

基于多进制小波变换的图象放大方法

朱长青^{1),2)} 王倩¹⁾ 陈虹¹⁾ 史文中²⁾ 王耀革¹⁾

¹⁾(信息工程大学测绘学院 209, 郑州 450052)

²⁾(香港理工大学土地测量与地理资讯学系, 香港)

摘要 多进制小波是近几年发展的小波分析理论的一个新分支.为了更好地进行图象的放大,提出了一个基于多进制小波变换的图象放大方法,并用三进制小波变换进行了图象的放大试验,通过与常用的插值放大方法进行比较的结果表明,基于多进制小波放大的图象能较好地保持原来图象的特征,优于一般的插值放大方法.

关键词 多进制小波 放大 插值 图象

中图分类号: TP391.41 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2002)03-0261-06

Image Magnification Method based on Multi-band Wavelet Transformation

ZHU Chang-qing^{1),2)}, WANG Qian¹⁾, CHEN Hong¹⁾, SHI Wen-zhong²⁾, WANG Yao-ge¹⁾

¹⁾(*Institute of Surveying and Mapping, Information Engineering University, Zhengzhou 450052*)

²⁾(*Department of Land Surveying and Geo-Informatics The Hongkong Polytechnic University, Hong Kong*)

Abstract Multi-band wavelet is a newly developed branch of wavelet analysis and is superior to 2-band wavelet in terms of symmetry, compact support and smoothness. There have been many studies on multi-band wavelet theory and applications in the recent years. In this paper, based on multi-band wavelet transformation and interpolation theory, a new approach to magnify images is introduced. Firstly, we analyze the lack of the methods for the image magnification by general methods such as 2-band wavelet method and linear interpolation. Then we discuss the basic theory and analyze the transformation properties of multi-band wavelet. Next, we study the image magnification methods by the double linear interpolation and the weight parabola interpolation. Further, we propose an approach that magnifies an image based on multi-band wavelet transformation and interpolation theory. Especially the three-band wavelet transformation is implemented to magnify real remotely sensing image. Furthermore, the magnification results by multi-band wavelet are compared with other results based on commonly used interpolation magnification methods. Finally, the magnification images are evaluated quantitatively by mean gradient. The theory and experiments show that magnification images by multi-band wavelet can retain the characteristics of original images very well and are superior to the magnified images by other commonly used interpolation methods.

Keywords Multi-band wavelet, Magnification, Interpolation, Image

0 引言

图象变焦包括图象放大和缩小,它们是图象数据管理中的一项基本功能,在许多领域,特别是与图象处理相关的研究中具有重要应用.传统的放大方

法常采用插值技术^[1],而缩小方法则采用重采样技术.然而,这些方法在放大时,边缘模糊现象较重,缩小时,则较大结构信息损失较重,其原因是忽略了图象的结构特征.因为有效地利用图象的结构特征,对保证放大缩小图象的质量和结构特征具有重要作用.为了有效地进行图象放大,近年来,基于小波分

析的变焦方法引起了人们的注意。

小波分析是20世纪80年代中期发展起来的应用数学理论,由于其良好的时频局部化特征、尺度变化特征、方向变化特征,因此在众多学科领域得到了广泛的应用^[2~5],并且在图象变焦方面,也取得了一些成果,如文献[6]就利用二进制小波变换方法对图象进行放大.图1(a)表示了一幅原始图象,图1(b)是其二进制小波变换图象.这种二进制小波变换就是先将一幅图象分成4个部分,其中,左上部分是其低频部分,其余3个部分是其高频部分;然后利用小波逆变换,即能由二进制小波变换后的图象重构得到原来的图象.文献[6]的方法是先将原图象作为低频部分,同时根据高频部分图象特征,通过构造3个高频滤波器来获得3个高频图象,然后利用二进制小波逆变换,就得到放大2倍的图象,即长、宽都是

