

UNIVERSIDAD DE CÓRDOBA

ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR

Departamento de Física Aplicada



**MODELADO COMPUTACIONAL ACOPLADO DE
PROCESOS DE CONFORMADO
ELECTROMAGNÉTICO**

Por

Álvaro A. Martínez Valle

TITULO: *Modelado computacional acoplado de procesos de conformado electromagnético*

AUTOR: *Álvaro A. Martínez Valle*

© Edita: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Córdoba. 2013
Campus de Rabanales
Ctra. Nacional IV, Km. 396 A
14071 Córdoba

www.uco.es/publicaciones
publicaciones@uco.es



TÍTULO DE LA TESIS:

Modelado Computacional Acoplado de Procesos de Conformado Electromagnético

DOCTORANDO/A: Álvaro A. Martínez Valle

INFORME RAZONADO DEL/DE LOS DIRECTOR/ES DE LA TESIS

(se hará mención a la evolución y desarrollo de la tesis, así como a trabajos y publicaciones derivados de la misma)

El doctorando D. Álvaro A. Martínez Valle, ha realizado satisfactoriamente y en los plazos previstos, el trabajo de investigación que se presenta en esta Memoria de Tesis, titulada **Modelado Computacional Acoplado de Procesos de Conformado Electromagnético**.

En primer lugar se han estudiado y descrito matemáticamente los fenómenos físicos que interactúan en el proceso, es decir, la deformación de la pieza de trabajo en el ámbito de la mecánica de los medios continuos, la generación y transmisión de campos electromagnéticos en el marco del electromagnetismo, y la transmisión y dinámica de flujos caloríficos bajo la perspectiva termodinámica. A continuación, se ha descrito en detalle el modelado llevado a cabo del proceso de conformado por compresión de tubos metálicos mediante la aplicación de pulsos electromagnéticos, el cual tiene su base en la aplicación del método de los elementos finitos. Puesto que los modelos de simulación desarrollados responden a una configuración experimental real, si bien son completamente extrapolables a otras configuraciones geométricas, en un estudio posterior se han presentado una serie de resultados de las simulaciones realizadas, los cuales son contrastados y validados con valores empíricos obtenidos de las pruebas en laboratorio, habiéndose descrito previamente el equipo experimental usado en la tesis. Finalmente, se han planteado, respectivamente, las principales conclusiones derivadas de la investigación desarrollada y se han apuntado posibles líneas de trabajo futuras que pudieran dar continuidad al trabajo realizado en la presente tesis.

El trabajo llevado a cabo ha sido avalado mediante publicaciones en revistas, congresos internacionales, libros y capítulos de libros, de índice de impacto elevado según SJR y por ISI Journal Citation Reports. Aquellas aportaciones que no están presentes en bases de datos consideradas como referencia de calidad, han sido revisadas por pares de revisores externos.

A continuación se presentan las aportaciones más representativas donde se pone de manifiesto índice de calidad:

Artículos de investigación

1. **Martínez-Valle, A.**, Martínez-Jiménez, Goes, P., Faes, K., de Waele, W. "Multiphysics fully-coupled modelling of the electromagnetic compression of steel tubes". *Advanced Materials Research*, vol. 214, pp. 31-39. 2011.

Indexada por Elsevier SCOPUS y Ei Compendex (CPX) Cambridge Scientific Abstracts (CSA), Chemical Abstracts (CA), Google y Google Scholar, ISI (ISTP, CPCI, Web of Science), Institution of Electrical Engineers (IEE).

Índices de calidad: Índice SJR = 0,144; Índice H = 10.

2. Martínez-Jiménez, J.M., Martínez-Valle, J.M., **Martínez-Valle, A.**, Martínez-Jiménez, P. "Harmonization of the classical technical theories for thin and moderately thick plates". *Mecánica Computacional*, pp. 99-115. 2011.

Indexada en la Base de datos LATINDEX (<http://www.latindex.org/buscador/ficRev.html?opcion=1&folio=12316>). Clasificación Decimal Universal: 681.3. Sometida a revisión experta externa por pares.

3. Aguado, J.A., de la Torre, S., Contreras, J., Conejo, A.J., **Martínez, A.** et al. "Market-driven Dynamic Transmission Expansion Planning". *Electric Power Systems Research*, vol. 82, nº1, pp. 88-94. 2011.

Índices de calidad:

- ISI Journal Citation Report: Índice de Impacto = 1.478; Categoría ENGINEERING, ELECTRICAL & ELECTRONIC; Posición 82/245.

- SJR Simago: Índice H = 48; Índice SJR = 1,279; Posición 12/78.

Congresos y Jornadas

1. Martínez-Jiménez, J.M., Martínez-Valle, J.M., **Martínez-Valle, A.**, Martínez-Jiménez, P. "General equations for a linear calculation of thin or moderately thick shallow shells". *Proc. 10th World Congress on Computational Mechanics (WCCM 2012)*, Sao Paulo, Brazil, 2012.

Ponencia sometida a revisión experta externa por pares.

2. **Martínez-Valle, A.**, Martínez-Jiménez, Goes, P., Faes, K., de Waele, W. "Multiphysics fully-coupled modelling of the electromagnetic compression of steel tubes". *Proc. International Conference on Key Engineering Materials*, China. 2011. Book Editor: Zhu, Z. Sponsor: International Association of Computer Science and Information Technology.

Indexada por ISI WEB OF KNOWLEDGE, Thomson Reuters, con ponencias sometidas a revisión experta externa por pares.

3. Martínez-Jiménez, J.M., Martínez-Jiménez, P., Martínez-Valle, J.M., **Martínez-Valle, A.** "Development of a matricial number methods processor in a virtual laboratory to study linear calculations of structures". *Proc. 2nd International Conference on Computer Supported Education (CSEDU)*. 2010.

Ponencia sometida a revisión experta externa por pares.

4. Contreras, J., Aguado, J.A., de la Torre, S., **Martínez, A. et al.** "Market-Driven Dynamic Transmission Expansion Planning". *Institute for Operations Research and Management Sciences Annual Meeting*, INFORMS, San Diego (USA). 2009.

Ponencia sometida a revisión experta externa por pares.

Capítulos de libros

1. **Autores:** Aguado, J.A., de la Torre, S., Contreras, J., **Martínez, A.**; Editores: Sorokin, A., Rebennack, S., Pardalos, P.M., Iliadis, N.A., Pereira, M.V.F. (eds.). "Handbook of Networks in Power Systems I", *Capítulo: Planning Long-Term Network Expansion in Electric Energy Systems in Multi-Area Settings*", pp. 367-393, (Series Title 'Energy Systems'). Springer Berlin Heidelberg, 2012.

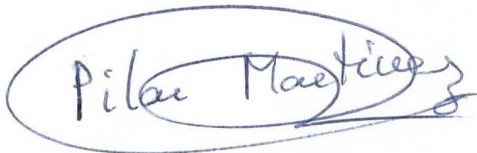
Energy Systems Series Editor: Pardalos, Panos M. ISSN: 1867-8998.

Índice de calidad: Serie referenciada en ISI Web of KNOWLEDGE.

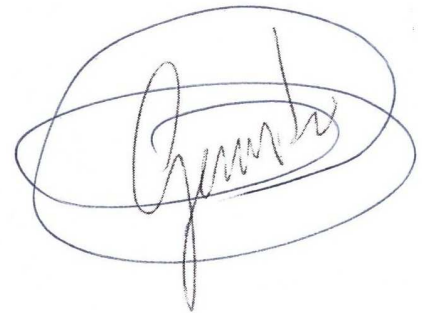
Por todo ello, se autoriza la presentación de la tesis doctoral.

Córdoba, 1 de septiembre de 2013

Firma del/de los director/es

A handwritten signature in blue ink that reads "Pilar Martínez Jiménez". The signature is enclosed within a hand-drawn oval.

Fdo.: M^a Pilar Martínez Jiménez

A handwritten signature in blue ink that reads "Gerardo Pedrós Pérez". The signature is enclosed within a hand-drawn oval.

Fdo.: Gerardo Pedrós Pérez

ÍNDICE

| | <i>Página</i> |
|---|---------------|
| Resumen | 1 |
| Abstract | 5 |
| Marco de colaboración y agradecimientos | 9 |
| Capítulo 1. Introducción | 11 |
| 1.1. Introducción al conformado de metales..... | 12 |
| 1.2. El conformado electromagnético..... | 16 |
| 1.2.1. Principios teóricos del conformado electromagnético..... | 18 |
| Capítulo 2. Motivación y objetivos | 21 |
| 2.1. Motivación..... | 22 |
| 2.2. Objetivos..... | 23 |
| Capítulo 3. Antecedentes | 25 |
| 3.1. Estudios experimentales..... | 26 |
| 3.1.1. Conformado laminar plano..... | 26 |
| 3.1.2. Conformado tubular..... | 30 |
| 3.2. Modelado numérico y simulación..... | 33 |
| 3.2.1. Enfoque desacoplado..... | 34 |
| 3.2.2. Modelado de acoplamiento débil..... | 37 |
| 3.2.3. Modelado de acoplamiento completo..... | 43 |
| Capítulo 4. Fundamentos teóricos del conformado electromagnético | 47 |
| 4.1. Análisis desacoplado del proceso físico..... | 48 |
| 4.1.1. Descripción electromagnética del problema..... | 48 |
| 4.1.1.1. Configuración del problema electromagnético..... | 49 |
| 4.1.1.2. Ecuaciones de difusión del campo electromagnético y condiciones de contorno..... | 50 |

| | |
|--|-----------|
| 4.1.2. Descripción elasto-plástica del problema..... | 52 |
| 4.1.2.1. Configuración del problema elasto-plástico..... | 53 |
| 4.1.2.2. Modelos de comportamiento elasto-plástico..... | 53 |
| 4.1.2.2.1. Tensión de fluencia..... | 55 |
| 4.1.2.2.2. Comportamiento elasto-plástico estático..... | 56 |
| 4.1.2.2.3. Comportamiento elasto-plástico dinámico..... | 58 |
| 4.1.2.3. Ecuaciones en la región plástica y condiciones de contorno..... | 58 |
| 4.1.2.3.1. Ecuaciones dinámicas en la región plástica..... | 60 |
| 4.1.2.4. Método para el cálculo de la deformación elasto-plástica de los materiales..... | 62 |
| 4.1.2.4.1. Deformación únicamente elástica..... | 62 |
| 4.1.2.4.2. Deformación elástica y plástica..... | 62 |
| 4.1.2.4.3. Deformación únicamente plástica..... | 63 |
| 4.1.3. Descripción térmica del problema..... | 63 |
| 4.1.3.1. Configuración del problema térmico..... | 63 |
| 4.1.3.2. Ecuaciones de campo y condiciones de contorno en el problema térmico..... | 64 |
| 4.2. Formulación acoplada del problema electromagnético-térmico-mecánico..... | 68 |
| 4.2.1. Enfoque basado en la ley de la conservación..... | 68 |
| Capítulo 5. Modelado numérico del proceso de compresión tubular por pulsos electromagnéticos..... | 75 |
| 5.1. Modelado numérico del conformado electromagnético: Modelado Multifísico..... | 76 |
| 5.1.1. Equipo experimental..... | 77 |
| 5.2. Modelado por Elementos Finitos..... | 79 |
| 5.2.1. Análisis por el Método de los Elementos Finitos..... | 79 |
| 5.2.2. Modelos axisimétricos bidimensionales vs. Modelos tridimensionales..... | 80 |
| 5.2.3. Modelado del circuito eléctrico..... | 81 |
| 5.2.3.1. Circuito eléctrico con bobina cortocircuitada..... | 81 |
| 5.2.3.2. Circuito eléctrico con pieza de trabajo..... | 83 |
| 5.2.3.3. Circuito eléctrico con pieza de trabajo y concentrador de campo..... | 85 |
| 5.2.3.4. Parámetros del circuito..... | 86 |
| 5.2.3.4.1. Parámetros con terminales de la bobina cortocircuitados..... | 86 |
| 5.2.3.4.2. Parámetros con bobina de trabajo..... | 87 |
| 5.2.3.4.3. Parámetros con bobina de trabajo y concentrador de campo..... | 92 |
| 5.2.3.5. Cálculo de la corriente de descarga..... | 95 |
| 5.2.4. Modelado electromagnético..... | 97 |

| | |
|---|------------|
| 5.2.4.1. Forma diferencial de las ecuaciones de Maxwell..... | 97 |
| 5.2.4.2. Ecuaciones de Maxwell en la aproximación cuasi-estática..... | 98 |
| 5.2.4.2.1. Aproximación cuasi-estática armónica..... | 99 |
| 5.2.4.2.2. Aproximación cuasi-estática general transitoria..... | 101 |
| 5.2.4.3. Potencial vectorial magnético..... | 101 |
| 5.2.4.4. Potencial vectorial con corrientes de inducción perpendiculares..... | 102 |
| 5.2.4.5. Derivación de las fuerzas de Lorentz..... | 103 |
| 5.2.5. Modelado mecánico del sólido..... | 104 |
| 5.2.5.1. Ecuaciones de equilibrio..... | 104 |
| 5.2.5.2. Modelado del material..... | 105 |
| 5.2.5.2.1. Ley de endurecimiento de Johnson-Cook..... | 105 |
| 5.2.5.2.2. Parámetros constitutivos de Johnson-Cook..... | 106 |
| 5.2.5.3. Algoritmo de contacto..... | 107 |
| 5.2.5.4. Amortiguamiento..... | 108 |
| 5.2.6. Modelado termodinámico..... | 109 |
| 5.2.6.1. Calentamiento resistivo..... | 109 |
| 5.2.6.2. Calentamiento termoplástico..... | 109 |
| 5.2.6.3. Transferencia de calor total..... | 110 |
| 5.2.7. Elección del tipo de acoplamiento del modelo..... | 111 |
| Capítulo 6. Resultados de simulación y contrastación experimental..... | 113 |
| 6.1. Resultados de las simulaciones..... | 114 |
| 6.1.1. Modelado del concentrador de campo..... | 114 |
| 6.1.2. Modelo bidimensional axisimétrico de compresión tubular libre..... | 116 |
| 6.1.2.1. Validación experimental..... | 123 |
| 6.1.3. Análisis paramétrico y aplicaciones de interés industrial..... | 126 |
| 6.1.3.1. Unión por fenómeno de compresión electromagnética..... | 129 |
| 6.1.3.2. Otras simulaciones de interés industrial..... | 134 |
| Capítulo 7. Contribuciones y conclusiones..... | 139 |
| Capítulo 8. Líneas de trabajo futuro..... | 143 |
| Bibliografía..... | 147 |
| Notación..... | 155 |
| Anexo I. Caracterización del conformado mediante pulsos electromagnéticos..... | 157 |

| | |
|--|------------|
| 1.1. Componentes de un equipo de conformado electromagnético | 158 |
| 1.1.1. Bobina de conformado | 158 |
| 1.1.2. Banco de condensadores..... | 159 |
| 1.1.3. Concentrador de campo..... | 163 |
| 1.1.4. Matriz de conformado..... | 166 |
| 1.2. Aplicaciones de los procesos de conformado electromagnético | 167 |
| 1.2.1. Compresión tubular..... | 167 |
| 1.2.2. Expansión tubular..... | 170 |
| 1.2.3. Conformado laminar | 172 |
| 1.2.4. Sistemas híbridos..... | 174 |
| 1.2.5. Aplicaciones industriales típicas..... | 174 |
| 1.3. Ventajas del proceso de conformado..... | 175 |
| 1.3.1. Conformabilidad mejorada..... | 175 |
| 1.3.2. Excelente reproducción de los detalles superficiales | 179 |
| 1.3.3. Ahorro de costes en herramientas..... | 179 |
| 1.3.4. Otras ventajas | 180 |
| 1.4. Limitaciones operativas..... | 180 |
| Anexo II. Equipo experimental de conformado | 183 |
| II.1. Equipo de conformado Pulsar MPW 50/25..... | 184 |
| II.1.1. Cabina de alta tensión..... | 184 |
| II.1.2. Cabina de almacenamiento de energía..... | 184 |
| II.1.3. Mesa de trabajo..... | 185 |
| II.1.4. Concentrador de campo..... | 186 |
| II.2. Dispositivo de medida de la intensidad de descarga | 188 |
| II.2.1. Bobina de Rogowski..... | 188 |
| II.2.1.1. Sistema de medida experimental..... | 190 |
| II.2.2. Dispositivo integrador..... | 191 |
| II.2.3. Osciloscopio digital..... | 195 |
| II.3. Dispositivo de medida de los perfiles de deformación..... | 196 |
| Anexo III. Parametrización del modelo de simulación..... | 197 |
| Anexo IV. Listado de publicaciones | 233 |

