

CVVF 方法用于 GPS 多路径效应的研究

钟 萍^{1,2}, 晓利¹, 郑大伟^{1,3}

(1. 香港理工大学 土地测量与地理资讯学系, 九龙 红磡; 2. 西南交通大学 空间信息工程中心, 四川 成都 610031; 3. 中国科学院 上海天文台, 上海 200030)

Study of GPS Multipath Effects with Method of CVVF

ZHONG Ping^{1,2}, DING Xiao-li¹, ZHENG Da-wei^{1,3}

(1. Department of Land Surveying and Geoinformatics, Hong Kong Polytechnic University, Kowloon, China;

2. Center for Geographic Information Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu, 610031, China;

3. Shanghai Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200030, China)

Abstract: A new data filtering method named CVVF method, based on Vondrak filter and the technique of cross-validation, is developed for separating signal and noise in data series, and applied to study of GPS multipath effects. Numerical simulation studies and real experiments indicate that the method is a powerful signal decomposer, which can significantly mitigate the random error of measurement and separate successfully signal and noise. The day-to-day repeating property of GPS multipath signal can be applied to remove efficiently the multipath disturbances in the subsequent day's GPS measurement, and therefore improve the quality of the GPS coordinate results.

Key words: cross validation; Vondrak filtering; GPS; multipath effects

摘 要: 将交叉验证法与 Vondrak 数字滤波器相组合, 提出一种分离测量资料中信号与噪声的新方法, 即 CVVF 方法, 并将该方法用于 GPS 多路径效应的研究中。对数字模拟试验和实际观测资料的分析表明, 该方法能最大限度地削弱测量的随机误差, 使资料序列中的信号和噪声合理分离。同时, 利用 GPS 多路径效应周期性重复的特性, 可有效地削弱多路径效应对观测结果的影响, 从而提高 GPS 定位精度。

关键词: 交叉验证; Vondrak 滤波法; GPS; 多路径效应

1 引 言

全球定位系统 (Global Positioning System, 简称 GPS) 已在高精度的导航和定位中得到广泛应用。在 GPS 的各项误差源中, 卫星和接收机钟差、轨道误差、大气折射和延迟误差 (电离层和对流层误差) 等可通过双差观测或精确的模型改正予以消除或削弱。因此, 多路径效应成为 GPS 中影响高

精度定位的主要误差来源之一^[1]。在 GPS 观测中若存在多路径效应, 则接收机所接收到的信号有两部分, 即直接到达和间接到达 (通过其他物体折射或反射) 的信号, 这些信号被接收机接收后产生干涉, 影响码和相位的测量, 从而导致 GPS 定位精度降低^[1]。

选择扼流圈天线和较好的观测地点能有效地削弱 GPS 多路径效应; 对接收机处理算法的改

进,如窄相关技术^[2]、多路径削减技术 MET (Multipath Elimination Technology)^[3]以及削减多路径的延迟锁相环 MEDLL (Multipath Elimination Delay Lock Loop)^[4,5]等技术,都尽可能地在接收机信号处理阶段削弱码和(或)相位的多路径效应影响。尽管如此,残余的多路径效应的影响仍不容忽视,尤其在高精度的 GPS 应用中。

近年来,提出了许多数据后处理方法以进一步削弱 GPS 多路径效应的影响,如绘制出 GPS 天线周围的多路径环境,以便根据卫星的高度角和方位角确定每颗卫星的多路径效应改正数^[6];通过分析 GPS 信号的信噪比 SNR (Signal to Noise Ratio),来识别并除去产生多路径效应的误差源^[7]等。另外,各种滤波方法已越来越多地应用于分离或削弱多路径效应的研究中,如带通有限长单位脉冲响应滤波 FIR (Band-pass Finite Impulse Response Filter)^[8],小波滤波 WF (Wavelet Filter)^[9]以及自适应滤波 AF (Adaptive Filter)^[10]等,但当高频信号与随机噪声难以识别时,大多数的滤波方法会损失资料中的高频信号。

