

# 基于小波变换的单历元算法及其在结构振动监测中的应用研究

熊永良<sup>1,2</sup>, 晓利<sup>2</sup>, 黄 发<sup>1,2</sup>, 戴吾蛟<sup>2</sup>, 陈惠珊<sup>2</sup>

(1. 西南交通大学 测量工程系, 四川 成都 610031; 2. 香港理工大学 土地测量与地理资讯学系, 香港 九龙)

## Integrated Single Epoch Algorithm Based on Wavelet Transform and Its Application to Structural Vibration Monitoring

XIONG Yong-liang<sup>1,2</sup>, DING Xiao-li<sup>2</sup>, HUANG Ding-fa<sup>1,2</sup>, DAI Wu-jiao<sup>2</sup>, CHEN Hui-shan<sup>2</sup>

(1. Dept. of Surveying Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 61003, China; 2. Dept. of Land Surveying and Geo-informatics, The Hongkong Polytechnic University, Hongkong)

**Abstract:** GPS is becoming an important tool for structural monitoring. As the advent of the receiver with sampling rate as high as 100 Hz, there is no problem in structural frequency monitoring by GPS. But because GPS observation is contaminated by many errors sources, its accuracy needs to be improved to meet small structural amplitude monitoring. In this paper a new single epoch algorithm is presented by integrating wavelet analysis with combined single epoch algorithm to isolate various errors. Several experiments showed that the proposed algorithm is effective and efficient.

**Key words:** GPS; wavelet analysis; single-epoch algorithm; structural vibration monitoring

**摘 要:** GPS 作为一种新的结构振动监测工具正受到广泛关注。目前 GPS 的采样率可达 100 Hz, 可以满足结构振动监测对采样率的要求, 但 GPS 观测量受多种误差源的影响, 其测定结构振幅的精度有待进一步提高。将小波分析方法用于隔离观测噪声, 并综合利用两种单历元算法的优点, 提出一种新的结构振动监测单历元算法。若干试验验证本方法的正确性和有效性。

**关键词:** 全球定位系统; 小波分析; 单历元算法; 结构振动监测

## 1 前 言

结构振动的频率和振幅是评价结构健康状况的重要参数。多年来, 结构振动频率和振幅的测量依赖于加速度仪。但由于加速度仪对高频振动较敏感而对低频成分不太敏感, 所以人们一直在

寻找新的测量结构频率和振幅的方法。随着 GPS 采样频率和测量精度的不断提高, 其作为一种新的结构振动监测传感器正越来越受到人们的关注<sup>[1-7]</sup>。国内外学者的一些试验研究结果表明 GPS 用于结构振动监测具有加速度仪所不具备的优点, 但其缺点也是显著的, 即其受多种误差源

收稿日期: 2004-08-24; 修回日期: 2005-02-25

基金项目: 香港理工大学基金资助项目(ASD.A222); 国家自然科学基金资助项目(40271091); 教育部留学回国科研启动基金资助项目

作者简介: 熊永良(1964), 男, 四川人, 博士, 教授, 主要从事 GPS 理论及应用研究。

的影响,其测量精度有待进一步提高,因此研究隔离各种误差源,提高 GPS 测量精度对于结构振动监测及 GPS 精密定位具有重要意义。

由于小波分析同时在时域和频域良好的局部化特性,其在诸多领域得到广泛应用,如图像处理,数字信号处理<sup>[8]</sup>,GPS 观测噪声隔离与基线解算<sup>[9-10]</sup>等。对于结构振动监测,需要逐个历元解算基线,模糊度的及时和可靠分解是 GPS 用于结构振动监测的关键。模糊度分解的速度、成功率和可靠性是衡量单历元算法好坏的重要指标。单历元模糊度分解总体上可以分为两大类:取整算法和搜索算法。取整算法的优点是速度快,但可靠性差;搜索算法可靠性好但速度慢<sup>[11]</sup>。本文提出一种组合单历元算法,可以扬长避短。同时,将小波分析方法用于 GPS 相位观测量滤波,提出了基于小波分析的结构振动监测单历元算法,该算法可以有效隔离各种噪声,从而提高结构振动监测的精度。若干试验验证了该方法的正确性和有效性。