ÍNDICE DE FIGURAS

Página

| | |
|---|----|
| Figura 1. Comparativa de dos paneles interiores de automoción conformados por el mismo proceso de prensado..... | 13 |
| Figura 2. Clasificación de los métodos de conformado de alta velocidad en función de la fuente de energía..... | 14 |
| Figura 3. Aplicaciones del conformado por explosivos..... | 15 |
| Figura 4. Esquemas de operaciones típicas de conformado explosivo..... | 15 |
| Figura 5. Evolución de la investigación en técnicas de conformado de alta velocidad en el siglo XX..... | 17 |
| Figura 6. Ejemplos de piezas industriales desarrolladas por conformado electromagnético..... | 17 |
| Figura 7. Equipo de conformado electromagnético..... | 18 |
| Figura 8. Esquema eléctrico equivalente de un equipo de conformado electromagnético..... | 19 |
| Figura 9. Ejemplo esquemático de equipo de conformado laminar..... | 19 |
| Figura 10. Pieza de trabajo deformada junto a matriz de conformado por indentación..... | 26 |
| Figura 11. Evolución de la deformación en función del tiempo..... | 27 |
| Figura 12. Comparación de conformado electromagnético libre y con uso de matriz cónica..... | 27 |
| Figura 13. Esquema del equipo experimental empleado por Seth, Vohnour y Daehn (2005)..... | 28 |
| Figura 14. Ejemplos de fallos mecánicos observados por Seth, Vohnour y Daehn (2005)..... | 28 |
| Figura 15. Deformaciones de colapso para aceros conformados..... | 29 |
| Figura 16. Configuraciones y resultados de deformación obtenidos por Song <i>et al.</i> (2004)..... | 30 |
| Figura 17. Relación entre deformación radial y capacidad presentada por Zhang <i>et al.</i> (1995)..... | 31 |
| Figura 18. Deformación radial del tubo para diferentes longitudes de bobina..... | 31 |
| Figura 19. Diagrama límite de conformado para diferentes configuraciones bobina – pieza de trabajo..... | 32 |
| Figura 20. Muestras experimentales de aluminio y cobre conformadas a diferentes niveles de energía..... | 33 |
| Figura 21. Mallados para el modelado computacional propuestos por Imbert <i>et al.</i> (2005)..... | 35 |

| | |
|---|----|
| Figura 22. Ejemplo de contornos de conformación libre de láminas en LS-DYNA..... | 36 |
| Figura 23. Ejemplo de contornos de conformación mediante matriz cónica de láminas en LS-DYNA..... | 37 |
| Figura 24. Esquema del modelo de acoplamiento débil..... | 38 |
| Figura 25. Distribución del campo magnético según inclusión de pieza de trabajo..... | 39 |
| Figura 26. Evolución temporal de la deformación (sección transversal y puntos radiales específicos)..... | 40 |
| Figura 27. Modelo FEM desarrollado por Kliener y Brosius (2006)..... | 41 |
| Figura 28. Efecto de rebote analizado por Risch <i>et al.</i> (2004)..... | 42 |
| Figura 29. Modelo tridimensional en elementos finitos desarrollado por Oliveira <i>et al.</i> (2005)..... | 43 |
| Figura 30. Geometrías simple y discretizada empleadas por Fenton y Daehn (1998)..... | 44 |
| Figura 31. Sección transversal de la configuración cilíndrica del problema electromagnético..... | 49 |
| Figura 32. Curva estática típica de tensión-deformación para un material dúctil..... | 54 |
| Figura 33. Diagramas típicos tensión-deformación para materiales elasto-plásticos..... | 57 |
| Figura 34. Interacción multifísica en el conformado electromagnético..... | 77 |
| Figura 35. Equipo experimental de conformado electromagnético..... | 78 |
| Figura 36. Geometría de bobina y concentrador de campo del equipo experimental (dimensiones en mm)..... | 78 |
| Figura 37. Dibujo esquemático del equipo de conformado experimental..... | 79 |
| Figura 38. Circuito eléctrico equivalente con bobina cortocircuitada..... | 82 |
| Figura 39. Circuito eléctrico equivalente con equipo, bobina y pieza de trabajo..... | 83 |
| Figura 40. Circuito eléctrico equivalente con equipo, bobina, concentrador de campo y pieza de trabajo..... | 85 |
| Figura 41. Representación gráfica del circuito equivalente mostrado en la Figura 40..... | 85 |
| Figura 42. Representación gráfica del coeficiente de Nagaoka..... | 88 |
| Figura 43. Modelo axisimétrico bidimensional de bobina de descarga..... | 89 |
| Figura 44. Inductancia de la bobina en función de la frecuencia..... | 89 |
| Figura 45. Resistencia de la bobina en función de la frecuencia..... | 90 |
| Figura 46. Densidad de corriente simulada a 10Hz de frecuencia..... | 90 |
| Figura 47. Densidad de corriente simulada a 100Hz de frecuencia..... | 91 |
| Figura 48. Densidad de corriente simulada a 1000Hz de frecuencia..... | 91 |
| Figura 49. Cálculo de inductancia: fórmula de Nagaoka vs. MEF..... | 92 |
| Figura 50. Inductancia equivalente del sistema de descarga en función de la frecuencia..... | 94 |

| | |
|--|-----|
| Figura 51. Resistencia equivalente del sistema de descarga en función de la frecuencia..... | 94 |
| Figura 52. Flujoograma de cálculo de los parámetros equivalentes del circuito eléctrico..... | 95 |
| Figura 53. Medida y modelado resultante de la corriente de descarga..... | 96 |
| Figura 54. Evolución temporal de los periodos de la onda de descarga..... | 97 |
| Figura 55. Modelo tridimensional de bobina y concentrador de campo..... | 115 |
| Figura 56. Distribución de la densidad de corriente en los contornos del concentrador..... | 115 |
| Figura 57. Distribuciones de corriente en la cara interna del concentrador..... | 116 |
| Figura 58. Modelo axisimétrico bidimensional de compresión tubular..... | 117 |
| Figura 59. Detalle del mallado del modelo axisimétrico bidimensional..... | 117 |
| Figura 60. Corriente inducida en la pieza de trabajo..... | 118 |
| Figura 61. Densidad de corriente inducida en las caras interna y externa de la pieza tubular..... | 119 |
| Figura 62. Componente radial de la fuerza de Lorentz en las caras interna y externa de la pieza tubular..... | 120 |
| Figura 63. Desplazamiento radial del punto medio de la pieza de trabajo..... | 121 |
| Figura 64. Velocidad radial del punto medio de la pieza de trabajo..... | 121 |
| Figura 65. Deformación plástica efectiva del punto medio de la pieza de trabajo..... | 122 |
| Figura 66. Geometría final deformada tras proceso de conformado EM..... | 122 |
| Figura 67. Intensidad térmica generada (calentamiento resistivo + termoplástico)..... | 123 |
| Figura 68. Desplazamiento radial: simulación vs. experimentación..... | 124 |
| Figura 69. Contrastación experimental de los perfiles transversales de deformación [m]..... | 125 |
| Figura 70. Influencia de la conductividad eléctrica sobre la componente radial de la fuerza..... | 128 |
| Figura 71. Deformación radial para grosores variantes de la pieza de trabajo [m]..... | 128 |
| Figura 72. Análisis paramétrico de la influencia de la distancia radial 'gap'..... | 129 |
| Figura 73. Ejemplos de piezas de producción industrial engastadas por compresión electromagnética..... | 130 |
| Figura 74. Velocidad del punto de colisión en proceso de engaste EM..... | 132 |
| Figura 75. Velocidad radial de impacto del punto medio de la pieza tubular..... | 132 |
| Figura 76. Fuerzas medidas para la separación de piezas engastadas por conformado EM (I)..... | 133 |
| Figura 77. Fuerzas medidas para la separación de piezas engastadas por conformado EM (II)..... | 134 |
| Figura 78. Configuración experimental de conformado tubular AISI 316L, sin recubrimiento..... | 135 |

| | |
|--|-----|
| Figura 79. Compresión libre de acero inoxidable AISI 316L..... | 136 |
| Figura 80. Configuración experimental de acero inoxidable con recubrimiento de cobre R220 | 137 |
| Figura 81. Compresión libre de acero inoxidable AISI 316L recubierto de cobre R220..... | 138 |
| Figura 82. Simulación de procesos de engaste industrial..... | 138 |
| Figura 83. Ejemplos de bobinas espirales de conformado electromagnético..... | 159 |
| Figura 84. Ejemplos de bobinas planas de conformado electromagnético..... | 159 |
| Figura 85. Banco de condensadores empleado en un equipo de conformado electromagnético..... | 160 |
| Figura 86. Diagrama funcional de bloques de un banco de condensadores..... | 160 |
| Figura 87. Energía almacenada en el banco de condensadores..... | 161 |
| Figura 88. Intensidad, tensión y potencia (derivada de las anteriores) en los terminales de la bobina..... | 162 |
| Figura 89. Balance de transferencia energética en un equipo de conformado EM..... | 163 |
| Figura 90. Campo magnético concentrado en dos bandas de una pieza cilíndrica..... | 164 |
| Figura 91. Principio de funcionamiento de un concentrador de campo..... | 165 |
| Figura 92. Geometría con/sin hendidura radial..... | 165 |
| Figura 93. Pieza de trabajo dañada por la formación de arco eléctrico..... | 166 |
| Figura 94. Junta de torsión por conformado electromagnético..... | 169 |
| Figura 95. Tubo sometido a test de sobrecarga por torsión (Boeing 777)..... | 170 |
| Figura 96. Ejemplo de conformado, reboteado y taladrado en una sola operación de expansión..... | 172 |
| Figura 97. Diafragma de altavoz de titanio..... | 174 |
| Figura 98. Ejemplo de sistema de conformado electromagnético híbrido..... | 174 |
| Figura 99. Ejemplos de aplicación industrial del conformado electromagnético..... | 175 |
| Figura 100. Diagrama Límite de Conformabilidad de la aleación de aluminio 6061-T4 a diferentes ratios de deformación..... | 176 |
| Figura 101. Esquema de la estabilización inercial del efecto de estricción..... | 177 |
| Figura 102. Efecto de la energía de descarga en el arrugamiento..... | 178 |
| Figura 103. Ejemplos de grabado de lámina metálica usando una matriz con rejilla de difracción óptica holográfica..... | 179 |
| Figura 104. Interruptor de disparo en vacío..... | 185 |
| Figura 105. Bobina de espiras múltiples con concentrador de campo y dispositivo de atilaje | 186 |

| | |
|--|-----|
| Figura 106. Concentrador de campo empleado en el sistema experimental..... | 186 |
| Figura 107. Alzado y sección transversal del concentrador de campo experimental..... | 187 |
| Figura 108. Ensamblaje de concentrador de campo y dispositivo eyector de pieza de trabajo..... | 187 |
| Figura 109. Esquema de funcionamiento de la bobina de Rogowski..... | 188 |
| Figura 110. Principio de operación de la bobina de Rogowski..... | 189 |
| Figura 111. Disposición de la bobina Rogowski en el sistema experimental de conformado (I)..... | 190 |
| Figura 112. Disposición de la bobina Rogowski en el sistema experimental de conformado (II)..... | 191 |
| Figura 113. Esquema de medición: bobina Rogowski + integrador activo..... | 192 |
| Figura 114. Dispositivo integrador activo..... | 192 |
| Figura 115. Ejemplo de forma de onda con integrador activo..... | 193 |
| Figura 116. Ejemplo de forma de onda con integrador activo filtrada (paso-bajo)..... | 193 |
| Figura 117. Esquema constructivo de integrador pasivo..... | 194 |
| Figura 118. Dispositivo integrador pasivo..... | 194 |
| Figura 119. Ejemplo de forma de onda con integrador pasivo..... | 195 |
| Figura 120. Ejemplo de forma de onda con integrador pasivo filtrada (paso-bajo)..... | 195 |
| Figura 121. Osciloscopio digital del sistema de medida..... | 196 |
| Figura 122. Microscopio de medida de deformaciones..... | 196 |

ÍNDICE DE TABLAS

| | <i>Página</i> |
|--|---------------|
| Tabla 1. Amplitud y error relativo medidos sobre el primer semiciclo de descarga | 96 |
| Tabla 2. Parámetros del circuito eléctrico equivalente..... | 97 |
| Tabla 3. Forma diferencial de las ecuaciones de Maxwell..... | 98 |
| Tabla 4. Relaciones electromagnéticas constitutivas y de continuidad..... | 98 |
| Tabla 5. Ecuaciones cuasi-estáticas de Maxwell..... | 99 |
| Tabla 6. Parámetros constitutivos de los materiales según el modelo de Johnson-Cook | 107 |
| Tabla 7. Variables dependientes..... | 114 |
| Tabla 8. Desplazamiento radial: simulación vs. experimentación..... | 124 |
| Tabla 9. Perfiles transversales de deformación para $V=13\text{kV}$ | 126 |
| Tabla 10. Perfiles transversales de deformación para $V=11\text{kV}$ | 126 |
| Tabla 11. Compresión libre de acero inoxidable AISI 316L | 136 |
| Tabla 12. Operaciones de conformado por compresión tubular..... | 168 |
| Tabla 13. Operaciones de separación por compresión tubular..... | 169 |
| Tabla 14. Operaciones de conformado por expansión tubular..... | 171 |
| Tabla 15. Operaciones de separación por expansión tubular..... | 171 |
| Tabla 16. Operaciones de conformado laminar | 173 |
| Tabla 17. Operaciones de separación por procesado laminar..... | 173 |

RESUMEN

El comportamiento de los materiales en el seno de campos electromagnéticos representa un problema de gran complejidad, el cual se ve afectado no solo por los efectos del electromagnetismo, sino también por los derivados de la mecánica y la termodinámica. La interacción campo-material existente se complica aún más cuando los materiales se ven sujetos a dinámicas de deformación, dado que todas las magnitudes físicas que caracterizan el proceso son variables en el espacio y el tiempo, como lo son las interdependencias existentes entre ellas. Así, los materiales conductores pueden ser deformados cuando estos se encuentran sometidos a fuertes campos electromagnéticos, principio que constituye la base del denominado conformado electromagnético: técnica de procesamiento industrial basada en la deformación plástica de objetos mediante la aplicación de pulsos electromagnéticos de alta frecuencia.

El conformado electromagnético presenta una serie de ventajas que lo convierten en una atractiva alternativa a los sistemas de conformado tradicional. Concretamente, durante el proceso de deformación, el cual tiene una duración del orden de microsegundos, no se produce contacto mecánico entre la pieza de trabajo y la herramienta de conformado, como es común en la mayor parte de sistemas convencionales; asimismo, es un proceso caracterizado por un alto grado de controlabilidad y repetibilidad, característica compartida con otros procesos de conformado a alta velocidad, al mismo tiempo que el equipamiento industrial requerido es relativamente sencillo. El incremento de conformabilidad alcanzado con esta tipología de técnicas de conformado, unido al ahorro en costes derivado del aligeramiento y simplificación de los equipos de procesamiento, la posicionan como una alternativa de alto interés. No obstante, el conformado electromagnético presenta igualmente algunas limitaciones, como la necesidad de la toma en consideración de precauciones especiales en lo referido a la seguridad de las personas (dadas las elevadas tensiones empleadas durante el proceso) o su aplicabilidad limitada, siendo únicamente apto de forma directa a materiales altamente conductivos. Adicionalmente, la inexistencia de componentes de alto rendimiento y materiales requeridos para la construcción de sistemas operativos eficientes, unida a la falta de las herramientas matemáticas y computacionales adecuadas, que permitieran una comprensión detallada y profunda de los fundamentos del proceso así como una simulación precisa de los fenómenos que lo constituyen, han provocado que esta técnica —cuyas primeras experimentaciones datan de mitad del siglo pasado— haya sido abandonada hasta esta última década, en la que el interés en ella ha resurgido. De esta manera, la

necesidad incesante de utilización de componentes de alta resistencia de una forma económicamente más eficiente que mediante el empleo de los métodos de conformado convencionales sitúan al conformado electromagnético como una alternativa de futuro.

En este marco, en este trabajo se aborda de una manera integral el estudio del proceso de conformado por aplicación de pulsos electromagnéticos, con el fin último de desarrollar modelos computacionales acoplados que permitan simular de forma precisa y eficiente procesos de deformación de interés industrial. Con los modelos desarrollados, se pretende analizar la influencia de los diversos parámetros y variables que condicionan los resultados de los procesos de deformación, así como proporcionar herramientas que habiliten la optimización de los equipos de conformado y su aplicación a nuevos materiales, analizando comportamientos no previstos en el rango de uso tradicional. Puesto que el trabajo de investigación desarrollado en esta tesis tiene su origen en la necesidad de automatizar y modelizar los análisis experimentales llevados a cabo en un sistema experimental de conformado electromagnético existente en laboratorio, todos los resultados obtenidos de las simulaciones computacionales desarrolladas son contrastados con las mediciones experimentales, siendo la validación de los modelos el punto crítico que determina la utilidad del estudio realizado a la aplicación práctica industrial así como la confirmación de la veracidad de los planteamientos teóricos desarrollados. Con estos objetivos, la tesis se estructura en ocho capítulos que se describen muy brevemente a continuación.

