

# GPS 在物理大地测量中的应用及 GPS 边值问题

李 斐<sup>1,2</sup>, 陈 武<sup>1</sup>, 岳建利<sup>2</sup>

(1. 香港理工大学 土地测量与地理资讯学系, 香港; 2. 武汉大学 测绘遥感信息国家重点实验室, 湖北 武汉 430079)

## Physical Geodesy with GPS

LI Fei<sup>1,2</sup>, CHEN Wu<sup>1</sup>, YUE Jiarr-li<sup>2</sup>

(1. Dept. of Land Surveying and Geoinformatics, Hong Kong, China; 2. National Lab. for Information Engineering in Surveying and Mapping and Remote Sensing, Wuhan University, Wuhan 430079, China)

**Abstract:** Starting from the basic principle of physical geodesy, the problems as following are analysed: the effect caused by GPS on the theories and methods of the physical geodesy, the action of GPS in solving some difficult problems of physical geodesy and the change in function of some objects investigated in physical geodesy. In the meantime, the discussions in this paper refer to the application of Neumann boundary value problem, the determination of height system and the definition and solution of GPS boundary value problem.

**Key words:** physical geodesy; GPS; BVP; disturbing gravity; height system; GPS BVP

**摘 要:** 针对 GPS 技术逐步用于物理大地测量的现状, 从物理大地测量的基本原理及方法入手, 分析了 GPS 对传统物理大地测量理论及方法所产生的影响、GPS 在解决物理大地测量中的一些难题所发挥的作用以及对物理大地测量的一些功能所造成的变化。重点讨论了物理大地测量边值问题的基本属性的改变、第二边值问题的应用、高程系统的确定、GPS 边值问题的定义、特征及求解。最后, 对 GPS 与物理大地测量进一步结合所面临的有关问题进行了简要论述。

**关键词:** 物理大地测量; GPS; 边值问题; 扰动重力; 高程系统; GPS 边值问题

## 1 引 言

传统的物理大地测量是通过地面重力观测加上水准测量等几何手段, 建立起物理量(重力场)与几何量(坐标)之间的关系, 确定地球形状, 并求解外部重力场。随着 GPS 技术的出现和迅速发展, 依靠空间观测和地面解算的几何方法, 使得地面坐标的确定问题得以高精度、快速地解决。理

论上物理大地测量的基本研究方法, 已由于 GPS 技术的出现而发生改变。同时, 直观上物理大地测量确定地球几何形状的一系列理论、方法和技术也将逐步由 GPS 所取代。然而, 当仔细回顾物理大地测量的理论体系和解读 GPS 的纯几何功能时, 将发现物理大地测量中的“物理”, 不仅是应用了物理量(重力观测值), 更重要的是将所研究的几何量(地球形状)赋予了物理内涵(如大地水

收稿日期: 2002-09-26; 修回日期: 2002-12-27

基金项目: 香港 MPF(A. 34. 37. PD51) 测绘科技发展基金资助项目(20010103); 测绘遥感信息国家重点实验室开放基金资助项目(02-0201)

作者简介: 李 斐(1960), 男, 湖北武汉人, 博士, 武汉大学教授, 博士生导师, 主要从事物理大地测量与地球物理科研与教学。

准面、位基数), 并且, 在外部重力场结构的确定上, 也是一个由物理量到物理量的过程(重力场的延拓)。而这些物理因素, 是 GPS 技术本身所无法直接涉及的。因此, 本文将结合物理大地测量的基本原理及扰动重力的实际应用, 通过对第二边值问题的实现、高程系统的确定及其现实意义以及 GPS 边值的定义、特征及求解等问题的分析和讨论, 进一步归纳和总结出 GPS 对物理大地测量所造成的影响及其理论意义, 以期促进 GPS 更深入地用于物理大地测量, 在物理大地测量的有关研究中发挥作用。必须说明的是, GPS 边值问题及其一般解式是由 Moritz 最先论及的<sup>[1, 2]</sup>, 本文旨在在此基础上做进一步的分析和论证。