## 2 组合单历元算法设计

在结构振动监测中,受周围各种建筑物和构筑物的影响,GPS 信号容易遮挡,信号容易失锁,传统的 OTF 方法难以实现及时模糊度分解。单历元算法不受周跳的影响,信号一旦捕获即可进行模糊度分解,特别适用于变形监测应用。单历元算法主要有取整算法和搜索法,搜索法又分为在模糊度空间的搜索法和坐标空间的搜索法。

当变形范围小于半个波长时,可以采用取整算法,其计算公式为

$$N_{ij}^{kl} = \text{int}(\Delta\Delta\varphi_{\text{Obs}} - \Delta\Delta\varphi_{\text{Com}}) \quad (1)$$

式中,  $\Delta\Delta\varphi_{\text{Obs}}$  为相位双差观测值,  $\Delta\Delta\varphi_{\text{Com}}$  为相位双差计算值。

当变形量大于或等于半个波长时,采用基于模糊度函数的坐标空间搜索算法<sup>[11]</sup>,即满足如下极值的模糊度即为所求:

$$\text{Max } F_{\text{amb}}(x, y, z) = \frac{\sum_{r=1}^{n_r} \sum_{f=1}^{n_f} \cos(\Delta\Delta\varphi_{\text{Obs}} - \Delta\Delta\varphi_{\text{Com}})}{n_r n_f} \quad (2)$$

式中,  $\Delta\Delta\varphi_{\text{Obs}}$  为双差观测值,  $\Delta\Delta\varphi_{\text{Com}}$  为双差计算值,  $n_r$  为基准站个数,  $n_f$  为频道数。

为提高计算速度,在实际求解时通常选择 4~5 颗卫星作为基本卫星,其余作为检核卫星。

针对变形特点引入变形约束条件,可以提高模糊度分解的成功率和可靠性并缩短计算时间,其具体算法见文献<sup>[11]</sup>。

如前所述,取整算法的优点是计算速度快,但不够稳健。搜索法较取整法稳健,但计算速度慢。取整算法的使用条件是变形量小于半个波长,为此在本算法中加入变形预测器,当预计变形小于半个波长时采用取整算法,当预计变形接近或大于半个波长时,采用搜索算法。变形预测器中的变形速度和加速度可根据前面若干历元的变形量来计算。将这两种方法集成,可以充分利用各自的优点,使算法的计算速度和稳健性最优。

## 3 小波分析与信噪分离

设待分析信号为  $f$ , 其连续小波变换定义为<sup>[8]</sup>

$$W_f(a, b) = |a|^{-\frac{1}{2}} \int_R f(t) \phi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad (3)$$

通常待分析信号为离散信号,此时采用离散小波变换,常用的算法是 Mallat 金字塔算法。设  $f = (x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_N^{(0)})$  为离散信号,利用如下变换可将其分解为近似信号  $f^{(1)} = (x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, \dots, x_N^{(1)})$  和细节信号  $d^{(1)} = (d_1^{(1)}, d_2^{(1)}, \dots, d_N^{(1)})$ 。

$$f_k^{(1)} = \sum_n h_{0(n-2k)} f_n^{(0)} \quad (4)$$

$$d_k^{(1)} = \sum_n h_{1(n-2k)} x_n^{(0)} \quad (5)$$

$$h_{0k} = \langle \phi_{10}(t), \phi_{0k}(t) \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \int \phi\left(\frac{t}{2}\right) \phi^*(t-k) dt$$

$$h_{1k} = \langle \phi_{10}(t), \phi_{0k}(t) \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \int \phi\left(\frac{t}{2}\right) \phi^*(t-k) dt$$

$$x_k^{(2)} = \sum_n \langle \phi_{1n}(t), \phi_{2k}(t) \rangle x_n^{(1)}$$

$$d_k^{(2)} = \sum_n \langle \phi_{1n}(t), \phi_{2k}(t) \rangle x_n^{(1)}$$

式中,  $\phi(\cdot)$  和  $\phi(\cdot)$  分别为小波函数和尺度函数。离散变换小波变换可以通过滤波器组实现。在实际计算时,为保证各层分解的滤波器长度不变,对尺度的膨胀与收缩是通过重采样-升样和降样实现的,这极大地简化了计算。