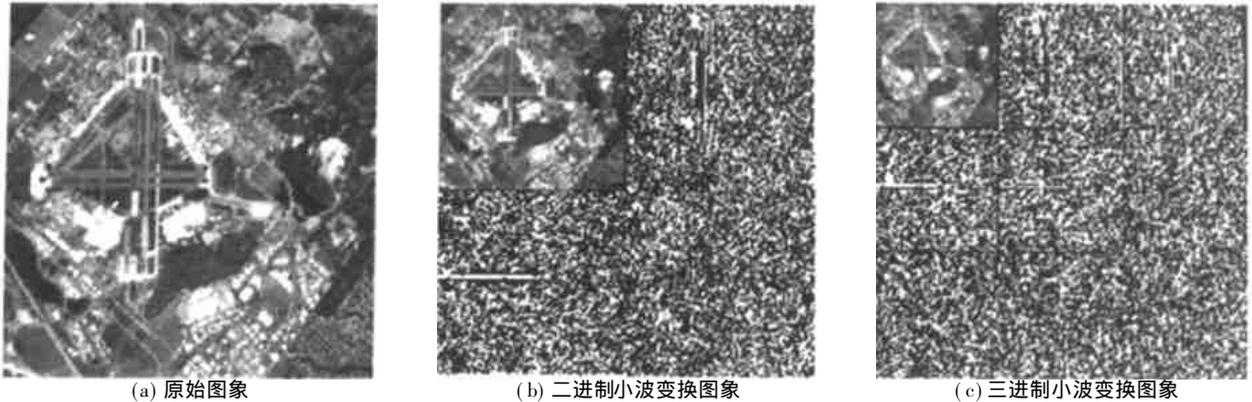


图1 一幅图象及其二进制小波变换图象和三进制小波变换图象

根据多进制小波变换的变换特征,可以按照文献[6]的思想来构造高频部分,以进行图象放大.由于其在三进制情形下,要构造8个高频部分;在四进制情形下,要构造15个高频部分;对更高的进制,则要构造更多的高频部分,因而这在实际运算中是困难的,即使在三进制情形,构造8个高频部分也是很困难的.

本文根据多进制小波的特点,采用插值放大与多进制小波变换相结合的思想,研究了一种新的图象放大方法.该方法主要思想是先利用插值来放大图象,然后再进行多进制小波变换,以得到高频部分,最后加上原图象作为低频成分,再利用多进制小波逆变换,就得到放大任意整数倍的图象.本文方法有以下优点:(1)能避免构造多个高频部分;(2)充分利用了多进制小波的变换特征,即多进制小波变换在多倍放大过程中,可一次完成,因而能尽可能地减少信息的损失;(3)放大倍数较灵活,能够得到放大

原来的2倍.在放大2倍的图象上进一步构造,则能获得放大4倍、8倍... 2^n (n 是正整数)倍的图象.文献[6]方法取得了较好效果,但在图象多倍放大时,二进制变换需进行多次,这样不可避免地会产生某些信息的损失.另外,这种方法只能进行2倍放大,而对诸如放大3倍或5倍则难以做到.文献[7]还基于多进制小波变换研究了图象缩小问题.图1(c)是图1(a)的三进制小波变换图象,它是将一幅图象分成9个部分,其中左上部分是其低频部分,其余8个是其高频部分.而更一般的 M 进制小波变换是将一幅图象分成 M^k 个部分,其中一个部分是其低频部分,其余 $M^k - 1$ 个是其高频部分.文献[7]利用多进制小波变换的低频部分,虽得到了缩小任意整数倍的图象,但该文对图象的放大没有研究.

任意整数倍的图象.

1 多进制小波变换特征^[2,4]

1.1 多进制小波的多尺度分析

大家知道,多进制小波的基本构造理论是多尺度分析.设 $M \geq 2$ 是一个整数,平方可积函数空间 $L^2(\mathbb{R})$ 上的一个多尺度分析是满足一定条件的闭子空间列 $\{V_j\}_{j \in \mathbb{Z}}$.与二进制小波一样,利用多尺度分析,能够得到空间 $L^2(\mathbb{R})$ 的正交分解.令 W_j 为 V_j 在 V_{j+1} 上的正交补空间,即

$$V_j \oplus W_j = V_{j+1}, j \in \mathbb{Z}$$

则对 $f \in L^2(\mathbb{R})$,有 $g \in W_j$ 和 $f_k \in V_k$,使

$$f = \sum_{j \in \mathbb{Z}} g_j = f_k + \sum_{j=k} g_j$$

事实上,可以证明,闭子空间列 V_j 能够由 $\{M^{j/2}h(M^j x - k) | k \in \mathbb{Z}\}$ 生成,而 W_j 则能够由

$\{M^{j/2} j_s(M^j x - k) | 1 \leq s \leq M-1, k \in Z\}$ 生成. 这里, 函数 $h(x)$ 称为尺度函数, 而 $\{j_s(x) | 1 \leq s \leq M-1\}$ 则称为小波函数, 它们满足如下方程

$$h(x) = \sum_{k \in Z} c_k h(Mx - k)$$

$$j_s(x) = \sum_{k \in Z} d_k^s h(Mx - k)$$

其中, $\{c_k\}$ 称为滤波器系数, 滤波方程为

$$H(z) = \frac{1}{M} \sum_{k \in Z} c_k z^k$$

$\{d_k^s\}$ 称为小波系数.