## 2 物理大地测量研究基本原理

众所周知, 物理大地测量的理论体系主要由 Stokes 理论和 Molodensky 理论所代表。两者尽管在表达地球形状的假设和定义上有所不同, 但是, 都是以求解关于扰动位的自由边值问题为基本数学手段。即, 通过建立如下函数关系

$$g = F(S, W) \tag{1}$$

求解算子  $F$  的逆算子  $F^{-1}$ , 获得形状因子  $S$

$$S = F^{-1}[g(s), w(s)] \tag{2}$$

在式(1)和式(2)中,  $g$  为重力或重力矢量;  $S$  为地球形状;  $W$  为地球表面的重力位。在式(2)中, 由于逆算子  $F^{-1}$  的求解仍然依赖于坐标  $S$ , 因此, 称之为自由边值问题。由于自由边值问题的求解在数学上是一个较为困难的问题, 因而, 物理大地测量研究是通过线性化方法和应用扰动技术对问题进行迭代和逼近。

线性化的过程可以简单地表述为: 设定一个与实际地球质量相等、角速度一致且扁率最为接近的正常椭球, 作为实际地球的主体部分。而实际地球与正常椭球之间在几何与物理上的差别, 则作为扰动量或异常量加以分析, 从而将地球形状的确定问题转化成为求解地面至椭球面的距离问题, 即大地高  $h$  的求解(见图 1)。而关于外部重力场的结构分析, 也是通过地面扰动场量的向上延拓而获取。

关于大地高  $h$  的确定, 物理大地测量将其分解为两部分:  $h = H_1 + H_2$ , 其中一部分是通过直接测量和相对容易的计算而得到; 另一部分, 则是通过以地面观测值(重力场)为边界条件, 建立相应的关于扰动场量的微分方程或积分方程进

行解算。

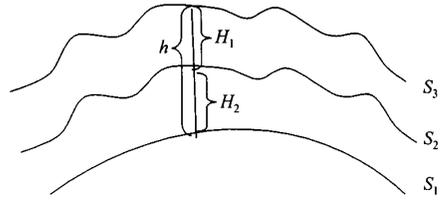


图 1 大地高所对应的几何面

Fig. 1 Surfaces corresponding to heights

在图 1 中,  $S_1$  代表正常椭球,  $S_3$  代表实际地球表面, 而  $S_2$  则在不同的理论(分解方法)中代表不同的界面。

在 Stokes 理论中, 可以通过重力水准测量获得的部分, 称为正高  $H$ , 对应图 1 中为  $H_1 = H$ ; 而相应的起始面为  $S_2$ , 被定义为大地水准面。而另一部分, 即大地水准面至正常椭球  $S_1$  之间的距离, 称为大地水准面高  $N$ , 即  $H_2 = N$ 。大地水准面高的确定需要建立和求解以重力异常  $\Delta g$  为边界条件的关于扰动位  $T$  的 Laplace 方程。所得到的计算公式为经典的 Stokes 积分公式<sup>[1]</sup>

$$N = \frac{R}{4\pi\gamma} \int_{\sigma} \Delta g S(\phi) d\sigma \tag{3}$$

式中,  $\gamma$  为正常椭球产生的正常重力;  $R$  为地球平均半径;  $\Delta g$  为大地水准面上的重力异常;  $S(\phi)$  为 Stokes 函数。因此, 图 1 中的大地高  $h$  等于

$$h = H_1 + H_2 = H + N \tag{4}$$

在 Molodensky 理论中, 是通过设定  $S_2$  上的正常位与实际地球表面上的重力位相等, 由正常位差( $S_2$  上的正常位与正常椭球  $S_1$  上的正常位之差)与距离的关系, 得出  $S_2$  至正常椭球面  $S_1$  之间的距离, 这一距离称之为正常高  $H^*$ 。此时,  $S_2$  被称为似地球表面, 而  $S_2$  至地面的距离被称为高程异常  $\zeta$ 。在图 1 中,  $H_2 = \zeta$ 。它是通过建立以地面重力异常为边值、关于地面扰动位的积分方程而求解得到<sup>[1]</sup>。最终解式为 Molodensky 级数解<sup>[2]</sup>。常用的一阶近似表达式为

$$\zeta = \frac{R}{4\pi\gamma} \int_{\sigma} (\Delta g + G_1) S(\phi) d\sigma \tag{5}$$