En el capítulo 1 se realiza una breve introducción al conformado electromagnético, describiendo sus principios fundamentales y encuadrándolo en el marco de las técnicas de conformado. Este capítulo presenta por consiguiente los fundamentos para la comprensión del problema objeto de estudio, así como para la identificación de las necesidades en este ámbito de la tecnología, que dan lugar al establecimiento de los objetivos y motivación del trabajo de investigación en el capítulo segundo.

A continuación, el capítulo 3 presenta un cuidadoso análisis de un importante número de publicaciones y artículos relacionados con el estudio de esta innovadora técnica de conformado, revisión bibliográfica que permite analizar los distintos enfoques adoptados en la literatura para abordar este problema tanto desde la perspectiva experimental como desde el análisis puramente computacional, revisando en el marco de este último los diversos modos de acoplamiento aplicables a los modelos de simulación. El análisis de las ventajas e inconvenientes de las distintas alternativas existentes conlleva a la selección para este trabajo de un modelo de acoplamiento total basado en la aplicación del método de los elementos finitos.

Dada la complejidad conceptual derivada de la interacción existente entre los fenómenos físicos que actúan durante el proceso de conformado, el capítulo 4 se centra en el desarrollo de la formulación matemática del problema, abordada en dos etapas. Primeramente se describen de forma separada los tres fenómenos físicos interactuantes en el proceso, es decir, la deformación de la pieza de trabajo en el ámbito de la mecánica de los medios continuos, la generación y transmisión de campos electromagnéticos en el marco del electromagnetismo, y la transmisión y dinámica de flujos caloríficos bajo la perspectiva termodinámica. El planteamiento separado sobre una configuración simplificada permite desarrollar de una

forma sencilla las ecuaciones que gobiernan los procesos, planteando soluciones analíticas que consiguen resolver el problema desacoplado. Posteriormente, dado que el análisis de los fenómenos involucrados evidencia las interacciones existentes entre ellos e invitan a la adopción de formulaciones matemáticas intrínsecamente acopladas, se derivan las ecuaciones acopladas mediante la aplicación de los principios de conservación.

En el quinto capítulo de la tesis se describe en detalle el modelado llevado a cabo del proceso de conformado por compresión de tubos metálicos mediante la aplicación de pulsos electromagnéticos, el cual tiene su base en la aplicación del método de los elementos finitos. Para ello se describen los pasos seguidos en la generación de los modelos de simulación del proceso, comenzando por la modelización del circuito eléctrico equivalente que permite determinar las condiciones eléctricas de entrada al problema así como los principales parámetros que gobiernan la dinámica de las corrientes de descarga, para continuar con la descripción de los tres dominios que engloba el proceso como conjunto: el mecánico, el electromagnético y el termodinámico. Se hace especial hincapié en la definición de las aproximaciones asumidas así como en la justificación de las soluciones adoptadas en lo relativo a la modelización de los distintos componentes del proceso.

Puesto que los modelos de simulación desarrollados responden a una configuración experimental real –si bien son completamente extrapolables a otras configuraciones geométricas–, en el capítulo 6 se presentan una serie de resultados de las simulaciones realizadas, los cuales son contrastados con valores empíricos obtenidos de las pruebas en laboratorio, habiéndose descrito previamente el equipo experimental usado en la tesis. El elevado grado de concordancia existente entre valores simulados y medidos experimentalmente permite validar los desarrollos teóricos así como las simplificaciones adoptadas. Asimismo, los modelos desarrollados son empleados para la realización de distintos análisis que permiten evaluar la dependencia del conformado resultante ante la variación de los principales parámetros de entrada del proceso, tales como la conductividad de la pieza de trabajo, las separaciones relativas entre los elementos constitutivos del equipo, o la propia configuración geométrica de estos últimos. Además, se ejecutan simulaciones de procesos de especial interés industrial, tales como la ejecución de uniones por compresión o la deformación libre de aceros inoxidables recubiertos, que dan muestra de la utilidad práctica del trabajo desarrollado.

Finalmente, en los capítulos 7 y 8 se plantean, respectivamente, las principales conclusiones derivadas de la investigación desarrollada y se apuntan posibles líneas de trabajo futuras que pudieran dar continuidad al trabajo realizado en la presente tesis.

Esta memoria se acompaña asimismo de cuatro anexos que presentan información complementaria:

- El anexo I presenta una completa caracterización de la técnica de procesado de metales de alta velocidad por aplicación de pulsos electromagnéticos, complementando la breve introducción realizada en el cuerpo del documento en lo referente a los sistemas de conformado y sus componentes principales. Se hace especial hincapié en las aplicaciones prácticas de esta técnica, enumerando las ventajas y limitaciones asociadas al proceso.

- El anexo II presenta un resumen de las principales características y configuración del equipo experimental de conformado electromagnético empleado en este trabajo de investigación para la validación empírica de las hipótesis y modelos matemáticos.
- El anexo III contiene a modo ilustrativo el código fuente asociado a la parametrización del modelo empleado para la simulación por el método de los elementos finitos de la compresión libre de una pieza tubular de acero S235 (capítulo 6).
- Finalmente, en el anexo IV se enumera el conjunto de publicaciones en las que el autor de este trabajo ha participado durante su periodo de formación como doctorando (periodo 2008-2013).

ABSTRACT

The behavior of materials within electromagnetic fields represents a problem of great complexity, which is affected not only by the effects of electromagnetism, but also by those derived from mechanics and thermodynamics. The field-material existing interaction is further complicated when the materials are subjected to a dynamic deformation, since all physical variables characterizing the process vary in space and time, as do the interdependencies between them. Thus, conductive materials can be deformed when they are subject to strong electromagnetic fields, a principle which forms the basis of the so-called electromagnetic forming, industrial forming technique based on the plastic deformation of objects by applying high frequency electromagnetic pulses.

The electromagnetic forming has a number of advantages that make it an attractive alternative to traditional forming systems. Specifically, during the deformation process, which has a duration on the order of microseconds, there is no mechanical contact between the workpiece and the forming tool, as is common in most conventional systems; also it is a process characterized by a high degree of controllability and repeatability, a characteristic shared with other high speed forming processes, while industrial equipment required is relatively simple. Increased formability achieved with this type of forming techniques, combined with cost savings derived from lightening and simplification of the processing equipment, position it as an alternative of high interest. However, the electromagnetic forming has also some limitations such as the need for consideration of special precautions with regard to personal safety (given high voltages used in the process) or limited applicability, being only able to directly form highly conductive materials. Additionally, the lack of high-performance components and materials required for the construction of efficient operating systems, along with the lack of appropriate mathematical and computational tools that allow a detailed and deep understanding of the foundations of the process as well as an accurate simulation of constituent phenomena, have led this technique—which early experiments date from mid last century—to be abandoned until the last decade, in which the interest in it has resurfaced. That way, the constant necessity of using high strength components in an economically more efficient way places the electromagnetic forming as a future alternative.

In this framework, this thesis covers a comprehensive study of the forming process by application of electromagnetic pulses, with the ultimate goal of developing coupled computational models enabling to simulate in a precise and efficient manner deformation

processes of industrial interest. With the models developed, the influence of various parameters and variables conditioning the results of the deformation processes are to be analyzed, as well as providing tools that enable the optimization of forming systems and their application to new materials, analyzing unanticipated behaviors in the range of traditional use. Since the research work carried out in this thesis stems from the need to automate and model the experimental analyses conducted in an experimental electromagnetic forming system existing in laboratory, all the results obtained through computational simulations are contrasted with experimental measurements, being the validation of the models the critical point that determines the usefulness of the developed study to the practical industrial application as well as the confirmation of the accuracy of the theoretical approaches developed. With these objectives, the thesis is divided into eight chapters which are briefly described below.

Chapter 1 develops a brief introduction to electromagnetic forming, describing its fundamental principles and settling it within the frame of forming techniques. Consequently, this chapter presents the bases for the understanding of the problem to be analyzed, as well as to identify the necessities in this technological area, giving rise to the establishment of the objectives and motivation of the research in chapter 2.

Then, Chapter 3 presents a careful analysis of a large number of publications and papers related to the study of this innovative forming technique, state of the art review that allows to analyze the different approaches in the literature to address this problem both from an experimental perspective and from a purely computational analysis, reviewing the various coupling modes applicable to simulation models. The analysis of the advantages and disadvantages of the various alternatives leads to the selection for this thesis of a fully coupled model based on the application of the finite element method.

Given the conceptual complexity arising from the interaction between the physical phenomena acting during the forming process, Chapter 4 focuses on the development of the mathematical formulation of the problem, addressed in two stages. Firstly, the three physical phenomena acting in the process are described in a separate manner, i.e., the deformation of the workpiece in the field of continuum mechanics, the generation and transmission of electromagnetic fields in the frame of electromagnetism, and transmission and dynamics of heat flows under the thermodynamic perspective. The separate approach over a simplified configuration allows developing in a simple manner the equations governing the processes, posing analytical solutions that solve the de-coupled problem. Later, as the analysis of the phenomena involved evidences the interactions between them and invite the adoption of inherently coupled mathematical formulations, coupled equations are derived by the application of conservation principles.

In the fifth chapter of the thesis the modeling process carried out concerning the compression of metallic tubes by the application of electromagnetic pulses is described in detail, model which is based on the application of the finite element method. For that purpose, the steps followed in the generation of the simulation models of the process are described, starting with the electrical equivalent circuit modeling which determines the electrical input conditions to the problem and the main parameters governing the dynamics

processes of industrial interest. With the models developed, the influence of various parameters and variables conditioning the results of the deformation processes are to be analyzed, as well as providing tools that enable the optimization of forming systems and their application to new materials, analyzing unanticipated behaviors in the range of traditional use. Since the research work carried out in this thesis stems from the need to automate and model the experimental analyses conducted in an experimental electromagnetic forming system existing in laboratory, all the results obtained through computational simulations are contrasted with experimental measurements, being the validation of the models the critical point that determines the usefulness of the developed study to the practical industrial application as well as the confirmation of the accuracy of the theoretical approaches developed. With these objectives, the thesis is divided into eight chapters which are briefly described below.

Chapter 1 develops a brief introduction to electromagnetic forming, describing its fundamental principles and settling it within the frame of forming techniques. Consequently, this chapter presents the bases for the understanding of the problem to be analyzed, as well as to identify the necessities in this technological area, giving rise to the establishment of the objectives and motivation of the research in chapter 2.

Then, Chapter 3 presents a careful analysis of a large number of publications and papers related to the study of this innovative forming technique, state of the art review that allows to analyze the different approaches in the literature to address this problem both from an experimental perspective and from a purely computational analysis, reviewing the various coupling modes applicable to simulation models. The analysis of the advantages and disadvantages of the various alternatives leads to the selection for this thesis of a fully coupled model based on the application of the finite element method.

Given the conceptual complexity arising from the interaction between the physical phenomena acting during the forming process, Chapter 4 focuses on the development of the mathematical formulation of the problem, addressed in two stages. Firstly, the three physical phenomena acting in the process are described in a separate manner, i.e., the deformation of the workpiece in the field of continuum mechanics, the generation and transmission of electromagnetic fields in the frame of electromagnetism, and transmission and dynamics of heat flows under the thermodynamic perspective. The separate approach over a simplified configuration allows developing in a simple manner the equations governing the processes, posing analytical solutions that solve the de-coupled problem. Later, as the analysis of the phenomena involved evidences the interactions between them and invite the adoption of inherently coupled mathematical formulations, coupled equations are derived by the application of conservation principles.

In the fifth chapter of the thesis the modeling process carried out concerning the compression of metallic tubes by the application of electromagnetic pulses is described in detail, model which is based on the application of the finite element method. For that purpose, the steps followed in the generation of the simulation models of the process are described, starting with the electrical equivalent circuit modeling which determines the electrical input conditions to the problem and the main parameters governing the dynamics

processes of industrial interest. With the models developed, the influence of various parameters and variables conditioning the results of the deformation processes are to be analyzed, as well as providing tools that enable the optimization of forming systems and their application to new materials, analyzing unanticipated behaviors in the range of traditional use. Since the research work carried out in this thesis stems from the need to automate and model the experimental analyses conducted in an experimental electromagnetic forming system existing in laboratory, all the results obtained through computational simulations are contrasted with experimental measurements, being the validation of the models the critical point that determines the usefulness of the developed study to the practical industrial application as well as the confirmation of the accuracy of the theoretical approaches developed. With these objectives, the thesis is divided into eight chapters which are briefly described below.

Chapter 1 develops a brief introduction to electromagnetic forming, describing its fundamental principles and settling it within the frame of forming techniques. Consequently, this chapter presents the bases for the understanding of the problem to be analyzed, as well as to identify the necessities in this technological area, giving rise to the establishment of the objectives and motivation of the research in chapter 2.

Then, Chapter 3 presents a careful analysis of a large number of publications and papers related to the study of this innovative forming technique, state of the art review that allows to analyze the different approaches in the literature to address this problem both from an experimental perspective and from a purely computational analysis, reviewing the various coupling modes applicable to simulation models. The analysis of the advantages and disadvantages of the various alternatives leads to the selection for this thesis of a fully coupled model based on the application of the finite element method.

Given the conceptual complexity arising from the interaction between the physical phenomena acting during the forming process, Chapter 4 focuses on the development of the mathematical formulation of the problem, addressed in two stages. Firstly, the three physical phenomena acting in the process are described in a separate manner, i.e., the deformation of the workpiece in the field of continuum mechanics, the generation and transmission of electromagnetic fields in the frame of electromagnetism, and transmission and dynamics of heat flows under the thermodynamic perspective. The separate approach over a simplified configuration allows developing in a simple manner the equations governing the processes, posing analytical solutions that solve the de-coupled problem. Later, as the analysis of the phenomena involved evidences the interactions between them and invite the adoption of inherently coupled mathematical formulations, coupled equations are derived by the application of conservation principles.

In the fifth chapter of the thesis the modeling process carried out concerning the compression of metallic tubes by the application of electromagnetic pulses is described in detail, model which is based on the application of the finite element method. For that purpose, the steps followed in the generation of the simulation models of the process are described, starting with the electrical equivalent circuit modeling which determines the electrical input conditions to the problem and the main parameters governing the dynamics

processes of industrial interest. With the models developed, the influence of various parameters and variables conditioning the results of the deformation processes are to be analyzed, as well as providing tools that enable the optimization of forming systems and their application to new materials, analyzing unanticipated behaviors in the range of traditional use. Since the research work carried out in this thesis stems from the need to automate and model the experimental analyses conducted in an experimental electromagnetic forming system existing in laboratory, all the results obtained through computational simulations are contrasted with experimental measurements, being the validation of the models the critical point that determines the usefulness of the developed study to the practical industrial application as well as the confirmation of the accuracy of the theoretical approaches developed. With these objectives, the thesis is divided into eight chapters which are briefly described below.

Chapter 1 develops a brief introduction to electromagnetic forming, describing its fundamental principles and settling it within the frame of forming techniques. Consequently, this chapter presents the bases for the understanding of the problem to be analyzed, as well as to identify the necessities in this technological area, giving rise to the establishment of the objectives and motivation of the research in chapter 2.

Then, Chapter 3 presents a careful analysis of a large number of publications and papers related to the study of this innovative forming technique, state of the art review that allows to analyze the different approaches in the literature to address this problem both from an experimental perspective and from a purely computational analysis, reviewing the various coupling modes applicable to simulation models. The analysis of the advantages and disadvantages of the various alternatives leads to the selection for this thesis of a fully coupled model based on the application of the finite element method.

Given the conceptual complexity arising from the interaction between the physical phenomena acting during the forming process, Chapter 4 focuses on the development of the mathematical formulation of the problem, addressed in two stages. Firstly, the three physical phenomena acting in the process are described in a separate manner, i.e., the deformation of the workpiece in the field of continuum mechanics, the generation and transmission of electromagnetic fields in the frame of electromagnetism, and transmission and dynamics of heat flows under the thermodynamic perspective. The separate approach over a simplified configuration allows developing in a simple manner the equations governing the processes, posing analytical solutions that solve the de-coupled problem. Later, as the analysis of the phenomena involved evidences the interactions between them and invite the adoption of inherently coupled mathematical formulations, coupled equations are derived by the application of conservation principles.