1.2 M 进制小波的分解公式

由于利用张量积, 可以得到二维函数的正交小波分解, 因此, 一幅数字图象 $\{a_{0,k,l}\} (k, l \in Z)$ 的多进制小波分解和重构公式也能得到, 其分解公式是

$$a_{j+1,k,l} = \sum_m \sum_n c_{m-Mk} c_{l-Ml} a_{j,m,n}$$

$$b_{j+1,k,l}^t = \begin{cases} \sum_m \sum_n c_{m-Mk} d_{l-Ml}^s a_{j,m,n} & t=0, 1 \leq s \leq M-1 \\ \sum_m \sum_n d_{m-Mk}^t c_{l-Ml} a_{j,m,n} & 1 \leq t \leq M-1 \\ \sum_m \sum_n d_{m-Mk}^t d_{l-Ml}^s a_{j,m,n} & 1 \leq t, s \leq M-1 \end{cases}$$

这里, $j=0, 1, 2, \dots$

重构公式是

$$a_{j,k,l} = \sum_m \sum_n c_{k-Mm} c_{l-Mn} a_{j+1,m,n} + \sum_{t,s=0, s \neq t}^{M-1} \sum_m \sum_n d_{k-Mm}^t d_{l-Mn}^s b_{j+1,m,n}^{t,s}$$

其中, $j=0, 1, 2, \dots$. 这里 $\{a_{j+1,k,l}\}$ 为分解的 $j+1$ 层的低频部分, $\{b_{j+1,k,l}^s\}$ 为分解的 $j+1$ 层的高频部分.

图 1(c) 是图 1(a) 的三进制小波变换图象, 即这里 $M=3$, 它将一幅图象分成 9 个部分. 利用三进制小波逆变换, 就能由图 1(c) 恢复得到原来的图象图 1(a).

由此可见, 多进制小波的分解和重构公式, 为图象的放大提供了理论基础.

2 基于插值的图象放大方法

传统的图象放大常常采用内插 (或外插) 的方法, 主要的过程为: 在左右 (或上下) 两个像素间插入一个或多个像素点, 被插入点的像素灰度值 (简称像素值) 以左右 (或上下) 像素值为依据经计算而得.

2.1 线性插值法和双线性插值法

线性插值公式为

$$g = g_0 \frac{x - x_1}{x_0 - x_1} + g_1 \frac{x - x_0}{x_1 - x_0}$$

其中, (x, g) 为待插值的点, (x_0, g_0) 和 (x_1, g_1) 为插入点的左右 (或上下) 两个点.

由于图象本身的特点, x_0, x, x_1 的间距固定不变, 且 g_0, g, g_1 分别为 x_0, x, x_1 处的象素值, 因而该公式可进一步简化.

当 x_0, x_1 间内插一个点时, 其插入点象素值 g 计算公式为:

$$g = (g_0 + g_1) / 2$$

当 x_0, x_1 间内插两个点时, 相应的象素值 g_{i1}, g_{i2} 计算公式分别为:

$$g_{i1} = (2g_0 + g_1) / 3$$

$$g_{i2} = (g_0 + 2g_1) / 3$$

依次可推出内插两个以上点的象素值的计算公式.

由线性插值方法, 可得到双线性插值法^[8]. 双线性插值方法, 即在水平 (垂直) 方向先利用线性插值求出点, 然后根据求出的点, 再在垂直 (水平) 方向利用线性插值求出所要求的点.

下面, 将给出利用线性插值方法和双线性插值方法放大图象的试验结果. 这里, 将利用 Photoshop 图象软件中的绘图工具绘制出的图 2(a) 作为放大处理结果的参考比较标准, 而将其缩小为原图的 1/3 后 (图 2(b)), 则所有图象的放大运算均在图 2(b) 的基础上进行. 图 2(c) 是实验图 2(b) 的线性插值放大图. 图 2(d) 是实验图 2(b) 的双线性插值放大图.