本文将时间序列中的交叉验证法(Cross-validation)^[11~14]与 Vondrak 数字滤波器^[15]相结合,第一次组成并提出 CVVF 方法,研究 GPS 观测中多路径效应误差的分离。Vondrak 滤波器能够在未知拟合函数的情况下,对测量资料进行合理平滑,该方法用于滤波时在信号的截断频带上具有较好的信号分辨率,因此,也称为最优平滑法^[15]。我们将通过模拟和实测数据试验,给出定量的研究成果。

2 数学方法

2.1 Vondrak 滤波法

对于一测量资料序列 (x_i, y_i) ,其中 $i = 1, 2, \dots, N$; x_i 为测量时刻; y_i 为测量值。该方法的基本原理是^[15]

$$Q = F + \lambda^2 S = \min \quad (1)$$

其中, $F = \sum_{i=1}^N p_i (y_i' - y_i)^2$, $S = \sum_{i=1}^{N-3} (\Delta^3 y_i')^2$ 。

式中, y_i' 为待求的测量数据的滤波值; p_i 为测量数据的权; $\Delta^3 y_i'$ 为滤波值的三阶差分; F 和 S 分别称为对测量资料的“拟合度”和“平滑度”。 λ^2 是一个给定的无量纲的正系数,它在平滑过程中调节着拟合度和平滑度之间的关系。当 $\lambda^2 \rightarrow +\infty$,要使式(1)达极小值,必须使 $S \rightarrow 0$,这时得

到一条十分光滑的二次抛物线,称为“绝对平滑”;当 $\lambda^2 \rightarrow 0$,要使式(1)达极小值,必须使 $F \rightarrow 0$,此时得到一条很不光滑的曲线,即平滑值逼近测量值,称为“绝对拟合”。令 $\varepsilon = 1/\lambda^2$, ε 的大小决定了滤波曲线的平滑程度,因此,称 ε 为 Vondrak 平滑法的“平滑因子”。一般说来, ε 取值越小,滤波曲线的平滑程度越强;反之,平滑程度越弱。

事实上,该方法是一种联合分布,是由测量资料的正态分布和三阶差分的先验分布(即约束条件)所组成的联合分布。这种平滑分布的基本思想就是使这种联合分布达到极小值,从而来估计测量数据合理的平滑曲线。与其它平滑方法相比较,该方法的主要优点是:不需要确定拟合函数;不损失资料两端的平滑值;适用于等间距和不等间距的测量资料;还可作为分离测量资料中不同频率信号的数字滤波器^[16,17]。

2.2 交叉验证法

对测量资料平滑的主要目的是使测量资料序列中的信号和噪声得到合理的分离。对于 Vondrak 滤波法来说,也就是如何选择合理的平滑因子 ε 才能最大限度地削弱测量的随机误差,并能保留资料中不同频率的信号。本文中引入了交叉验证法(Cross-validation)^[11~14]来选择合理的平滑因子 ε 。

交叉验证法的基本思想是通过测量资料序列中的部分资料样本的相互交叉验证来选取合理的平滑因子。它先将测量资料序列 $(x_i, y_i) i = 1, 2, \dots, N$ 随机地分为两部分:平滑样本(样本数为 N_1)和验证样本(样本数为 N_2),且 $N_2 \ll N_1$ 。接着,用一给定的平滑因子 ε 对测量资料的平滑样本进行平滑,求得平滑值 f' ,并由下式计算验证样本对平滑值的方差

$$C(\varepsilon, P) = \frac{1}{N_2} \sum_{i=1}^{N_2} [y_{2,i} - f'(x_{2,i})]^2 \quad (2)$$

式中, P 为测量资料序列的某种随机划分; $(x_{2,i}, y_{2,i})$, $i = 1, 2, \dots, N_2$ 为选取的验证样本; $f'(x_{2,i})$ 可用平滑值 f' 向 $x_{2,i}$ 时刻作内插得到。最后,选用 K 个不同的平滑因子 ε ,对于每个平滑因子 ε 都将测量资料序列进行 M 次不同的随机划分,得到 M 次划分的验证样本方差 $C(\varepsilon, P)$ 的平均值 $\bar{C}(\varepsilon, P)$,比较不同平滑因子 ε 的 $\bar{C}(\varepsilon, P)$ 值,选取 $\bar{C}(\varepsilon, P)$ 达极小的 ε 作为合理的平滑因子,在此我们将用交叉验证来选取 Vondrak 滤波

