



UNIVERSIDAD DE CÓRDOBA



Tesis Doctoral

Diseño de un heliostato polar innovador y simplificado para la integración en edificios y entornos urbanos

Manuel Torres Roldán

Directores:

Prof. Doctor D. Rafael López Luque

Prof^a. Doctora D^a. Marta María Varo Martínez

Córdoba, Diciembre 2015

TITULO: *Estudio de caracterización de limitantes tecnologías en el uso y diseño de heliostatos y propuesta de soluciones mejoradas.*

AUTOR: *Manuel Torres Roldán*

© Edita: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Córdoba. 2016
Campus de Rabanales
Ctra. Nacional IV, Km. 396 A
14071 Córdoba

www.uco.es/publicaciones
publicaciones@uco.es



UNIVERSIDAD DE CÓRDOBA

Tesis Doctoral

Diseño de un heliostato polar innovador y simplificado
para la integración en edificios y entornos urbanos

Manuel Torres Roldán

Directores:

Prof. Doctor D. Rafael López Luque

Prof^a. Doctora D^a. Marta María Varo Martínez

Córdoba, Diciembre 2015

Dedico este trabajo a

Mi esposa Soledad

Sin cuyo apoyo tanto emocional como material, por su comprensión y generosidad al renunciar a muchos momentos de convivencia familiar, y colaborar en la revisión formateo e introducción de datos, no lo hubiera podido llevar a buen puerto.

A mi hija Carmen por sus ánimos y su labor en la maquetación de la presentación.

A mi hijo Manuel por su apoyo.

Y por supuesto a mi madre Elisa y a mi padre Manuel que tengo muy claro que estará orgulloso donde quiera que esté.

Agradecimientos

Quiero agradecer a mis directores de tesis D. Rafael López Luque y D^a. Marta María Varo Martínez por la dedicación, paciencia, persistencia y apoyo que han tenido a lo largo de este periplo, encauzándome en el método científico, y que ha sobrepasado ampliamente cualquier nivel exigible.

También mostrar mi agradecimiento a los compañeros y amigos del departamento de Física Aplicada de la Universidad de Córdoba por sus ánimos y arropo en este trabajo.

Y no quiero dejar de agradecer a D. José Antonio Gistas Peyrona por abrirme el campo de la docencia y la investigación.



TÍTULO DE LA TESIS: DISEÑO DE UN HELIÓSTATO POLAR INNOVADOR Y SIMPLIFICADO PARA LA INTEGRACIÓN EN EDIFICIOS Y ENTORNOS URBANOS.

DOCTORANDO: MANUEL TORRES ROLDÁN

INFORME RAZONADO DE LOS DIRECTORES DE LA TESIS

La investigación que se presenta en esta Tesis, tras revisar la evolución tecnológica de los heliostatos y sus aplicaciones, se marca como objetivo: desarrollar e implementar un sistema heliostático basado en un mecanismo simple con un solo grado de libertad, con nivel de precisión conocido y de bajo coste.

En ella se estudian los principios astronómicos y requerimientos de un heliostato polar ideal como punto de partida. Se propone un diseño y sus principios mecánicos, de tal manera que se satisfice la posibilidad de controlarlo con una sola variable temporal (un solo grado de libertad).

Con objeto de evaluar en condiciones reales el funcionamiento del tipo de heliostato propuesto, se ha construido el prototipo experimental. El desarrollo de la lógica de control, funciones, y algoritmos necesarios se han implementado con software libre para una plataforma hardware libre (Arduino Mega). Este, se ha tenido en funcionamiento a lo largo de dos años, y se encuentra en las instalaciones del campus de Rabanales de la Universidad de Córdoba.

Se ha realizado el estudio de errores sistemáticos asociados al diseño propuesto, comprobándose que el error medio de apuntamiento del dispositivo concuerda con los resultados previos obtenidos.

Por todo esto, consideramos que se trata de una Tesis de gran calidad, que aborda un problema real, de gran actualidad y con gran aplicabilidad al sector.

Las publicaciones que se aportan como indicios de calidad de la tesis son:

Torres M., López Luque, M. Varo. Design of an innovative and simplified polar heliostat for integration in buildings and urban environments. *Solar Energy* 119 (2015). 159-168. Factor de impacto: 3,469.

Torres, M., López-Luque, M. (2015). *Heliostato polar con motor único*. No. ES 2 539 642. Oficina Española de Patentes y Marcas.

Por todo ello, se autoriza la presentación de la tesis doctoral.

Córdoba, 4 de diciembre de 2015

Fdo.: RAFAEL LÓPEZ LUQUE

Firma de los directores

Fdo.: MARTA MARÍA VARO MARTÍNEZ

RESUMEN

Los heliostatos son dispositivos que se utilizan, normalmente, en aplicaciones orientadas a la utilización de la radiación solar directa como fuente de iluminación natural, aunque también se proponen como elementos de sistemas de concentración para aplicaciones térmicas y fotovoltaicas. La mayor parte de los desarrollos tecnológicos publicados sobre heliostatos hacen referencia a las centrales termosolares de concentración en torre, por lo que utilizan heliostatos de grandes dimensiones y con grandes distancias entre el reflector y el foco. Sin embargo, la creciente mejora en la sostenibilidad energética de los edificios ha dado lugar al incremento de utilización de heliostatos en pequeñas aplicaciones, que utilizan dispositivos pequeños en los que las distancias recorridas por los rayos reflejados son menores, lo que hace que sean admisibles mayores errores en el seguimiento solar.

En esta Tesis Doctoral, tras una revisión de la evolución de los heliostatos, sus fundamentos físicos y geométricos y sus aplicaciones, se ha diseñado, desarrollado e implementado un nuevo sistema heliostático polar simple de polígono deformable con un grado de libertad, que se regula mediante una sola variable en función del tiempo. En base al análisis de los errores de apuntamiento del dispositivo, se ha comprobado que éste es adecuado para pequeñas aplicaciones. Además, el diseño propuesto permite, que el receptor se encuentre situado tanto en el eje polar como girado con respecto al mismo, destacando como principal característica e innovación frente a otros heliostatos comerciales la posibilidad de gobernar diferentes heliostatos con un único motor utilizando una lógica sencilla y de fácil implementación en controlador electrónico.

ABSTRACT

Heliostats are devices normally used in applications to harness sunlight as a source of natural lighting. Additionally, they are also proposed as concentration systems for thermal and photovoltaic applications. Most papers about heliostat technological developments refer to concentration solar power tower systems, based on large heliostats and long distances between the reflector and the focus. However, the growing improvement in energy

sustainability of buildings has led to the increased use of heliostats in urban applications, based on small devices in which the distances traveled by the reflected rays are shorter and, consequently, bigger solar tracking errors are acceptable.

In this thesis, a review of the evolution of the heliostats, their physical and geometric fundamentals and applications is presented. Based on it, a new single polar heliostat system is designed, developed and implemented. This device consists on a deformable polygon with a degree of freedom, control by a unique variable dependent on time. From the analysis of the pointing errors of the device, it has been found that this is suitable for small applications. Furthermore, the proposed design can be used in applications where the focus is located along the polar axis or in a different axis rotated with respect to the previous one. Finally, it is important to highlight as an innovative feature of this device that, contrary to commercial ones, with the design proposed it is possible to control different heliostats with an only motor by means of a simple logic of easy implementation in an electronic controller.

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN	1
1.1 Objetivos.....	3
1.2 Concentradores PV	4
1.3 Iluminación natural.....	6
1.4 Pequeños sistemas de concentración	14
2. ANTECEDENTES.....	19
2.1 El binomio Sol Tierra	19
2.1.1 El Sol como fuente energética	20
2.1.2 La Tierra	22
2.1.3 Geometría Tierra-Sol	26
2.2 Heliostatos	45
2.2.1 Desarrollo Histórico.....	45
2.2.2 Fundamentos del funcionamiento del heliostato.	47
2.2.3 Evolución y enfoque actual.....	59
2.3 Seguimiento solar	64
2.3.1 Tipos de seguimiento	64
2.3.2 Descripción y componentes de un sistema de seguimiento.....	70
2.3.3 Ventajas productivas del seguimiento	74
2.4 Modelos de heliostatos	74
3. METODOLOGIA	77
3.1 Principios astronómicos del diseño propuesto: requerimientos de un heliostato polar ideal.....	77
3.2. Principios mecánicos del diseño propuesto	81
3.3 Análisis teórico del error de apuntamiento del dispositivo.	88

3.4 Análisis del mecanismo propuesto para apuntamiento no polar.....	99
4. RESULTADOS	111
4.1 Descripción de un prototipo experimental del dispositivo propuesto.	111
4.2 Diseño e implementación del sistema de control automático para el dispositivo	116
4.2.1 Análisis hardware y de elementos físicos	118
4.2.2. Análisis software	135
4.3 Dimensionado de la instalación fotovoltaica	144
5. CONCLUSIONES.....	151
6. BIBLIOGRAFÍA	153
ANEXOS	

ÍNDICE DE FIGURAS

Fig. 1 Consumo de energía final por sectores en la unión europea en 2013 en la UE 28 (Fuente elaboración propia a partir de datos de Eurostat).	1
Fig. 2 Estructura de Consumo según Usos Energéticos (Fuente elaboración propia a partir de datos del IDAE).....	2
Fig. 3 Heliostatos en fachada de edificios	5
Fig. 4 Metabolismo normal de la vitamina D	7
Fig. 5 La luz solar ilumina el interior del Panteón de Agripa	8
Fig. 6 Estantes de Luz	10
Fig. 7 Paneles Prismáticos.....	11
Fig. 8 Aberturas Anidólicas Cenitales	11
Fig. 9 Paneles cortados con láser	11
Fig. 10 Tragaluz Angular Selectivo	12
Fig. 11 Cristal Redirector de Sol	12
Fig. 12 Techos Anidólicos	12
Fig. 13 Conductos de Fibra Óptica	13
Fig. 14 Perspectiva desde los heliostatos de la plaza central de Rjukan (Noruega).....	13
Fig. 15 Planta de horno solar.	15
Fig. 16 Sierra Suntower instalación de demostración, Lancaster, CA, EE.UU.. Imagen de 2009.	16
Fig. 17 Aporte de luz natural a un patio de luz mediante heliostatos y del reflector de desviación fijo.....	18
Fig. 18 Espectro de la irradiancia solar incidente en el límite superior de la atmósfera y su comparación con la que se recibiría si el Sol fuese un cuerpo negro a 5777K.	21
Fig. 19 Trayectoria elíptica de la Tierra alrededor del Sol.....	22
Fig. 20 Incidencia de la radiación solar en los puntos singulares de la órbita terrestre: a) Equinoccios; b) Solsticio de Verano; c) Solsticio de Invierno	25
Fig. 21 Esfera Celeste	26

Fig. 22	<i>Evolución de la declinación en grados</i>	28
Fig. 23	<i>Representación temporal de una sucesión de días y de los medio días correspondientes.</i>	30
Fig. 24	<i>Evolución de la Ecuación del tiempo durante el año.</i>	31
Fig. 25	<i>Representación gráfica del Vector Solar</i>	33
Fig. 26	<i>Representación gráfica del Vector Solar</i>	34
Fig. 27	<i>Definición del ángulo cenital solar, la altura solar y el azimut</i>	36
Fig. 28	<i>Evolución anual de la altura solar.</i>	37
Fig. 29	<i>Representación cilíndrica de las trayectorias solares en Córdoba</i>	39
Fig. 30	<i>Representación estereográfica de las trayectorias solares en Córdoba.</i>	39
Fig. 31	<i>Obtención de la proyección estereográfica.</i>	41
Fig. 32	<i>Proyección estereográfica.</i>	42
Fig. 33	<i>Proyección polar de un punto.</i>	42
Fig. 34	<i>Proyección polar de meridianos y paralelos</i>	43
Fig. 35	<i>Posición del Sol respecto a una superficie inclinada un ángulo β y arbitrariamente orientada; Posición del Sol respecto a una superficie orientada al ecuador e inclinada un ángulo</i>	44
Fig. 36	<i>Vectores Unitarios</i>	48
Fig. 37	<i>Principio geométrico de los sistemas de heliostatos.</i>	49
Fig. 38	<i>Geometría simplificada del heliostato</i>	51
Fig. 39	<i>Heliostato de Gravesande</i>	52
Fig. 40	<i>Heliostato de Gambey</i>	53
Fig. 41	<i>Heliostato de Silbermann</i>	54
Fig. 42	<i>Heliostato de León Foucault</i>	55
Fig. 43	<i>Heliostato polar o de Fahrenheit</i>	56
Fig. 44	<i>Heliostato Littrow.</i>	58
Fig. 45	<i>Esquema de Tipos de Seguimiento</i>	66
Fig. 46	<i>Seguimiento a un eje N-S horizontal</i>	67
Fig. 47	<i>Seguimiento a un eje polar N-S inclinado la latitud del lugar</i>	67
Fig. 48	<i>Seguimiento a un eje E-O horizontal</i>	68
Fig. 49	<i>Seguimiento a un eje acimutal</i>	69

Fig. 50 Seguimiento a dos ejes	69
Fig. 51 Sistema DISTAL I Plataforma Solar de Almería	74
Fig. 52 Colectores CPs (Andasol I Granada)	75
Fig. 53 Colector Heliostato Sanlúcar 120	75
Fig. 54 Colector Fresnel FRESDEMO (Plataforma Solar de Almería)	76
Fig. 55 Colector Multifaceta Planta demo en Solúcar, Sevilla.....	76
Fig. 56 Vector solar y normal al espejo	78
Fig. 57 Trayectoria en proyección hemisférica polar de s para los días 21 de diciembre a 21 de junio. Posición de nm	80
Fig. 58 Heliostato polar propuesto.	82
Fig. 59 Despiece del prototipo y designación funcional de elementos.	83
Fig. 60 Ángulo óptimo entre el vector normal del espejo y el eje de rotación de la Tierra.	84
Fig. 61 Restricción geométrica del heliostato.....	85
Fig. 62 Valores extremos para ángulo β	86
Fig. 63 Esquema del heliostato.	87
Fig. 64 Propuesta de asociación de varios dispositivos para ser movida con un motor único y de la utilización de espejos secundarios a fin de obtener la concentración en dos estados.	88
Fig. 65 Esquema del movimiento polígono deformable en que se basa la propuesta del helióstato: (a) en el día de calibración; (b) en un momento arbitrario.	90
Fig. 66 Esquema de ángulos y vectores considerados en el plano meridiano del cuadrilátero deformable para la determinación de errores	92
Fig. 67 Hélice en proyección hemisférica polar extremo de los vectores equipolentes de $n'm$	95
Fig. 68 Evolución óptima de “a” para cada “b” así como el número de vueltas de hélice contenidas.....	95
Fig. 69 Trayectoria descrita por el extremo del vector \vec{n} , para un desvío infinitesimal de \vec{r} con respecto al eje polar.	100

Fig. 70 <i>Ilustración de la semejanza sobre superficie plana y no semejanza sobre superficie esférica.</i>	101
Fig. 71 <i>Ángulo colatitud λ y ascensión recta μ</i>	104
Fig. 72 <i>Vectores equipolentes de los vectores unitarios \vec{s}_i, \vec{r} y \vec{n}_i con origen en origen de coordenadas.</i>	105
Fig. 73 <i>Circunferencia descrita por el extremo de \vec{n} derivada del ajuste realizado mediante la ecuación (86).</i>	106
Fig. 74 <i>Proyecciones estereográficas correspondientes a los ajustes de \vec{r} dados en la Tabla 7</i>	109
Fig. 75 <i>Fotografía del prototipo construido.</i>	111
Fig. 76 <i>Función de densidad de probabilidad determinada para los errores de apuntamiento del prototipo experimental.</i>	113
Fig. 77 <i>Evolución temporal de los errores en los días característicos de los distintos meses</i>	114
Fig. 78 <i>Errores máximos y medio del prototipo en función del día juliano</i>	115
Fig. 79 <i>Filete de rosca para cada día del año</i>	115
Fig. 80 <i>RTC DS1302 con oscilador y pila</i>	119
Fig. 81 <i>Ultimate GPS Breakout</i>	120
Fig. 82 <i>Telemecanique XSIM08PC410 M 8</i>	122
Fig. 83 <i>Conexiones del sensor inductivo</i>	122
Fig. 84 <i>Adaptación de la salida del sensor inductivo</i>	123
Fig. 85 <i>Motor paso a paso</i>	124
Fig. 86 <i>Driver para motor paso a paso</i>	125
Fig. 87 <i>Pantalla LCD</i>	129
Fig. 88 <i>Modem Bluetooth</i>	129
Fig. 89 <i>Soporte para tarjeta SD</i>	131
Fig. 90 <i>Arduino Mega parte superior e inferior</i>	133
Fig. 91 <i>Diagrama fritzing del sistema de control</i>	134
Fig. 92 <i>Diagrama de flujo del control</i>	138
Fig. 93 <i>Curvas de detección de la familia OsiSense XS Telemecanique</i>	140

Fig. 94 <i>Sentido válido de detección</i>	141
Fig. 95 <i>Batería</i>	148
Fig. 96 <i>Regulador de carga</i>	148
Fig. 97 <i>Panel fotovoltaico</i>	149

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1 Principales propiedades del sol.....	20
Tabla 2 Desarrollo conceptual de heliostatos AVELLANER (1999)	61
Tabla 3 Elementos críticos de los heliostatos AVELLANER (1999).....	62
Tabla 4 Principales características de un modelo de ejemplo	94
Tabla 5 Caracterización de: (i) errores medios ε en mrad, (ii) desviación standart $\sigma\varepsilon$ en mrad, (iii) coeficiente de variación $\sigma\varepsilon\varepsilon$, (iv) error máximo ε_{max} en mrad para diferentes valores de a_p y b_p , con $c = 0$ y d_0p . Las poblaciones de error se han obtenido mediante la ecuación (66) cada diez minutos en horas del día astronómico. Las celdas en blanco corresponden a los casos en que la configuración resultante no permite algún valor del intervalo de variación de $\beta : \left[45 - \frac{\delta_{max}}{2}, 45 + \frac{\delta_{max}}{2} \right]$	96
Tabla 6 Valores de número de bucles para diferentes combinaciones “a y b”.....	99
Tabla 7 Soluciones en un sistema ecuatorial, ajustes para diferentes vectores \vec{r}	108
Tabla 8 Principales características del prototipo experimental construido.....	112
Tabla 9 Errores apuntamiento máximo y medio en un sistema ecuatorial, ajustes para diferentes vectores.....	116
Tabla 10 Valores característicos del motor según conexasiónado	125
Tabla 11 Ajuste de dip-switches para limitación de corriente.....	127
Tabla 12 Selección de la corriente de reposo	127
Tabla 13 Ajuste de dip-switches para configuración de micro-pasos por vuelta.....	128
Tabla 14 Consumos de los componentes.....	145
Tabla 15 Consumos Totales	145
Tabla 16 Consumos corregidos.....	145
Tabla 17 Condiciones más desfavorables	146
Tabla 18 Sistema de acumulación.....	146

Tabla 19 <i>Acumuladores</i>	146
Tabla 20 <i>Características del generador fotovoltaico</i>	147
Tabla 21 <i>Características del regulador</i>	147

1. INTRODUCCIÓN

La humanidad necesita luchar contra el cambio climático, y frenar la dependencia de combustibles fósiles como única fuente de energía. Para ello, el sector de generación de energía debería avanzar en las líneas que le lleven a la disminución de la cantidad de CO₂ gases de efecto invernadero, así como realizar un equilibrio energético global que permita el acceso a recursos vitales en todos los lugares del planeta.

Greenpeace y el Consejo Europeo de la Industria Renovable (Krewitt et al. 2007) desarrollaron una visión global conjunta (el escenario de Revolución Energética), que proporciona una hoja de ruta factible para reducir rápidamente las emisiones de CO₂ procedentes del sector energético, y ayuda a asegurar que el máximo de emisiones se produzca en 2015 y luego descienda. Esto se tiene que conseguir mientras que se asegure que economías como las de China, India y otros países en vías de desarrollo tengan acceso a la energía que necesiten. La energía solar de concentración representa un papel importante para conseguirlo.

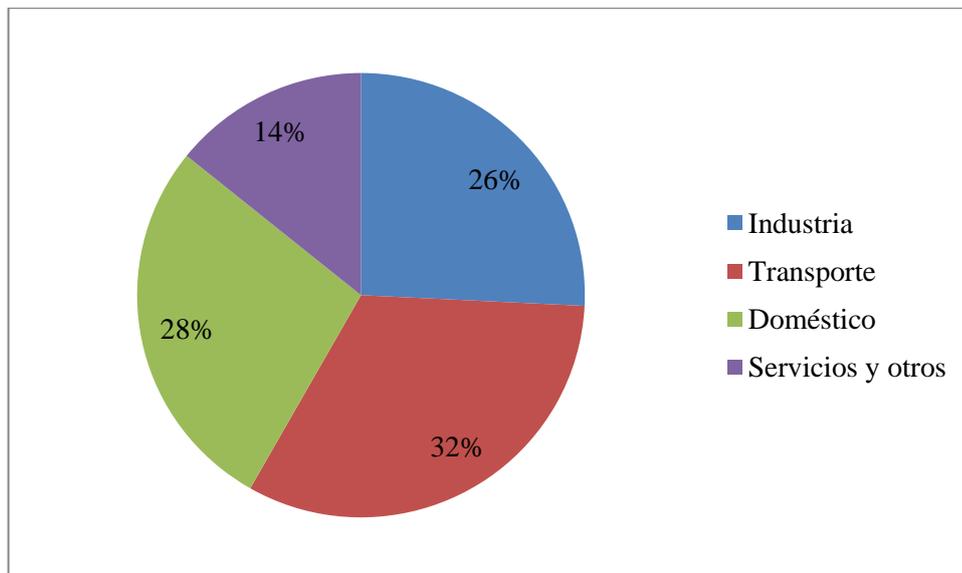


Fig. 1 Consumo de energía final por sectores en la unión europea en 2013 en la UE 28 (Fuente elaboración propia a partir de datos de Eurostat).

La figura 1 muestra el consumo de energía final por sectores en la unión europea (EUROSTAT, 2015).

Asimismo, la figura 2 muestra la distribución del consumo en el ámbito doméstico según el Instituto para Diversificación y Ahorro de la Energía, (2011):

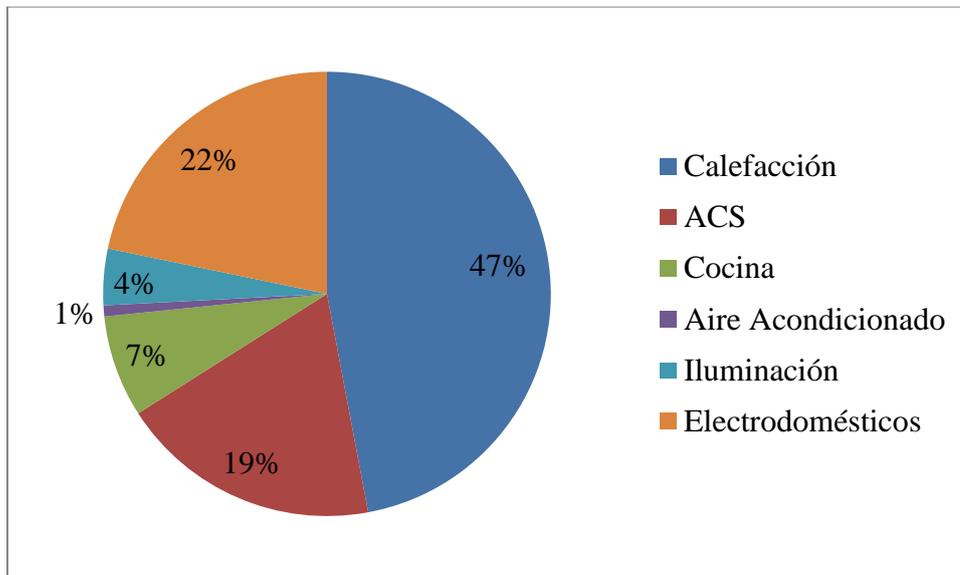


Fig. 2 Estructura de Consumo según Usos Energéticos (Fuente elaboración propia a partir de datos del IDAE)

Como se puede observar, una parte importante dentro de la demanda energética está en el consumo doméstico, y dentro de éste en la iluminación, climatización y agua caliente. Sin embargo, estas necesidades, no solo se presentan en el entorno doméstico, sino que son demandadas también en sectores como son la industria y servicios, con lo cual se tienen que considerar también a la hora de evaluar la demanda energética. Teniendo en cuenta lo expuesto anteriormente, esa demanda de energía se puede cubrir en gran medida con la energías renovables.

La creciente necesidad de incrementar la sostenibilidad ambiental y energética en edificios (viviendas, oficinas, naves, etc.), implica la necesidad de utilizar la radiación solar incidente sobre sus paramentos, lo que puede conllevar una serie de problemas, básicamente derivados de la geometría edificatoria, como pueden ser la limitación de superficie (paramentos y cubiertas) y el apilamiento de los

mismos (sombreo). Como respuesta a la limitación de superficie se recurre, por un lado, a la concentración de manera que se consiga aumentar la energía por unidad de superficie, y, por otro lado, al seguimiento que intenta resolver el sombreado y, sobretodo, mantener los posibles captadores la mayor parte del día en la mejor condición de incidencia solar. Esto hace que progresivamente se vayan desarrollando e implementando un creciente número de dispositivos solares arquitectónicamente integrables.

La eficiencia en la captación y gestión de la energía solar para un óptimo aprovechamiento, requiere de investigación en la tecnología de captadores y redirectores y lógicamente en el seguimiento y posicionamiento automático de los mismos. En esta línea Brogren et al. (2003) proponen un elemento de concentración fotovoltaico sin seguimiento, con aislamiento para integración en edificios.

Por otra parte, es una realidad palpable el avance hacia un futuro en la industria orientado a la automatización y a la regulación electrónica de procesos. A su vez existe un afán por el desarrollo propio de proyectos basados en plataformas de hardware libre, disponiendo de una gran fuente de información entre las comunidades de usuarios. Por tanto, parece interesante idear una metodología que una estos dos campos y esté enfocada al sector energético que interesa, las energías renovables.

1.1 Objetivos

En este contexto, en la presente Tesis Doctoral se pretende:

- Desarrollar un nuevo sistema heliostático simple y adecuado a pequeñas aplicaciones, en el que destaque como principal característica la posibilidad de gobernar diferentes heliostatos con un único motor utilizando una lógica sencilla y de fácil implementación en controlador electrónico.

Para ello, se han definido los siguientes objetivos específicos:

- Desarrollar y evaluar el modelo geométrico necesario para el correcto posicionamiento.
- Desarrollar un sistema de control eficiente de bajo coste y bajo el prisma del hardware libre.
- Analizar y evaluar los errores de posicionamiento inherentes al sistema.
- Diseñar e implementar el sistema al completo.
- Generar la patente de protección.

1.2 Concentradores PV

La energía solar de concentración es una forma viable desde el punto de vista comercial y, tanto a pequeña como a gran escala, de generar electricidad. Es más aconsejable para aquellas áreas del mundo con más horas de sol: los países del sur de Europa, norte de África y Oriente Medio, partes de la India, China, el sur de Estados Unidos y Australia, donde muchos sufren ya problemas eléctricos, apagones y aumentos de precios de la electricidad (Richter et al. 2009).

Con el objeto de analizar la mayoría de las propuestas, Chemisana (2011) presenta un estudio sistematizado de estas tecnologías aplicadas a la producción fotovoltaica o Buildings Integrated Concentrated PhotoVoltaics (BICPV).

Por otra parte, Muñoz et al. (2010) proponen en su trabajo la necesidad de que este nuevo campo de crecimiento industrial, basado en el concentrador fotovoltaico “Concentrated PhotoVoltaics” (CPV), vaya acompañado de la creación simultánea de normas de estandarización que puedan certificar la fiabilidad y la durabilidad de los sistemas CPV comercializados.

Dentro de las tecnologías solares para edificios que han recibido más atención durante los últimos diez años destacan las que hacen uso del seguimiento solar y la concentración solar. En esta línea, Chemisana et al. (2009) propone el uso como concentrador estático de lentes de Fresnel lineales. Otro ejemplo es el trabajo de Vincenzi et al. (2013) en el que se propone un elemento arquitectónico multipropósito basado en un CPV con seguimiento a un eje mediante control por

fotodiodos. El diseño permite integrarlo en los edificios de manera que puede crear un sombreado parcial al ambiente y simultáneamente generación de energía eléctrica.

Estas labores de sistematizado y de estandarización de tecnologías se están realizando tanto por estamentos académicos como por organismos internacionales como International Electrotechnical Commission (IEC) , el Instituto de Ingenieros Eléctricos y Electrónicos (IEEE) y la Sociedad Americana para el Ensayo de Materiales (ASTM), acompañado de la experiencia de campo esencial de las instituciones como el ISFOC (Instituto de Sistemas Fotovoltaicos de Concentración), (Muñoz et al. 2010).

Como se puede observar en los trabajos citados anteriormente, una gran mayoría de los dispositivos de concentración en edificios, son para sistemas fotovoltaicos. Aunque son escasas las referencias a tipos de instalaciones térmicas de concentración integradas, se reconocen sus ventajas para poligeneración energética y pequeños sistemas de generación distribuida. Así, González Pardo et al. (2013) estudian la integrabilidad de pequeños sistemas de concentración de torre basados en campos de heliostatos distribuidos en fachadas de edificios (Fig. 3).

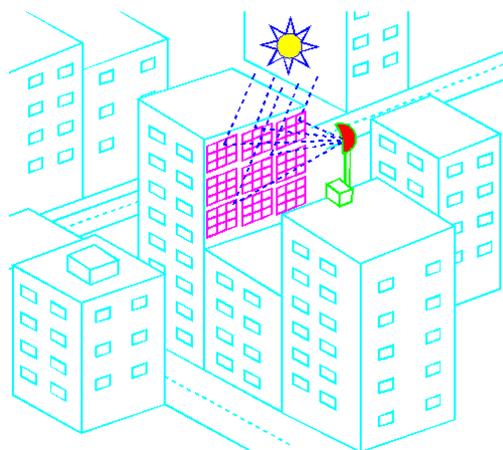


Fig. 3 Heliostatos en fachada de edificios

Las aplicaciones fotovoltaicas y térmicas en edificios, aportan recursos energéticos, y pueden ayudar a aminorar la huella de carbono (Emisiones de alcance 2) contribuyendo a un planeta más sostenible y haciendo edificios más eficientes. Pero no hay que olvidar que los edificios se diseñan y se construyen para alojar personas, por lo que aparte de ser eficientes, han de estar orientados al bienestar de las mismas, han de ser edificios que contribuyan a la salud y bienestar de sus ocupantes, ya sean domicilios, centros de trabajo, etc.

1.3 Iluminación natural

Como se ha visto anteriormente, uno de los consumos más importantes en edificios, es la iluminación. Sin embargo, la demanda energética asociada a la iluminación de edificios se puede reducir si se sustituye la iluminación artificial por la natural basada en la energía solar. Además, junto con el ahorro energético y la mejora de índices de sostenibilidad, la iluminación natural tiene importantes beneficios para la salud pues, presenta otras ventajas como la mejora de la calidad visual o de los índices de reproducción cromática y su influencia positiva en factores psicológicos. Por todo ello, aumentar la disponibilidad de luz natural en edificios ha sido uno de los objetivos perseguidos por arquitectos, bien mediante medios pasivos como ventanas, claraboyas, celosías, etc., o bien mediante técnicas activas como puedan ser heliostatos y seguidores (Trauthwein, 2001).

Y es que, en distintos trabajos de fotobiología se ha hecho evidente que la luz solar actúa de mediadora y controla numerosos procesos fisiológicos y psicológicos del ser humano (Comité español de iluminación, 2005). Estos efectos se agrupan y asocian a:

- Control del reloj biológico.
- Efectos de la luz sobre el sueño, la cura de enfermedades y estados de ánimo.
- Influencia sobre la actividad de las personas.

Así, la luz natural, hace que las personas se sientan más cómodas en su entorno, de manera que, cuando se les consulta, eligen la iluminación natural antes que la

artificial. En los estudios realizados en este sentido (Fresno et al. 2006), las personas mejoran el rendimiento y se sienten mejor anímicamente con los ciclos variables de luz natural que con la fuente constante de luz artificial. Así, mientras que una alta exposición a la luz natural provoca una gran estimulación biológica en las personas, su ausencia puede provocar una amplia gama de problemas.

Uno de los problemas, puede ser el Trastorno Afectivo Estacional (SAD) que es un tipo de depresión desencadenada por las estaciones del año. Básicamente es un cuadro de depresión que comienza en invierno (menos iluminación natural) y desaparece en verano (más iluminación natural).

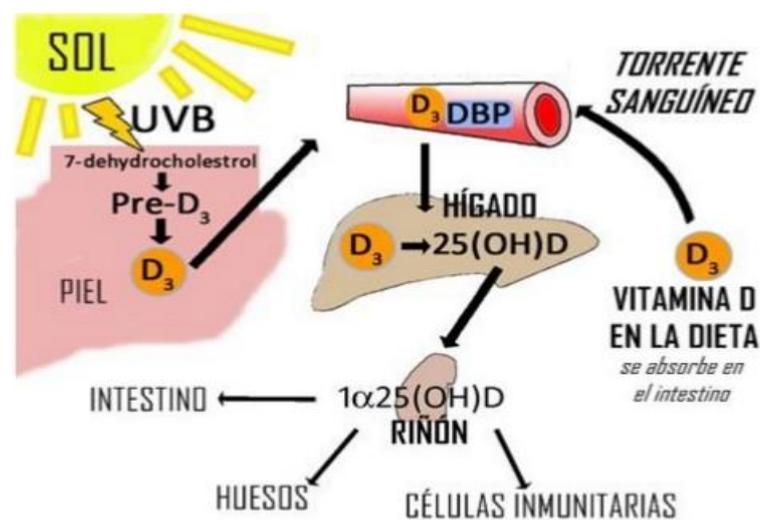


Fig. 4 Metabolismo normal de la vitamina D

En su trabajo, Boubekri (2008), hace un recorrido histórico del empleo de la luz natural, así como la legislación en el diseño urbano a lo largo de la historia, su efecto sobre el sistema endocrino y los posibles trastornos de estrés y ansiedad, enfermedades del corazón y el papel del sol en el metabolismo la vitamina D. Y es que en el hombre la mayoría de la vitamina proviene de la transformación cutánea del 7-dehidrocolesterol en colecalciferol en presencia de la luz solar (Fig. 4). “Durante la exposición a la luz ultravioleta de longitud de onda entre 290-315 nm, los fotones son absorbidos por el 7-dehidrocolesterol de la membrana de las células de la epidermis y la dermis. La absorción de la radiación ultravioleta abre

el anillo B del 7-dehidrocolesterol, formando el precolecalciferol. Esta sustancia es inestable y rápidamente se convierte en colecalciferol. A medida que la vitamina D₃ se sintetiza, se libera al espacio extracelular y penetra en el lecho vascular de la dermis. Unida a la proteína transportadora de vitamina D, el colecalciferol llega al hígado” (Valero Zanuy y Hawkins Carranza, 2007).

Por todo ello, desde la antigüedad, los edificios han dispuesto de los llamados patios de luz que tenían dos misiones, una de ventilación y otra llevar luz a las ventanas que en él se encontraban (Fig. 5). Pero en edificios que son altos o en recintos interiores distantes a las ventanas también se requiere iluminación adicional. Para ello Boubekri (2008) propone distintas estrategias para implementar en los edificios aquellas tecnologías que favorezcan la luz natural.

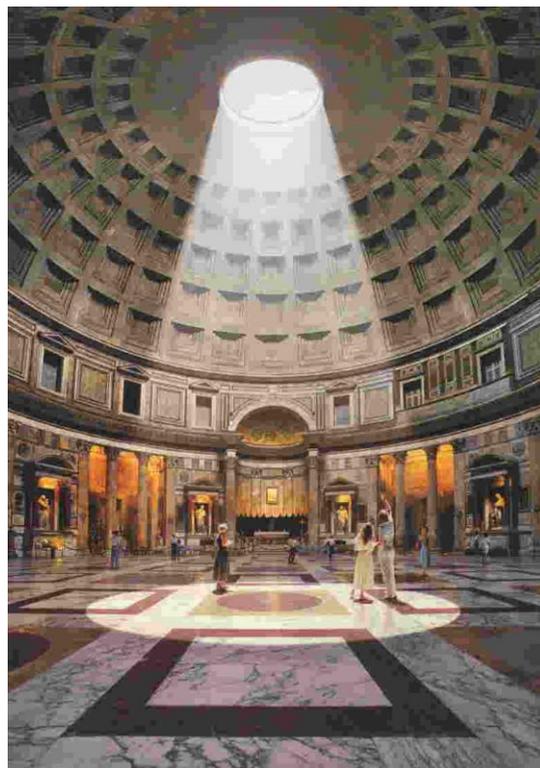


Fig. 5 *La luz solar ilumina el interior del Panteón de Agripa*

Por todo lo anteriormente expuesto, en los últimos años se han desarrollado múltiples sistemas de captación y distribución de la iluminación natural. Para poder estudiar, analizar y valorar todos estos sistemas se hace necesario

estructurar las posibles clasificaciones en función del uso, procedencia, necesidad, etc.

Una clasificación de la iluminación natural puede ser (Boubekri, 2008), (Ruck et al., 2010), (Pattini, 2012), (Comité español de iluminación, 2005):

En función de la procedencia.

- Directa
- Indirecta o Reflejada
- Difusa

En función de la ubicación de iluminación.

- Iluminación lateral.
- Iluminación cenital.
- Iluminación combinada

En función de los sistemas.

- Sin sombreado.
- Con sombreado.

Ruck et al. (2010) propone una clasificación que combina la procedencia, la situación y los sistemas.

Sin sombreado:

- Los sistemas de luz difusa redirigen la luz del día desde la bóveda celeste al interior de los espacios habitables. En condiciones de cielo cubierto, la zona que enfoca el cenit es mucho más brillante (alrededor de tres veces) que la zona cerca del horizonte (Ruck et al., 2010). Para los lugares con alta densidad de obstrucciones (típicos en entornos urbanos densos), la porción superior del cielo puede ser la única fuente de luz.
- Los sistemas de luz directa, envían la luz del sol al interior de la sala sin los efectos secundarios de deslumbramiento y sobrecalentamiento.
- Los sistemas de difusión o dispersión de la luz se utilizan en lucernarios o aberturas superiores para producir una distribución uniforme de la luz. Si

estos sistemas se utilizan en las ventanas verticales, darán como resultado el deslumbramiento.

- Los sistemas de transporte de luz recogen los rayos solares y los transportan a larga distancia hacia el centro del edificio mediante fibra óptica o tubos de luz.

Con sombreado:

- Rechazo de la luz solar directa. Estos sistemas se basan en capturar la luz difusa y rechazar la iluminación directa.
- Redirección de la luz solar directa. Estos sistemas se basan en el uso u la redirección de la luz solar directa, enviándola hacia el interior, pero a una altura superior al nivel de visión horizontal.

A continuación se muestra algunos de los distintos sistemas más empleados en iluminación natural, aunque estos sistemas se usan de manera independiente, también se pueden encontrar como una combinación de los mismos.

Como sistemas más representativos de guía de luz difusa se tiene:

Estantes Luz (Fig. 6)

- Es un sistema de iluminación clásico, que aunque puede disminuir la iluminación total en el recinto, lo distribuye de manera más uniforme.

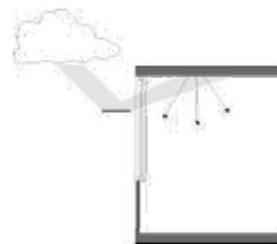


Fig. 6 *Estantes de Luz*

Paneles Prismáticos (Fig. 7)

- Son paneles hechos de acrílico transparente con una cara en forma de diente de sierra, que cambian la orientación o refractan la luz solar directa.

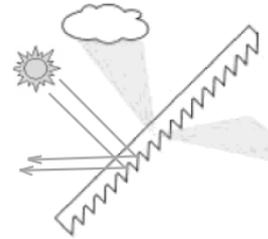


Fig. 7 Paneles Prismáticos

Aberturas Anidólicas Cenitales (Fig. 8)

- Es un sistema de iluminación natural utilizado para recoger la luz del día difusa a partir de una gran porción de la bóveda celeste sin permitir que la directa del sol penetre.

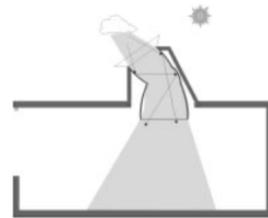


Fig. 8 Aberturas Anidólicas Cenitales

Como sistemas más representativos de guía de luz directa se tiene:

Paneles cortados con láser (Fig. 9)

- Es un sistema que redirige la luz del día mediante cortes producidos por láser en un panel delgado hecho de material acrílico transparente. Estos cortes se convierten en pequeños espejos que redirigen los rayos de luz

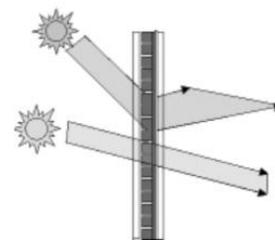


Fig. 9 Paneles cortados con láser

Tragaluz Angular Selectivo (Fig. 10)

- Sistemas que proporcionan una desviación de la iluminación directa mediante una claraboya convencional con forma triangular o piramidal, que incluye paneles cortados por láser. Permite más paso cuando la elevación del sol es baja y menos cuando la elevación es alta, por lo que mantiene una irradiancia que pretende ser constante durante el año.

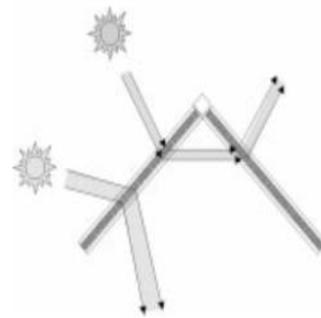


Fig. 10 *Tragaluz Angular Selectivo*

Cristal Redirector de Sol (Fig. 11)

- Es un sistema de doble acristalamiento, en cuyo interior se alojan unas oquedades acrílicas que redirigen los rayos solares hacia el techo del recinto, por lo que este forma una parte importante del sistema.

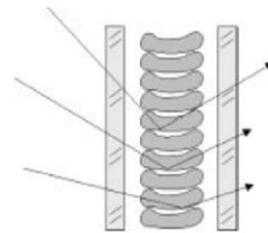


Fig. 11 *Cristal Redirector de Sol*

Como sistemas de transporte de luz pueden ser:

Techos Anidólicos (Fig. 12)

- Se trata de un concentrador que está acoplado a un conducto redirector de luz con paredes reflectoras, que tiene salida por el techo del recinto, llevando la luz al fondo del mismo.

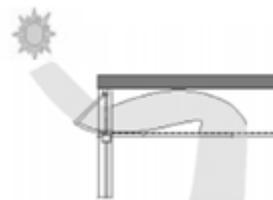


Fig. 12 *Techos Anidólicos*

Conductos de Fibra Óptica (Fig. 13)

- Son concentradores que inciden en un conjunto de cables de fibra óptica que se encarga de transportarla al interior del edificio y extraerla mediante luminarias dispersoras



Fig. 13 Conductos de Fibra Óptica

Un ejemplo de combinación puede ser los redirectores de luz, que son canalizaciones anidólicas con paredes reflectoras p. e. el Heliobus para aplicación en sótanos, de la empresa HELIOBUS AG. Así mismo, Callow (2003) evalúa la posible implementación en edificios de las varillas de fibra óptica o tubos de luz que son conductos con paredes reflectoras que guían luz hacia el interior. En dicho trabajo se analiza la implantación de esta tecnología en edificios recomendando la concentración y el seguimiento mediante sistemas de espejos heliostáticos para aumentar su rendimiento.



Fig. 14 *Perspectiva desde los heliostatos de la plaza central de Rjukan (Noruega)*

Por otra parte, la solución de seguimiento mediante heliostatos, se está empleando también para dotar de sol a ciudades que bien por encontrarse en una latitud muy alta o porque se encuentren ubicadas en el fondo de un valle o ambas a la vez, no alcanzan unos niveles adecuados de iluminación natural. Este es el caso de Rjukan (Noruega) con una población de 3.000 habitantes, donde de septiembre a mayo la luz del sol sólo ilumina sus montañas y no sus calles.

Para paliar este problema, siguiendo la idea aportada por Martin Andersen, se han instalado tres heliostatos que suman una superficie de 51 metros cuadrados y consigue reflejar entre el 80 y el 90 por ciento de la luz solar a un área de entre 200 y 600 metros cuadrados, a medio kilómetro, reflejándola en la plaza del ayuntamiento. De hecho, algunas cosas empiezan a cambiar en esta población, empezando por la fiesta anual que se celebra para recibir al sol o la peatonalización de la plaza e instalación de bancos en la misma. Así gracias a los heliostatos la plaza es ahora el punto de encuentro para los vecinos (Fig. 14). Esta solución se ha aplicado también en Rattenberg (Austria) y Viganella (Italia).

1.4 Pequeños sistemas de concentración

Se han realizado muchas propuestas de pequeños sistemas de concentración basados en heliostatos que, de una u otra manera, se configuran para aminorar costes en las centrales de torre, ya que en estas al coste de los heliostatos hay que añadir la cantidad de superficie necesaria para implementarlo.

Así por ejemplo, Risldev y Suleimanov (1991) proponen un montaje de doble espejo (Fig. 15) formado por 62 heliostatos situados en 8 terrazas enfocando a un concentrador parabólico los rayos solares, que con unas dimensiones muy reducidas, consigue un horno solar de 1000 kW.

Asimismo, con el objetivo de disminuir la distancia necesaria y los costes, Chen et al. (2005) proponen un heliostato de foco variable formado por una matriz de pequeños espejos reajustables mediante levas en las columnas con eje común, accionadas por un mismo controlador, y levas en las filas con un único dispositivo de accionamiento consiguiendo así un heliostato de concentración de gran

sencillez y buen funcionamiento además de permitir eliminar la aberración de primer orden en el seguimiento solar.

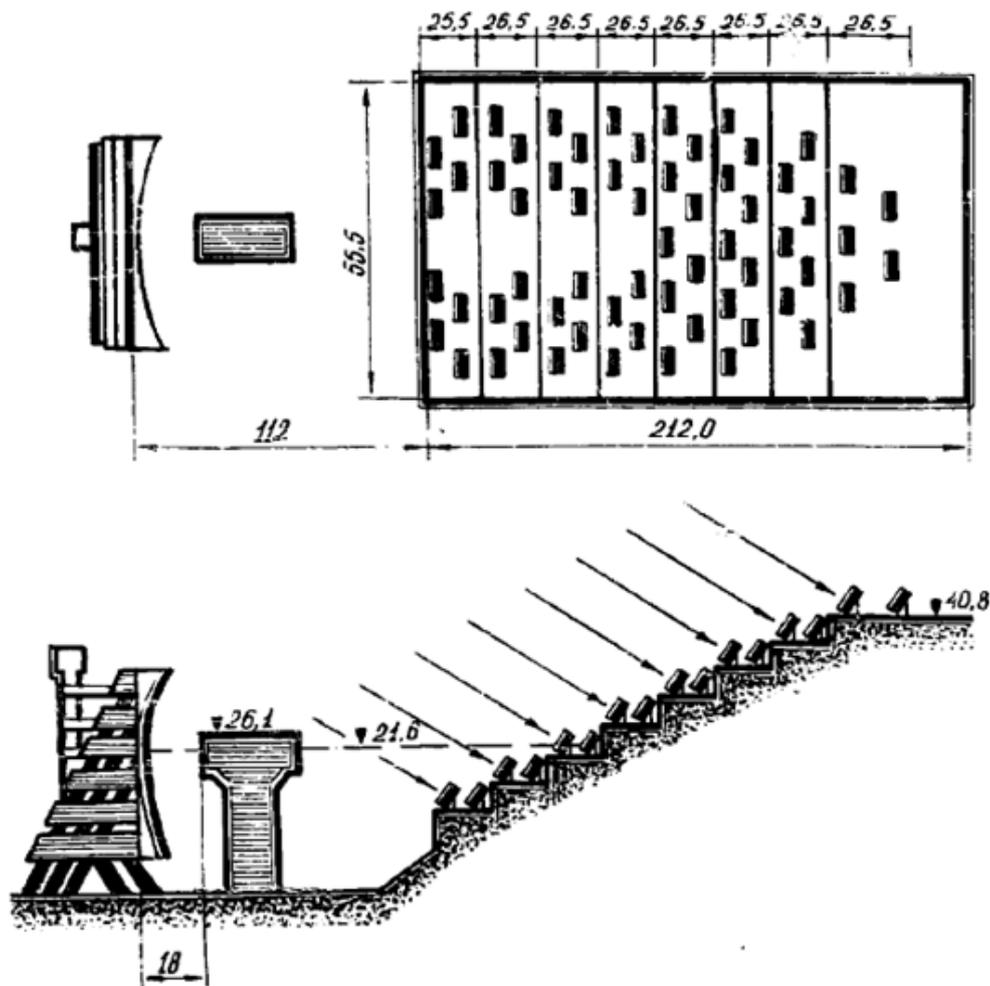


Fig. 15 Planta de horno solar.

Siguiendo con la tónica de utilizar heliostatos de espejos pequeños, para controlar el alto coste asociado a éstos en las centrales de torre, eSolar ha abordado el problema del mismo, haciendo hincapié en el pequeño tamaño, que permite, facilidad de instalación y alto volumen de fabricación de los componentes del campo de heliostatos, ya que de esta manera soportes, servos, sistemas automáticos de limpieza y mantenimiento, son mucho más económicos. Así Schell (2011) muestra la instalación de Sierra Suntower en Lancaster (Fig. 16),

utilizando espejos de 1,14 m² frente a los convencionales de 150 m². Con ello se consigue una reducción importante en la carga de viento y, por supuesto, en el coste en estructura. Además el sistema de limpieza que permite de forma automática limpiar 1200 m² en una hora, hace posible que la explotación se pueda mantener con 6 personas.



Fig. 16 Sierra Suntower instalación de demostración, Lancaster, CA, EE.UU.. Imagen de 2009.

En esta misma línea, también existen propuestas de pequeños campos de heliostatos de concentración, en los paramentos verticales de los edificios con el objetivo de implementar sistemas termo-solares en zonas pobladas. Esto permite disponer de una planta de energía solar térmica comparable a un sistema de receptor central convencional. En este sentido, González Pardo et al. (2014) ha demostrado, mediante simulaciones, que al margen de esta función principal, el campo de heliostatos vertical, con el adecuado diseño, puede actuar además como dispositivo de sombreado.

Por otra parte, la necesidad de mejorar el uso de las técnicas de iluminación natural así como sus posibilidades dentro de edificios, ha hecho que en los últimos años también se hayan utilizado sistemas basados en heliostatos para redirigir la luz solar hacia el interior de los edificios, disponiendo así de una fuente constante de iluminación natural a lo largo del día mientras haya disponibilidad solar (Whitehead et al., 1984), (Rosemann y Kaase, 2005).

Kischkoweit (2002) presenta una revisión general de sistemas de aprovechamiento de luz natural en la que se reconoce a los sistemas basados en heliostatos como los más complejos. Tsangrassoulis et al. (2005) describen bajo el proyecto (UFO) “Universal Fiber Optics”, un sistema basado en la captación de iluminancia solar directa mediante sistemas de heliostatos y lentes de Fresnel para guiarla mediante cables de fibra óptica. Aunque sus resultados son positivos, técnicamente quedan minorados por los altos costes del sistema. En este sentido, Rosemann et al. (2008) reconocen la inexistencia de una solución con viabilidad económica demostrada.

Por ello, tanto para las aplicaciones fotovoltaicas, térmicas o lumínicas, la investigación en heliostatos para su aplicación en edificios resulta un objetivo necesario. En la bibliografía se encuentran diferentes trabajos centrados en dicha reducción para centrales térmicas de torre convencionales (Blackmon, 2013) (Pfahl et al., 2013); sin embargo, son escasas las dedicadas a los de uso en edificios (Chen et al., 2001) (Chen et al., 2003).

Dentro de su aplicación en edificios, los heliostatos normalmente propuestos para estos fines son más pequeños que los implementados en centrales termo-solares de torre. Además, en las aplicaciones en edificios las distancias a recorrer por los rayos reflejados son menores que en las centrales termo-solares lo que permite admitir mayores tolerancias en el error de dirección de los rayos reflejados. Así, por ejemplo, normalmente, el error de seguimiento de los heliostatos para hornos solares es del orden de 1 mrad (Aiuchi et al., 2006), considerablemente inferior al valor del diámetro solar aparente que es de 9 mrad. Este valor del error (1 mrad) es insignificante en aplicaciones urbanas ya que suponen un desvío del orden de centímetros en focos alejados 100 m.

Por último, es relevante señalar que los heliostatos encontrados en la bibliografía así como los propuestos por las casas comerciales especializadas en este ámbito (Heliostat), (Egis_Offen_banch), (SENER Aeroespacial), requieren dos motores para su correcta orientación así como un controlador electrónico por heliostato (Fig.17), teniendo que replicar la estructura por cada equipo.



Fig. 17 *Aporte de luz natural a un patio de luz mediante heliostatos y del reflector de desviación fijo.*

2. ANTECEDENTES

2.1 El binomio Sol Tierra

La radiación electromagnética procedente del Sol, esto es, la radiación solar, es la fuente de energía más abundante y limpia de que disponen los seres vivos que habitan en el planeta Tierra. De hecho, aunque a la Tierra sólo llega aproximadamente un tercio de la energía total que alcanza la atmósfera terrestre y, de ella, el 70% cae al mar, el Sol arroja a la Tierra 4000 veces más energía de la que se consume anualmente a nivel mundial (Mendez Muñiz y Cuervo García, 2011).

Por ello, la solar, es una de las fuentes renovables de mayor perspectiva. Sin embargo, su dispersión y discontinuidad dificultan notablemente su aprovechamiento, lo que la sitúa en desventaja en relación a otros tipos de fuentes energéticas.

Desde el punto de vista de los sistemas de aprovechamiento de la radiación solar, interesa poder cuantificar la cantidad de radiación que incide sobre el sistema, teniendo en cuenta, para ello, los diferentes factores (localización geográfica, efecto de la atmósfera, presencia o no de nubosidad, etc.) que van a determinar su naturaleza (directa o difusa) y la cantidad de radiación finalmente incidente.

Entre los factores deterministas se encuentran los factores astronómicos, que dependen de la geometría Sol-Tierra. Es decir, son función de la posición relativa entre el Sol y la Tierra por una parte, y del lugar de la Tierra que se considere por otra. Estos factores son los responsables de los cambios estacionales y diarios en la cantidad de energía o radiación solar recibida, ya que condicionan el ángulo de incidencia de la radiación y el recorrido de la misma a través de la atmósfera.

Sin embargo, la radiación no sólo sigue ciertas pautas deterministas, que pueden ser representadas de forma elemental por relaciones astronómicas, sino que se trata de un fenómeno dinámico que también presenta comportamientos de tipo aleatorio y que dificultan su estimación. Y es que, no toda la radiación máxima esperable para cada altura solar y cada localidad será siempre observable en la

superficie de la tierra. Los factores de tipo climático (las nubes, la cantidad de vapor de agua, el ozono, los aerosoles, etc.) atenuarán la radiación que incide sobre la superficie terrestre, fundamentalmente, mediante procesos de absorción, reflexión y difusión.

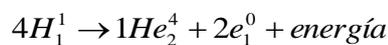
2.1.1 El Sol como fuente energética

El Sol, desde un punto de vista físico, se puede considerar como una esfera de materia gaseosa no homogénea donde se producen reacciones termonucleares dando como resultado la transformación de materia en energía.

Tabla 1 Principales propiedades del sol

Propiedad	Cantidad
Masa:	1.9891×10^{30} kg
Diámetro medio:	1.392×10^9 m
Superficie:	6.087×10^{18} m ²
Volumen:	1.412×10^{27} m ³
Densidad media:	1.41×10^3 kg/m ³
Diámetro angular (desde la Tierra):	32'30''
Distancia media Tierra-Sol:	1.496×10^{11} m
Temperatura efectiva:	5777 K
Potencia:	3.826×10^{26} W

En su interior, esto es, en el núcleo, que se extiende hasta unos 0.7 radios solares desde el centro y presenta una densidad de 90 g/cm^3 , se alcanzan temperaturas de $15 \cdot 10^6$ K. Con estos niveles de temperatura, se dan las condiciones para que se produzcan reacciones nucleares de fusión que mantienen al núcleo en estado incandescente. Así, se puede considerar al Sol como un gran reactor de fusión en el que cada segundo 600 millones de toneladas de hidrógeno son transformadas en helio de acuerdo con la reacción:



En dichos procesos de fusión nuclear, de tipo protón-protón, cuatro protones de Hidrógeno se convierten en uno de Helio, produciéndose un defecto de masa que se transforma en energía ($E = mc^2$). Esta energía que se libera en el interior del Sol, se transfiere por procesos de convección y radiación a la superficie y desde allí, se emite al espacio exterior.

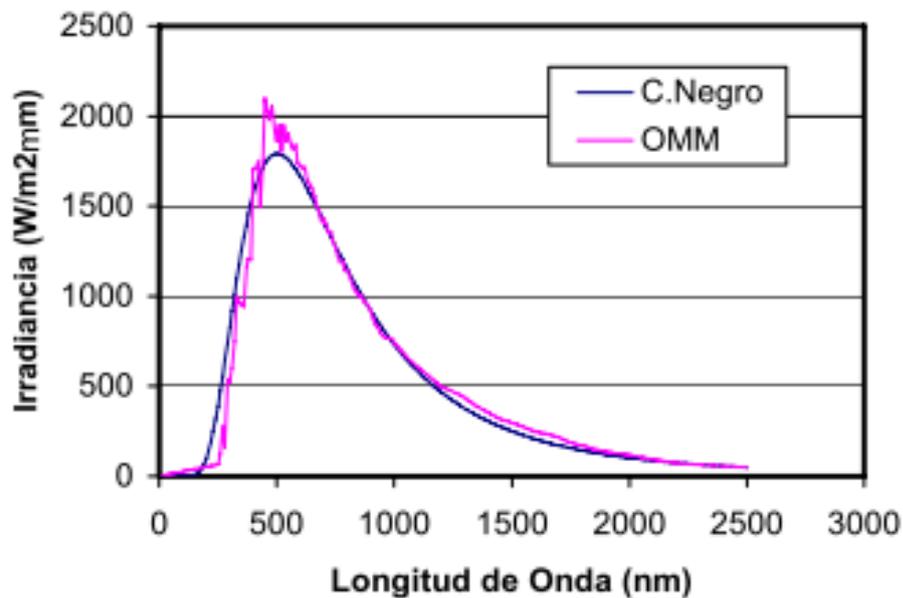


Fig. 18 Espectro de la irradiancia solar incidente en el límite superior de la atmósfera y su comparación con la que se recibiría si el Sol fuese un cuerpo negro a 5777K.

En términos de la energía radiante emitida, el Sol puede considerarse como un cuerpo negro, de temperatura efectiva próxima a 5777K (Fig. 18), cuyo flujo de energía radiante se emite en todas las direcciones y llega al límite superior de la atmósfera terrestre. Algunos estudios parecen indicar que la variación de la emisión de energía, por parte del sol, es menor al 1% a lo largo de un ciclo solar, que dura 22 años. En cualquier caso, para su aplicación en el campo de la ingeniería, la emisión de energía en el Sol puede considerarse con un valor prácticamente constante.

2.1.2 La Tierra

En una primera aproximación, la Tierra es un elipsoide de revolución aplastado por los polos. Su diámetro en el ecuador es de $1.27756 \cdot 10^7$ m y su masa alcanza $5.97 \cdot 10^{24}$ kg.

El movimiento de la Tierra se puede descomponer en un movimiento de rotación sobre sí misma y un movimiento de traslación alrededor del Sol.