式中,  $\Delta g$  为地面重力异常;  $G_1$  为地形改正项。此时, 图 1 中的大地高  $h$  等于

$$h = H_1 + H_2 = H^* + \zeta \tag{6}$$

需要说明的是大地水准面与似地球表面并非同一几何面, 图 1 中的  $S_2$  只是表达了两者在求

解地球形状(大地高)过程中共同的线性化作用特征,而非几何上的一致性。

表1将传统的物理大地测量确定地球形状的基本原理进行了归纳和对比。

表1 Stokes理论与Molodensky理论的主要特征

Tab. 1 Main characters of Stokes' and Molodensky's theory

Stokes 理论	Molodensky 理论
求解目标 $h = H + N$	$h = H^* + \zeta$
地球形状 大地水准面	似地球表面
线性化 重力水准测量: $H$	正常位差求取: $H^*$
数学方法 求解 Laplace 微分方程	求解第二类 Fredholm 积分方程
边界条件 大地水准面上重力异常	实际地球表面上重力异常
计算公式 Stokes 积分	Molodensky 级数
主要问题 重力归算中密度的未知性	积分方程求解的复杂性

### 3 GPS后的物理大地测量

从上文的分析可以看出, GPS前的物理大地测量在确定地球形状过程中的一个重要特征,是以求解大地高  $h$  作为表征地球的形状因子。尽管求解过程及方法有所不同,这可以从表1中分析得出,但归根结底,是由于大地高中所含有的未知因素,而使得问题的根本属性是自由边值问题。对这一问题的基本研究模式可以更具体地表达为

$$g = F[S(h), w(h)]$$

及

$$S(h) = F^{-1}[g(h), w(h)] \quad (7)$$

式中,  $S$  为大地水准面或似大地水准面;  $g$  和  $w$  分别为地面重力及重力位,而相应的算子  $F^{-1}$  则为微分算子或积分算子。式(7)将式(2)中对自由边值问题所依赖的形状因子  $S$ , 归结为对高程  $h$  中的未知因素的表述。

#### 3.1 物理大地测量研究模式的变化

GPS技术出现以后,其主要功能之一,就是能够高精度快速地确定出大地高  $h$ ,这使得物理大地测量的基本研究方法有了新的途径。具体地说:式(7)中的待求量  $h(H_1, H_2)$  成为了已知量( $H_1, H_2$  根据理论模型的不同分别代表正高和大地水准面高或正常高和高程异常)。这不仅使得物理大地测量的研究目的之一——地球的形状确定问题得以解决,而且使得其另一个目的,地球表面及其近空的重力场的确定,也由自由边值问题转化成为了固定边值问题,即

$$W = F_1(S, g) \text{ 或 } f(T) = F_1(S, \Delta g) \quad (8)$$

式中,  $S$  代表地球表面并可以视作已知量而加以应用;  $f(T)$  表示以扰动位  $T$  作为基本转换元素所对应的物理大地测量其他几何或物理量,如垂线偏差、外部重力场结构等;  $F_1$  则表示对应的模型算子。由式(7)到式(8),是GPS技术出现后对物理大地测量造成的重要变化之一。

