures*. Volume 47. Pp. 105-120. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2022.11.054>.
6. Tong T., Liu Z., Zhang J., Yu Q. Long-term performance of prestressed concrete bridges under the intertwined effects of concrete damage, static creep and traffic-induced cyclic creep, *Engineering Structures*. 2016. Volume 127. Pp. 510-524. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2016.09.004>.
7. Tamrazyan A.G. On the stability of non-centrally compressed reinforced concrete elements with low eccentricity taking into account the rheological properties of concrete, *Reinforced concrete structures*. – 2023; 2(2): pp. 48-57.
8. Mailyan D.R., Georgiev S.V. To the definition of deflections of flexible out-of-center compressed reinforced concrete struts reinforced in the transverse direction with composite materials, *Reinforced concrete structures - 2023*; 2(2): pp. 32-41.
9. Portaev D.V. Calculation and design of monolithic prestressed structures of civil buildings: Scientific edition. – M.: Publishing House of the DIA, 2011. – 248 p.
10. Harutyunyan N.H., Zevin A.A. Calculation of building structures taking into account creep. Moscow: Stroyizdat, 1988. 256 p.
11. Alexandrovsky S.V. Calculation of concrete and reinforced concrete structures for temperature and humidity changes taking into account creep. Moscow: Stroyizdat, 1973. 432 p.
12. Bondarenko V.M. Engineering methods of nonlinear theory of reinforced concrete. Moscow: Stroyizdat, 1984. 183 p.
13. Bondarenko V.M., Kolchunov V.I. Computational models of the force resistance of reinforced concrete. Moscow: ASV, 2004. 112 p.
14. Prokopovich I.E., Zedgenidze V.A. Applied theory of creep. Moscow: Stroyizdat, 1980. – 240 p.
15. Tamrazyan A.G., Yesayan S.G. Mechanics of concrete creep. – Moscow: MGSU, 2012. – 490 p.
16. Krylov S.B., Arlenin P.D. Modern research in the field of creep theory of concrete. *Bulletin of SIC "Construction"*. – 2018. – №1(16) – Pp. 67-75.
17. Galustov K.Z. Taking into account the creep of concrete when calculating reinforced concrete structures of modern nuclear power plants. *Concrete and reinforced concrete*. 2007. No. 3. Pp. 22-24.
18. Gaijurov P.P., Iskhakova E.R. Models of concrete creep theory and their finite element implementation. *Bulletin of the Don State Technical University*. 2012. No. 7. Pp. 99-107.
19. Gaijurov P.P., Iskhakova E.R. The solution of the planar problem of the hereditary theory of aging by the finite element method. *Construction mechanics and calculation of structures*. – 2013.– No. 1 – pp. 40-45.
20. Gaijurov P.P., Iskhakova E.R. Finite-element solution of the planar problem of the theory of hereditary aging of concrete, taking into account the principle of superimposition of impacts and rapidly advancing creep of the material, Certificate of official registration of the computer program No. 2014662079. Russian Federation. Rospatent.–Declared on 26.09.14; 21.11.2014.