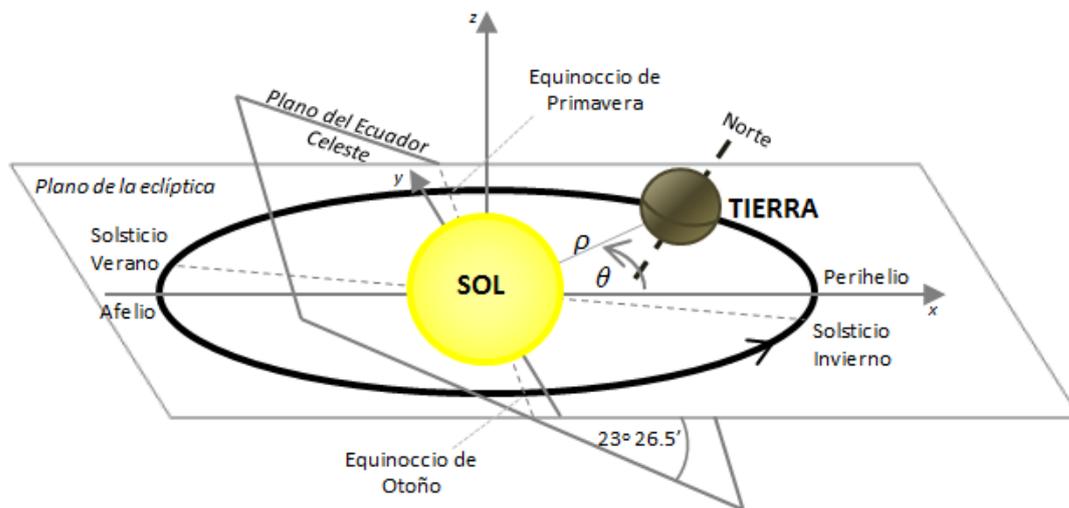


Fig. 19 Trayectoria elíptica de la Tierra alrededor del Sol

Por lo que respecta al movimiento de traslación, la trayectoria de la Tierra en el espacio es, en primera aproximación, una elipse de Kepler, en uno de cuyos focos está el Sol (Fig. 19), denominándose plano de la eclíptica al plano que contiene dicha trayectoria elipsoidal. Sin embargo, la excentricidad de esta elipse, es decir, el cociente entre la distancia entre los focos y la longitud del eje mayor, es muy pequeña (0.01673), lo que implica que la órbita terrestre es prácticamente circular. Sin embargo, a pesar de que dicha excentricidad sea pequeña, en base a la trayectoria descrita, es fácil entender que la distancia entre el Sol y la Tierra no permanece constante. Concretamente, el punto donde alcanza su valor mínimo, es decir, el punto de la órbita terrestre más próximo al Sol, se denomina perihelio, tiene lugar aproximadamente el día 3 de enero y en él la distancia Tierra-Sol

alcanza un valor de 0.983 ua, siendo $1ua$ la unidad astronómica que vale $1ua = 1.496 \cdot 10^{11} m$ y se define como la distancia media Tierra-Sol. Por el contrario, se define el afelio como el punto de la órbita terrestre más alejado del Sol y, por consiguiente, aquel en el que la distancia Tierra-Sol alcanza su máximo con un valor de 1.017 UA, lo cual ocurre aproximadamente el 4 de julio. Puesto que la cantidad de radiación solar que llega a la Tierra es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia al Sol, estas variaciones originan una oscilación anual de un $\pm 3\%$ en la cantidad de radiación solar recibida por la Tierra. Como consecuencia, resulta de gran importancia poder estimar un valor preciso de la distancia Tierra-Sol en cada momento.

En este sentido, se han desarrollado una serie de expresiones matemáticas de diversa complejidad que permiten determinar dicha distancia Tierra-Sol de forma simple. Concretamente, Spencer (1971), mediante una serie de Fourier, desarrolló una ecuación para el cálculo de la distancia media Tierra-Sol con un error menor del 0.01 %.

$$E_0 = \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^2 = 1.000110 + 0.034221 \cos(\Gamma) + 0.001280 \operatorname{sen}(\Gamma) + 0.000719 \cos(2\Gamma) + 0.000077 \operatorname{sen}(2\Gamma) \quad (1)$$

siendo ρ la distancia Tierra-Sol para cada día, ρ_0 el valor medio de esa distancia y Γ el ángulo diario que viene dado (en radianes) por la expresión (2):

$$\Gamma = \frac{2\pi(d_n - 1)}{365} \quad (2)$$

donde d_n corresponde al número del día juliano del año ($1 \leq d_n \leq 365$), variando desde 1 para el 1 de enero, hasta 365 para el 31 de diciembre.

Frente a la expresión de Spencer (1971), para muchas aplicaciones tanto en tecnología como en ingeniería, se suele aplicar la expresión más simple desarrollada por Duffie y Beckman (1991) para el cálculo del factor de corrección de la excentricidad de la órbita terrestre se expresa en la ecuación (3):

$$E_0 = \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^2 = \left[1 + 0.033 \cos \left(\frac{2\pi d_n}{365} \right) \right] \quad (3)$$

Es importante tener en cuenta que, de acuerdo con la segunda ley de Kepler o ley de las áreas, la velocidad areolar en este movimiento de traslación de la Tierra alrededor del Sol permanece constante, es decir, el radio vector que une al Sol y a la Tierra barre áreas iguales en tiempos iguales. Como consecuencia, la velocidad de traslación de la Tierra no es uniforme sino que variará a lo largo del movimiento orbital dependiendo de la distancia Tierra-Sol en cada punto. De esta forma, la velocidad orbital, cuyo valor medio es 29.8 km/s, será máxima en el perihelio y mínima en el afelio.

El tiempo empleado para completar una vuelta completa, denominado año sidéreo, es de 365 días, 5 horas, 48 minutos y 46 segundos.

Por otra parte, el planeta Tierra rota sobre sí mismo alrededor de un eje que la atraviesa en dos puntos denominados polo Norte y polo Sur geográficos y que se encuentra inclinado un ángulo de $23^\circ 26.5'$ respecto a la normal al plano de la eclíptica. De acuerdo con esto último y como se puede apreciar en la figura 19, se concluye que el plano infinito perpendicular al eje de rotación que pasa por el ecuador terrestre, conocido como plano del ecuador, tiene una dirección fija a lo largo del año formando un ángulo de $23^\circ 26.5'$ con el plano de la eclíptica.

El período de rotación de la Tierra o día sidéreo tiene una duración de 23h 56m 4.099 s.

Estos movimientos de la Tierra dan lugar a las variaciones de radiación solar recibida en la superficie terrestre, tanto en lo que se refiere a la distribución de la radiación a lo largo del día como a los cambios estacionales a lo largo del año.

Concretamente, la combinación de los movimientos de rotación y traslación dan lugar a cuatro situaciones singulares (Fig. 20). Por un lado, los puntos de la órbita terrestre en los que tiene lugar la intersección del plano del Ecuador y del plano de la Eclíptica se denominan Equinoccio de Primavera y Equinoccio de Otoño y ocurren aproximadamente los días 21 de marzo y 22 de septiembre, respectivamente. En estos puntos, la duración del día iguala a la de la noche ya que, para estas dos posiciones particulares del Sol, el eje de rotación de la Tierra se sitúa ortogonal a la recta que une los centros de los dos astros (Fig. 20a). De ellos, el punto de intersección correspondiente al equinoccio de primavera se denomina punto vernal y es frecuentemente utilizado en astronomía como punto de referencia porque su posición se puede determinar con gran precisión.

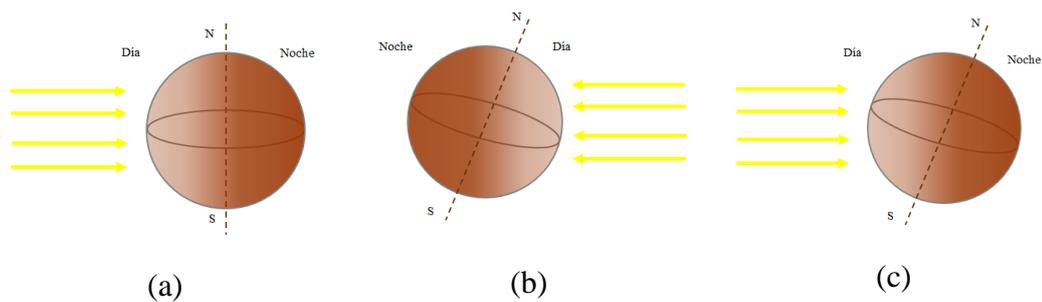


Fig. 20 Incidencia de la radiación solar en los puntos singulares de la órbita terrestre: a) Equinoccios; b) Solsticio de Verano; c) Solsticio de Invierno

Por otro lado, la línea del plano de la eclíptica perpendicular a la línea que une ambos equinoccios corta a la órbita terrestre en los puntos denominados solsticio de invierno y solsticio de verano. Así, en el solsticio de verano, que tiene lugar aproximadamente el día 21 de junio, el Sol ilumina más directamente el hemisferio Norte de la Tierra (Fig. 20b), mientras que, por el contrario, durante el solsticio de invierno, aproximadamente el 22 de diciembre, el Sol ilumina más directamente el hemisferio Sur de la Tierra (Fig. 20c).

2.1.3 Geometría Tierra-Sol

Para describir la geometría Tierra-Sol es frecuente recurrir a su concepción geocéntrica, defendida en la antigüedad, y según la cual, a lo largo del año, el Sol describe una trayectoria circular sobre una esfera centrada en la Tierra que se denomina esfera celeste.

En dicha concepción geocéntrica, el plano que contiene a la trayectoria solar en torno a la Tierra, esto es el plano de la eclíptica, no es otro sino el que, en la concepción heliocéntrica, contiene a la trayectoria que describe la Tierra en su movimiento de traslación alrededor del Sol. Asimismo, el plano infinito que pasa por el ecuador de la Tierra (plano del ecuador, desde el punto de vista heliocéntrico) cortará a la esfera celeste en una gran circunferencia que se denomina ecuador celeste. Como se ve en la figura 21, ambos planos (eclíptica y ecuador celeste) forman un ángulo de $23^{\circ}26.5'$, lo cual, lógicamente, concuerda con lo descrito anteriormente para la concepción heliocéntrica.

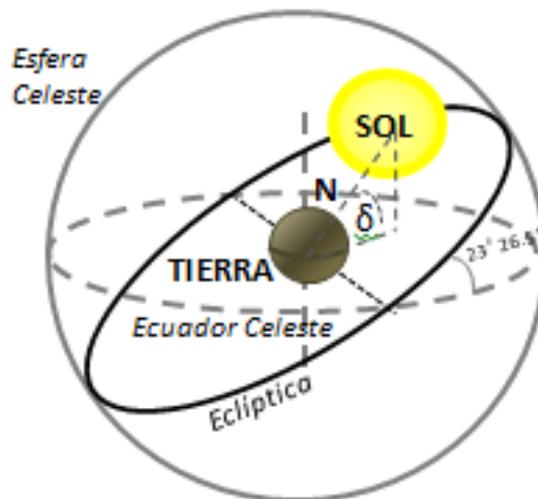


Fig. 21 Esfera Celeste

Declinación

Si bien, como se ha dicho anteriormente, el ángulo que forman el plano de la eclíptica y del ecuador permanece constante, como se aprecia en la figura 21, el ángulo δ que forma la línea que une los dos astros (Sol y Tierra) con el plano del

ecuador varía. Dicho ángulo se denomina declinación y varía entre $-23^{\circ}26.5'$ y $23^{\circ}26.5'$ siendo igual a cero en los equinoccios. Los puntos en los que alcanza sus valores extremos se corresponden, con el solsticio de verano y de invierno, anteriormente definidos.

De acuerdo con lo visto, la declinación es el parámetro que identifica la situación de la Tierra a lo largo del año (Fig.22) en su movimiento alrededor del Sol y, por tanto, resulta determinante a la hora de cuantificar la cantidad de energía solar incidente sobre la superficie terrestre. Por ello, diversos autores han estudiado técnicas para el cálculo de la declinación (que se considera constante para cada día del año, aunque, en realidad, puede variar hasta un máximo de 0.5°). Así, por ejemplo, Perrin de Brichmbaut (1975) propone la expresión (4) para el cálculo de la declinación (en grados):

$$\delta = \arcsen \left[0.4 \cdot \text{sen} \left(\frac{360}{365} (d_n - 82) \right) \right] \quad (4)$$

mientras que Cooper (1969) y García (1994) proponen, respectivamente, las expresiones (5) y (6) para determinar la declinación (también en grados) que, si bien resultan menos aproximada, son más sencillas:

$$\delta = 23.45 \cdot \text{sen} \left(\frac{360}{365} (d_n + 284) \right) \quad (5)$$

$$\delta = -23.45 \cdot \cos \left(\frac{360}{365} (d_n + 9) \right) \quad (6)$$

Sin embargo, cuando se requiere gran precisión, es conveniente recurrir a la expresión que propone Spencer (1971) que permite estimar la declinación (en grados) a lo largo del año con un error inferior a $3'$ (Vera Mella, 2005), siendo por ello, el modelo más ampliamente utilizado a nivel mundial. Dicho modelo viene dado por la ecuación (7) (en grados):

$$\delta = 0.3963 - 22.9132 \cos(\Gamma) + 4.025 \operatorname{sen}(\Gamma) - 0.3872 \cos(2\Gamma) + 0.0519 \operatorname{sen}(2\Gamma) - 0.1545 \cos(3\Gamma) + 0.0847 \operatorname{sen}(3\Gamma) \quad (7)$$

donde Γ viene dado en función del día juliano por la ecuación (2).

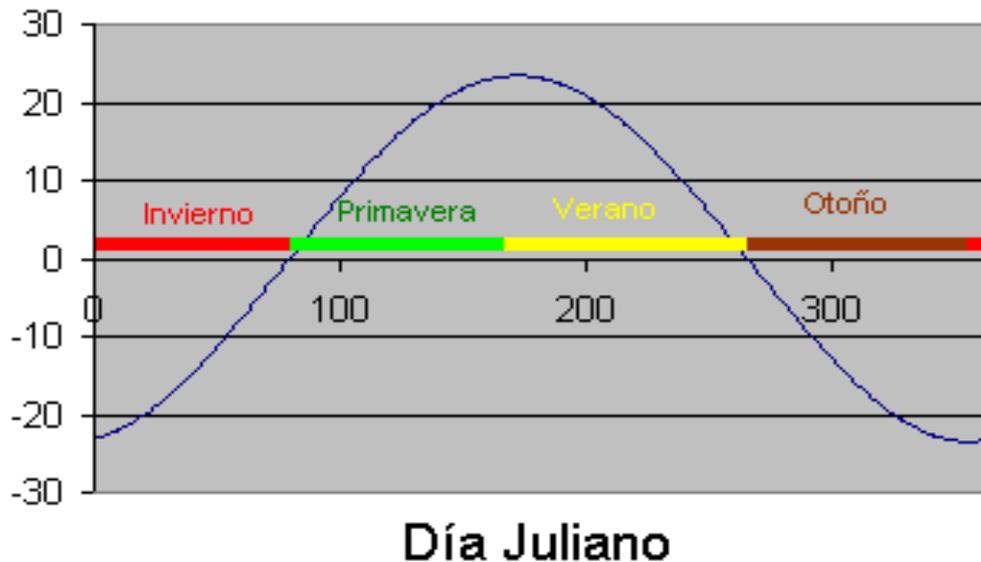


Fig. 22 Evolución de la declinación en grados

En la figura 22 muestra la evolución anual de la declinación. En dicha figura, los puntos con mayor amplitud, se corresponden con los solsticios (del latín solstitium (sol sistere), "Sol quieto"), y coinciden con los días de mayor o menor altura del sol en el cielo. Cuando la amplitud de la declinación es igual a 0, se tiene los equinoccios (del latín aequinoctium (aequus nocte), "noche igual"), en los que el día y la noche tienen la misma duración ya que, el sol se encuentra en el plano del ecuador terrestre.

Ángulo Horario

Si bien la declinación es el parámetro que identifica la situación de la Tierra a lo largo del año en su movimiento de traslación alrededor del Sol, el ángulo horario será el que represente el movimiento de rotación.

El *ángulo horario*, Ωt , mide la distancia angular entre el meridiano de la Tierra que contiene al Sol y el que contiene al observador del lugar y cuya hora se quiere determinar. Aceptando que la velocidad de rotación de la Tierra es constante, a cada hora le corresponde una distancia de 15° . De esta forma, el ángulo horario (en grados) será el resultante de multiplicar 15° por el número de horas transcurridas desde el mediodía solar o punto de coincidencia de ambos meridianos, siendo positivo antes del mediodía solar y negativo después.

$$\Omega t = 15 \cdot (TSV - 12) \quad (8)$$

donde TSV o Tiempo Solar Verdadero, como se define a continuación, es una coordenada de tiempo basada en el movimiento de rotación de la Tierra.

Coordenadas Temporales

Para definir adecuadamente el ángulo horario como coordenada, es decir, para poder usarlo a la hora de referenciar una posición relativa Sol-Tierra, es preciso definir un origen de referencia para el tiempo.

Al referirse al movimiento relativo entre la Tierra y el Sol es frecuente tomar como referencia el momento en el que el Sol pasa por el meridiano del lugar. A este sistema de referencia temporal, basado en el movimiento real de rotación de la Tierra sobre su eje polar y el movimiento de traslación alrededor del Sol, se le denomina *tiempo solar verdadero (TSV)*. En este sistema de referencia temporal se define un día solar como el intervalo de tiempo en el que el Sol completa un ciclo alrededor de un observador estacionario en la Tierra. La duración de este día solar no es necesariamente 24 horas. De hecho, como se dijo anteriormente, la Tierra gira alrededor del Sol verificándose la ley de las áreas y, como consecuencia, la velocidad de la Tierra en su movimiento de traslación alrededor del Sol varía a lo largo del año y el día solar no es uniforme.

Este hecho supone una dificultad práctica en el día a día y, consecuentemente, en la vida cotidiana no se usa este sistema de referencia temporal. En su lugar, se acuerda tomar una esfera terrestre ficticia que posee un movimiento uniforme alrededor del Sol (órbita circular y ecuador paralelo a la Eclíptica), dando origen

al *tiempo solar medio (TSM)*. De esta forma, en esta escala temporal, el día solar medio (Fig. 23) es uniforme y tiene una duración igual a la media de los días solares verdaderos, esto es, 24 h.

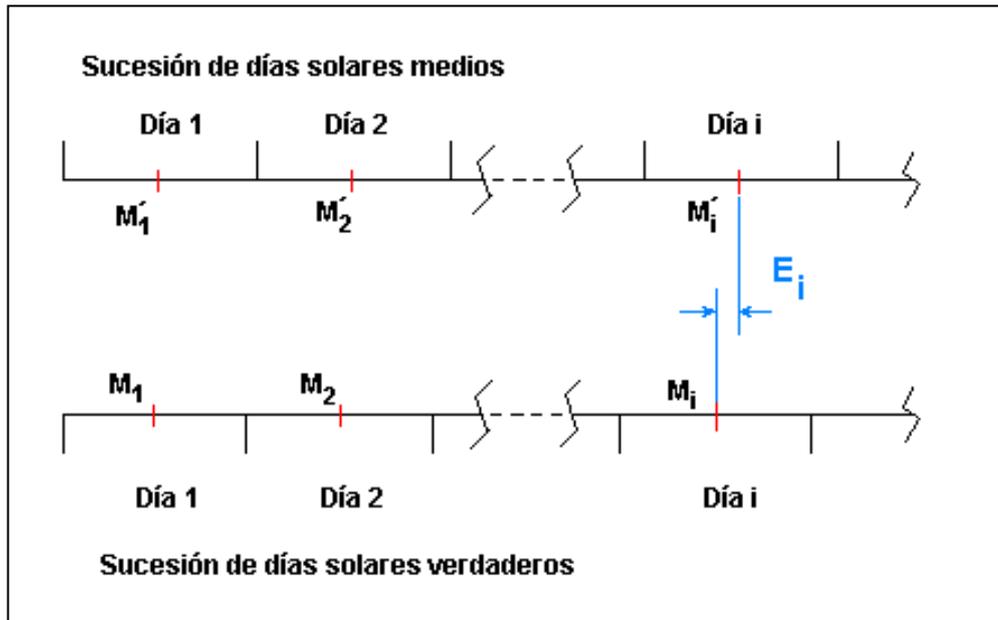


Fig. 23 Representación temporal de una sucesión de días y de los medio días correspondientes.

La diferencia que existe entre el tiempo solar verdadero y el tiempo solar medio es lo que se denomina ecuación del tiempo, la cual varía de un lugar a otro a lo largo del año. De esta forma, la ecuación del tiempo representa la suma algebraica de todas las correcciones que es preciso deducir del tiempo solar verdadero para despejarlo de todas sus irregularidades. Existen diversos procedimientos para la determinación de la ecuación del tiempo, desde el uso de gráficas (Whillier, 1965) y fórmulas sencillas (Spencer, 1971), hasta la aplicación de algoritmos complejos (Blanco Muriel et al., 2001) (Michalsky, 1988). Sin embargo, la técnica más frecuentemente utilizada es la propuesta por (Spencer, 1971), que utilizando de nuevo el método de desarrollo en serie de Fourier, propone la ecuación (9) para la estimación de la ecuación del tiempo (en minutos) (Fig. 24).

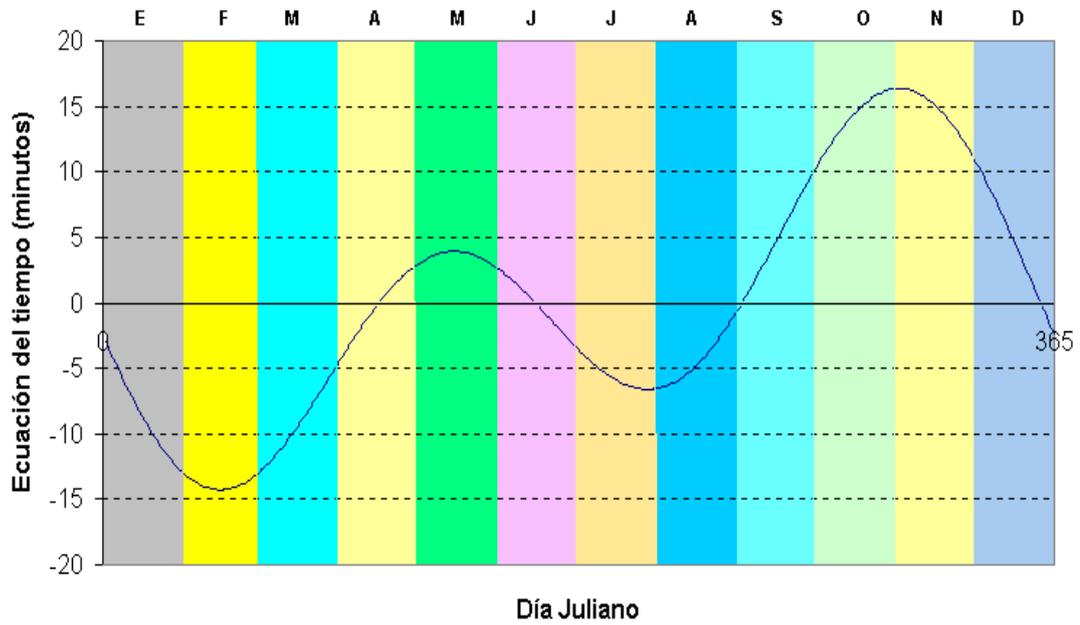


Fig. 24 Evolución de la Ecuación del tiempo durante el año.

$$E_t (\text{min}) = 229.18 \left[0.000075 + 0.001868 \cos \Gamma - 0.032077 \text{sen} \Gamma - 0.014615 \cos(2\Gamma) - 0.04089 \text{sen}(2\Gamma) \right] \quad (9)$$

Donde Γ viene dado en función del día juliano en la expresión (2).

De esta forma, el *TSV* (en horas) corregido será el *TSM* (en horas) y vendrá dado por la ecuación (10).

$$TSM = TSV - \frac{E_t}{60} \quad (10)$$

Por otra parte, para la organización a nivel mundial, por convenio, se define el *tiempo universal (TU)* como el *TSM* en el meridiano de Greenwich. Dicho *TU* estará relacionado con el *TSM* de un lugar determinado de longitud L por la ecuación (11).

$$TSM(L) = TU + \frac{L}{15} \quad (11)$$

donde el TSM y el TU vienen expresados en horas y L es la longitud del lugar referida al meridiano Greenwich (por convenio, se considera positiva hacia el Este y negativa hacia el Oeste) y viene medida en grados. En cuanto que este $TSM(L)$ depende de la longitud de cada lugar, tiene un marcado carácter local. Para eliminar los inconvenientes de una escala de carácter local, se define el **tiempo legal** (TL) como el TSM de un meridiano tomado como referencia (L_R) y que atraviesa, en general, el país o sus proximidades. De esta forma, si bien el TL sigue siendo una coordenada de tiempo de tipo local, no lo es en sentido estricto, ya que se define idéntico para grandes zonas de territorio delimitadas legal y soberanamente por cada país. De esta forma, el TL viene dado por la ecuación (12).

$$TL = TU + \frac{L_R}{15} + C \quad (12)$$

donde, nuevamente, el TL y el TU vienen expresados en horas, L_R es la longitud del meridiano de referencia (en grados) y C es la corrección de hora de verano (en horas). Por tanto, de acuerdo con lo visto, el ángulo horario viene dado por la ecuación (13)

$$\left. \begin{array}{l} \omega = 15(TSV - 12) \\ TSM = TSV - E_t \\ TSM(L) = TU + \frac{L}{15} \\ TL = TU + \frac{L_R}{15} + C \end{array} \right\} \Rightarrow \omega = 15 \left[\left(TL + \frac{L - L_R}{15} - C + E_t \right) - 12 \right] \quad (13)$$

Determinación de la posición del Sol respecto a una superficie horizontal: Vector Solar

De acuerdo con lo visto, la radiación solar que incide sobre un punto (donde se sitúa un observador) de la superficie terrestre en un momento dado depende de la posición relativa entre el observador y el Sol en dicho instante. Resulta, por tanto,

fundamental poder determinar dicha posición relativa. Para ello, se recurre al denominado **vector solar**, representado por el vector \vec{s} , que es un vector unitario en la dirección del Sol.

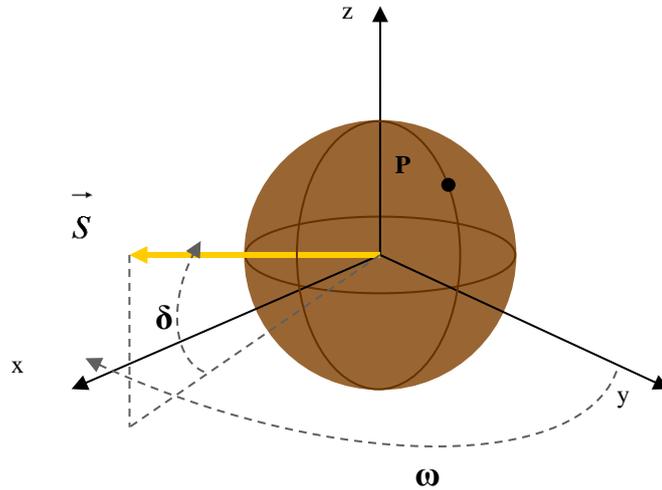


Fig. 25 Representación gráfica del Vector Solar

Para definir matemáticamente este vector solar, se considera un sistema cartesiano con origen en el centro de la Tierra cuyo plano OXY coincida con el plano ecuatorial y, consecuentemente, el eje OZ con el de rotación de forma tal que el plano OZY coincida con el plano meridiano del lugar.

En dicho sistema de referencia, tal y como se muestra en la figura 25, el vector solar será un vector que gira en sentido horario respecto al eje OZ y que forma siempre con el plano del Ecuador un ángulo igual a la declinación. De esta forma, el vector solar vendrá dado por la ecuación (14):

$$\vec{s} = \text{sen } \Omega t \cdot \cos \delta \vec{i} + \cos \Omega t \cdot \cos \delta \vec{j} + \text{sen } \delta \vec{k} \quad (14)$$

Conocida la dirección solar respecto al centro de la Tierra, para definir el vector solar respecto a un observador situado en la superficie terrestre en un punto de latitud ϕ , basta con hacer un cambio de sistema de referencia. Para ello, se

considera, ahora, un sistema de referencia $OX'Y'Z'$ con centro en el observador y con los ejes OX' y OY' orientados hacia el Oeste y el Sur, respectivamente (Fig. 26).

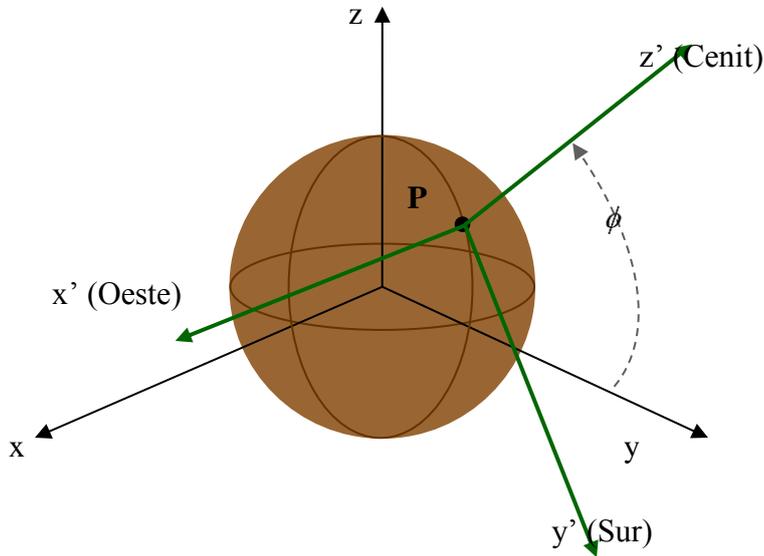


Fig. 26 Representación gráfica del Vector Solar

En estas condiciones, el plano $OX'Y'$ coincide con el plano del horizonte, es decir, con un plano tangente a la esfera terrestre en el lugar de observación. Por su parte, el eje OZ' coincide con la vertical del observador o línea que une al observador con el centro de la Tierra y que corta a la esfera celeste en dos puntos: el cenit, sobre el observador, y el nadir, oculto por la Tierra, bajo el observador. Como se observa gráficamente en la figura 26, el cambio entre ambos sistemas de referencia viene dado por la ecuación (15).

$$\begin{cases} \vec{i}' = \vec{i} \\ \vec{j}' = \text{sen } \phi \vec{j} - \text{cos } \phi \vec{k} \\ \vec{k}' = \text{cos } \phi \vec{j} + \text{sen } \phi \vec{k} \end{cases} \quad \begin{cases} \vec{i} = \vec{i}' \\ \vec{j} = \text{sen } \phi \vec{j}' + \text{cos } \phi \vec{k}' \\ \vec{k} = -\text{cos } \phi \vec{j}' + \text{sen } \phi \vec{k}' \end{cases} \quad (15)$$

Estas ecuaciones en notación matricial equivalen a:

$$\begin{pmatrix} \vec{i}' \\ \vec{j}' \\ \vec{k}' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \text{sen } \phi & -\text{cos } \phi \\ 0 & \text{cos } \phi & \text{sen } \phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{i} \\ \vec{j} \\ \vec{k} \end{pmatrix} \quad (16)$$

O bien a :

$$\begin{pmatrix} \vec{i} \\ \vec{j} \\ \vec{k} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \text{sen } \phi & \text{cos } \phi \\ 0 & -\text{cos } \phi & \text{sen } \phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{i}' \\ \vec{j}' \\ \vec{k}' \end{pmatrix} \quad (17)$$

Sustituyendo la ecuación (17) en la ecuación (14) en forma matricial se obtiene la expresión matemática del vector solar en el nuevo sistema de referencia.

$$\vec{s} = (\text{sen } \Omega t \cdot \text{cos } \delta \quad \text{cos } \Omega t \cdot \text{cos } \delta \quad \text{sen } \delta) \cdot \begin{pmatrix} \vec{i}' \\ \vec{j}' \\ \vec{k}' \end{pmatrix} \quad (18)$$

Sustituyendo en el vector solar se tendrá la ecuación (19).

$$\vec{s} = (\text{sen } \Omega t \cdot \text{cos } \delta \quad \text{cos } \Omega t \cdot \text{cos } \delta \quad \text{sen } \delta) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \text{sen } \phi & \text{cos } \phi \\ 0 & -\text{cos } \phi & \text{sen } \phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{i}' \\ \vec{j}' \\ \vec{k}' \end{pmatrix} \quad (19)$$

De esta forma, el vector solar en el sistema de referencia horizontal ligado al observador vendrá dado por la ecuación (20):

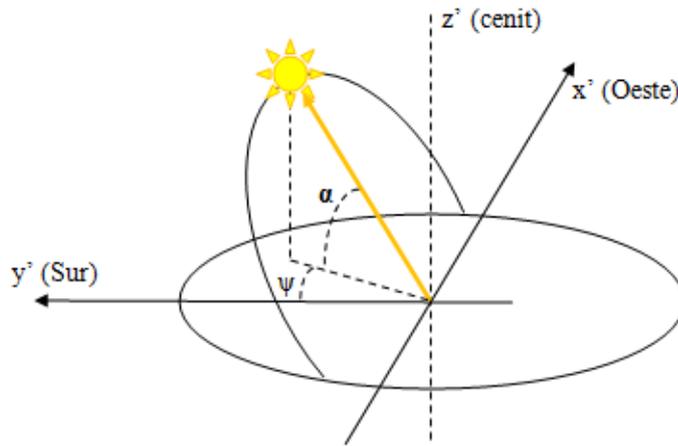


Fig. 27 Definición del ángulo cenital solar, la altura solar y el azimut

$$\vec{s} = (\text{sen } \Omega t \cdot \text{cos } \delta) \vec{i}' + (\text{cos } \Omega t \cdot \text{cos } \delta \cdot \text{sen } \phi - \text{sen } \delta \cdot \text{cos } \phi) \vec{j}' + (\text{cos } \Omega t \cdot \text{cos } \delta \cdot \text{cos } \phi + \text{sen } \delta \cdot \text{sen } \phi) \vec{k}' \quad (20)$$

A partir del vector solar es posible definir dos ángulos de gran importancia en la geometría Sol-Tierra:

- **el ángulo cenital, θ_z** , que es el que forma la dirección de los rayos solares con el Cenit del observador (ecuación (21)). De manera alternativa, es posible sustituir el ángulo cenital por su complementario, denominado altura solar, α , y que representa el ángulo que forma la dirección de los rayos solares con la horizontal (Fig. 27). La figura 28 muestra la evolución diaria de la altura solar para los días significativos del año.

$$\text{cos } \theta_z = \text{sen } \alpha = \text{sen } \delta \text{sen } \phi + \text{cos } \delta \text{cos } \phi \text{cos } \Omega t \quad (21)$$

- **el ángulo azimutal, ψ** , que es el ángulo determinado por la proyección del vector solar sobre el plano del horizonte y la dirección Sur (o eje OY').

$$\cos \psi = \frac{\text{sen } \alpha \text{sen } \phi - \text{sen } \delta}{\cos \alpha \cdot \cos \phi} \quad (22)$$

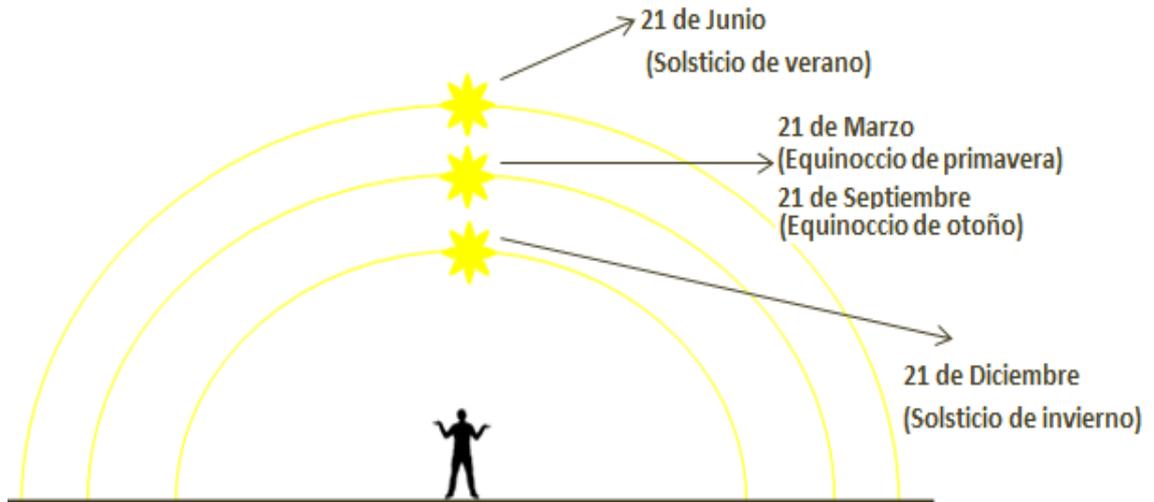


Fig. 28 Evolución anual de la altura solar

A partir de estas expresiones, es posible determinar algunos parámetros que caracterizan la trayectoria aparente del Sol a lo largo de un día.

- **Altura de culminación, h_c** : es la altura (en grados) que alcanza el Sol en el mediodía, es decir, la altura máxima diaria. Para calcularla, basta con tener en cuenta que al mediodía $\Omega t = 0$ y, por tanto,

$$\Omega t = 0 \Rightarrow \alpha = h_c : \quad (23)$$

$$h_c = 90 - (\phi - \delta) \quad (24)$$

- **Duración del día:** El número máximo de horas de Sol de cualquier día del año, se puede determinar a partir de la hora de salida y puesta del Sol, que serán de igual valor y signo contrario $(+\omega_s, -\omega_s)$ y corresponderán a las posiciones en las que la altura solar sea nula. De esta forma, se obtiene:

$$\alpha = 0 \Rightarrow \Omega t = \Omega t_s \quad (25)$$

$$\Omega t_s = \arccos(-tg \delta tg \phi) \quad (26)$$

y, consecuentemente, puesto que, como se dijo anteriormente, a cada hora le corresponden 15°, el número de horas de Sol del día vendrá dado por:

$$N_d = \frac{2}{15} \arccos(-tg \delta tg \phi) \quad (27)$$

Para la representación de las trayectorias solares, normalmente se utilizan las representaciones cilíndricas (Fig. 29) de la bóveda celeste así como las estereográficas (Fig. 30).

En la representación cilíndrica se representa la evolución del azimut en el eje horizontal frente a las elevaciones en el eje vertical para diferentes días del año.

Como se ve en las representaciones anteriores (Fig. 29 y 30), en la práctica, resulta útil disponer de superficies de proyección para la representación plana de las trayectorias solares (Ramírez Faz, 2012).

A continuación, se expone los posibles tipos de superficie de proyección clasificadas según diversos criterios. Las superficies de proyección serán desarrollables o planas. En el caso de las superficies desarrollables existen dos posibilidades: cónica y cilíndrica.

Orientación de la superficie de proyección. Así como la superficie de proyección es un parámetro importante, también lo es la orientación de dicha superficie con respecto al plano formado por el ecuador.

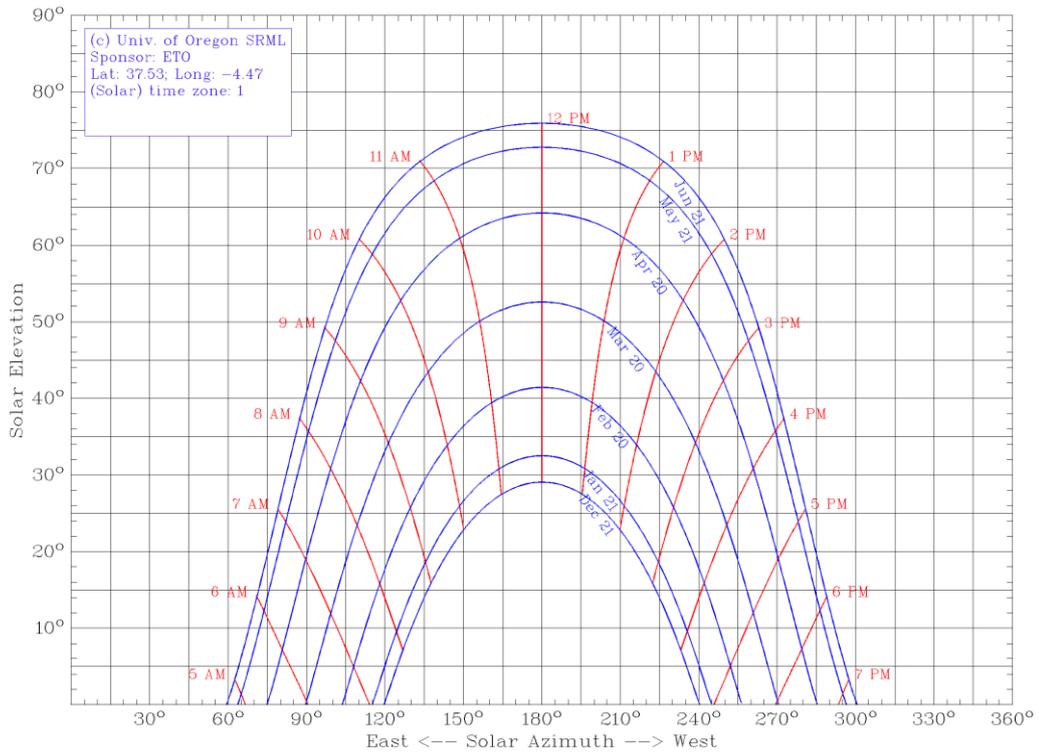


Fig. 29 Representación cilíndrica de las trayectorias solares en Córdoba

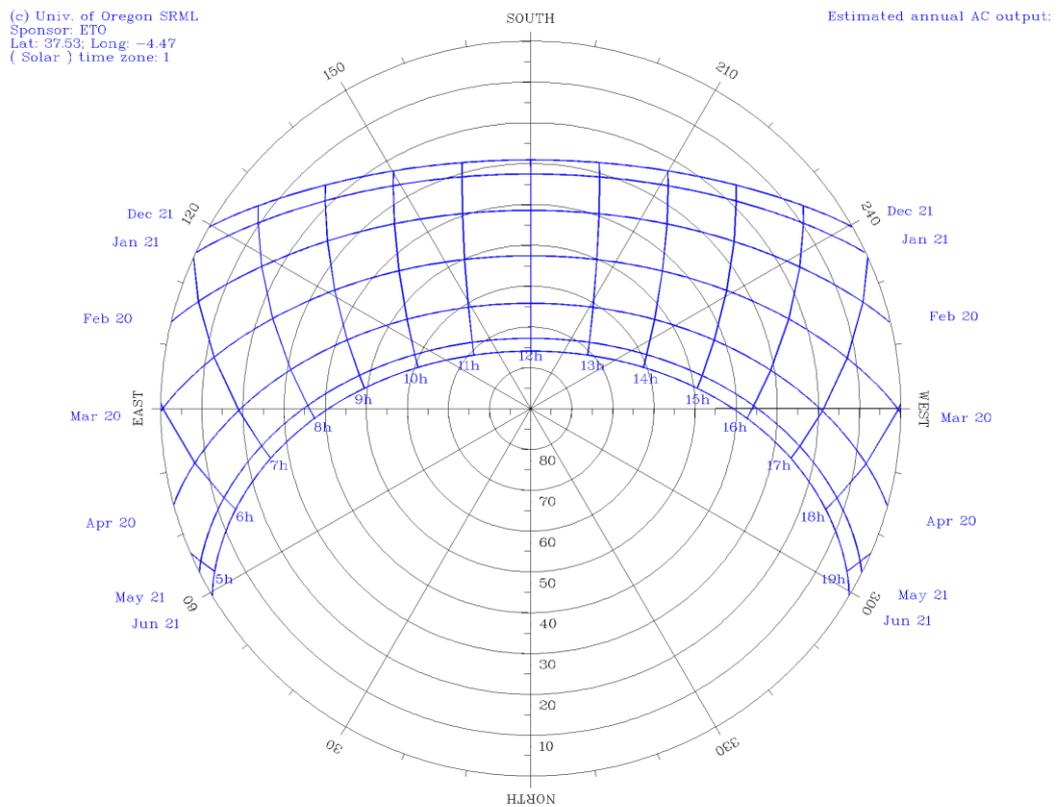


Fig. 30 Representación estereográfica de las trayectorias solares en Córdoba

En función de este criterio existen tres orientaciones principales:

- **Proyecciones Normales:** Cuando el eje de la superficie de proyección es normal (perpendicular) al plano del ecuador. En el caso de los planos, se toma como eje una recta perpendicular al mismo.
- **Proyecciones Transversas (o transversales):** En este caso el eje de la superficie de proyección es paralelo al plano del ecuador.
- **Proyecciones Oblicuas:** Cuando no se cumplen ninguno de los dos criterios anteriores.

Posición del punto de proyección: A menudo las líneas de proyección que se utilizan para construir las proyecciones parten de un punto común. Cuando esto es así, genera otra manera muy común de clasificar las proyecciones:

- **Proyecciones Estereográficas:** En estos casos, el origen está colocado en un punto de la superficie terrestre diametralmente opuesto al punto de tangencia del plano de proyección.
- **Proyecciones Gnomónicas:** El punto de origen de la proyección es el centro de la Tierra.
- **Proyecciones Ortogonales:** Son las proyecciones en donde el origen está situado fuera de la Tierra a una distancia infinita, por lo que las líneas de proyección son paralelas entre sí.
- **Proyecciones polares.**
- **Proyecciones Lambert.**

A continuación se describen las propiedades de las proyecciones estereográficas ya que en la metodología se utilizarán de forma exhaustiva.

Proyección estereográfica.

La proyección estereográfica utiliza como centro de proyección un punto de una esfera y como plano de proyección uno tangente a un punto diametralmente opuesto al centro de proyección (Fig. 31).

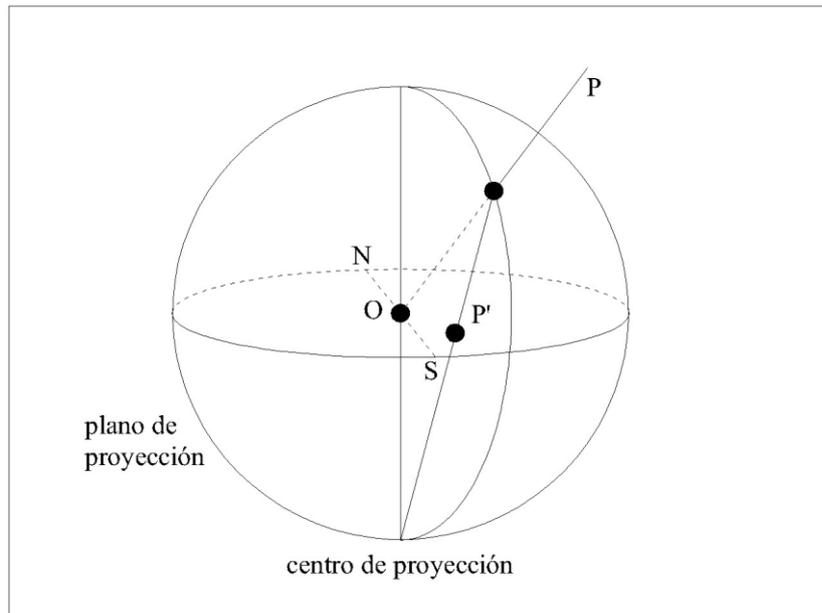


Fig. 31 Obtención de la proyección estereográfica.

Las propiedades de esta proyección son:

- a) Las circunferencias situadas sobre la esfera son proyectadas como circunferencias, salvo las que pasan por el centro de proyección que lo hacen como rectas.
- b) Los ángulos formados por las curvas sobre la esfera se mantienen en las curvas proyectadas.
- c) Los giros efectuados por la esfera alrededor de un eje que pasa por el centro de proyección también tienen lugar sobre el plano alrededor del punto de tangencia con la esfera, manteniéndose el ángulo girado.

En el plano de proyección las coordenadas polares del punto P' (r, β) vienen dados por la ecuación (28).

$$\left(R \frac{\operatorname{sen} \varphi}{1 + \cos \varphi}, \theta \right) \quad (28)$$

La proyección resultante se indica en la figura 32.

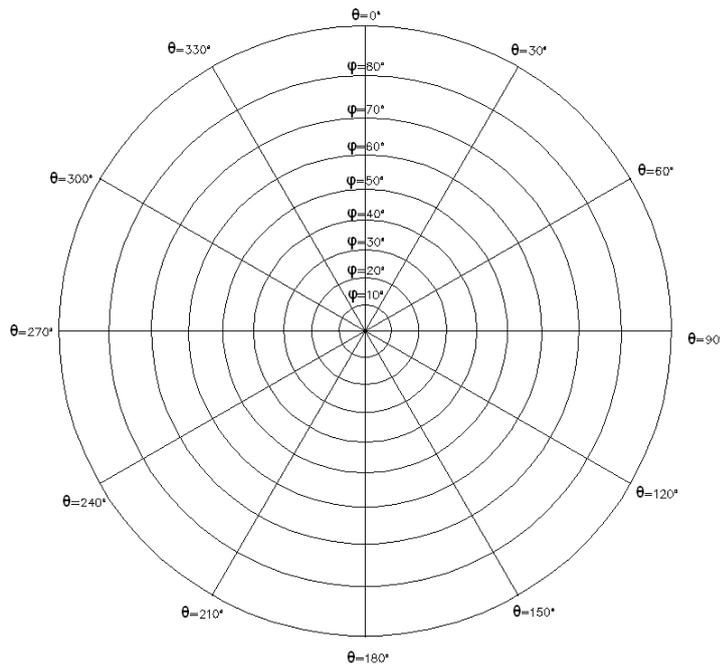


Fig. 32 *Proyección estereográfica.*

Proyección polar

Esta proyección es la más usada para la representación de las trayectorias solares, (Fig. 33). En el plano de proyección las coordenadas polares del punto P' (r,θ) son:

$$(R\varphi, \theta) \tag{29}$$

En la figura 34 se puede observar la proyección polar de meridianos y paralelos.

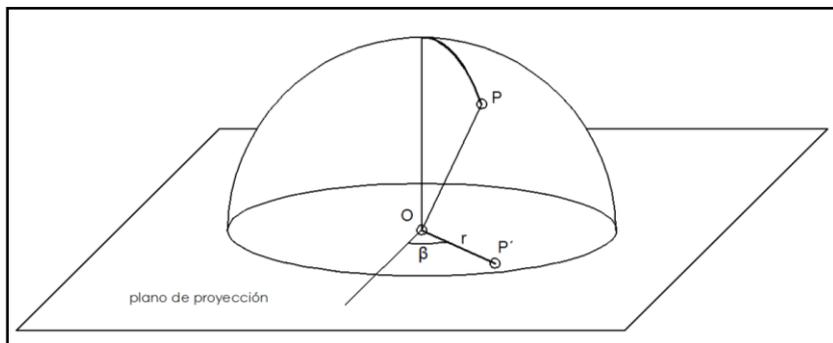


Fig. 33 *Proyección polar de un punto.*

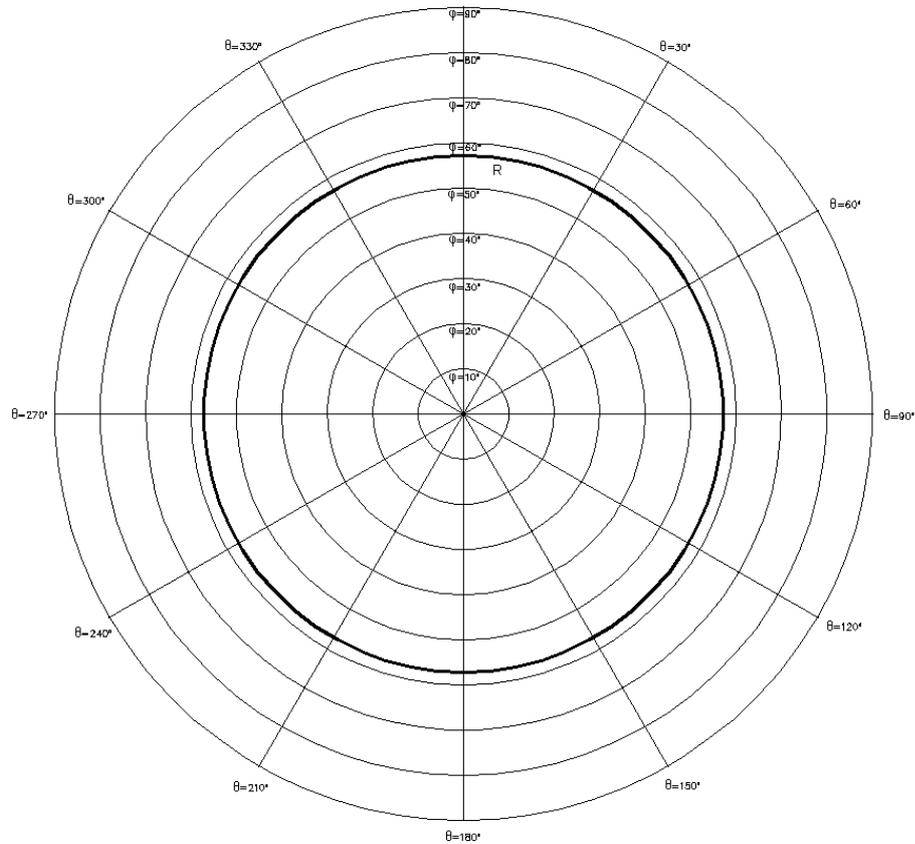


Fig. 34 *Proyección polar de meridianos y paralelos*

Determinación de la posición del Sol respecto a una superficie inclinada

En ocasiones es necesario conocer el ángulo con que los rayos solares inciden sobre una superficie plana con una inclinación respecto al horizonte β y una orientación γ determinada, siendo dicha orientación la desviación de la normal a la superficie respecto al Sur (Norte) en el Hemisferio Norte (Sur) y tomando el Este como positivo y el Oeste como negativo (Fig. 35).

Como se observa en la figura 35a, es posible determinar la dirección de los rayos solares a partir del ángulo que el vector solar forma con la normal a la superficie según la expresión (30).

$$\vec{n} = (-\text{sen } \beta \cdot \text{sen } \gamma) \vec{i}' + (\text{sen } \beta \cdot \text{cos } \gamma) \vec{j}' + \text{cos } \beta \vec{k}' \quad (30)$$

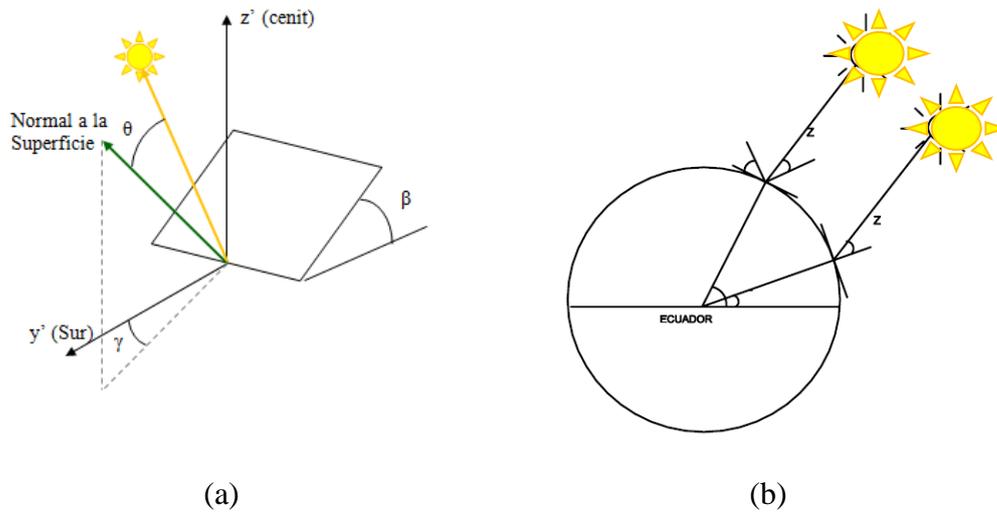


Fig. 35 Posición del Sol respecto a una superficie inclinada un ángulo β y arbitrariamente orientada; Posición del Sol respecto a una superficie orientada al ecuador e inclinada un ángulo

y, más concretamente, mediante el producto escalar del vector solar y del vector normal a la superficie de interés, $\cos \theta = \vec{S} \cdot \vec{n}$, resultando

$$\begin{aligned} \cos \theta = \vec{s} \cdot \vec{n} = & -\text{sen } \beta \cdot \text{sen } \gamma \cdot \text{sen } \omega \cdot \cos \delta + \text{sen } \beta \cdot \cos \gamma \cdot \cos \omega \cdot \cos \delta \cdot \text{sen } \phi - \\ & -\text{sen } \beta \cdot \cos \gamma \cdot \text{sen } \delta \cdot \cos \phi + \cos \beta \cdot \cos \omega \cdot \cos \delta \cdot \cos \phi + \cos \beta \cdot \text{sen } \delta \cdot \text{sen } \phi \end{aligned} \quad (31)$$

En el caso particular de superficies orientadas hacia el ecuador (orientadas al sur en el hemisferio norte o al norte en el hemisferio sur), esta expresión se simplifica notablemente, obteniendo una expresión totalmente análoga al caso de superficies horizontales pero en las que la latitud de la superficie, ϕ , pasa a ser $\phi - \beta$ (Fig. 35b). Así, el ángulo de incidencia se puede calcular mediante la expresión (32):

$$\cos \theta = \text{sen } \delta \text{sen}(\phi - \beta) + \cos \delta \cos(\phi - \beta) \cos \Omega t \quad (32)$$

De esta expresión, se obtiene que el ángulo de orto u ocaso vendrá dado por la ecuación (33).

$$\Omega t_s' = \arccos(-\text{tg } \delta \text{tg}(\phi - \beta)) \quad (33)$$

Sin embargo, habrá que tener en cuenta, que al estar inclinada la superficie (respecto al sur), ésta no empezará a ver el sol hasta que su altura sea mayor que la inclinación de la superficie, por lo que el ángulo de orto u ocaso debe verificar la condición impuesta por la ecuación (34):

$$\Omega t_s = \min \left[\arccos(-tg \delta tg \phi), \arccos(-tg \delta tg (\phi - \beta)) \right] \quad (34)$$

2.2 Heliostats

2.2.1 Desarrollo Histórico

Al igual que todas las ciencias, la óptica evolucionó lenta y progresivamente a lo largo de la historia. Esta progresión ha pasado por distintos modelos como son:

- El modelo organicista que se basaba, fundamentalmente, en analogías sacadas del comportamiento de los seres vivos. A esta tendencia pertenecen Demócrito, Aristóteles, Epicúreo y Lucrecio que eran partidarios de que los rayos pasan del objeto al ojo, mientras que Euclides, Empédocles y Tolomeo opinaban lo contrario.
- El modelo mecanicista, en realidad agrupaba a una serie de modelos mecánicos que surgieron para interpretar los hechos observados, basados en la materia y el movimiento. Esta tendencia comienza con Newton.
- El modelo conceptual, que emplea esquemas conceptuales que parten de imágenes mentales expresadas a veces en términos matemáticos. Es la tendencia actual.

Fue en el siglo XVIII, ya dentro del modelo mecanicista impulsado por Newton con sus estudios sobre óptica, cuando se impulsaron diversas mejoras mecánicas y ópticas en el telescopio, o en el microscopio que sufrió diversos adelantos mecánicos que aumentaron su estabilidad y su facilidad de uso. El hecho de que este último fuese un instrumento dependiente de la iluminación, y no disponer en esa época de ningún método de iluminación que no fuera la luz del Sol, planteaba un inconveniente para su uso. Así surgieron los iluminadores, o dispositivos que redirigían la luz solar hacia un dispositivo óptico.

Aceptando que la Tierra gira alrededor del sol o el sol gira alrededor de la Tierra, se plantea un inconveniente cuando se quiere iluminar un experimento científico de manera permanente, o con una duración importante, mediante un rayo de sol. El problema que aparece es que el rayo de sol no se va a quedar quieto y por supuesto el sol tampoco.