器合理平滑因子的方法, 简记为 CVVF(Cross-Validation Vondrak Filter) 法。

本文分析中, 为了不降低资料序列的分辨率而保留资料序列中的高频信号, 选取证认样本数 N_2 仅为总样本数 N 的 5%, 同时为了使资料序列的随机划分能充分反映资料序列的总体统计性质, 选取随机划分的次数 $M = 40$ 。在用交叉证认法选取平滑因子时, 由于需要多次重复进行资料序列的随机划分及计算证认样本对平滑值的方差, 因此这种方法的计算量较大。但是, 当测量资料序列的信噪比足够大, 资料序列样本的取样间隔比较小时(即充分满足取样定理), 这种方法选取的平滑因子 ε 所求得的平滑曲线可以反应资料序列中精细的信号过程。此外, 为了防止平滑计算中端部效应对合理平滑因子 ε 选取的影响, 仅选用了资料序列中部约 70% 的数据作交叉证认样本的选取范围。

3 模拟数据分析

设模拟数据模型为

$$u_t = y_t + e_t \quad (3)$$

式中, e_t 为正态白噪声序列, y_t 为资料序列 u_t 中的信号量。为了充分反映 CVVF 方法分离信号和噪声的能力, 模拟信号由周期分别为 300 s、150 s 和 40 s 的三种谐波信号组成, 并在 300 s 谐波信号上叠加了一个周期为 1 200 s 的调制信号。这样所构成的模拟信号模型为

$$y_t = 2.0 \sin(2\pi t / 1200) \times \sin(2\pi t / 300) + 0.5 \sin(2\pi t / 150) + 0.5 \sin(2\pi t / 40) \quad (4)$$

模拟数据的取样间隔为 2 s, 样本数为 2 000。图 1 中左、右两列分别表示随机噪声 e_t 服从正态分布 $N(0, 2.0)$ 和 $N(0, 3.5)$ 时, CVVF 方法的模拟试验结果。两组模拟数据经 CVVF 方法选择的最佳平滑因子分别为 0.01 和 0.000 1。

从图 1 中可以看出, 平滑因子越小, 滤波曲线越平滑。当白噪声均方差达 2.0 cm, 即接近模拟信号的振幅(约 2.5 cm, 图 1 a)时, CVVF 方法仍能成功将信号和噪声分离; 当噪声水平达 3.5 cm 时, CVVF 方法虽能分离信号和噪声, 但周期为 40 s 的高频信号未能在滤波曲线中保留, 这是由于高频信号被过大的噪声淹没所致。这说明在平滑过程中, 若要保留测量资料序列中的高频信号量, 具有较高精度的测量资料对高频信号的提取也是一个重要因素。