众所周知, 线性插值方法公式简单, 计算方便快捷. 虽然它能保持原图象的基本特征, 但由于参与象素值预测的点较少, 因此边缘模糊现象较为严重, 这从其放大的结果 (图 2(c) 图 2(d)) 中可以见到. 为提高放大图象边缘的清晰度, 可采用增加经验值的方法, 即增加参与象素值预测的点个数. 根据这种思想, 本文提出了一种基于加权抛物线插值的放大方法, 即利用较多的点参与预测, 以得到更好的效果.

2.2 加权抛物线插值法

加权抛物线插值法就是使得插入点的左右 (或上下) 4 个点均参与计算. 这里图象放大的加权抛物线插值公式^[9]为

$$g = W_L \cdot g_{L+} + W_R \cdot g_R$$

其中, W_L, W_R 为权值, g_L, g_R 为抛物线灰度插值.

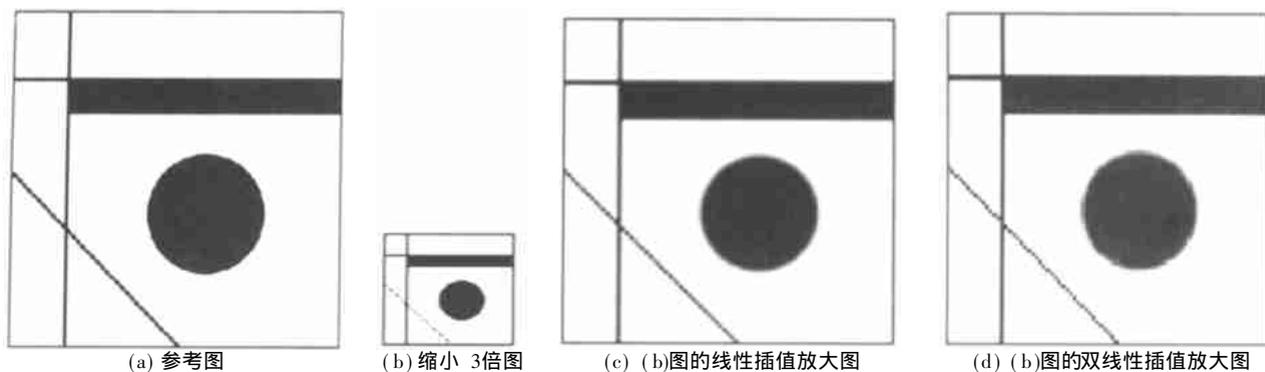


图 2 实验图

g 为插入点的像素值.

当插入一个点时,其像素值 g 可表示为

$$g = (-g_0 + 9g_1 + 9g_2 - g_3) / 16$$

当插入两个点时,其像素值 g_1, g_2 可分别表示为

$$g_1 = (-20g_0 + 195g_1 + 75g_2 - 7g_3) / 243$$

$$g_2 = (-7g_0 + 75g_1 + 195g_2 - 20g_3) / 243$$

图 3 是利用加权抛物线插值法将实验图 2(b) 放大 3 倍后的结果.

由于加权抛物线插值法增加了经验值,即需参考附近的 4 个点来计算插入点的像素值,因此,相对于线性插值方法(图 2(c)、图 2(d))而言,图象因放大而产生的模糊程度要稍轻些,这可从图 3 中见到.

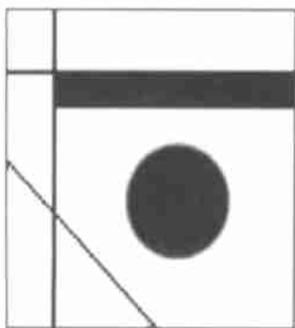


图 3 图 2(b) 加权抛物线插值放大 3 倍后的结果

图 4 是利用多进制小波方法将图 2(b) 放大 3 倍后的结果.

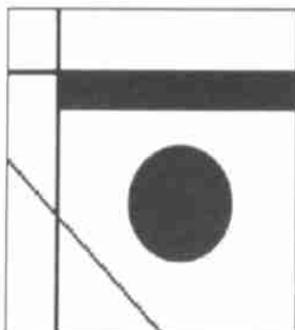


图 4 图 2(b) 多进制小波放大 3 倍后的结果

3 基于多进制小波变换的图象放大方法

利用内插法得到的放大图象,虽然简单,但因忽略了图象信息本身的结构特征,故放大后边缘较为模糊.虽然加权抛物线插值放大的效果有些改进,但还是不理想.为保持原图象中的结构特征,本节研究基于多进制小波的图象放大方法,这种方法在放大过程中,易于将原图象上的“细节”高频信息添加进去,从而达到增强边缘的效果.