Sin embargo, en un gran número de experimentos de óptica es necesario proyectar en una dirección constante un haz de luz solar y si, además, estos experimentos tienen una duración considerable, el movimiento diurno del Sol no permite su realización. Para solventar este problema hubo que idear una solución. Se pensó que si el haz se recibía primeramente sobre un espejo plano desde el cual se iba a enviar por reflexión al punto o al objeto que se deseaba iluminar se podría solventar. Para ello, era preciso cambiar progresivamente la inclinación del espejo para conservar el haz reflejado en la dirección deseada.

Esto se consigue en primera instancia con los porta-luces, aparatos que consisten en un espejo susceptible de girar alrededor de dos ejes, uno horizontal y otro vertical. El inconveniente de estos porta-luces es que, siempre es necesario que intervenga el observador para modificar, en el sentido adecuado, la orientación del espejo.

El hecho favorable de que el sol se mueve al parecer, a un ritmo regular hizo pensar que el problema podría estar resuelto si se dispusiera de un mecanismo que proporcionara un movimiento constante. El aparato de relojería ya estaba bien desarrollado desde el siglo XVIII, por lo que el reto fue diseñar un dispositivo de relojería que hiciera girar un espejo a la velocidad adecuada y mantenerlo en la orientación correcta para asegurar un rayo de sol constante. Varios investigadores afrontaron el reto de idear lo que se denominó "heliostatos" cuyo nombre proviene de las palabras griegas helio y stato que significan sol y estático ya que se idearon para detener el sol.

La idea conceptual de un dispositivo con estas características se le asigna a Fahrenheit pero el primer heliostato operativo, se le atribuye al científico holandés Wilhem Jacob's Gravesande, quien alrededor del año 1720 logró obtener un instrumento funcional. Los heliostatos eran utilizados en laboratorios de

investigación con varios propósitos, como la iluminación de microscopios, el estudio de la luz polarizada, la espectroscopía, etc.

Los heliostatos eran aparatos destinados a evitar la intervención del observador para mantener una iluminación en la dirección deseada; un aparato de relojería ponía en movimiento constante el espejo que es su pieza reflectora, y un mecanismo apropiado lo mantenía siempre en la inclinación adecuada, de manera que los rayos solares reflejados en su superficie seguían una dirección constante, a pesar del movimiento diurno del astro.

2.2.2 Fundamentos del funcionamiento del heliostato.

Le ley de Snell para describir la reflexión de un rayo luminoso al incidir sobre una superficie especular, establece la igualdad del ángulo de incidencia θ_i (ángulo que forman el rayo incidente con la normal del espejo) y el ángulo reflejado θ_r (formado por el rayo reflejado con la normal del espejo) (Fig. 36). Esta ley aplicada a la reflexión de rayos solares sobre el espejo de un heliostato admite la expresión vectorial que se muestra en la ecuación (35).

$$\vec{n} = \frac{\vec{s} + \vec{r}}{|\vec{s} + \vec{r}|} \quad (35)$$

Siendo \vec{s} el vector unitario solar, \vec{r} vector unitario en la dirección del rayo reflejado y \vec{n} el vector unitario normal a la superficie del espejo.

La ecuación (35) equivale a la expresada en (36).

$$\vec{r} = 2(\vec{n} \cdot \vec{s})\vec{n} - \vec{s} \quad (36)$$

El movimiento del espejo de un heliostato, y por tanto, de su normal \vec{n} , debe mantener la ecuación (35) teniendo en cuenta que:

- \vec{s} , en su movimiento diario, describe un cono de revolución alrededor del eje polar.
- \vec{r} es un vector invariable en el tiempo.

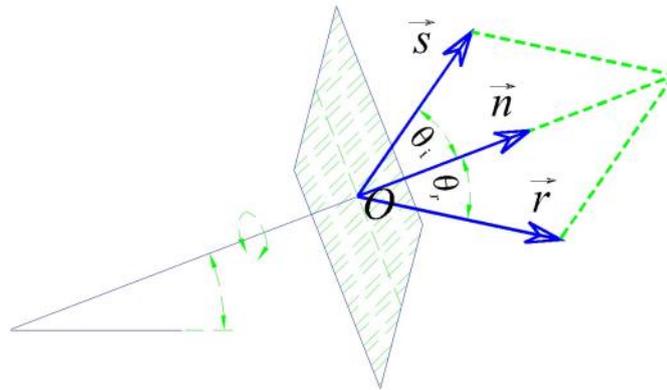


Fig. 36 *Vectores Unitarios*

Los heliostatos mecánicos reproducen el movimiento de \vec{s} mediante un mecanismo de relojería, reconociéndose en ellos los elementos representados en la figura 37. Así, en la figura 37, se representa el eje de la Tierra, línea de dirección invariable en torno a la cual se desarrolla el movimiento diurno del Sol y de las estrellas, el círculo S que será el curso aparente seguido por dicho astro en un día, y el ángulo SOP que será complementario de la declinación del Sol en la época que se considera. En A se representa un cuadrante ecuatorial; en el cual se marca en cada instante la sombra de la varilla o estilo AO indicando la hora del día. La línea SOB indicará pues el camino seguido por un haz de rayos solares y, por tanto, la dirección de \vec{s} , y si se concibe que la recta OB gire alrededor del punto O siguiendo constantemente el extremo B del radio AB, esta será durante todo el día la marcha de la luz incidente.

Si se considera RR' la dirección en la cual se desea que se reflejen constantemente los rayos solares; la bisectriz NN' del ángulo SOR será la normal al espejo en el punto de incidencia, lo cual determina la posición que el espejo debe ocupar en el momento supuesto para que se efectúe la reflexión en la dirección deseada. De esta forma, se pone encima del cuadrante ecuatorial un mecanismo de relojería que hace mover una aguja BA que describe una circunferencia completa a velocidad uniforme en veinticuatro horas, por lo cual esta aguja se encuentra siempre en la dirección que ocuparía precisamente la sombra del estilo OA.

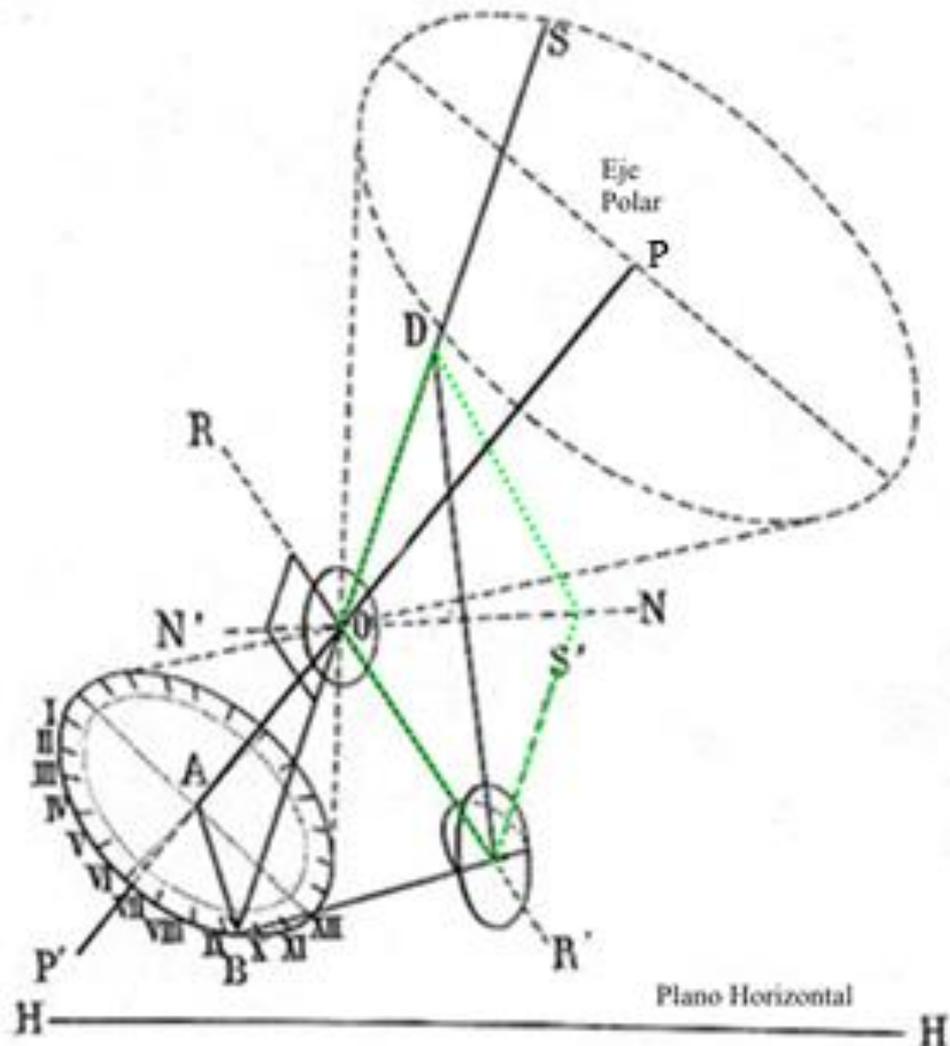


Fig. 37 Principio geométrico de los sistemas de heliostatos

En su extremo va unida una varilla BO a la que se da en el cuadrante una inclinación igual a la declinación del Sol el día de observación. Este es el primer requisito que reúnen por igual los diferentes sistemas de heliostatos. Para cumplir con la ecuación (35) o (36) los heliostatos mecánicos disponen de un mecanismo adecuado que permita asegurar que \vec{n} se encuentra sobre la bisectriz de \vec{s} y \vec{r} . Para ello, normalmente, acuden a un mecanismo plano basado en articulaciones y deslizaderas. Los principios de los mecanismos conocidos se exponen con ayuda de la figura 38.

En ella se considera el punto O el centro del espejo; ON la normal prolongada hacia atrás del espejo; OD dirección del rayo incidente; RO el haz del rayo reflejado; BS la intersección del plano de incidencia con el plano del espejo; OP una línea perpendicular al plano de incidencia. El plano del espejo contiene al eje BOS y el eje OP. ON es la normal formando ángulos iguales con RO y OD, si se considera que NB es paralelo a DO y NS paralela a RO, se tendrá $RO = RN = RB = DO = DN = DS$. Dado que las rectas NB y DO son paralelas a los rayos solares, describen conos que tienen sus vértices en R y O. Con líneas curvas discontinuas, se marca el hecho de que B, N y D seguirán trayectorias circulares a lo largo del día. El triángulo rectángulo NOB gira en torno a la recta fija RO. La normal ON y la traza BS del plano de incidencia describen los conos oblicuos que deslizan en los círculos de los puntos N y B describiéndolos en torno al eje de la Tierra. La recta OP gira en un plano perpendicular a la recta fija RO y el plano del espejo pasa por las líneas OB y OP.

Para mantener el rayo reflejado en una dirección dada RO, simplemente hay que hacer que el espejo se mueva en torno al punto O, y apoyar la normal en N sobre una aguja que recorre en veinticuatro horas un reloj de sol ecuatorial.

La figura 38 muestra la construcción geométrica más genérica para el posicionamiento del espejo del heliostato.

Se trata de un mecanismo redundante, pues en él se dan una serie de condiciones, suficientes cada una de ellas por sí sola, para asegurar el cumplimiento de la ecuación (36). Destacan las condiciones:

- No está contenido en la diagonal NO del rombo NROD.
- La recta NO pasa por el punto medio de BS siendo BS perpendicular a NO.
- La superficie del espejo es perpendicular al plano del mecanismo y contiene los puntos BS.

Debido a esto, en los heliostatos reales nunca se materializan todos los puntos y varillas de la figura 38 pero si alguna selección de ellos que aseguran el cumplimiento de la ecuación (36).

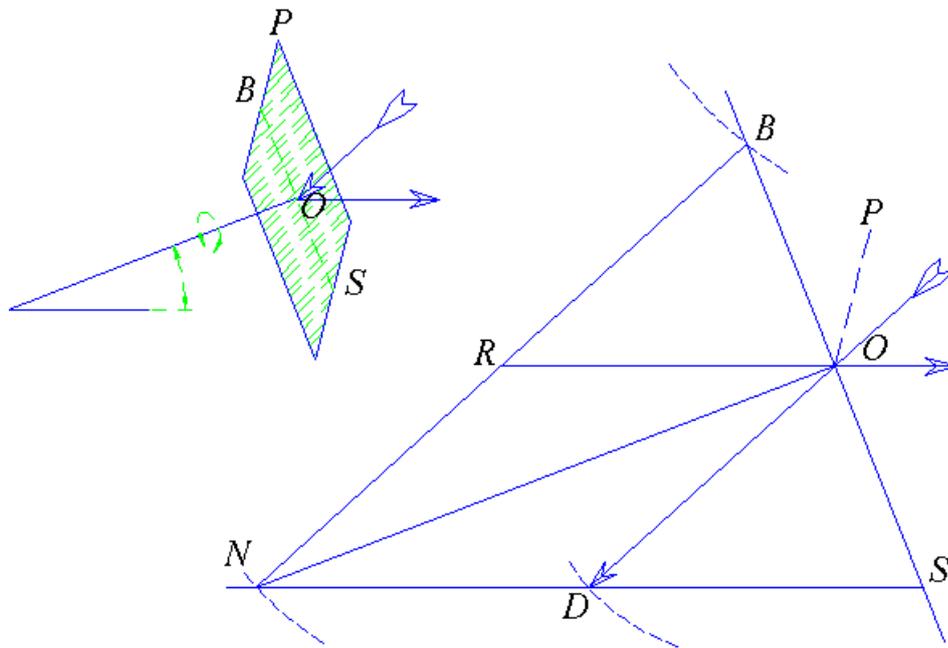


Fig. 38 Geometría simplificada del heliostato

Principales mecanismos heliostáticos

En este apartado se estudian los dispositivos mecánicos de seguimiento heliostático desarrollados durante los siglos XVIII y XIX que se constituyen en antecedentes de la presente tesis doctoral.

Para su estudio, descripción y análisis se emplea la misma nomenclatura del mecanismo genérico representado en la figura 38.

Heliostato de Gravesande (1720) (Fig. 39).

Representado en la figura 39, se identifican los puntos ORN del heliostato genérico (Fig. 37). La distancia OR (no materializada mediante varilla) es fija e igual a RN que describe, en su movimiento diario un cono alrededor del eje polar.

Pero, en su forma original, el uso de este dispositivo era incómodo porque su instalación se convierte en una operación complicada.

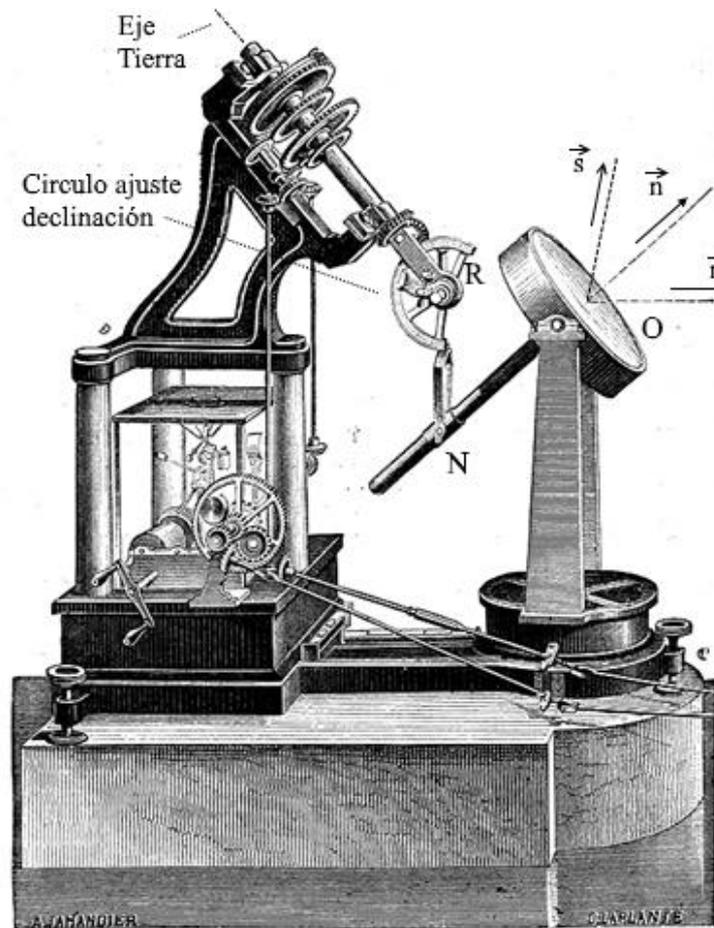


Fig. 39 *Heliostato de Gravesande*

Heliostato de Gambey (1826) (Fig. 40).

Consta de una varilla de longitud constante RO , que puede tomar alrededor del punto O una posición cualquiera: la que se desee dar al rayo reflejado. Esta varilla está hueca y lleva una horquilla a la cual está fijo el espejo, que también puede girar alrededor de OR y de OP , Siendo este último perpendicular al plano del mecanismo. Otra varilla OB , situada en el plano del espejo, se articula en una deslizadera un anillo en B . El mecanismo asegura que la distancia RB es igual a

RO de la figura 37. Un rayo solar que incida sobre el espejo paralelamente a RB se reflejará siguiendo la dirección RO.

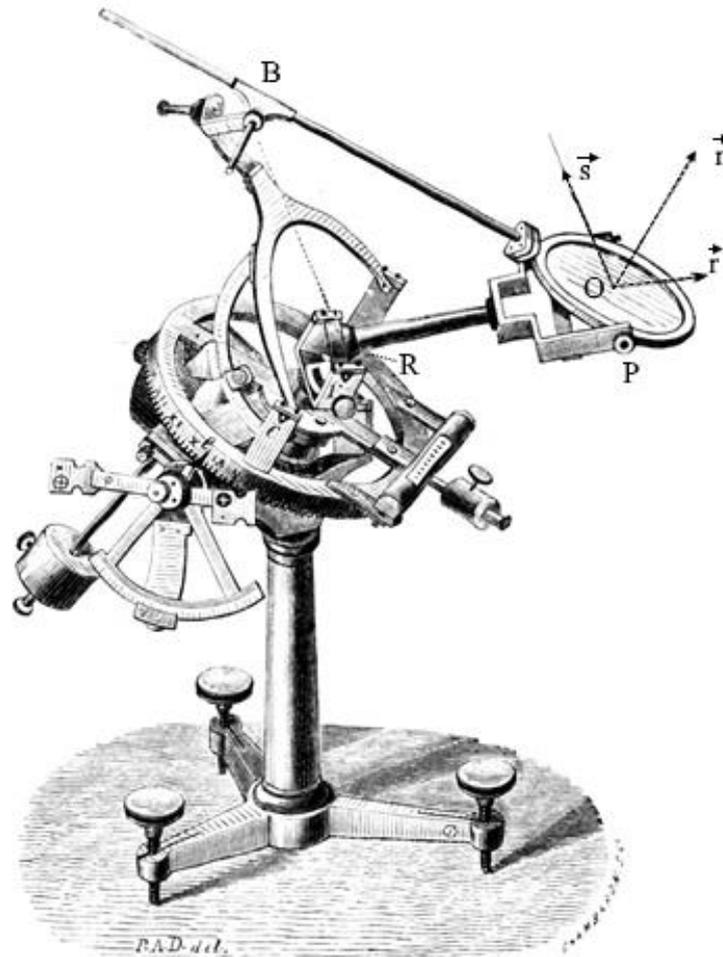


Fig. 40 *Heliostato de Gambey*

Heliostato de Silbermann (1843) (Fig. 41).

La varilla en O perpendicular a ON porta el espejo y está unida a un paralelogramo articulado ORND, cuya diagonal ON coincide con la bisectriz del ángulo ROD, es decir con la normal al punto de incidencia, estando dirigido el lado fijo del paralelogramo en la dirección OR que se quiere dar al haz reflejado.

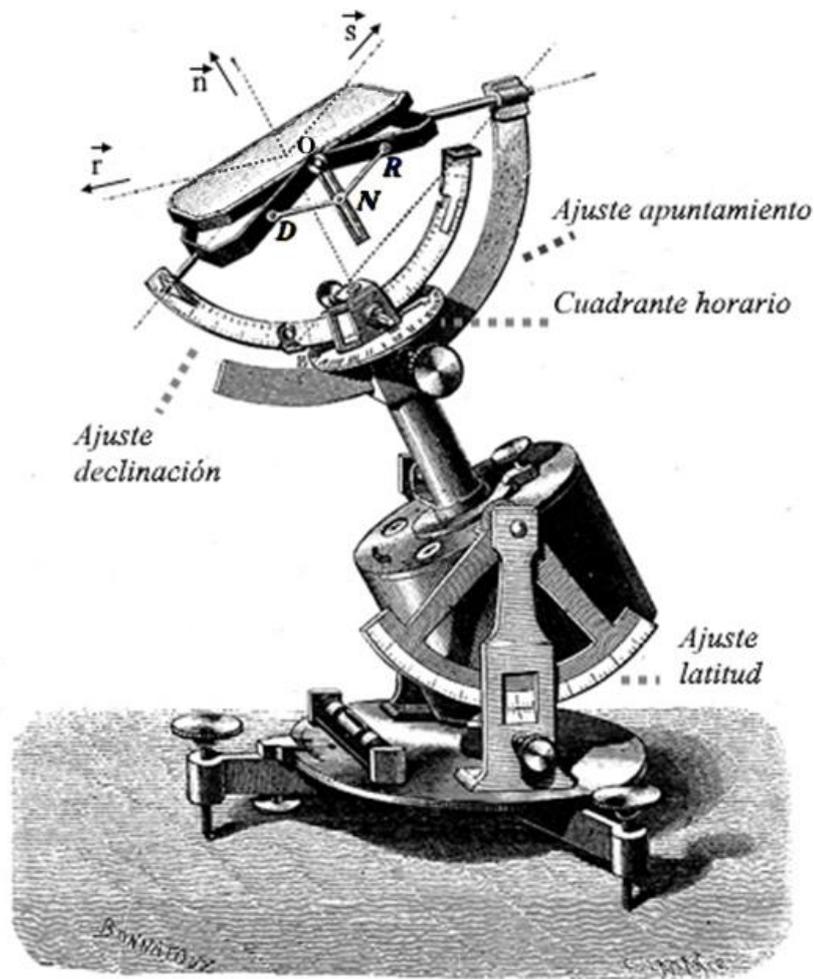


Fig. 41 *Helioestado de Silbermann*

Helioestado de Foucault (1862) (Fig. 42).

El espejo está sostenido en una horquilla de eje vertical que asegura la inmovilidad del punto O pudiendo tomar todas las direcciones posibles, dirigido por otra varilla NO normal a su superficie y articulada en N a un anillo deslizante NR a una distancia $NR = RO$. La distancia RO es fija por serlo los dos puntos extremos, por ello no se materializa con varilla. Una tercera varilla OB, situada en su plano, tiene una ranura por la cual puede pasar la prolongación RB de NR. El triángulo ORN es siempre isósceles, de forma que la perpendicular al espejo es paralela a ON, bisectriz del ángulo de los rayos incidentes y reflejados.

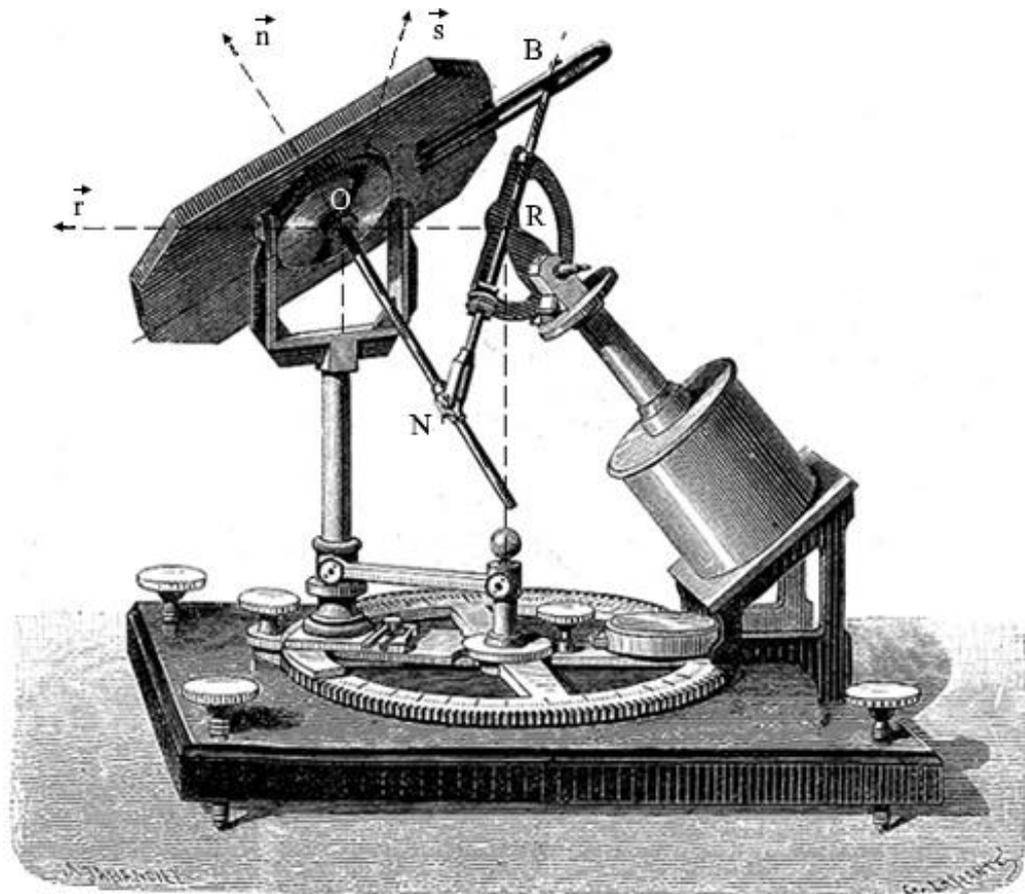


Fig. 42 *Heliostato de León Foucault*

Sentados estos principios, ya es fácil comprender el mecanismo de los cuatro sistemas de heliostatos de Gravesande, Gambey, Silbermann y Foucault, reproducidos en las figuras 39, 40, 41 y 42.

Todos los heliostatos que acaban de ser descritos anteriormente son soluciones generales del problema; ya que permiten mantener el rayo reflejado en cualquier dirección fija.

Las soluciones específicas son mucho más simples, pues en ellas se elimina totalmente el mecanismo de determinación de la bisectriz entre rayo incidente y rayo reflejado. A cambio se pierde la libertad de dirigir el rayo reflejado en cualquier dirección.

Heliostato polar o de Fahrenheit (1720) (Fig. 43).

Se trata de un espejo giratorio alrededor del eje polar, con velocidad angular constante e igual a la velocidad angular del Sol respecto a la Tierra. La normal de este espejo forma un ángulo α con el eje polar dado por la ecuación (37).

$$\alpha = 45 - \frac{\delta}{2} \quad (37)$$



Fig. 43 *Heliostato polar o de Fahrenheit*

Estas condiciones dan la ecuación de \vec{n} , como establece en la ecuación (38) para un sistema de ejes ecuatorial en que O_z = dirección polar, O_x = dirección Oeste y O_y = intersección del plano meridiano al ecuador

$$\vec{n} = \cos \alpha \operatorname{sen} \Omega t \vec{i} + \cos \alpha \cos \Omega t \vec{j} + \operatorname{sen} \alpha \vec{k} \quad (38)$$

mientras que \vec{s} , en este sistema viene dado por la ecuación (14).

Para la aplicación de la expresión (36) se considera

$$\vec{s} = \operatorname{sen} \Omega t \cos \delta \vec{i} + \cos \Omega t \cos \delta \vec{j} + \operatorname{sen} \delta \vec{k} \quad (14)$$

$$\vec{n} \cdot \vec{s} = \cos \left(45 - \frac{\delta}{2} \right) = \cos \alpha \quad (39)$$

y por lo tanto

$$\vec{r} = (2 \cos^2 \alpha - \cos \delta) (\operatorname{sen} \Omega t \vec{i} + \cos \Omega t \vec{j}) + (2 \cos \alpha \operatorname{sen} \alpha - \operatorname{sen} \delta) \vec{k} \quad (40)$$

pues se tiene en cuenta que

$$2 \cos^2 \alpha - \cos \delta = 0 \quad (41)$$

$$2 \cos \alpha \operatorname{sen} \alpha - \operatorname{sen} \delta = 1 \quad (42)$$

Este heliostato de Fahrenheit (1720) y Fraunhofer; fue el dispositivo preferido para la fotografía, ya que proporciona una cantidad invariable de la luz y el ángulo de incidencia es constante. Al recibir los rayos reflejados en un espejo fijo, se podría cambiar la dirección, pero se traduciría en una pérdida de luminosidad.

Heliostato de Littrow (1863) (Fig. 44).

También se trata de un heliostato en el que se ha eliminado completamente el mecanismo de determinación de la normal al espejo.

En él, el espejo gira a velocidad constante ($\frac{\Omega}{2}$) respecto al eje polar, estando dicho eje contenido en el plano del espejo. Por tanto \vec{n} viene dado, en un sistema ecuatorial por la expresión (44).

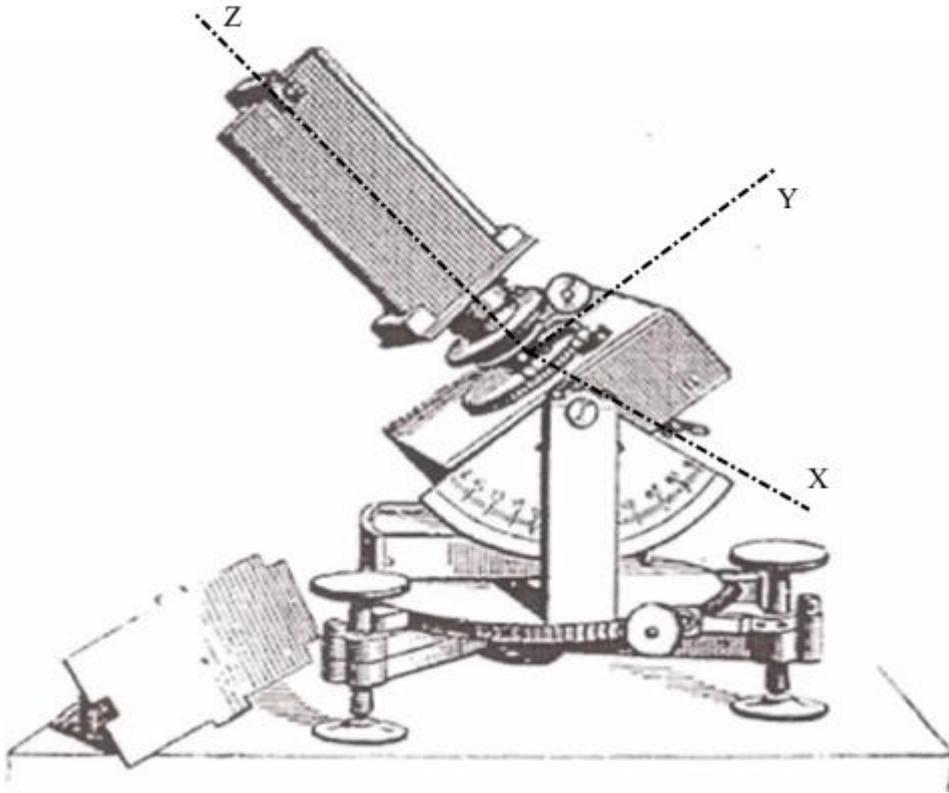


Fig. 44 *Heliostato Littrow.*

$$\vec{s} = (\text{sen } \Omega t \cdot \cos \delta) \vec{i} + (\cos \Omega t \cdot \cos \delta) \vec{j} + (\text{sen } \delta) \vec{k} \quad (43)$$

$$\vec{n} = \text{sen} \frac{\Omega}{2} t \vec{i} + \cos \frac{\Omega}{2} t \vec{j} \quad (44)$$

Aplicando (43, 44 y 36) resulta

$$\vec{r} = \cos \delta \vec{j} - \text{sen } \delta \vec{k} \quad (45)$$

En ningún caso, se ha encontrado antecedente de heliostato mecánico donde el ajuste de la declinación fuese automático. Por el contrario en todos los casos, el operador se veía obligado a ajustar manualmente el ángulo de declinación solar. Así, la función heliostática quedaba reducida a una capacidad de operación diaria.

2.2.3 Evolución y enfoque actual

Con la aparición de la energía eléctrica y con ello la iluminación artificial el uso de heliostatos cae en desuso, para resurgir a mediados de los años 70 enfocado al aprovechamiento de energía solar en centrales de torre y en hornos solares de alta temperatura. La evolución de los sistemas heliostáticos en estas últimas décadas ha sido muy importante, su objetivo sigue siendo el mismo; mantener el haz de luz solar reflejado sobre un blanco fijo, sin embargo sus materiales y funcionamiento han variado de forma significativa. En el diseño actual ya no se mantienen orientados con mecanismos de relojería como en la antigüedad, sino con motores paso a paso o servo controlados para dotarles del movimiento y la orientación con la precisión requerida, así como con controladores electrónicos de supervisión y actuación para el seguimiento, como elementos mecánicos. Además, incluyen generalmente una gran área de reflexión, una estructura mecánica de gran rigidez para sostener los espejos y poder soportar los vientos y bancadas cimentadas para albergar dichas estructuras. En los campos de torre central, normalmente los heliostatos son controlados por un ordenador central el cual calcula para cada heliostato, en función de su localización en el campo de heliostatos, el desplazamiento necesario para seguir proyectando el haz de luz solar sobre el objetivo de la torre.

La tecnología de heliostatos ha variado mucho desde los primeros diseños con dimensiones del orden del m^2 hasta los actuales de $150 m^2$, planteando problemas de deformaciones por gravedad, resistencia al viento, estabilidad de forma frente a temperaturas diferenciales, etc.

A partir de los años 70 en el siglo XX, la primera generación de heliostatos se basó en la búsqueda de sistemas de seguimiento y montajes de estructura adecuados a las exigencias de calidad de imagen y apunte. Un segundo avance consistió en modular adecuadamente la superficie reflectante y, finalmente, se trabajó con superficies reflectantes extremadamente ligeras como son las láminas tensionadas.

La evolución de los heliostatos se ha ido conformando en torno a disponer de la mayor radiación al menor coste posible. Por ello se ha ido evolucionando en la superficie reflectante, aplicando distintos tipos de materiales, modificando el tamaño, la forma, etc. En función de la superficie a posicionar, se ha ido investigando y modificando la estructura soporte, mecanismos para el montaje y posicionamiento y lógicamente en el sistema de control.

Los sistemas constructivos se basan en componentes que van conformando, dentro del nivel de precisión requerido, heliostatos sin puntos críticos concretos. Así, por ejemplo, las holguras de mecanismos deben de estar en relación con la banda muerta de los equipos de detección de posición angular; o bien, la deflexión de la estructura en consonancia con la rigidez de las facetas reflectantes.

Su diseño estructural es muy variado y se fundamenta en lograr una solución de compromiso entre resistencia y peso equilibrada (Avellaner Lacal, 1999). De esta manera, se logran diseños muy robustos frente a la resistencia del viento o al peso propio, esto a cambio de grandes masas o pequeñas superficies. Los pedestales se realizan con cimientos de hormigón en casi todos los casos.

Conceptualmente, los elementos básicos que componen los diversos sistemas heliostáticos son: superficie reflectante, estructura, mecanismos y control. Estos elementos pueden verse sintetizados en la tabla 2, de acuerdo a las diversas tipologías.

Desde el punto de vista de la superficie especular, los diseños son también extraordinariamente variados buscando todos ellos equilibrar precisiones de imagen (mínima dispersión) y tamaño de los elementos individuales o facetas.

Tabla 2 *Desarrollo conceptual de heliostatos*

AVELLANER (1999)

SUPERFICIE REFLECTANTE

MATERIAL: plata, aluminio.

SOPORTE: vidrio, metal, membrana.

FACETAS: rectangulares, circulares.

MONTAJE: fijo o ajustable.

FORMA: cuadrada, rectangular, circular.

CONSTRUCTIVAS: vidrio laminado (2+2)PVB; módulo con alma de honeycomb de aluminio o papel; núcleos de espumas de poliuretano, vidrio celular, poliestireno, etc.

ESTRUCTURA

SOPORTE FACETAS: articulada, vigas y travesaños.

PANEL REPORTABLE: sobre barra transversal y pedestal.

PANEL INFLECTANTE: sobre camino de rodadura circular.

MECANISMOS

MONTAJE: en T o de ejes perpendiculares.

COMPACTOS o separados.

CADENAS: convencionales (engranajes) o especiales (armónicos y actuadores lineales).

POSICIÓN DE REPOSO: abatible o no.

ACCIONAMIENTOS: hidráulicos, eléctricos.

CONTROL

LAZO ABIERTO (coordenadas calculadas), o lazo cerrado (en línea).

CENTRAL y/o DISTRIBUIDO.

ACCIONAMIENTO MOTORES: CC, CA.

SEGUIMIENTO: altura-azimut, polar.

SEGUIMIENTO: paso-paso o continuo.

Tabla 3 Elementos críticos de los heliostatos

AVELLANER (1999)

FACETAS	ESTRUCTURA	MECANISMOS	CONTROL
<ul style="list-style-type: none"> • CALIDAD ÓPTICA - Forma - Rugosidad - Reflectividad - Calibración - Soporte 	<ul style="list-style-type: none"> • RIGIDEZ - Viento - Propio peso - Deformaciones 	<ul style="list-style-type: none"> • HOLGURAS - Reducción - Ovalizaciones - Precisión 	<ul style="list-style-type: none"> • POSICIÓN SOLAR - Base tiempo - Tiempo refresco - Precisión
<ul style="list-style-type: none"> • RESIS. AMBIENTAL - Ciclos térmicos - Atmósfera agresiva - Estanqueidad - Ensuciamiento - Tensiones térmicas diferenciales 	<ul style="list-style-type: none"> • PEDESTAL - Cimentaciones - Calentamiento diferencial - Reposo - Ensuciamiento 	<ul style="list-style-type: none"> • IRREVERSIBILIDAD - Hermeticidad - Humedad - Polvo - Motores - Calentamiento 	<ul style="list-style-type: none"> • CODIFICADOR - Precisión - Posición - Transm. de datos - Interferencias - Estrategia apunte - Seguridad - Mapa energético

Sin duda, una de las características que más se busca en ellos es que mantengan la reflectividad, la forma, la rugosidad, etc.

Este mantenimiento requiere una gran resistencia de la superficie reflectante frente a ciclos térmicos, condensaciones, vibraciones inducidas por el viento, ensuciamiento y limpieza, etc.

También existe diversidad en los sistemas de control, tanto de posicionamiento como de accionamiento, en función de las prestaciones como pueden ser condiciones de precisión, posibilidades de comunicación, prestaciones en situaciones de emergencia, etc. Los sistemas de cálculo y seguimiento están evolucionando a pasos agigantados al disponer de un mercado, el de los micro-controladores, cada vez más avanzado y en continua evolución.

Sin duda la búsqueda de equilibrio global del sistema con todos los componentes mecánicos, seguimiento, y ópticos es una de las preocupaciones más importantes en el diseño. Esto hace que los planteamientos iniciales hayan podido ir ajustándose a las nuevas especificaciones que día a día se van acercando más a las necesidades reales de las plantas solares.

Los puntos críticos a considerar en esta tecnología de heliostatos son: rigidez de facetas y durabilidad; rigidez de la estructura de apoyo; precisión y rigidez del mecanismo de seguimiento; y precisión del bucle de control. Evidentemente existe tecnología para poder disponer de heliostatos que cumplan todas las necesidades como reflectividad, posicionamiento, rigidez, etc., pero el elevado coste para implementarlos los hace inviables, por lo que hay que llegar a un equilibrio. Los parámetros más característicos se indican en la tabla 3, pero, sin duda, el aspecto básico se centra en conseguir el equilibrio entre coste y prestaciones en las diversas aplicaciones.

Esta evolución también ha influido en el campo fotovoltaico, se han aprovechado de estos avances en el control de los heliostatos tomando los de menos prestación en cuanto a precisiones y holguras, para con ellos realizar seguidores de tal manera que montando las placas solares sobre ellos puedan realizar un seguimiento de máxima captación. La existencia de un mercado de heliostatos ha

permitido disponer de conjuntos de seguidores a precios rentables, en términos de energía captada.

2.3 Seguimiento solar

Todos los equipos de captación de energía solar que trabajen con la radiación solar directa, o que quieran maximizar la energía captada, han de disponer de un dispositivo electro-mecánico capaz de orientar dichos equipos (paneles solares o heliostatos) de manera que, siguiendo la evolución del sol en la bóveda celeste, desde el amanecer hasta el ocaso, los rayos solares permanezcan perpendiculares en los primeros (paneles solares) o los rayos reflejados permanezcan fijos en el punto objetivo en los segundos (heliostatos). Por tanto, los seguidores solares tienen un papel importante prácticamente en todos los desarrollos tecnológicos de aprovechamiento solar, especialmente para los sistemas de alta concentración solar que convierten directamente la energía solar en energía térmica o eléctrica. Se requiere un alto grado de precisión en el seguimiento del sol para asegurar que el colector solar sea capaz de aprovechar la máxima energía solar durante todo el día. En los sistemas de alta potencia de concentración solar, como los sistemas de torre receptora central, colectores cilindro-parabólicos, parabólico plato etc, que son comunes en las aplicaciones de captación de energía solar, con el fin de mantener la alta potencia de salida y la estabilidad del sistema, se hace necesario un sistema de seguimiento solar de alta precisión para seguir la trayectoria del sol desde el amanecer hasta el anochecer.

Para lograr un alto grado de precisión de seguimiento, los sistemas de seguimiento solar emplean normalmente sensores que aportan al sistema de control la retroalimentación de las señales para la corrección continua del error y mantener máxima irradiación solar sobre el receptor. En las últimas dos décadas, se han propuesto diversas estrategias y los sistemas de seguimiento se pueden clasificar en las siguientes tres categorías, en lazo abierto, lazo cerrado de seguimiento híbrido (Lee et al., 2009).

2.3.1 Tipos de seguimiento

El requisito de precisión en el seguimiento es muy dependiente del diseño y de la aplicación del reflector solar. En general, cuanto mayor sea la distancia entre el

concentrador solar y el receptor, mayor será la precisión requerida en el seguimiento ya que la imagen solar se vuelve más sensible al movimiento del seguidor. Como consecuencia, un seguimiento solar de helióstatos o “*off axis*”, requiere normalmente mucha más precisión en el seguimiento que los seguidores solares “*on axis*”, ya que en estos últimos el concentrador y receptor son solidarios, mientras que en los primeros la distancia entre el helióstato y el objetivo es normalmente mucho más grande, especialmente para un sistema de receptor de configuración de torre central. En estos casos, se requiere una precisión de seguimiento en el rango de un mili-radian (mrad) para poder mantener su buen rendimiento y alta concentración de la luz solar (Chong et al, 2010). A pesar de existir muchos métodos de seguimiento de sol “*on axis*”, la mayor parte de ellos no tienen una elevada precisión de apuntamiento por ser esta innecesaria y elevar los costes y la complejidad de los diseños. Vale la pena señalar que los sistemas de seguimiento solar “*on axis*”, adoptan normalmente dos configuraciones, que son acimut-elevación e inclinación-giro horario (rastreo polar), determinado por las fórmulas matemáticas básicas disponibles del sistema de seguimiento del sol. Para el sistema de seguimiento de acimut-elevación, los ejes de seguimiento solar deben estar estrictamente alineados tanto con el cenit como con el norte verdadero. Para un sistema de seguimiento de inclinación y giro horario, los ejes de seguimiento solar deben estar alineados exactamente tanto con el ángulo de latitud con el norte verdadero. La principal causa de los errores de seguimiento del sol es la alineación antes mencionada y puede hacer que cualquier defecto de instalación o fabricación se traduzca en baja precisión de seguimiento.

Aun cuando el diseño propuesto en esta tesis es un sistema con foco fuera del eje, debido a la distancia dentro del ámbito de aplicación (edificios), no es necesario el requerimiento de precisión de los sistemas con foco fuera del eje es decir en torno a 1 mrad. Muy al contrario se puede considerar precisión suficiente la demandada a los sistemas con foco en el eje, por lo que estos sistemas se consideran antecedentes de esta tesis, y a continuación se pasan a relacionar.

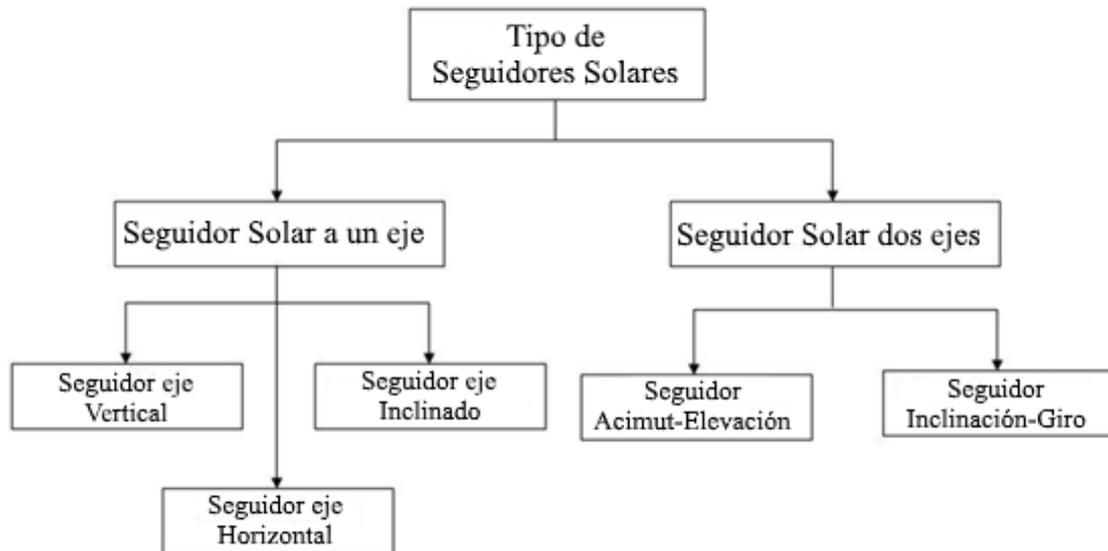


Fig. 45 Esquema de Tipos de Seguimiento

La figura 45 muestra la clasificación de los seguidores en función del tipo de seguimiento.

Seguimiento a un eje

Estos soportes realizan un movimiento de rotación por medio de un solo eje, que puede ser horizontal, vertical u oblicuo. Sólo se podrá variar la inclinación o el azimut, pero no ambos a la vez.

Es un seguimiento incompleto, más sencillo y económico que el seguimiento en dos ejes. Los tipos de seguimiento a un eje son los siguientes:

-Seguimiento Horizontal a un eje Norte-Sur.

En este caso la superficie plana gira sobre un eje horizontal orientado en dirección norte-sur en posición paralela al suelo (Fig. 46). El giro se ajusta para que la normal a la superficie coincida en todo momento con el meridiano terrestre que contiene al Sol.

Esta configuración presenta para lugares situados en una latitud considerable el inconveniente de que recibe los rayos del Sol con un ángulo de incidencia muy elevado, lo cual disminuye la energía recogida. Debido a esto, esta configuración

parece más adecuada en zonas situadas entre los trópicos, donde la altura de inclinación del Sol es muy elevada.

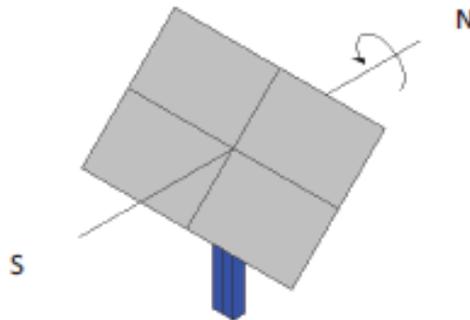


Fig. 46 Seguimiento a un eje N-S horizontal

-Seguimiento a un eje polar Norte-Sur.

Se diferencia del anterior en que el eje no está paralelo al suelo, sino que forma un ángulo con él igual o no a la latitud del lugar en que se sitúa. En este caso el giro se ajusta para que la normal a la superficie coincida en todo momento con el meridiano terrestre que contiene al Sol. La velocidad de giro es de 15° por hora. Con esta configuración, el seguidor solar se podrá situar tanto en zonas de latitudes elevadas como en zonas cercanas al ecuador.

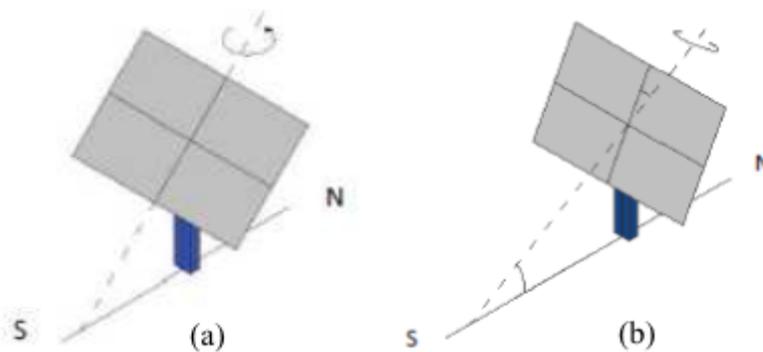


Fig. 47 Seguimiento a un eje polar N-S inclinado la latitud del lugar

La figura 47 muestra dos ejemplos representativos del seguimiento polar. En el primer caso, la inclinación del panel receptor coincide con el ángulo de latitud y en el segundo caso, este ángulo es distinto, es decir, el ángulo de inclinación del panel no coincide con el de la latitud.

-Seguimiento Horizontal a un eje Este-Oeste.

Esta configuración sitúa el eje paralelo al suelo y con dirección Este-Oeste (Fig. 48). De esta forma los paneles pueden girar sólo para seguir el Sol en su ángulo de altitud, corrigiendo la posición de los paneles cada día debido a la declinación que sufre el Sol. No suele ser muy utilizada debido a que la energía recogida con esta configuración es mucho menor a la obtenida con otras.

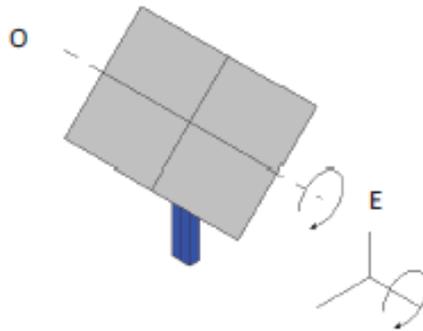


Fig. 48 Seguimiento a un eje E-O horizontal

-Seguimiento Acimutal a un eje.

En este caso, la superficie gira sobre un eje vertical. El ángulo de inclinación de la superficie es constante e igual a la latitud del lugar. El giro se ajusta para que la normal a la superficie coincida en todo momento con el meridiano local que contiene al Sol (Fig. 49). La velocidad de giro es variable a lo largo del día.

La mecánica de los seguidores acimutales es particularmente sencilla y robusta, lo que ocasiona que se compense la menor colección de radiación con respecto a los seguidores en dos ejes, por lo cual son los más utilizados en la práctica.

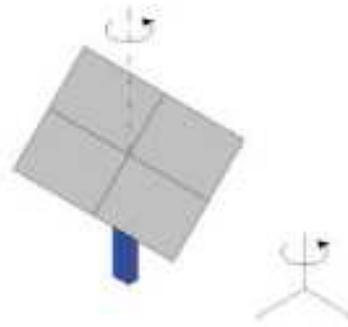


Fig. 49 Seguimiento a un eje acimutal

Seguimiento a dos ejes

Con este tipo de seguimiento se consigue que los rayos solares se sitúen en el plano normal a la superficie reflectora y/o paralelos a la normal al colector a lo largo de todo el día, es decir, esta situación permite la libertad total de movimiento (norte-sur y este-oeste), lo cual asegura la máxima captación de energía solar.

Para conseguir captar la máxima cantidad de radiación posible, con este tipo de seguimiento solar en el que el ángulo de incidencia de los rayos del Sol en el módulo es 0° , la inclinación de la superficie del módulo ha de ser igual al ángulo cenital del Sol, y el azimut deberá ser cero, es decir, que los módulos estén orientados totalmente al sur.

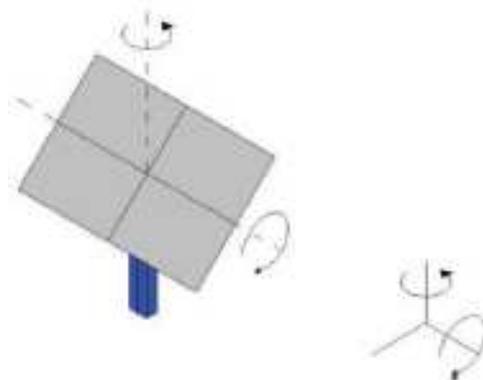


Fig. 50 Seguimiento a dos ejes

La figura 50, muestra un esquema de un posible tipo de seguimiento a dos ejes, en el que el movimiento se realiza con respecto a un eje vertical y a un eje Este-Oeste horizontal. Sin embargo, en el seguimiento a dos ejes se pueden dar todas las combinaciones posibles que ayuden a captar la máxima cantidad de energía.

2.3.2 Descripción y componentes de un sistema de seguimiento

Un sistema de seguimiento está formado principalmente por:

Subsistema mecánico

Encargado de proporcionar al seguidor precisión en el seguimiento. Como ya se mencionó anteriormente, esta precisión deberá ser mayor o menor dependiendo de la aplicación que se le dé al heliostato. Es decir, en sistemas de media y alta concentración, errores en la precisión podrán ocasionar una bajada notable de la producción. Sin embargo, en nula o baja concentración los errores de seguimiento no afectarán sensiblemente a la misma.

Esta parte ha de estar diseñada para soportar las inclemencias meteorológicas, y además ha de tener una vida útil igual o similar a la del panel solar o, en el caso de estudio objeto de esta Tesis Doctoral, del espejo.

Subsistema de accionamiento

El accionamiento de los seguidores solares se puede hacer con motores eléctricos (de corriente continua o de corriente alterna), con sistemas hidráulicos o con sistemas pasivos o gravitacionales. Se puede decir que el accionamiento mediante un motor eléctrico es el más usado, ya que permite una facilidad de control mucho mayor que en los otros accionamientos. En el mercado, resultan más comunes los motores eléctricos de corriente alterna, aunque también se pueden encontrar motores que funcionan con corriente continua.

El accionamiento hidráulico no suele ser muy utilizado debido a que requiere de otra instalación para su funcionamiento, por lo que, solo tiene sentido usarlo en

seguidores de un gran tamaño en los que se necesiten fuerzas muy elevadas para conseguir el movimiento.

El accionamiento por gravedad permite un ahorro energético mayor ya que no precisa de alimentación eléctrica para funcionar. El funcionamiento se basa en situar un líquido que se evapore a una cierta temperatura dentro de un conducto alrededor de la estructura de los paneles. En el momento que un lado reciba la radiación solar, el líquido de ese lado se evapora y pierde densidad, por lo que el otro lado pesa más y permite que el seguidor gire buscando el Sol.

Dependiendo del tipo de seguimiento que se desee hacer, se necesitará un motor cuando el seguimiento sea en un eje, o dos motores cuando lo sea a dos ejes.

Subsistema de control

Actualmente, en los sistemas de seguimiento solar, los principales tipos de control que se utilizan son los siguientes:

- a) Control por microprocesador con retroalimentación.

Se basa en la utilización de sensores que se valen de la radiación solar directa para detectar la posición del Sol. Para ello, los sensores están constituidos por elementos fotosensibles montados sobre el panel que se mueven solidariamente con el mismo.

Este tipo de control se fundamenta en la programación de un microprocesador, de forma que el sensor le marque una referencia de posición cada determinado tiempo, con objeto de provocar el funcionamiento de los motores que gobiernan los ejes hace que se alcance ese valor de referencia. Este valor de referencia irá variando conforme varíe el movimiento del Sol, por lo que el microprocesador nunca alcanzará la referencia y el sistema estará en continuo movimiento siguiéndolo.

Estos sensores permiten alcanzar precisiones de seguimiento de $0,1^\circ$ en situaciones óptimas, y suelen inhibirlo ante baja irradiancia o nubes. Por la

noche los seguidores regresan al Este. Tanto al amanecer, como en el caso de nubes u otras circunstancias que oculten el Sol, se produce una notable desorientación de los colectores guiados por un sistema de foto-sensor.

Por tanto, resulta esencial la utilización de un sistema auxiliar de búsqueda del Sol, que ordene el giro de los motores hasta que se recupere de nuevo la puntería. Este tipo de sistema de control por sensores es el más utilizado debido a que está totalmente automatizado.

El principal inconveniente que quizás presente es su alto coste por la utilización de los sensores de irradiancia.

b) Control por microprocesador en bucle abierto: coordenadas calculadas.

En el enfoque de seguimiento de bucle abierto, el programa de control llevará a cabo el cálculo para identificar la trayectoria del sol utilizando una fórmula de seguimiento solar específica con el fin de conducir el colector solar. Los sensores que se emplean en bucle abierto sirven para determinar los ángulos de giro de los ejes de seguimiento y garantizar que el colector solar está posicionado en los ángulos que el controlador ha calculado. Esta técnica a diferencia del control por microprocesador con retroalimentación, no necesita de sensores para determinar la posición en la que se encuentra el Sol.

En este caso, como el movimiento del Sol en cada instante puede ser conocido utilizando cálculos astronómicos, se programan directamente en el microprocesador esas ecuaciones o unas derivadas de estas que sean compatibles con la configuración mecánica del sistema, de forma que el propio microprocesador calcula la posición a la que debe estar en cada momento.

Este tipo de seguimiento en comparación con el seguimiento por foto-sensores, no se verá afectado por las nubes u otras circunstancias que puedan producir errores de puntería como puede ocurrir en el sistema de control por microprocesador con retroalimentación.

c) Control por microprocesador híbrido.

En lugar de las opciones anteriores, algunos investigadores han diseñado un sistema híbrido (Lee et al., 2009) que contiene sensores tanto en lazo abierto como en lazo cerrado para lograr una buena precisión de seguimiento. El funcionamiento es como sigue, en un primer enfoque del seguidor se realiza el posicionamiento por coordenadas calculadas, y el ajuste fino de apuntamiento lo realiza mediante sensores de irradiancia.

Los métodos de seguimiento mencionados anteriormente son operados por cualquier sistema de control basado en micro-controlador en PC o en PLC (Controladores Lógicos Programables), que mediante la aplicación de las fórmulas adecuadas según el caso (tipo de seguimiento y bucle empleado), puedan conseguir el fin de rastrear la posición del sol y mantener el sistema en el apuntamiento adecuado.

Los mecanismos de seguimiento de acimut-elevación e inclinación-giro son algunos de los métodos de seguimiento de sol más utilizados. Cada uno de estos dos métodos de seguimiento solar tiene su propia fórmula de seguimiento de sol específica. Con el fin de unificar los algoritmos de control, algunos estudios (Chong y Wong, 2009) proponen una fórmula general de seguimiento del sol que no proporcione una solución matemática general, sino que pueda mejorar la precisión del seguimiento de sol contemplando también el error de instalación del colector solar. La ventaja de este seguimiento es que la precisión de la alineación del basamento durante la instalación del colector solar se convierte en un proceso menos crítico porque cualquier configuración imprecisa en los ejes de seguimiento se puede compensar fácilmente cambiando los valores de los parámetros en la fórmula general de seguimiento solar. Mediante la integración de la nueva fórmula general en el sistema de seguimiento solar de bucle abierto, esta estrategia es definitivamente una manera rentable para ser capaz de remediar el error de instalación del colector solar con una mejora significativa en la precisión de seguimiento.

2.3.3 Ventajas productivas del seguimiento

La potencia y orientación de la radiación solar varía según el día del año, la hora, las condiciones atmosféricas y la latitud del lugar de la posición del panel solar. Debido a estos cambios en la dirección de los rayos solares, la energía solar obtenida en un año por paneles con seguimiento es un 30% superior a la obtenida por paneles fijos.