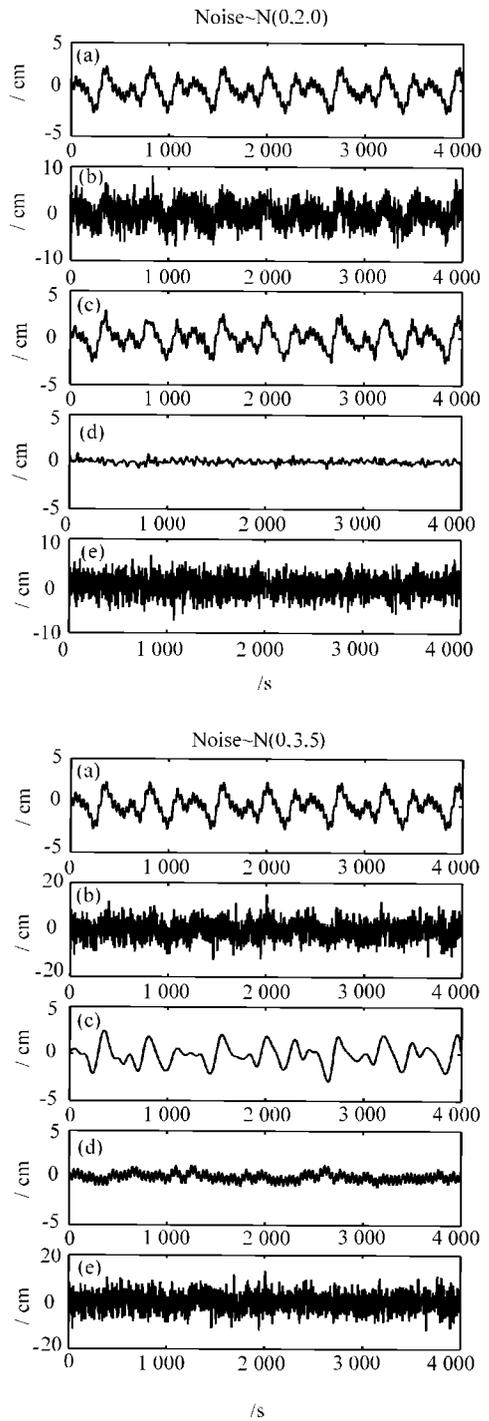


图 1 CVVF 方法模拟试验结果: (a) 模拟信号序列; (b) 混有噪声的模拟信号序列; (c) 滤波后曲线; (d) 平滑值与模拟信号间的差值序列; (e) 平滑值与混有噪声的模拟信号间的差值序列

Fig. 1 Simulation results of CVVF method: (a) Simulated signal series; (b) Simulated signal series plus noise; (c) Filtered curve; (d) Difference between filtered values and the simulated signals; (e) Difference between filtered values and simulated signals plus noise.

我们还做了其他模拟试验,其结果列于表 1 中。可以看出,随着噪声水平的增大,最佳平滑因子逐渐减小,两差值序列的 RMS 值随之增大。 $\overline{u_t}$ 与 y_t 间差值序列的 RMS 值都非常小,而 $\overline{u_t}$ 与 u_t 间差值序列的 RMS 值与对应噪声水平的大小很

相近(两者之差 < 0.1 cm)。由于白噪声的均值为零,这说明滤波后的残差序列中包含了尽量多的噪声,对于不同的噪声量而言, CVVF 方法均能得到比较合理的滤波曲线。

表 1 不同噪声水平下的最佳平滑因子及差值序列的 RMS 值

Tab.1 Smoothing factors and RMS values of the difference series at different noise levels / cm

噪声水平	0.2	0.6	1.0	1.4	2.0	2.4	3.0	3.5
最佳平滑因子	0.1	0.1	0.1	0.1	0.01	0.01	0.001	0.000 1
$\overline{u_t}$ 与 y_t 差值 RMS(±)	0.033	0.081	0.131	0.177	0.227	0.277	0.310	0.457
$\overline{u_t}$ 与 u_t 差值 RMS(±)	0.197	0.573	0.993	1.402	1.969	2.428	2.908	3.594

此外,为进一步说明 CVVF 方法的优点,选择了另一模拟信号,它由两个谐波信号组成,一个周期为 1 200 s,另一个周期为 $(1\ 200 - k)$ s, $k = 50, 100, \dots, 1\ 150$ 。该模拟数据模型为

$$u_t = 2.0 \sin(2\pi t / 1\ 200) + 0.5 \sin[2\pi t / (1\ 200 - k)] + e_t \quad (5)$$

设随机噪声 e_t 服从正态分布 $N(0, 1.0)$, 数据取样间隔和样本数与式(4)中相同。当噪声水平保持不变但模拟信号的周期随 k 值变化时, $\overline{u_t}$ 与 u_t 间差值序列的 RMS 只在 1.0 cm 附近变化;而 $\overline{u_t}$ 与 y_t 间差值序列的 RMS 基本在 0~ 0.1 cm 范围内。这说明对于具有不同信号结构的资料序列, CVVF 方法也能得到比较合理的滤波曲线。

4 实验结果与分析

GPS 实验观测是在香港理工大学 B 教学楼的楼顶进行的,这里具有多处产生多路径信号的强反射面,如图 2 中所示。从 2004 年 3 月 10 日(年积日为 070)开始,用莱卡 SR530 型双频 GPS 接收机在一条约为 86 m 长的基线上进行了连续 3 天的观测,选择其中连续 45 min 的观测数据进行分析,数据采样频率为 10 Hz。