In the fifth chapter of the thesis the modeling process carried out concerning the compression of metallic tubes by the application of electromagnetic pulses is described in detail, model which is based on the application of the finite element method. For that purpose, the steps followed in the generation of the simulation models of the process are described, starting with the electrical equivalent circuit modeling which determines the electrical input conditions to the problem and the main parameters governing the dynamics

processes of industrial interest. With the models developed, the influence of various parameters and variables conditioning the results of the deformation processes are to be analyzed, as well as providing tools that enable the optimization of forming systems and their application to new materials, analyzing unanticipated behaviors in the range of traditional use. Since the research work carried out in this thesis stems from the need to automate and model the experimental analyses conducted in an experimental electromagnetic forming system existing in laboratory, all the results obtained through computational simulations are contrasted with experimental measurements, being the validation of the models the critical point that determines the usefulness of the developed study to the practical industrial application as well as the confirmation of the accuracy of the theoretical approaches developed. With these objectives, the thesis is divided into eight chapters which are briefly described below.

Chapter 1 develops a brief introduction to electromagnetic forming, describing its fundamental principles and settling it within the frame of forming techniques. Consequently, this chapter presents the bases for the understanding of the problem to be analyzed, as well as to identify the necessities in this technological area, giving rise to the establishment of the objectives and motivation of the research in chapter 2.

Then, Chapter 3 presents a careful analysis of a large number of publications and papers related to the study of this innovative forming technique, state of the art review that allows to analyze the different approaches in the literature to address this problem both from an experimental perspective and from a purely computational analysis, reviewing the various coupling modes applicable to simulation models. The analysis of the advantages and disadvantages of the various alternatives leads to the selection for this thesis of a fully coupled model based on the application of the finite element method.

Given the conceptual complexity arising from the interaction between the physical phenomena acting during the forming process, Chapter 4 focuses on the development of the mathematical formulation of the problem, addressed in two stages. Firstly, the three physical phenomena acting in the process are described in a separate manner, i.e., the deformation of the workpiece in the field of continuum mechanics, the generation and transmission of electromagnetic fields in the frame of electromagnetism, and transmission and dynamics of heat flows under the thermodynamic perspective. The separate approach over a simplified configuration allows developing in a simple manner the equations governing the processes, posing analytical solutions that solve the de-coupled problem. Later, as the analysis of the phenomena involved evidences the interactions between them and invite the adoption of inherently coupled mathematical formulations, coupled equations are derived by the application of conservation principles.

In the fifth chapter of the thesis the modeling process carried out concerning the compression of metallic tubes by the application of electromagnetic pulses is described in detail, model which is based on the application of the finite element method. For that purpose, the steps followed in the generation of the simulation models of the process are described, starting with the electrical equivalent circuit modeling which determines the electrical input conditions to the problem and the main parameters governing the dynamics

processes of industrial interest. With the models developed, the influence of various parameters and variables conditioning the results of the deformation processes are to be analyzed, as well as providing tools that enable the optimization of forming systems and their application to new materials, analyzing unanticipated behaviors in the range of traditional use. Since the research work carried out in this thesis stems from the need to automate and model the experimental analyses conducted in an experimental electromagnetic forming system existing in laboratory, all the results obtained through computational simulations are contrasted with experimental measurements, being the validation of the models the critical point that determines the usefulness of the developed study to the practical industrial application as well as the confirmation of the accuracy of the theoretical approaches developed. With these objectives, the thesis is divided into eight chapters which are briefly described below.

Chapter 1 develops a brief introduction to electromagnetic forming, describing its fundamental principles and settling it within the frame of forming techniques. Consequently, this chapter presents the bases for the understanding of the problem to be analyzed, as well as to identify the necessities in this technological area, giving rise to the establishment of the objectives and motivation of the research in chapter 2.

Then, Chapter 3 presents a careful analysis of a large number of publications and papers related to the study of this innovative forming technique, state of the art review that allows to analyze the different approaches in the literature to address this problem both from an experimental perspective and from a purely computational analysis, reviewing the various coupling modes applicable to simulation models. The analysis of the advantages and disadvantages of the various alternatives leads to the selection for this thesis of a fully coupled model based on the application of the finite element method.

Given the conceptual complexity arising from the interaction between the physical phenomena acting during the forming process, Chapter 4 focuses on the development of the mathematical formulation of the problem, addressed in two stages. Firstly, the three physical phenomena acting in the process are described in a separate manner, i.e., the deformation of the workpiece in the field of continuum mechanics, the generation and transmission of electromagnetic fields in the frame of electromagnetism, and transmission and dynamics of heat flows under the thermodynamic perspective. The separate approach over a simplified configuration allows developing in a simple manner the equations governing the processes, posing analytical solutions that solve the de-coupled problem. Later, as the analysis of the phenomena involved evidences the interactions between them and invite the adoption of inherently coupled mathematical formulations, coupled equations are derived by the application of conservation principles.

In the fifth chapter of the thesis the modeling process carried out concerning the compression of metallic tubes by the application of electromagnetic pulses is described in detail, model which is based on the application of the finite element method. For that purpose, the steps followed in the generation of the simulation models of the process are described, starting with the electrical equivalent circuit modeling which determines the electrical input conditions to the problem and the main parameters governing the dynamics

processes of industrial interest. With the models developed, the influence of various parameters and variables conditioning the results of the deformation processes are to be analyzed, as well as providing tools that enable the optimization of forming systems and their application to new materials, analyzing unanticipated behaviors in the range of traditional use. Since the research work carried out in this thesis stems from the need to automate and model the experimental analyses conducted in an experimental electromagnetic forming system existing in laboratory, all the results obtained through computational simulations are contrasted with experimental measurements, being the validation of the models the critical point that determines the usefulness of the developed study to the practical industrial application as well as the confirmation of the accuracy of the theoretical approaches developed. With these objectives, the thesis is divided into eight chapters which are briefly described below.

Chapter 1 develops a brief introduction to electromagnetic forming, describing its fundamental principles and settling it within the frame of forming techniques. Consequently, this chapter presents the bases for the understanding of the problem to be analyzed, as well as to identify the necessities in this technological area, giving rise to the establishment of the objectives and motivation of the research in chapter 2.

Then, Chapter 3 presents a careful analysis of a large number of publications and papers related to the study of this innovative forming technique, state of the art review that allows to analyze the different approaches in the literature to address this problem both from an experimental perspective and from a purely computational analysis, reviewing the various coupling modes applicable to simulation models. The analysis of the advantages and disadvantages of the various alternatives leads to the selection for this thesis of a fully coupled model based on the application of the finite element method.

Given the conceptual complexity arising from the interaction between the physical phenomena acting during the forming process, Chapter 4 focuses on the development of the mathematical formulation of the problem, addressed in two stages. Firstly, the three physical phenomena acting in the process are described in a separate manner, i.e., the deformation of the workpiece in the field of continuum mechanics, the generation and transmission of electromagnetic fields in the frame of electromagnetism, and transmission and dynamics of heat flows under the thermodynamic perspective. The separate approach over a simplified configuration allows developing in a simple manner the equations governing the processes, posing analytical solutions that solve the de-coupled problem. Later, as the analysis of the phenomena involved evidences the interactions between them and invite the adoption of inherently coupled mathematical formulations, coupled equations are derived by the application of conservation principles.

In the fifth chapter of the thesis the modeling process carried out concerning the compression of metallic tubes by the application of electromagnetic pulses is described in detail, model which is based on the application of the finite element method. For that purpose, the steps followed in the generation of the simulation models of the process are described, starting with the electrical equivalent circuit modeling which determines the electrical input conditions to the problem and the main parameters governing the dynamics

Capítulo 1

INTRODUCCIÓN

El conformado mediante pulsos electromagnéticos es una técnica de procesamiento de impulsos a alta velocidad que se vale del empleo de fuerzas volumétricas (de Lorentz) para la deformación de piezas metálicas. Este primer capítulo, a modo introductorio, describe las principales características de dicho proceso y lo encuadra en el ámbito de las técnicas de conformado. Se abordan sus principios de funcionamiento, cuya comprensión es la base para su modelado y simulación, y se introducen las principales características de los sistemas de conformado electromagnético así como sus componentes.

Este capítulo presenta por consiguiente los fundamentos para la comprensión del problema objeto de estudio, así como para la identificación de las necesidades en este ámbito de la tecnología que dan lugar al establecimiento de los objetivos del trabajo de investigación en el capítulo siguiente.

Capítulo 1. Introducción

1.1. Introducción al conformado de metales

La conformabilidad es una característica fundamental de los materiales, en virtud de la cual, un metal puede ser sometido a un proceso de deformación plástica hasta llegar al colapso o rotura, bajo un proceso de carga apropiado. La capacidad de un material laminar para ser doblado o conformado de acuerdo a complicadas geometrías junto con aspectos tales como su resistencia, disponibilidad y coste son algunos de los factores responsables de uso a gran escala en una gran variedad de productos industriales y de consumo. De forma general, la conformabilidad es una variable característica función de una serie de factores tales como las propiedades físicas del material (coeficiente de endurecimiento por deformación, dependencia de la velocidad de deformación, ratio de anisotropía, etc.) pero también de los parámetros de procesado (temperatura, tasa de deformación, etc.). Por este motivo, en el marco de los métodos convencionales de conformado de metales, los diagramas límites de conformado (FLDs, Forming Limit Diagrams) han constituido tradicionalmente herramientas realistas y eficientes para el análisis y la evaluación de la conformabilidad y la estimación de las posibilidades tecnológicas para la producción de componentes (Hosford y Caddell, 2011).

En la actualidad, existe un gran interés en sectores industriales tales como el de la automoción o el aeroespacial por la fabricación de componentes y piezas con materiales como el aluminio o los aceros de alta resistencia, cuyas principales ventajas vienen dadas por una reducción del peso de los componentes y el correspondiente incremento en eficiencia energética. Sin embargo, las dificultades que presentan este tipo de metales (principalmente por sus bajos niveles de endurecimiento por deformación y por velocidad de deformación) hace difícil su uso para la realización de partes geométricamente complejas por medios de conformado convencionales. La Figura 1 (Vohnout, 1998) ilustra gráficamente este problema de menor conformabilidad de los nuevos materiales: se muestran dos paneles laterales interiores de automoción, los cuales han sido conformados siguiendo el mismo proceso de prensado (con el mismo equipamiento y bajo las mismas condiciones de trabajo). El primero de los paneles mostrados en la figura está fabricado en lámina de acero convencional y, como se puede observar, presenta un conformado completo y satisfactorio conforme a las especificaciones de diseño. Por su parte, la segunda de las imágenes corresponde a un panel fabricado en aleación de aluminio 6111-T4 del mismo grosor que la chapa de acero previamente descrita, el cual fue procesado inmediatamente a continuación del panel de acero. El arrugamiento experimentado en la chapa de aluminio así como las grandes desviaciones observadas con respecto a las tolerancias requeridas (según la geometría de la matriz de prensado), evidencian la inoperatividad del modelo de procesado para este tipo de material, cuyos menores límites de conformabilidad restringen las formas que pueden ser fabricadas y ralentizan el diseño, prueba y puesta en operación de matrices (Daehn, 1997). Además, el menor módulo elástico da lugar a niveles más severos de recuperación elástica que dificultan el mantenimiento de las tolerancias dimensionales.

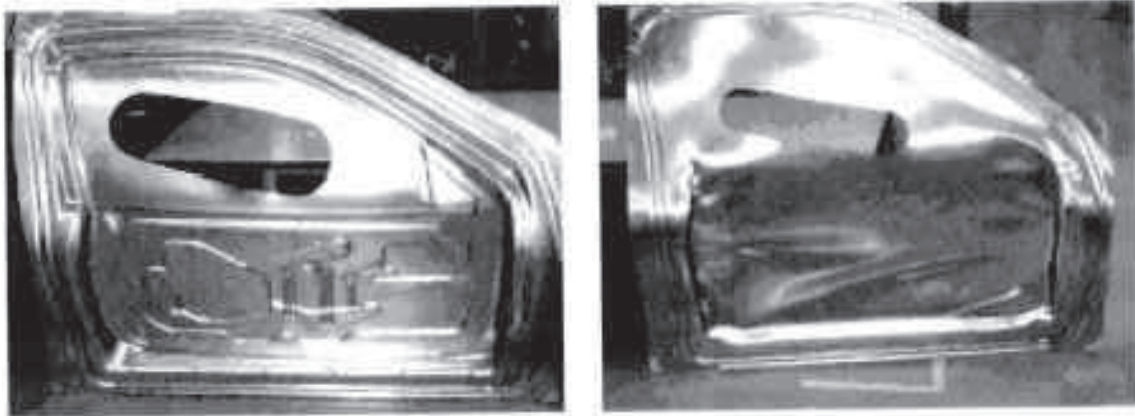


Figura 1. Comparativa de dos paneles interiores de automoción conformados por el mismo proceso de prensado

En este ámbito, los métodos de conformado a alta velocidad se presentan como potencial solución al problema del procesado de esta nueva generación de materiales. Se consideran técnicas de alta velocidad aquellas operaciones en las que las velocidades que alcanza la pieza de trabajo exceden los 360 km/h (Daehn, 2006). Estos métodos difieren del resto de técnicas de conformado de metales en que la pieza de trabajo es acelerada a una velocidad muy elevada por una fuerza (que puede ser de origen químico, eléctrico, etc.), siendo la energía cinética de la pieza muy significativa. Como consecuencia, la lámina metálica de la pieza de trabajo cambia de forma, bien a medida que impacta una matriz, o bien conforme es decelerada a causa de la deformación plástica.

Una diferencia importante que debe ser especificada sobre los procesos dinámicos frente a los procesos de deformación cuasi-estática, o métodos convencionales, es que en los segundos existe, en cualquier momento, una situación de equilibrio estático. Esto significa que, en cualquier instante temporal, cualquier elemento de la pieza en proceso de deformación presenta un sumatorio de fuerzas actuando sobre él prácticamente igual a cero (hipótesis de cuasi-estaticidad). Sin embargo, a altas velocidades una parte de la pieza puede estar sometida a tensiones mientras que otra parte de la misma puede no haber sufrido todavía ninguna sollicitación mecánica; es decir, las tensiones (y sus deformaciones asociadas) viajan a través de los cuerpos en la forma de ondas de una determinada velocidad. Por tanto, la deformación dinámica implica la propagación de ondas mientras que la deformación cuasi-estática puede ser considerada como una secuencia de estados de equilibrio que pueden ser tratados por las comúnmente conocidas ecuaciones de la estática (Meyers, 1994).

Las técnicas de alta velocidad generalmente proporcionan métodos robustos para la realización de operaciones de conformado de metales que han sido tradicionalmente difíciles de ejecutar. Aunque estos métodos son conocidos desde hace aproximadamente cien años, y adquirieron cierta relevancia en torno a los años 60 del siglo XX, no han sido abordados con profundidad hasta los últimos años en que las nuevas necesidades de la industria han vuelto a despertar su gran potencial. Así, su capacidad para procesar adecuadamente materiales de difícil conformabilidad así como la relativa simplicidad y reducida dimensión de los equipos de fabricación han hecho resurgir el interés en este tipo de métodos. Existen una serie de métodos de conformado a alta velocidad principalmente diferenciados por la fuente de

energía empleada para la obtención de las elevadas aceleraciones. Los más comunes son el conformado por explosión, el conformado electrohidráulico –que emplea un arco eléctrico de descarga para convertir energía eléctrica en energía mecánica–, y el conformado por pulsos electromagnéticos. La Figura 2 refleja esquemáticamente los diferentes métodos de conformado por impulsos de alta velocidad (Kamal, 2005).