2.4 Modelos de heliostatos

Existen sin duda toda una variedad de heliostatos y sistemas heliostáticos en el mercado y en estudio; unos van buscando la precisión en el seguimiento, otros en el apuntamiento, otros la economía de implantación, otros de mantenimiento, etc. A continuación, se presenta una clasificación en cuanto al reflector y qué tipo de seguimiento se utiliza:

- Reflector convencional
 - Disco-Parabólicos (seguimiento a dos ejes, figura 51)
 - Seguimiento a Azimut-Elevación
 - Seguimiento Inclinación-Giro



Fig. 51 *Sistema DISTAL I Plataforma Solar de Almería*

- Cilindro-Parabólicos (seguimiento a un eje, figura 52)
 - Seguimiento horizontal



Fig. 52 *Colectores CPs (Andasol 1 Granada)*

- Planos (seguimiento a dos ejes, figura 53)
 - Seguimiento a Azimut-Elevación
 - Seguimiento Inclinación-Giro



Fig. 53 *Colector Heliostato Sanlúcar 120*

- Reflector de Multifaceta
 - Fresnel Lineal (seguimiento a un eje, figura 54)
 - Seguimiento horizontal



Fig. 54 *Colector Fresnel FRESDEMO (Plataforma Solar de Almería)*

- Disco Parabólico Multifaceta (seguimiento a dos ejes, figura 55)
 - Seguimiento a Azimut-Elevación
 - Seguimiento Inclinación-Giro



Fig. 55 *Colector Multifaceta Planta demo en Solúcar, Sevilla*

3. METODOLOGIA

El estudio de optimización de heliostatos es uno de los puntos de mayor interés tecnológico en la extensión del uso de la energía solar. Esto es debido a que estos dispositivos se integran en múltiples tipologías de instalación como se ha mencionado anteriormente.

En el Grupo TEP-215: “Física para las Energías Renovables” de la Universidad de Córdoba se ha venido desarrollado una línea de investigación consistente en el diseño implementado de un mecanismo para un dispositivo heliostático polar que presenta la novedad de necesitar solamente un accionamiento para el posicionamiento tanto en elevación como en giro del plano del espejo primario. Al tratarse de un heliostato para pequeñas aplicaciones, en el que las distancias recorridas por los rayos reflejados son menores, la prioridad de esta línea de investigación es simplificar los mecanismos de seguimiento heliostático aunque esto implique sacrificar precisión en el enfoque. Así, por ejemplo, normalmente, el error de seguimiento de los heliostatos para hornos solares y centrales de torre es del orden de 1 mrad (Aiuchi et al., 2006), pero en aplicaciones urbanas el moverse en el orden de 3 mrad, supone un desvío del orden de centímetros en focos alejados 100 m. Así, un valor de error sistemático alrededor de 3 mrad es insignificante y considerablemente inferior al valor del diámetro solar aparente que es de 9 mrad.

3.1 Principios astronómicos del diseño propuesto: requerimientos de un heliostato polar ideal.

La dirección con que los rayos solares inciden sobre la superficie terrestre depende de la posición relativa entre la Tierra y el Sol que, a su vez, viene determinada por el movimiento de traslación y rotación de la Tierra. Para representar la dirección de los rayos se utiliza el vector solar \vec{s} dada por la ecuación (14), que se define como un vector unitario en la dirección de los rayos

solares (Sproul 2007). La figura 56 muestra el vector solar en un sistema de referencia ecuatorial con origen en el centro de la Tierra y en el que el plano OXY coincide con el plano del Ecuador y, consecuentemente, el eje Oz con el eje de rotación de la Tierra. El eje Oy se elige de modo que se cumple alguno de los tres criterios equivalentes:

- OYZ, sea un plano vertical del observador terrestre.
- OYZ, sea el plano meridiano del observador terrestre.
- La culminación solar ocurra en el plano OYZ

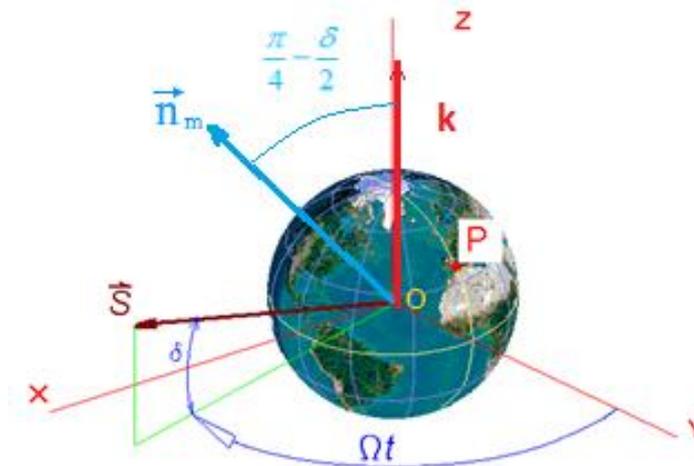


Fig. 56 Vector solar y normal al espejo

De la definición de heliostato polar, se establece que tras la reflexión en él, los rayos solares directos deben emerger paralelos al eje terrestre de forma que, en aquellos casos en los que sea necesario, el posterior redireccionamiento hacia otras direcciones se puede conseguir mediante espejos secundarios. De acuerdo con esto, en este sistema de referencia descrito, se entiende el heliostato polar ideal como un espejo cuyo vector normal \vec{n}_m debe estar contenido en la bisectriz del ángulo formado por el vector \vec{k} (vector unitario en la dirección del eje Oz y, por tanto, paralelo al eje de rotación terrestre) y el vector solar \vec{s} .

La ecuación (46) y (14):

$$\vec{s} = \text{sen } \Omega t \cdot \cos \delta \vec{i} + \cos \Omega t \cdot \cos \delta \vec{j} + \text{sen } \delta \vec{k} \quad (14)$$

$$\vec{n}_m = \frac{\vec{s} + \vec{k}}{|\vec{s} + \vec{k}|} \quad (46)$$

Implica la ecuación (47)

$$\vec{s} + \vec{k} = \text{sen } \Omega t \cos \delta \vec{i} + \cos \Omega t \cos \delta \vec{j} + (\text{sen } \delta + 1) \vec{k} \quad (47)$$

y como

$$|\vec{s} + \vec{k}| = \sqrt{(\vec{s} + \vec{k}) \cdot (\vec{s} + \vec{k})} = \sqrt{\vec{s} \cdot \vec{s} + \vec{k} \cdot \vec{k} + 2\vec{s} \cdot \vec{k}} = \sqrt{2 + 2\text{sen } \delta} \quad (48)$$

$$\vec{n}_m = \frac{\cos \delta}{\sqrt{2 + 2\text{sen } \delta}} \text{sen } \Omega t \vec{i} + \frac{\cos \delta}{\sqrt{2 + 2\text{sen } \delta}} \cos \Omega t \vec{j} + \frac{\text{sen } \delta + 1}{\sqrt{2 + 2\text{sen } \delta}} \vec{k} \quad (49)$$

Trigonométricamente se demuestra que:

$$\frac{\cos \delta}{\sqrt{2 + 2\text{sen } \delta}} = \text{sen} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\delta}{2} \right) \quad (50)$$

y

$$\frac{\text{sen } \delta + 1}{\sqrt{2 + 2\text{sen } \delta}} = \cos \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\delta}{2} \right) \quad (51)$$

La expresión (53), admite interpretación geométrica, pues \vec{k} y \vec{s} forman un ángulo de $\left(\frac{\pi}{2} - \delta\right)$, y el ángulo entre \vec{n}_m , denotado como α , será constante y dado por la ecuación (52).

Definiendo α en la ecuación (52)

$$\alpha = \frac{\pi}{4} - \frac{\delta}{2} \quad (52)$$

$$\vec{n}_m = \text{sen}\alpha \text{sen}\Omega t \vec{i} + \text{sen}\alpha \cos\Omega t \vec{j} + \cos\alpha \vec{k} \quad (53)$$

El movimiento del vector normal al espejo de un heliostato polar en un sistema ecuatorial puede expresarse mediante la ecuación (53).

De esta forma, el vector \vec{n}_m gira diariamente a velocidad uniforme ($2\pi/24$ rad/h) alrededor del eje polar describiendo un cono de revolución y formando con respecto a dicho eje un ángulo igual a $\frac{\pi}{4} - \frac{\delta}{2}$.

respecto a dicho eje un ángulo igual a $\frac{\pi}{4} - \frac{\delta}{2}$.

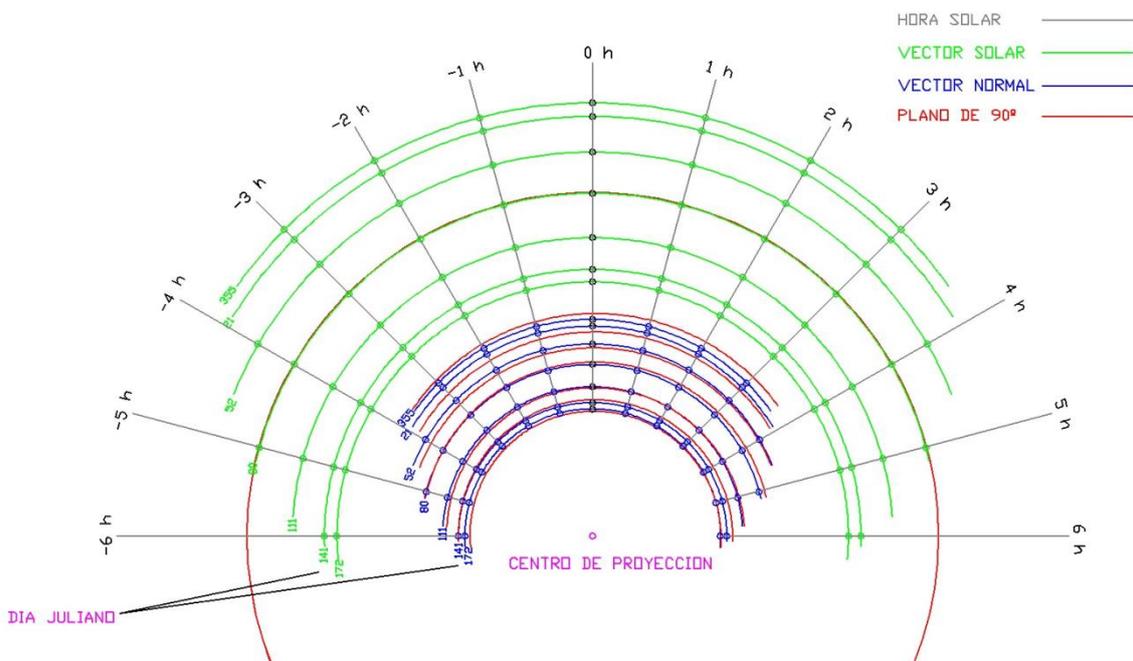


Fig. 57 Trayectoria en proyección hemisférica polar de \vec{s} para los días 21 de diciembre a 21 de junio. Posición de \vec{n}_m

La visualización gráfica de la evolución de \vec{n}_m se representa mediante la carta hemisférica polar de la figura 57.

Dado que los vectores \vec{s} y \vec{n}_m son unitarios, si se disponen de modo que sus orígenes coincidan con el origen de coordenadas (0,0,0), sus extremos estarán situados sobre la esfera unidad. Las trayectorias de dichos extremos se representan

en figura 57 para siete días significativos del año: los dos solsticios, un equinoccio y cuatro días intermedios.

3.2. Principios mecánicos del diseño propuesto

El heliostato presentado consiste en un mecanismo sencillo y un sistema de control electrónico que permite que el vector normal a un espejo se aproxime al movimiento descrito en la ecuación (41).

La figura 58 muestra el esquema del mecanismo propuesto. Consiste en un eje rotativo A-A' y un cuadrilátero deformable en el que hay dos barras de longitud fija, y articuladas en los puntos B, C y D. La primera de ellas, la barra CD, es una barra de longitud fija a articulada en los puntos C y D. Dicha barra se une al soporte 4 soldado en el extremo superior (A') del eje A-A', mediante una bisagra con un grado de libertad (1 gdl) en el punto D. La segunda barra que forma el brazo deformable, la barra BC, es de longitud fija b y está articulada en los puntos C y B. De esta forma, ambas barras están articuladas entre sí en el punto común C (1 gdl). En su extremo contrario, la barra BC, se une en B, mediante una bisagra (1 gdl), a la pieza 3. La distancia entre la articulación B y el eje A-A', medida sobre la perpendicular al eje, es fija y se denota con la letra c .

La pieza 3 es una rueda dentada que gira por la acción de una correa accionada por un motor en el plano horizontal, permaneciendo a una altura fija respecto al plano horizontal sobre el que se instala el dispositivo heliostático. La rueda 3 rige el giro del eje A-A' paralelo al eje Z en un sistema de ejes ecuatorial que, de esta forma, se desplaza manteniendo constante la recta que contiene su eje, atornillándose en la tuerca 1. Esta tuerca 1 se mantiene fija a la Tierra mediante un soporte y gracias al rodamiento 2 que permite el giro de la rueda 3 respecto a la tuerca 1. Así, si el eje de la tuerca se mantiene paralelo al eje polar, queda garantizado que el eje de rotación A-A', también permanece paralelo al eje de rotación de la Tierra. Asimismo, las tres articulaciones en B, C y D obligarán a que las barras BC y CD estén siempre en un plano que contiene al eje A-A'.

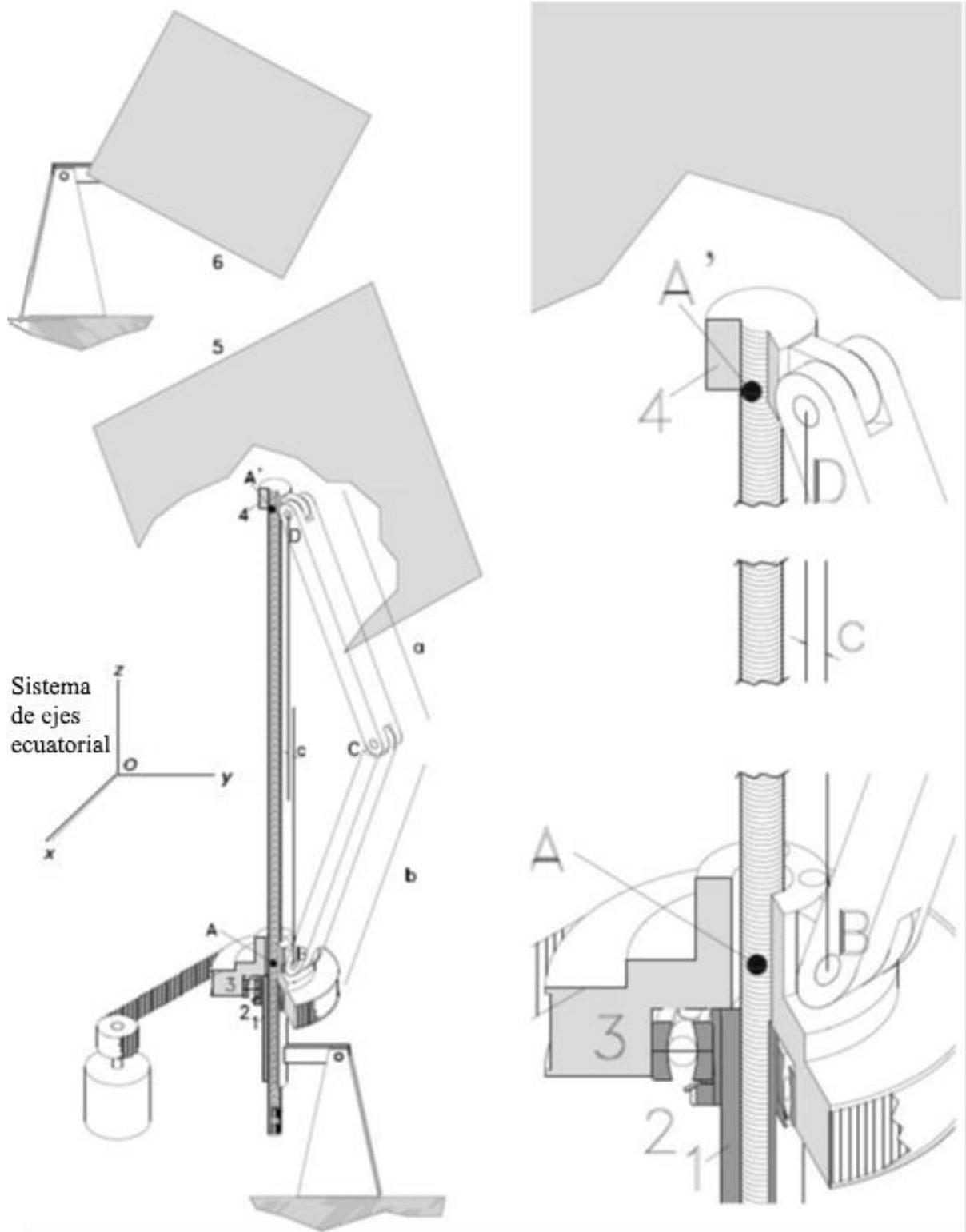


Fig. 58 Heliostato polar propuesto.

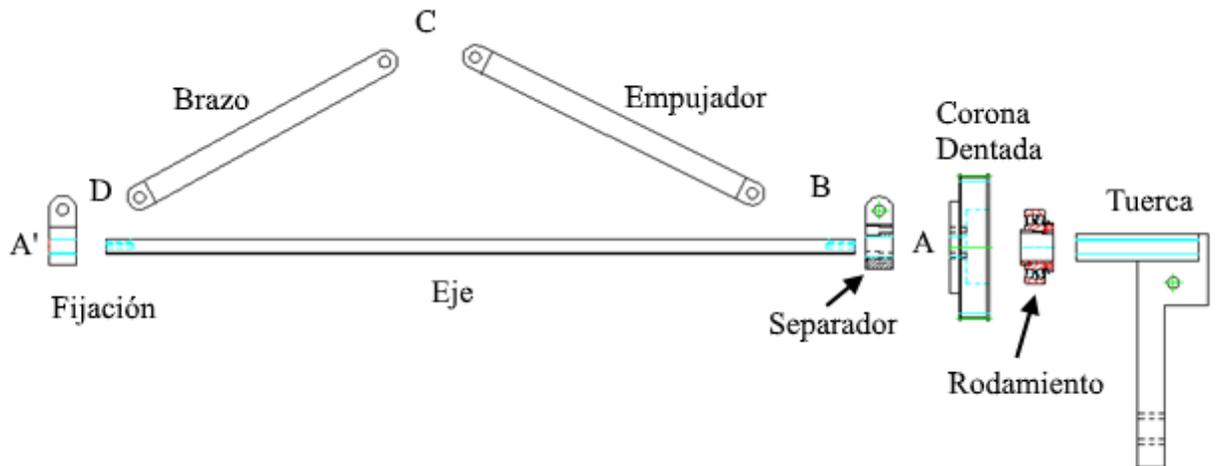


Fig. 59 Despiece del prototipo y designación funcional de elementos.

Finalmente, apoyado sobre la barra CD del brazo deformable, se sitúa un espejo M. Consecuentemente, el plano del espejo será perpendicular al del plano que contiene al polígono deformable.

Además, para el correcto apuntamiento al eje polar, de los rayos reflejados, conviene comprobar que en el momento del mediodía solar o culminación del sol, el cuadrilátero esté contenido en el plano meridiano (plano vertical con dirección N-S).

De acuerdo con el mecanismo descrito, el movimiento de la rueda 3 dará lugar a que el eje A-A' gire en torno a la tuerca fija 1, variando la distancia entre los puntos B y D y, consecuentemente, el ángulo β entre el eje A-A' y la barra CD sobre la que se apoya el espejo M y la dirección del vector normal al mismo.

En la figuras 60 y 61, se observa que, de acuerdo con la geometría descrita y dado que el vector normal al espejo será siempre perpendicular a la barra CD, el ángulo β es igual al ángulo complementario al formado por el vector normal al espejo y el vector \vec{k} , esto es α . Dado que para una orientación perfecta del espejo, del heliostato polar, como se ha visto en el epígrafe anterior, el ángulo entre el vector

normal al espejo y el vector \vec{k} viene dado por la ecuación (52), consecuentemente, el ángulo β para un alineamiento óptimo deben satisfacer la ecuación (54).

$$\beta = \frac{\pi}{2} - \alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\delta}{2} \quad (54)$$

De acuerdo con esto y teniendo en cuenta el intervalo de variación anual de la declinación, $[-\delta_{max}, +\delta_{max}]$, es importante tener en cuenta que el valor del ángulo β puede variar en el intervalo $[\frac{\pi}{4} - \frac{\delta_{max}}{2}, \frac{\pi}{4} + \frac{\delta_{max}}{2}]$.

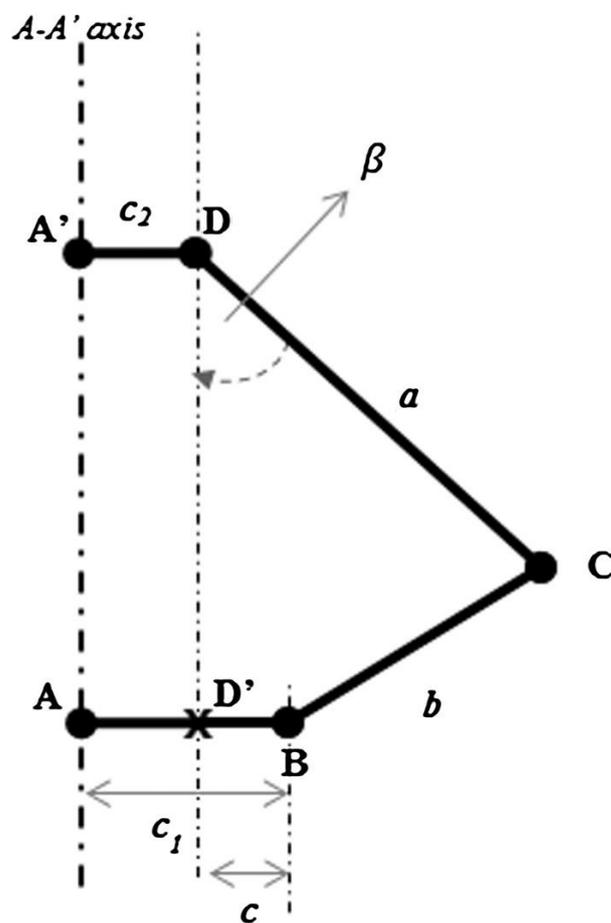


Fig. 60 Ángulo óptimo entre el vector normal del espejo y el eje de rotación de la Tierra.

Dicho intervalo impone restricciones en el diseño del dispositivo y, más concretamente, en las dimensiones de los brazos, ya que, aunque el brazo BCD es deformable, algunas combinaciones no permiten que el intervalo real de variación

del ángulo β contenga todos los valores requeridos. Así, la figura 62 muestra la disposición extrema que permitiría alcanzar el valor máximo del ángulo β . En ella se aprecia que la geometría del sistema debe cumplir siempre las restricciones impuestas por las condiciones (55).

$$c + b \geq a \cdot \operatorname{sen} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\delta_{\max}}{2} \right) \quad (55)$$

$$\frac{c}{a+b} < \operatorname{sen} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\delta_{\max}}{2} \right)$$

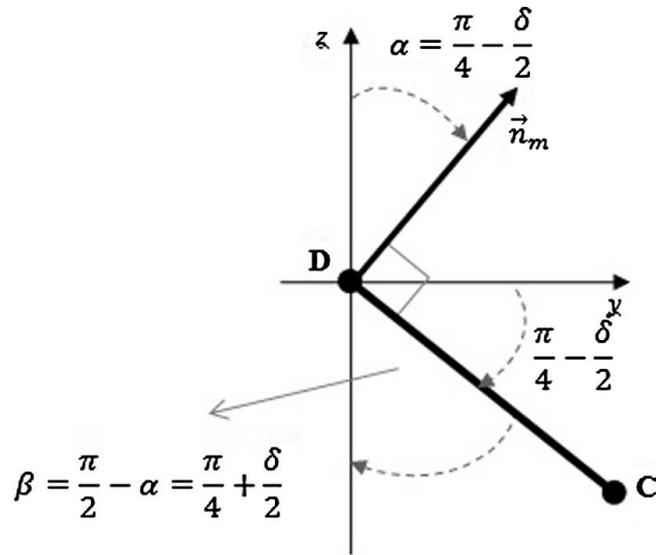


Fig. 61 Restricción geométrica del heliostato

Como se ha dicho anteriormente, el mecanismo descrito se controla solamente mediante el giro de 3 que realiza dos tipos de movimiento. El primer movimiento necesario se debe a la variación de la altura de la trayectoria solar y trata de orientar al espejo en función de ésta procurando que el ángulo β que forma la barra CD con el eje A-A', se aproxime en la máxima medida a la ecuación (54), tal y como se ha justificado anteriormente. Consecuentemente, dicho movimiento depende únicamente de la declinación y, por tanto, del día juliano por lo que variará sólo una vez al día, preferiblemente en las horas de la noche. Este movimiento vendrá determinado por el número entero de vueltas "i" dadas al eje

A-A' en el sentido adecuado, lo que hará variar la distancia entre los puntos B y D del eje A-A' y consecuentemente el ángulo β .

El segundo movimiento tiene como objetivo seguir al sol en su movimiento a lo largo del día y consiste, por tanto, en un giro a velocidad constante e igual a Ω que comienza en el amanecer y termina al ocaso. En ese momento, el dispositivo retorna en sentido inverso para esperar la salida del sol al día siguiente. El movimiento diario hace que el plano definido por el vector solar y el eje OZ coincida con el plano que contiene al polígono deformable.

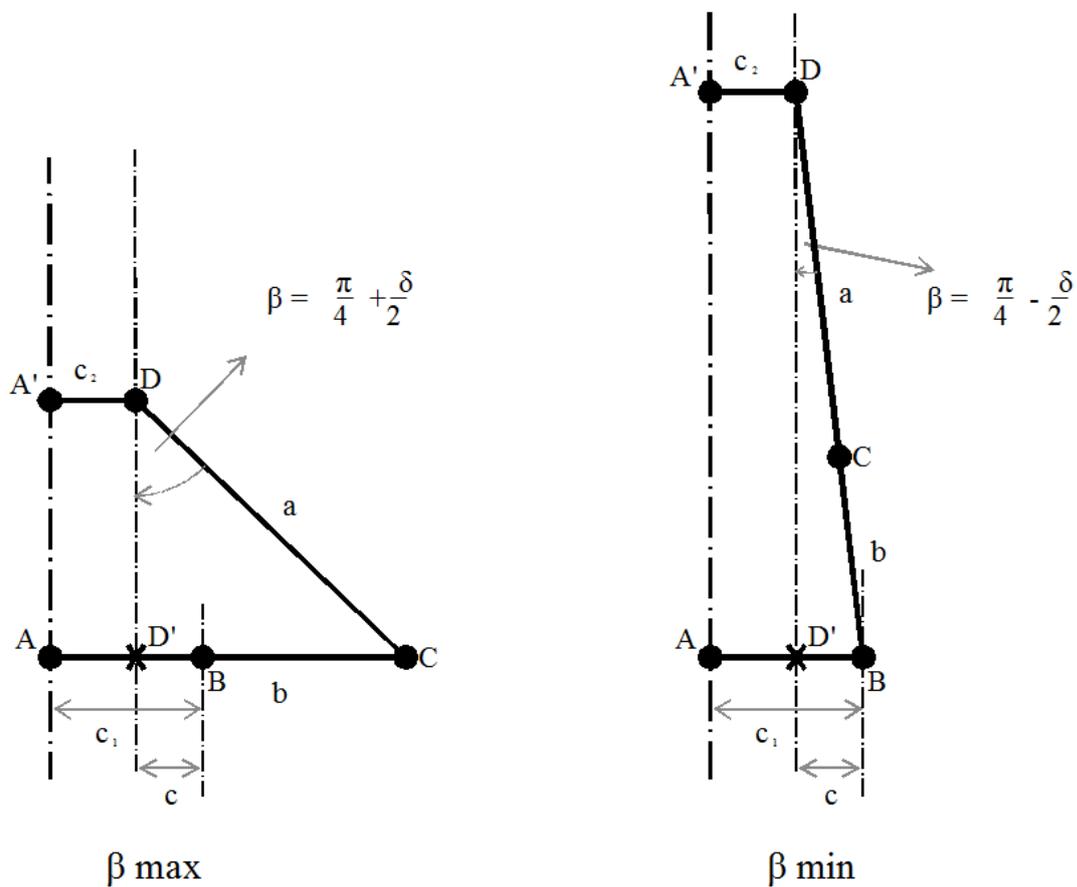


Fig. 62 Valores extremos para ángulo β

De esta forma, la posición del dispositivo en cada momento vendrá dado por la superposición de los dos movimientos de forma que el ángulo γ que forma el plano que contiene al eje A-A' y al brazo deformable con el plano del meridiano del lugar en el día del montaje y calibración del sistema vendrá dado por la ecuación (56).

$$\gamma = 2\pi i + \Omega t \quad (56)$$

donde $i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ representa el número entero de vueltas dadas al eje A-A' correspondientes al primer movimiento y t el tiempo solar transcurrido, tomando como origen de la escala temporal el mediodía solar.

Si la hélice que constituye el tornillo se numera de modo que a cada bucle de hélice se le asigne un número entero, "i", puede interpretarse como el numeral asignado al bucle de tornillo más cercano al punto "i".

La figura 63 muestra la disposición del mecanismo como se observaría desde el plano de tierra.

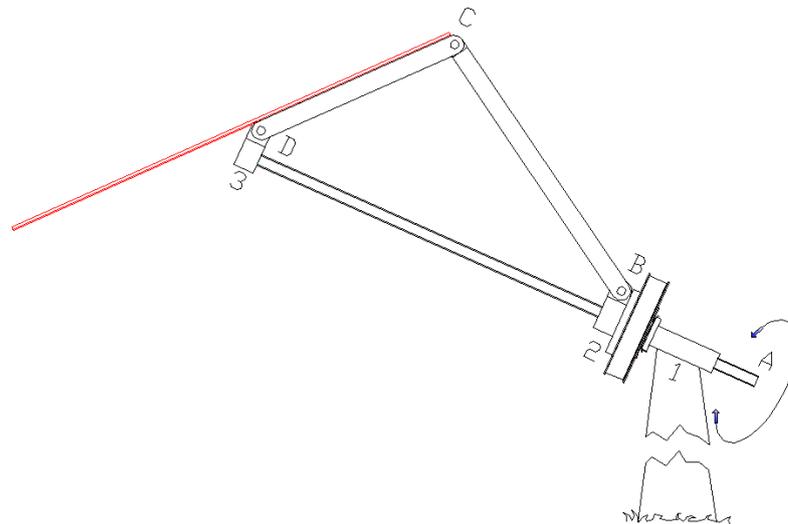


Fig. 63 Esquema del heliostato.

Con el mecanismo descrito los rayos saldrán reflejados en una dirección próxima al eje roscado o eje de la tierra. No obstante, resulta inevitable la existencia de un error sistemático que dependerá de la geometría de los diferentes componentes y fundamentalmente del paso de rosca del tornillo p , y que se estudia en el siguiente epígrafe.

Finalmente, es importante destacar que el dispositivo permite asociar diferentes heliostatos de manera que puedan ser movidos por un único motor figura 64 así como aplicarlo a sistemas de concentración solar mediante la disposición de espejos secundarios.

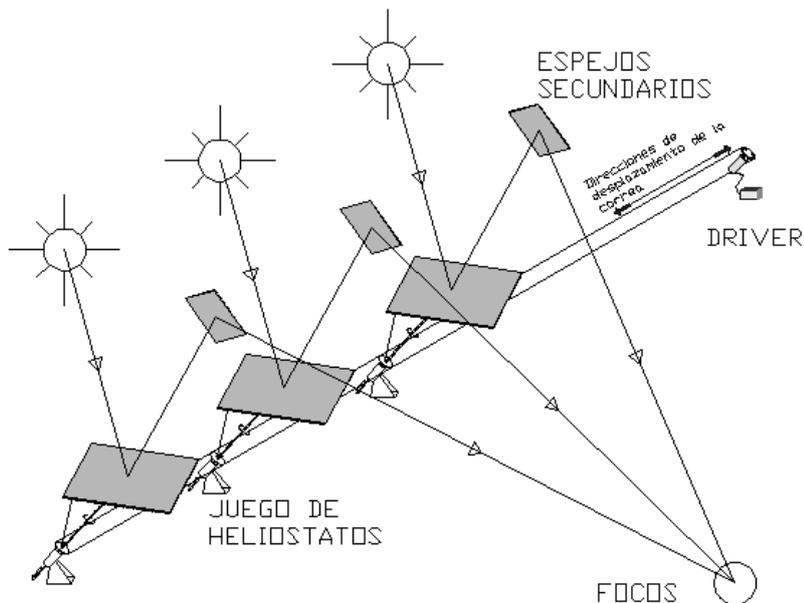


Fig. 64 Propuesta de asociación de varios dispositivos para ser movida con un motor único y de la utilización de espejos secundarios a fin de obtener la concentración en dos estados.

3.3 Análisis teórico del error de apuntamiento del dispositivo.

La figura 65a muestra la posición inicial del dispositivo en el momento de su montaje y calibración. En ella d_0 representa la diferencia de coordenada Z en un

sistema de referencia ecuatorial de los puntos B y D. Por convención, se considera que para la calibración, el polígono articulado debe permanecer en el plano vertical del lugar. Por otra parte, la figura 65b muestra su posición en un instante de tiempo arbitrario, en el que el mecanismo ha girado un determinado ángulo γ respecto a su posición inicial dada por la ecuación (56). En esta situación, la diferencia de coordenadas Z entre los puntos B y D vale “ d ”.

La diferencia entre la distancia inicial entre los puntos B y D en el día de calibración, d_0 , y en otro momento arbitrario, “ d ”, dependerá del paso de tuerca del eje A-A’, p , y del ángulo barrido por el dispositivo en dicho momento, γ , tal y como muestra la ecuación (57).

$$d = d_0 - \gamma \frac{p}{2\pi} = d_0 - \left(i + \frac{\Omega t}{2\pi} \right) p \quad (57)$$

De esta forma, la distancia d y, consecuentemente, el ángulo que forma la barra CD con el eje A-A’ depende del ángulo γ y, por tanto, del número de vueltas dado al eje A-A’, i ; es decir, $\beta = \beta(i)$. Por tanto, el número de vueltas del eje se debe intentar ajustar en la medida de lo posible al valor óptimo i_{opt} con el que se consigue la mejor aproximación del ángulo $\beta = \beta(i)$ al valor deseado de $\left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right)$.

Es decir,

$$\exists i_{opt} \Rightarrow \left[\beta(i_{opt}) - \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) \right] = \min \left| \beta(i) - \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) \right| = \min \left| \beta(i) - \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\delta}{2} \right) \right| \quad (58)$$

En la figura 66 se muestra el esquema del dispositivo para un ángulo $\beta = \beta(i)$ arbitrario así como los principales vectores que intervienen en el funcionamiento del mismo. Como se ha explicado anteriormente, se desea que los rayos solares incidentes en el espejo \vec{s} , tras ser reflejados \vec{r} , emerjan del espejo en la dirección paralela al eje de la Tierra, es decir, $\vec{r} = \vec{k}$. Para ello, como se ha explicado

anteriormente, el vector normal al espejo en la situación ideal \vec{n}_m , debería ser paralelo a la bisectriz del ángulo formado por los vectores \vec{s} y \vec{k} y, por tanto, presentar igual ángulo horario que \vec{s} . Sin embargo, debido a las limitaciones impuestas por el paso de tuerca del eje A-A' del dispositivo, las variaciones de la distancia d para un mismo ángulo horario, no son continuas sino que se realizan en saltos discretos. Consecuentemente, el verdadero vector normal al espejo \vec{n}'_m , se podrá desviar respecto al ideal (\vec{n}_m) un ángulo ε que representa, por tanto, el error de posicionamiento ξ del dispositivo. Como consecuencia de este error de posicionamiento y debido a la geometría del sistema, la dirección real de los rayos reflejados \vec{r}' , se desviará un ángulo 2ε o error de apuntamiento: $\xi = 2\varepsilon$, respecto a la dirección del eje de rotación. A continuación, se estiman estos errores de apuntamiento.

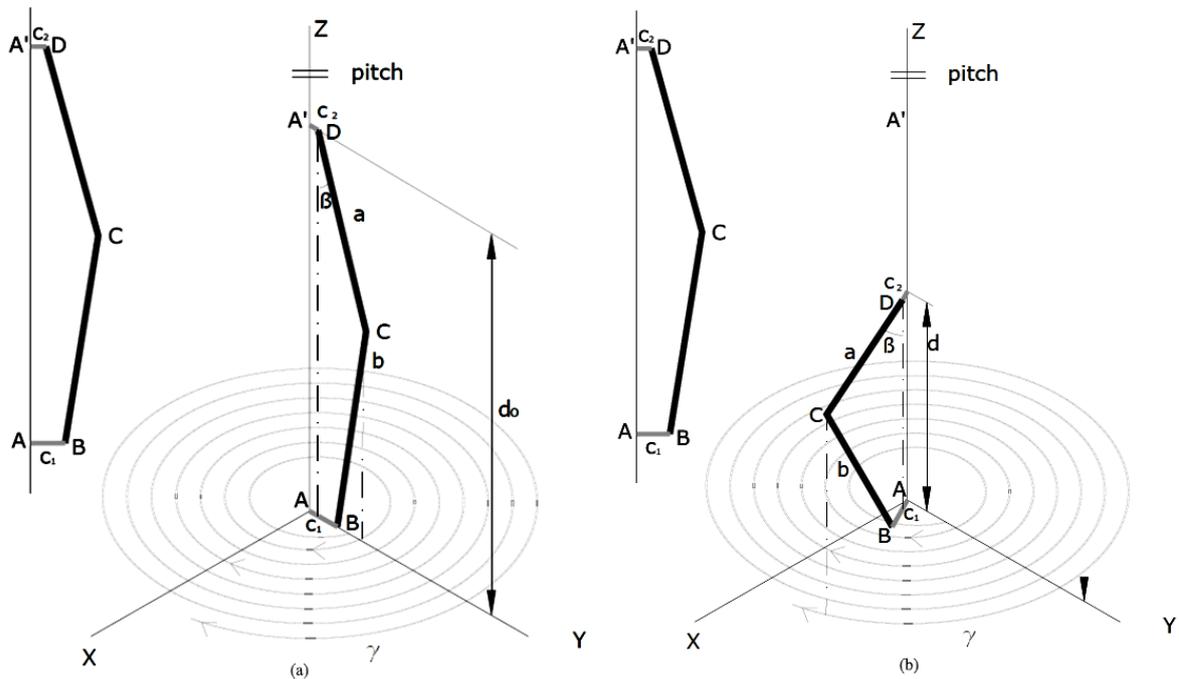


Fig. 65 Esquema del movimiento polígono deformable en que se basa la propuesta del helióstato: (a) en el día de calibración; (b) en un momento arbitrario.

En la figura 66 se observa que el ángulo $\beta = \beta(i)$, formado por la barra DC y el eje A-A', puede calcularse como la suma de los ángulos β_1 y β_2 ecuación (59).

$$\beta = \beta_1 + \beta_2 \quad (59)$$

De acuerdo con la definición de la función trigonométrica de la tangente y la ecuación (57), el ángulo β_1 puede calcularse mediante la ecuación (60).

$$\beta_1 = \arctg\left(\frac{c}{d}\right) = \arctg\left(\frac{c}{d_0 - \left(i + \frac{\Omega t}{2\pi}\right)p}\right) \quad (60)$$

Por otra parte, aplicando el teorema del coseno en el triángulo de vértices BDC, se obtiene

$$b^2 = a^2 + d'^2 - 2ad' \cos \beta_2 \quad (61)$$

donde

$$d'^2 = d^2 + c^2 \quad (62)$$

De esta forma, el ángulo β_2 se puede estimar a partir de la ecuación (63).

$$\beta_2 = \arccos\left[\frac{a^2 + \left(d_0 - ip - \frac{\Omega t}{2\pi} p\right)^2 + c^2 + b^2}{2a\sqrt{\left(d_0 - ip - \frac{\Omega t}{2\pi} p\right)^2 + c^2}}\right] \quad (63)$$

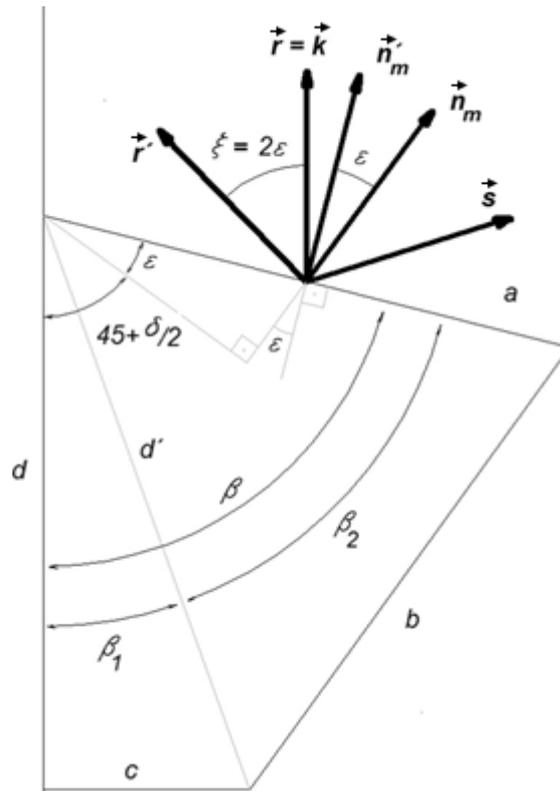


Fig. 66 Esquema de ángulos y vectores considerados en el plano meridiano del cuadrilátero deformable para la determinación de errores

Sustituyendo las ecuaciones (61, 62, 63 y 64) en la ecuación (58), se puede reescribir la condición de optimización del dispositivo como

$$\exists i_{opt} \Rightarrow \left[\beta(i_{opt}) - \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) \right] =$$

$$\min \left| \arctg \left(\frac{c}{d_0 - \left(i + \frac{\Omega t}{2\pi} \right) p} \right) + \arccos \left[\frac{a^2 + \left(d_0 - ip - \frac{\Omega t}{2\pi} p \right)^2 + c^2 - b^2}{2a \sqrt{\left(d_0 - ip - \frac{\Omega t}{2\pi} p \right)^2 + c^2}} \right] - \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\delta}{2} \right) \right| \quad (64)$$

Así, el error de apuntamiento o distancia angular entre los vectores \vec{n}_m y \vec{n}'_m , ε , vendrá dado por la ecuación (65).

$$\varepsilon = \left| \arctg \left(\frac{c}{d_0 - \left(i + \frac{\Omega t}{2\pi} \right) p} \right) + \arccos \left[\frac{a^2 + \left(d_0 - ip - \frac{\Omega t}{2\pi} p \right)^2 + c^2 - b^2}{2a \sqrt{\left(d_0 - ip - \frac{\Omega t}{2\pi} p \right)^2 + c^2}} \right] - \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\delta}{2} \right) \right| \quad (65)$$

Multiplicando y dividiendo la ecuación (65) por el paso de tuerca del eje A-A', se consigue que el error de apuntamiento ε dependa únicamente de las variables temporales t y δ y de las variables geométricas adimensionales $\frac{a}{p}$, $\frac{b}{p}$, $\frac{c}{p}$ y $\frac{d_0}{p}$, tal y como se muestra en la ecuación (66).

$$\varepsilon = \left| \arctg \left(\frac{\frac{c}{p}}{\frac{d_0}{p} - i_{opt} - \frac{\Omega t}{2\pi}} \right) + \arccos \left[\frac{\left(\frac{a}{p} \right)^2 + \left(\frac{d_0}{p} - i_{opt} - \frac{\Omega t}{2\pi} \right)^2 + \left(\frac{c}{p} \right)^2 - \left(\frac{b}{p} \right)^2}{2 \left(\frac{a}{p} \right) \sqrt{\left(\frac{d_0}{p} - i_{opt} - \frac{\Omega t}{2\pi} \right)^2 + \left(\frac{c}{p} \right)^2}} \right] - \left(45^\circ + \frac{\delta}{2} \right) \right| \quad (66)$$

Para entender el funcionamiento del mecanismo propuesto se ha caracterizado la posición del vector normal al espejo en cada una de las posibles posiciones del mecanismo. Analíticamente esta posición viene dada por la ecuación (67):

$$\vec{n}'_m = \text{sen } \Omega t \cos(\beta_1 + \beta_2) \vec{i} + \cos \Omega t \cos(\beta_1 + \beta_2) \vec{j} + \text{sen}(\beta_1 + \beta_2) \vec{k} \quad (67)$$

Para la visualización de los posibles valores de \vec{n}'_m se considera los vectores equipolentes de \vec{n}'_m con origen vectorial sobre el origen de coordenadas.

Así el extremo de \vec{n}'_m de encontrará sobre la esfera unitaria, y la trayectoria descrita podrá ser representada mediante algún tipo de proyección hemisférica. En

este punto, se recomienda la proyección polar, por permitir una medida gráfica de los errores de apuntamiento. A título de ejemplo, la figura 67 muestra la representación polar del extremo de los vectores equipolentes de \vec{n}'_m apoyados sobre el origen de coordenadas de un mecanismo con parámetros expresados en la tabla 4. La figura 67 muestra una espiral descrita por el \vec{n}'_m . Cuando se requiera un determinado vector \vec{n} , cuyo extremo también se representa en la proyección hemisférica polar, el mecanismo podrá aproximarse situando \vec{n}'_m en el punto de la espiral más cercano al requerido. El error de apuntamiento vendrá dado por 2ε siendo ε la distancia entre la proyección de \vec{n}'_m y \vec{n} .

Por otra parte la evaluación del mecanismo propuesto, se han estimado los valores teóricos del error de apuntamiento ε de un dispositivo situado en Córdoba, España ($\phi=37.85^\circ\text{N}$), cada 10 min durante todos los días del año para diferentes combinaciones de los valores geométricos $\frac{a}{p}$, $\frac{b}{p}$, $\frac{c}{p}$ y $\frac{d_0}{p}$ que satisfagan las restricciones dadas por las condiciones (55). Dado que sólo se han considerado instantes del día astronómico en Córdoba, los ángulos horarios a recorrer en cada día son proporcionales a la duración del día como se muestra en la ecuación (68).

Tabla 4 Principales características de un modelo de ejemplo

Dimensiones	
a=	60 mm
b=	24 mm
c=	20 mm
d ₀ =	200 mm
p =	2 mm
Ubicación: Córdoba (Spain)	
Latitud=	37,85 °N
Longitud=	4,18 °W
Nº vueltas	6

$$|\Omega t| \leq \arccos(-tg \phi tg \delta) \quad (68)$$

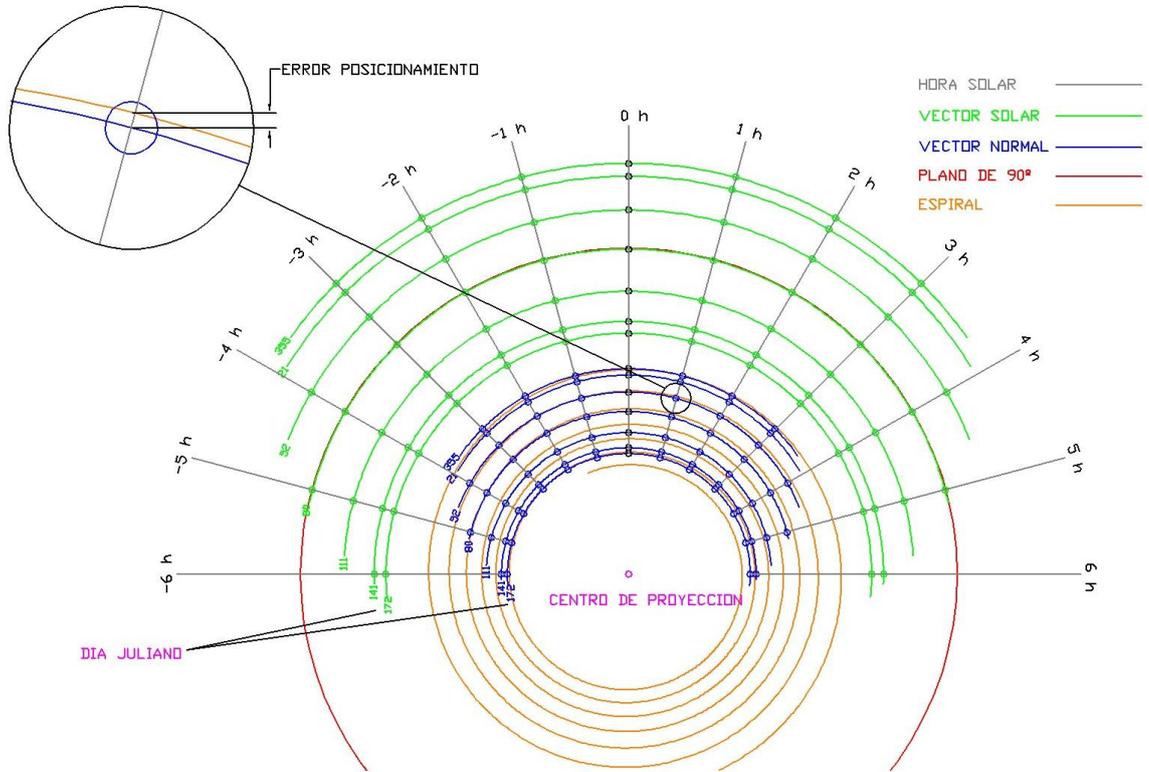


Fig. 67 Hélice en proyección hemisférica polar extremo de los vectores equipolentes de \vec{n}'_m

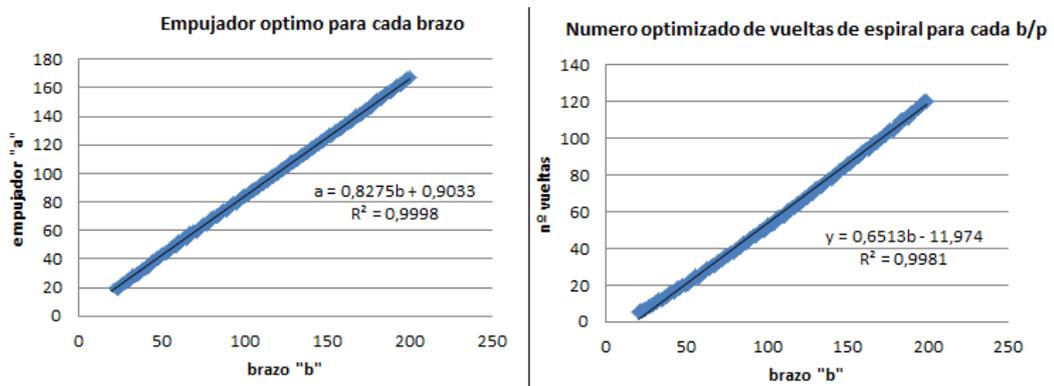


Fig. 68 Evolución óptima de "a" para cada "b" así como el número de vueltas de hélice contenidas.

Tabla 5 Caracterización de: (i) errores medios $\bar{\epsilon}$ en mrad, (ii) desviación standart σ_{ϵ} en mrad, (iii) coeficiente de variación $\sigma_{\epsilon}/\bar{\epsilon}$, (iv) error máximo ϵ_{\max} en mrad para diferentes valores de $\frac{a}{p}$ y $\frac{b}{p}$, con $\mathbf{c} = \mathbf{0}$ y $\frac{d_0}{p}$. Las poblaciones de error se han obtenido mediante la ecuación (66) cada diez minutos en horas del día astronómico. Las celdas en blanco corresponden a los casos en que la configuración resultante no permite algún valor del intervalo de variación de β : $\left[45 - \frac{\delta_{\max}}{2}, 45 + \frac{\delta_{\max}}{2}\right]$

		a/p								
		50	100	150	200	250	300	350	400	450
50	(i)	7,8	11,3	12,6	12,8	12,9	14,7	14,1	14,5	14,5
	(ii)	5,3	7,4	8,1	8,6	8,7	9,6	9,4	9,3	9,5
	(iii)	0,7	0,6	0,6	0,7	0,7	0,7	0,7	0,6	0,7
	(iv)	24,9	34,4	37,9	40,5	41,7	44,2	44,0	44,5	44,4
100	(i)		3,7	5,1	5,7	6,3	6,3	6,2	6,6	6,5
	(ii)		2,5	3,3	3,7	4,1	4,2	4,1	4,3	4,3
	(iii)		0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7
	(iv)		12,4	15,1	17,4	18,8	19,4	19,7	20,4	20,4
150	(i)			2,6	3,2	3,6	3,7	4,0	4,1	4,3
	(ii)			1,7	2,1	2,3	2,4	2,6	2,7	2,7
	(iii)			0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,6
	(iv)			8,3	9,8	10,6	11,4	12,1	12,6	12,9
200	(i)				2,0	2,3	2,5	2,8	2,8	3,0
	(ii)				1,3	1,5	1,7	1,8	1,8	2,0
	(iii)				0,7	0,6	0,7	0,6	0,7	0,7
	(iv)				6,1	7,1	7,7	8,3	8,5	9,0
250	(i)					1,6	1,9	1,9	2,1	2,2
	(ii)					1,0	1,2	1,3	1,4	1,5
	(iii)					0,7	0,6	0,7	0,6	0,7

b/p		a/p									
		50	100	150	200	250	300	350	400	450	
300	(iv)					5,0	5,5	5,8	6,3	6,8	
	(i)					1,5	1,3	1,5	1,6	1,8	
	(ii)					2,0	0,9	1,0	1,0	1,1	
	(iii)					1,3	0,7	0,7	0,7	0,6	
350	(iv)					9,8	4,1	4,6	5,0	5,2	
	(i)							0,9	1,1	1,3	1,3
	(ii)							0,8	0,7	0,8	0,9
	(iii)							0,9	0,7	0,7	0,7
400	(iv)							9,2	3,6	3,9	4,2
	(i)								0,9	1,0	1,1
	(ii)								0,8	0,6	0,7
	(iii)								0,9	0,7	0,7
450	(iv)								8,0	3,1	3,4
	(i)									0,8	0,8
	(ii)									0,7	0,6
	(iii)									0,9	0,7
500	(iv)									8,0	2,8
	(i)										0,8
	(ii)										0,7
	(iii)										0,9
	(iv)										9,1

La tabla 5 muestra los valores de error medio de posicionamiento $\bar{\epsilon}$ así como el máximo absoluto ϵ_{\max} para las diferentes combinaciones de los parámetros geométricos adimensionales estudiadas. Como se aprecia en los resultados de la

tabla 5, los errores medios son del orden de las milésimas de radián lo que implica que, tras recorrer 100 m, los rayos solares reflejados por el espejo se desviarían únicamente distancias del orden de los centímetros, lo cual es despreciable en pequeñas aplicaciones como las que son objetivo de este trabajo.

Por otra parte, se ha analizado la influencia de cada uno de los parámetros geométricos adimensionales obteniendo que la relación $\frac{d_0}{p}$ no representa una influencia significativa en el valor medio del error de apuntamiento. Asimismo, se ha realizado un análisis de tendencias basado en el ajuste de regresión, obteniendo la ecuación (69) que se caracteriza por un coeficiente de correlación $R^2 = 0.89$.

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon} = & 11.7705 - 0.09521 \left(\frac{a}{p} \right) + 0.02592 \left(\frac{b}{p} \right) + 0.01155 \left(\frac{c}{p} \right) + \\ & 14.349 \cdot 10^{-5} \left(\frac{a}{p} \right)^2 - 2.895 \cdot 10^{-5} \left(\frac{b}{p} \right)^2 - 1.2158 \cdot 10^{-5} \left(\frac{a}{p} \right) \left(\frac{b}{p} \right) \end{aligned} \quad (69)$$

La geometría del heliostato propuesto hace que la representación de \vec{n}_m en proyección hemisférica polar sea una espiral con menor distancia entre vueltas cuanto menor es la distancia angular entre \vec{n}_m y \vec{k} . Ello implica que, en general, para días de declinación alta, próximos al solsticio de verano, el heliostato tendrá errores menores que en invierno. Un criterio, por tanto para dimensionar heliostatos de esta índole consiste en predeterminar el número de bucles o vueltas operativas que serán las que dispone la hélice (como la de la figura 67) entre los círculos de radio $\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\delta_{\max}}{2} \right)$ y $\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\delta_{\max}}{2} \right)$.

Indirectamente, cuantas más vueltas existan mejor será la posibilidad de asimilar la circunferencia que ha de seguir \vec{n}_m con alguno de los bucles seguidos por \vec{n}'_m . La tabla 6 muestra el número de vueltas operativas de hélice para diferentes combinaciones de empujador “a” y brazo “b”.

En ella se observa la conveniencia en aras a aumentar el número de valores de “a” ligeramente superior a “b” para maximizar el número de vueltas.

La figura 68 muestra el empujador óptimo “a” para cada brazo “b” así como el número de vueltas de hélice contenidas.

Tabla 6 Valores de número de bucles para diferentes combinaciones “a y b”.

b\ a	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280	300	320	340	360
20	4	6	6	6	6	6	6	6	6	6	7	7	7	7	7	7	7	7
40	--	14	14	13	13	13	13	13	13	13	12	12	12	12	12	12	12	12
60	--	--	25	23	22	21	21	21	21	20	20	20	20	20	20	20	19	19
80	--	--	--	35	33	31	30	29	28	28	28	28	27	27	27	27	26	26
100	--	--	--	--	46	42	40	39	38	38	37	36	35	34	35	35	34	34
120	--	--	--	--	65	57	53	51	48	47	45	45	44	44	43	42	42	41
140	--	--	--	--	--	77	68	64	61	58	57	55	54	53	52	51	50	51
160	--	--	--	--	--	--	88	80	75	71	68	66	64	62	62	60	60	59
180	--	--	--	--	--	--	--	100	90	85	81	78	75	74	72	71	69	69
200	--	--	--	--	--	--	--	--	111	102	96	92	88	85	83	81	80	79
220	--	--	--	--	--	--	--	--	--	123	114	107	102	98	96	93	91	90
240	--	--	--	--	--	--	--	--	--	150	134	124	117	112	109	106	103	101
260	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	161	146	136	129	123	119	115	113
280	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	172	157	147	140	135	130	126
300	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	184	169	159	151	146	140
320	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	195	180	170	162	156
340	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	206	191	182	173
360	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	241	217	203	192

3.4 Análisis del mecanismo propuesto para apuntamiento no polar.

3.4.1 Aproximación lineal

Para analizar la idoneidad del mecanismo propuesto cuando la dirección de apuntamiento no coincide con la polar se realiza el presente estudio. En un

principio, en este epígrafe, se estudia cualitativamente dicho funcionamiento cuando el desvío entre \vec{r} y la dirección polar es de carácter infinitesimal como indica la expresión (70).

Bajo esta hipótesis se estudia la trayectoria descrita por el extremo del vector \vec{n} , cuando \vec{s} describe una circunferencia correspondiente al recorrido solar durante un día.

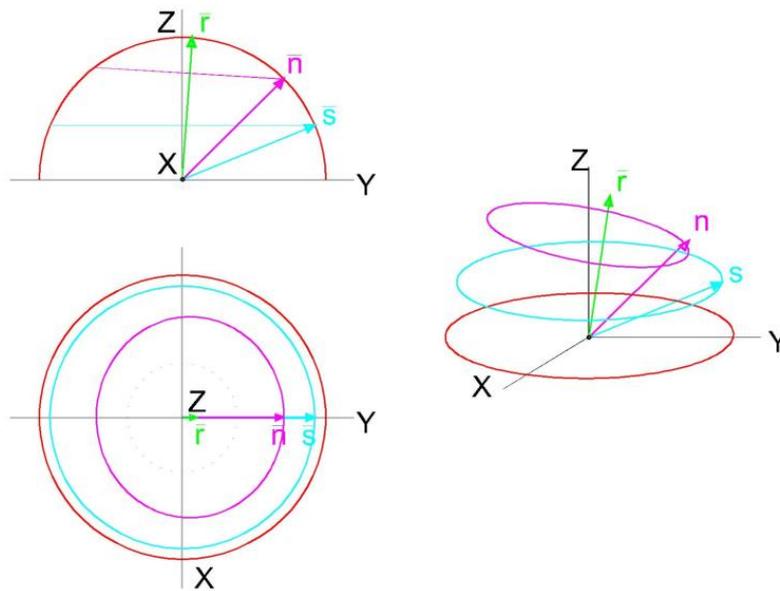


Fig. 69 Trayectoria descrita por el extremo del vector \vec{n} , para un desvío infinitesimal de \vec{r} con respecto al eje polar.

$$\vec{r} = \text{sen}\alpha \vec{j} + \text{cos}\alpha \vec{k} \quad (70)$$

El lugar geométrico buscado es el de puntos que sobre la esfera equidistan de una circunferencia y un punto fijo.