图 2 产生 GPS 多路径效应的周围环境及模拟振动台
Fig.2 Environment surrounding GPS receiver and motion simulation table

由于基线非常短,在双差观测方程中,卫星和接收机钟差被完全消除,与距离相关的误差项,如卫星轨道误差,电离层、对流层折射误差的影响可以被忽略。同时,由于多路径效应的发生主要取决于接收机天线周围环境以及卫星与测站间的几何构形,因此,当接收机天线的位置及其周围环境保持不变,多路径效应的影响具有周期性变化的特点^[1, 18, 19]。GPS 卫星的运行周期约为 11 小时 58 分 02 秒,因此相邻两天中,同一卫星在第二天会提前 3 分 56 秒出现,即是说,第二天的多路径效应影响比第一天超前 236 s。将本文提到的 CVVF 方法应用到这次 GPS 观测试验中,先从 GPS 观测资料中提取精确的多路径模型,然后利用多路径效应的重复特性修正后来的 GPS 观测值,以提高 GPS 定位精度。

GPS 数据处理采用动态轨迹估计法,逐历元解算出观测点的动态轨迹,在坐标域内分析 GPS 多路径效应的影响。 X, Y 和 H 方向上连续 3 天的原始点位坐标序列分别表示于图 3, 4 和 5 中。

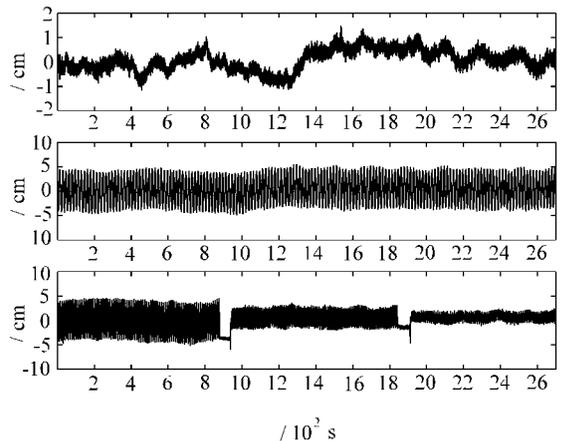


图 3 观测资料的坐标序列(X 方向)

Fig.3 Raw coordinates for X direction

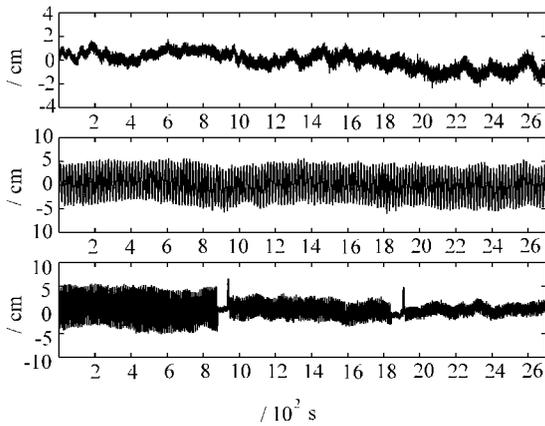


图 4 观测资料的坐标序列(Y 方向)

Fig. 4 Raw coordinates for Y direction

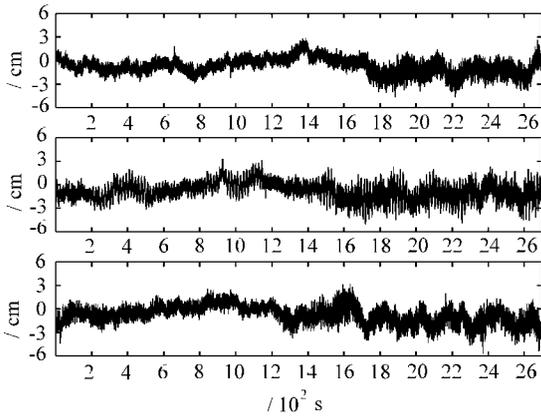


图 5 观测资料的坐标序列(H 方向)