小波分解的各个层代表信号的不同频带,每一层具有不同的中心频率。依据先验信息,将不需要的频率成分去掉,然后利用小波重构算法,可以实现信噪分离。小波重构算法是分解算法的逆过程,在此不再赘述。

小波变换是线性变换,噪声随着尺度增加极

值点迅速减少,其幅度也随尺度的增加而减小,因此,在大尺度下,剩余的极值将主要属于信号。基于这一性质,从某一大尺度开始逐级寻找极大对应点,将其与点去掉同样可以实现信噪分离。

#### 4 基于小波分析的组合单历元算法

本算法的基本观测量是双差相位观测值,假定短基线的情况,双差相位观测方程为

$$\Delta\Delta\varphi = \Delta\Delta\rho + \Delta\Delta N + \Delta\Delta\varepsilon \quad (6)$$

式中,  $\Delta\Delta\varphi$  为双差相位观测值,  $\Delta\Delta\rho$  为双差基线长;  $\Delta\Delta N$  为双差模糊度,  $\Delta\Delta\varepsilon$  为双差噪声。将双差相位观测量进行小波分解,根据相位观测信息,将噪声去掉后重构相位观测量。根据干净的相位观测值,利用前述组合单历元算法求解结构振动坐标序列,其算法流程见图1。

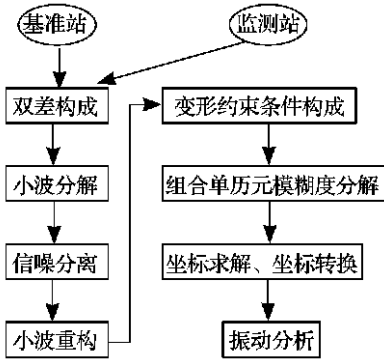


图1 基于小波分析的组合单历元算法流程图

Fig.1 Flow chart for the proposed algorithm

### 5 在结构振动监测中的应用分析

#### 5.1 试验平台设计与试验概况

为了检验GPS用于结构振动监测的精度,为了获取振动的理论频率和振幅,特制了一个振动模拟平台(见图2),它可以模拟多种振动模式:如一个方向一个频率,一个方向多个频率,多个方向多个频率等。既可以沿一个方向振动,又可以圆周型振动;它可以是固定振幅也可以是变动振幅,其振幅模拟精度好于0.1mm,因此在后续分析中可以认为其为理论值。振动台与计算机相连,计算机控制步进马达的运动,步进马达与螺杆相连,螺杆带动平台作各种运动。为保证平台与GPS同步,将GPS时间输入到控制平台的计算机,修改计算机时间,使时间同步精度好于0.1ms,可以满足时间同步要求。平台上设有一

圆气泡,调整平台的四个脚螺旋可使气泡居中,以达到整平平台之目的。通过与平台相连的计算机输入所需振动频率、振幅及振动时间。



图2 试验现场

Fig.2 The test site using a shaking table

试验采用Leica500接收机,采样率为10Hz。为减小多路径影响,使用扼流圈天线。试验于2004年1月30日,在香港科学园某建筑工地进行,该场地较开阔。在平台开始振动前,静止观测1个小时以精确确定平台相对于基准站的相对位置。用经纬仪对平台进行定向,以确定平台坐标系与WGS-84坐标系的关系。具体做法是在基准站安置一台经纬仪,让视准轴瞄准平台坐标系Y轴的一端,然后转动平台另一端直至Y轴与视准轴重合为止。将采集的数据输入计算机,按前述单历元算法逐个历元求解天线的坐标,并将坐标投影到该点的中央子午线上,然后依据基线的初始方位角,将坐标旋转到平台坐标系中。

#### 5.2 相位双差观测序列的小波变换特征

逐个历元将双差观测与双差计算求差可以获得相位双差振动序列,然后对其进行小波分解。由于Meyor小波良好的对称性和周期性,本试验选择Meyor小波作为母小波。在组成双差序列时,选时段中间具有最高高度角的卫星作为参考卫星,其余组星按高度角从大到小顺序排列。高度角最高的组星构成的双差编号为1,其余依次为2, ..., N。利用上述平台模拟频率为0.5Hz,振幅为10mm的振动。GPS采样率为10Hz。图3为1号双差的小波分解图,共分解为5层。图中第一排为原始相位双差序列,其余依次为小波分解的第一层至第五层。由图3可见,第一至第三层多半为噪声,第四层为信号,第五层为其他误差,如残余多路径、对流层影响等。