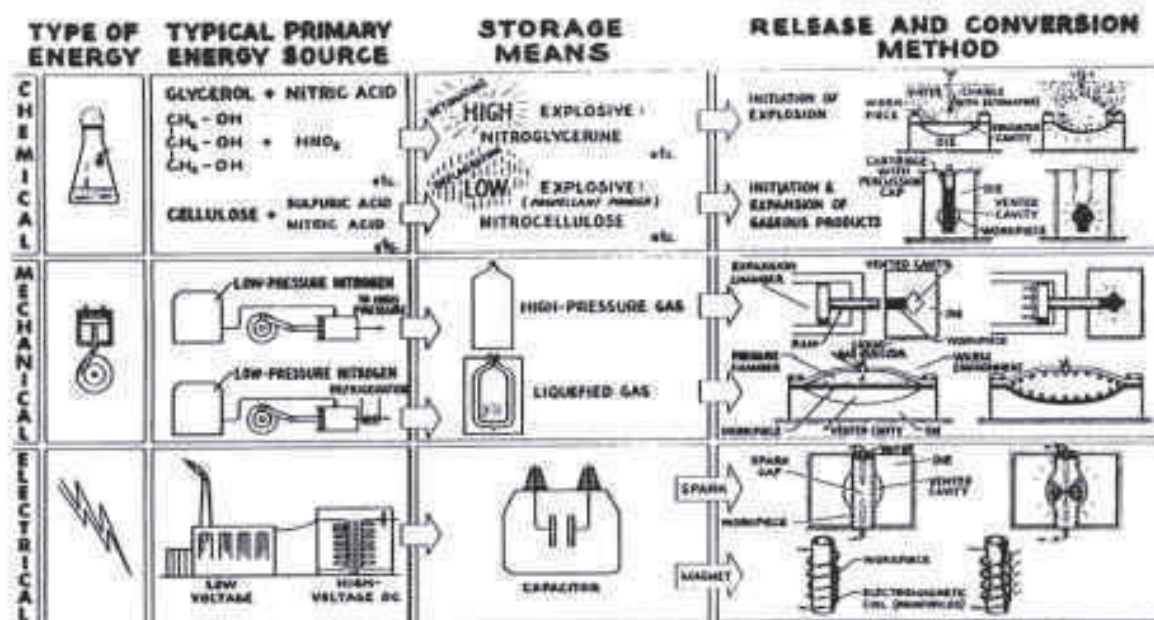


Figura 2. Clasificación de los métodos de conformado de alta velocidad en función de la fuente de energía

Dentro de los métodos anteriormente mencionados, el conformado por explosivos es uno de los que cuenta con una mayor experiencia práctica. En este proceso la energía liberada debido a la detonación de un explosivo es empleada para el procesado de la configuración deseada. La carga empleada es muy reducida, pero capaz de ejercer tremendas fuerzas en la pieza de trabajo. De este modo, la Agencia para Proyectos Avanzados de Defensa de los Estados Unidos (DARPA, 2002) cita el conformado por explosivos como: “un proceso eficiente en costes para el conformado de una variedad de metales y aleaciones que resulta en una remarcablemente alta reproducibilidad (~0,5%) para estructuras metálicas de gran dimensión y complejidad”. Ha sido usado por dicha agencia para una amplia variedad de proyectos militares (difusores de turbinas aeronáuticas, supresores de sonido de motores, pantallas térmicas de motores, etc.). Una ventaja reseñable de esta técnica es el reducido coste del material de detonación, que por otro lado permite velocidades del orden de 3.500 a 8.000 m/s y energías del orden de 1MJ/kg (Dachn, 2006). Por el contrario, el transporte, almacenamiento y trabajo con explosivos está severamente controlado por las autoridades de cada país, razón por la que esta técnica ha estado principalmente vinculada a ámbitos militares. La Figura 3 (Ezra, 1973) muestra algunos ejemplos de aplicaciones del conformado por explosivos: cúpulas de aluminio 2014-T0 de 3 metros de diámetro, y un panel de aeronave

de acero inoxidable. Por otro lado, la figura 4 muestra esquemáticamente algunos métodos comunes de uso de los explosivos¹.



Figura 3. Aplicaciones del conformado por explosivos

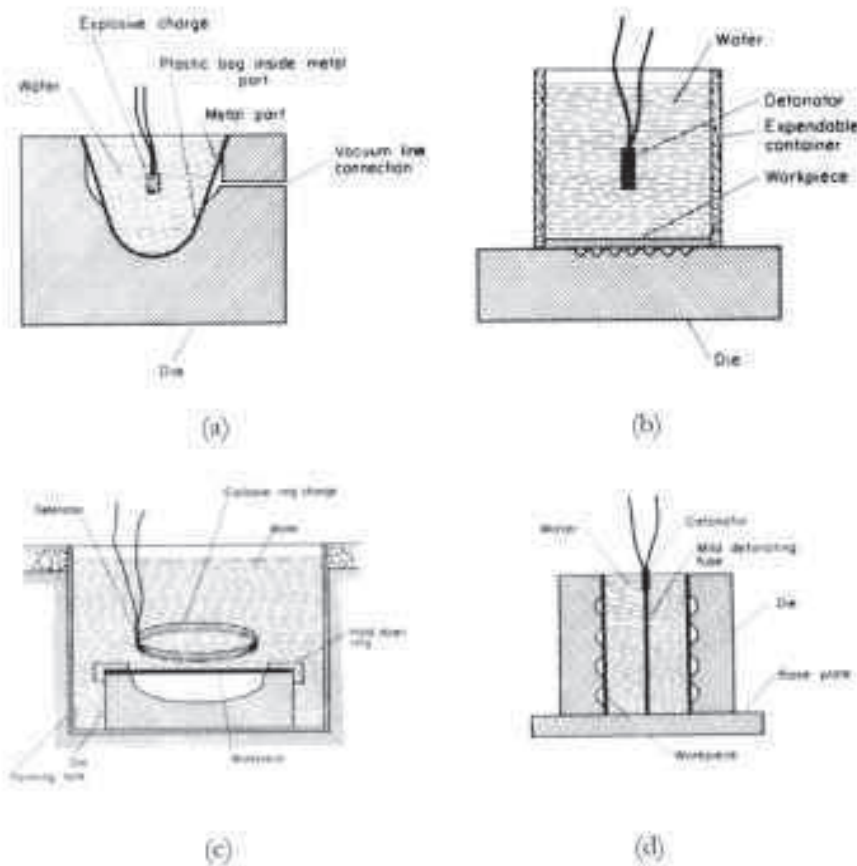


Figura 4. Esquemas de operaciones típicas de conformado explosivo

El segundo método que más interés práctico ha despertado en el marco de la investigación industrial ha sido el conformado mediante pulsos electromagnéticos de alta frecuencia. El conformado electromagnético (comúnmente conocido por sus siglas anglosajonas EMF, correspondientes al término ElectroMagnetic Forming) es una técnica de procesamiento de materiales de alta velocidad en la que grandes fuerzas son aplicadas a una pieza de trabajo

¹ (a) cavidad de la matriz rellena de agua; (b) método de conformado de láminas planas; (c) empleo de cordones de detonación para prescribir la distribución de presiones en un sistema de conformado abierto; (d) uso de cordones de detonación para formación de cilindros.

metálica conductora únicamente mediante interacciones electromagnéticas. Este proceso de conformado puede ser muy ventajoso pues permite una mejora de la conformabilidad, una reducción del arrugamiento o 'wrinkling', una reducción del fenómeno de recuperación elástica, así como una mejor distribución de las tensiones durante el proceso de deformación (Belyy, Fertik y Klhimenko, 1996), (Mamalis *et al.*, 2004). Además presenta un elevado grado de flexibilidad que lo hace particularmente eficiente –desde el punto de vista de costes– cuando se consideran modestos volúmenes de producción, del orden de 1000 unidades o menos (Daehn, 2007).

Con el fin de optimizar los procesos de conformado electromagnético, en este trabajo de investigación se estudia el modelado y simulación computacional de esta técnica de procesado de materiales. A continuación se describen brevemente los principios fundamentales del proceso y se repasan las principales características del modelo de trabajo. Para un mayor nivel de detalle en lo que concierne a la caracterización del conformado mediante pulsos electromagnéticos se invita al lector a revisar el Anexo 1, donde se amplía la información referida a la descripción cualitativa de esta técnica de conformado, se describen los diferentes tipos de implementaciones prácticas y se analizan sus ventajas y limitaciones. Asimismo, en el capítulo 3 se presenta una exhaustiva revisión bibliográfica en lo relativo tanto a desarrollo experimental como al cálculo teórico.

1.2. El conformado electromagnético

El conformado por aplicación de pulsos electromagnéticos es una técnica dinámica de alta velocidad que hace uso de fuerzas electromagnéticas para conformar piezas de trabajo metálicas, tales como tubos o láminas. Es un método apropiado para piezas de alta conductividad eléctrica (típicamente aluminio, cobre...), no obstante, metales de conductividad eléctrica relativamente baja, como por ejemplo el titanio o los aceros inoxidables austeníticos, pueden también ser conformados con la ayuda de recubrimientos de menor resistividad (Padmanabhan, 1997). En resumen, se puede afirmar que se trata de una técnica de alta velocidad cuyo objetivo es dar una determinada forma geométrica a objetos de naturaleza conductora (las denominadas 'piezas de trabajo') en el seno de fuertes campos electromagnéticos.

Las técnicas de conformado a alta velocidad fueron descubiertas a principios del siglo XX y estudiadas en primera aproximación durante las décadas de los años 50 y 60 (Figura 5 –tomada de Padmanabhan, 1997–). Estas técnicas ofrecían inicialmente ciertas ventajas sobre los procesos de conformado de metales convencionales que dieron lugar a un rápido desarrollo inicial de algunas de ellas, sin embargo, su integración en producción fue muy limitada debido a diversos condicionantes de carácter técnico. Así, en el caso concreto del conformado electromagnético, la falta de componentes y materiales de alto rendimiento (por ejemplo, interruptores de alta velocidad para alta tensión, materiales de aislamiento apropiados, etc.) requirió para la construcción de sistemas operativos de conformado apartaron esta tecnología del foco de interés tanto académico como industrial durante décadas. Adicionalmente, la carencia de ordenadores de elevada capacidad de cálculo que

permitieran desarrollar el complejo modelado numérico necesario para la correcta comprensión y simulación del proceso también contribuyó a este estancamiento (Motoasca, 2003).

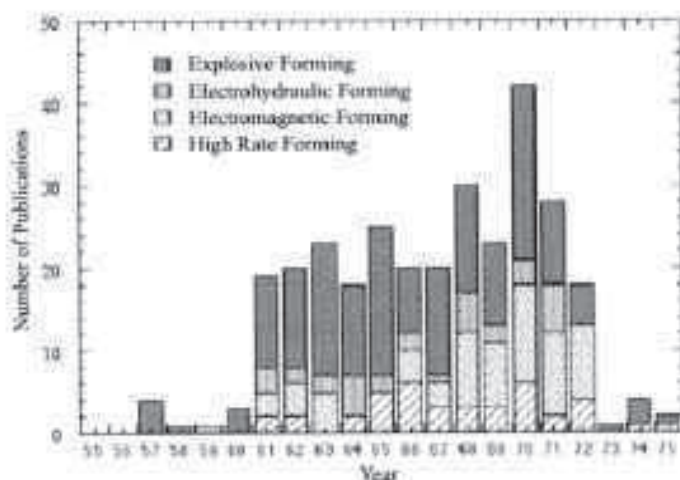


Figura 5. Evolución de la investigación en técnicas de conformado de alta velocidad en el siglo XX

Los avances tanto a nivel numérico como tecnológico de las últimas décadas, unidos a una creciente necesidad de producción de componentes de gran resistencia de una forma más económica y flexible ha conducido hacia un renovado interés en el conformado electromagnético (Motoasca, 2003). No obstante, para una mejor comprensión y diseño de este proceso es necesario el desarrollo de modelos-multifísicos teóricos que permitan simular de manera total las interacciones producidas. Tales modelos no son en absoluto-triviales pues requieren la consideración simultánea de fenómenos electromagnéticos, mecánicos y termodinámicos.

En la Figura 6 se muestran algunos ejemplos de objetos industriales fabricados con la ayuda de métodos de conformado electromagnético (imagen tomada de IAP, 2012).

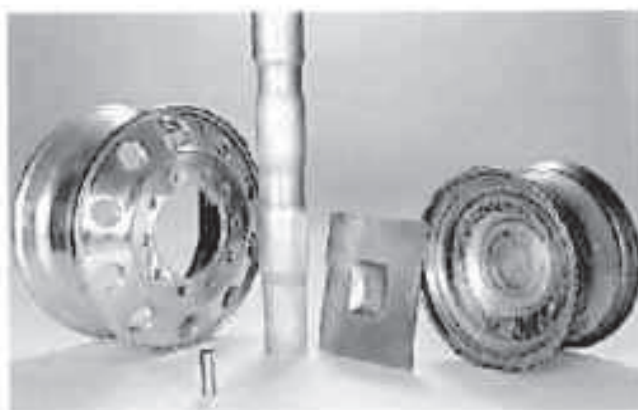


Figura 6. Ejemplos de piezas industriales desarrolladas por conformado electromagnético

1.2.1. Principios teóricos del conformado electromagnético

El proceso de conformado electromagnético está basado en las fuerzas repulsivas generadas por campos electromagnéticos opuestos en conductores adyacentes, por lo cual la pieza de trabajo debe presentar una elevada conductividad eléctrica, que es uno de los requisitos fundamentales del proceso. El esquema de un equipo genérico de conformado electromagnético se muestra en la Figura 7. La deformación viene producida por la interacción de una corriente inducida en la pieza de trabajo con el campo magnético generado por una bobina adyacente a dicha pieza. Un conjunto de condensadores es descargado a través de la bobina, provocando la aparición de una corriente variable en el tiempo que fluye a través de la bobina, situada en las proximidades de la pieza de trabajo. La corriente de descarga genera un campo magnético transitorio el cual, a su vez, induce corrientes de *Foucault* en la pieza de trabajo; estas corrientes de dirección opuesta dan lugar a la aparición de fuerzas repulsivas las cuales gobiernan la deformación de la pieza de trabajo. Es, por tanto, un método de conformado dinámico de alta velocidad en el que se alcanzan elevados ratios de deformación, del orden de 10^3 a 10^4 s^{-1} (Takatsu *et al.*, 1988).

Al contrario que muchos procesos de conformado tradicional, durante el conformado electromagnético no existe contacto mecánico entre la pieza de trabajo y la herramienta de conformado, lo que elimina los efectos perjudiciales derivados de la fricción y el choque mecánico. Además, puesto que la duración del impulso es muy corta, las fuerzas inerciales juegan un papel fundamental en la deformación plástica de la pieza.

Un equipamiento típico para el conformado por pulsos electromagnéticos, específicamente para la compresión tubular, se muestra en la Figura 7 y esquemáticamente (esquema eléctrico equivalente) en la Figura 8.

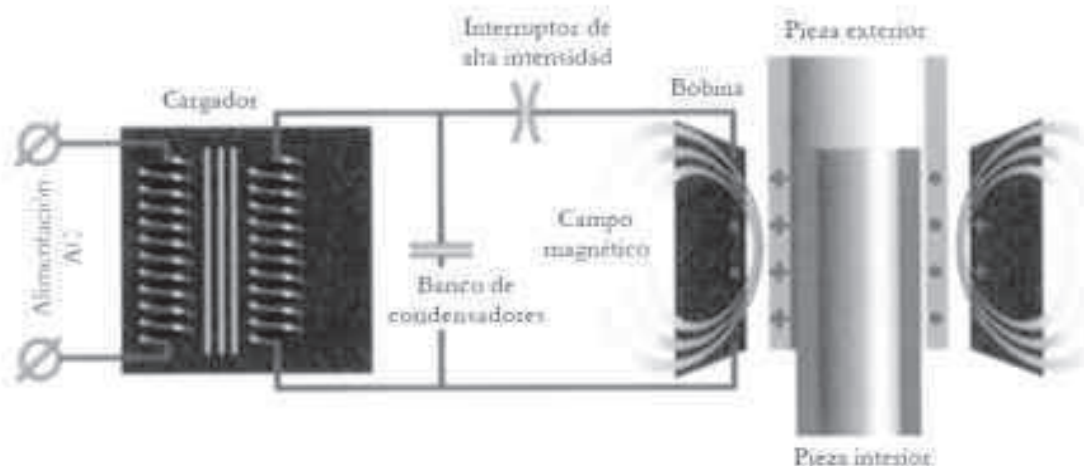


Figura 7. Equipo de conformado electromagnético.

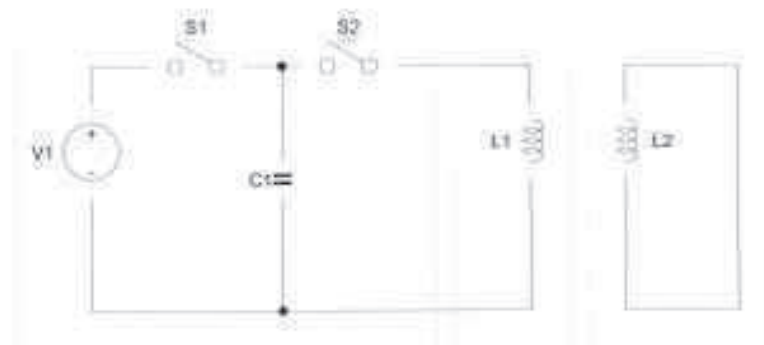


Figura 8. Esquema eléctrico equivalente de un equipo de conformado electromagnético

Debido a la acción de corrientes de sentido opuesto, la pieza de trabajo queda sujeta a una fuerza radial interior que provoca un estado de tensión mecánica y la correspondiente deformación. En el caso en que la tensión equivalente exceda el límite elástico del material de la pieza de trabajo, se producirá una deformación plástica permanente de la misma.

La pieza de trabajo tubular puede ser igualmente colocada rodeando la bobina, en cuyo caso la pieza se verá sometida a una fuerza radial de sentido exterior dando lugar a una expansión tubular. Asimismo, la bobina de conformado L1 puede ser también una espira plana que permitirá el conformado laminar (véase Figura 9, tomada de Dasgupta, Ahmed y Jha, 2012).