Fig. 5 Raw coordinates for H direction

采集 GPS 数据时, 第一天静止观测, 第二、三天的观测中 GPS 天线置于一由计算机控制的模拟振动台上, 且振动仅在平面方向发生。观测中, 第二天振动信号的频率和振幅分别保持 0.06 Hz 和 40 mm 不变; 第三天振动信号的频率保持 0.1 Hz 不变, 振幅从 40 mm 变为 20 mm, 再从 20 mm 变为 10 mm。由于机械振动的特性, 振动台需经一段时间归零后才能改变振幅或频率, 在连续纪录的资料序列中则表现为变换前后出现跳变的异常值(见图 3、4 中的第三个子图), 本文在数据处理过程中忽略了这些异常值的影响。

为了充分反映资料序列中的 GPS 多路径效应, 滤波前模拟的振动信号已当作已知量从坐标序列中扣除, 则剩余部分对观测点坐标的影响主要源于多路径效应和观测噪声, 经 CVVF 方法滤波后, 信号和噪声分离, 滤波后的序列中应仅包括多路径效应的影响。图 6、7 和 8 分别表示 X、Y

和 H 方向上这三天的观测资料经 CVVF 方法估计后得到的平滑曲线。

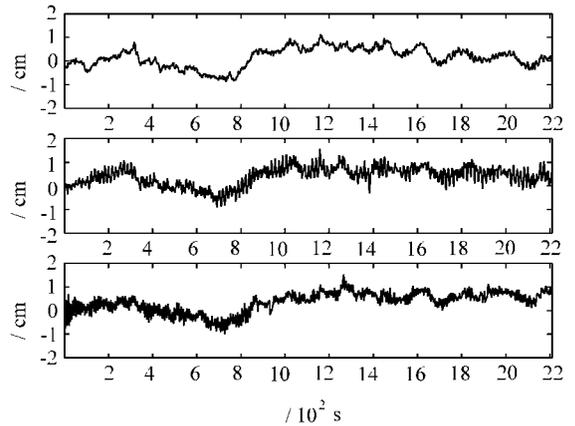


图 6 观测资料的平滑曲线(X 方向)

Fig. 6 Fitted curves for the X direction

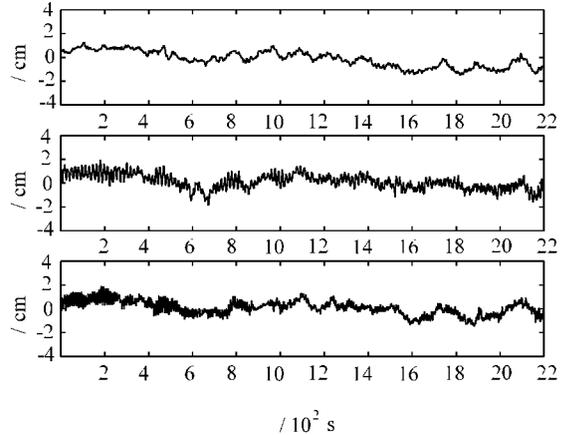


图 7 观测资料的平滑曲线(Y 方向)

Fig. 7 Fitted curves for the Y direction

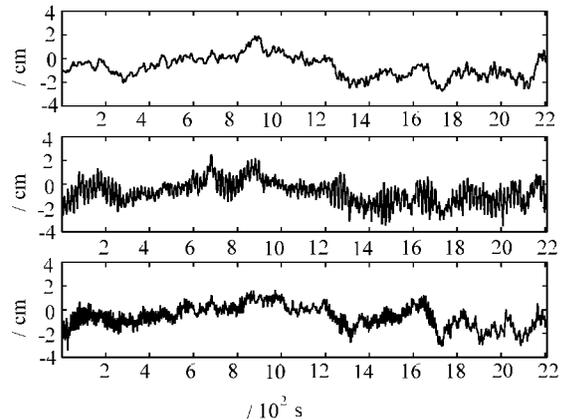


图 8 观测资料的平滑曲线(H 方向)

Fig. 8 Fitted curves for the H direction

从图 6、7、8 中可以发现,滤波后第二、三天的资料序列与没有引入模拟振动的第一天相比出现了明显的高频跳动,甚至在模拟振动没有影响的 H 方向上也出现了类似明显的高频信号。滤波过程中,这些高频振动被当作高频的多路径信号保留在了滤波曲线中。我们认为这是由振动台的残余振动所致,且它与振动台具有相同的振动频率。