根据采样率和母小波函数可以计算出每个细

节层的中心频率。对于 10 Hz 采样率, 选用 Meyer 小波, 各分解层的中心频率值见表 1。

表 1 Meyer 小波中心频率

Tab. 1 Central frequency for meyor wavelet

Level	1	2	3	4	5	6	7
Scale	2	4	8	16	32	64	128
Frequency/Hz	3.360 7	1.680 3	0.840 2	0.420 1	0.210 0	0.105 0	0.052 5

由表 1 可知, 第四层的中心频率 0.42 Hz, 其接近本试验的模拟振动频率为 0.5 Hz, 因此第 4 层为信号就不足为奇了。对不同分解层的不同处理可以获得不同的滤波器。本文将第一和第二层视为噪声层, 并将其去掉, 然后按重构算法获得干净的双差观测序列, 用于模糊度分解和振动时程序列计算。

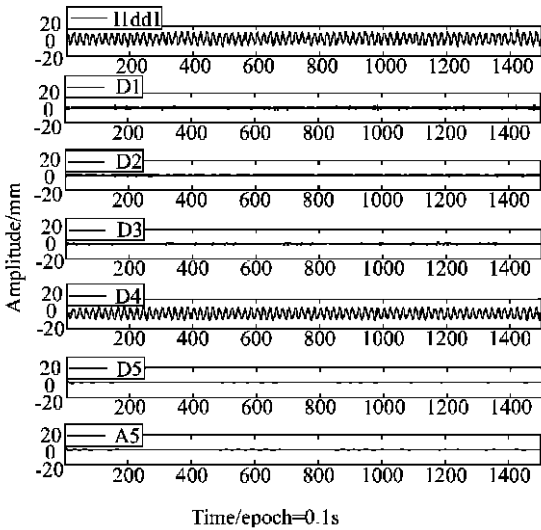


图 3 1 号相位双差小波分解图

Fig. 3 Wavelet decomposition for No. 1 Phase double difference series

### 5.3 振幅 5 mm 单一频率振动试验(试验 1)

本试验地点同前, 试验开始时间是 6: 53: 00 (GPS 时间), 截止高度角 15°的可用卫星数为 6。平台振动频率为 0.5 Hz, 振幅为 5 mm, 以圆周方式振动。本试验目的是检验 GPS 测定较小动态变形的能力。原始和滤波后的振动时程曲线见图 4。图 4 中 raw  $x$ , raw  $y$  和 raw  $h$  分别表示利用原始观测数据计算的在平台坐标系中, 沿  $x$ ,  $y$  和高程方向的振动时程曲线, true  $x$ , true  $y$  和 true  $H$  分别表示沿  $x$ ,  $y$  和高程方向的真实振动时程曲线, 而 filtered  $x$ , filtered  $y$  和 filtered  $h$  则分别表示利用滤波后的观测数据计算的沿  $x$ ,  $y$

和高程方向的振动时程曲线。为清晰可见, 图中将对比序列的相位作了一定平移(下同)。

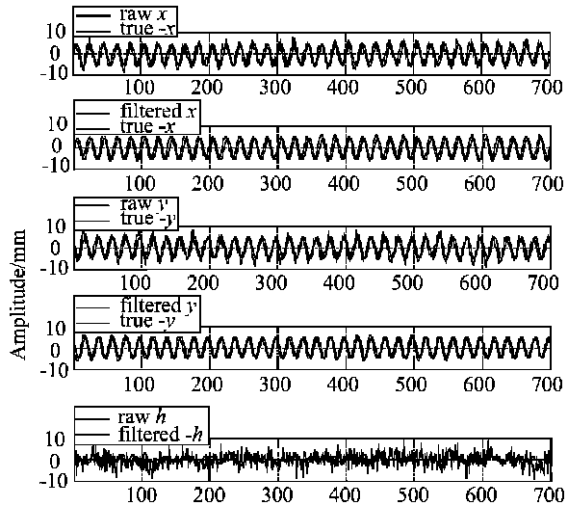


图 4 滤波前后 0.5 Hz, 5 mm 振幅振动  $x$ ,  $y$ ,  $h$  时程曲线

Fig. 4 Vibrating time series of 0.5 Hz, 5 mm amplitude for  $x$ ,  $y$ ,  $h$  with and without filtering