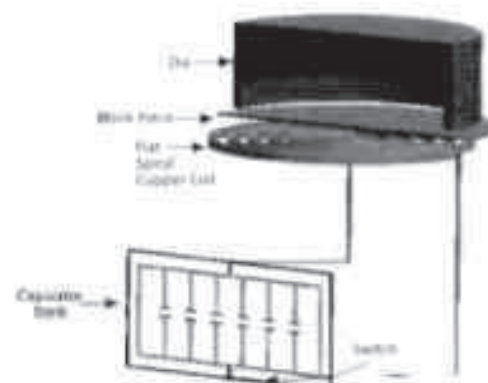


Figura 9. Ejemplo esquemático de equipo de conformado laminar

Los principales componentes del equipamiento necesario para el proceso de conformado son:

- Un generador compuesto de varios condensadores (banco de condensadores) que almacena la energía eléctrica. El banco de condensadores suministra la energía eléctrica a la bobina.
- Una bobina cuya geometría depende de la operación de conformado.
- Una pieza de trabajo (laminar o tubular) realizada en material conductor como, por ejemplo, aluminio, latón, plata, etc. En el caso de malos conductores es necesario añadir un material conductor (actuador o recubrimiento) entre la pieza de trabajo y la bobina para la consecución de la deformación.
- Una matriz que conforme el material con la forma deseada.

- Un sistema de producción de vacío es necesario en ocasiones para llevar a cabo el proceso de conformado electromagnético. El vacío evita el 'atrapamiento' de aire entre la pieza de trabajo y la matriz y, por tanto, elimina defectos superficiales.

Los pasos fundamentales del proceso de conformado electromagnético son los descritos a continuación:

1. La energía es almacenada en el banco de condensadores con una tensión de carga inicial V_c .
2. La energía se descarga en forma de la corriente $I_1(t)$ que fluye a través de la bobina (plana, espiral, helicoidal, etc.) usando interruptores de alta velocidad.
3. Se genera un campo magnético transitorio B_0 en la bobina debido a la corriente de descarga.
4. Este campo magnético penetra en la pieza de trabajo ubicada próxima a la bobina.
5. La corriente inducida $I_2(t)$ se genera en la pieza de trabajo debido al campo magnético transitorio B_0 de la bobina.
6. Esta corriente inducida limita la penetración del campo magnético B_0 de la bobina y crea su propio campo magnético inducido B_1 en dirección opuesta a la de B_0 .
7. La repulsión entre los campos magnéticos B_0 y B_1 en la pieza de trabajo da lugar a la aparición de fuerzas de Lorentz F .
8. Estas fuerzas producen una presión magnética que queda ejercida sobre la pieza de trabajo.
9. Si la presión magnética es mayor que el límite elástico del material constitutivo de la pieza de trabajo, tiene lugar la deformación permanente de la pieza.

Capítulo 2

MOTIVACIÓN Y OBJETIVOS

En este capítulo se sintetiza la motivación que da lugar al desarrollo de este trabajo de investigación, identificando los métodos de caracterización de los procesos de conformado a alta velocidad y el potencial de la simulación computacional como solución óptima a las necesidades detectadas. A continuación, se define el objetivo primordial de la investigación y se marcan los hitos que permitan la consecución de las metas planteadas.

Capítulo 2. Motivación y objetivos

2.1. Motivación

Desde la aparición de las técnicas de conformado de alta velocidad en el campo de la ingeniería de fabricación mecánica, y particularmente del conformado por pulsos electromagnéticos en la segunda mitad del siglo XX, estas técnicas han sido objeto de múltiples estudios que han perseguido la caracterización y modelización de los procesos físicos que conducen a la deformación de los materiales. El interés por este tipo de tecnologías, caracterizadas por la flexibilidad y la eficiencia, se extiende a la fabricación de componentes en diversos ámbitos de la industria, tales como la automoción o la industria aeroespacial, en los que la necesidad de recurrir a nuevos materiales de altas prestaciones implica la implementación de técnicas especiales.

El diseño de procesos de fabricación mediante aplicación de pulsos electromagnéticos es una actividad compleja que se puede abordar desde tres metodologías complementarias: el método empírico, la modelización analítica y la simulación numérica. La primera es la que presenta una mayor fiabilidad –siendo imprescindible en las etapas finales del diseño–, pero presenta la desventaja de ser válida exclusivamente para la configuración experimental ensayada, de modo que cualquier modificación en el sistema requiere la repetición del ensayo. Es además el método que conlleva un mayor coste, no sólo por el propio uso de piezas de trabajo reales sino por la necesidad de disponer de un costoso equipamiento de conformado. Además, en caso de ser necesario el conocimiento de datos tales como la velocidad de conformado, la distribución de tensiones durante el proceso, características del impacto entre piezas a conformar, etc., también sería necesario disponer de complejos sistemas de instrumentación y adquisición de datos a alta velocidad.

Por su parte, la modelización analítica persigue la obtención de soluciones aproximadas a las ecuaciones que gobiernan los procesos de conformado, bajo la aplicación de fuertes hipótesis simplificadoras sobre los mecanismos físicos que intervienen en el problema. Ello permite resolver los problemas en tiempos muy reducidos, si bien con el principal inconveniente de presentar una fiabilidad reducida, ligada a la validez de las hipótesis simplificadoras adoptadas. En problemas de gran complejidad e intrínsecamente no lineales, como es el caso del conformado electromagnético, las técnicas estrictamente analíticas han sido las empleadas tradicionalmente pero han estado caracterizadas por unos resultados imprecisos, limitándose a configuraciones de gran sencillez.

Como alternativa a las anteriores, la simulación numérica permite abordar la solución del problema multifísico de una manera compacta, resolviendo de forma simultánea las ecuaciones de los tres dominios interdependientes durante el procesado: el electromagnético, el mecánico y el termodinámico. Los avances recientes en el ámbito de la computación numérica, que han aumentado exponencialmente la capacidad de cálculo de los ordenadores, hacen que la aplicación de este tipo de técnicas de simulación pase a ser factible en unos tiempos abordables, dando lugar a la principal motivación de este trabajo de investigación.

2.2. Objetivos

El objetivo principal de este trabajo de investigación es el desarrollo de un modelo integral de un sistema de conformado electromagnético, que permita simular el comportamiento real de los elementos involucrados en el proceso desde los tres dominios de la física que interactúan en el mismo. Este modelo ha de ser particularizado para el problema de compresión, libre y contra matriz de conformado, de perfiles tubulares, con objeto de poder contrastar los resultados de la modelización con los medidos en un equipo real de conformado a alta velocidad existente en las instalaciones del Instituto Belga de Soldadura, entidad colaboradora en el desarrollo del presente trabajo de investigación.

La herramienta a desarrollar debe predecir con robustez y exactitud no sólo las propiedades finales de la geometría deformada de la pieza objeto de procesado, sino que adicionalmente debe controlar todos los parámetros que gobiernan el proceso. De esta forma, el modelo de simulación desarrollado constituirá una herramienta de optimización de claro interés industrial, que permita maximizar la eficiencia del proceso de fabricación mediante la óptima parametrización de las variables involucradas en el mismo.

Para la consecución de este objetivo último de la investigación, será preciso desarrollar una serie de actividades que constituyen objetivos secundarios e incluyen una profunda revisión bibliográfica, que sintetice los principales resultados y conclusiones extraídos previamente por otros autores en el tratamiento de este problema; la modelización del circuito eléctrico equivalente del sistema de conformado, que permita estimar la dinámica de la corriente de descarga; la modelización de un concentrador de campo magnético, que incrementa la presión magnética sobre el área a deformar y rompe la simetría axial del sistema experimental; la caracterización de los materiales cuya deformación es preciso simular, de acuerdo a las dinámicas del proceso a alta velocidad; y el desarrollo del modelo multifísico que permita resolver, haciendo uso de un esquema implícito del método de los elementos finitos, las ecuaciones acopladas de los tres fenómenos físicos que interactúan durante el proceso de conformado.

Finalmente, los modelos desarrollados serán complementados con algoritmos de contacto que permitan su aplicación a procesos de alto interés industrial, tales como la deformación de materiales compuestos y los procesos de engaste industrial, demostrando su utilidad en la fase de industrialización de esta tecnología de conformado.

Capítulo 3

ANTECEDENTES

A pesar de tratarse de una técnica de procesamiento aún residual desde la perspectiva industrial, desde su aparición en la década de 1950 el conformado electromagnético ha despertado gran interés en la comunidad científica, lo cual se ha reflejado en una relativamente abundante producción bibliográfica, especialmente en las últimas décadas.

En este capítulo se desarrolla una revisión detallada de aquellas publicaciones más relevantes para la realización del presente trabajo, distinguiendo las relativas a estudios experimentales de las enfocadas en el modelado computacional. De las primeras, se presentan los estudios de mayor impacto referidos a los dos tipos de conformado más comúnmente analizados en la bibliografía científica: el conformado tubular (estudiado asimismo con detalle en esta tesis) y el conformado laminar. Posteriormente, se centra la atención en los métodos de modelado y simulación adoptados por otros autores en este ámbito tecnológico, clasificándolos en base al tipo de estrategia de acoplamiento entre los procesos en interacción.

Capítulo 3. Antecedentes

El propósito principal de este capítulo es la revisión de los estudios existentes en la bibliografía técnica en lo que respecta al proceso de conformado electromagnético. Durante esta revisión bibliográfica se han investigado tanto los aspectos experimentales como los puramente numéricos, en lo referido a la parte computacional.

3.1. Estudios experimentales

3.1.1. Conformado laminar plano

Una investigación considerada como pionera en el proceso de conformado electromagnético fue la presentada por Al-Hassani a mitad de la década de los ochenta (Al-Hassani, 1975). En ella se emplean cuatro tipos de bobinas espirales de espiras múltiples para conformar láminas de aluminio de 0,92 mm de espesor, con la ayuda de una matriz con orificios de indentación. La distribución de la presión magnética se obtiene mediante la medida de la altura de cada una de las protuberancias formadas en la pieza de trabajo, cuya forma deformada final se presenta en la Figura 10. Los resultados obtenidos por Al-Hassani ya ofrecían una considerable aproximación a la predicción de la distribución de la presión magnética sobre una amplia variedad de configuraciones de bobinas de descarga.

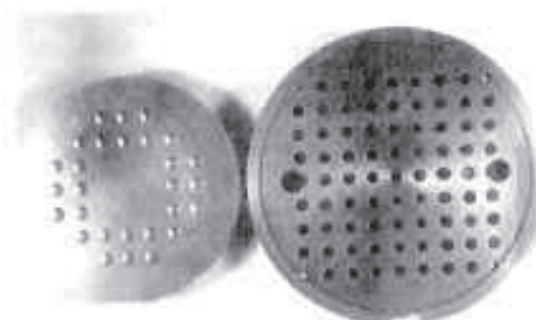


Figura 10. Pieza de trabajo deformada junto a matriz de conformado por indentación

Complementando el trabajo anterior, Takatsu *et al.* (1988) investiga el proceso de deformación libre electromagnética. Para ello, se hace uso de una bobina espiral de capa simple y cinco vueltas, fabricada en cobre y con un diámetro efectivo de 80 mm. La pieza de trabajo empleada en los experimentos está compuesta por aleación de aluminio templado JIS A1050 de 110 mm de diámetro y 0,5 mm de espesor. El equipo experimental consta de un banco de condensadores de 40 μF cargado a una tensión de 6,0 kV y cuenta adicionalmente con un equipo fotográfico de alta velocidad, empleado para la medida de la deformación de la pieza de trabajo en los experimentos. Se observa que la deformación comienza aproximadamente a los 19 μs transcurridos desde la primera descarga, coincidiendo con el primer pico positivo de la intensidad de descarga. La deformación comienza a una distancia de aproxi. 22 mm del centro de del disco (sección anular), teniendo lugar el proceso total de conformado en un tiempo de 250 μs . Los perfiles dinámicos de la evolución de la

deformación de la pieza de trabajo en diferentes pasos de tiempo, obtenidos experimentalmente, son mostrados en la Figura 11.

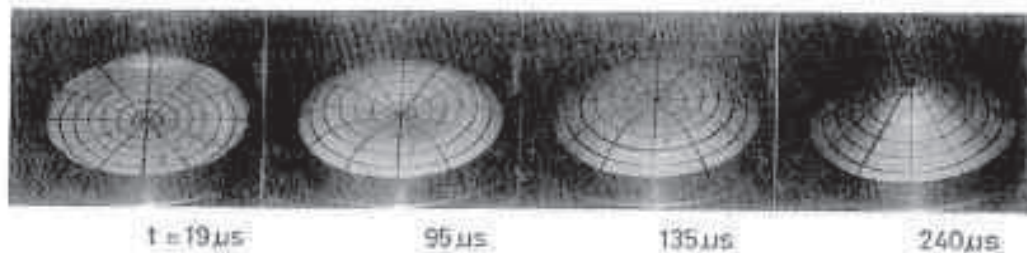


Figura 11. Evolución de la deformación en función del tiempo.

Como se puede apreciar en la figura, la deformación del centro de la pieza de trabajo comienza ligeramente más tarde que la periférica. El perfil obtenido apunta a la no-uniformidad de la distribución de la presión obtenida mediante el uso de bobinas espirales planas.

En esta misma línea, Boyd (2005) analiza los beneficios derivados de la interacción herramienta – lámina en el incremento de la conformabilidad. Para ello adopta dos aproximaciones: en primer lugar, la lámina es conformada libremente y, posteriormente, se realizan tests con ayuda de una matriz cónica. En cuanto a los materiales, se emplean dos tipos de aleación comercial de aluminio en los experimentos: AA5754 y AA6611, en la forma de láminas de 1 mm de espesor. Las medidas de deformación son llevadas a cabo empleando rejillas circulares en la pieza de trabajo, mientras que diversos análisis metalográficos y fractográficos son desarrollados para verificar el incremento de conformabilidad. Un ejemplo de pieza de trabajo deformada es el mostrado en la Figura 12.

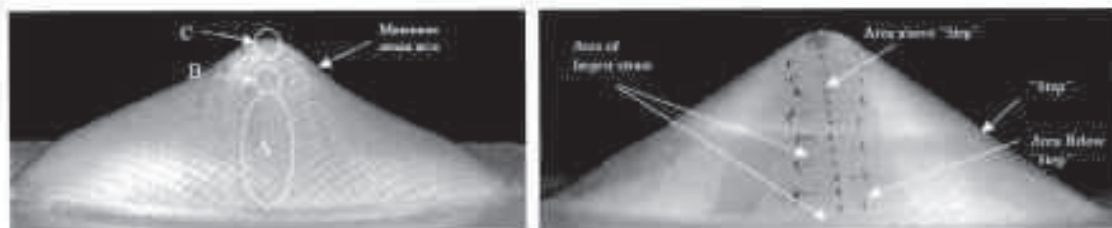


Figura 12. Comparación de conformado electromagnético libre y con uso de matriz cónica.

Los experimentos desarrollados por Boyd demuestran un incremento significativo de conformabilidad cuando se hace uso de la matriz cónica, de manera especialmente significativa en las zonas de contacto lámina-matriz. Ello evidencia el papel fundamental de la interacción lámina/herramienta en el incremento de los límites de conformabilidad de la pieza de trabajo durante el proceso de conformado electromagnético. Además, durante la experimentación se observa que a determinadas tensiones de carga se produce el colapso de las piezas en la región central, especialmente en los casos de conformado libre y elevadas energías de descarga.

Seth, Vohnout y Daehn (2005) analizan la conformabilidad a alta velocidad de láminas de acero laminado en frío conformadas mediante actuadores curvos. Para ello desarrollan

experimentos en los que las hojas de acero son lanzadas electromagnéticamente, en un rango de velocidades 50=220 m/s, contra un punzón curvo fijo. Se hace uso de una bobina espiral plana y un recubrimiento conductor de aluminio, estando los detalles del equipo experimental representados en la Figura 13. El banco de condensadores está compuesto de ocho unidades de 120 μF cada una; conectadas en paralelo, que permiten una energía total de descarga de 48 kJ a una tensión de carga máxima de 10 kV. La bobina de conformado consta de un inductor espiral plano de cuatro vueltas, realizado en cable de cobre de sección transversal cuadrada embebido en resina epoxi con recubrimiento de keylar. En cuanto al punzón de conformado, se emplean dos geometrías de acero endurecido, ambas basadas en simples ecuaciones de tipo parabólico. Todas las piezas procesadas están fabricadas en aceros de reducido coste, bajos en carbono; de baja aleación que deben su resistencia más al laminado en frío que a la aleación. Estas piezas ven sometidas su superficie a un grabado electroquímico de círculos de 2,54 mm de diámetro que, después de la deformación a alta velocidad, se transforman en geometrías elípticas (véase Figura 14).