试验中接收机天线的周围环境保持不变,因此,同一方向上的噪声水平在整个观测期间应保持恒定,滤波后噪声序列的 RMS 值即可作为滤波质量好坏的评价准则。用交叉验证法得到的最佳平滑因子 ε 及经 Vondrak 滤波法平滑后噪声序列的 RMS 列于表 2 中。 X 、 Y 和 H 方向上相邻两天多路径序列间的最大相关系数列于表 3 中。

表 2 最佳平滑因子和噪声序列的 RMS

Tab. 2 Optimal smoothing factors and RMS of noise series

Day	X		Y		H	
	平滑因子	RMS / \pm cm	平滑因子	RMS / \pm cm	平滑因子	RMS / \pm cm
1	1.0e-6	0.121	1.0e-6	0.210	1.0e-7	0.456
2	1.0e-5	0.120	1.0e-5	0.238	1.0e-5	0.475
3	1.0e-4	0.120	1.0e-4	0.225	1.0e-5	0.496

从表 2 中可以发现:同一天或同一方向上的最佳平滑因子虽然不同,但滤波后同一方向噪声序列的 RMS 却基本相同(最大差异 $\leq \pm 0.04$ cm)。这说明 CVVF 方法能最大限度的削弱测量的随机误差,成功分离测量资料中的信号和噪声。

从表 2 中也可以看出:第二、三天各个方向上的最佳平滑因子比第一天的都大。这是由于后两天的平滑资料序列中保留了高频的多路径信号,这也证明了平滑因子越大,平滑后得到的曲线平滑度越弱,曲线中保留的高频信号量越多。另外, H 方向噪声序列的 RMS 值较 X 和 Y 方向上的大,即高程方向的随机误差较平面方向大,这再次证明 H 方向的定位精度较平面方向差。

表 3 相邻两天多路径序列间的最大相关系数

Tab. 3 Maximum correlation coefficients between consecutive multipath series

Day	X	Y	H
1-2	0.809	0.684	0.665
2-3	0.686	0.612	0.543

虽然第二、三天的观测资料中存在高频多路径误差的影响,但从表 3 中可见,三个方向上的最大相关系数均介于 0.543 与 0.809 之间,在统计检验上它们已明显超过了由蒙特卡罗方法^[20]求得的 ± 0.22 的临界值(99% 的显著水平)。利用多路径效应的重复特性,将第一天静止观测经平滑后得到的多路径信号作为精确的多路径改正模型,并将其从第二、三天的多路径序列中扣除。应用多路径改正模型前后第二、三天坐标序列的 RMS 值列于表 4 中。

表 4 应用多路径改正模型前、后坐标序列的 RMS 值

Tab. 4 RMS of coordinate series before and after multipath corrections are applied / \pm cm

Day	X		Y		H	
	改正前	改正后	改正前	改正后	改正前	改正后
2	0.400	0.251	0.622	0.501	0.987	0.775
3	0.422	0.288	0.591	0.432	0.932	0.648

从表 4 中可以看出,应用多路径改正模型后,后两天坐标序列的 RMS 值比改正前减少了约 35%。这说明多路径模型改正可有效地削弱 GPS 多路径效应的影响。

5 结束语

本文通过 CVVF 方法,即交叉验证法和 Vondrak 数字滤波器相结合的方法,对模拟数据和 GPS 实际观测资料分析和处理,可以得到如下结论:

1. 在平滑过程中若要保留测量资料中的高频信号量,除了采用合适的数据处理方法外,还应采用具有较高精度的测量资料。当白噪声水平接近或小于信号的振幅量时,运用 CVVF 方法能成功分离出短周期的高频信号。

2. 对于具有不同信号结构的资料序列, CVVF 方法均能得到比较合理的滤波曲线。平滑因子越大,滤波得到弱平滑曲线,曲线中保留的高频信号量越多。

3. 对实际观测资料的分析表明, CVVF 法能最大限度地削弱测量的随机误差,分离测量资料中的 GPS 多路径效应误差。同时,利用多路径效应的重复性特征,可有效地削减多路径效应的影响,提高 GPS 的定位精度。