### 5.4 振幅 2 mm 单一频率振动试验(试验 2)

本试验以圆周方式振动, 振动频率为 0.5 Hz, 振幅为 2 mm, 试验目的是检验 GPS 测量微小变形的能力, 挑战 GPS 精度的极限。本试验的地点同前, 试验开始时间是 6: 41: 00 (GPS 时间), 截止高度角 15°的可用卫星数为 5。原始和滤波后的振动时程曲线见图 5, 图中各符号的含义同图 4。

### 5.5 变幅振动试验(试验 3)

本试验沿一个方向振动, 振动频率为 0.5 Hz, 振幅范围为 0~ 25 mm。试验地点同前, 试验日期为 2004 年 6 月 26 日, 试验开始时间是 8: 06: 42. 2 (GPS 时间), 截止高度角 15°的可用卫星数为 7。本试验目的是检验 GPS 测定不同振幅的振动的精度。限于篇幅, 原始和滤波后的振动时程曲线未列出, 而该试验的精度及最小可探测变形将在第 6 节中分析。

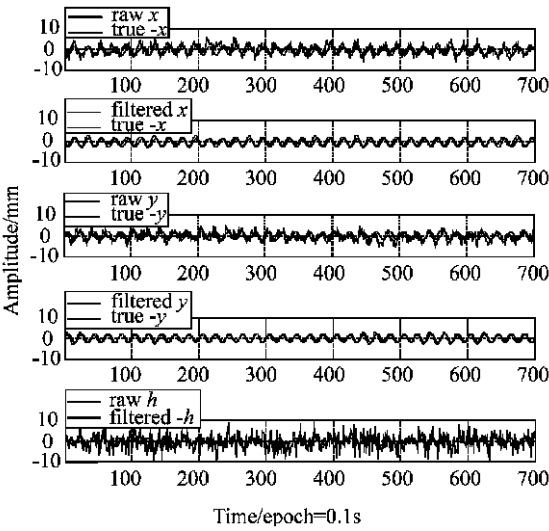


图5 滤波前后 0.5 Hz, 2 mm 振幅振动  $x, y, h$  时程曲线

Fig. 5 Vibrating time series of 0.5 Hz, 2 mm amplitude for  $x, y, h$  with and without filtering

### 5.6 变频变幅振动试验(试验4)

本试验沿一个方向振动, 振动频率范围为 0.025 Hz~ 0.5 Hz, 振幅范围为 0~ 18 mm, 试验地点同前, 时间是 2004 年 01 月 30 日, 试验开始时间是 7:48:05 (GPS 时间), 截止高度角为  $15^\circ$  的可用卫星为 6 颗。本试验目的是检验 GPS 测量由多频率和多振幅信号组成的复合振动的精度。试验结果见图 6, 图中各符号的含义与图 4 相同。

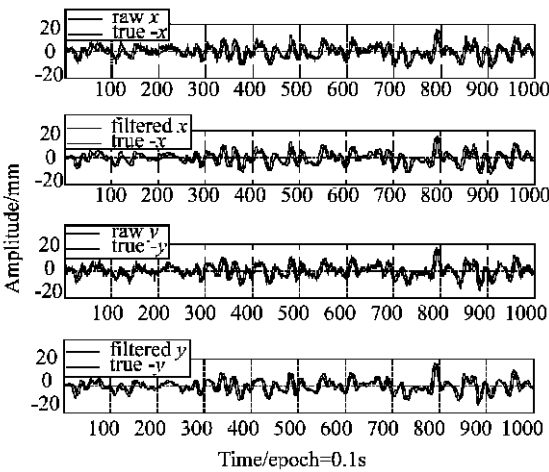


图6 小波滤波前后振动时程曲线—变频变幅试验  
Fig. 6 Vibration time series with and without wavelet filtering (test4)