图象的小波放大方法必须是在图象的低频和各个高频部分均已知的情况下,才可利用小波变换的重构算法来得到原图象的放大图象.

若放大 3 倍,则用三进制小波实现就需要构造 8 个高通滤波器,其算法实现相对复杂,而且当 M 越大,滤波器的构造就越复杂.本文为避免构造复杂的高通滤波器,提出了一种新的图象放大方法,其基本思想是:首先将原图象利用插值方法放大,然后提取它的高频成分,最后利用多进制小波重构算法实现图象的放大.其基本方法是:

(1) 利用插值放大方法将原图象 I_1 放大 M 倍,得到放大 M 倍的图象 I_2 ;

(2) 对 I_2 进行三进制小波变换,得到变换图象 I_3 , I_3 含有 1 个低频部分及 $M \times (M - 1)$ 个高频部分,其中低频和高频部分的尺寸和原图象相同;

(3) 用原图象 I_1 替换 I_3 中的低频部分,得到图象 I_4 ;

(4) 对 I_4 进行三进制小波逆变换,得到图象 I_5 . I_5 即为所求的放大图象.

由于将原图象 I_1 放大 M 倍的插值运算是小波分解运算的前提条件,所以插值运算的结果将影响小波运算的效果,这里使用了效果较好的加权抛物

线插值方法,主要是为了尽量减少放大后图象的“马赛克”对高频成分的影响。

若 M 取任意整数,则可得到放大任意整数倍的图象。

4 实验结果与分析

4.1 实验结果

本文利用基于多进制小波变换的放大方法,进

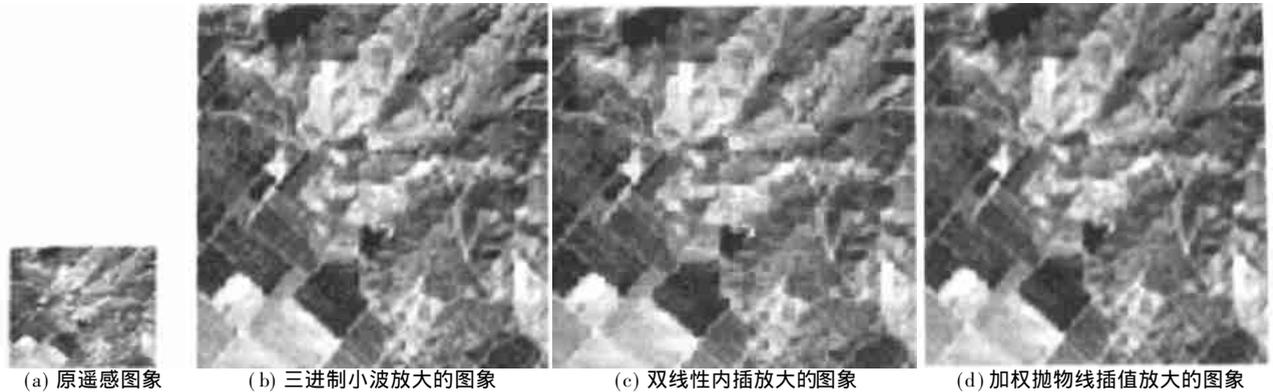


图 5 一幅遥感图象及其 3 种方法放大的图象

4.2 定性分析

将图 4 与图 2(c)、图 2(d) 和图 3 相比较不难看出,利用多进制小波变换方法得到的放大图象减轻了模糊的程度,因而视觉效果比其他方法要好得多。

从图 5 对遥感图象放大后的结果也可以见到,基于三进制小波的图象放大方法也优于双线性内插法和加权抛物线插值放大方法。从效果上看,小波方法最好,加权抛物线插值方法次之,而双线性内插法方法则较差。

小波方法较好的根本原因是:在图象放大过程中,由于小波方法有意识地增加了高频信息,因此相应地增强了放大后图象的边缘,即提高了边缘的反差。

4.3 定量分析

下面用平均梯度值来定量研究图象的放大效果。平均梯度反映了图象中微小细节反差与纹理变化特征及清晰度。平均梯度 T 为:

$$T = \frac{1}{MN} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \sqrt{(\Delta I_x)^2 + (\Delta I_y)^2} / 2$$