La figura 70 ilustra que si el problema se plantease sobre la superficie plana la trayectoria buscada sería una circunferencia de radio mitad del de la trayectoria solar y el punto fijo sería el centro de semejanza. Ya que los puntos O, O' y O'' serian semejantes a los puntos M, M' y M''

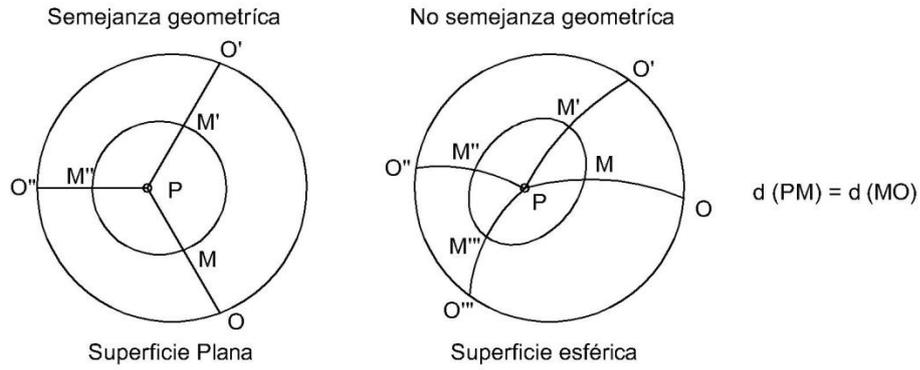


Fig. 70 Ilustración de la semejanza sobre superficie plana y no semejanza sobre superficie esférica.

Sin embargo, dado que, en general, la teoría de la semejanza geométrica sobre la superficie esférica, no es válida, el problema no es trivial.

$$\vec{n} = \frac{\vec{r} + \vec{s}}{|\vec{r} + \vec{s}|} \quad (71)$$

Aparte, de la ecuación (14) y (70) se obtiene:

$$\vec{r} + \vec{s} = \cos \delta \cos \Omega t \vec{i} + (\cos \delta \cos \Omega t + \operatorname{sen} \alpha) \vec{j} + (\operatorname{sen} \delta + \cos \alpha) \vec{k} \quad (72)$$

$$\vec{r} \cdot \vec{s} = \cos \delta \cos \Omega t + \operatorname{sen} \alpha + \cos \alpha \operatorname{sen} \delta \quad (73)$$

$$\begin{aligned} |\vec{r} + \vec{s}| &= \sqrt{\vec{r} \cdot \vec{s} + \vec{s} \cdot \vec{s} + 2\vec{r} \cdot \vec{s}} = \sqrt{2 + 2(\cos \delta \cos \Omega t + \operatorname{sen} \alpha + \cos \alpha \operatorname{sen} \delta)} \\ &= \sqrt{2} \sqrt{1 + \operatorname{sen} \delta + \Delta} \end{aligned} \quad (74)$$

Donde Δ es

$$\Delta = \cos \delta \cos \Omega t \operatorname{sen} \alpha + (\cos \alpha - 1) \operatorname{sen} \delta = \cos \delta \cos \Omega t \operatorname{sen} \alpha \quad (75)$$

Y se comprueba que $\Delta \rightarrow 0$ sí $\alpha \rightarrow 0$ y por tanto

$$\frac{1}{|\vec{r} + \vec{s}|} = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{1 + \text{sen}\delta + \Delta}} \quad (76)$$

Utilizando la aproximación de McLaurén de primer orden,

$$\frac{1}{\sqrt{1 + x_0 + \Delta x}} = \frac{1}{\sqrt{1 + x_0}} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{(1 + x_0)^3}} \Delta x \quad (77)$$

Se puede establecer, al eliminar los términos de aproximación no lineal

$$\begin{aligned} \frac{1}{|\vec{r} + \vec{s}|} &= \frac{1}{\sqrt{2} \sqrt{1 + \text{sen}\delta + \Delta}} \approx \\ &\approx \frac{1}{\sqrt{2} \sqrt{1 + \text{sen}\delta}} - \frac{1}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{(1 + \text{sen}\delta)^3}} [\cos \delta \cos \Omega t \cdot \text{sen}\alpha] \end{aligned} \quad (78)$$

Y por tanto,

$$\begin{aligned} \vec{n} &\approx \frac{\cos \delta \text{sen}\Omega t}{\sqrt{2} \sqrt{1 + \text{sen}\delta}} - \frac{1}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{(1 + \text{sen}\delta)^3}} [\cos^2 \delta \text{sen}\Omega t \text{sen}\alpha] \vec{i} + \\ &\left\{ \frac{\cos \delta \cos \Omega t}{\sqrt{2} \sqrt{1 + \text{sen}\delta}} + \frac{\text{sen}\alpha}{\sqrt{2} \sqrt{1 + \text{sen}\delta}} - \frac{1}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{(1 + \text{sen}\delta)^3}} [\cos^2 \delta \cos^2 \Omega t \text{sen}\alpha] \right\} \vec{j} + \\ &\left\{ \frac{\text{sen}\delta + 1}{\sqrt{2} \sqrt{1 + \text{sen}\delta}} - \frac{\text{sen}\delta + 1}{2\sqrt{2} \sqrt{(1 + \text{sen}\delta)^3}} [\cos \delta \cos \Omega t \text{sen}\alpha] \right\} \vec{k} \end{aligned} \quad (79)$$

Eliminando los términos no lineales resulta

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} \frac{\cos \delta \operatorname{sen} \Omega t}{\sqrt{2} \sqrt{1 + \operatorname{sen} \delta}} \\ \frac{\cos \delta \cos \Omega t}{\sqrt{2} \sqrt{1 + \operatorname{sen} \delta}} \\ \frac{\operatorname{sen} \delta + 1}{\sqrt{2} \sqrt{1 + \operatorname{sen} \delta}} \end{pmatrix} + \operatorname{sen} \alpha \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \frac{-\cos \delta \cos \Omega t}{2\sqrt{2} \sqrt{1 + \operatorname{sen} \delta}} \end{pmatrix} + \operatorname{sen} \alpha \begin{pmatrix} \frac{-\cos^2 \delta \cos \Omega t \cdot \operatorname{sen} \Omega t}{2\sqrt{2} \sqrt{1 + \operatorname{sen} \delta}} \\ \frac{-\cos^2 \delta \cos \Omega t}{2\sqrt{2} \sqrt{1 + \operatorname{sen} \delta}} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (80)$$

Donde el primer término del segundo miembro es idéntico a la expresión (53), el segundo se interpreta como un giro del eje X de ángulo $\frac{\alpha}{2}$ y el tercero una distorsión de la circunferencia, una vez giradas que hará que esta se recorra a velocidad angular variable.

Si se multiplica escalarmente la expresión de \vec{n} por el vector \vec{e} (de dirección)

$$\vec{e} = \operatorname{sen} \frac{\alpha}{2} \vec{j} + \cos \frac{\alpha}{2} \vec{k} \quad (81)$$

y se eliminan nuevamente los términos no lineales en α se obtiene la ecuación (83),

$$\vec{n} \cdot \vec{e} = \frac{\operatorname{sen} \delta + 1}{\sqrt{2} \sqrt{1 + \operatorname{sen} \delta}} \cos \frac{\alpha}{2} - \frac{\cos \delta \cos \Omega t \operatorname{sen} \alpha}{2\sqrt{2} \sqrt{1 + \operatorname{sen} \delta}} + \frac{\cos \delta \cos \Omega t}{\sqrt{2} \sqrt{1 + \operatorname{sen} \delta}} \operatorname{sen} \frac{\alpha}{2} \quad (82)$$

$$\vec{n} \cdot \vec{e} = \frac{\operatorname{sen} \delta + 1}{\sqrt{2} \sqrt{1 + \operatorname{sen} \delta}} \quad (83)$$

Esta igualdad implica que la trayectoria de los extremos de \vec{n} siempre se proyecta, en aproximación lineal, sobre el vector \vec{e} de un modo constante. Además si tenemos en cuenta que el extremo de \vec{n} siempre se encuentra en la esfera unidad, se puede afirmar, que la trayectoria de \vec{n} sigue una circunferencia

cuyo eje forma $\frac{\alpha}{2}$ con respecto al eje polar. Por tanto, el vector \vec{e} se puede interpretar como el eje de giro de \vec{n} en todas sus trayectorias diarias.

Así, se puede considerar, en principio que el mecanismo heliostático propuesto sería válido para requerimientos de apuntamiento cercanos al eje polar con la condición de situar el eje del mecanismo (del tornillo coincidente con la bisectriz del eje polar y \vec{r}).

De lo expuesto, se deduce la necesidad de un estudio de errores más extenso para casos genéricos en que α no sea asimilable a un pequeño valor.

3.4.2 Caso general

Con objeto de analizar la idoneidad del mecanismo propuesto, para apuntar el rayo reflejado hacia una dirección genérica diferente de la polar, se ha diseñado la siguiente metodología.

- Fijar mediante un vector unitario una dirección en el espacio, diferente de la polar y asignársela al vector unitario en la dirección del rayo reflejado. Para ello se consideran dos ángulos colatitud λ y ascensión recta μ de la dirección considerada (Fig. 71).

Por tanto en el sistema ecuatorial

$$\vec{r} = \text{sen } \lambda \text{ sen } \mu \vec{i} + \text{sen } \lambda \text{ cos } \mu \vec{j} + \text{cos } \lambda \vec{k} \quad (84)$$

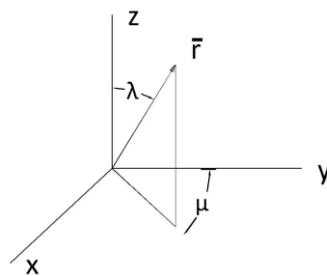


Fig. 71 Ángulo colatitud λ y ascensión recta μ

- Generar un conjunto amplio de puntos extremos del vector \vec{s} para diferentes horas y declinaciones (Fig. 72). Como criterio se recomienda no

considerar aquellos valores de \vec{s} que pertenezcan a la noche en una determinada latitud o bien den lugar a altura solar inferior a un umbral.

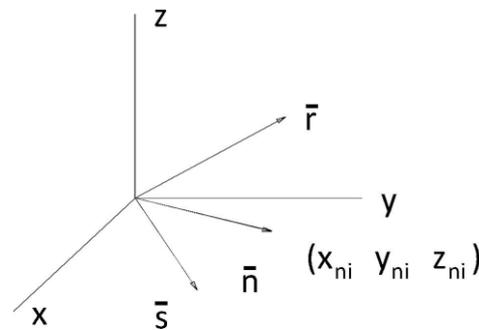


Fig. 72 Vectores equipolentes de los vectores unitarios \vec{s}_i , \vec{r} y \vec{n}_i con origen en origen de coordenadas.

- Determinación de los puntos extremos del vector \vec{n}_i correspondiente a cada \vec{s}_i mediante la ecuación

$$\vec{n}_i = \frac{\vec{s}_i + \vec{r}_i}{|\vec{s}_i + \vec{r}_i|} \quad (85)$$

Dado que cada \vec{s}_i lleva asociado su declinación solar de su momento de ocurrencia, dicha declinación quedará asociada al vector \vec{n}_i .

Situando los vectores equipolentes de \vec{r} , \vec{s}_i y \vec{n}_i con origen en el origen de coordenadas, las coordenadas de los puntos extremos de estos vectores estarán sobre la esfera unitaria. En concreto interesa obtener las coordenadas $(x_{n_i}, y_{n_i}, z_{n_i})$ de los extremos de \vec{n}_i . De este modo, al variar “i” se dispone de un conjunto amplio de coordenadas $(x_{n_i}, y_{n_i}, z_{n_i}, \delta_i)$

- Identificar el mejor ajuste posible que responda a la tipología de función reflejada en la ecuación (86).

$$z_n = a' + b'x_n + c'y_n + f(\delta) \quad (86)$$

Como la función $f(\delta)$ también resulta completamente desconocida, se ajusta a un polinomio en δ . Así, el modelo de ajuste de la ecuación (86) podrá estimarse mediante análisis de regresión para una ecuación como la ecuación (87), donde $a', b', c', d', e', f', g'$ representan coeficientes de ajuste y x_n, y_n, z_n, δ representan las variables independientes.

$$z_n = a' + b'x_n + c'y_n + d'\delta + e'\delta^2 + f'\delta^3 + g'\delta^4 \quad (87)$$

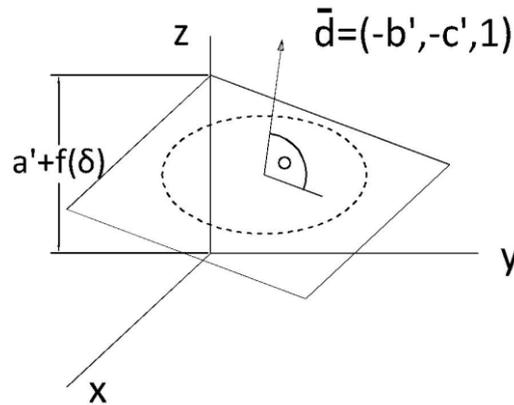


Fig. 73 Circunferencia descrita por el extremo de \vec{n} derivada del ajuste realizado mediante la ecuación (86).

En caso de obtener un ajuste a la ecuación (86) válido, este admite una interpretación geométrica. Ya que x_n, y_n, z_n se encontrarían en una superficie plana como la representada en figura 73. La ecuación (86) corresponde con un plano perpendicular al vector \vec{d} y que corta al eje vertical en un punto de altura $a' + f(\delta)$.

Dado que, x_n, y_n, z_n pertenecen a un plano y están sobre la esfera unitaria, podría afirmarse que pertenecen a una circunferencia en el espacio (línea rayada en figura 73).

Para diferentes declinaciones (o días del año) se obtienen, por tanto, diferentes circunferencias sobre planos paralelos, siendo todos los planos perpendiculares al vector $(-b', -c', 1)$.

Como consecuencia práctica se obtendría la posibilidad de orientar el mecanismo propuesto de modo que el tornillo coincidiese con la dirección del vector \vec{d} . Así, para cada día del año o declinación, el espejo podría girar alrededor de \vec{d} , describiendo \vec{n} la vuelta de espiral idónea, que se aproximaría al círculo adecuado para que la reflexión de \vec{s} ocurra en \vec{r} .

A efectos prácticos se debe tener en mente que la ecuación (86) obtenida, al ser un ajuste, conlleva un error y que igualmente el mecanismo heliostático propuesto también conlleva un error sistemático.

Por lo que el estudio de errores de apuntamiento una vez el tornillo del heliostato está dirigido en la dirección de \vec{d} se realiza mediante el método de simulación siguiente:

- Obtener vector \vec{s} para un día y momento del año.
- Obtener \vec{n} requerido.
- Obtener \vec{n}' , la mejor aproximación posible a \vec{n} que el heliostato pueda dar.

De acuerdo al la simulación anterior, el error de apuntamiento viene dado por:

$$\xi = 2 \arccos(\vec{n} \cdot \vec{n}') \quad (88)$$

Para seguir la metodología propuesta se han obtenido los ajustes, para diferentes parámetros λ y μ del vector \vec{r} .

Tabla 7 Soluciones en un sistema ecuatorial, ajustes para diferentes vectores \vec{r}

λ	μ	a'	b'	c'	R ²
10	225	0,708570	0,063967	0,061827	0,999962
10	270	0,710474	0,087417	-0,004386	0,999990
15	225	0,710517	0,097758	0,092959	0,999814
15	270	0,714713	0,131404	-0,009962	0,999955
20	225	0,713365	0,132876	0,124338	0,999466
20	270	0,720702	0,175717	-0,017951	0,999876

Para la evaluación cualitativa de cada uno de los ajustes se representan, en proyección hemisférica estereográfica, las trayectorias seguidas por el vector \vec{n} sobre la esfera unitaria y las circunferencias conseguidas mediante el ajuste considerado. En este caso se ha preferido la proyección hemisférica estereográfica por transformar circunferencias espaciales en circunferencias planas. De esta forma, resulta evidente que una trayectoria de \vec{n} espacial se podrá ajustar a una circunferencia si su proyección estereográfica se aproxima a una circunferencia.

La figura 74 muestra en proyección hemisférica estereográfica los ajustes para una selección de valores de \vec{r} (tabla completa que se adjunta en el anexo 4). A modo de ejemplo, se exponen en la tabla 7 algunos valores de ajuste de \vec{r} .

Se puede observar en la ampliación del ajuste correspondiente al caso $\lambda = 20$, $\mu = 270$, que aun no siendo circunferencias perfectas, el grado de aproximación de la trayectoria de \vec{n} a familias de circunferencias es muy elevado.

Tanto de los ajustes como de la representación gráfica se deduce que el grado de ajuste de la trayectoria de \vec{n} a familias de circunferencias con centros en un mismo eje "o" es más elevado conforme más cercano se encuentra \vec{r} de la dirección polar.

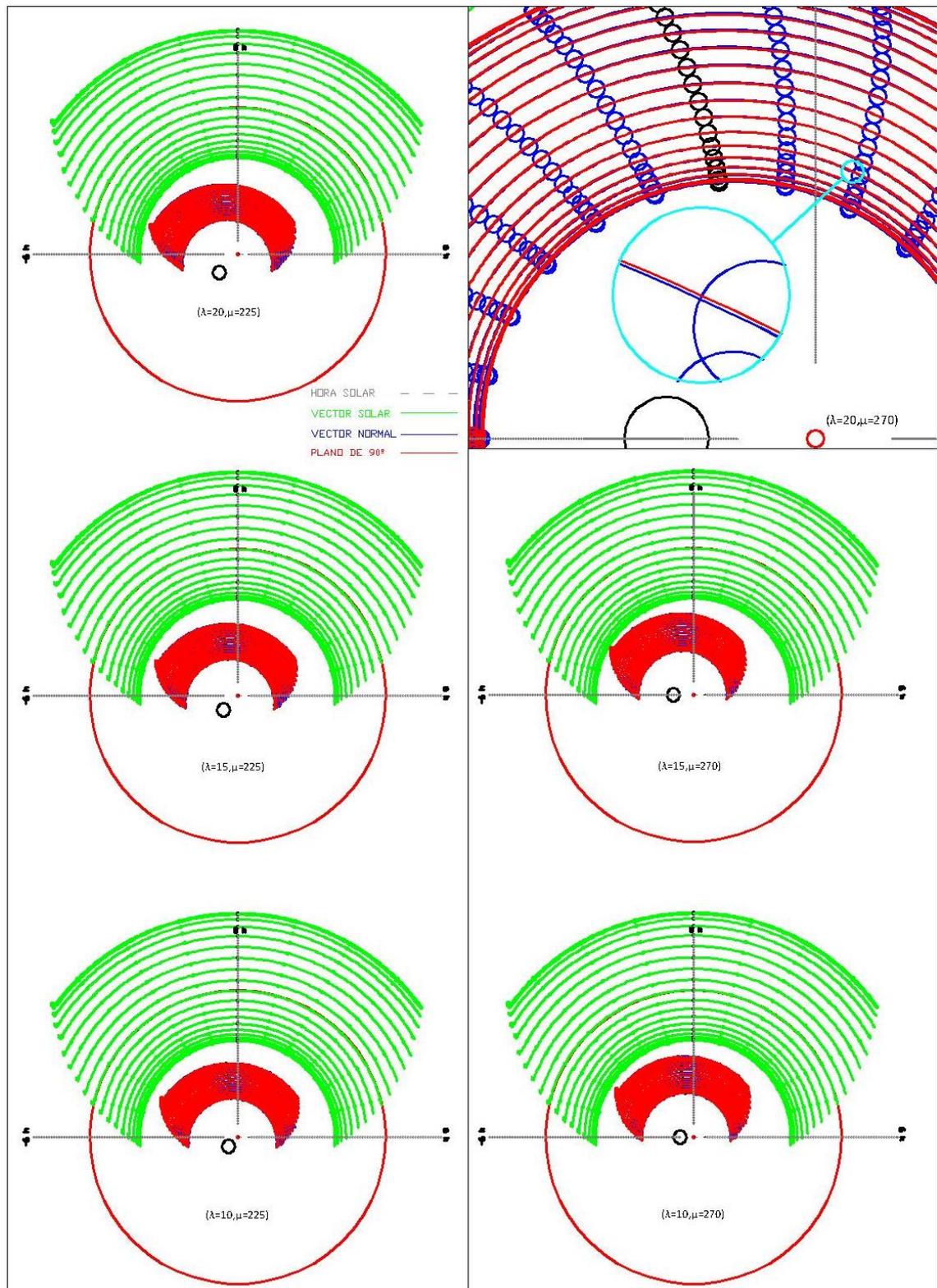


Fig. 74 Proyecciones estereográficas correspondientes a los ajustes de \vec{r} dados en la tabla 7

4. RESULTADOS

4.1 Descripción de un prototipo experimental del dispositivo propuesto

Con objeto de evaluar en condiciones reales el funcionamiento del tipo de heliostato propuesto, se ha construido el prototipo experimental que se muestra en la figura 75 cuyas características fundamentales se presentan en la tabla 8.

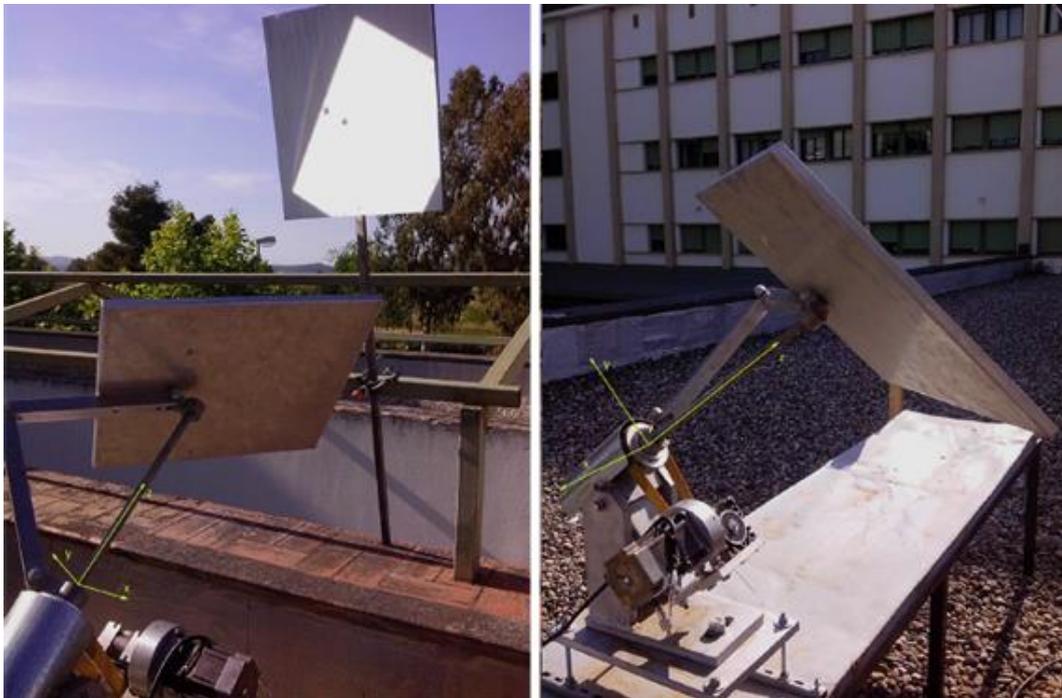


Fig. 75 Fotografía del prototipo construido.

Este prototipo, se ha tenido en funcionamiento a lo largo de dos años, y se encuentra en las instalaciones del campus de Rabanales de la Universidad de Córdoba. En las fotografías adjuntas (Fig. 75) se han dibujado los ejes ecuatoriales (x, y, z). Así mismo, se puede observar el polígono deformable, el

espejo, el tornillo, que se encuentra situado en el eje z, y por último el motor-reductor que imprime movimiento al mecanismo.

Tabla 8 Principales características del prototipo experimental construido

Dimensiones	
a=	300 mm
b=	324 mm
c=	20 mm
d ₀ =	400 mm
p =	2 mm
Ubicación: Córdoba (Spain)	
Latitud=	37,85 °N
Longitud=	4,18 °W
Nº vueltas operativas	75

Para el control de los movimientos del dispositivo descritos anteriormente, se ha empleado el micro-controlador Arduino MEGA [21], un módulo de reloj en tiempo real, un GPS y un controlador de motor paso a paso entre otros. Arduino MEGA es un micro-controlador de bajo coste (menos de 40€ por unidad) programable en lenguaje C y cuya capacidad de memoria de programa le permite implementar y calcular en tiempo real la posición solar en ecuaciones (40) y (44) y resolver en tiempo real la ecuación (64), calculando, para cada día, el número de vueltas óptimo del eje A-A', i_{opt} . Con ello y gracias a un motor paso a paso (200 pasos por vuelta) con una reductora de 1/120, se consigue gobernar la posición del heliostato obteniendo en cada momento del día y para cada día del año el ángulo γ dado por la ecuación (89).

$$\gamma = 2\pi i_{opt} + \Omega t \quad (89)$$

Finalmente, se ha realizado el estudio de errores debidos a la geometría del dispositivo experimental. La figura 76 muestra la función de densidad de probabilidad asociada a la población de errores obtenida. Se comprueba que el error medio de posicionamiento del dispositivo es de $\bar{\varepsilon}=2,96$ mrad, con una desviación estándar de $\sigma_{\varepsilon}=3,11$ mrad, lo cual concuerda con los resultados previos obtenidos tabla 5.

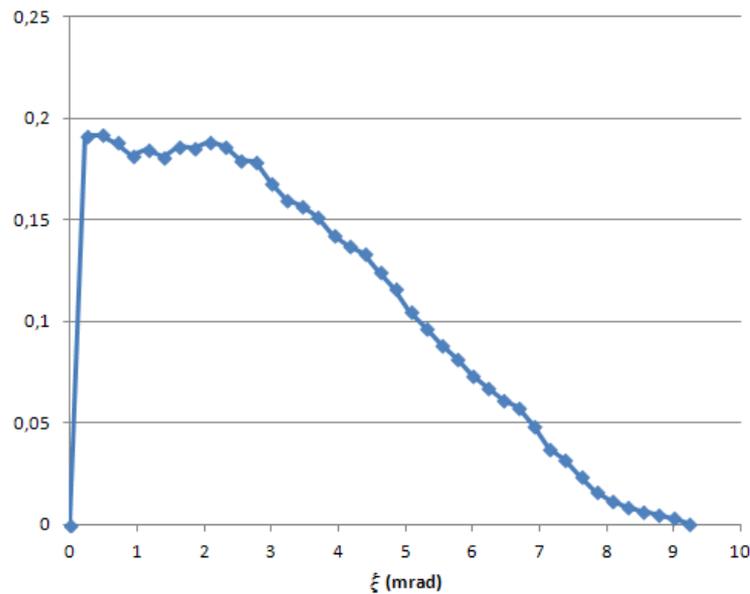


Fig. 76 Función de densidad de probabilidad determinada para los errores de apuntamiento del prototipo experimental.

Para caracterizar los errores de puntería debido a la geometría del dispositivo, se ha situado un punto focal a 12,66 m del espejo principal, considerado como objetivo. En la figura 77 se muestra, para el día 15 de cada mes, las trayectorias de los rayos incidentes en diferentes horas y su desviación respecto al punto de

destino, cuyas coordenadas son (0,0) m. En ellas el error evoluciona en sentido horario, siendo en general mayor para meses con declinación negativa.

En términos de los errores angulares, se encontró que el promedio de error de puntería del dispositivo es $\bar{\xi}=2,96$ mrad, con una desviación estándar de $\sigma_{\xi}=3,11$ mrad.

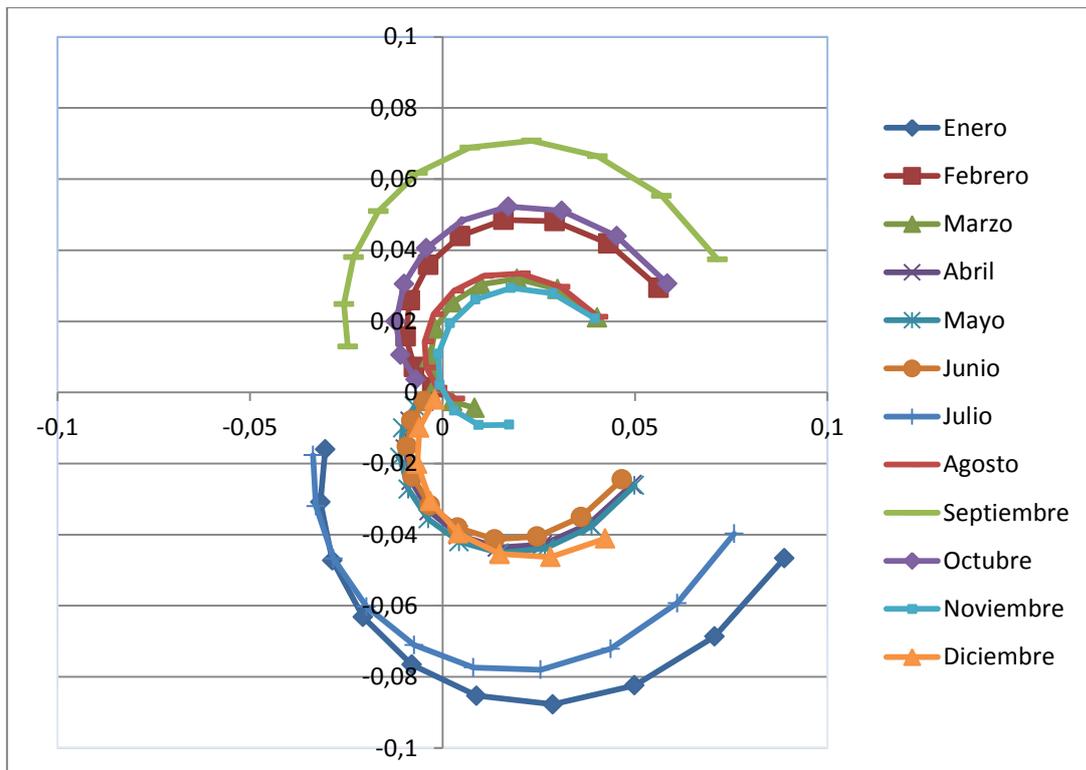


Fig. 77 Evolución temporal de los errores en los días característicos de los distintos meses

La figura 78 muestra la evolución de errores de posicionamiento máximos alcanzables para el prototipo en función del día del año. En ella se aprecia una tendencia sistemática que hace que los errores en verano (declinación máxima) sean menores que en invierno (declinación mínima), esto es debido a la mayor densidad de las espirales en la época de máxima declinación.

En la figura 79 se muestra el filete del paso de rosca para el prototipo descrito correspondiente a cada día del año.

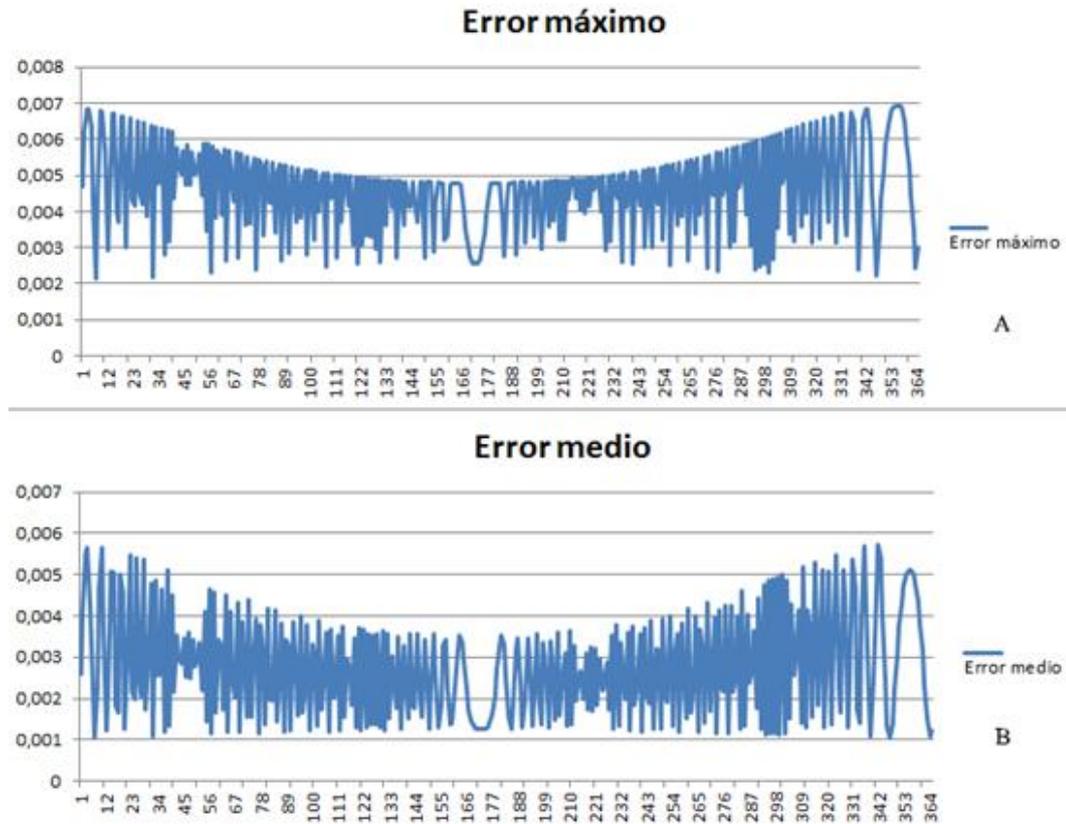


Fig. 78 Errores máximos y medio del prototipo en función del día juliano

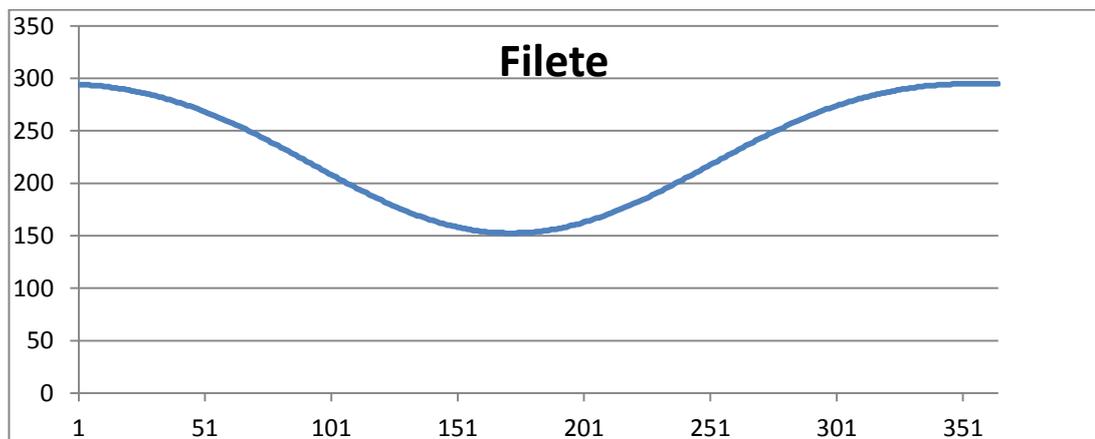


Fig. 79 Filete de rosca para cada día del año.

Mediante el método de simulación se han generado los errores de apuntamiento que se obtendrían con este dispositivo apuntando a una dirección diferente de la polar.

La tabla 9 muestra una selección de casos para mostrar que los errores expresados en radianes pueden ser asumibles \vec{r} (la tabla completa se expone en el anexo 4).

Tabla 9 Errores apuntamiento máximo y medio en un sistema ecuatorial, ajustes para diferentes vectores

λ	μ	ξ_{\max}	$\bar{\xi}$
10	225	0,0151	0,0030
10	270	0,0129	0,0030
15	225	0,0204	0,0040
15	270	0,0187	0,0034
20	225	0,0370	0,0060
20	270	0,0276	0,0042

4.2 Diseño e implementación del sistema de control automático para el dispositivo

En este epígrafe y con las premisas anteriormente expuestas, se describe detallando los componentes elegidos y exponiendo las estrategias que se han llevado a cabo, un sistema de control implementado para que el mecanismo propuesto efectúe los movimientos adecuados que permitan mantener el rayo reflejado en el punto deseado.

Se ha diseñado un modelo de control que puede ser utilizado en cualquier ubicación geográfica, para lo que se han incluido como parámetros del programa de control las coordenadas geográficas del emplazamiento del espejo así como las características y dimensiones del heliostato. Se ha diseñado un código optimizado

mediante un lenguaje de programación y entorno de desarrollo basado en Wiring y Processing respectivamente y en una plataforma de software y hardware libre.

De esta forma mediante el control de un motor paso a paso, se actúa sobre la corona dentada 3 (Fig. 58) para hacer girar el eje A-A' ajustando como se ha descrito anteriormente, la posición del espejo dependiendo del día del año y la hora del día.

Para ello se usa un reloj-calendario en tiempo real RTC (Real Time Clock), que marca todos los eventos del control. De esta forma a partir de la información que proporciona sobre hora, día, mes, año; y con el apoyo de las ecuaciones solares se determina la posición del vector solar y, a partir de éste, el vector normal al espejo, permitiendo conocer el ángulo β entre el eje A-A' y la barra CD sobre la que se apoya el espejo M. De esta manera se conocerá la distancia entre los puntos B y D del eje A-A' que es el valor que diariamente se debe mantener, y el ángulo γ que forma el plano que contiene al eje A-A' y al brazo deformable con el plano del meridiano del lugar a lo largo del día.

El reloj en tiempo real del cual depende el correcto posicionamiento del heliostato, se mantiene en la hora correcta mediante un GPS que se encarga de actualizar periódicamente la hora del RTC con el tiempo GPS. Esta sincronización garantiza que el heliostato tiene una referencia de calendario para el cálculo, independientemente de que en el instante que se le requiera haya o no cobertura GPS.

Una vez determinada la distancia B D, se ha de ajustar el paralelogramo BCD y el giro en el eje A-A', esto se consigue mediante el adecuado funcionamiento del motor gobernado por un micro-controlador a través de un driver.

Es necesario que se pueda fijar una posición de referencia para el espejo, que permita determinar que el plano BCD está en posición de reposo, posición nocturna de espera hasta el amanecer, y perpendicular con el plano del meridiano del lugar. Respecto de esta posición se lleva la cuenta del incremento o decremento de vuelta que todo el mecanismo alrededor del husillo ha dado, para

así conocer la distancia entre los puntos B y D y que también se pueda fijar una posición de inicio en caso de un posible corte del suministro eléctrico del sistema. Para ello se ha optado por integrar al mecanismo un sensor inductivo que indicará la posición de reposo diaria y servirá para contabilizar el avance o retroceso del tornillo.

Con estos requisitos anteriormente expuestos, el heliostato ha de ser capaz de realizar su función. Al margen de esto, se ha dotado al micro-controlador de unos pulsadores para configuración, una pantalla LCD que permita en modo local visualizar y actuar sobre el heliostato, una comunicación Bluetooth para disponer de la actividad del mismo de forma remota, y una tarjeta SD que almacenará los datos de posicionamiento horario del heliostato.

Vista la exposición anterior, se ha diseñado un sistema de control de bucle abierto. Seguidamente se describen los diferentes componentes hardware, justificando el porqué de su elección.

4.2.1 Análisis hardware y de elementos físicos

Se ha dotado al mecanismo, al igual que propuso Fahrenheit en el siglo XVIII, de un sistema de relojería. En esta tesis se propone un sistema de relojería micro-controlado y programable para dotar del movimiento adecuado a dicho mecanismo.

Sensores

Circuito RTC

Este componente, es el encargado en la automatización de mantener permanentemente la fecha y hora, y al que periódicamente se va a consultar para calcular el vector solar. Utiliza un reloj en tiempo real, se ha elegido el circuito RTC DS1302 (Fig. 80).

Placa diseñada en base al chip DS1302 que ofrece una alta estabilidad y precisión a lo largo del tiempo.



Fig. 80 RTC DS1302 con oscilador y pila.

Los componentes que lo integran son:

- Pila, en caso de que se interrumpa la alimentación, toma energía de la pila, sin detener el funcionamiento. Puede ser alimentado desde 2V a 5.5V.
- Cristal de 32.768KHz
- Chip DS1302

Usa tres líneas de comunicación que son CE, I/O y SCLK, su nombre común es “3-wire interface”. Este formato de comunicación, 3-wire, se refiere al número de líneas de control. Adicionalmente a estas líneas de control generalmente se necesita una tierra común. Los datos que fluyen desde y hacia el DS1302 son multiplexados en solo una línea (I/O), la señal (SCLK) mantiene los sincronismos de comunicación, y (CE) es la señal que habilita al dispositivo con el que se va a comunicar.

CE → ChipSelect.

I/O → Transferencia de datos.

SCLK → Señal de reloj.

Observando la hoja de características se puede calcular la máxima corriente de carga. Asumiendo un suministro de 5V, la pila conectada y el trickle charger habilitado por medio de un diodo y una R1 interna se obtiene:

$$I_{max} = (5V - \text{diode drop})/R1 = (5V - 0.7V)/2k\Omega = 2.2mA.$$

En un estado normal de funcionamiento rondará los $1\mu A$.

El fabricante aporta las librerías apropiadas, que facilitan conocer la hora, día, mes y año, variables indispensables en las ecuaciones solares.

Circuito GPS

Dada la disponibilidad que se tiene hoy de circuitos de GPS, se ha estimado conveniente no dejar la precisión horaria en manos del RTC. Se va a utilizar un GPS (Ultimate GPS Breakout de Adafruit, Fig. 81) para actualizar periódicamente el RTC con el Tiempo Universal Coordinado o UTC, del Servicio Internacional de Rotación de la Tierra y Sistemas de Referencia (International Earth Rotation and Reference Systems Service) a través del tiempo GPS. Esta precisión se debe a que cada satélite GPS lleva cuatro relojes atómicos con los cuales puede apreciar pequeñísimas diferencias de tiempo en las señales emitidas, para poder ubicar la posición mediante trilateración (o multilateración).

En esta aplicación solo se va a usar la precisión de los relojes atómicos.

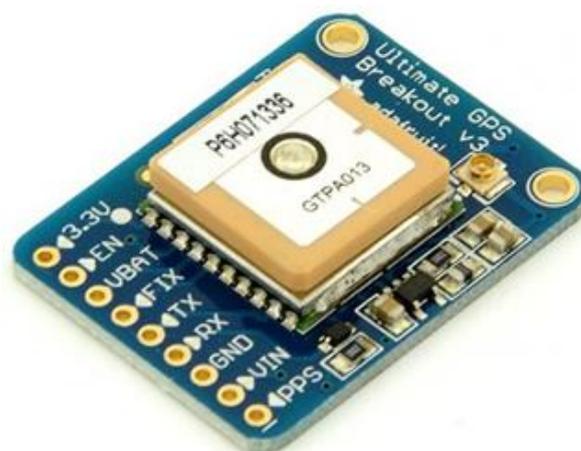


Fig. 81 *Ultimate GPS Breakout*

El chip de GPS es MTK3339 (v3), con mejoras sustanciales con respecto a la versión anterior compatible con múltiples plataformas. Las características de este GPS son:

- 66 canales, -165dBm de sensibilidad y actualización a 10Hz
- Consumo: 20mA
- Incluye batería para el RTC (Real Time Clock) que proporciona hasta 7 años de back-up
- Hasta 25 km de altura
- 2 taladros de montaje para su uso en protoboard
- Cuenta con antena interna pero dispone de un conector para montar una antena externa
- Led de estado

Está basado en el MTK3339, que permite seguir hasta 22 satélites por 66 canales, cuenta con una gran sensibilidad (-165dB) y permite realizar 10 actualizaciones de posición por segundo.

Dispone de un regulador de 3.3V se puede alimentar a 3.3V y a 5V DC, además incorpora un RTC para incorporar la hora exacta a las localizaciones.

Finalmente permite hacer data-logging, la memoria flash del módulo permite almacenar hasta 16 horas de datos de localización.

Circuito de paso por cero

La misión del sensor (Fig. 82) va a ser fijar una posición de referencia para el espejo, que determine que el plano BCD está en posición de reposo y paralelo con el plano del meridiano del lugar. Ha de llevar la cuenta del incremento o decremento de vuelta que el eje A-A' ha roscado en la tuerca (fija al plano de tierra) determinando así la distancia entre los puntos B y D. También va a servir

como punto de reinicio en caso de un posible corte del suministro eléctrico del sistema

Está basado en el detector de proximidad Telemecanique XS Series (Sensor Inductivo)



Fig. 82 Telemecanique XS1M08PC410 M 8.

Especificaciones sensor inductivo:

- Rango de voltaje +Vs: 5 a 36 Vdc.
- Consumo máximo de corriente (no load): 12 mA.
- Circuito de salida: PNP break function (NC).
- Caída de tensión: $V_d < 2$ Vdc.
- Corriente de salida: < 200 mA.
- Distancia nominal: Sn 4 mm.
- Indicador: LED rojo.

La figura 83 muestra el diagrama de conexión facilitado por el fabricante:

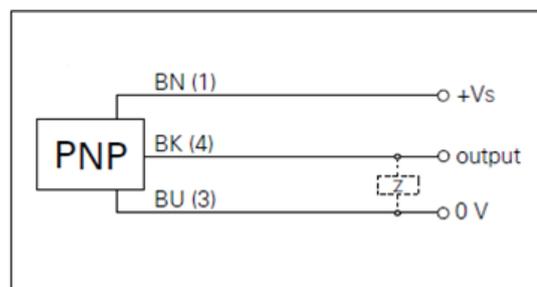


Fig. 83 Conexiones del sensor inductivo.

La salida (Fig. 83) irá conectada a una entrada digital del micro-controlador. De esta forma cuando el sensor detecte la presencia del espejo en la posición de reposo devolverá un 1 lógico al micro-controlador, que interpretará una señal de 0V como un 0 lógico y 5V como un 1 lógico.

El sensor está alimentado a 12V por lo que habrá que limitar la tensión de salida a 5V (Fig. 84), para ello se calculará el divisor de tensión necesario para conectarlo a la plataforma.

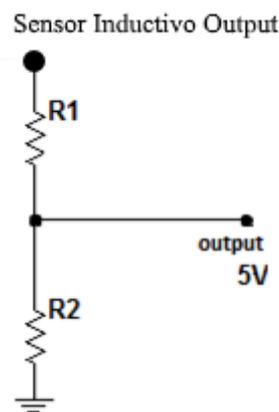


Fig. 84 Adaptación de la salida del sensor inductivo.

$$\frac{VCC - 0}{R1 + R2} \cdot R2 = 5V \quad (90)$$

De donde se obtiene:

$$\frac{VCC}{5V} = \frac{R1}{R2} + 1 \quad (91)$$

Siendo

$$VCC = 12V \rightarrow 1.4 \times R2 = R1 \quad (92)$$

Se ha determinado $R2 = 3.3 \text{ k}\Omega$ y $R1 = 4.7 \text{ k}\Omega$

Actuadores

Motor

Para mover todo el conjunto se ha dotado al sistema heliostático de un motor M23-3.1-1D10-D2-A (Fig. 85).



Fig. 85 *Motor paso a paso.*

Este motor cuenta con las siguientes características:

- Tipo: Motor paso a paso híbrido
- Normalización: Size 23 series-v3
- Paso angular: 1,8°
- Número de fases: 2
- Número de hilos: 8
- ΔT_{max} : 80 grados
- Clase de aislamiento: B
- Resistencia de aislamiento: 100 M Ω (500 Vdc)

En la tabla 10 se muestran los valores de mecánicos y eléctricos del motor paso a paso según se realice el conexionado de los devanados.

Tabla 10 Valores característicos del motor según conexionado

Tipo	Conexión	Nm	A	Ω	V	mH
M23-3.1-1D10-D2-A	Paralelo	3,1	4,2	0,65	2,7	3,2
	Serie	3,1	2,1	2,6	5,5	12,8
	Unipolar	2,2	2,9	1,3	3,8	3,2

Driver motor

Para que el micro-controlador pueda actuar en el movimiento del motor paso a paso, se utiliza un driver (Fig. 86) que permite controlar el motor. Se eligió un driver que además permite controlar el número de pulsos y dirección, también permite limitar la corriente del motor.

Se utiliza un controlador Bipolar DBP-0.3/2.0A-12/36V-1/128Mp-FM-A



Fig. 86 Driver para motor paso a paso.

Especificaciones controlador bipolar:

- Alimentación eléctrica:
Tensión mínima: 12 Vdc.
Tensión máxima: 36 Vdc.
- Micropasos:
Mínimo número de micropasos: 1.
Máximo número de micropasos: 128.
- Señales:
Voltaje para el estado “0” es entre 0-0.5V.
Voltaje para el estado “1” es entre 4-5V.
Corriente mínima para la señal lógica = 10mA.
Corriente máxima para la señal lógica = 20mA.
Frecuencia máxima entrada = 200kHz.
Ancho de pulso mínimo = 2 μ s.
- Motor paso a paso:
Mínimo corriente por fase: 0.3 A.
Máximo corriente por fase: 2.0 A.
Número de hilos (2 fases/ bipolar): 4, 6, 8.
- Dimensiones y peso:
96x60x24.5mm.
Peso = 0.15Kg.

Relación de conexiones a realizar en el driver:

- VCC = +5V
- PUL = pasos.
- DIR = dirección, para un correcto funcionamiento, el DIR señal tiene que estar 5 μ s adelantado al PUL señal.
- EN = señal lógica “1” controlador habilitado, señal lógica “0” controlador deshabilitado. (no conectado=enabled/habilitada).

- AC = Positivo de fuente de alimentación (Sistema de protección, conexión indiferente).
- AC = Negativo de fuente de alimentación (tierra) (Sistema de protección, conexión indiferente).
- A+ = A conexión de la primera fase del motor paso a paso.
- A- = \overline{A} conexión de la primera fase del motor paso a paso.
- B+ = B conexión de la segunda fase del motor paso a paso.
- B- = \overline{B} conexión de la segunda fase del motor paso a paso.

La tabla 11 muestra la disposición de los interruptores (dip-switches) para la limitación de corriente al motor.

Tabla 11 Ajuste de dip-switches para limitación de corriente

Corriente	S1,S2,S3	Corriente	S1,S2,S3
0.3A	ON ON ON	1.0A	ON ON OFF
0.4A	OFF ON ON	1.2A	OFF ON OFF
0.5A	ON OFF ON	1.5A	ON OFF OFF
0.5A	OFF OFF ON	2.0A	OFF OFF OFF

En esta aplicación se ha limitado la corriente a 2A. También se ha activado la reducción automática de corriente.

En la tabla 12 se indica si la corriente de mantenimiento de par a motor parado (corriente de reposo), es la máxima limitada o la mitad de la misma.

Tabla 12 Selección de la corriente de reposo

Reducción Automática Corriente con motor parado	S4
Limitación de corriente configurada	OFF
Mitad de limitación de corriente configurada	ON

En la tabla 13 se muestra el ajuste del número de pasos a suministrar a un motor estándar de 200 pulsos por vuelta, para que de esta manera se pueda disponer de un mayor número de posiciones por vuelta.

Tabla 13 *Ajuste de dip-switches para configuración de micro-pasos por vuelta*

Micropasos	S5,S6,S7	Pasos/rev	Micropasos	S5,S6,S7	Pasos/rev
1	ON ON ON	200	16	ON ON OFF	3200
2	OFF ON ON	400	32	OFF ON OFF	6400
4	ON OFF ON	800	64	ON OFF OFF	12800
8	OFF OFF ON	1600	128	OFF OFF OFF	25600

Dado que el motor elegido es de 200 pasos/rev, y el conexionado del motor es serie (2,1A), se ha ajustado la siguiente configuración del driver que ha quedado como sigue:

S1→OFF; S2→OFF; S3→OFF; S4→ON; S5→ON; S6→ON; S7→ON

Interfaces

Pantalla LCD

Se ha seleccionado la pantalla LCD FSTN GDM1602K (Fig. 87), que tiene como misión fundamental que el operador pueda visualizar las distintas operaciones de ajuste en el heliostato.

Especificaciones de la pantalla LCD:

- chip HD44780
- de 2 líneas de 16 caracteres
- 11 patillas disponibles
- Tensión 5 V cc

- Consumo 160 mA



Fig. 87 Pantalla LCD.

Comunicación Inalámbrica

La selección del modem Bluetooth BlueSMIRF Gold (Fig. 88) se realiza para dotar al equipo de una comunicación inalámbrica de forma que con un equipo que disponga de radio-enlace Bluetooth se puede visualizar y/o almacenar los datos que periódicamente el controlador envía.



Fig. 88 Modem Bluetooth.

Éste módulo funciona en modo serial (TX/RX) y permite establecer una comunicación inalámbrica con una velocidad de transferencia de entre 9600 y 115200bps. El alcance aproximado es de unos 100 metros.

Puede ser alimentado con una tensión de alimentación de entre 3.3V y 6V por lo que es ideal para su uso con baterías. Puede conectarse a un ordenador (no directamente, sino con un conversor serie-USB).

Características del modem Bluetooth BlueSMIRF Gold:

- FCC Approved Class 1 Bluetooth® Radio Modem
- Muy pequeño: 51.5x15.8x5.6mm
- Link inalámbrico muy robusto con verificación de datos hasta 100m
- Bajo consumo: 25mA
- Conexión encriptada
- Frecuencia: 2.4~2.524 GHz
- Alimentación: 3.3V-6V
- Comunicación serie: 2400-115200bps
- Rango de temperatura: -40 ~ +70C
- Antena integrada
- Dimensiones: 51.5x15.8x5.6mm

Circuito SD

Para almacenar los datos de posicionamiento horario se hace uso de una placa SD para Arduino.

La SD Card Shield v4.0 (Fig. 89) ofrece una manera sencilla de almacenar grandes cantidades de datos en una tarjeta de memoria SD (o Micro SD) de forma muy sencilla y rápida. Soporta tarjetas de hasta 2GB y se proporciona una librería que incluye un gestor de sistema de archivos NanoFAT.



Fig. 89 Soporte para tarjeta SD.

Pulsadores

Para poder ajustar, inicializar, configurar, etc. correctamente el heliostato se han instalado 5 pulsadores. El funcionamiento de éstos es el que sigue.

- Pulsador 0 Graba calendario actual / Menú
- Pulsador 1 Inicio Ajuste
- Pulsador 2 Fin Ajuste
- Pulsador 3 Giro anti horario
- Pulsador 4 Giro horario

Plataforma de desarrollo

Una vez determinados los sensores, actuadores e interfaces del sistema, y sus estrategias de control de seguimiento, es necesaria una plataforma programable donde se pueda realizar la implementación mediante un código que realice los diferentes cálculos y procesos necesarios, leyendo y actuando a su vez sobre los elementos que lo forman por medio de sus entradas y salidas.

La plataforma que se ha decidido implementar el automatismo es ARDUINO, y dentro de ella se ha optado por el ARDUINO MEGA 2560 (Fig. 90). La elección de este modelo se ha debido a las siguientes características:

- I. Disponibilidad suficiente de número de entradas/salidas de la placa.
- II. Memoria interna con espacio mínimo para nuestro programa.
- III. Número de puertos serie disponibles

El Arduino Mega 2560 es una placa electrónica basada en el Atmega2560. Tiene 54 pines digitales de entrada/salida (de los cuales 14 se pueden utilizar como salidas PWM), 16 entradas analógicas, 4 UARTs (puertos serie de hardware), un oscilador de cristal de 16 MHz, una conexión USB, un conector de alimentación, una cabecera ICSP, y un botón de reinicio.

Contiene todo lo necesario para dar soporte al micro-controlador. Para el desarrollo basta con conectarlo a un ordenador mediante un cable USB, a través del posibilita tanto la alimentación como la comunicación con el equipo. Una vez cargado el programa, se puede alimentar con una batería o fuente externa

Cuenta con el ATMEGA16U2 programado como convertidor USB a serie.