## 6 精度分析

将每个历元的测量值与平台记录值求差作为测量真误差, 并以此计算测量中误差。表 2 为 4 个实验的精度统计结果。表 2 中,  $\hat{x}$  和  $\hat{y}$  分别为利用滤波后的观测值计算的沿平台  $x$  和  $y$  方向的变形量的精度。由表 2 可以看出, 本算法对于改进 GPS 精度具有显著效果, 最小精度增益为 28%, 最大精度增益为 78%。此外, 还按 3 倍中误差 (99.7% 置信度) 计算最小可探测变形, 其值见表 3。表 3 中,  $x, y, h$  为未滤波的最小可探测变形,  $\hat{x}, \hat{y}, \hat{h}$  为滤波后的最小可探测变形。由表 3 可见, 滤波后, 单个方向的最小可探测变形为 1.06~ 3.45 mm。

表 2 监测精度比较

Tab. 2 Accuracy comparison with and without wavelet filter

试验	$\hat{x}$ / mm	$x$ 增益 / (%)	$\hat{y}$ / mm	$y$ 增益 / (%)	$\hat{h}$ / mm	$h$ 增益 / (%)
1	0.68	63	0.81	54	0.81	78
2	0.65	52	0.61	58	1.06	66
3	1.15	29	0.50	60	0.94	72
4	1.19	28	1.18	33	1.15	70

表 3 最小可发现的变形(99.7% 置信水平)

Tab. 3 Minimum detectable deformation at 99.7% confident level / mm

试验	$x$	$\hat{x}$	$y$	$\hat{y}$	$h$	$\hat{h}$
1	5.46	2.04	5.34	2.43	10.92	2.43
2	4.11	1.95	4.32	1.83	9.51	1.06
3	4.86	3.45	4.50	1.50	10.14	2.82
平均	4.81	2.48	4.72	1.82	10.19	2.10

按 Welch 功率谱估计法计算的振动功率谱图见图 7(试验 1)。图 7 中, raw  $x, raw y$  分别表示由原始观测值计算的沿  $x, y$  方向的振动功率谱图, 而 filtered  $x, filtered y$  则表示由滤波后的观测值计算的  $x, y$  方向的振动功率谱图。从图 7 可以看出, 本算法在保持信号强度的情况下, 可显著降低噪声的功率, 因此显著提高了信噪比, 使得本方法识别信号的能力增强。例如, 试验 1 的噪声水平由 -64 dB 降到 -78 dB, 试验 2 的噪声水平由 -46 dB 降到 -64 dB, 试验 3 的噪声水平由 -45 dB 降到 -63 dB。

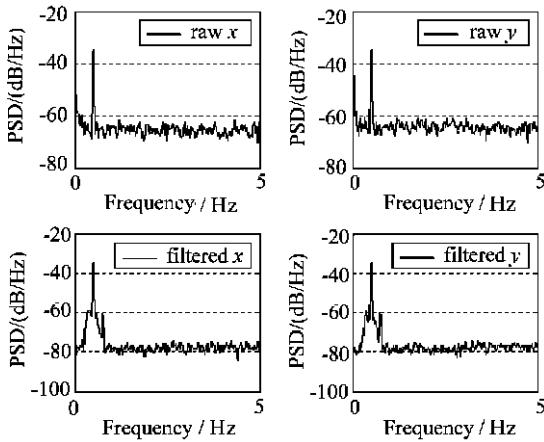


图7 滤波前后功率谱图(试验1)

Fig. 7 Power Spectral Density (PSD) chart with and without filtering for test 1

## 7 结束语

为充分利用取整算法和搜索算法的优点, 本文提出了组合单历元算法, 以解决计算时间与算法稳健性和可靠性的矛盾。同时, 将小波分析方法用于滤除 GPS 测量的各种误差, 提出了基于小波分析的单历元算法。若干试验表明, 本文所述算法对于提高 GPS 振动测量精度具有显著效果, 精度增益最小为 28%, 最大增益可达 78%。利用本文算法, GPS 可以测出小至 2 mm 的结构振动。