#### 3.2 扰动重力的获得及第二边值问题的实现

GPS技术对物理大地测量产生的另一个重要影响在于原物理大地测量基本理论中由于自由边值所造成限制的一些基本的物理量及求解方法能够被用于实际。其中,最具代表性的是扰动重力及第二边值问题。我们知道,扰动重力较之重力异常具有更加明确的物理意义<sup>[2]</sup>,而且以扰动重力作为边界条件求解扰动位,或向上延拓求解外部重力场结构也较之以重力异常作为边值条件的求解模式更加方便<sup>[1]</sup>。但是,由于GPS前的物理大地测量是以大地高(确切地说是大地高中的大地水准面高或高程异常)为求解对象,使得大地水准面或地面上的正常重力  $\gamma$  无法直接计算得到。因此,也就无法得到扰动重力  $\delta g = g - \gamma$ 。从这一意义上, GPS前应用重力异常作为边界条件,尽管很巧妙,却是不得已而为之。关于扰动重力的应用,尽管在一些物理大地测量的基本理论研究中有所涉及,但由于实际应用上的不现实性,以致相关的研究都难以深入下去。而GPS技术最显著的优势恰恰在于能够直接获得大地高。据此,即可直接计算地面点或向下延拓至大地水准面上的正常重力。这就使得扰动重力的获取问题迎刃而解。

由于在匀质或成层分布的球近似下(物理大地测量在许多情况下取此近似),扰动重力  $\delta g$  即为扰动位  $T$  的法向导数:  $\delta g = \frac{\partial T}{\partial n}$ , 根据位理论,以扰动重力为边值,可以构成关于扰动位  $T$  的 Laplace 方程第二边值问题,即

$$\left. \begin{aligned} \Delta T &= 0 \\ \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_s &= -\delta g \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

其球近似下的解为著名的 Hotine 积分<sup>[4]</sup>

$$T(r, \phi) = \frac{R}{4\pi} \int_{\sigma} \delta g H(r, \phi) d\sigma \quad (10)$$

式中,  $H(r, \phi)$  为 Hotine 核,具体形式为

$$H(r, \phi) = \frac{2R}{l} - \ln \frac{l + R - r \cos \phi}{r(l - \cos \phi)} \quad (11)$$

对应级数表达为

$$H(r, \phi) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{n+1} \frac{R^{n+1}}{r^{n+1}} P_n(\cos \phi) \quad (12)$$

式(10)至式(12)中,  $P_n$  为  $n$  阶 Legendre 函数;  $\phi$  为方位角;  $r$  为待求点向径;  $l$  为积分面元与待求点之间的距离。

在 Stokes 理论中, 求解大地水准面高  $N$  时, 应用式(10)至式(12), 即当  $r \rightarrow R$  时, 可以得到

$$N = \frac{R}{4\pi\gamma} \int_{\sigma} \delta g S(\phi) d\sigma = \frac{R}{4\pi\gamma} \int_{\sigma} \delta g \left[ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{n+1} P_n(\cos \phi) \right] d\sigma \quad (13)$$

在 Molodensky 理论中, 通过求解以  $\delta g$  为边值的积分方程, 也可以得到关于高程异常  $\zeta$  的表达式(推导过程见后文)

$$\zeta = \frac{R}{4\pi\gamma} \int_{\sigma} \delta g H(\phi) d\sigma + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{R}{4\pi\gamma} \int_{\sigma} g_n H(\phi) d\sigma \quad (14)$$

式中,  $g_n$  为与  $\delta g$  有关的高阶项。

不难看出, 式(13)和式(14)与应用重力异常  $\Delta g$  求解大地水准面高  $N$  及高程异常  $\zeta$  的式(3)及式(5), 除了核函数不同外, 形式是一致的。

扰动重力的直接可获得性的重要意义在于:

- ① 人们可以直接应用 Hotine 积分公式或级数展开求解大地水准面高和高程异常。研究表明: Hotine 公式较之 Stokes 公式, 在边值精度相同的情况下, 前者的精度优于后者<sup>[5]</sup>。
- ② 应用扰动重力  $\delta g$  反演地球内部密度异常和分析外部重力场结构, 物理意义更加明确, 而且不受大地水准面高和高程异常计算误差的影响。

### 4 GPS 与高程系统

一个非常重要的事实在于: 尽管 GPS 边值问题的数学属性不同于传统的物理大地测量边值问题, 但是, 原物理大地测量理论中的所有公式不仅没有改变, 而且仍具有应用价值。这从前文的论述中可见一斑。不仅如此, 原物理大地测量中的一些方法和结果仍具有实用意义。其中最具代表性的就是(似)大地水准面及高程系统的确定问题。