Resumen de características

Micro-controlador	Atmega2560
Voltaje de funcionamiento	5V
Voltaje de entrada (recomendado)	7-12V
Voltaje de entrada (límites)	6-20V
Pines E/S digitales	54(15 para PWM)
Pines de entrada analógica	16
Intensidad por pin	40 mA
Intensidad en pin 3.3V	50 mA
Memoria Flash	256 KB de los cuales 8KB usados por el bootloader
SRAM	8 KB
EEPROM	4 KB
Velocidad de reloj	16 MHz

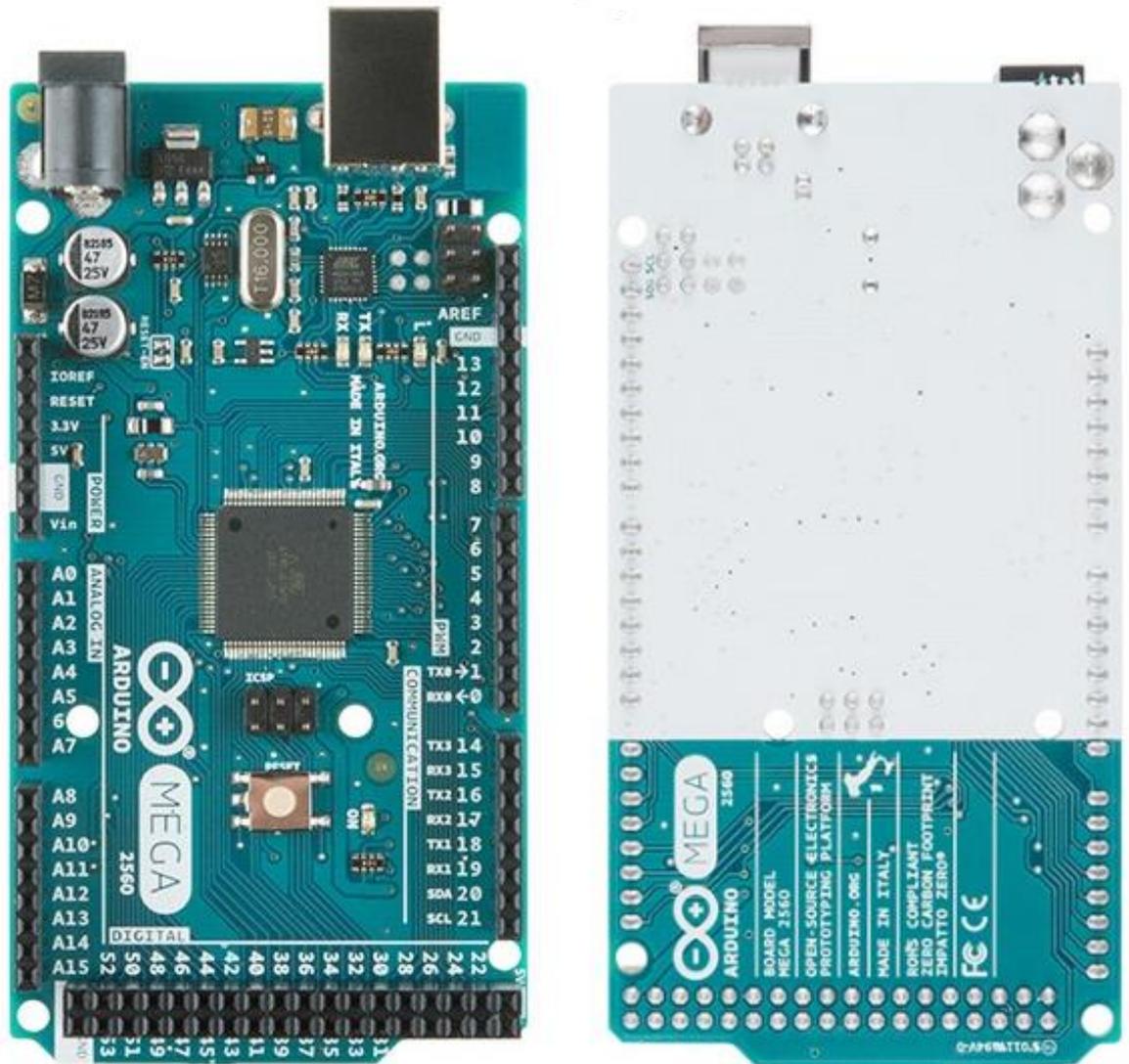


Fig. 90 *Arduino Mega parte superior e inferior.*

Una vez relacionados todos los dispositivos que interviene en el automatismo de control, y según lo expuesto anteriormente, se implementa el conexionado de los mismos y asignación de pines de acuerdo al esquema siguiente (Fig. 91), los recursos de carácter electrónico a utilizar serán los siguientes:

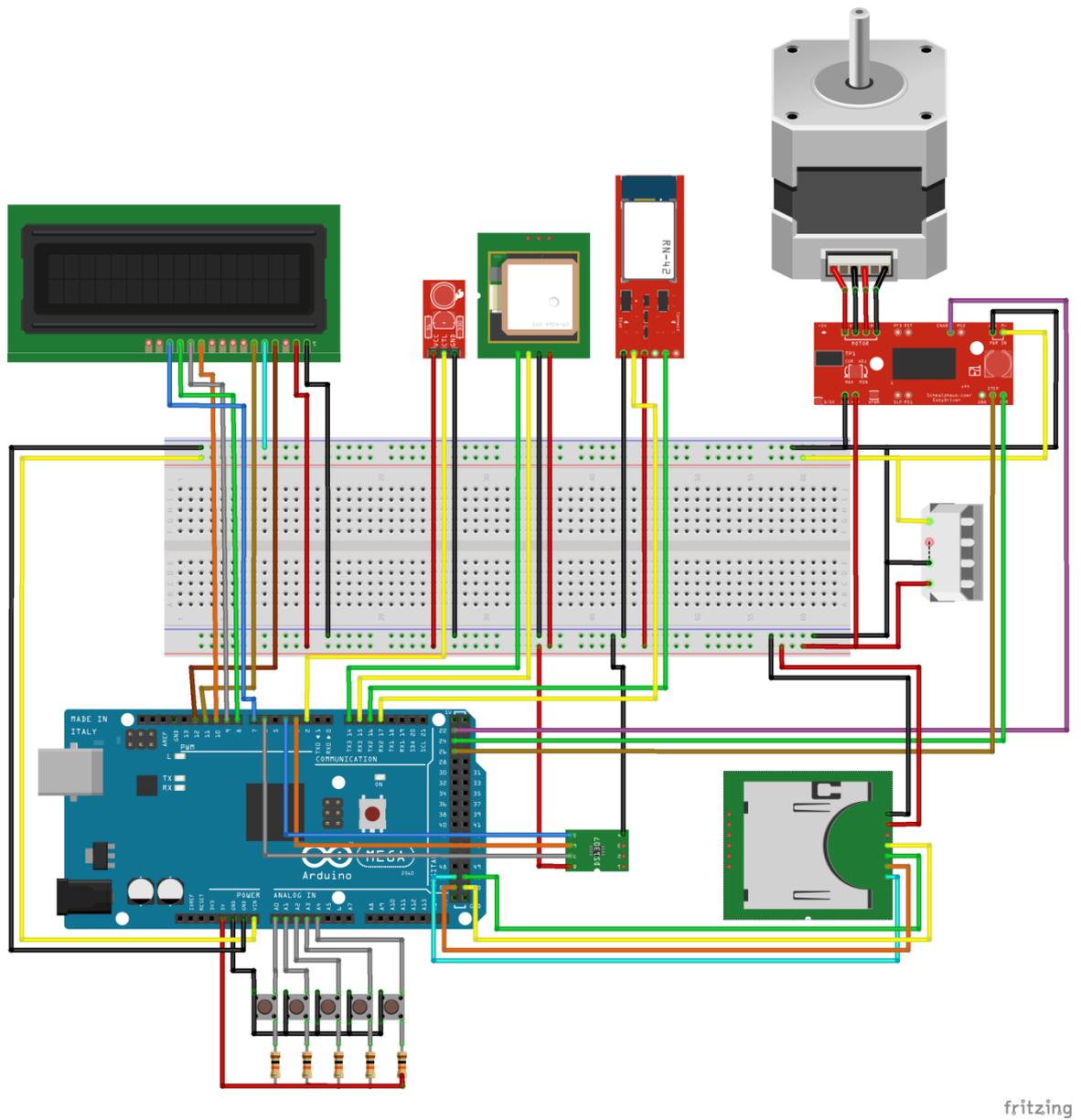


Fig. 91 Diagrama fritzing del sistema de control.

- Plataforma
 - Arduino MEGA 2560
- Sensores
 - Sensor inductivo
 - GPS

- Circuito RCT DS1302
- Actuadores
 - Driver motor
 - Motor Paso a Paso
- Interfaces
 - Bluetooth
 - LCD
 - Shield SD para Arduino
 - Pulsadores

4.2.2. Análisis software

Analizada el hardware o dispositivos físicos, en este apartado se desarrolla el estudio para el diseño del software. Se muestra el flujo de programa así como las funciones más importantes para el cálculo del posicionamiento del heliostato.

Programación en plataforma “Arduino”

La plataforma Arduino se programa mediante el uso de un lenguaje propio basado en el lenguaje de programación de alto nivel Processing. El compilador usado por esta plataforma en Linux es GNU AVR, y bajo Windows es WinAVR. Este compilador está dedicado para los procesadores AVR y está configurado para compilar C y C++. Las librerías del estándar C implementadas en este compilador son avr-libc y están optimizadas para los procesadores AVR.

El propio entorno Arduino contiene una serie de librerías integradas que facilitan enormemente las tareas más comunes en el mundo de la automatización. Las librerías proveen funcionalidad extra al código al poder trabajar con hardware muy variado o a poder manipular datos. Adicionalmente, muchos de los desarrolladores y distribuidores de circuitos generan sus propias librerías para utilizar los mismos con las distintas plataformas, esto conlleva un ahorro de

escritura de código. La cantidad de librerías de terceros disponibles para la plataforma Arduino es enorme.

Algoritmo de control

A rasgos generales, este será el diagrama de flujo:

- En la puesta en marcha el heliostato ha de ir a la posición de reposo, calcular los valores actuales comparándolos con los almacenados y posicionarse de acuerdo a ellos.
- Se verificará si se ha pulsado algún pulsador, si es el pulsador 0 (Graba calendario actual / Menú), es el primer ciclo y permanece pulsado más de 20 segundos, asume reinicio (graba calendario actual), de lo contrario actuar según el pulsador.
- La distancia entre B y D (Fig. 60) estará permanentemente almacenada en la EEPROM y grabará el nuevo valor cada vez que dé una vuelta completa en cualquier sentido.
- El sensor de paso por cero actuará siempre en el sentido de giro retorno hacia el Este o giro a invierno (desenroscar).
- La longitud que debe de tener la distancia del paralelogramo B D coincidente con el eje en el día que se calculó por programa.
- Posición de reposo
 - Espejo posicionado esperando salida del sol orientado al Este en la posición del sensor de paso por cero.
- Posición hora
 - Se determina giro en grados del espejo para cada instante determinado del día.

Código del programa

Uno de los objetivos que se sigue es cómo hacer el seguimiento solar con un control fiable y con el menor número de sensores y más económicos posibles. Para ello se debía conseguir que el heliostato hiciera un movimiento de

seguimiento Este – Oeste, desde la salida hasta la puesta de sol durante todo el año y proyectando el rayo reflejado en un objetivo fijo. El seguimiento que se ha planteado en este proyecto es un seguimiento discreto activando el motor cada 3 minutos, aunque es configurable.

En principio se define una posición de reposo para el espejo de modo que éste estuviese orientado hacia el Este. Así cuando el sol queda por debajo del plano (z negativa), es decir, acabe el seguimiento de un día, el espejo deberá ir hacia su posición de reposo. Para ello se ha instalado un sensor inductivo (sensor de paso por cero) y se ha situado para que se active cuando el espejo se encuentre orientado hacia el Este y perpendicular con el plano del meridiano del lugar. Este será el punto de referencia.

Para el movimiento del motor y por tanto el giro del espejo, se efectuará dando los pulsos adecuados al motor paso a paso para conseguir el movimiento deseado. Para ello se ha de tener en cuenta que el motor tiene 200 pasos por vuelta, y que está acoplado a una reductora de 120/1, lo que implica que para que el espejo de una vuelta, se le han de dar al motor 24000 pulsos. Esto da una resolución máxima al posicionamiento de $4,16 \cdot 10^{-5} \text{ rad}$.

Conociendo los pasos que se le han de dar al motor para posicionar el espejo, se plantea determinar, cuándo sale, cuándo se pone el sol, la hora solar, el vector solar, y en la localización en que se encuentra situado el heliostato. Con estos parámetros para cada día del año, se conoce en que posicionamiento se debe colocar el espejo para hacer un seguimiento correcto. Determinado, según el funcionamiento del mecanismo, el ángulo del espejo y el valor de la diagonal B D, se conoce cuántos pulsos se le deben dar al motor para posicionar el espejo adecuadamente. Para este cometido se han definido unas funciones que calculan los parámetros necesarios a saber, el día juliano, la declinación solar, la longitud de la diagonal B D (Fig. 60) que debe tener el eje del espejo en un día determinado, el valor del ángulo horario y la componente Z del vector solar.

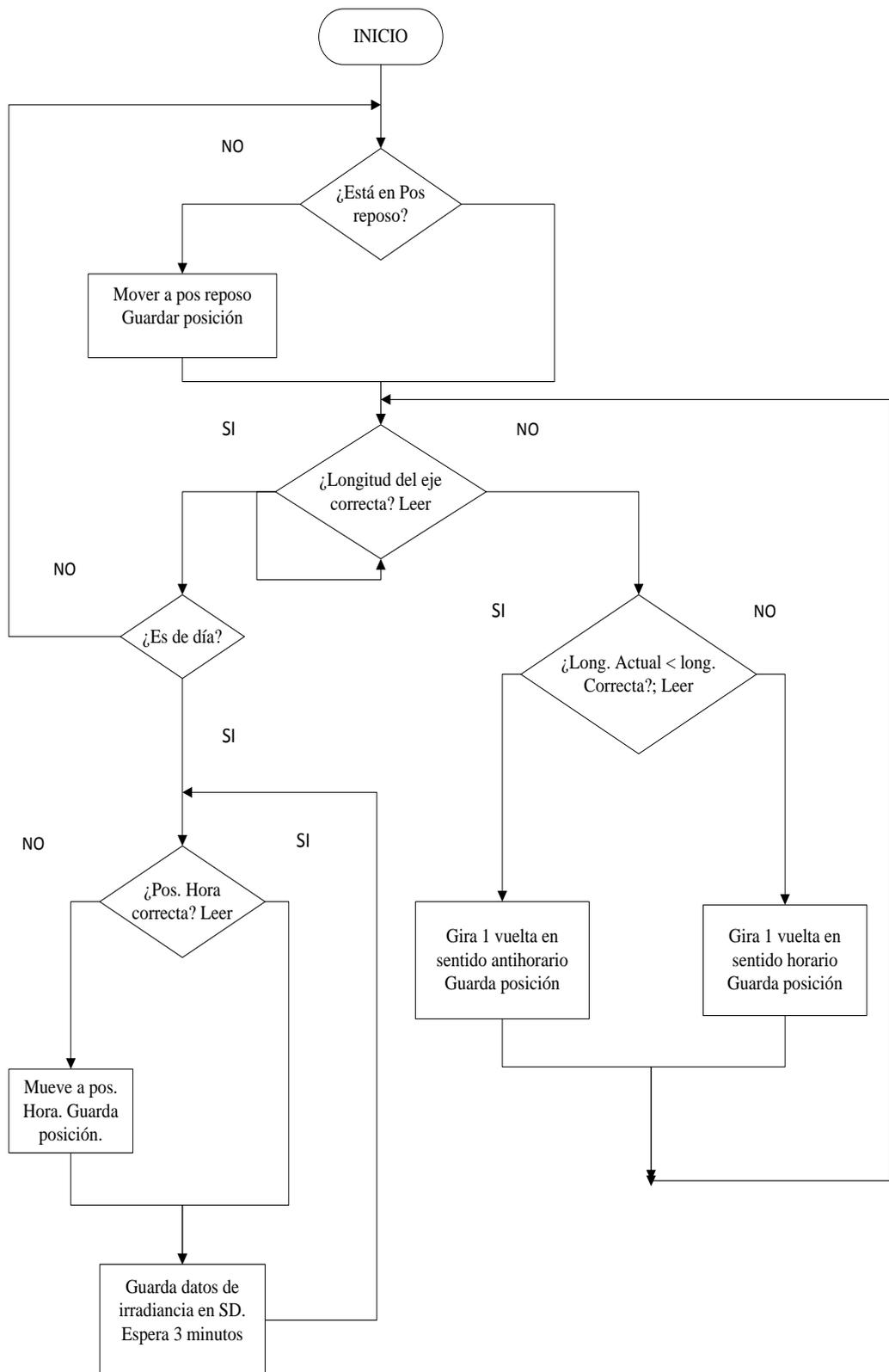


Fig. 92 Diagrama de flujo del control

- La *función_día_juliano* devuelve el día juliano para una determinada fecha, para ello es necesario ayudarse del reloj en tiempo real. Esta función devuelve un valor entero (comprendido entre 1 y 365), a partir de los parámetros de entrada que son: el día, el mes y el año.
- La *función_declinación* devuelve el valor de la declinación solar para un día determinado mediante la expresión (7). Para calcularla es necesaria la función día juliano. El valor de la declinación lo expresa (en grados, float), teniendo como parámetro de entrada el día juliano (1-365).
- La *función_desplazamiento* devuelve la longitud (en mm por paso de rosca) que debe de tener la distancia B D (Fig. 60) del eje para un día determinado. Hay que recordar que el heliostato se posicionará para una adecuada altura solar dando vueltas alrededor de un eje roscado, en el prototipo el paso de rosca es de 2mm, lo que modificará el ángulo del polígono deformable del mecanismo, cómo se explicó anteriormente. Así sabiendo el ángulo ideal para el seguimiento de la altura solar, así se sabe también la longitud de nuestro eje. El ángulo ideal β entre el eje A-A' y la barra CD (Fig. 60) que actúa como parámetro se determina con la expresión (54). Los parámetros que intervienen son; ángulo ideal (en grados), brazo (barra CD), separador, empujador (barra BC), paso rosca (todas en mm) (Fig. 59).
- La *función_hora_solar* devuelve el valor del ángulo solar horario en función de la hora solar (valor en coma flotante) a partir de los valores de la Longitud (en grados) del lugar, el día juliano (1-365), la hora civil (valor entero entre 0 y 24) y el minuto civil (valor entero entre 0 y 59).
- La *función_VSolar_Z* devuelve la componente Z del vector solar (vector unitario dirigido al sol) en un sistema de referencia local (Ox dirección Oeste, Oy Sur, Oz Cenit), tiene como parámetros: el día juliano (1-365) y la hora solar (el origen horario se encuentra en el mediodía solar, por lo que será necesario introducir horas negativas

para referirse a las horas anteriores al mediodía) y la Latitud del lugar (en grados).

En el anexo de código se pueden encontrar dichas funciones definidas al final del código y con una explicación de su uso y que valor devuelve al programa.

Una vez controlado el posicionamiento del espejo hay que ver si al día siguiente hay un cambio en la longitud del eje. La estrategia a seguir será la siguiente: cuando llegue la noche el espejo volverá a su posición de reposo y el programa comparará la longitud actual del eje, que previamente se ha almacenado en la EEPROM, con la longitud calculada del día siguiente, y dependiendo de si es mayor o menor, se hará un giro completo en sentido anti-horario o un giro completo en sentido horario y grabando el nuevo valor en la EEPROM, o si es igual no se hará ningún giro y se volverá a la posición de reposo volviendo en sentido anti-horario.

En la EEPROM se guarda además, el offset y el código de valor del sensor, que ambas se explican más adelante.

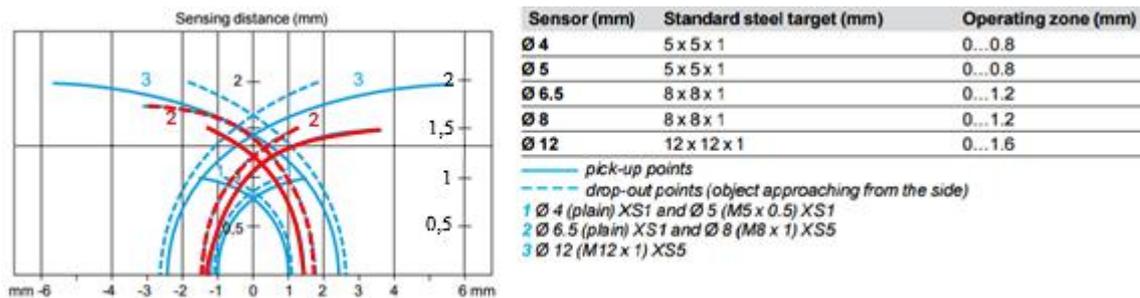


Fig. 93 Curvas de detección de la familia OsiSense XS Telemecanique.

Para almacenar la posición del espejo en la EEPROM solo se cuenta con la ayuda de un sensor que indica si el espejo está o no en la posición de reposo.

Este sensor tiene su base circular, no se activa justamente cuando la marca del heliostato llega a su centro, sino que se activa cuando dicha marca llega prácticamente al contorno de la zona de detección del sensor de acuerdo a un cono de detección (Fig. 93) y mientras permanezca dentro de ese cono estará activado, se desactiva cuando sale de su contorno de nuevo como se puede observar en el siguiente esquema:

Esto implica que para un radio de la corona dentada de 60 mm, la marca de 5 mm de diámetro situada a dicha distancia, hace que durante un giro de $12,5^\circ$ el sensor de 8 mm permanezca activo. Se necesita que solo exista un punto de detección y no toda una zona que supone una distancia lineal de 13 mm.

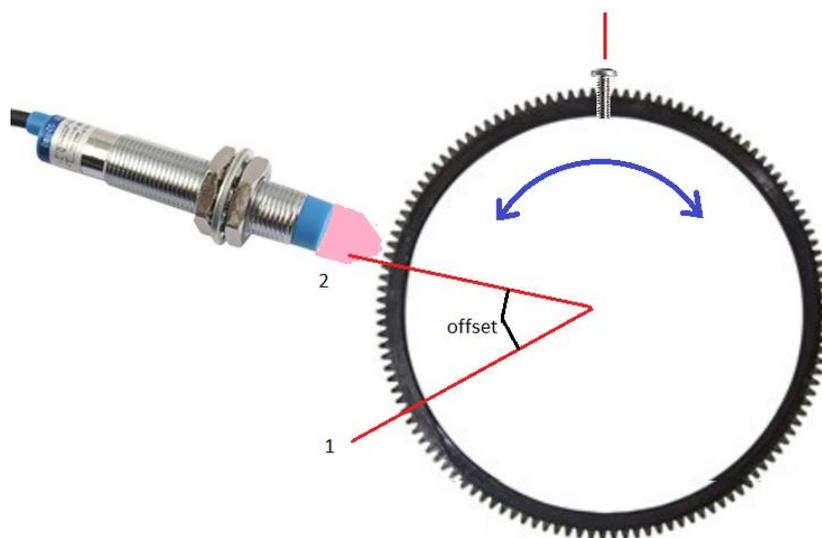


Fig. 94 Sentido válido de detección

La figura 94 muestra la materialización de la posición de “cero” y la posición de “reposo” de la corona. La posición de “cero” se detecta cuando la marca, representada por la cabeza de un tornillo, se encuentra en uno de los límites del

cono de detección del sensor o punto 2 de la figura 94. El cono de detección se ha representado por una zona rosada. Siempre que el centro de la marca se encuentre dentro de la zona rosada el sensor detectará presencia de la marca. Para alcanzar el punto 2 la estrategia es diferente dependiendo del sentido de giro de la corona. Si el sentido es horario el punto 2 se identifica con la primera posición en que el sensor detecta proximidad. Si el sentido es antihorario, el punto 2 se identifica como el correspondiente a la última posición en que se detecta proximidad. En la figura 94 también se representa la posición 1 de la marca cuando el dispositivo se encuentra en posición de “reposo” (posición en que el plano del polígono articulado es perpendicular al plano meridiano del lugar). El ángulo entre las posiciones 1 (reposo) y 2 (cero) se denomina “offset”.

Con respecto al movimiento del heliostato ya está todo expuesto pero queda por definir una estrategia para que en caso de un corte de suministro eléctrico, el heliostato sea capaz de posicionarse solo. Para ello se necesita saber la longitud del eje y la posición del espejo en el momento que se produjo el corte del suministro. Las posibles situaciones que se pueden dar de la posición de la corona dentada con respecto la única referencia que existe en el dispositivo, que es el sensor inductivo son:

- 1 – Sensor activo y giro horario
- 2 – Sensor activo y giro anti-horario
- 3 – Sensor inactivo y giro indiferente
- 4 – posición de reposo (giro anti-horario y el sensor se acaba de activar)

Estos valores se almacenaran en la variable “*sensor*” definida en el programa y cada vez que haya un cambio en esta variable la almacenara en la EEPROM, de esta forma se sabrá en caso de corte del suministro eléctrico que movimiento estaba realizando el espejo.

Con esto queda definida la estrategia para almacenar la posición del espejo y la explicación de la variable “*sensor*”. Para almacenar la longitud del eje en la EEPROM se va definir también una estrategia considerando un posible fallo eléctrico.

En la EEPROM se almacena la longitud actual de eje, como se expuso anteriormente, así cuando haya un corte de suministro solo se tendrá que comparar la longitud almacenada (longitud actual del eje) con la longitud que debería tener el día que se restablezca el suministro.

Si cuando se produzca el corte de suministro el heliostato estaba haciendo el movimiento de día, es decir, el movimiento para seguir al sol, no habrá problema, la EEPROM tendrá almacenado el valor de la longitud del eje de ese día. Pero si el corte se produjese de noche y el espejo no estuviese en reposo, significa que en ese momento el espejo estaba en movimiento, dando una vuelta completa (bien sentido horario, o bien sentido anti-horario) para la correcta longitud del eje al día siguiente, o bien para situarse en reposo. Teniendo en cuenta que en la EEPROM se va a ir guardando los valores del eje con respecto a las vueltas que da (sumando “2mm” paso de rosca si el giro es anti-horario y restando “2mm” si el sentido es anti-horario) hay que establecer cuándo se va a escribir el nuevo valor.

La solución que se ha tomado es que el espejo haga toda la maniobra de incrementar o decrementar un paso de rosca, y una vez que llegue a la posición de reposo se guardará el nuevo valor en la variable “*desplazaje*” almacenada en la EEPROM. Así si el heliostato está dando una vuelta en sentido horario, debe llegar al sensor por arriba (como se ha visto en el esquema anterior), seguir su movimiento con el sensor activo, seguir hasta que se vuelva a desactivar, y una vez desactivado se restarán el paso de rosca a la variable, almacenando su valor, a continuación el espejo hará un mínimo movimiento anti-horario para colocarse en la posición de reposo, de esta manera si el corte de suministro se produjese antes, el espejo volverá a la posición de reposo en sentido anti-horario y la vuelta no se habrá actualizado. Y si el heliostato está dando una vuelta en sentido anti-horario

la vuelta se sumará en el instante en el que comience el movimiento, así si se produjese un corte, la vuelta ya estará almacenada y el heliostato seguirá con su movimiento anti-horario hasta la posición de reposo.

Por último hay que explicar que para la correcta puesta en marcha del sistema primero se ha de calibrar el heliostato para que éste mantenga el plano formado por el vector solar y el rayo reflejado en posición perpendicular al espejo, para ello se han utilizado 5 pulsadores (A0 A1 A2 A3 A4) cuyo funcionamiento es el siguiente:

Si es la primera vez que se pone el heliostato en marcha (siguiendo el procedimiento de ajuste) y se presiona el pulsador A0 durante al menos 20 segundos, se grabará en la EEPROM la longitud que debe de tener el eje ese día. Para ello primero se debe girar el espejo manualmente para colocarlo en dicha posición.

Una vez hecho esto se procede a calibrarlo, esto se hace pulsando A0 y A1 al mismo tiempo. Efectuando esta maniobra, el heliostato se colocará en posición vertical (hora solar 0, mediodía) y con la ayuda de un nivel se regulará la posición vertical del heliostato. Si éste no estuviese nivelado, por medio de los pulsadores A3 y A4 se va moviendo un paso al heliostato, con uno en sentido horario y con otro en sentido anti-horario, y una vez calibrado verticalmente se pulsará A0 y A2, de esta forma se grabará en la variable offset la diferencia entre la posición supuestamente vertical en la que se colocó el espejo al pulsar A0 y A1, y la posición vertical real medida con el nivel. Una vez hecho esto el espejo ya tendrá la referencia del plano horizontal con respecto al sensor y a la posición de reposo.

4.3 Dimensionado de la instalación fotovoltaica

Aun cuando para las pruebas, el prototipo se ha mantenido conectado a la red eléctrica, cabe la posibilidad de que funcione de manera autónoma con una instalación solar fotovoltaica. Ahora se pasa a valorar el consumo del sistema y se

hará un estudio para determinar qué módulo fotovoltaico y que batería utilizar para que el sistema sea energéticamente autónomo.

Considerando un consumo correspondiente al motor, el micro-controlador, sensores e interfaces según la tabla 14

Tabla 14 *Consumos de los componentes*

Consumos medios diarios de los equipos en corriente continua, Vcc.				
Elementos de consumo	Potencia (W) P	Nº de equipos N	Tiempo h/día	Energía (W.h)/día P·N·h/día
Motor	24	1	0,1	2,4
Arduino	1,6	1	24	38,4
RTC	0,011	1	24	0,264
GPS	0,1	1	24	2,4
Sensor Inductivo	0,072	1	24	1,728
Driver	0,1	1	0,1	0,01
LCD	0,5	1	24	12
Bluetooth	0,125	1	0,016	0,002

Se ha supuesto que el espejo dará como máximo 2 vueltas al día con una duración por vuelta de 3 min. por tanto estará funcionando 6 min.

En la tabla 15 se resumen las características fundamentales de estos consumos:

Tabla 15 *Consumos Totales*

Energía necesaria diariamente para el sistema (E1)	57,204	Wh/día
Potencia totalo suma de todos dispositivos (P1)	26,508	W

Dado que se ha considerado aplicar un factor de seguridad de 1.2, se obtienen los consumos de la tabla 16:

Tabla 16 *Consumos corregidos*

Factor de seguridad de la instalación F_s	20	%
Consumo medio diario mayorado ($E_{cc}E1(1+F_s/100)$)	68	Wh/día
Potencia mayorada $P_{cc} P1(1+F_s/100)$	31	W

La tabla 17 muestra la relación Consumo/radiación para el mes en que ésta es más desfavorable (diciembre).

Tabla 17 *Condiciones más desfavorables*

Consumo mensual Et (Wh/día)	68	Wh/día
Radiación media mensual sobre plano inclinado en diciembre en Córdoba Rm (kWh/m²día)	2,05	kWh/m²día
Relación mes consumo/radiación Re (Et / Rm)	33,02	

La tabla 18 sintetiza los valores considerados para el cálculo del sistema de acumulación:

Tabla 18 *Sistema de acumulación*

Cálculo del sistema de acumulación			
Energía diaria a suministrar Et elegida	68	Wh/día	
Pérdidas rendimiento en el sistema acumulador Pac	15	%	
Energía diaria mayorada al considerar las posibles pérdidas (ET = Et (1 + Pac/100))	78	Wh/día	
Días deseados de autonomía cuando las baterías están plenamente cargadas D	7	días	
Profundidad de descarga Pd	60	%	
Tensión del sistema de acumulación V	12	voltios	
Capacidad del sistema de acumulación C			
$C = \frac{ET \cdot D \cdot 100}{Pd \cdot V}$	75	Ah	

Conociendo el número de Amperios hora necesario, se selecciona un acumulador de mercado. Sus características aparecen en la tabla 19.

Tabla 19 *Acumuladores*

Nombre comercial del acumulador:	Fórmula FS 240 Solar	Voltios:	12	Ah:	80
----------------------------------	----------------------	----------	-----------	-----	-----------

El generador fotovoltaico estará constituido por un único módulo fotovoltaico cuyas características se reflejan en la tabla 20.

Tabla 20 Características del generador fotovoltaico.

Cálculo del número de módulos fotovoltaicos				
Módulo elegido:	BP270	Potencia pico nominal	50	Wp
		Intensidad de cortocircuito	4,16	A

El regulador necesario, se describe en la tabla 21:

Tabla 21 Características del regulador

Cálculo del número de reguladores				
Módulo escogido	BP270			
Intensidad a soportar el regulador: $I_{mp} \cdot N_{pp} \cdot 1.1$			4,576	A
Tipo de regulador :	Steca 6A/12V	Ir	6	A

Con los resultados obtenidos ya se pueden elegir los componentes.

Se ha seleccionado como unidad de almacenamiento la batería FS-240 SOLAR (Fig. 95), que tiene las siguientes características facilitadas por el fabricante.

- Voltaje de la Batería 12V
- Amperios-Hora de la Batería 80 Ah
- Capacidad medida de la Batería C100 a 25°C
- Amperaje de la Batería Entre 50Ah – 100Ah
- Medidas de la Batería 274x175x190
- Peso de la Batería 21.0 kg



Fig. 95 Batería.

Para el control del sistema panel, batería y carga, se elige el regulador de Carga Steca 6A 12V / 24V Solsum (Fig. 96)



Fig. 96 Regulador de carga.

Como módulo fotovoltaico la elección ha sido el panel BP Solar Panel 50 W 12 V (Fig. 97), con las siguientes características eléctricas

Potencia máxima - Pmax	50 W
Voltaje a Pmax - Vmp	17.3 V
Corriente a Pmax - Imp	2.9 A

Garantía mínima Pmax	45 W
Corriente corto-circuito - Isc	3.17 A
Voltaje circuito-abierto - Voc	21.8 V
Coeficiente Temperatura de Isc	$(0.065 \pm 0.015)\% / ^\circ\text{C}$
Coeficiente Temperatura de Voc	$-(80 \pm 10)\text{mV} / ^\circ\text{C}$
Coeficiente Temperatura de potencia	$-(0.5 \pm 0.05)\% / ^\circ\text{C}$
Temp. nominal de operación celula	$47 \pm 2^\circ\text{C}$
Máximo corriente por fusible	20 A
Voltaje Máximo del sistema	600V (U.S. NEC & IEC 61215 rating)
	1000V (TÜV Rheinland rating)



Fig. 97 Panel fotovoltaico.

5. CONCLUSIONES

Se ha obtenido un mecanismo para un dispositivo heliostático polar compuesto por un brazo deformable por el movimiento giratorio de un único eje A-A' paralelo al eje de la Tierra (Fig. 58). Dicho dispositivo muestra la novedad de necesitar solamente un accionamiento para el posicionamiento tanto en elevación como en acimut del plano de espejo primario. De esta manera sólo se necesita un controlador y un motor para dicho accionamiento. Esto va a permitir disminuir el coste por equipo de forma significativa. Además, permite asociar diferentes heliostatos de manera que puedan ser movidos por un único motor y el uso del dispositivo para técnicas de concentración solar gracias a la disposición de espejos secundarios.

Se ha implementado el tratamiento geométrico y cinético adecuado para su correcto diseño y funcionamiento teórico.

Se han desarrollado los algoritmos y funciones para el control y correcto posicionamiento.

El mecanismo propuesto es de gran sencillez, por lo que cabe esperar un coste asociado muy competitivo para una producción en serie. Sin embargo, la sencillez del mecanismo conlleva la existencia de unos errores sistemáticos debidos a que el movimiento del espejo no se realiza de modo continuo, sino en saltos discretos para un mismo ángulo horario dependientes del paso de rosca del eje A-A' en torno al cual gira el espejo del dispositivo heliostático. No obstante, el estudio de errores realizado muestra la posibilidad de obtener errores medios en torno a 3 milésimas de radian lo que supone un error inferior a 9 mrad (diámetro aparente del Sol) y, consecuentemente, aceptable, sobre todo, en aplicaciones urbanas.

Se ha estudiado la influencia de los parámetros longitudinales característicos del dispositivo en el error medio de apuntamiento, mediante un análisis de tendencia y un ajuste de regresión, obteniendo que los errores medios decrecen conforme

aumenta la relación entre las dimensiones del brazo deformable y el paso de tuerca del eje de giro A-A'.

Se ha observado igualmente que la relación entre el brazo y el paso de rosca determina un empujador óptimo que maximiza el número de vueltas del mecanismo en el desarrollo anual, disminuyendo consecuentemente el error.

Se ha desarrollado un sistema de control automático utilizando hardware libre de bajo coste y sin menoscabo de su seguridad, fiabilidad y precisión.

Se ha diseñado e implementado un prototipo funcional que ha tenido como misión verificar las propuestas previas.

Se ha comprobado que puede seguir ejecutando su función apuntando a un receptor que esté girado un ángulo con respecto al eje polar, con el adecuado control de la velocidad de giro como se ha desarrollado en la presente tesis.

Se ha generado la patente ES 2 539 642 en la Oficina Española De Patentes Y Marcas. En el informe de estado de la técnica de la misma se han calificado tres reivindicaciones con "A" sobre el estado de la técnica, es decir calificadas como novedad (Art. 6.1 LP 11/1986) y actividad inventiva (Art. 8.1 LP 11/1986). Cumpliendo el requisito de aplicación industrial. Publicada en BOPI de 15 de julio 2015 (Tomo2).

6. BIBLIOGRAFÍA

- Kolb, G. y otros, 2007. *Heliostat cost reduction*. s.l., American Society of Mechanical Engineers, pp. 1077-1084.
- Aiuchi, K. y otros, 2006. Sensor-controlled heliostat with an equatorial mount. *Solar Energy*, Issue 80, pp. 1089-1097.
- Arduino_Website, s.f. <http://arduino.cc/en/Main/arduinoBoardUno>. [En línea] [Último acceso: mayo 2014].
- Avellaner_Lacal, J., 1999. *Análisis estadístico de superficies reflectantes, no ideales, a efectos de conocer la distribución espacial de la energía solar reflejada*. Madrid: Universidad Politécnica de Madrid.
- Blackmon, J. B., 2013. Parametric determination of heliostat minimum cost per unit area. *Solar Energy*, Issue 97, pp. 342-439.
- Blanco-Muriel, M., Alarcón-Padilla, D., López-Moratalla, . T. & Lara-Coira, M., 2001. Computing the solar vector. *Solar Energy*, Issue 70, pp. 431-441.
- Boubekri, M., 2008. *Daylighting, architecture and health*. s.l.:Architectural Press is an imprint of Elsevier.
- Brogren, M., Wennerberg, J., Kapper, R. & Karlsson, B., 2003. Design of concentrating elements with CIS thinfilm solar cells for façade integration. *Solar Energy Materials and Solar Cells*, Issue 75, pp. 567-575.
- Callow, J., 2003. *Daylighting using tubular light guide systems*. s.l.:University of Nottingham.
- Chemisana, D., 2011. Building integrated concentrating photovoltaics. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, Issue 15, pp. 603-611.
- Chemisana, D., Ibáñez, M. & Barrau, J., 2009. Comparison of Fresnel concentrators for building integrated photovoltaics. *Energy Conversion and Management*, Issue 50, pp. 1079-1084.

Chen, Y., Chong, K., Lim, B. & Lim, C., 2003. Study of residual aberration for non-imaging focusing heliostat. *Solar Energy Materials and Solar Cells*, Issue 79, pp. 1-20.

Chen, Y. y otros, 2005. Report on the second prototype of non-imaging focusing heliostat and its application in food processing. *Solar Energy*, Issue 79, pp. 280-289.

Chen, Y. T. y otros, 2001. Non-imaging, focusing heliostat. *Solar Energy*, Issue 3, pp. 155-164.

Chong, K. & Wong, C., 2009. General formula for on-axis sun-tracking system and its application in improving tracking accuracy of solar collector. *Solar Energy*, Issue 83, pp. 298-305.

Collares-Pereira, M. & Rabl, A., 1979. The average distribution of solar radiation. Correlations between diffuse and hemispherical and between daily and hourly insolation values. *Solar Energy*, Issue 22, pp. 155-164.

Comisión Internacional de L'Eclairage, s.f. Spatial distribution of daylight- CIE standard general sky. *Pub.CIE DS 011.2/E:2002*.

Comité español de iluminación, 2005. *Aprovechamiento de la luz natural en la iluminación de edificios*. Madrid: IDAE.

Cooper, P., 1969. The absorption of solar radiation in solar stills. *Solar Energy*, 12, 3., Issue 12.

Duffie, J. & Beckman, . W., 1991. *Solar engineering of thermal processes*. Wiley Interscience New York.

Egis_Offen_banch, s.f. http://egis.org/helio_us.html. [En línea]

Available at: http://egis.org/helio_us.html

[Último acceso: mayo 2014].

- Elhadidy, M. A., Abdel-Nabi, D. Y. & Kruss, P. D., 1990. Ultraviolet solar radiation at Dharan, Saudi Arabia. *Solar Energy*, Issue 44, pp. 315-319.
- EUROSTAT, S. b., 2015. *Energy balance sheets 2013 DATA*, Luxembourg: Publications Office of the European Union.
- Fresno, D. y otros, 2006. Trastorno afectivo estacional. *Actualización JANO ONLINE*, Issue 1.603, pp. 33-44.
- García, . J., 1994. Principios físicos de la climatología. *Ediciones Univ. Agraria la Molina, Lima, Perú.*
- González-Pardo, A., Cesar Chapa, S., Gonzalez-Aguilar, J. & Romero, M., 2013. Optical performance of vertical heliostat fields integrated in building. *Solar Energy*, Issue 15, pp. 447-459.
- González-Pardo, A., Rodríguez, A., González-Aguilar, J. & Romero, M., 2014. Analysis of solar shading caused by building-integrated vertical heliostat fields. *Energy and Buildings*, Issue 76, pp. 199-210.
- Hay, J. & Davies, J., 1980. Calculation of the solar radiation incident on an inclined surface. *Proc.1st Canadian Solar Radiation Data Workshop*, pp. 59-72.
- Heliobus AG, 2008. *Let the sun shine in*. St. Gallen: s.n.
- Heliostat, s.f. *Heliostat*. [En línea]
Available at: <http://www.heliostaat.nl/index.html>
[Último acceso: Mayo 2014].
- Inst. para Diversificación y Ahorro de la Energía, 2011. *Análisis del consumo energético del sector residencial en España*, Madrid: s.n.
- Kischkoweit-Lopin, M., 2002. An overview of daylighting systems. *Solar Energy*, Issue 73, pp. 72-82.
- Krewitt, W., Simon, S. & Kronshage, S., 2007. *Revolución energética perspectiva mundial de la energía renovable*, Utrecht: s.n.

Lee, C., Chou, P., Chiang, C. & Lin, C., 2009. Sun tracking systems: a review. *Sensors*, 9(5), pp. 3875-3890.

Liu, B. & Jordan, . R., 1960. The interrelationship and characteristic distribution of direct, diffuse and total solar radiation. *Solar Energy* , Issue 4, pp. 1-19.

Lumena, s.f. <http://www.lumena.ch/index.htm>. [En línea]

Available at: <http://www.lumena.ch/index.htm>

[Último acceso: mayo 2014].

Mendez Muñiz, J. & Cuervo García , R., 2011. Energía solar fotovoltaica. *Fundación Confemetal, Madrid*.

Michalsky, J., 1988. Astronomical almanac's algorithm for approximate solar position (1950-2050). *Solar Energy*, Issue 40, pp. 227-235.

Muñoz, E. y otros, 2010. CPV standardization: An overview. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, Issue 14, pp. 518-523.

Norris_Consulting, C., s.f. <http://www.carpenternorris.com/>. [En línea]

Available at: <http://www.carpenternorris.com/>

[Último acceso: mayo 2014].

Pattini, A., 2012. *La luz en las escuelas, aprovechamiento y control de la luz solar en aulas*. s.l.:Dunken.

Perrin de Brichmbaut, C., 1975. Estimation des ressources énergétiques solaires en France.. *Edition Européennes Thermique et Industrie*, p. 63.

Pfahl, A., Randt, M., Holze, C. & Unterschütz, S., 2013. Autonomous light-weight heliostat with rim drives. *Solar Energy*, Issue 92, pp. 230-240.

Plasencia, E., Matos , L., Posadas, . A. & Cabrera, . C., 2007. Estimación horaria de la irradiancia solar total extraterrestre. *Revista del Instituto de Investigaciones FIGMMG*, Issue 10, pp. 72-77.

Practical_Solar, s.f. *Practical Solar*. [En línea]

Available at: <http://www.practicalsolar.com/index.html>

[Último acceso: mayo 2014].

Ramírez Faz, J., 2012. *Desarrollo de una metodología basada en el análisis de imagen y desarrollo de un prototipo para la evaluación y cuantificación de variables asociadas a la radiación solar*. Tesis Doctoral ed. Córdoba: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Córdoba..

Richter, C., Teske, S. & Nebrera, J. A., 2009. *Energía solar térmica de concentración: perspectiva mundial 2009*, Amsterdam: Greenpeace Internacional.

Risdev, T. & Suleimanov, S. K., 1991. Double mirror polyheliostat solar furnace of 1000 kW thermal power. *Solar Energy Materials*, Issue 24, pp. 625-632.

Rosemann, A. & Kaase, H., 2005. Lightpipe applications for daylighting systems. *Solar Energy*, Issue 78, pp. 772-780.

Rosemann, A., Mossman, M. & Whitehead, L., 2008. Development of a cost-effective solar illumination system to bring natural light into the building core. *Solar Energy*, Issue 97, pp. 302-310.

Ruck, N. y otros, 2010. *Daylight in buildings*. s.l.:AECOM Ltd.

Schell, S., 2011. Design and evaluation of esolar's heliostat fields. *Solar Energy*, Issue 85, pp. 614-619.

SENER Aeroespacial, 2015. [http://www.sener-](http://www.sener-aerospace.com/AEROESPACIAL/heliostatos-y-seguidores-solares/es)

[aerospace.com/AEROESPACIAL/heliostatos-y-seguidores-solares/es](http://www.sener-aerospace.com/AEROESPACIAL/heliostatos-y-seguidores-solares/es). [En línea]

Available at: <http://www.sener-aerospace.com/AEROESPACIAL/heliostatos-y-seguidores-solares/es>

[Último acceso: 2015].

Solenica, s.f. <http://solenica.com/index.html>. [En línea]

Available at: <http://solenica.com/index.html>

[Último acceso: mayo 2014].

Spencer , J., 1971. Fourier series representation of the position of the Sun. *Search* 2, Issue 172.

Spencer, . J. W., 1971. Fourier series representation of the position of the Sun. *Search 2, Estados Unidos*, Issue 72.

Sproul, A. B., 2007. Derivation of the solar geometric relationships using vector analysis. *Renewable Energy*, Issue 32, pp. 1187-1205.

Sun_Heliostatos, D., s.f. <http://www.espaciosolar.com/heliostatos.htm>. [En línea] Available at: <http://www.espaciosolar.com/heliostatos.htm> [Último acceso: mayo 2014].

Technologies, S. M., s.f. <http://www.solar-mems.com/es/>. [En línea] Available at: <http://www.solar-mems.com/es/> [Último acceso: mayo 2014].

Trauthwein, C., 2001. Back to basics: daylighting. *Architectural Lighting*, Issue 16, pp. 74-76.

Tsangrassoulis, A. y otros, 2005. On the energy efficiency of a prototype hybrid daylighting system. *Solar Energy*, Issue 79, pp. 56-64.

Valero Zanuy, M. & Hawkins Carranza, F., 2007. Metabolismo, fuentes endógenas y exógenas de vitamina D. *Reemo*, 16(4), pp. 63-70.

Vera Mella, N., 2005. Atlas climático de irradiación solar a partir de imágenes del satélite NOAA. Aplicación a la península Ibérica. *Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Cataluña, España*.

Vera, N., 2005. Atlas climatic de irradiación solar a partir de imágenes del satélite NOAA. Aplicación a la península ibérica.

Vincenzi, D. y otros, 2013. *Low concentration solar louvres for building integration*. s.l., s.n., pp. 110-113.

Whillier, A., 1965. Solar radiation graphs. *Solar Energy* , Issue 9, p. 165.

Whitehead, L. A., Brown, D. N. & Nodwell, R. A., 1984. A new device for distributing concentrated sunlight in building interiors. *Energy and Buildings*, Issue 6, pp. 119-125.

ANEXOS

Anexo 1

Artículo

Torres M., López Luque, M. Varo. Design of an innovative and simplified polar heliostat for integration in buildings and urban environments. *Solar Energy* 119 (2015). 159-168. Factor de impacto: 3,469.



Design of an innovative and simplified polar heliostat for integration in buildings and urban environments

M. Torres-Roldán, R. López-Luque, M. Varo-Martínez*

Research Group of Physics for Renewable Energies and Resources, University of Córdoba, Spain

Received 22 February 2015; received in revised form 2 June 2015; accepted 15 June 2015
Available online 16 July 2015

Communicated by: Associate Editor L. Vant-Hull

Abstract

The increasing improvement of energy sustainability entails an increase in the use of heliostats in small applications for urban environments. For these applications, smaller heliostats and lower distances traveled by reflected rays are proposed, and, consequently, higher tolerances in error are allowed.

This paper describes a new simple heliostatic system suitable for small applications based on a polar heliostat which redirects the sun's rays parallel to the earth polar axis. Additionally, these solar rays can be redirected towards a desired point by means of a fixed secondary mirror.

The polar heliostat is composed of a polygon that is deformable due to the rotary movement of axis A–A' parallel to the earth's axis. Its astronomical and mechanical principles are described in the paper. The device is quite simple and it only needs a single action for its positioning, both in elevation and in azimuth, so that it is easily implemented by an electronic controller. Moreover, it is possible to associate and control different heliostats by a single engine.

Finally, in this paper, the systematic pointing error of the polar heliostat, and its dependence on the dimensions of the device, has been analyzed, finding out that the average errors decrease as the ratio between the dimensions of the deformable polygon and the thread pitch of axis A–A' increases. Particularly, for the dimensions of the polar heliostat presented, the average pointing error of the device proposed is $\bar{\epsilon} = 2.96$ mrad (with a standard deviation of $\sigma_{\epsilon} = 3.11$ mrad), which is acceptable for small urban applications.

© 2015 Elsevier Ltd. All rights reserved.

Keywords: Heliostat; Building integrated heliostats; Concentration systems; Natural daylighting

1. Introduction

The increasing necessity for improving the environmental and energy sustainability of buildings has resulted in the progressive development and implementation of a higher number of architecturally integrated solar devices (Chow et al., 2013; Jelle et al., 2012; Kischkoweit-Lopin, 2002;

Lamnatou et al., 2015; Li et al., 2009; Quesada et al., 2012). Among the solar technologies for buildings that have received more attention in the last 10 years, those that use sun-tracking and solar concentration should be highlighted. Thus, Chemisana (2011) presents a systematized study of these technologies applied to photovoltaic production or Building Integrated Concentrating Photovoltaics (BICPV) systems. Although references to thermal concentration integrated systems are few, their advantages are known in the fields of energy polygeneration and small distributed energy systems. Therefore, González-Pardo et al.

* Corresponding author at: Albert Einstein Building, Campus de Rabanales, 14071 Córdoba, Spain. Tel.: +34 957212633; fax: +34 957212086.

E-mail address: mvaro@uco.es (M. Varo-Martínez).

(2013) analyze the integrability of small concentration systems based on heliostat fields distributed on building facades. Furthermore, Menoufi et al. (2013) prove that BICPV systems have a lower environmental impact than BIPV (Building Integrated Photovoltaic) systems because concentration allows a reduction in the number of solar cells, which are the elements with the higher environmental and economic cost (Chemisana et al., 2013; Muhammad-Sukki et al., 2014).

Natural daylight, together with energy savings and better sustainability indexes, has other advantages, including a better visual quality and color reproduction, as well as a positive influence on psychological factors (Li and Wong, 2007; Li, 2010). The need to improve the use of daylighting techniques inside buildings thus means that systems based on heliostats have been used in recent years to redirect solar light (Rosemann and Kaase, 2005; Whitehead et al., 1984; Wong et al., 2012).

Kischkoweit-Lopin (2002) shows a general review of daylighting exploitation systems where it is emphasized that systems based on heliostats are the most complex. Tsangrassoulis et al. (2005) describe a system based on the capture of direct solar illuminance by using heliostat systems and Fresnel lenses to guide it with optical fiber cables. Although the results are positive, they are constrained by the high cost of the system. As a consequence, Rosemann et al. (2008) recognize that there was no solution with demonstrated economic viability.

Therefore, the cost reduction in heliostats to be used in buildings is a necessary objective for both photovoltaic thermal and lighting applications. There is literature on this reduction in conventional central receiver thermal power plants (Blackmon, 2013; Kolb et al., 2007; Pfahl et al., 2013), but references on its use in buildings are scarce (Chen et al., 2001, 2003).

Heliostats usually proposed for these uses are smaller than heliostats implemented in central receiver thermosolar power plants. Moreover, in building applications, the distances traveled by the reflected rays are lower than in thermosolar power plants, which allow higher tolerances in directional errors of the reflected rays. Thus, for instance, the tracking error of heliostats for solar ovens is of the order of 1 mrad (Aiuchi et al., 2006), which is remarkably lower than the value of the apparent diameter of the sun (9 mrad). This value of error (1 mrad) is insignificant in urban applications as it entails a deviation of the order of centimeters in focus located at a distance of 100 m.

Finally, it should be highlighted that the heliostats found in literature, as well as those proposed by commercial undertakings specialized in this field (Heliostat.nl, Practical Solar, Inc., Solar MEMS Technologies S.L., Solenica, Egis), require two engines for their correct orientation and their own electronic controller. In contrast, in this paper, a prototype of a simple heliostatic system suitable for redirecting sun's rays towards a target point is presented. To achieve it, the system consists of two different elements: the first one is a mechanical polar heliostat which

redirects the incident sun's rays parallel to the earth polar axis, and the second one is a fixed secondary mirror which redirects the rays towards the desired point.

This paper is focused on the description of the features and running of the polar heliostat, due to its complexity and innovation. This device has the advantage of having a single engine per heliostat. It also allows associations among heliostats sharing the same engine and, as a consequence, the same movement controller. Finally, in this paper, the possible pointing errors derived from these simplifications are analyzed as well as their influence on the performance of the device in small applications.

2. Description of the device

2.1. Astronomical principles of the proposed design

The direction of the incidence of the sun's rays on the earth's surface depends on the relative position between the earth and the sun, which, at the same time, is conditioned by the translation and rotation of the earth. To represent the direction of the rays, the sun vector, \vec{s} is commonly used because it is defined as a unitary vector in the direction of the sun's rays (Sproul, 2007). Fig. 1 shows the sun vector on an equatorial reference system with the origin in the center of the earth, the OXY plane coinciding with the plane of the equator so that the OZ axis is parallel to the earth's rotational axis, and the OZY plane coinciding with the plane of the local meridian.

Considering that the earth's rotational axis is inclined with respect to the ecliptical plane, the angle formed by the sun's rays – called declination (δ) – changes throughout the year. Several authors have proposed mathematical models to calculate declination, assuming that it only depends on the Julian day. In this context, attention should be drawn to Spencer's model (Spencer, 1971), with an error

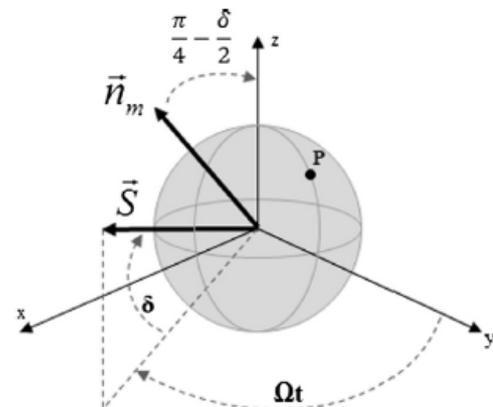


Fig. 1. Relevant vectors in the design of the proposed heliostat in an equatorial reference system (with the origin O in the center of the earth, the OXY plane coinciding with the plane of the equator and the OZY plane coinciding with the plane of the local meridian).

inferior to 1/20 degree (Vera, 2005), which is given by Eq. (1).

$$\delta(rad) = [0.006918 - 0.399912 \cos(\Gamma) + 0.070257 \sin(\Gamma) - 0.006758 \cos(2\Gamma) + 0.000907 \sin(2\Gamma) - 0.002697 \cos(3\Gamma) + 0.00148 \sin(3\Gamma)] \quad (1)$$

where for a Julian day, d_j , the angle Γ is given by Eq. (2).

$$\Gamma(rad) = \frac{2\pi(d_j - 1)}{365} \quad (2)$$

Otherwise, regarding the rotational movement, it is considered that the sun vector revolves around the earth's axis at a constant angular velocity $\Omega = 2\pi/24rad/h$. The hour angle, thus, is defined as the angle traveled by the sun vector from the meridian of the place, and it is given by the product of the rotation angular velocity, Ω , and the solar time, t , measured from the solar midday. It is considered thereby that, except for second-order effects, the declination movement has an annual periodicity, whereas the movement of the hour angle has a daily periodicity.

According to the geometry previously described, and considering that declination has a null value when the sun vector is on the equatorial plane and the hour angle when the sun is on the meridian plane of the place, Eq. (3) describes the sun vector, \vec{s} and its components in an equatorial system (Fig. 1) regarding declination and angular velocity.

$$\vec{s} = \cos \delta \sin \Omega t \vec{i} + \cos \delta \cos \Omega t \vec{j} + \sin \delta \vec{k} \quad (3)$$

Moreover, direct sunrays must emerge parallel to the earth's axis after their reflection on the polar heliostat. After that, they will reach the secondary mirrors and they will be redirected.

According to that, in the reference system described, the polar heliostat is considered as a mirror whose normal vector \vec{n}_m is located in the bisectrix of the angle formed by \vec{k} (unitary vector in the direction of the OZ axis making it parallel to the earth's rotational axis) and \vec{s} (Eq. (4)).

$$\vec{n}_m = \frac{\vec{s} + \vec{k}}{|\vec{s} + \vec{k}|} \quad (4)$$

Because vectors \vec{k} and \vec{s} form an angle of $(\frac{\pi}{2} - \delta)$, as can be seen in Fig. 1, the angle between \vec{n}_m and \vec{k} – denoted as α – will be half the previous angle (Eq. (5))

$$\alpha = \frac{\pi}{4} - \frac{\delta}{2} \quad (5)$$

As a consequence, the movement of the normal vector to the mirror of a polar heliostat can be expressed by Eq. (6).

$$\vec{n}_m = \cos \alpha \sin \Omega t \vec{i} + \cos \alpha \cos \Omega t \vec{j} + \sin \alpha \vec{k} \quad (6)$$

2.2. Mechanical principles of the proposed polar heliostat

The presented device is composed by a polar heliostat and a secondary mirror. The polar heliostat consists of a simple mechanism and an electronic control system that allows the mirror normal vector to approach the movement described in Eq. (6).

Fig. 2 shows the scheme of the proposed mechanism. It has a rotative axis A–A', which is fixed, parallel to the earth axis, and a deformable polygon articulated in points B, C and D. The bar CD is a bar of a fixed length a articulated in points C and D. This bar is attached to support 4, soldered in the superior extreme of the axis A–A', connected through a hinge with one degree of freedom (1 dof) in point D. The distance between D and the axis A–A', measured in the perpendicular direction to the axis, is fixed and denoted as c_2 . The bar BC has a fixed length b and it is articulated in points C and B. As a result, both bars (CD and BC) are articulated between them in the common point C (1 dof). In the opposite extreme, bar BC is attached to piece 3 with a hinge (1 dof). The distance between B and the axis A–A', measured in the perpendicular direction to the axis, is fixed and denoted as c_1 . Thus, the difference between c_1 and c_2 , is fixed and denoted as c (Eq. (7)).

$$c = c_1 - c_2 \quad (7)$$

Being D' the projection of D in the segment BA, the polygons A'–D–C–B–D'–A–A' and D–C–B–D'–D are equivalent when calculating angular magnitudes and, consequently, the first one will be replaced by the second one to simplify the mathematical analysis of the polar heliostat (Fig. 3).

Piece 3 is a timing pulley that rotates because of the action of a timing belt moved by an engine in the horizontal plane, remaining at a fixed height with respect to the horizontal plane in which the heliostatic device is installed. In that way, wheel 3, via connecting linkage D–C–B, directs the rotation of axis A–A', causing it to move along a direction parallel to the earth's rotational axis while screwing itself to nut 1. In addition, nut 1 is fixed to the earth, at the latitude angle, with a support and with bearing 2, which allows the rotation of wheel 3 with respect to nut 1. Consequently, the rotational axis A–A' continues parallel to the earth's rotational axis. Moreover, the three articulations in B, C and D will force bars BC and CD to remain in the same plane of axis A–A'.

Finally, mirror 5 is supported on and parallel to bar CD of the deformable polygon previously described. The plane of the mirror will be perpendicular to the plane that has the deformable polygon. This device will be fixed to the earth so that axis A–A' remains parallel to the earth's axis. Moreover, it is required that the polygon is contained in the meridian plane (vertical plane with direction N–S) at solar midday.

Regarding the described mechanism, the movement of wheel 3 will cause axis A–A' to rotate around fixed nut 1. This leads to a change in the distance between points B

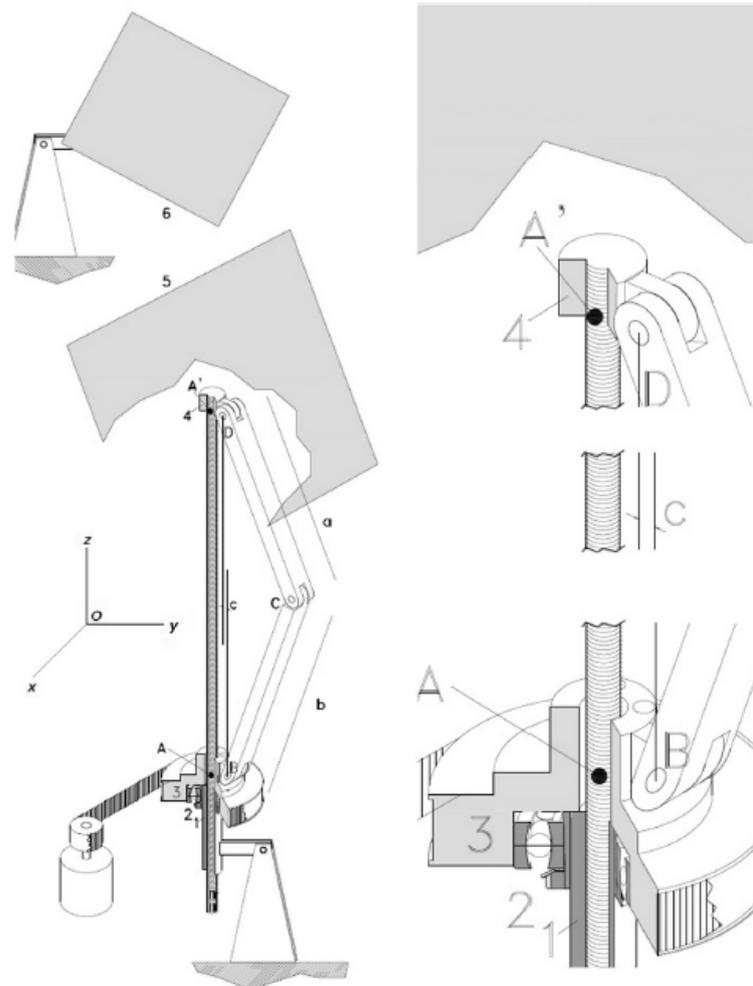


Fig. 2. Heliostat system for small application proposed, consisting of a mechanical polar heliostat, which redirects the sun's rays parallel to the earth polar axis, and a fixed secondary mirror which redirects the rays towards the desired point. (a) 3D and (b) 2D representation. Capital letters represent relevant points, lower case letters represent distances and numbers represent elements of the device.

and D and consequently in angle β between axis A–A' and bar CD, on which mirror M is supported, and the direction of the normal vector to it.