4. H 方向噪声序列的 RMS 值较 X 、 Y 方向上的大,再次证明了 H 方向的定位精度较平面方向

差。

参考文献:

- [1] LEICK A. GPS Satellite Surveying[M]. Hoboken: John Wiley & Sons, Inc, 2004.
- [2] VAN DIERENDONCK A J, FENTON P C, FORD T J. Theory and Performance of Narrow Correlator Spacing in a GPS Receiver[J]. Navigation, 1992, 39(3): 265-283.
- [3] TOWNSEND B, FENTON P. A Practical Approach to the Reduction of Pseudorange Multipath Errors in a L1 GPS Receiver[A]. Proceedings of ION GPS-94[C]. [s. l.]: [s. n.], 1994. 143-148.
- [4] VAN NEE R D J. The Multipath Estimating Delay Lock Loop[A]. IEEE 2nd Symposium on Spread Spectrum Techniques and Applications[C]. Yokohama: [s. n.], 1992: 39-42.
- [5] TOWNSEND B, VAN N R D J, FENTON P, VAN DIERENDOCK K J. Performance Evaluation of the Multipath Estimating Delay Lock Loop [A]. Proc. of ION National Technical Meeting, 1995[C]. [s. l.]: [s. n.], 1995. 277-283.
- [6] COHEN C, PARKINSON B. Mitigating Multipath Error in GPS-based Attitude Determination[J]. Guidance and Control, 1991: 74-78.
- [7] COMP C J, AXELRAD P. An Adaptive SNR-based Carrier Phase Multipath Mitigation Technique[J]. Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1998, 34(1): 264-276.
- [8] HAN S, RIZOS C. Multipath Effects on GPS in Mine Environments[A]. Proceedings of 10th Int. Congress of the Int. Society for Mine Surveying[C]. [s. l.], [s. n.], 1997. 447-457.
- [9] TEOLIS A. Computational Signal Processing with Wavelets [M]. Boston: Birkhäuser, 1998.
- [10] GE L, HAN S and RIZOS C. Multipath Mitigation of Continuous GPS Measurements Using an Adaptive Filter [J]. GPS Solution, 2000, 4(2): 19-30.
- [11] CLARK M R, THOMPSON R. Objective Method for Smoothing Paleomagnetic Data[J]. Geophys J Roy Astr S, 1978, 52(2): 205-213.
- [12] STONE M. Cross-validators Choice and Assessment of Statistical Predictions[J]. Journal of the Royal Statistical Society B, 1974, 36: 111-147.
- [13] BREIMAN L, FRIEDMAN J H, OLSHEN R A, and STONE C J. Classification and Regression Trees[M]. Belmont: Wadsworth, 1984.
- [14] SCHUMACHER M, HOLLANDER N, SAUERBREI W. Resampling and Cross-validation Techniques: A Tool to Reduce Bias Caused by Model Building[J]. Statistics in Medicine, 1997, 16: 2 813-2 827.
- [15] VONDRAK J. Problem of Smoothing Observational Data II[J]. Bull Astron Inst Czech, 1977, 28: 84-89.
- [16] ZHENG D. Discussion on Selecting the Smooth Factor Using Cross-validation Technique[J]. Annual of Shanghai Astronomical Observatory Chinese Academy of Sciences, 1988: 23-26. (in Chinese)
- [17] ZHENG D, LUO S. Contribution of Time Series Analysis to Data Processing of Astronomical Observations in China [J]. Stat Sinica, 1992, 2(2): 605-618.
- [18] GEORGIADOU Y, KLEUSBERG A. On Carrier Signal Multipath Effects in Relative GPS Positioning [J]. Manuscripta Geodetica 1998, 13: 172-179.
- [19] HOFFMAN-WELLENHOF B, LICHTENEGGER H, COLLINS J. GPS Theory and Practice [M]. New York: Springer, 1997: 389.
- [20] ZHOU Y, ZHENG D. Monte Carlo Simulation Test of Correlation Significant Levels[J]. Acta Geod Cart Sin, 1999, 22: 313-318. (in Chinese)

(责任编辑:张燕燕)