尽管 GPS 已基本解决了地球形状的确定问题, 那么为什么还要去求解代表地球形状的(似)大地水准面呢? 原因有如下几方面:

1. 大地水准面不仅被用于代表地球形状, 而且具有明显的物理意义。由于大地水准面的等位性质, 其不仅作为地球的几何表达, 更多情况下, 被用于反演和表示地球内部构造信息或作为求解内部密度的重要约束<sup>[6]</sup>。

2. 由于 GPS 之前, (似)大地水准面一直是作为高程系统的起始面, 而且是统一全球高程的基准面。更为重要的是, 几乎所有且数量巨大的重力数据和水准数据都是以大地水准面而非正常椭球面为基准。这些基础数据, 历时多年, 耗费了大量的人力、物力和财力, 而且被广泛应用, 已形成了较完整的应用体系。

3. GPS 前的高程系统, 主要是应用重力水准方法获取。而有了 GPS 以后, 尽管理论上应用 GPS 获取的大地高, 再通过重力水准测量可以取代物理大地测量中关于(似)大地水准面的计算, 而且精度更高, 但是, 要在短时期内获取已有的水准和重力数据点上的 GPS 高(大地高), 是不现实的。

因此, 目前人们仍然采取在已有的重力数据基础上, 结合 GPS 水准, 去获取(似)大地水准面。但是, 必须注意的是, 现今获取(似)大地水准面的目的及获取高程的方法都由于 GPS 技术的应用而发生了变化。首先, 以(似)大地水准面表征地球形状的功能已经弱化, 人们更多地关注其表达的物理信息, 同时维护和延续其作为高程系统的基准面以及发挥其在水准面统一全球高程基准中的作用。更为重要的是, 人们希望通过赋值模型的精化和计算方法的改进, 去精化大地水准面, 以期使其与 GPS 观测精度相匹配(即厘米数)。从而, 在高程的确定过程中, 通过应用 GPS 大地高与计算得到的大地水准面高  $N$  或高程异常  $\zeta$ , 去获取正高  $H$  或正常高  $H^*$ 。即

$$H = h_{GPS} - N, H^* = h_{GPS} - \zeta \quad (15)$$

式(15)说明了这样一个问题, 随着 GPS 技术的普遍应用以及(似)大地水准面赋值精度的提高, GPS 将逐步取代耗时费力的水准测量。

### 5 GPS 边值问题

#### 5.1 定义

所谓 GPS 边值问题是指: 以地球自然表面为已知边界, 以其上的扰动重力为边界条件, 确定(似)大地水准面及外部重力场。

GPS 边值问题是近几年才被提出, 原因有如

下几个方面:

1. 传统的物理大地测量在确定地球形状和外部重力场时,所建立的数学模型是以自由边值为其基本属性。而 GPS 技术理论上使得地球表面形状成为已知量。在函数形式上,尽管仍可以用式(1)表达地球几何形状与重力场边界值之间的内在联系,但问题的数学属性却发生了根本变化,即 GPS 使自由边值问题转化成为固定边值问题。

2. 如第3节所述, GPS 技术的出现,使得扰动重力的应用成为可能。

3. 据第4节分析,尽管 GPS 技术能够确定地球自然表面,但是,曾被用于表征地球形状的(似)大地水准面仍具有其特殊的作用和求解的必要。而且, GPS 作为纯几何手段,目前尚无法直接获取(似)大地水准面。

4. 由于传统物理大地测量所得到的一系列公式是以自由边值为前提,但经过技术处理后,具体的解算公式都是以固定边值或边界已知的形式给出,这些公式在 GPS 边值问题中仍可以应用。但必须注意的是,前者中的边界值是迭代或逼近过程中的近似值,而后者是已知值。

综上, GPS 边值问题与传统的物理大地测量边值问题的关系可归纳为:两者数学属性不同,计算公式大多可以互用;边界条件前者为扰动重力,后者为重力异常。

## 5.2 GPS 边值问题与 Neumann 边值问题

在经典的大地边值问题中,以扰动重力作为边界条件时,往往被归入到第二边值或 Neumann 边值问题的求解中。原因在于在将自由边值转化成为固定边值问题时,往往将球形作为地球或正常椭球的零阶近似,并隐含着地球或正常椭球为匀质或成层结构。此时,可以认为边界面的法线与垂线重合,从而满足式(9)所描述的边值问题中的边界条件。