Fig. 4 shows that according to the geometry described, and because the normal vector to the mirror will be always perpendicular to bar CD, angle β is equal to the complementary angle formed by the normal vector to the mirror and vector \vec{k} . As previously explained, for a perfect alignment of the mirror, the angle between the normal vector to the mirror and vector \vec{k} will be given by Eq. (5). Moreover, for an optimal alignment, angle β will be given by Eq. (8).

$$\beta = \frac{\pi}{2} - \alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\delta}{2}. \tag{8}$$

According to this, and keeping in mind the annual variation interval of declination, $[-\delta_{max}, +\delta_{max}]$, it is essential to consider that the value of angle β may change in the

interval $[\frac{\pi}{4} - \frac{\delta_{max}}{2}, \frac{\pi}{4} + \frac{\delta_{max}}{2}]$. This interval imposes restrictions in the design of the device. This mainly affects the dimension of the arms because some combinations do not allow the real variation interval of angle β to have all of the values required even though the polygon BCD is deformable. According to Fig. 3, the extreme configuration of the device is when the segments A–B and B–C are aligned with a straight line perpendicular to the axis A–A'. In that position, it can be observed that the system geometry must always meet the restriction imposed by Eq. (9).

$$c + b \geq a \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\delta_{max}}{2}\right) = 0.83 \cdot a \tag{9}$$

The mechanism for the polar heliostat described here is controlled only by the turn of wheel 3, which performs two types of movement. The first necessary movement is due to the variation in height of the sun's trajectory, i.e. the hour angle, and it aims to orient the mirror according to it, while

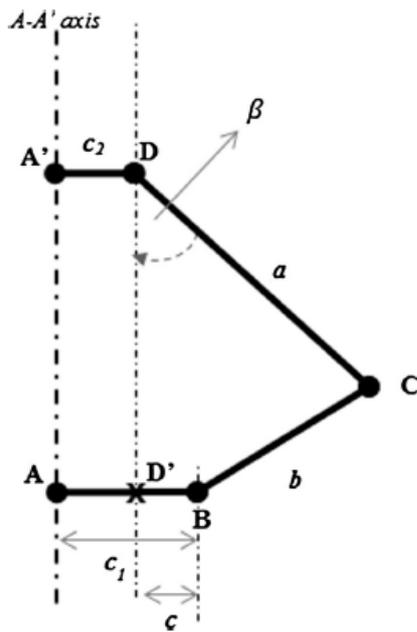


Fig. 3. Optimal angle between the normal vector of the mirror and the Earth's rotation axis.

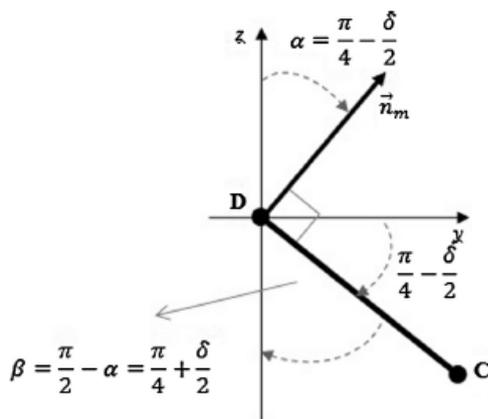


Fig. 4. Heliostat geometric restriction.

angle β – formed by bar CD and axis A–A' and varying between 23° , at winter solstice, and 66° , at summer solstice—approaches as much as possible the angle given by Eq. (8), as previously justified. This movement thus only depends on declination and, thus, on the Julian day. This entails that it will only change once a day, preferably during night hours. This movement will be determined by the whole number of turns i to axis A–A' in the correct direction, which will change the distance from points B and D to axis A–A', and consequently angle β .

The objective of the second movement is to follow the sun throughout the day. It consists of one turn at a constant velocity and equal to Ω , and it begins with sunrise and finishes at sunset. At sunset, the device returns to the

inverse direction to wait for the sunrise of the following day. The daily movement ensures that the plane defined by the sun vector, and the OZ axis coincides with the plane that contains the deformable polygon.

The position of the device at each moment, thereby, will be given by the superposition of the two movements. As a consequence, angle, γ which is defined as the angle between the plane containing axis A–A' and the deformable polygon with the plane of the meridian of the place on the day of the system installation and calibration (Fig. 6), will be given by Eq. (10).

$$\gamma = 2\pi i + \Omega t \tag{10}$$

where $i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ represents the whole number of turns to axis A–A' corresponding to the first movement and t the solar time passed, setting the origin of the time-scale at solar midday so that $\Omega t \in [-\pi, \pi]$.

Rays will be reflected in a direction near the screw axis or the earth's axis with the mechanism described here. However, the existence of a systematic error is unavoidable due to the geometry of the different components. It mainly depends on the screw thread pitch, p , which will be studied in the following part of this paper.

Finally, the sun's rays reflected parallel to the earth axis by means of the polar heliostat described will reach the secondary mirror and they will be redirected to the target point.

Moreover, it is important to highlight that the device allows the association of different heliostats, allowing them to be moved by a single engine (Fig. 5).

3. Analysis of the pointing error of the device

Fig. 6a shows the initial position of the device on the day of installation and calibration. In this figure, d_0 represents the initial vertical distance between points B and D. Fig. 6b, however, shows the position of the device at an

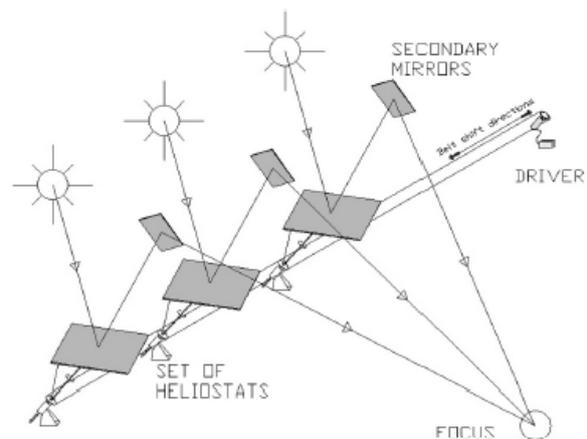


Fig. 5. Proposal of association of several devices to be moved with a unique engine and of the use of secondary mirrors in order to obtain concentration in two states.

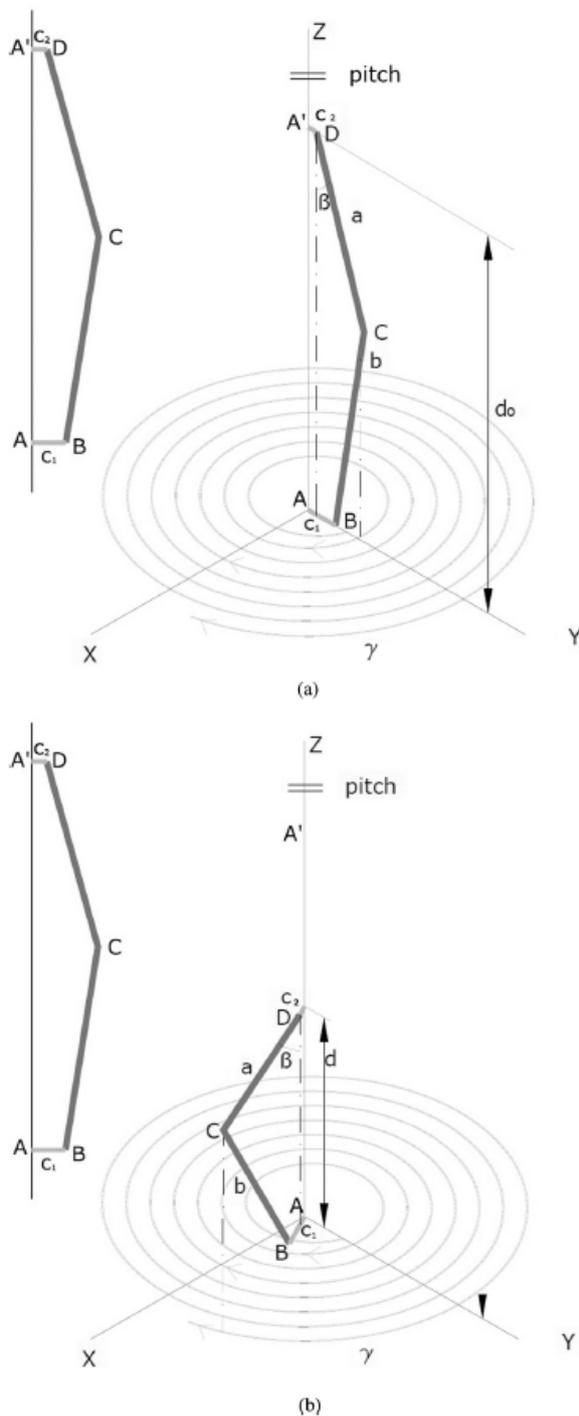


Fig. 6. Scheme of the deformable polygon movement on which the proposed heliostat is based: (a) in the calibration day; (b) in an arbitrary moment.

arbitrary moment of the device performance, in which the mechanism has turned a determined angle γ with respect to its initial position (Eq. (10)). In this situation, the distance between points B and D is d .

The difference in the initial distance between points B and D on the day of calibration, d_0 , as well as at a random moment, d , will depend on the thread pitch of axis A–A', p , and the angle swept by the device at that moment, γ , as it is shown in Eq. (11).

$$d = d_0 - \gamma \frac{p}{2\pi} = d_0 - \left(i + \frac{\Omega t}{2\pi}\right)p \quad (11)$$

As a consequence, for a fixed angle, Ωt the distance d and the angle formed by bar CD with axis A–A' depend on angle γ and thus on the number of turns around axis A–A', i ; that is, $\beta = \beta(i)$. The number of turns of the axis i_{opt} thereby must be determined by the best approximation of angle $\beta = \beta(i)$ to the desired value $\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$ as expressed in Eq. (12).

$$\begin{aligned} \exists i_{opt} \Rightarrow \left[\beta(i_{opt}) - \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \right] &= \min \left| \beta(i) - \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \right| \\ &= \min \left| \beta(i) - \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\delta}{2}\right) \right| \end{aligned} \quad (12)$$

Fig. 7 shows the scheme of the device for a random angle $\beta = \beta(i)$ as well as the main vectors that participate in its performance. As explained before, the incident of the sun's rays on the mirror, \vec{s} , after its reflection, \vec{r} , must emerge parallel to the earth's axis; that is, $\vec{r} = \vec{k}$. For this reason, the normal vector to the mirror in the ideal situation, \vec{n}_m , should be parallel to the bisectrix of the angle formed by vectors \vec{s} and \vec{k} . According to the device configuration described, the real normal vector to the mirror, \vec{n}'_m , may deviate by an angle ε from the ideal. Angle ε thus represents the pointing error of the device. Derived from this pointing error, and due to the geometry of the system, the real direction of the reflected rays, \vec{r}' , will deviate by an angle 2ε with respect to the direction of the rotational axis.

Fig. 7 shows that angle, $\beta = \beta(i)$ formed by bar DC and axis A–A', can be calculated as the sum of angles β_1 and β_2 (Eq. (13)).

$$\beta = \beta_1 + \beta_2 \quad (13)$$

According to the definition of the trigonometric function of the tangent and Eq. (8), angle β_1 can be calculated by Eq. (14):

$$\beta_1 = \arctg\left(\frac{c}{d}\right) = \arctg\left(\frac{c}{d_0 - \left(i + \frac{\Omega t}{2\pi}\right)p}\right) \quad (14)$$

Otherwise, using the law of cosines in the triangle with vertices BDC (Eq. (15)) and Eq. (16), angle β_2 can be estimated from Eq. (17)

$$b^2 = a^2 + d^2 - 2ad' \cos\beta_2 \quad (15)$$

$$d'^2 = d^2 + c^2 \quad (16)$$

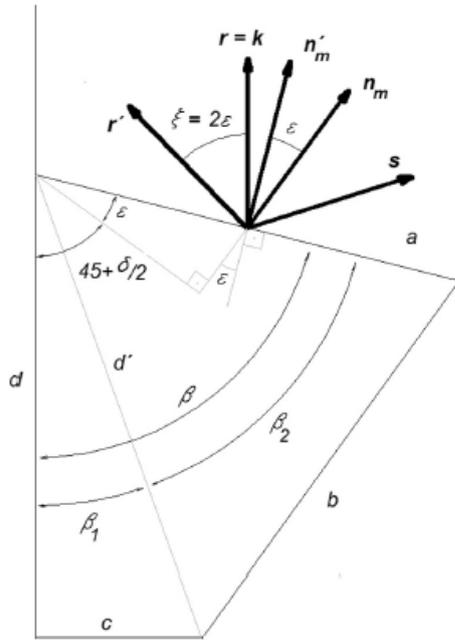


Fig. 7. Scheme of angles and vectors considered on the meridian plane of the deformable polygon in order to determine errors. The figure represents the error angle, ϵ , between the normal to the ideal polar heliostat and the normal to the real polar heliostat, and the angle 2ϵ between the reflected ray and the earth's rotational axis.

$$\beta_2 = \arccos \left[\frac{a^2 + (d_0 - ip - \frac{\Omega t}{2\pi} p)^2 + c^2 - b^2}{2a \sqrt{(d_0 - ip - \frac{\Omega t}{2\pi} p)^2 + c^2}} \right]$$

$$= \arccos \left[\frac{a'^2 + (d'_0 - i - \frac{\Omega t}{2\pi})^2 + c^2 - b'^2}{2a' \sqrt{(d'_0 - i - \frac{\Omega t}{2\pi})^2 + c^2}} \right] \quad (17)$$

where $a' = \frac{a}{p}$, $b' = \frac{b}{p}$, $c' = \frac{c}{p}$ and $d'_0 = \frac{d_0}{p}$.

Substituting Eqs. (13), (14) and (17) into Eq. (12), the optimization condition for the device can be rewritten as

$$\exists i_{opt} \Rightarrow \left[\beta(i_{opt}) - \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) \right] = \min \left| \arctg \left(\frac{c'}{d'_0 - (i + \frac{\Omega t}{2\pi})} \right) + \arccos \left[\frac{a'^2 + (d'_0 - i - \frac{\Omega t}{2\pi})^2 + c'^2 - b'^2}{2a' \sqrt{(d'_0 - i - \frac{\Omega t}{2\pi})^2 + c'^2}} \right] - \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\delta}{2} \right) \right| \quad (18)$$

As a result, the pointing error or the angular distance between vectors \vec{n}_m and \vec{n}'_m , ϵ will be given by Eq. (19).

$$\epsilon = \left| \arctg \left(\frac{c'}{d'_0 - (i_{opt} + \frac{\Omega t}{2\pi})} \right) + \arccos \left[\frac{a'^2 + (d'_0 - i_{opt} - \frac{\Omega t}{2\pi})^2 + c'^2 - b'^2}{2a' \sqrt{(d'_0 - i_{opt} - \frac{\Omega t}{2\pi})^2 + c'^2}} \right] - \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\delta}{2} \right) \right| \quad (19)$$

To assess the mechanism proposed here, the theoretical values of the pointing error ϵ of a device located in Córdoba, Spain ($L = 37.85^\circ\text{N}$), have been set every ten minutes, every day of the year, for different combinations of the geometric values, a' , b' , c' and d'_0 meeting the restriction of Eq. (9). Considering only the astronomical day for Córdoba (Spain), the extreme hour angles that the device must turn each day are proportional to the length of the day (Eq. (20)).

$$|\Omega t| \leq \arccos(-\text{tg}L\text{tg}\delta) \quad (20)$$

The values of the average pointing error $\bar{\epsilon}$, as well as the maximum absolute error, ϵ_{max} have been simulated for the different combinations of the dimensionless geometric parameters studied. Table 1 shows the results of this simulation for the case $\frac{\epsilon}{p} = 10$. As can be seen in Table 1, the average errors are of the order of thousandths of a radian. This implies that, after traveling 100 m, the sun's rays reflected by the mirror will only deviate by distances of the order of centimeters, which, despite of being significant for a high concentration solar furnace, is insignificant in the context of the small applications studied here.

Furthermore, the influence of each dimensionless geometric parameter has also been studied. It has been observed that the relation $\frac{d_0}{p}$ does not represent a significant influence on the average value of the pointing error. Moreover, a trend analysis based on the regression adjustment has been conducted, obtaining Eq. (21) that is characterized by a correlation coefficient $R^2 = 0.89$.

$$\bar{\epsilon}(\text{mrad}) = 11.7705 - 0.09521 \left(\frac{a}{p} \right) + 0.02592 \left(\frac{b}{p} \right) + 0.01155 \left(\frac{c}{p} \right) + 14.349 \cdot 10^{-5} \left(\frac{a}{p} \right)^2 - 2.895 \cdot 10^{-5} \left(\frac{b}{p} \right)^2 - 1.2158 \cdot 10^{-5} \left(\frac{a}{p} \right) \left(\frac{b}{p} \right) \quad (21)$$

4. Description of an experimental prototype of the device proposed

To actually assess the performance of the heliostat proposed, the experimental prototype shown in Fig. 8 and for which main features are presented in Table 2 has been built.

The microcontroller Arduino Uno Rev.3 (arduino.cc), a real-time clock module, and a step-by-step engine driver have been used to control the movements of the device, as previously described. Arduino Uno Rev.3 is a low-cost microcontroller (with a price less than \$30 per unit) programmable in C. The program-memory capacity of this microcontroller allows for the real-time implementation and the calculation of the sun's position (Eqs. 1–6). It also solves Eq. (18) in real time, calculating for each day the

Table 1

Characterization of: (i) average errors $\bar{\varepsilon}$ in mrad, (ii) standard deviation σ_{ε} in mrad, (iii) variation coefficient $\sigma_{\varepsilon}/\bar{\varepsilon}$, (iv) maximum error ε_{max} in mrad for different values of $\frac{\varepsilon}{p}$ and $\frac{\delta_{\varepsilon}}{p}$, with $\frac{\varepsilon}{p} = 10$ and $\frac{\delta_{\varepsilon}}{p} = 200$. Error populations have been obtained with Eq. (18) every ten minutes in hours of the astronomical day. Blank cells correspond to cases in which the resulting configuration does not allow any value of the variation interval of β : $[\frac{\varepsilon}{4} - \frac{\delta_{\varepsilon}}{2}, \frac{\varepsilon}{4} + \frac{\delta_{\varepsilon}}{2}]$.

<i>b/p</i>		<i>a/p</i>								
		50	100	150	200	250	300	350	400	450
50	(i)	10.0	12.3	13.3	13.0	14.1	13.7	14.1	14.7	15.3
	(ii)	6.7	8.0	8.8	8.9	9.2	9.2	9.4	9.6	9.8
	(iii)	0.7	0.6	0.7	0.7	0.7	0.7	0.7	0.7	0.6
	(iv)	31.5	38.3	42.1	43.4	44.4	44.6	44.7	45.2	44.7
100	(i)		4.4	5.5	5.9	6.3	6.2	6.7	6.5	6.7
	(ii)		2.9	3.5	4.0	4.2	4.2	4.4	4.4	4.4
	(iii)		0.7	0.6	0.7	0.7	0.7	0.7	0.7	0.7
	(iv)		13.8	16.6	18.7	19.5	20.0	20.8	20.4	21.3
150	(i)			2.8	3.4	3.7	4.0	4.0	4.2	4.4
	(ii)			1.9	2.2	2.4	2.6	2.6	2.7	2.9
	(iii)			0.7	0.7	0.7	0.7	0.7	0.6	0.7
	(iv)			8.8	10.4	11.3	12.0	12.5	12.9	13.3
200	(i)				2.1	2.4	2.6	2.8	3.0	3.0
	(ii)				1.4	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0
	(iii)				0.7	0.7	0.7	0.6	0.7	0.7
	(iv)				6.6	7.4	8.1	8.4	9.0	9.2
250	(i)					1.6	1.9	2.0	2.1	2.2
	(ii)					1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
	(iii)					0.7	0.6	0.7	0.7	0.7
	(iv)					5.2	5.7	6.2	6.5	6.8
300	(i)					1.1	1.4	1.5	1.7	1.7
	(ii)					1.0	0.9	1.0	1.1	1.1
	(iii)					0.9	0.7	0.7	0.7	0.7
	(iv)					12.3	4.2	4.8	5.0	5.1
350	(i)						1.1	1.2	1.3	1.4
	(ii)						1.0	0.8	0.8	0.9
	(iii)						0.9	0.7	0.7	0.7
	(iv)						12.3	3.7	3.9	4.2
400	(i)							1.0	1.0	1.1
	(ii)							0.9	0.7	0.7
	(iii)							1.0	0.7	0.7
	(iv)							12.2	3.2	3.4
450	(i)								0.9	0.9
	(ii)								1.0	0.6
	(iii)								1.1	0.7
	(iv)								14.4	2.8
500	(i)									0.9
	(ii)									1.1
	(iii)									1.3
	(iv)									14.4

optimal number of turns of axis A–A', i_{opt} . With this micro-controller, and thanks to a step-by-step engine (1200 steps per turn), it is possible to control the position of the heliostat, obtaining angle γ for each moment of the day and for each day of the year with Eq. (22)

$$\gamma = 2\pi i_{opt} + \Omega t \tag{22}$$

Finally, a study of the systematic errors derived from the geometry of the experimental devices was conducted. Fig. 9 shows the probability density function associated with the error population obtained, when simulating the systematic pointing error of a device of the dimensions shown in Table 2 and located in Cordoba, Spain ($L = 37.85^\circ N$), for every ten minutes and every day of the year. It is found

that the average pointing error of the device is $\bar{\varepsilon} = 2.96$ mrad with a standard deviation of $\sigma_{\varepsilon} = 3.11$ mrad. These results are consistent with the results previously obtained (Table 1).

5. Conclusions

This paper presents a mechanism for a system to redirect sun's rays toward a target point, consisting of a polar heliostat and a secondary mirror. The polar heliostat is composed of a polygon that is deformable due to the rotary movement of axis A–A' parallel to the earth's axis (Fig. 1). The innovation of this device is in only needing a single action for its positioning, both in elevation and



(a)



(b)

Fig. 8. Photographs of the prototype built.

in azimuth of the primary plane of the mirror. Moreover, it also allows for the association of different heliostats,

Table 2
Main features of the experimental prototype built.

Dimensions	
a	300 mm
b	324 mm
c	20 mm
d_0	400 mm
p	2 mm
Location: Córdoba (Spain)	
Latitude	37.85°N
Longitude	4.18°W

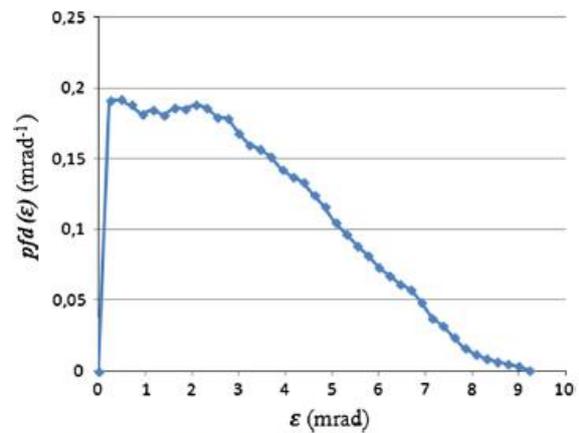


Fig. 9. Probability density function determined for the pointing errors of the experimental prototype.

enabling them to be moved by a single engine. This also enables the use of the device for solar concentration techniques thanks to the disposition of secondary mirrors.

The mechanism proposed is really simple, so a very competitive price is expected for a quantity production. The simplicity of the mechanism, however, leads to the existence of some systematic errors because the movement of the mirror is not continuous but rather jumps discretely depending on the thread pitch of axis A–A' around which the mirror of the heliostat device rotates. The study of errors carried out shows the possibility of obtaining average errors of approximately thousandths of a radian. This causes an error inferior to 9 mrad (apparent diameter of the sun), which is consequently acceptable, especially in urban applications. Furthermore, the influence of longitudinal parameters proper to the device on the average pointing error has been studied with a trend analysis and a regression adjustment (Eq. (21)). The average errors have been observed to decrease as the ratio between the dimensions of the deformable polygon and the thread pitch of axis A–A' increases.

References

- Aiuchi, K., Yoshida, K., Onozaki, M., Katayama, Y., Nakamura, M., Nakamura, K., 2006. Sensor-controlled heliostat with an equatorial mount. *Sol. Energy* 80 (9), 1089–1097.
- Blackmon, J.B., 2013. Parametric determination of heliostat minimum cost per unit area. *Sol. Energy* 97, 342–349.
- Chemisana, D., 2011. Building integrated concentrating photovoltaics: a review. *Renew. Sustain. Energy Rev.* 15 (1), 603–611.
- Chemisana, D., Collados, M.V., Quintanilla, M., Atencia, J., 2013. Holographic lenses for building integrated concentrating photovoltaics. *Appl. Energy* 110, 227–235.
- Chen, T., Chong, K.K., Bligh, T.P., Chen, L.C., Yunus, J., Kannan, K.S., Tan, K.K., 2001. Non-imaging, focusing heliostat. *Sol. Energy* 71 (3), 155–164.
- Chen, Y.T., Chong, K.K., Lim, B.H., Lim, C.S., 2003. Study of residual aberration for non-imaging focusing heliostat. *Sol. Energy Mater. Sol. Cells* 79 (1), 1–20.
- Chow, S.K., Li, D.H., Lee, E.W., Lam, J.C., 2013. Analysis and prediction of daylighting and energy performance in atrium spaces using daylight-linked lighting controls. *Appl. Energy* 112, 1016–1024.
- González-Pardo, A., Cesar Chapa, S., Gonzalez-Aguilar, J., Romero, M., 2013. Optical performance of vertical heliostat fields integrated in building facades for concentrating solar energy uses. *Sol. Energy* 97, 447–459.
- Jelle, P.B., Breivik, C., Drolsum, R., 2012. Building integrated photovoltaic products: a state-of-the-art review and future research opportunities. *Sol. Energy Mater. Sol. Cells* 100, 69–96.
- Kischkoweit-Lopin, M., 2002. An overview of daylighting systems. *Sol. Energy* 73 (2), 77–82.
- Kolb, G.J., Davenport, R., Gorman, D., Lumia, R., Thomas, R., Donnelly, M., 2007. Heliostat cost reduction. In: ASME 2007 Energy Sustainability Conference. American Society of Mechanical Engineers, pp. 1077–1084.
- Lamnatou, C., Chemisana, D., Mateus, R., Almeida, M.G., Silva, S.M., 2015. Review and perspectives on Life Cycle Analysis of solar technologies with emphasis on building-integrated solar thermal systems. *Renew. Energy* 75, 833–846.
- Li, D.H., Wong, S.L., 2007. Daylighting and energy implications due to shading effects from nearby buildings. *Appl. Energy* 84 (12), 1199–1209.
- Li, D.H., Lam, T.N., Chan, W.W., Mak, A.H., 2009. Energy and cost analysis of semi-transparent photovoltaic in office buildings. *Appl. Energy* 86 (5), 722–729.
- Li, D.H., 2010. A review of daylight illuminance determinations and energy implications. *Appl. Energy* 87, 2109–2118.
- Menoufi, K., Chemisana, D., Rosell, J.I., 2013. Life cycle assessment of a building integrated concentrated photovoltaic scheme. *Appl. Energy* 111, 505–514.
- Muhammad-Sukki, F., Abu-Bakar, S.H., Ramirez-Iniguez, R., McMeekin, S.G., Stewart, B.G., Sarmah, N., Abdul, Rahim R., 2014. Mirror symmetrical dielectric totally internally reflecting concentrator for building integrated photovoltaic systems. *Appl. Energy* 113, 32–40.
- Pfahl, A., Randt, M., Holze, C., Unterschütz, S., 2013. Autonomous light-weight heliostat with rim drives. *Sol. Energy* 92, 230–240.
- Quesada, G., Rouse, D., Dutil, Y., Badache, M., Hallé, S., 2012. A comprehensive review of solar facades. Opaque solar facades. *Renew. Sustain. Energy Rev.* 16 (5), 2820–2832.
- Rosemann, A., Kaase, H., 2005. Lightpipe applications for day lighting systems. *Sol. Energy* 78 (6), 772–780.
- Rosemann, A., Mossman, M., Whitehead, L., 2008. Development of a cost-effective solar illumination system or bring natural light into the building core. *Sol. Energy* 82 (4), 302–310.
- Spencer, W., 1971. Fourier series representation of the position of the Sun. *Search* 2 (5).
- Sproul, A.B., 2007. Derivation of the solar geometric relationships using vector analysis. *Renew. Energy* 32 (7), 1187–1205.
- Tsangrassoulis, A., Doulos, L., Santamouris, M., Fontoynt, M., Maamari, F., Wilson, M., Mihalakakou, G., 2005. On the energy efficiency of a prototype hybrid daylighting system. *Sol. Energy* 79 (1), 56–64.
- Vera, N., 2005. Atlas climático de irradiación solar a partir de imágenes del satélite NOAA. Aplicación a la península ibérica.
- Whitehead, L.A., Brown, D.N., Nodwell, R.A., 1984. A new device for distributing concentrated sunlight in building interiors. *Energy Build* 6 (2), 119–125.
- Wong, I., Choi, H.L., Yang, H., 2012. Simulation and experimental studies on natural lighting in enclosed lift lobbies of highrise residential buildings by remote source solar lighting. *Appl. Energy* 92, 705–713.

Web References

- Arduino Website: <http://arduino.cc/en/Main/arduinoBoardUno> (retrieved in January 2015).
- Egis Offenbach: http://egis.org/helio_us.html (retrieved in January 2015).
- Heliostat: <http://www.heliostaat.nl/index.html> (retrieved in January 2015).
- Practical Solar: <http://www.practicalsolar.com/index.html> (retrieved in January 2015).
- Solar Mems Technologies: <http://www.solar-mems.com/es/> (retrieved in January 2015).
- Solenica: <http://solenica.com/index.html> (retrieved in January 2015).

Anexo 2

Patente

Torres,M., López-Luque, M. (2015). *Heliostato polar con motor único*. No. ES 2 539 642. Oficina Española de Patentes y Marcas.

19



OFICINA ESPAÑOLA DE
PATENTES Y MARCAS

ESPAÑA



11) Número de publicación: **2 539 642**

21) Número de solicitud: 201330198

51) Int. Cl.:

F24J 2/54 (2006.01)

12

SOLICITUD DE PATENTE

A2

22) Fecha de presentación:

15.02.2013

43) Fecha de publicación de la solicitud:

02.07.2015

71) Solicitantes:

INICIATIVAS ENERGÉTICAS DEL SUR SL
(100.0%)

C/ Historiador Manuel Salcines, 6
14004 Córdoba ES

72) Inventor/es:

LÓPEZ LUQUE, Rafael;
RAMÍREZ FAZ, José y
TORRES ROLDAN, Manuel

74) Agente/Representante:

RAMÍREZ FAZ, José

54) Título: **HELIOSTATO DE DOS EJES CON MOTOR ÚNICO**

57) Resumen:

Helioestado de dos ejes con motor único.

Dispositivo heliostático polar con necesidad de un solo motor, controlado por microcontrolador electrónico, para posicionamiento horario y declinacional basado en polígono deformable en el que uno de los lados está constituido por un eje roscado. Controlando el ángulo de giro del polígono sobre el eje roscado se consigue deformar adecuadamente el polígono y posicionar el espejo reflector primario de modo que en cada momento del día la radiación reflejada por el primario tenga una dirección prácticamente paralela a la del eje terrestre. Un conjunto de dispositivos puede ser movido por un único motor. La disposición de espejos secundarios permite redirigir la radiación hacia diferentes puntos, uno por espejo secundario. Si estos puntos se hacen coincidir el sistema constituye un concentrador solar.

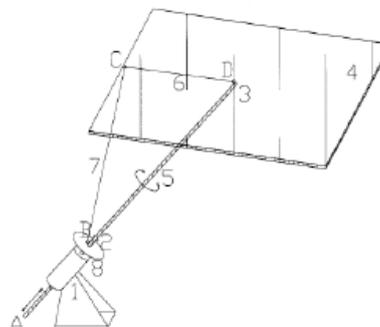


Figura 1

ES 2 539 642 A2

DESCRIPCIÓN

HELIOSTATO DE DOS EJES CON MOTOR ÚNICO

AMBITO DE LA INVENCION

- 5 La invención se encuadra en el sector técnico del aprovechamiento energético de la radiación solar así como en el del aprovechamiento lumínico de dicha radiación. Más concretamente se centra en el ámbito de los helióstatos o dispositivos de redireccionamiento de los rayos solares hacia un foco preestablecido.

ANTECEDENTES DE LA INVENCION

- 10 El estudio de optimización de helióstatos es uno de los puntos de mayor interés tecnológico en la extensión del uso de la energía solar. Esto es debido a que estos dispositivos se integran en múltiples tipologías de instalaciones solares para la producción de calor, de electricidad así como para redireccionado de la luz solar permitiendo modificar la entrada de luz natural en huecos y ventanas de edificios. Básicamente, los helióstatos se componen de una superficie
15 especular móvil dotada de un mecanismo que orienta permanentemente el eje perpendicular al plano del espejo primario hacia la bisectriz del ángulo que forman las direcciones: a) de los rayos solares y b) de la recta que une el centro del espejo primario con el punto focal preestablecido. Este mecanismo asegura el cumplimiento de la ley de reflexión óptica por la cual el ángulo incidente y reflejado con la superficie reflectora son iguales. La superficie del
20 espejo primario puede ser plana o ligeramente cóncava, en este último caso se consigue que los rayos reflejados muestren una convergencia al punto focal. Normalmente, el mecanismo de orientación permite el giro del plano del espejo primario respecto de dos ejes. Son frecuentes helióstatos con un eje de giro vertical y otro horizontal. También se encuentran helióstatos polares en los que un eje es paralelo al eje de la Tierra y otro es perpendicular.

25 DESCRIPCION DE LA INVENCION

- Se presenta la invención de un mecanismo para un dispositivo heliostático polar que presenta la novedad de necesitar solamente un accionamiento para el posicionamiento tanto en elevación como en acimut del plano de espejo primario. Además, el mecanismo permite el agrupamiento de heliostatos de manera que un conjunto de heliostatos puedan ser movidos
30 por un único motor (11). El mecanismo descrito proporciona una precisión en el enfoque que es suficientemente aceptable para la mayoría de las aplicaciones de redireccionamiento o concentración solar.

- El mecanismo unitario propuesto se materializa en un eje roscado o husillo (5) que se acopla al suelo mediante una tuerca (1) permanentemente fija de forma que este eje (5) quede paralelo
35 al eje de la Tierra. Sobre el husillo se articula la barra BC (7), empujador de longitud fija. En el extremo C se articula barra CD (6), brazo de longitud fija. En el extremo D de la barra CD se dispone una rotula que hace la posición del punto D solidaria al husillo mediante el soporte superior (3), sin limitar ningún tipo de giro de de la barra CD respecto del punto D. Las

articulaciones en B, C y D obligarán a que los ejes de las barras BC, CD y el eje AD estén siempre en un plano.

El mecanismo descrito permite, girando el polígono alrededor del husillo, acortar o alargar la distancia BD y por tanto el ángulo CDB. El movimiento estacional del polígono articulado
 5 alrededor del eje del husillo se realizará de forma que el ángulo CDB se aproxime en la máxima medida a $(CDB=45^\circ - \text{declinación}_{\text{solar}}/2)$. Dado que la declinación solar es un valor que permanece prácticamente constante durante cualquier día del año, el ángulo CDB también será constante durante el día. En su variación estacional, el ángulo CDB estará comprendido
 10 entre 33° (correspondientes al solsticio de invierno) y 57° en el solsticio de verano. Para conseguir el valor adecuado del ángulo CDB para un día, se hará girar, durante la noche anterior, a las barras BC y CD en el sentido adecuado un número determinado de vueltas completas.

La sujeción del espejo primario (4) se dispondría rígidamente unida a la barra BC, de modo que el plano del espejo primario sea perpendicular al del polígono articulado.

15 El conjunto polígono articulado-espejo primario gira alrededor del eje del husillo gracias a una corona dentada o piñón (8) desde el que se transmite el movimiento al husillo que roscará en la tuerca (1) fijada al plano. La corona dentada o piñón (8) podrá girar alrededor de la pieza tuerca. La secuencia de transmisión del movimiento de giro se inicia en el motor (11) y se transmite a la corona dentada o piñón (8), a las barras (6) y (7) y finalmente al husillo (5) que
 20 se roscará o desenroscará en la tuerca fija (1).

Durante el día el piñón (8) imprimirá al conjunto espejo-polígono articulado un giro a velocidad constante e igual a la giro de la tierra ($2\pi/24 \text{ radianes/hora}$) desde la salida del sol al ocaso, retornando en sentido inverso a esperar la salida del sol. De esta manera los rayos solares directos siempre deberán ser coplanarios al polígono deformable.

25 Cuando, debido al cambio estacional de la declinación solar, se necesite modificar el ángulo CDB se rotará el polígono alrededor del husillo un número entero de vueltas en el sentido adecuado.

Dado que el dispositivo de control es único y actúa sobre un husillo, el apuntamiento es siempre aproximado tanto más preciso cuanto menor sea la distancia entre el dispositivo y el
 30 foco. Un microcontrolador electrónico (10), dotado de reloj en tiempo real monitoriza el movimiento del motor (11), dando lugar a la continua orientación del espejo primario. El dispositivo está movido por un único motor (11) realizando éste los dos movimientos descritos, a saber: 1) Ajuste estacional del ángulo CDB que se consigue girando el polígono articulado vueltas completas durante la noche, y 2) Seguimiento diario que se consigue
 35 girando el polígono durante el día a velocidad de $2\pi/24 \text{ radianes/hora}$ siguiendo al Sol y regresando a la posición de inicio inmediatamente después del ocaso.

Con el mecanismo descrito los rayos saldrán reflejados en una dirección próxima al eje roscado o eje de la tierra. El grado de aproximación dependerá de la relación paso de rosca frente a los brazos de longitud fija del polígono articulado. En todo caso la aproximación es
 40 mayor cuanto menor es el paso de rosca.

Unos espejos fijos secundarios (9) permitirán el redireccionado de la radiación directa hacia cualquier punto focal. Si un conjunto de espejos secundarios apuntasen a un mismo foco (13) se concentrará la radiación.

DESCRIPCIÓN DE LOS DIBUJOS

- 5 Para complementar la descripción de esta invención y facilitar la comprensión de la misma, se adjunta un conjunto de figuras donde, con carácter ilustrativo y no limitativo, se han representado:

Figura 1. Vista general del dispositivo básico del helióstato con espejo primario plano y accionador.

- 10 Figura 2. Vista transversal descriptiva del polígono deformable que da lugar al dispositivo heliostático.

Figura 3. Detalle de montaje de varios dispositivos controlados por un solo motor.

Figura 4. Disposición de espejos fijos secundarios en la disposición correspondiente a concentrador puntual.

15

REALIZACIÓN PREFERENTE DE LA INVENCION

- La presente invención se refiere a un helióstato o dispositivo de redireccionamiento de los rayos solares hacia un foco preestablecido con accionador único para el movimiento lateral y de elevación. La figura 1 muestra una visión global del helióstato, que se compone de un husillo (5) que soporta y orienta todo el sistema. El eje de este husillo (5) se mantiene paralelo al eje de la Tierra. Un controlador electrónico y un sistema actuador, hacen girar al conjunto el ángulo necesario para el seguimiento solar. El husillo va roscado en una tuerca (1) fija al terreno, con el ángulo adecuado para que el husillo (5) quede paralelo al eje de la Tierra. Este husillo (5) va unido solidariamente a un soporte superior (3), este soporte permite el giro del brazo (6) siempre dentro del plano que aloja al eje del husillo, este brazo (6) aloja al soporte del espejo primario que su superficie será perpendicular al plano del eje del husillo. En el extremo de este brazo (6) se une el empujador (7) que forman el punto de unión C, el otro extremo del empujador, punto de unión B, se aloja en otro soporte (2). Este soporte (2) está unido solidariamente a una corona dentada o piñón (8), al girar este piñón, hace girar al empujador (7), al brazo (6), al soporte superior (3) y al husillo (5), haciendo que este rosque más o menos en la tuerca (1). Al roscar el husillo (5) en la tuerca (1), se actúa sobre el empujador (7) y este sobre el brazo (6) de manera que los ángulos que forman el empujador (7) el brazo (6) y el husillo (5) se modifican, adecuando el espejo primario (4) para que el ángulo CDB se ajusta al valor dado por la expresión: $45^\circ - (\text{declinación}_{solar}/2)$.

- 35 La figura 2 muestra mediante una vista de sección transversal descriptiva, el helióstato optimizado. Para un adecuado control de la distribución espacial de la energía incidente, el espejo primario (4) dispone de un conjunto sensores de radiación tipo LDR (16) o Light Dependent Resistor insertados en los reflectores secundarios. Con la información procesada

ES 2 539 642 A2

de radiación, el controlador puede determinar el movimiento necesario a imprimir en el piñón para disponer de máxima radiación en el espejo primario.

La figura 3 muestra un posible montaje en línea de varios helióstatos, también se podría montar una matriz de ellos, en ambos casos accionados por un único motor (11), mediante un

5 elemento de transmisión tipo correa dentada o cadena (12).

REIVINDICACIONES

1. Heliostato de dos ejes con motor único caracterizado por portar un espejo reflector sobre un lado (6) de un polígono deformable montado sobre un eje roscado (5) que puede girar roscándose en una tuerca (1) permanentemente fija al suelo, de forma que dicho eje (5) quede paralelo al eje de la Tierra, transmitiéndose el movimiento de giro mediante los elementos, también constitutivos de la invención: piñón (8) y barras (6) y (7) articuladas entre sí, de modo que el movimiento generado por el motor se transmite al piñón (8), que puede girar alrededor de la tuerca fija transmitiendo el giro a la barra (7), y ésta a la (6), y ésta a un soporte (3) solidario con el husillo (5), por lo que el husillo se enrosca o desenrosca de la tuerca (1), para generar de este modo una variación del ángulo del espejo con respecto al eje de la Tierra y haciendo que los rayos solares adquieran tras la reflexión la dirección fija del eje de la Tierra.
5
2. Heliostato de dos ejes con motor único de acuerdo con la reivindicación 1 caracterizado por estar provisto de microcontrolador electrónico que regula un movimiento diario de seguimiento solar desde el amanecer al anochecer de forma que el giro del plano que aloja al polígono va acompasado con el ángulo horario solar, y de un movimiento estacional consistente en avance/retroceso de un número entero de pasos de rosca mediante el giro en sentido adecuado de un número de vueltas completas consiguiéndose la modificación de la geometría del polígono.
15
3. Conjunto de dispositivos heliostáticos de acuerdo con las reivindicaciones 1 y 2 caracterizados por estar montados en disposición lineal o matricial de forma que puedan ser accionados u orientados por un único motor con un único sistema de transmisión.
20

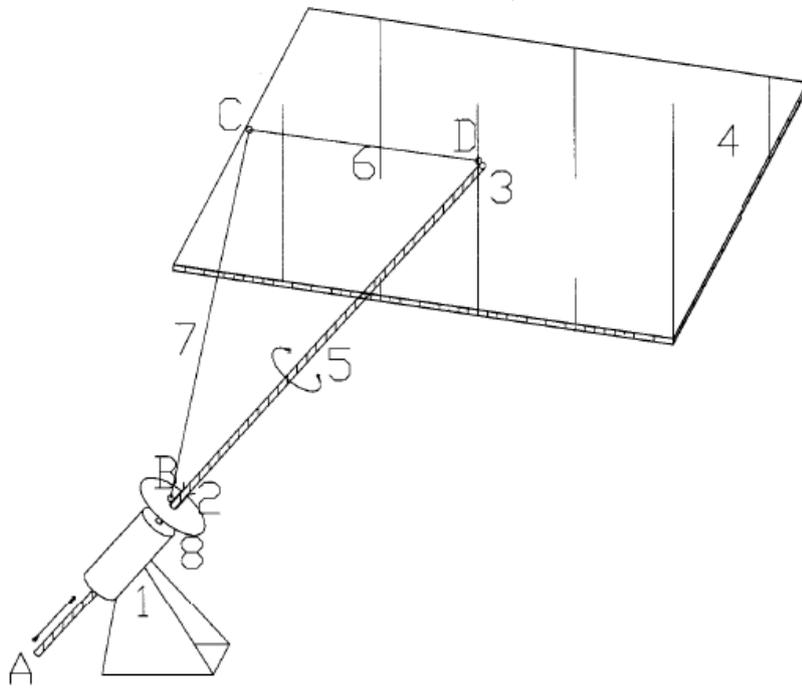


Figura 1

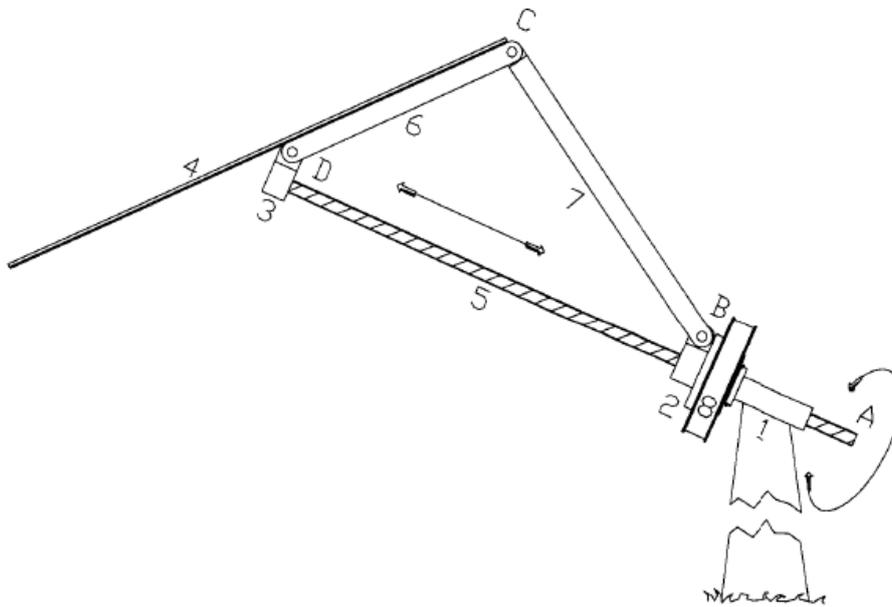


Figura 2

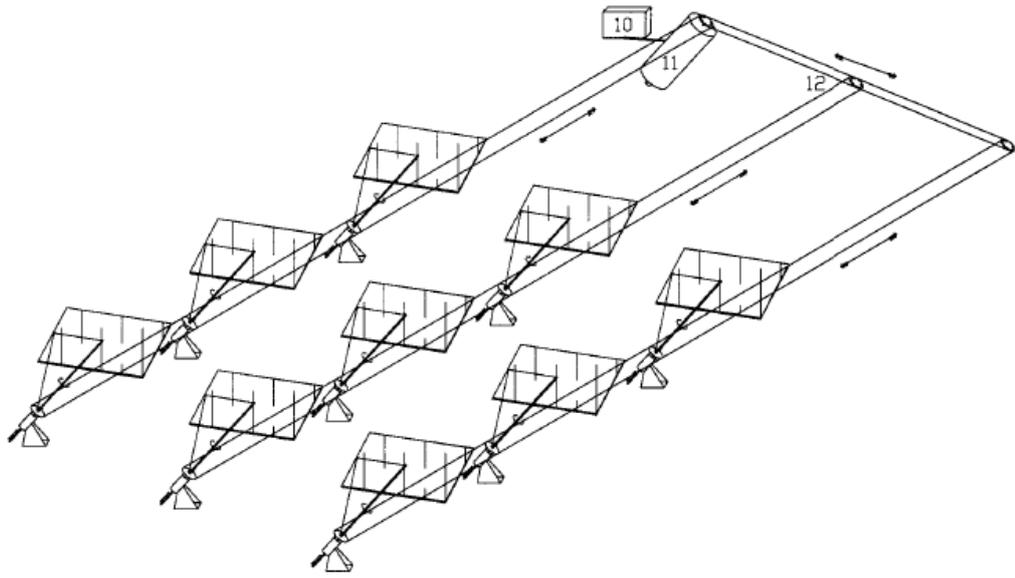


Figura 3

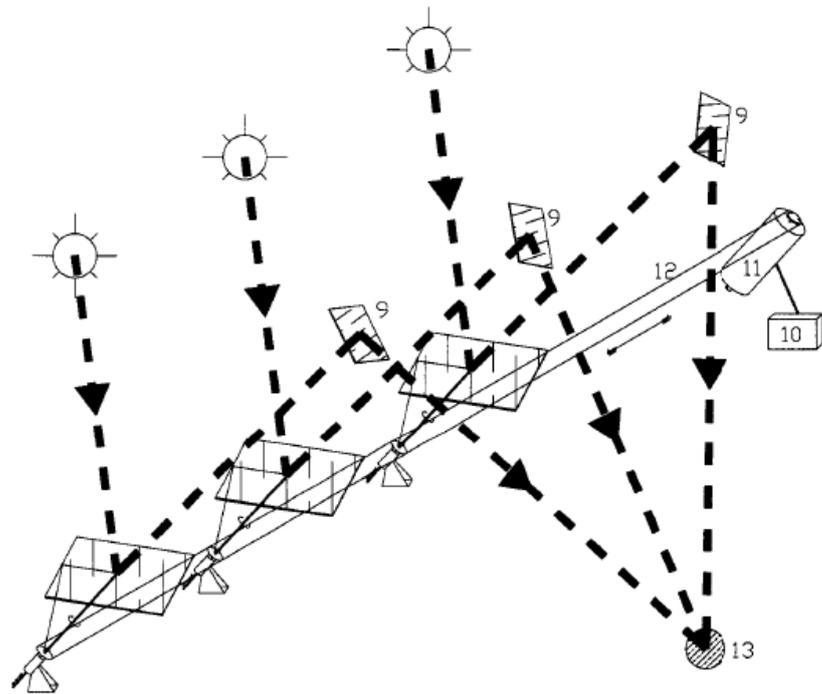


Figura 4

19



OFICINA ESPAÑOLA DE
PATENTES Y MARCAS

ESPAÑA



11 Número de publicación: **2 539 642**

21 Número de solicitud: 201330198

51 Int. Cl.:

F24J 2/54 (2006.01)

12

INFORME SOBRE EL ESTADO DE LA TÉCNICA

R1

22 Fecha de presentación:

15.02.2013

43 Fecha de publicación de la solicitud:

02.07.2015

88 Fecha de publicación diferida del informe sobre el estado de la técnica:

15.07.2015

71 Solicitantes:

INICIATIVAS ENERGÉTICAS DEL SUR SL
(100.0%)
C/ Historiador Manuel Salcines, 6
14004 Córdoba ES

72 Inventor/es:

LÓPEZ LUQUE, Rafael;
RAMÍREZ FAZ, José y
TORRES ROLDAN, Manuel

74 Agente/Representante:

RAMÍREZ FAZ, José

54 Título: **HELIOSTATO DE DOS EJES CON MOTOR ÚNICO**

57 Resumen:

Helioestado de dos ejes con motor único.

Dispositivo heliostático polar con necesidad de un solo motor, controlado por microcontrolador electrónico, para posicionamiento horario y declinacional basado en polígono deformable en el que uno de los lados está constituido por un eje roscado. Controlando el ángulo de giro del polígono sobre el eje roscado se consigue deformar adecuadamente el polígono y posicionar el espejo reflector primario de modo que en cada momento del día la radiación reflejada por el primario tenga una dirección prácticamente paralela a la del eje terrestre. Un conjunto de dispositivos puede ser movido por un único motor. La disposición de espejos secundarios permite redirigir la radiación hacia diferentes puntos, uno por espejo secundario. Si estos puntos se hacen coincidir el sistema constituye un concentrador solar.

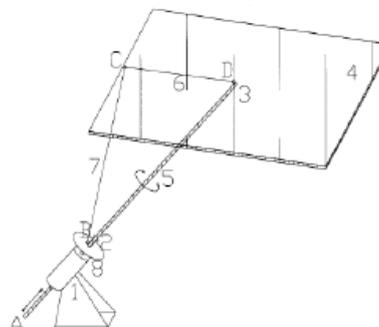


Figura 1

ES 2 539 642 R1



- ① N.º solicitud: 201330198
 ② Fecha de presentación de la solicitud: 15.02.2013
 ③ Fecha de prioridad:

INFORME SOBRE EL ESTADO DE LA TECNICA

⑤ Int. Cl.: **F24J2/54** (2006.01)

DOCUMENTOS RELEVANTES

Categoría	⑥ Documentos citados	Reivindicaciones afectadas
A	FR 2480002 A2 (FABRE FERNAND) 09.10.1981, figuras & resumen de la base de datos Epodoc. Recuperado de Epoque; AN-FR-8007808-A.	1-3
A	US 2010326427 A1 (CHEN DATONG) 30.12.2010, párrafos [53-55]; figura 4.	1
A	US 4066062 A (HOUSTON ELMER) 03.01.1978, columna 2, líneas 33-38; figura 1.	1
A	ES 1066600 U (YECORA SAENZ ROBERTO) 16.02.2008, columna 8, línea 38 – columna 9, línea 15; figuras 6-8.	1
A	KR 20090096281 A (INDIGOTECH CO LTD) 10.09.2009, figuras & resumen de la base de datos WPI. Recuperado de Epoque; AN-2009-N79955.	1-3
<p>Categoría de los documentos citados</p> <p>X: de particular relevancia Y: de particular relevancia combinado con otro/s de la misma categoría A: refleja el estado de la técnica</p> <p>O: referido a divulgación no escrita P: publicado entre la fecha de prioridad y la de presentación de la solicitud E: documento anterior, pero publicado después de la fecha de presentación de la solicitud</p>		
<p>El presente informe ha sido realizado</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> para todas las reivindicaciones <input type="checkbox"/> para las reivindicaciones nº:</p>		
<p>Fecha de realización del informe 08.07.2015</p>	<p>Examinador J. Merello Arvilla</p>	<p>Página 1/4</p>

Documentación mínima buscada (sistema de clasificación seguido de los símbolos de clasificación)

F24J

Bases de datos electrónicas consultadas durante la búsqueda (nombre de la base de datos y, si es posible, términos de búsqueda utilizados)

INVENES, EPODOC, WPI

Fecha de Realización de la Opinión Escrita: 08.07.2015

Declaración

Novedad (Art. 6.1 LP 11/1986)	Reivindicaciones 1-3	SI
	Reivindicaciones	NO
Actividad inventiva (Art. 8.1 LP11/1986)	Reivindicaciones 1-3	SI
	Reivindicaciones	NO

Se considera que la solicitud cumple con el requisito de aplicación industrial. Este requisito fue evaluado durante la fase de examen formal y técnico de la solicitud (Artículo 31.2 Ley 11/1986).

Base de la Opinión.-

La presente opinión se ha realizado sobre la base de la solicitud de patente tal y como se publica.

1. Documentos considerados.-

A continuación se relacionan los documentos pertenecientes al estado de la técnica tomados en consideración para la realización de esta opinión.

Documento	Número Publicación o Identificación	Fecha Publicación
D01	FR 2480002 A2 (FABRE FERNAND)	09.10.1981

2. Declaración motivada según los artículos 29.6 y 29.7 del Reglamento de ejecución de la Ley 11/1986, de 20 de marzo, de Patentes sobre la novedad y la actividad inventiva; citas y explicaciones en apoyo de esta declaración

El documento D01 divulga un seguidor de dos ejes con eje principal inclinado que si bien presenta cierta semejanza con el propuesto en la primera reivindicación de la solicitud de patente en estudio la configuración y el funcionamiento del mismo difiere de manera importante respecto el de la reivindicación en estudio. No se considera obvio para un experto en la materia que partiera del documento D01 el llegar a concebir un heliostato como el propuesto en la reivindicación 1 de la solicitud de patente P201330198.

Por tanto la invención, de acuerdo con la primera reivindicación de la solicitud de patente, por no encontrarse recogida en el estado de la técnica es nueva (Ley 11/1986, Art. 6.1.) y, por no resultar del mismo de una manera obvia para un experto en la materia, tiene actividad inventiva (Ley 11/1986, Art. 8.1.).

La reivindicación 3 es relativa a un conjunto de dispositivos heliostáticos de acuerdo con las reivindicaciones 1 y 2 y por tanto dicho conjunto de dispositivos incluye todas las características técnicas de los heliostatos de las reivindicaciones 1 y 2 por lo que se puede afirmar que dicha reivindicación 3 es dependiente de las reivindicaciones 1 y 2. Habida cuenta lo anterior y al contar la primera reivindicación con novedad y actividad inventiva las reivindicaciones dependientes de la misma, es decir las reivindicaciones 2 y 3, presentan igualmente novedad (Ley 11/1986, Art. 6.1.) y actividad inventiva (Ley 11/1986, Art. 8.1.).