Figura 13. Esquema del equipo experimental empleado por Seth, Vohnout y Daehn (2005)

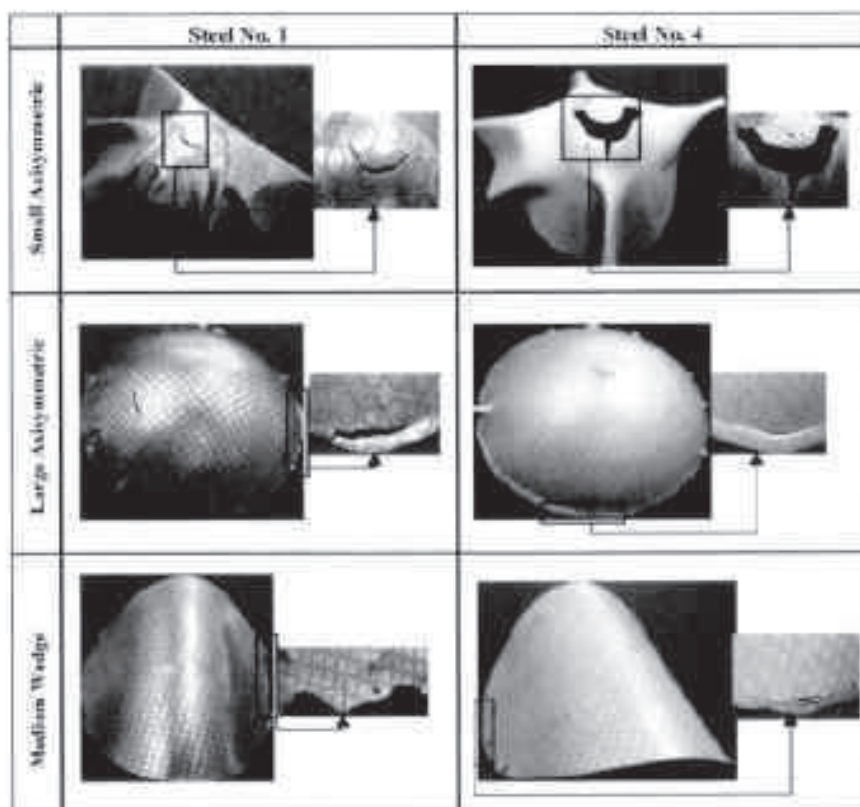


Figura 14. Ejemplos de fallos mecánicos observados por Seth, Vohnout y Daehn (2005)

La medida de los ejes mayores y menores de la elipse y los cambios del diámetro original de los círculos permiten cuantificar las deformaciones principales de los distintos especímenes. Dichos valores medidos de las deformaciones principales en los materiales deformados son representados en diagramas límite de conformado, siendo las diferentes geometrías de punzón empleadas esencialmente para obtener los diferentes estados de deformación requeridos para la elaboración de los diagramas. Estos diagramas se representan en la Figura 15 (Seth, Vohnout y Dachn, 2005) para cinco aceros conformados a alta velocidad, comparándolos con las deformaciones de colapso en procesos de carga cuasi-estática. Esta gráfica es evidencia de la mejora del comportamiento de aceros de baja ductilidad mediante técnicas como el conformado electromagnético.

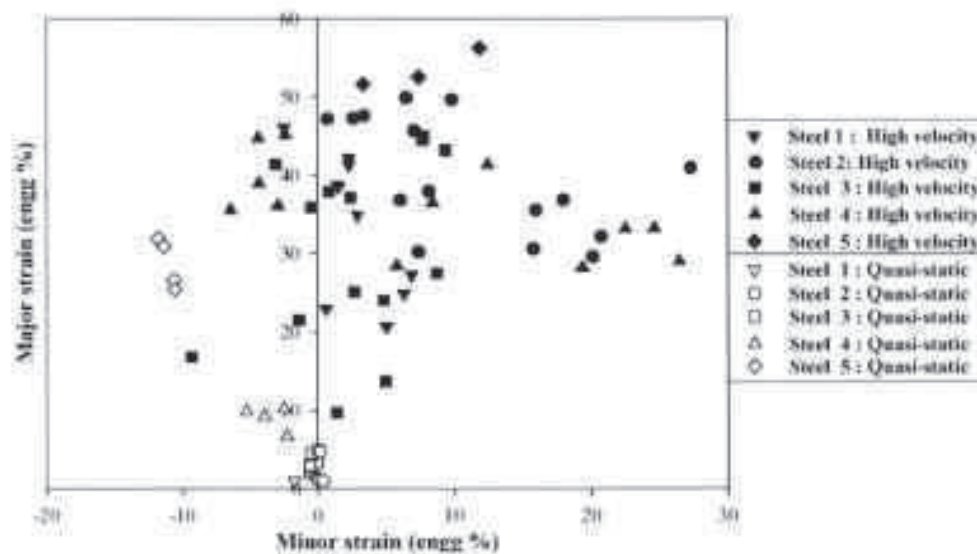


Figura 15. Deformaciones de colapso para aceros conformados

Oliveira *et al.* (2005) también desarrollan series experimentales de conformado electromagnético a alta velocidad. En particular, se realizan comparaciones entre configuraciones de conformado libre y conformado contra matrices cóncavas con láminas de aluminio de dos tipos de aleación (AA5754 y AA5182). El efecto de la geometría de la matriz, el estado de deformaciones y la localización de los puntos de rotura sobre la conformabilidad de las piezas son analizados experimentalmente. El equipo de conformado cuenta con una bobina espiral doble, adoptada para reubicar la 'zona muerta' (región de reducida presión magnética) que generalmente se produce en el centro de inductores de espiras múltiples de una sola capa. La investigación experimental ilustra sobre el papel de la tensión de descarga, el espesor de la lámina y los efectos de la geometría de la matriz en el conformado electromagnético de aleaciones de aluminio. No obstante, a diferencia de los realizados por Seth, Vohnout y Dachn (2005), en estos experimentos no se aprecia una mejora sustancial en la conformabilidad de la pieza de trabajo, la denominada hiperplasticidad (Dachn, 2007).

3.1.2. Conformado tubular

El trabajo experimental llevado a cabo por Song *et al.* (2004) se centra en la influencia de la variación de la posición axial relativa de la bobina y la pieza de trabajo en la distribución de la fuerza magnética transitoria. Los experimentos desarrollados por los autores son llevados a cabo con tubos de aluminio y un sistema de conformado electromagnético de 14 kJ de energía máxima, lo que permite analizar la geometría deformada de las piezas cilíndricas. Se observa que se puede obtener una amplia variedad de geometrías deformadas del tubo mediante el ajuste de la posición relativa de bobina y pieza de trabajo, lo que se atribuye a la distribución variable de la fuerza electromagnética desarrollada. En este trabajo se analizan efectos derivados de parámetros tales como el ratio altura/diámetro de la bobina, el número de vueltas, o la geometría de la sección transversal. La configuración empleada y las diferentes geometrías deformadas obtenidas se muestran en la Figura 16. Los resultados experimentales ilustran sobre la influencia de los distintos parámetros en la geometría tubular deformada. El estudio verifica el ajuste al que puede ser sometida la distribución de la fuerza magnética transitoria mediante la variación de la distancia relativa y la posición axial de la pieza de trabajo:

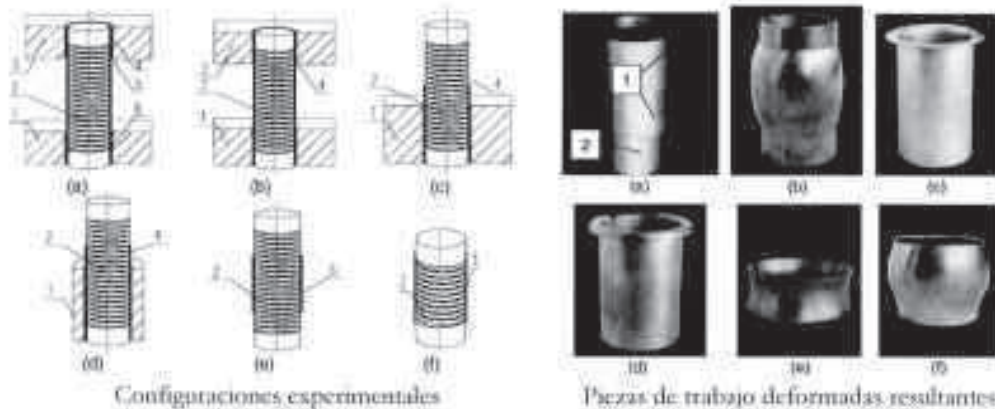


Figura 16. Configuraciones y resultados de deformación obtenidos por Song *et al.* (2004)

En un trabajo similar desarrollado por Zhang, Murata y Suzuki (1995) se presentan los efectos de las condiciones de trabajo en la expansión tubular. El trabajo, que presenta un desarrollo tanto experimental como numérico, se centra en los efectos de los parámetros de carga del banco de condensadores así como la longitud de la bobina en la deformación de tubos de aluminio. Para las diferentes condiciones de trabajo, los perfiles deformados son medidos mediante un instrumento de medida de contornos, lo que permite, apoyándose en los resultados numéricos, deducir condiciones óptimas de operación. Los autores demuestran que cuando la capacidad del banco de condensadores se aleja de un valor que proporciona la máxima deformación, la expansión conseguida decrece rápidamente (véase Figura 17).

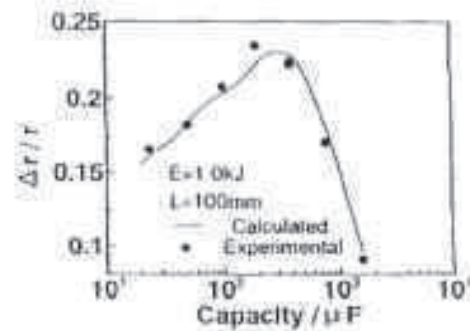


Figura 17. Relación entre deformación radial y capacidad presentada por Zhang *et al.* (1995)

Existe, por tanto, una ventana de trabajo para el parámetro capacitivo, para la cual la deformación de la pieza de trabajo es maximizada. Además, se concluye que la eficiencia del conformado, para una energía de carga constante, aumenta a medida que la longitud de la bobina decrece.

Como complemento del anterior, Haiping y Chunfeng (2007) analizan la influencia de la longitud de la bobina de conformado en la compresión tubular. Los autores estudian los efectos de la longitud de la bobina en la forma de onda de la corriente de descarga, en el valor pico de la presión magnética y en las características de la deformación del tubo. Tres bobinas de diferentes geometrías son usadas en experimentos de compresión de tubos de aluminio (C1 de 100 mm, C2 de 80 mm, y C3 de 50 mm de longitud, respectivamente), partiendo de la base de que la inductancia de la bobina depende de su longitud, dependiendo en consecuencia los parámetros eléctricos fuertemente de la geometría. Ello resulta en el cambio de la onda de la intensidad de descarga a medida que se altera la longitud del inductor, dando lugar a los perfiles finales mostrados en la Figura 18. Se observa que a medida que disminuye la longitud de la bobina se produce un rápido incremento del radio de deformación, efecto atribuido al incremento de fuerza electromagnética derivado de la menor inductancia. Asimismo, el valor pico de la presión magnética será inversamente proporcional a la longitud de la bobina como consecuencia del incremento de inductancia para bobinas largas.

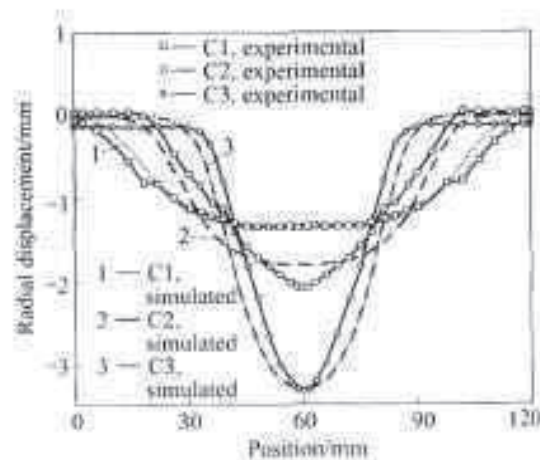


Figura 18. Deformación radial del tubo para diferentes longitudes de bobina

Las conclusiones obtenidas por Haping y Chunfeng (2007) se muestran concordantes con las extraídas por Zhang, Murata y Suzuki (1995), y contribuyen a la definición de los marcos de trabajo en procesos de compresión y expansión electromagnética. No obstante, defectos como el arrugamiento o el estallido, si bien no son tratados en los análisis anteriores, también pueden aparecer en los procesos de conformado tubular electromagnético, debiendo ser analizada su influencia sobre los valores límite definidos en los diagramas límite de conformabilidad.

La conformabilidad en procesos de conformado tubular a alta velocidad ha sido estudiada por Dehra (2006) mediante tests de expansión anular por pulsos electromagnéticos. En este trabajo se recogen de forma detallada las medidas de intensidades primarias e inducidas, la distribución de esfuerzos en el proceso de alta velocidad, así como medidas detalladas de la geometría deformada durante los experimentos. Se aplican tres configuraciones de bobina espiral de descarga de cobre –de dos, cuatro y diez vueltas– para analizar los efectos de la geometría de la bobina en la forma final de la pieza de trabajo. Dos bobinas Rogowski son aplicadas para la medida de las corrientes primarias e inducidas a través de la bobina y la pieza de trabajo, respectivamente. Las muestras son procesadas a velocidades de conformado incrementales, mediante la variación de la energía de descarga del banco de condensadores. Mediante la realización de una serie de experimentos de expansión electromagnética anular libre con anillos de diferentes diámetros, se consigue un completo conjunto de datos para la representación de diagramas límite de conformado bajo condiciones de alta velocidad. En la Figura 19 se representa un diagrama límite de conformabilidad propuesto por Dehra, complementado con fotografías de muestras de las que se obtuvieron los valores representados. En la figura, deformaciones reales (no ingenieriles) en el rango de 10–55% han sido obtenidas para la aleación de aluminio AA6063 T6, que presenta una ductilidad cuasi-estática del 8–11%.

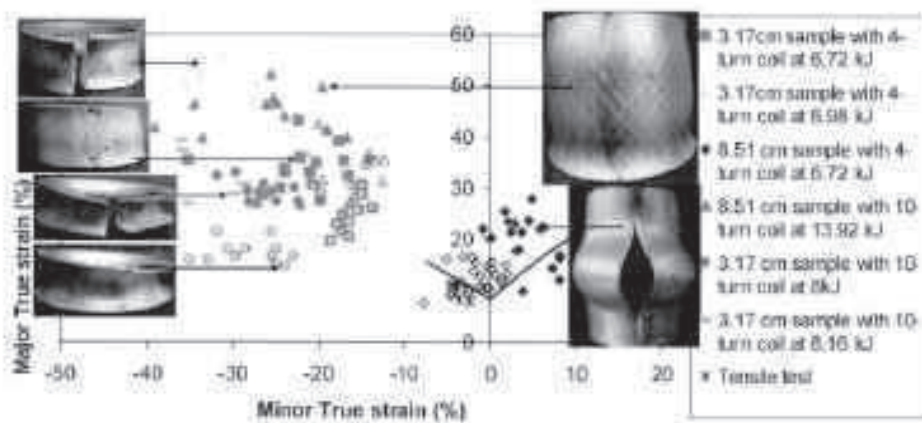


Figura 19. Diagrama límite de conformado para diferentes configuraciones bobina – pieza de trabajo

Por otro lado, un detallado estudio experimental del arrugamiento se puede encontrar en el trabajo desarrollado por Padmanabhan (1997). En él se emplea un banco de pruebas de compresión electromagnética de anillos metálicos para el análisis y estudio del fenómeno del arrugamiento, llevándose a cabo los experimentos mediante el uso de una bobina espiral simple de cobre. Estos experimentos sirven para analizar factores tales como la energía de

proceso, el grosor de pared de los anillos, la configuración geométrica, así como el material constitutivo. En concreto, Padmanabhan considera dos materiales característicos: una aleación de aluminio y una aleación de cobre. Ambos materiales exhiben un comportamiento caracterizado por la reducción del arrugamiento a medida que aumenta la energía de carga del proceso, observando que, para un valor particular del ratio masa-energía, el arrugamiento disminuye conforme el espesor de pared aumenta. Además, se verifica la independencia del diámetro en el efecto arrugamiento, para cada determinada velocidad de procesado. En la Figura 20 se muestra un resumen de los resultados experimentales obtenidos por el autor.