但在 GPS 边值问题中,是以地球表面作为已知边界,由于边界面的不规则性,边界面的法线与垂线一般并不重合,以致式(9)不成立或不能直接应用。所以, GPS 边值问题并不等于 Neumann 边值问题,而是一个非线性斜向导数问题。

尽管如此,在处理斜向导数边值问题时,我们仍可以借助传统物理大地测量中的一些非常有效的手段,尤其是 Molodensky 问题的球近似解的思路和方法,将问题转化成为 Neumann 边值问题进

行求解。

## 5.3 GPS 边值问题的求解

事实上, Moritz 在 2000 年纪念 Molodensky 的学术报告中,在论及 GPS 边值问题的同时,从扰动重力与重力异常具有类似的调和属性这一角度,认为 GPS 边值问题的解表达式应具有式(14)的形式。

本文则从问题的原始定义出发,给出 GPS 边值问题的数学表达及其求解过程的简要介绍,详细的推证及分析将另文给出。

将地面扰动位  $T$  以单层位的形式表达成为

$$T = \int_S \frac{\varphi}{l} dS \quad (16)$$

式中,  $\varphi$  为单层密度乘以引力常数;  $S$  为地球表面,并假设其足够平滑。

根据单层位导数通过层面时不连续的性质<sup>[1]</sup>,对式(16)沿垂线求导后,得到

$$\frac{\partial T}{\partial h} = -2\pi\varphi\cos\beta + \int_S \varphi \frac{\partial}{\partial h} \left( \frac{1}{l} \right) dS \quad (17)$$

式中,  $\beta$  为层面法线与垂线之间的夹角。

由于  $\frac{\partial T}{\partial h} = -\delta g$ , 因此, GPS 边值问题的数学表达即为

$$2\pi\varphi\cos\beta + \int_S \varphi \frac{\partial}{\partial h} \left( \frac{1}{l} \right) dS = -\delta g \quad (18)$$

式中,  $\beta$  表示出斜边值的特征,右边的扰动重力  $\delta g$  被用于确定地面扰动位  $T(\varphi)$ 。从式(18)的形式上可以看出,它属于第二类 Fredholm 积分方程。由于边界面  $S$  的不规则性,直接求解将十分困难。由于重力扰动与重力异常具有相当的数量级,我们借用 Moritz 关于以重力异常  $\Delta g$  为边值的 Molodensky 积分方程所采取的近似处理方法<sup>[1]</sup>,而后得到

$$2\pi\varphi\cos\beta - \int_{\sigma} \left( \frac{r^2 - r_p^2}{2l} - \frac{1}{2l} \right) \frac{r_2}{r_p} \sec\beta \cdot \varphi d\sigma = \delta g \quad (19)$$

式中,  $l$  为待求点与流动面之间的距离;  $r$  为积分面元处的向径;  $r_p$  为待求点  $P$  的向径;  $d\sigma$  为单位球面元。

式(19)与 Molodensky 积分方程具有完全类似的形式,差别主要在于积分项中的核函数不同以及边界已知量是以扰动重力代替了重力异常。

借助逐次逼近法原理<sup>[1]</sup>,将  $\frac{h-h_p}{l}$  及  $\sec\beta$  的影响作为一阶量加以考虑,对问题逼近至一阶近似,得

出式(18)的一阶近似解为

$$T = R^2 \int_{\sigma} \frac{\varphi}{l} \sec \beta d\sigma \approx R^2 \int_{\sigma} \frac{\varphi_0}{l_0} d\sigma + R^2 \int_{\sigma} \frac{\varphi_1}{l_0} d\sigma \quad (20)$$