这里, M 和 N 分别是图象的长和高。

$$\Delta I_x = g(i+1, j) - g(i, j)$$

$$\Delta I_y = g(i, j+1) - g(i, j)$$

用 3 种不同方法对图 5(a) 放大 3 倍后,图象的平均梯度值分别为: 12.25、8.54、9.25 (图 5(b)、(c)、

行了图象放大试验。这里介绍利用三进制小波变换方法进行图象放大 3 倍的实验。

图 5(a) 是一幅卫星遥感图象,图 5(b) 是利用三进制小波变换方法放大的图象。为了比较起见,还采用双线性插值和加权抛物线插值的放大方法对该图象进行实验比较。图 5(c) 是利用双线性插值方法放大后的图象,图 5(d) 是利用加权抛物线插值方法放大后的图象。

(d))。

由图 5 及计算的平均梯度值可见,利用多进制小波放大的图象,其平均梯度值较大,相应的清晰度也较高,这与定性分析的结果相一致;而加权抛物线插值方法与双线性内插法的平均梯度值则相对较小,它们的清晰度也相对较差。由此可见,基于多进制小波的图象放大方法具有好的效果。

5 结 论

本文利用多进制小波对图象进行了放大研究。根据图象放大的要求和特点,本文提出了一种新的基于多进制小波变换的放大方法。并在三进制小波情形,对图象进行了放大试验,为了证明本文方法的有效性,还与常用的插值放大方法进行了比较。结果表明,由于本文所述方法能避免构造多个高频部分,同时能充分利用多进制小波的变换特征,即多进制小波变换在多倍放大过程中可一次完成,因而能尽可能地减少信息的损失和保持原结构特征;此外,放大倍数较灵活,能够一次得到放大任意整数倍的图象。

综上所述,基于多进制小波的图象放大方法能获得好的效果,优于一般的插值放大方法。

本文所述方法,可用于广泛的图象放大领域,例如遥感图象处理、计算机制图等领域.另外,本文方法也同样适用于图形放大.

参 考 文 献

- 1 沈邦乐编著. 计算机图象处理 [M]. 北京: 解放军出版社, 1995.
- 2 朱长青著. 小波分析理论与影像分析 [M]. 北京: 测绘出版社, 1998.
- 3 Chui C K, Lian J A. Construction of compactly supported symmetric and anti-symmetric orthogonal wavelets with scale= 3 [J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 1995, 3(1): 21~ 52.
- 4 Bi L, Dai X R, Sun Q Y. Construction of compactly supported M-band wavelet [J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 1999, 6(2): 113~ 131.
- 5 Zhu C Q, Yang X M. Study of remote sensing image texture analysis and classification using wavelet [J]. International Journal of Remote Sensing, 1998, 19(16): 3197~ 3203.
- 6 钱曾波, 朱述龙. 基于小波变换的图像变焦技术 [J]. 解放军测绘学院学报, 1994, 11(3): 45~ 48.
- 7 杨晓梅, 朱长青. 多进制小波变换及其在影像分析中的应用 [J]. 中国图象图形学报, 1998, 4(1): 157~ 160.
- 8 吕凤军. 数字图象处理编程入门 [M]. 北京: 清华大学出版社, 1997.
- 9 朱长青. 计算方法及其在测绘中的应用 [M]. 北京: 测绘出版社, 1997.

朱长青 1962年生, 解放军信息工程大学测绘学院教授、博士. 主要研究方向为小波分析、计算方法、图象处理、数学在测绘中的应用, 发表论文 70余篇, 出版著作 4部.



王 倩 1970年生, 解放军信息工程大学测绘学院讲师、硕士. 主要研究方向为计算机图象处理.



陈 虹 1964年生, 解放军信息工程大学测绘学院讲师、硕士. 主要研究方向为矩阵论、计算方法, 发表论文 10余篇.



史文中 1963年生, 香港理工大学大学土地测量与地理资讯学系副教授、博士. 主要研究方向为 GIS误差处理、多维 GIS模型、遥感图象处理和特征提取, 发表论文 100余篇, 出版著作 3部.



王耀革 1972年生, 解放军信息工程大学测绘学院助教、硕士生. 主要研究方向为计算机图象处理.