Anexo 3

Código

Listado de programa para control heliostato para la plataforma Arduino Mega.

```

/*
1 Lunes
2 Martes
3 Miércoles
4 Jueves
5 Viernes
6 Sabado
7 Domingo
*/

// incluir las librerías:

#include <EEPROM.h>
#include <SPI.h>
#include <SD.h> //pines D5,D51 MOSI, D50 MISO, D52 SCL, D53 CS
#include <virtuabotixRTC.h> //pines D3 SCLK, D4 IO, D6 CE
#include <LiquidCrystal.h>
#define SPI_SD 5

/*
pin D2 sensor de 0, pines D22 Enable, D24 Dirección, D26 Pulso Driver motor, pin A0;
A1 pulsadores de configuración
Asignación de teclas numeradas a los pines del 0 al 4 0=Azul A0, 1=Amarillo A1,
2=Rojo A2, 3=Gris A3, 4=Negro A4
Sensor de cero en pin D2
GPS Serial 3
BT Serial 2
* LCD RS pin al pin digital 12
* LCD Enable pin al pin digital 11
* LCD D4 pin al pin digital 10
* LCD D5 pin al pin digital 9
* LCD D6 pin al pin digital 8
* LCD D7 pin al pin digital 7
* LCD R/W pin a negativo
*/

// inicializa la librería lcd con los números de pins de la interfase
LiquidCrystal lcd(12, 11, 10, 9, 8, 7);
// inicializa la librería DS1302 con los números de pins de la interfase
virtuabotixRTC myRTC(3, 4, 6);
//Declaraciones
const int PasosPorRevolucion = 200 * 120; // Cambiar aquí el nº de pasos por revolución
//const int PasosPorRevolucion = 2048; // Cambiar aquí el nº de pasos por revolución
const int Reductora = 120; // Cambiar relación 120/1
const float latitud = 37.916; //Latitud en grados del lugar

```

```

const float longitud = 4.7189; //Longitud en grados del lugar
int bra = 300; //Longitud del brazo
int sep = 20; //Longitud del separador
int emp = 324; //Longitud del empujador
int pas = 2; //Paso del tornillo
int minEje = 392; //longitud mínima del desplazamiento
const int pausa = 3; //tiempo de inactividad en minutos
const float Pi = 3.1415926535897932384626433832795028841971;
byte sensor_start = 0;
char buff[254]; /* i/o buffer */
int segun = 0;
int minu = 0;
int hora = 0;
int dia = 4;
int dia_semana = 0;
int dia_sem_sig = 0;
int mes = 10;
int ano = 2013;
unsigned int seconds; /* 0..59 */
unsigned int minutes; /* 0..59 */
unsigned int hours; /* 0..23 */
unsigned int dayofweek; /* 1..7 */
unsigned int dayofmonth; /* 1.. 31 */
unsigned int month; /* 1..12 */
unsigned int year; /* 2000..2099 */
String dsemana = "";
long mmd;
long mmdant;
long ssd;
long ssdbucle=0;
long ssdant,ssdled;
int btok = 1;
double vhora = -1;
float ang = 0;
int desplaza = 0;
int desplaza1 = 0;
int espera = 0;
int angulohora = 0;
int anguloaje = -999; //Valor de inicialización
int noche = false;
int ajuste = 0;
int offset = 0;
int offsetOld = 0;
int offsetEpromH = 0;

```

```

int offsetEpromL = 0;
int offsetEprom = 0;
int signoffset = 0;
int PulsadorPin = A0; //A0 Pulsador control AZUL
int ceroeje = 2; //D2 Sensor inductivo de cero
int En = 22; //D22 Enable Driver de motor paso a paso
int Dir = 24; //D24 Dirección Driver de motor paso a paso
int Pul = 26; //D26 Pulsos Driver de motor paso a paso
int PulsadorKey2 = A1; //A1 Teclas de ajuste AMARILLO
int PulsadorKey3 = A2; //A2 Teclas de ajuste ROJO
int PulsadorKey4 = A3; //A3 Teclas de ajuste GRIS
int PulsadorKey5 = A4; //A4 Teclas de ajuste NEGRO
int tecla2 = 0;
int tecla3 = 0;
int tecla4 = 0;
int tecla5 = 0;
int NUM_KEYS = 5;
int adc_key_in;
int key = -1;
int oldkey = -1;
int PulsadorValue = 1;
int primerCiclo = 1;
int sensor = 0;
/*1 – Sensor activo y giro horario
  2 – Sensor activo y giro anti-horario
  3 – Sensor inactivo y giro indiferente
  4 – posición de reposo (giro anti-horario y el sensor se acaba de activar)*/
int desplazeje = 0;
int sensoraddress = 0; //Dirección de memoria de la variable sensor en EEPROM
int desplazejeaddress = 1; //Dirección de memoria de desplazeje en EEPROM
int offsetaddress = 2; //Dirección de memoria del offset alto en EEPROM
int offsetaddress1 = 3; // Dirección de memoria del offset bajo en EEPROM
int signoaddress = 4; //Dirección de memoria de la signo del offset en EEPROM
unsigned long time;
char *ptr;
String dataString = "";
//Declaraciones para GPS
// GPS analizador de 406a
#define BUFFSIZ 90 // bastante grande
char buffer[BUFFSIZ];
char *parseptr;
char buffidx;
uint8_t ghour, gminute, gsecond, gyear, gmonth, gdate;
uint32_t latitude, longitude;

```

```

uint8_t groundspeed, trackangle;
char latdir, longdir;
char status;

void setup ()
{
  byte res;
  Serial.begin(57600);
  Serial2.begin(9600);    //Puerta serie del BT
  Serial3.begin(9600);   //Puerta serie del GPS
  pinMode(ceroeje, INPUT);
  pinMode(PulsadorPin, INPUT);
  pinMode(PulsadorKey2, INPUT);
  pinMode(PulsadorKey3, INPUT);
  pinMode(PulsadorKey4, INPUT);
  pinMode(PulsadorKey5, INPUT);
  pinMode(En, OUTPUT);
  pinMode(Dir, OUTPUT);
  pinMode(Pul, OUTPUT);
  digitalWrite(En, HIGH);
  sprintf_P(buff, PSTR("\nHeliostato Polar\n"));
  Serial.println(buff);
  Serial.print('>');
  offsetEpromH = EEPROM.read(offsetadress);
  offsetEpromL = EEPROM.read(offsetadress1);
  offsetEprom = offsetEpromH * 100 + offsetEpromL;
  signoffset = EEPROM.read(signoaddress);
  if (signoffset == 1)
  {
    offset = (int(offsetEprom) * (-1));
  }
  else
  {
    offset = double(offsetEprom);
  }
  offsetOld = offset;
  //para resetear una instalación al inicio hay que borrar la EEPROM
  //      EEPROM.write(signoaddress,0);
  //      EEPROM.write(offsetadress, 0);
  //      EEPROM.write((offsetadress1), 0);
  // set up del LCD con el número de columnas y filas:
  lcd.begin(16, 2);
  lcd.print("Heliostato Polar");
  if (!SD.begin(chipSelect)) {

```

```

        Serial.println("Card failed, or not present");// no hacer más nada:
        return;
    }
}

void loop ()
{
    uint32_t tmp;
    readline();
    // chequea si $GPRMC (global positioning fixed data)
    if (strncmp(buffer, "$GPRMC", 6) == 0) {
        // hhmmss formato hora
        parseptr = buffer + 7;
        tmp = parsedecimal(parseptr);
        ghour = tmp / 10000;
        gminute = (tmp / 100) % 100;
        gsecond = tmp % 100;
        parseptr = strchr(parseptr, ',') + 1;
        status = parseptr[0];
        parseptr += 2;
        // grabar datos latitud & longitud
        // latitud
        latitude = parsedecimal(parseptr);
        if (latitude != 0) {
            latitude *= 10000;
            parseptr = strchr(parseptr, '.') + 1;
            latitude += parsedecimal(parseptr);
        }
        parseptr = strchr(parseptr, ',') + 1;
        // lee latitud dato N/S
        if (parseptr[0] != ',') {
            latdir = parseptr[0];
        }
        // longitud
        parseptr = strchr(parseptr, ',') + 1;
        longitude = parsedecimal(parseptr);
        if (longitude != 0) {
            longitude *= 10000;
            parseptr = strchr(parseptr, '.') + 1;
            longitude += parsedecimal(parseptr);
        }
        parseptr = strchr(parseptr, ',') + 1;
        // lee longitud dato E/W
        if (parseptr[0] != ',') {

```

```

    longdir = parseptr[0];
}
// velocidad terrestre
parseptr = strchr(parseptr, ',') + 1;
groundspeed = parsedecimal(parseptr);
// ángulo de pista
parseptr = strchr(parseptr, ',') + 1;
trackangle = parsedecimal(parseptr);
// gdate
parseptr = strchr(parseptr, ',') + 1;
tmp = parsedecimal(parseptr);
gdate = tmp / 10000;
gmonth = (tmp / 100) % 100;
gyear = tmp % 100;
}
if (hora == 10 && minu == 2 && segun > 40) { //Se pone segundos > que 45 para que
//no interfiera con el posicionamiento

    //c=0;
    //Entramos en el gps a poner la hora
    myRTC.setDS1302Time(gsecond, gminute, ghour + 1, dia_semana, gdate, gmonth,
2000 + gyear);
}
// Para poner el reloj en hora el orden de los datos es [segundos, minutos, horas, día de la
semana, día del mes, mes, año
// myRTC.setDS1302Time(30, 2, 8, 4, 15, 5, 2014);
myRTC.updateTime(); //Leer el RTC
mmd=60*myRTC.hours+ myRTC.minutes;
ssd=60*mmd+myRTC.seconds;
segun = myRTC.seconds;
minu = myRTC.minutes;
hora = myRTC.hours;
dia = myRTC.dayofmonth;
dia_semana = myRTC.dayofweek;
mes = myRTC.month;
ano = myRTC.year;
ang = Pi / 4 - declinacion(diajuliano(dia, mes, ano)) / 360 * Pi;
desplaza = (desplazamiento(ang, bra, sep, emp, pas));
desplaza = desplaza - minEje;
angulohora = int((horasolar(longitud, diajuliano(dia, mes, ano), hora, minu) - 12) * 15 *
PasosPorRevolucion / 360);
switch (dia_semana) {
case 1 :
    dsemana = "Lun";
    break;

```

```

case 2 :
    dsemana = "Mar";
    break;
case 3 :
    dsemana = "Mie";
    break;
case 4 :
    dsemana = "Jue";
    break;
case 5 :
    dsemana = "Vie";
    break;
case 6 :
    dsemana = "Sab";
    break;
case 7 :
    dsemana = "Dom";
    break;
}
lcd.setCursor(0, 1);
if (hora < 10) lcd.print(' ');
lcd.print(hora);
lcd.print(":");
if (minu < 10) lcd.print('0');
lcd.print(minu);
lcd.print(" ");
lcd.print(dsemana);
lcd.print(" ");
if (dia < 10) lcd.print(' ');
lcd.print(dia);
lcd.print("/");
if (mes < 10) lcd.print('0');
lcd.print(mes);
// Pulsador de ajuste
PulsadorValue = digitalRead(PulsadorPin);
if (PulsadorValue == 0 && primerCiclo == 1) { // Escribir valores iniciales en
EEPROM según el reloj en tiempo real
    while (time < 10000 && PulsadorValue == 0) {
        // se repite mientras time sea menor de 20" o el pulsador esté pisado
        // PulsadorValue = analogRead(PulsadorPin);
        PulsadorValue = digitalRead(PulsadorPin);
        time = millis();
    }
    if (time >= 10000) {

```

```

//escribe en la eeprom los datos de desplazamiento actuales
ang = Pi / 4 - declinacion(diajuliano(dia, mes, ano)) / 360 * Pi;
desplaza = (desplazamiento(ang, bra, sep, emp, pas));
desplaza = desplaza - minEje;
EEPROM.write(desplazaejeaddress, desplaza);
sensor = 3;
EEPROM.write(sensoraddress, sensor);
time = 0;
}
}
// Mirar si se ha pulsado una tecla
key = get_key(-1); //Cambio a teclado digital
if (key != oldkey) // si se detecta tecla presionada
{
    delay(50); // espera para anular rebotes
    key = get_key(-1); //Cambio a teclado digital
    if (key != oldkey)
    {
        oldkey = key;
        if (key >= 0 && PulsadorValue == 0) {
            switch (key) {
                case 0: //Tecla Azul, pulsando simultáneamente A0 entra en modo ajuste
                    if (offsetOld == offset)
                    {
                        offsetEepromH = EEPROM.read(offsetaddress);
                        offsetEepromL = EEPROM.read(offsetaddress1);
                        offsetEeprom = offsetEepromH * 100 + offsetEepromL;
                        signoffset = EEPROM.read(signoaddress);
                        if (signoffset == 1) {
                            offset = (int(offsetEeprom) * (-1));
                        }
                        else
                        {
                            offset = int(offsetEeprom);
                        }
                        offsetOld = offset;
                    }
                    espera = minu; //Anula momentáneamente la pausa
                    ajuste = 1;
                    break;
                case 1: //Tecla Amarilla, pulsando simultáneamente A0 sale de modo ajuste
                    if (offset < 0) {
                        signoffset = 1;
                        offsetEeprom = int(offset * (-1));
                    }
                }
            }
        }
    }
}

```

```

    }
    else
    {
        signoffset = 0;
        offsetEprom = int(offset);
    }
    EEPROM.write(signoaddress, signoffset);
    offsetEpromH = int(offsetEprom / 100);
    offsetEpromL = int(offsetEprom - offsetEpromH * 100);
    EEPROM.write(offsetaddress, offsetEpromH);
    EEPROM.write((offsetaddress1), offsetEpromL);
    offsetOld = offset;
    angulohora = int((horasolar(longitud, diajuliano(dia, mes, ano), hora, minu) - 12) *
15 * PasosPorRevolucion / 360);
    ajuste = 0;
    break;
case 2:
    //Para asignación de funcionalidad nueva
    break;
case 3:
    //Para asignación de funcionalidad nueva
    break;
case 4:
    //Para asignación de funcionalidad nueva
    break;
}
}
}
}
//Inicio de proceso de apuntamiento
if (dia_sem_sig == dia_semana || dia_sem_sig == 0) {
    dia_sem_sig = dia_semana + 1;
    if (dia_sem_sig > 7) {
        dia_sem_sig = 1;
    }
}
if (anguloaje == -999) {
    sensor = EEPROM.read(sensoraddress); //leer variable almacenada sensor
    desplazeaje = EEPROM.read(desplazeajeaddress); //leer variable almacenada
desplazeaje
    while (sensor < 4) {
        switch (sensor) {
        case 1:
            digitalWrite(Dir, HIGH);

```

```

while (digitalRead (ceroeje) == HIGH) {
  digitalWrite(Pul, HIGH);
  delay(4);
  digitalWrite(Pul, LOW);
  delay(4);
}
sensor = 3;
escribeEeprom();
break;
case 2:
  digitalWrite(Dir, HIGH);
  while (digitalRead (ceroeje) == HIGH) {
    digitalWrite(Pul, HIGH);
    delay(4);
    digitalWrite(Pul, LOW);
    delay(4);
  }
  sensor = 3;
  escribeEeprom();
  break;
case 3:
  digitalWrite(Dir, HIGH); // Giro hacia el Este y a invierno
  while (digitalRead (ceroeje) == LOW) {
    digitalWrite(Pul, HIGH);
    delay(4);
    digitalWrite(Pul, LOW);
    delay(4);
  }
  sensor = 4;
  escribeEeprom();
  break;
case 4:
  ;
  break;
}
}
while (desplazaeje != desplaza) {
  if (desplazaeje > desplaza) { //Vueltas enteras
    digitalWrite(Dir, LOW);
    do {
      digitalWrite(Pul, HIGH);
      delay(4);
      digitalWrite(Pul, LOW);
      delay(4);
    }
  }
}

```

```

}
while (digitalRead (ceroeje) == HIGH);
sensor = 3;
escribeEeprom();
do {
    digitalWrite(Pul, HIGH);
    delay(4);
    digitalWrite(Pul, LOW);
    delay(4);
}
while (digitalRead (ceroeje) == LOW);
sensor = 1;
escribeEeprom();
do {
    digitalWrite(Pul, HIGH);
    delay(4);
    digitalWrite(Pul, LOW);
    delay(4);
}
while (digitalRead (ceroeje) == HIGH);
EEPROM.write(desplazaejeaddress, desplazaeje - pas);
desplazaeje = desplazaeje - pas;
sensor = 3;
escribeEeprom();
do {
    digitalWrite(Dir, HIGH);
    digitalWrite(Pul, HIGH);
    delay(4);
    digitalWrite(Pul, LOW);
    delay(4);
}
while (digitalRead (ceroeje) == LOW);
sensor = 4;
escribeEeprom();
}
else
{
    if (desplazaeje < desplaza) {
        EEPROM.write(desplazaejeaddress, desplazaeje + pas);
        desplazaeje = desplazaeje + pas;
        digitalWrite(Dir, HIGH);
        do {
            digitalWrite(Pul, HIGH);
            delay(4);

```

```

    digitalWrite(Pul, LOW);
    delay(4);
    sensor = 2;
    escribeEeprom();
}
while (digitalRead (ceroeje) == HIGH);
sensor = 3;
escribeEeprom();
while (digitalRead (ceroeje) == LOW) {
    digitalWrite(Pul, HIGH);
    delay(4);
    digitalWrite(Pul, LOW);
    delay(4);
}
sensor = 4;
escribeEeprom();
}
}
}
anguloEje = -(PasosPorRevolucion / 4) + offset; }
//Mirar si sol está por encima del plano de horizonte
if (vsolarz(diajuliano(dia, mes, ano), horasolar(longitud, diajuliano(dia, mes, ano), hora,
minu) - 12, latitud) < 0) {
    ang = Pi / 4 - declinacion(diajuliano(dia, mes, ano) + 1) / 360 * Pi;
    desplaza1 = (desplazamiento(ang, bra, sep, emp, pas));
    desplaza1 = desplaza1 - minEje;
    digitalWrite(En, HIGH);
    while (sensor < 4) {
        switch (sensor) {
        case 1:
            digitalWrite(Dir, HIGH);
            while (digitalRead (ceroeje) == HIGH) {
                digitalWrite(Pul, HIGH);
                delay(4);
                digitalWrite(Pul, LOW);
                delay(4);
            }
            sensor = 3;
            escribeEeprom();
            break;
        case 2:
            digitalWrite(Dir, HIGH);
            while (digitalRead (ceroeje) == HIGH) {
                digitalWrite(Pul, HIGH);

```



```

}
while (digitalRead (ceroeje) == HIGH);
sensor = 3;
escribeEeprom();
while (digitalRead (ceroeje) == LOW) {
    digitalWrite(Pul, HIGH);
    delay(4);
    digitalWrite(Pul, LOW);
    delay(4);
}
sensor = 4;
escribeEeprom();
}
else
{
    digitalWrite(Dir, LOW);
    do {
        digitalWrite(Pul, HIGH);
        delay(4);
        digitalWrite(Pul, LOW);
        delay(4);
    }
    while (digitalRead (ceroeje) == HIGH);
    sensor = 3;
    escribeEeprom();
    do {
        digitalWrite(Pul, HIGH);
        delay(4);
        digitalWrite(Pul, LOW);
        delay(4);
    }
    while (digitalRead (ceroeje) == LOW);
    sensor = 1;
    escribeEeprom();
    do {
        digitalWrite(Pul, HIGH);
        delay(4);
        digitalWrite(Pul, LOW);
        delay(4);
    }
    while (digitalRead (ceroeje) == HIGH);
    EEPROM.write(desplazaejeaddress, desplazaeje - pas);
    desplazaeje = desplazaeje - pas;
    sensor = 3;

```

```

    escribeEeprom();
    do {
        digitalWrite(Dir, HIGH);
        digitalWrite(Pul, HIGH);
        delay(4);
        digitalWrite(Pul, LOW);
        delay(4);
    }
    while (digitalRead (ceroeje) == LOW);
    sensor = 4;
    escribeEeprom();
}
}
}
anguloaje = -(PasosPorRevolucion / 4) + offset;
digitalWrite(En, LOW);
noche = true;
}
else
{
    // *****AQUÍ SE POSICIONA EL ESPEJO*****
    noche = false;
    if (espera < minu + pausa){
        espera = minu + pausa;
    }
    if (espera = minu || espera == 0) {
        espera = minu + pausa;
        if (espera > 59) {
            espera = espera - 60;
        }
        if (ajuste == 0) {
            angulohora = int((horasolar(longitud, diajuliano(dia, mes, ano), hora, minu) - 12) *
15 * PasosPorRevolucion / 360);
        }
        else
        {
            angulohora = 0;
            espera = minu; //Anula la pausa durante el ajuste
            if (key != -1)
            {
                digitalWrite(En, HIGH);
                delay(50);
                switch (key) {
                    case 2: //Tecla Azul,

```

```

//Decremento horario de la tarde hacia la mañana
digitalWrite(Dir, HIGH);
delay(10);
for (int x = 0 ; x < 5; x++) {
    digitalWrite(Pul, HIGH);
    delay(10);
    digitalWrite(Pul, LOW);
    delay(10);
}
offset = offset + 5;
break;
case 3: //Tecla Negra,
//Incremento horario de la mañana hacia la tarde
digitalWrite(Dir, LOW);
delay(10);
for (int x = 0 ; x < 5; x++) {
    digitalWrite(Pul, HIGH);
    delay(10);
    digitalWrite(Pul, LOW);
    delay(10);
}
offset = offset - 5;
break;
}
delay(50);
digitalWrite(En, LOW);
delay(20);
}
}
if (anguloaje != angulohora) { // mover el eje para que sea igual al ángulo hora
digitalWrite(En, HIGH);
if (anguloaje > angulohora) {
    digitalWrite(Dir, HIGH);
    delay(10);
}
else
{
    digitalWrite(Dir, LOW);
    delay(10);
}
}
int difangulo = angulohora - anguloaje;
int difang = difangulo;
if (difangulo < 0)
{

```

```

    difang = difang * -1;
}
for (int i = 1; i <= difang; i++) {
    digitalWrite(Pul, HIGH);
    delay(10);
    digitalWrite(Pul, LOW);
    delay(10);
    sensor = 3;
    escribeEeprom();
}
anguloaje = angulohora;
File dataFile = SD.open("datalog.txt", FILE_WRITE);
// si está la sd disponible para escribir:
if (dataFile) {
    sprintf_P(buff, PSTR("%u/%u/%u, %u, %02u:%02u:%02u, AngHora =
%02u, Despla = %02u\n"), ano, mes, dia, dia_semana, hora, minu, segun,
anguloaje, desplazeaje);
    dataFile.println(buff);
    dataFile.close();
}
else {
    Serial.println("error de apertura datalog.txt");
}

if (angulohora == 0 && ajuste == 1)
{
    anguloaje = 0;
}
delay(10);
digitalWrite(En, LOW);
}
}
}
primerCiclo = 0;
// Impresión de datos y puesta en hora por el puerto serie
if (Serial.available() == false) {
;
}
else
{
    get_line(buff, sizeof(buff));
    ptr = buff;
    switch (*ptr++) {
    case 't': /* t [<segundos> <minutos> <horas> <dia semana> <dia mes> <mes>
<año>] */

```

```

    if (convert_RTC(ptr)) {
        myRTC.setDS1302Time(seconds, minutes, hours, dayofweek, dayofmonth, month,
year);
    }
    myRTC.updateTime();
    sprintf_P(buff, PSTR("%u/%u/%u, %u, %02u:%02u:%02u"), myRTC.year,
myRTC.month, myRTC.dayofmonth, myRTC.dayofweek, myRTC.hours,
myRTC.minutes, myRTC.seconds);
    Serial.println(buff);
    break;
case 'd': /* read sensor value */
    Serial.print (dia);
    Serial.print (" / ");
    Serial.print (mes);
    Serial.print (" / ");
    Serial.print (ano);
    Serial.print (" _ ");
    Serial.print (hora);
    Serial.print (" : ");
    Serial.print (minu);
    Serial.print (" : ");
    Serial.print (segun);
    Serial.println ("");
    Serial.print ("Dia Juliano: ");
    Serial.println (diajuliano(dia, mes, ano));
    Serial.print ("Declinacion: ");
    Serial.println (declinacion(diajuliano(dia, mes, ano)));
    Serial.print ("Angulo: ");
    Serial.println (ang);
    Serial.print ("Comprobacion: ");
    Serial.print (emp - bra);
    Serial.print (" : ");
    Serial.println (emp + bra);
    Serial.print ("Desplazamiento: ");
    Serial.println (desplazamiento(ang, bra, sep, emp, pas));
    Serial.print ("Angulo Horario: ");
    Serial.println ((horasolar(longitud, diajuliano(dia, mes, ano), hora, minu) - 12) * 15);
    Serial.print ("Angulo Eje: ");
    Serial.println (anguloeje);
    Serial.print ("Angulo Hora: ");
    Serial.println (angulohora);
    Serial.print ("VSolarZ: ");
    Serial.println (vsolarz(diajuliano(dia, mes, ano), horasolar(longitud, diajuliano(dia,
mes, ano), hora, minu) - 12, latitud));

```

```

Serial.print ("Pulsador: ");
Serial.println (PulsadorValue);
Serial.print ("Espera: ");
Serial.println (espera);
Serial.print ("Desplaza eje: ");
Serial.println (desplazaeje);
Serial.print ("desplaza: ");
Serial.println (desplaza);
Serial.print ("Tecla ");
Serial.println (key);
Serial.print ("Offset ");
Serial.println (offset);
Serial.print("Ajuste ");
Serial.println(ajuste);
break;
}
Serial.print('>');
}
if((ssd!=ssdant)&&(ssd==30*(ssd/30))&&(Serial2.available() == true)&& (segun ==
30)){
ssdant=ssd;
Serial2.print (dia);
Serial2.print (" / ");
Serial2.print (mes);
Serial2.print (" / ");
Serial2.print (ano);
Serial2.print (" _ ");
Serial2.print (hora);
Serial2.print (" : ");
Serial2.print (minu);
Serial2.print (" : ");
Serial2.print (segun);
Serial2.println ("");
Serial2.print ("Dia Juliano: ");
Serial2.println (diajuliano(dia, mes, ano));
Serial2.print ("Declinacion: ");
Serial2.println (declinacion(diajuliano(dia, mes, ano)));
Serial2.print ("Angulo: ");
Serial2.println (ang);
Serial2.print ("Comprobacion: ");
Serial2.print (emp - bra);
Serial2.print (" : ");
Serial2.println (emp + bra);
Serial2.print ("Desplazamiento: ");

```

```

Serial2.println (desplazamiento(ang, bra, sep, emp, pas));
Serial2.print ("Angulo Horario: ");
Serial2.println ((horasolar(longitud, diajuliano(dia, mes, ano), hora, minu) - 12) * 15);
Serial2.print ("Angulo Eje: ");
Serial2.println (anguloeje);
Serial2.print ("Angulo Hora: ");
Serial2.println (angulohora);
Serial2.print ("VSolarZ: ");
Serial2.println (vsolarz(diajuliano(dia, mes, ano), horasolar(longitud, diajuliano(dia,
mes, ano), hora, minu) - 12, latitud));
Serial2.print ("Pulsador: ");
Serial2.println (PulsadorValue);
Serial2.print ("Espera: ");
Serial2.println (espera);
Serial2.print ("Desplaza eje: ");
Serial2.println (desplazaeje);
Serial2.print ("desplaza: ");
Serial2.println (desplaza);
Serial2.print ("Tecla ");
Serial2.println (key);
Serial2.print ("Offset ");
Serial2.println (offset);
Serial2.print("Ajuste ");
Serial2.println(ajuste);
Serial2.println(">");
Serial2.println();
}
} //Fin de loop

```

```

//*****Función día Juliano*****
int diajuliano(int day, int month, int year)
{
    // Esta devuelve el día juliano del año (comprendido entre 1 y 365),
    // a partir del día del mes:(day),del mes (month) y del año (year)
    int caldi = 0;
    switch (month) {
        case 1:
            caldi = day;
            break;
        case 2:
            caldi = day + 31;
            break;
        case 3:
            caldi = day + 59;
            break;
        case 4:
            caldi = day + 90;
            break;
        case 5:
            caldi = day + 120;
            break;
        case 6:
            caldi = day + 151;
            break;
        case 7:
            caldi = day + 181;
            break;
        case 8:
            caldi = day + 212;
            break;
        case 9:
            caldi = day + 243;
            break;
        case 10:
            caldi = day + 273;
            break;
        case 11:
            caldi = day + 304;
            break;
        case 12:
            caldi = day + 334;
            break;
    }
}

```

```
if (4 * (year / 4) == year) {  
  if (month > 2) {  
    caldi = caldi + 1;  
  }  
}  
return caldi;  
}
```

```

//***** Función Declinacion *****
double declinacion(int dia_jul)
{
    // devuelve el valor de la declinación (en grados). dia_jul es el
    // día juliano (1-365)
    float GAMMA0 = 0;
    float gamma = 0;
    float declina = 0;
    GAMMA0 = 2 * Pi * (dia_jul + 284) / 365.24;
    gamma = GAMMA0 + 0.007133 * sin(GAMMA0) + 0.03268 * cos(GAMMA0) -
    0.000318 * sin(2 * GAMMA0) + 0.000145 * cos(2 * GAMMA0);
    declina = (180 * asin(0.3979 * sin(gamma))) / Pi;
    return declina;
}

//***** Función desplazamiento *****

int desplazamiento(float angulo, int brazo, int separa, int empuja, int paso)
{
    float errormaximo = 10000;
    double cosposible = 0;
    float angcandi = 0;
    float despsel = -1000000000;
    float denominador = 0;
    float numerador = 0;
    for (int dcandi = empuja - brazo; dcandi <= empuja + brazo; dcandi = dcandi + paso) {
        cosposible = 0.5 * (pow(brazo, 2) + pow(separa, 2) + pow(dcandi, 2) - pow(empuja,
        2)) / (brazo * sqrt(pow(dcandi, 2) + pow(separa, 2)));
        if (abs(cosposible) <= 1) {
            angcandi = Pi / 2 - atan((float) separa / (float) dcandi) - acos(cosposible);
            if (abs(angcandi - angulo) < errormaximo) {
                errormaximo = abs(angcandi - angulo);
                despsel = dcandi;
            }
        }
    }
    return despsel;
}

```

```

// ***** Función Hora Solar *****
double horasolar(double longitud, int dia_jul, int horcivil, int mincivil) {
    // Devuelve el valor del ángulo horario en función de la hora solar(valor entero entre 0 y
    24)
    // a partir de los valores de LONGITUD (en grados) del lugar, día juliano: dia_jul (1-
    365)
    // La hora civil (valor entero entre 0 y 24) y el minuto civil (valor entero entre 0 y 59)
    determinan el
    // instante para el que se determina la hora solar

    float omega = 2 * Pi / 24;
    float GAM = 2 * Pi * (dia_jul - 1) / 365;
    float ETIEMPO = 0.000075 + 0.001868 * cos(GAM) - 0.032077 * sin(GAM);
    ETIEMPO = ETIEMPO - 0.014615 * cos(2 * GAM) - 0.04089 * sin(2 * GAM);
    ETIEMPO = 229.18 * ETIEMPO;
    float TST = 60 * horcivil + mincivil - 60 - 4 * longitud + ETIEMPO;
    float hosolar = (TST / 60);
    return hosolar;
}

// ***** Función VSolar Z *****
double vsolarz(int dia_jul, double vhora, double latitud) {
    // Devuelve la componente Z del vector solar (vector unitario
    // dirigido al sol)(Ox direccion Oeste,Oy Sur, Oz Cenit)
    // dia_jul es el día juliano(1-365) y VHORA la hora solar(el origen
    // horario se encuentra en el mediodía solar, por que será necesario
    // introducir horas negativas para referirse a las horas anteriores
    // al mediodía)
    float omega = 2 * Pi / 24;
    float ION = 1353;
    //DIANOCHE$ = "D"
    float lat = latitud * Pi / 180;
    float GAMMA0 = 2 * Pi * (dia_jul + 284) / 365.24;
    float gamma = GAMMA0 + 0.007133 * sin(GAMMA0) + 0.03268 * cos(GAMMA0) -
    0.000318 * sin(2 * GAMMA0) + 0.000145 * cos(2 * GAMMA0);
    float declina = asin(0.3979 * sin(gamma));
    double vesolarz = cos(lat) * cos(declina) * cos(omega * vhora) + sin(lat) * sin(declina);
    return vesolarz;
}

```

```
// ***** Buscar línea en puerto serie *****
static void get_line (char *buff, byte len)
{
  byte c;
  int idx = 0;
  for (int i = 0; i <= 1024; i++) {
    if (Serial.available()) {
      c = Serial.read();
      if (c == '\r') break;
      if ((c == '\b') && idx) {
        idx--;
        Serial.print(c);
      }
      if (((byte)c >= ' ') && (idx < len - 1)) {
        buff[idx++] = c;
        Serial.print(c);
      }
    }
    delay (500);
  }
  buff[idx] = 0;
  Serial.print(c);
  Serial.print('\n');
}
```

```

// ***** Convertir RTC *****
/* Convierte en cadena "<year> <date> <mon> <mday> <hour> <min> <sec>" para el
valor del RTC, devuelve 1 cuando se complete */
byte convert_RTC(char *ptr)
{
    int val[7];
    byte i = 0;
    int value = 0;
    while (*ptr++ && i < 7)
    {
        if (*ptr >= '0' && *ptr <= '9')
            value = value * 10 + *ptr - '0';
        else if (*ptr == ' ' || !*ptr) {
            val[i++] = value;
            value = 0;
        }
    }
    if (i == 7) {
        seconds = (unsigned int) val[0];
        minutes = (unsigned int) val[1];
        hours = (unsigned int) val[2];
        dayofweek = (unsigned int) val[3];
        dayofmonth = (unsigned int) val[4];
        month = (unsigned int) val[5];
        year = (unsigned int) val[6];
        return 1;
    }
    else return 0;
}

```

```

// ***** Busca tecla *****
// Convierte la tecla pulsada en número de tecla
int get_key(unsigned int input)
{
    int k;
    int j = -1;
    tecla2 = digitalRead(PulsadorKey2);
    tecla3 = digitalRead(PulsadorKey3);
    tecla4 = digitalRead(PulsadorKey4);
    tecla5 = digitalRead(PulsadorKey5);
    if (tecla2 == 0 && tecla3 == 1 && tecla4 == 1 && tecla5 == 1)
    {
        k = 0;
    }
    if (tecla2 == 1 && tecla3 == 0 && tecla4 == 1 && tecla5 == 1)
    {
        k = 1;
    }
    if (tecla2 == 1 && tecla3 == 1 && tecla4 == 0 && tecla5 == 1)
    {
        k = 2;
    }
    if (tecla2 == 1 && tecla3 == 1 && tecla4 == 1 && tecla5 == 0)
    {
        k = 3;
    }
    if (tecla2 == 1 && tecla3 == 1 && tecla4 == 1 && tecla5 == 1)
    {
        k = -1;
    }

    j = k;
    return j;
}

```

```

// ***** llenar_buffer *****
uint32_t parsedecimal(char *str) {
    uint32_t d = 0;
    while (str[0] != 0) {
        if ((str[0] > '9') || (str[0] < '0'))
            return d;
        d *= 10;
        d += str[0] - '0';
        str++;
    }
    return d;
}

// ***** Leer línea *****
void readline(void) {
    char c;

    buffidx = 0; // Comienzo y arranque
    while (1) {
        c = Serial3.read();
        if (c == -1)
            continue;
        //Serial.print(c);
        if (c == '\n')
            continue;
        if ((buffidx == BUFSIZ - 1) || (c == '\r')) {
            buffer[buffidx] = 0;
            return;
        }
        buffer[buffidx++] = c;
    }
}

// ***** Escribir EEprom *****
void escribeEeprom(void) {
    if (sensor != EEPROM.read(sensoradress)) {
        EEPROM.write(sensoradress, sensor);
    }
}

```


Anexo 4

Tabla 7

Soluciones en un sistema ecuatorial, ajustes para diferentes vectores \vec{r}

λ	μ	a'	b'	c'	R ²
5	0	0,706901	0,000000	-0,042561	0,999999
5	22,5	0,707056	-0,016314	-0,039559	0,999999
5	45	0,707427	-0,030316	-0,030869	0,999998
5	67,5	0,707795	-0,039942	-0,017478	0,999999
5	90	0,707947	-0,043652	-0,001090	0,999999
5	112,5	0,707803	-0,040713	0,015935	0,999999
5	135	0,707458	-0,031408	0,030869	0,999998
5	157,5	0,707118	-0,017087	0,041102	0,999998
5	180	0,706977	0,000000	0,044745	0,999999
5	202,5	0,707118	0,017087	0,041102	0,999998
5	225	0,707458	0,031408	0,030869	0,999998
5	247,5	0,707803	0,040713	0,015935	0,999999
5	270	0,707947	0,043652	-0,001090	0,999999
5	292,5	0,707795	0,039942	-0,017478	0,999999
5	315	0,707427	0,030316	-0,030869	0,999998
5	337,5	0,707056	0,016314	-0,039559	0,999999
10	0	0,706110	0,000000	-0,083015	0,999992
10	22,5	0,706762	-0,031864	-0,077657	0,999984
10	45	0,708321	-0,059581	-0,061828	0,999974
10	67,5	0,709849	-0,079200	-0,036570	0,999981
10	90	0,710474	-0,087417	-0,004386	0,999990
10	112,5	0,709911	-0,082297	0,030362	0,999978
10	135	0,708570	-0,063967	0,061827	0,999962
10	157,5	0,707261	-0,034969	0,083887	0,999969
10	180	0,706727	0,000000	0,091833	0,999982
10	202,5	0,707261	0,034969	0,083887	0,999969
10	225	0,708570	0,063967	0,061827	0,999962
10	247,5	0,709911	0,082297	0,030362	0,999978
10	270	0,710474	0,087417	-0,004386	0,999990
10	292,5	0,709849	0,079200	-0,036570	0,999981
10	315	0,708321	0,059581	-0,061828	0,999974
10	337,5	0,706762	0,031864	-0,077657	0,999984
15	0	0,704434	0,000000	-0,121350	0,999969
15	22,5	0,705984	-0,046635	-0,114314	0,999932

λ	μ	a'	b'	c'	R ²
15	45	0,709673	-0,087815	-0,092960	0,999888
15	67,5	0,713258	-0,117851	-0,057389	0,999915
15	90	0,714713	-0,131404	-0,009962	0,999955
15	112,5	0,713462	-0,124858	0,043276	0,999904
15	135	0,710517	-0,097758	0,092959	0,999814
15	157,5	0,707689	-0,053687	0,128544	0,999829
15	180	0,706546	0,000000	0,141509	0,999888
15	202,5	0,707689	0,053687	0,128544	0,999829
15	225	0,710517	0,097758	0,092959	0,999814
15	247,5	0,713462	0,124858	0,043276	0,999904
15	270	0,714713	0,131404	-0,009962	0,999955
15	292,5	0,713258	0,117851	-0,057389	0,999915
15	315	0,709673	0,087815	-0,092960	0,999888
15	337,5	0,705984	0,046635	-0,114314	0,999932
20	0	0,701513	0,000000	-0,157466	0,999918
20	22,5	0,704423	-0,060594	-0,149478	0,999817
20	45	0,711340	-0,115014	-0,124330	0,999694
20	67,5	0,718023	-0,155961	-0,080089	0,999763
20	90	0,720702	-0,175717	-0,017951	0,999876
20	112,5	0,718489	-0,168506	0,054633	0,999743
20	135	0,713365	-0,132876	0,124338	0,999466
20	157,5	0,708534	-0,073290	0,175312	0,999450
20	180	0,706612	0,000000	0,194101	0,999599
20	202,5	0,708534	0,073290	0,175312	0,999450
20	225	0,713365	0,132876	0,124338	0,999466
20	247,5	0,718489	0,168506	0,054633	0,999743
20	270	0,720702	0,175717	-0,017951	0,999876
20	292,5	0,718023	0,155961	-0,080089	0,999763
20	315	0,711340	0,115014	-0,124330	0,999694
20	337,5	0,704423	0,060594	-0,149478	0,999817
25	0	0,696909	0,000000	-0,191165	0,999833
25	22,5	0,701706	-0,073676	-0,183007	0,999617
25	45	0,713139	-0,141146	-0,155962	0,999345
25	67,5	0,724153	-0,193588	-0,104863	0,999481
25	90	0,728502	-0,220449	-0,028554	0,999732
25	112,5	0,725024	-0,213347	0,064342	0,999468
25	135	0,717157	-0,169428	0,156025	0,998855
25	157,5	0,709915	-0,093838	0,224481	0,998709
25	180	0,707098	0,000000	0,250020	0,998967
25	202,5	0,709915	0,093838	0,224481	0,998709

λ	μ	a'	b'	c'	R ²
25	225	0,717157	0,169428	0,156025	0,998855
25	247,5	0,725024	0,213347	0,064342	0,999468
25	270	0,728502	0,220449	-0,028554	0,999732
25	292,5	0,724153	0,193588	-0,104863	0,999481
25	315	0,713139	0,141146	-0,155962	0,999345
25	337,5	0,701706	0,073676	-0,183007	0,999617
30	0	0,690091	0,000000	-0,222140	0,999706
30	22,5	0,697363	-0,085783	-0,214652	0,999309
30	45	0,714816	-0,166138	-0,187818	0,998791
30	67,5	0,731664	-0,230779	-0,131941	0,999014
30	90	0,738192	-0,265681	-0,042060	0,999494
30	112,5	0,733085	-0,259465	0,072257	0,999054
30	135	0,721909	-0,207525	0,188056	0,997929
30	157,5	0,711925	-0,115392	0,276390	0,997535
30	180	0,708180	0,000000	0,309756	0,997892
30	202,5	0,711925	0,115392	0,276390	0,997535
30	225	0,721909	0,207525	0,188056	0,997929
30	247,5	0,733085	0,259465	0,072257	0,999054
30	270	0,738192	0,265681	-0,042060	0,999494
30	292,5	0,731664	0,230779	-0,131941	0,999014
30	315	0,714816	0,166138	-0,187818	0,998791
30	337,5	0,697363	0,085783	-0,214652	0,999309
35	0	0,680422	0,000000	-0,249969	0,999532
35	22,5	0,690798	-0,096776	-0,244036	0,998873
35	45	0,716006	-0,189861	-0,219759	0,997975
35	67,5	0,740564	-0,267569	-0,161572	0,998286
35	90	0,749880	-0,311480	-0,058862	0,999114
35	112,5	0,742664	-0,306900	0,078151	0,998461
35	135	0,727582	-0,247262	0,220432	0,996616
35	157,5	0,714626	-0,138003	0,331430	0,995876
35	180	0,710036	0,000000	0,373861	0,996368
35	202,5	0,714626	0,138003	0,331430	0,995876
35	225	0,727582	0,247262	0,220432	0,996616
35	247,5	0,742664	0,306900	0,078151	0,998461
35	270	0,749880	0,311480	-0,058862	0,999114
35	292,5	0,740564	0,267569	-0,161572	0,998286
35	315	0,716006	0,189861	-0,219759	0,997975
35	337,5	0,690798	0,096776	-0,244036	0,998873
40	0	0,667145	0,000000	-0,274106	0,999307
40	22,5	0,681257	-0,106466	-0,270624	0,998291

λ	μ	a'	b'	c'	R ²
40	45	0,716179	-0,212102	-0,251491	0,996830
40	67,5	0,750822	-0,303970	-0,193993	0,997196
40	90	0,763708	-0,357900	-0,079483	0,998510
40	112,5	0,753701	-0,355595	0,081678	0,997622
40	135	0,734053	-0,288671	0,253087	0,994786
40	157,5	0,718023	-0,161690	0,390021	0,993628
40	180	0,712836	0,000000	0,442897	0,994427
40	202,5	0,718023	0,161690	0,390021	0,993628
40	225	0,734053	0,288671	0,253087	0,994786
40	247,5	0,753701	0,355595	0,081678	0,997622
40	270	0,763708	0,357900	-0,079483	0,998510
40	292,5	0,750822	0,303970	-0,193993	0,997196
40	315	0,716179	0,212102	-0,251491	0,996830
40	337,5	0,681257	0,106466	-0,270624	0,998291
45	0	0,649380	0,000000	-0,293872	0,999028
45	22,5	0,667800	-0,114604	-0,293698	0,997545
45	45	0,714553	-0,232525	-0,282495	0,995276
45	67,5	0,762318	-0,339942	-0,229381	0,995603
45	90	0,779845	-0,404989	-0,104583	0,997543
45	112,5	0,766045	-0,405318	0,082286	0,996433
45	135	0,741036	-0,331637	0,285834	0,992220
45	157,5	0,722023	-0,186390	0,452544	0,990579
45	180	0,716700	0,000000	0,517333	0,992063
45	202,5	0,722023	0,186390	0,452544	0,990579
45	225	0,741036	0,331637	0,285834	0,992220
45	247,5	0,766045	0,405318	0,082286	0,996433
45	270	0,779845	0,404989	-0,104583	0,997543
45	292,5	0,762318	0,339942	-0,229381	0,995603
45	315	0,714553	0,232525	-0,282495	0,995276
45	337,5	0,667800	0,114604	-0,293698	0,997545
50	0	0,626127	0,000000	-0,308466	0,998695
50	22,5	0,649271	-0,120872	-0,312331	0,996624
50	45	0,709982	-0,250615	-0,311929	0,993223
50	67,5	0,774734	-0,375336	-0,267764	0,993317
50	90	0,798461	-0,452778	-0,134930	0,995989
50	112,5	0,779388	-0,455514	0,079054	0,994705
50	135	0,747926	-0,375673	0,318248	0,988553
50	157,5	0,726335	-0,211855	0,519116	0,986357
50	180	0,721598	0,000000	0,597250	0,989175
50	202,5	0,726335	0,211855	0,519116	0,986357

λ	μ	a'	b'	c'	R ²
50	225	0,747926	0,375673	0,318248	0,988553
50	247,5	0,779388	0,455514	0,079054	0,994705
50	270	0,798461	0,452778	-0,134930	0,995989
50	292,5	0,774734	0,375336	-0,267764	0,993317
50	315	0,709982	0,250615	-0,311929	0,993223
50	337,5	0,649271	0,120872	-0,312331	0,996624
55	0	0,596294	0,000000	-0,316980	0,998310
55	22,5	0,624294	-0,124883	-0,325380	0,995522
55	45	0,700810	-0,265602	-0,338494	0,990568
55	67,5	0,787383	-0,409783	-0,308879	0,990078
55	90	0,819630	-0,501250	-0,171308	0,993494
55	112,5	0,793188	-0,505090	0,070366	0,992054
55	135	0,753420	-0,419349	0,349465	0,983152
55	157,5	0,730233	-0,237384	0,588908	0,980401
55	180	0,727099	0,000000	0,681558	0,985532
55	202,5	0,730233	0,237384	0,588908	0,980401
55	225	0,753420	0,419349	0,349465	0,983152
55	247,5	0,793188	0,505090	0,070366	0,992054
55	270	0,819630	0,501250	-0,171308	0,993494
55	292,5	0,787383	0,409783	-0,308879	0,990078
55	315	0,700810	0,265602	-0,338494	0,990568
55	337,5	0,624294	0,124883	-0,325380	0,995522
60	0	0,558752	0,000000	-0,318452	0,997883
60	22,5	0,591299	-0,126184	-0,331502	0,994253
60	45	0,684691	-0,276369	-0,360285	0,987214
60	67,5	0,798895	-0,442500	-0,351928	0,985537
60	90	0,843103	-0,550220	-0,214323	0,989529
60	112,5	0,806572	-0,552170	0,053511	0,987500
60	135	0,754364	-0,458502	0,377927	0,974737
60	157,5	0,731816	-0,260973	0,657892	0,972011
60	180	0,731616	0,000000	0,765473	0,980731
60	202,5	0,731816	0,260973	0,657892	0,972011
60	225	0,754364	0,458502	0,377927	0,974737
60	247,5	0,806572	0,552170	0,053511	0,987500
60	270	0,843103	0,550220	-0,214323	0,989529
60	292,5	0,798895	0,442500	-0,351928	0,985537
60	315	0,684691	0,276369	-0,360285	0,987214
60	337,5	0,591299	0,126184	-0,331502	0,994253
65	0	0,512428	0,000000	-0,311940	0,997426
65	22,5	0,548609	-0,124283	-0,329234	0,992849

λ	μ	a'	b'	c'	R ²
65	45	0,658427	-0,281358	-0,374638	0,983090
65	67,5	0,806682	-0,471938	-0,395165	0,979224
65	90	0,867879	-0,599059	-0,264124	0,983341
65	112,5	0,817825	-0,593915	0,025443	0,978381
65	135	0,741470	-0,479738	0,402160	0,957678
65	157,5	0,725146	-0,275892	0,710602	0,959683
65	180	0,729566	0,000000	0,830740	0,973065
65	202,5	0,725146	0,275892	0,710602	0,959683
65	225	0,741470	0,479738	0,402160	0,957678
65	247,5	0,817825	0,593915	0,025443	0,978381
65	270	0,867879	0,599059	-0,264124	0,983341
65	292,5	0,806682	0,471938	-0,395165	0,979224
65	315	0,658427	0,281358	-0,374638	0,983090
65	337,5	0,548609	0,124283	-0,329234	0,992849
70	0	0,456448	0,000000	-0,296652	0,996964
70	22,5	0,494630	-0,118700	-0,317146	0,991379
70	45	0,617918	-0,278532	-0,378066	0,978208
70	67,5	0,806057	-0,495194	-0,435181	0,970539
70	90	0,891461	-0,646174	-0,319987	0,973883
70	112,5	0,821574	-0,625393	-0,012462	0,959663
70	135	0,698112	-0,458627	0,441852	0,878936
70	157,5	0,701673	-0,268659	0,734702	0,908205
70	180	0,713424	0,000000	0,857263	0,926014
70	202,5	0,701673	0,268659	0,734702	0,908205
70	225	0,698112	0,458627	0,441852	0,878936
70	247,5	0,821574	0,625393	-0,012462	0,959663
70	270	0,891461	0,646174	-0,319987	0,973883
70	292,5	0,806057	0,495194	-0,435181	0,970539
70	315	0,617918	0,278532	-0,378066	0,978208
70	337,5	0,494630	0,118700	-0,317146	0,991379
75	0	0,390316	0,000000	-0,272105	0,996527
75	22,5	0,428137	-0,109051	-0,294098	0,989948
75	45	0,558419	-0,265476	-0,366466	0,972743
75	67,5	0,788830	-0,507074	-0,465764	0,958791
75	90	0,908573	-0,688049	-0,379614	0,959719
75	112,5	0,803739	-0,635128	-0,053788	0,927237
75	135	0,644064	-0,432254	0,443975	0,830685
75	157,5	0,662484	-0,258536	0,742109	0,877000
75	180	0,681949	0,000000	0,872009	0,898735
75	202,5	0,662484	0,258536	0,742109	0,877000

λ	μ	a'	b'	c'	R ²
75	225	0,644064	0,432254	0,443975	0,830685
75	247,5	0,803739	0,635128	-0,053788	0,927237
75	270	0,908573	0,688049	-0,379614	0,959719
75	292,5	0,788830	0,507074	-0,465764	0,958791
75	315	0,558419	0,265476	-0,366466	0,972743
75	337,5	0,428137	0,109051	-0,294098	0,989948
80	0	0,314118	0,000000	-0,238308	0,996153
80	22,5	0,348669	-0,095168	-0,259585	0,988697
80	45	0,475435	-0,239820	-0,335845	0,967139
80	67,5	0,741526	-0,498852	-0,476351	0,943431
80	90	0,908995	-0,717529	-0,437845	0,938969
80	112,5	0,718969	-0,591943	-0,074680	0,862559
80	135	0,527724	-0,366340	0,393928	0,792129
80	157,5	0,559376	-0,225935	0,677543	0,848536
80	180	0,586558	0,000000	0,809677	0,872426
80	202,5	0,559376	0,225935	0,677543	0,848536
80	225	0,527724	0,366340	0,393928	0,792129
80	247,5	0,718969	0,591943	-0,074680	0,862559
80	270	0,908995	0,717529	-0,437845	0,938969
80	292,5	0,741526	0,498852	-0,476351	0,943431
80	315	0,475435	0,239820	-0,335845	0,967139
80	337,5	0,348669	0,095168	-0,259585	0,988697
85	0	0,228698	0,000000	-0,195931	0,995883
85	22,5	0,256931	-0,077226	-0,214102	0,987790
85	45	0,366466	-0,200089	-0,283803	0,962185
85	67,5	0,644448	-0,457497	-0,450992	0,924740
85	90	0,874593	-0,721177	-0,484736	0,909491
85	112,5	0,548542	-0,492071	-0,083676	0,800251
85	135	0,338469	-0,270087	0,298197	0,764171
85	157,5	0,375931	-0,174095	0,548100	0,825153
85	180	0,408479	0,000000	0,675291	0,849935
85	202,5	0,375931	0,174095	0,548100	0,825153
85	225	0,338469	0,270087	0,298197	0,764171
85	247,5	0,548542	0,492071	-0,083676	0,800251
85	270	0,874593	0,721177	-0,484736	0,909491
85	292,5	0,644448	0,457497	-0,450992	0,924740
85	315	0,366466	0,200089	-0,283803	0,962185
85	337,5	0,256931	0,077226	-0,214102	0,987790
90	0	0,135762	0,000000	-0,146407	0,995751
90	22,5	0,155060	-0,055838	-0,159389	0,987380

λ	μ	a'	b'	c'	R ²
90	45	0,233305	-0,146894	-0,211495	0,958949
90	67,5	0,475932	-0,368160	-0,371278	0,905285
90	90	0,776906	-0,676456	-0,503295	0,869632
90	112,5	0,287099	-0,329126	-0,085745	0,741349
90	135	0,087067	-0,139965	0,160399	0,744642
90	157,5	0,118989	-0,098319	0,343247	0,805391
90	180	0,150304	0,000000	0,447920	0,829050
90	202,5	0,118989	0,098319	0,343247	0,805391
90	225	0,087067	0,139965	0,160399	0,744642
90	247,5	0,287099	0,329126	-0,085745	0,741349
90	270	0,776906	0,676456	-0,503295	0,869632
90	292,5	0,475932	0,368160	-0,371278	0,905285
90	315	0,233305	0,146894	-0,211495	0,958949
90	337,5	0,155060	0,055838	-0,159389	0,987380

Anexo 4

Tabla 9

*Errores máximos y medios en un sistema ecuatorial, ajustes para diferentes
vectores \vec{r}*

λ	μ	ξ_{\max}	$\bar{\xi}$
5	0	0,0001	0,0004
5	22,5	0,0001	0,0007
5	45	0,0002	0,0006
5	67,5	0,0001	0,0007
5	90	0,0001	0,0005
5	112,5	0,0001	0,0008
5	135	0,0002	0,0006
5	157,5	0,0001	0,0008
5	180	0,0001	0,0005
5	202,5	0,0001	0,0008
5	225	0,0002	0,0006
5	247,5	0,0001	0,0008
5	270	0,0001	0,0005
5	292,5	0,0001	0,0007
5	315	0,0002	0,0006
5	337,5	0,0001	0,0007
10	0	0,0004	0,0017
10	22,5	0,0005	0,0029
10	45	0,0006	0,0024
10	67,5	0,0005	0,0030
10	90	0,0004	0,0019
10	112,5	0,0005	0,0031
10	135	0,0007	0,0025
10	157,5	0,0006	0,0031
10	180	0,0004	0,0020
10	202,5	0,0006	0,0031
10	225	0,0007	0,0025
10	247,5	0,0005	0,0031
10	270	0,0004	0,0019
10	292,5	0,0005	0,0030
10	315	0,0006	0,0024
10	337,5	0,0005	0,0029
15	0	0,0007	0,0036

λ	μ	ξ_{\max}	$\bar{\xi}$
15	22,5	0,0011	0,0064
15	45	0,0014	0,0056
15	67,5	0,0012	0,0066
15	90	0,0009	0,0044
15	112,5	0,0012	0,0071
15	135	0,0016	0,0056
15	157,5	0,0013	0,0070
15	180	0,0011	0,0046
15	202,5	0,0013	0,0070
15	225	0,0016	0,0056
15	247,5	0,0012	0,0071
15	270	0,0009	0,0044
15	292,5	0,0012	0,0066
15	315	0,0014	0,0056
15	337,5	0,0011	0,0064
20	0	0,0012	0,0061
20	22,5	0,0018	0,0111
20	45	0,0024	0,0100
20	67,5	0,0023	0,0118
20	90	0,0017	0,0080
20	112,5	0,0022	0,0128
20	135	0,0028	0,0101
20	157,5	0,0025	0,0125
20	180	0,0020	0,0085
20	202,5	0,0025	0,0125
20	225	0,0028	0,0101
20	247,5	0,0022	0,0128
20	270	0,0017	0,0080
20	292,5	0,0023	0,0118
20	315	0,0024	0,0100
20	337,5	0,0018	0,0111
25	0	0,0018	0,0091
25	22,5	0,0027	0,0169
25	45	0,0037	0,0157
25	67,5	0,0036	0,0185
25	90	0,0027	0,0129
25	112,5	0,0035	0,0205
25	135	0,0046	0,0161
25	157,5	0,0040	0,0197
25	180	0,0033	0,0138

λ	μ	ξ_{\max}	$\bar{\xi}$
25	202,5	0,0040	0,0197
25	225	0,0046	0,0161
25	247,5	0,0035	0,0205
25	270	0,0027	0,0129
25	292,5	0,0036	0,0185
25	315	0,0037	0,0157
25	337,5	0,0027	0,0169
30	0	0,0025	0,0124
30	22,5	0,0037	0,0238
30	45	0,0053	0,0229
30	67,5	0,0053	0,0267
30	90	0,0040	0,0194
30	112,5	0,0051	0,0304
30	135	0,0068	0,0236
30	157,5	0,0060	0,0284
30	180	0,0049	0,0203
30	202,5	0,0060	0,0284
30	225	0,0068	0,0236
30	247,5	0,0051	0,0304
30	270	0,0040	0,0194
30	292,5	0,0053	0,0267
30	315	0,0053	0,0229
30	337,5	0,0037	0,0238
35	0	0,0031	0,0160
35	22,5	0,0048	0,0314
35	45	0,0071	0,0315
35	67,5	0,0075	0,0366
35	90	0,0058	0,0275
35	112,5	0,0071	0,0427
35	135	0,0097	0,0327
35	157,5	0,0084	0,0385
35	180	0,0070	0,0282
35	202,5	0,0084	0,0385
35	225	0,0097	0,0327
35	247,5	0,0071	0,0427
35	270	0,0058	0,0275
35	292,5	0,0075	0,0366
35	315	0,0071	0,0315
35	337,5	0,0048	0,0314
40	0	0,0038	0,0196

λ	μ	ξ_{\max}	$\bar{\xi}$
40	22,5	0,0059	0,0398
40	45	0,0090	0,0418
40	67,5	0,0100	0,0480
40	90	0,0081	0,0377
40	112,5	0,0095	0,0576
40	135	0,0132	0,0435
40	157,5	0,0114	0,0499
40	202,5	0,0114	0,0499
40	225	0,0132	0,0435
40	247,5	0,0095	0,0576
40	270	0,0081	0,0377
40	292,5	0,0100	0,0480
40	315	0,0090	0,0418
40	337,5	0,0059	0,0398
45	0	0,0045	0,0233
45	22,5	0,0071	0,0486
45	45	0,0112	0,0538
45	67,5	0,0130	0,0610
45	90	0,0111	0,0503
45	112,5	0,0125	0,0756
45	135	0,0176	0,0575
45	225	0,0176	0,0575
45	247,5	0,0125	0,0756
45	270	0,0111	0,0503
45	292,5	0,0130	0,0610
45	315	0,0112	0,0538
45	337,5	0,0071	0,0486
50	0	0,0052	0,0268
50	22,5	0,0083	0,0577
50	45	0,0134	0,0678
50	67,5	0,0165	0,0755
50	90	0,0149	0,0656
50	112,5	0,0162	0,0972
50	247,5	0,0162	0,0972
50	270	0,0149	0,0656
50	292,5	0,0165	0,0755
50	315	0,0134	0,0678
50	337,5	0,0083	0,0577
55	0	0,0058	0,0300
55	22,5	0,0094	0,0667

λ	μ	ξ_{\max}	$\bar{\xi}$
55	45	0,0158	0,0839
55	67,5	0,0204	0,0912
55	90	0,0196	0,0839
55	112,5	0,0210	0,1232
55	247,5	0,0210	0,1232
55	270	0,0196	0,0839
55	292,5	0,0204	0,0912
55	315	0,0158	0,0839
55	337,5	0,0094	0,0667
60	0	0,0064	0,0329
60	22,5	0,0104	0,0753
60	45	0,0181	0,1020
60	67,5	0,0247	0,1076
60	90	0,0255	0,1051
60	112,5	0,0284	0,1553
60	247,5	0,0284	0,1553
60	270	0,0255	0,1051
60	292,5	0,0247	0,1076
60	315	0,0181	0,1020
60	337,5	0,0104	0,0753
65	0	0,0069	0,0353
65	22,5	0,0114	0,0830
65	45	0,0203	0,1222
65	67,5	0,0294	0,1242
65	90	0,0327	0,1301
65	270	0,0327	0,1301
65	292,5	0,0294	0,1242
65	315	0,0203	0,1222
65	337,5	0,0114	0,0830
70	0	0,0074	0,0371
70	22,5	0,0122	0,0894
70	45	0,0224	0,1434
70	67,5	0,0343	0,1399
70	90	0,0410	0,1732
70	270	0,0410	0,1732
70	292,5	0,0343	0,1399
70	315	0,0224	0,1434
70	337,5	0,0122	0,0894
75	0	0,0077	0,0383
75	22,5	0,0128	0,0940

λ	μ	ξ_{\max}	$\bar{\xi}$
75	45	0,0243	0,1643
75	67,5	0,0393	0,1533
75	90	0,0505	0,2158
75	270	0,0505	0,2158
75	292,5	0,0393	0,1533
75	315	0,0243	0,1643
75	337,5	0,0128	0,0940
80	0	0,0079	0,0387
80	22,5	0,0132	0,0963
80	45	0,0258	0,1821
80	67,5	0,0440	0,2175
80	90	0,0611	0,2610
80	270	0,0611	0,2610
80	292,5	0,0440	0,2175
80	315	0,0258	0,1821
80	337,5	0,0132	0,0963
85	0	0,0081	0,0383
85	22,5	0,0133	0,0960
85	45	0,0267	0,1939
85	67,5	0,0480	0,3135
85	90	0,0728	0,3170
85	270	0,0728	0,3170
85	292,5	0,0480	0,3135
85	315	0,0267	0,1939
85	337,5	0,0133	0,0960
90	0	0,0081	0,0371
90	22,5	0,0133	0,0930
90	45	0,0270	0,1967
90	67,5	0,0511	0,4169
90	90	0,0858	0,3787
90	292,5	0,0511	0,4169
90	315	0,0270	0,1967
90	337,5	0,0133	0,0930