式中

$$\begin{aligned} \varphi_0 &= \frac{1}{2\pi} \int \delta g - \frac{1}{8\pi} \int_{\sigma} \delta g H(\phi) d\sigma \\ \varphi_1 &= \frac{1}{2\pi} \int \delta g_1 - \frac{1}{8\pi} \int_{\sigma} \delta g_1 H(\phi) d\sigma \\ \delta g_1 &= R^2 \int_{\sigma} \frac{h - h_p}{l_0^3} \varphi_0 d\sigma \end{aligned}$$

最后,通过类似于 Molodensky 理论中的分析方法,很容易得到一个实用公式

$$T = \frac{R}{4\pi} \int_{\sigma} \left[ \delta g - (h - h_p) \frac{\partial \delta g}{\partial h} \right] H(\phi) d\sigma \quad (21)$$

式中,  $h$  为地面高程。应用 Bruns 公式及 Vening-Meinesz 公式,由式(21)即可计算出高程异常及垂线偏差。式(21)与 Moritz 应用 Molodensky 收缩法得到的一阶近似公式完全一样。

## 6 结论与问题

GPS 技术的出现,不仅为物理大地测量研究提供了新的途径,解决了物理大地测量中的一些难题,同时,也为传统物理大地测量的理论和方法赋予了新的内涵。主要体现在:

1. GPS 技术能够以几何手段确定地球形状。
2. 借助 GPS 技术,使得物理意义明确的扰动重力的获取和应用成为可能。
3. 将 GPS 大地高与(似)大地水准面计算结果相结合,有望取代传统的水准测量以确定地面高程。
4. GPS 边值问题较之传统的物理大地测量边值问题,理论上误差源少,结果更可靠,而求解方法可以借鉴 Molodensky 理论与方法。

但是,毕竟 GPS 是一个纯几何手段,而物理大地测量的最根本特征在于其物理量的应用及其与几何量内在联系的几何表现,这是 GPS 本身所无法直接实现的。在许多方面,GPS 的应用仍然需要结合和借助传统的测量手段,如大地水准面的确定。在一些特殊情况下,如隧道测量、与水利有关的力高的确定等, GPS 显得无能为力。因

此,在应用 GPS 强大的定位功能的同时,如何进一步与其他的物理手段结合,建立起新的更加有效的赋值模式,精化甚至取代物理大地测量中的一些传统方法和手段,仍是需要更加深入研究的问题之一。

而另一方面,GSP 技术与传统物理大地测量方法的结合过程中,精度的匹配问题,也是值得认真考虑和分析的。众所周知,在地面坐标的确定过程中, GPS 的定位精度已达厘米级。而传统的物理大地测量用以求解大地水准面及外部重力场的赋值模型,大多数还是隐含有球近似、低阶项为主等因素。同时,地面重力资料也由于测量手段的限制而分布不均、精度不一。因此,赋值模型的精度、重力场数据的精度与 GPS 的定位精度三者之间的关系以及它们对求解目标的影响,必须建立起定量的分析标准,把握其内在的相互作用机制。由此,才能使得对物理大地测量研究结果的精度及质量判断上有据可依,在实际应用中提高数据及方法的使用效率。

## 参考文献:

- [1] HEISKANEN W A, MORITZ H. Physical Geodesy [M]. San Francisco and London: W H Freeman Co, 1967.
- [2] MORITZ H. Advanced Physical Geodesy[M]. Beijing: Publishing House of Surveying and Mapping, 1982. (in Chinese)
- [3] LI Fei. Analysis and Corrections to Errors Caused by Gravity Anomaly in Gravity Inversion [J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinca, 2001, 30(3): 220-225. (in Chinese)
- [4] HU Ming cheng, LU Fu. Modern Geodesy[M]. Beijing: Publishing House of Surveying and Mapping, 1992.
- [5] PETR V, ZHANG Chang you, LARS E S. A Comparison of Stokes and Hotin'e's Approaches to Geoid Computation[J]. Manuscripta Geodaetica, 1992, 17: 29-35.
- [6] ZHANG Chi jun. On Some Problems of Precise Geoid, [J]. Crustal Deformation and Earthquake, 1997, 17(1): 34-38. (in Chinese)