## 参考文献:

- [1] LOVES J W, TESKEY W F, LACHAPPELLE G, CANNON M E. Dynamic Deformation Monitoring of Tall Structure Using GPS Technology[J]. *Journal of Surveying Engineering*, 1995, 121(1): 35-40.
- [2] NAKAMURA Shun-ichi. GPS Measurement of Wind-induced Suspension Bridge Girder Displacements[J]. *Journal of Structure Engineering*, 2000, 121(12): 1413-1419.
- [3] TAMURA Y, MATSUI M, PAGINI L C, et al. Measurement of Wind-induced Response of Building Using RTK-GPS[J]. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 2002, 90(1): 1787-1793.
- [4] CELEBI M, SANLI A. GPS in Pioneering Dynamic Monitoring of Long-Period Structures[J]. *Earthquake Spectra*, 2002, 18(1): 47-61.
- [5] GE L L, HAN Shao-wei, CHRIS R. Multi-path Mitigation of Continuous GPS Measurements Using an Adaptive Filter[J]. *GPS Solutions*, 2000, 4(2): 19-30.
- [6] GUO Jing-jun, SHANG Rui-bin, GE Sheng-jie, et al.

- Big Building Monitoring with GPS[J]. *Geotechnical Investigation and Surveying*, 1997, 146(3): 48-51. (过静君, 商瑞彬, 葛胜杰, 等. 利用 GPS 监测高大建筑物动态位移法研究[J]. *工程勘察*, 1997, 146(3): 48-51.)
- [7] LUO Zhi-cai, CHEN Yong-qi, LIU Yan-xiong. Application of GPS in the Simulation Study of Dynamic Characteristics of Tall Buildings[J]. *Journal of Wuhan Technical University of Surveying and Mapping*, 2000, 25(2): 100-104. (罗志才, 陈永奇, 刘焱雄. GPS 用于监测高层建筑动态特征的模拟研究[J]. *武汉测绘科技大学学报*, 2000, 25(2): 100-104.)
- [8] YANG Fu-sheng. Wavelet Analysis Applications to Engineering[M]. Beijing: Science Press of China, 2001. (杨福生. 小波分析的工程分析与应用[M]. 北京: 科学出版社, 2001.)
- [9] XIONG Yong-liang, HUANG Ding-fa, ZHANG Xi-an-zhou. A Data Processing Algorithm for GPS Baseline Based on Wavelet Transform[J]. *Journal of Institute of Surveying and Mapping*, 2000, 17(4): 260-264. (熊永良, 黄丁发, 张献州. 一种基于小波变换的 GPS 基线求解算法[J]. *测绘学院学报*, 2000, 17(4): 260-264.)
- [10] XIONG Yong-liang, HUANG Ding-fa. Wavelet Transform Based Kalman Filtering Algorithm for Anti-SA Effect[J]. *Geographic Information Sciences*, 2000, 6(2): 165-169.
- [11] XIONG Yong-liang, HUANG Ding-fa, ZHANG Xi-an-zhou. A Reliable Single Epoch Processing Algorithm with Known Deformation Interval Constraints[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2001, 26(1): 54-56. (熊永良, 黄丁发, 张献州. 一种可靠的含约束条件的 GPS 变形监测单历元求解算法[J]. *武汉大学学报(信息科学版)*, 2001, 26(1): 54-56.)
- [12] XIONG Yong-liang, HUANG Ding-fa, ZHANG Xi-an-zhou, LIU Wen-xi. Fast Algorithm for Kinematic GPS Data Processing Based on Invertible Integer Ambiguity Transformation and Probability Computation[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2002, 31(3): 211-216. (熊永良, 黄丁发, 张献州, 刘文熙. 基于整数可逆模糊度变换和概率计算的 GPS 动态数据处理快速算法[J]. *测绘学报*, 2002, 31(3): 211-216.)
- [13] XIONG Yong-liang, HUANG Ding-fa, SHUM C K. GPS Phase Measure Cycle-slip Detecting and GPS Baseline Resolution Based on Wavelet Transform[J]. *Survey Review*, 2003, 37(289): 200-207.

(责任编辑: 张燕燕)