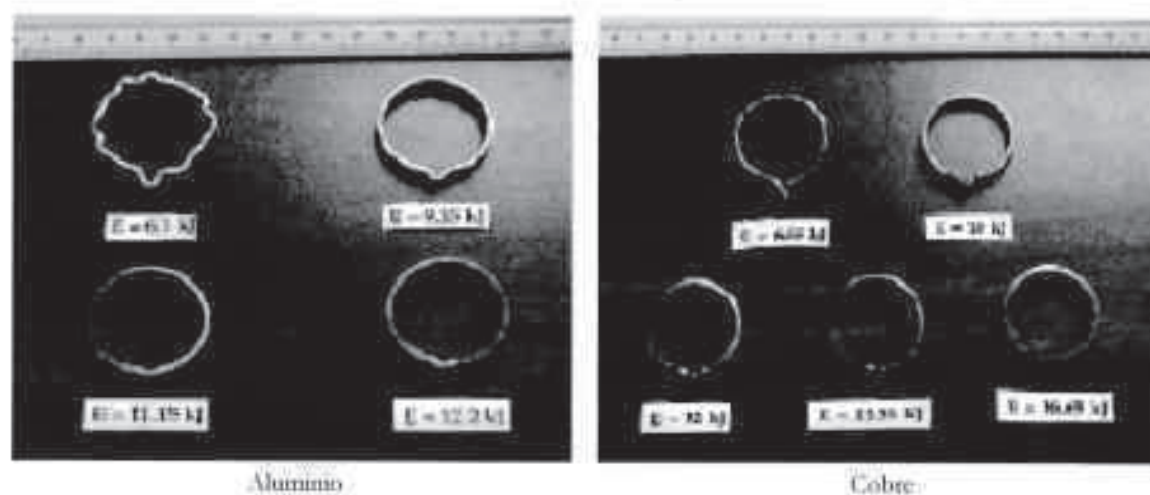


Figura 20. Muestras experimentales de aluminio y cobre conformadas a diferentes niveles de energía.

3.2. Modelado numérico y simulación

El conformado electromagnético es un reto en el campo de la simulación, pues requiere el modelado simultáneo de fenómenos electromagnéticos, mecánicos y térmicos en mutua interacción. A pesar de que los principios físicos de estos fenómenos termomecánicos y electromagnéticos son razonablemente bien conocidos desde décadas atrás, no ha sido posible simular de forma precisa estos complejos procesos fuertemente dinámicos y no lineales hasta los últimos tiempos. De forma paralela al progreso en el ámbito de la computación, numerosos estudios han sido llevados a cabo relativos a la simulación de procesos de conformado electromagnético.

El proceso de conformado electromagnético es considerado como una combinación tres fenómenos físicos, los cuales están fuertemente interrelacionados. No obstante, la manera en que dichas interacciones son simuladas da lugar a tres enfoques básicos a la hora de afrontar el problema: tratar los tres fenómenos físicos como si fueran independientes (enfoque desacoplado), considerar un acoplamiento débil entre ellos, o tratarlos como un solo problema integral, lo que da lugar al denominado acoplamiento fuerte. Los tres enfoques son presentados a continuación.

3.2.1. Enfoque desacoplado

El método más simple a la hora de afrontar el modelado y simulación del proceso es el enfoque desacoplado. Las ecuaciones de Maxwell son planteadas sin la consideración de la deformación y la velocidad de la pieza de trabajo durante el proceso, llegando a su solución bien analíticamente o bien mediante una aproximación numérica. A partir de ésta, las fuerzas de Lorentz que resultan sobre la pieza de trabajo son estimadas y, a continuación, transferidas como datos de entrada al problema mecánico, para poder simular la deformación de la pieza.

Uno de los primeros trabajos desarrollado por Al-Hassani en este ámbito (Al-Hassani, 1975) proporciona el estado de avance de finales de los años 60 y principios de los 70 en análisis numérico electromagnético. Al-Hassani determina analíticamente las distribuciones de presión magnética causadas por diferentes tipos de bobina en placas conductoras planas. Se analizan una serie de geometrías simples que conducen a la expresión de la intensidad de campo magnético así como la distribución de presión provocada por un inductor espiral. En particular, se determina la presión magnética para una bobina espiral plana, dada por la expresión:

$$p_r = \frac{\mu_0 I^2 N^2}{2\pi^2} \left[\tan^{-1} \left(\frac{-2gr}{g^2 + a_2^2 - r^2} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{-2gr}{g^2 + a_1^2 - r^2} \right) \right]^2 \quad (1)$$

Siendo I la intensidad de descarga, N el número de espiras de la bobina, g la distancia de la bobina a la pieza de trabajo, a_1 la distancia del centro de la bobina a la primera espira de la misma, a_2 la distancia a la última, y r el radio. El autor compara el análisis teórico con resultados experimentales, observando elevada concordancia teórico-experimental para la distribución de presión magnética.

Estudios analíticos del proceso de conformado electromagnético también han sido desarrollados por Jablonski y Wrinkler (1978) y Gourdin (1989). Estos estudios analíticos están centrados en geometrías axisimétricas simples: compresión tubular (Jablonski y Wrinkler, 1978) y expansión anular (Gourdin, 1989). En el trabajo de Jablonski y Wrinkler, el equipo de conformado electromagnético es modelado como un circuito eléctrico equivalente (circuito RLC). Para la obtención de la corriente en el banco de condensadores (circuito primario) y la inducida en la pieza de trabajo (circuito secundario), un conjunto de dos ecuaciones diferenciales parciales de primer orden con respecto al tiempo deben ser resueltas. Conociendo el valor de la intensidad, la presión actuante en el tubo es derivada del balance energético. Los autores resuelven el problema primeramente con un método aproximado analítico para, posteriormente, emplear un método numérico (método de Runge-Kutta de cuarto orden). Sin embargo, los autores no tienen en consideración la deformada de la geometría tubular en sus cálculos. Adicionalmente, se deducen condiciones para el diseño óptimo de equipos de conformado, basadas en esta solución aproximada, determinando la frecuencia óptima para la cual se consigue la máxima deformación de la pieza de trabajo.

De forma similar, Gourdin (1989) formula un problema desacoplado electromagnético y termo-mecánico para el análisis de la expansión electromagnética de anillos. Para ello, un

conjunto de ecuaciones diferenciales parciales son planteadas y resueltas con el método numérico de Runge-Kutta de cuarto orden. Gourdin determina las intensidades que fluyen en la bobina y son inducidas en la pieza de trabajo, el incremento de temperatura en pieza de trabajo y bobina de conformado; la velocidad de expansión, así como la deformación plástica. No obstante, al igual que Jablonski y Wrinkler, los efectos de la geometría deformada del anillo no son considerados en el problema electromagnético.

En la actualidad, merced al incremento de la capacidad de cálculo de los ordenadores y el avance en el ámbito de las técnicas computacionales, el análisis por el método de los elementos finitos se constituye como la principal herramienta para la predicción del comportamiento mecánico de los materiales. En el marco del enfoque desacoplado, Imbert *et al.* (2005) desarrollan un análisis numérico del conformado de láminas planas. El objetivo de dicho trabajo es determinar si el conformado electromagnético incrementa la conformabilidad de las láminas de aleación de aluminio y, en tal caso, determinar los mecanismos que gobiernan el proceso. El análisis numérico es ejecutado haciendo uso del código comercial explícito de elementos finitos LS-DYNA (Hallquist, 2006). Los mallados de matriz y pieza de trabajo empleados por Imbert *et al.* (2005) se representan en la Figura 21.

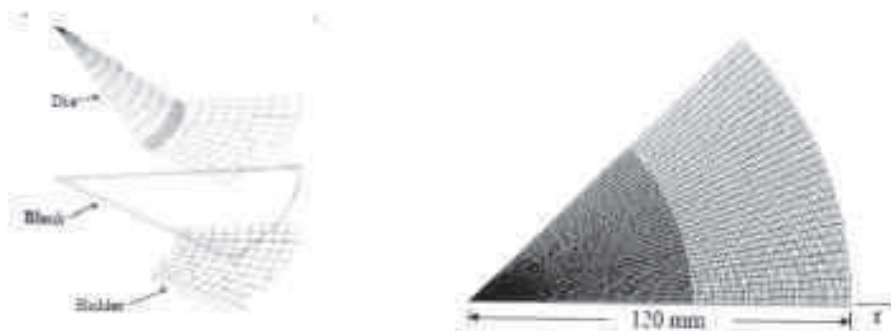


Figura 21. Mallados para el modelado computacional propuestos por Imbert *et al.* (2005)

Como se aprecia en la figura, en el trabajo de Imbert *et al.* (2005) se modela una octava parte de la geometría de cara a minimizar la carga computacional y, por consiguiente, facilitar el potencial acoplamiento con un código electromagnético. La lámina plana es mallada con elementos sólidos de ocho nodos de tensión constante, empleando siete elementos por sección para capturar las tensiones cortantes y para incrementar la precisión de las simulaciones. La herramienta es mallada con elementos rígidos cuadriláteros de cuatro nudos. Con el objeto de reducir el tiempo de computación, la distribución analítica de presiones definida por Al-Hassami (1975) es aplicada a la pieza de trabajo en los análisis por elementos finitos.

En el trabajo de Imbert *et al.* (2005) se estudian láminas de dos tipos de aleaciones de aluminio, siendo definido el comportamiento del material por el modelo constitutivo denominado Gurson-Tvergaard-Needleman, el cual consiste en la función de tensión-deformación de Gurson (1977) con las modificaciones propuestas por Tvergaard (1981) y Tvergaard y Needleman (1984). Este tipo de modelo es elegido por su capacidad para predecir la evolución del daño y la fractura dúctil. El comportamiento plástico del material es descrito mediante una ley de endurecimiento isotrópica independiente de la velocidad de

deformación, dada la reducida sensibilidad de las aleaciones de aluminio empleadas a este parámetro.

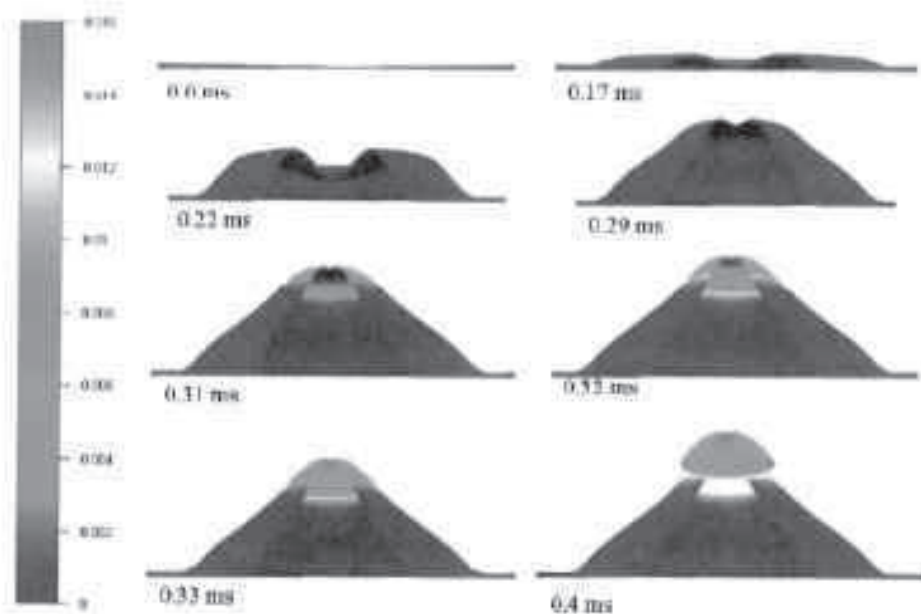


Figura 22. Ejemplo de contornos de conformación libre de láminas en LS-DYNA

Un ejemplo de las simulaciones por elementos finitos de conformado libre de láminas realizadas por Imbert *et al.* (2005) se presenta en la Figura 22. Se observa que la pieza de trabajo sometida al proceso de conformado electromagnético no se deforma de manera similar a los procesos de manufactura tradicionales, tales como el estampado. Durante los diez primeros milisegundos, el centro de la pieza de trabajo permanece inmóvil; ello es causado por la zona muerta en la distribución de presiones asociada a las bobinas planas espirales. Si se genera la suficiente presión la parte central de la lámina adquiere una deformación en dirección vertical saliente dando lugar a la forma final. No obstante, si dicha presión alcanzase un valor crítico daría lugar a la aparición de zonas de estriación y seguidamente al fallo mecánico (véase Figura 22).

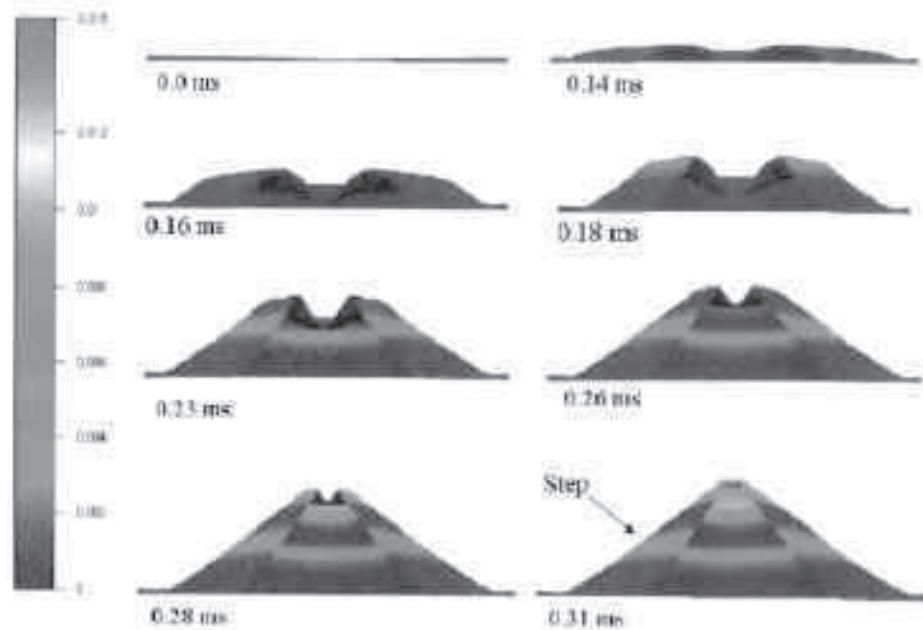


Figura 23. Ejemplo de contornos de conformación mediante matriz cónica de láminas en LS-DYNA

La Figura 23 representa los resultados de las simulaciones para el conformado de láminas en el interior de matriz cónica. Al igual que en el caso de conformado libre, el centro de la lámina permanece estacionario durante los primeros diez milisegundos del proceso, sin embargo, a diferencia del anterior, no se prevé la aparición de fallo por rotura. Con el objeto de explicar dicho incremento en conformabilidad, Imbert analiza la evolución del daño en ambos casos. Para el proceso de deformación libre, la presión hidrostática calculada y la fracción de volumen vacío aumentan a un ritmo constante con la deformación. En contraposición, para el proceso con matriz cónica la tensión hidrostática y la fracción de volumen presentan una historia compleja (con valores positivos y negativos de la tensión hidrostática) con diferencias significativas entre los elementos superiores e inferiores de la pieza de trabajo. Estas simulaciones son asimismo coherentes con los resultados experimentales, por lo que los autores concluyen que la supresión del daño debida a la interacción herramienta-lámina es probablemente el principal factor que contribuye a la conformabilidad mejorada que presenta el proceso de conformado electromagnético.

3.2.2. Modelado de acoplamiento débil

En el método de acoplamiento débil, en cada incremento de tiempo, las fuerzas inducidas de Lorentz son calculadas por medio del modelo electromagnético. Las fuerzas son a continuación transferidas automáticamente como carga de entrada al modelo mecánico, de manera que en el análisis mecánico la deformación sufrida por la pieza de trabajo es calculada y su geometría actualizada. La nueva geometría actualizada por el modelo mecánico es empleada para calcular las fuerzas electromagnéticas para los incrementos de tiempo siguientes. Este proceso se repite iterativamente hasta que finaliza el tiempo de procesado (y simulación), siendo una estrategia comúnmente empleada por proporcionar resultados precisos con un esfuerzo computacional moderado. Sin embargo, mediante este modelo de

acoplamiento los efectos de conducción térmica son despreciados por considerarse el proceso adiabático. La Figura 24 representa el acoplamiento entre los problemas electromagnético y mecánico.



Figura 24. Esquema del modelo de acoplamiento débil

En el trabajo de Takatsu *et al.* (1988) se presenta una primera descripción de las ecuaciones básicas para la simulación de la expansión electromagnética libre de una lámina plana mediante un modelo de acoplamiento débil. Para el modelado numérico se hace uso de una configuración axisimétrica tanto para la pieza de trabajo como para la bobina. El autor emplea un circuito eléctrico equivalente para calcular la intensidad que fluye por la bobina, viniendo la ecuación del problema eléctrico definida por:

$$(L_1 + L_c) \frac{dI_1(t)}{dt} + \frac{d}{dt} [MI_2(t)] + (R_1 + R_c)I_1(t) + \frac{1}{C_0} \int I_1(t) dt = 0 \quad (2)$$

Donde $I_1(t)$ e $I_2(t)$ representan las intensidades en la bobina e inducida en la pieza de trabajo respectivamente, L_1 y R_1 la reactancia y resistencia de la bobina, L_c y R_c la inductancia y resistencia de la pieza de trabajo, L_2 y R_2 las correspondientes a los conductores de conexión, y M la inductancia mutua total entre bobina y pieza de trabajo. Las ecuaciones cuasi-estacionarias de Maxwell escritas en un sistema de coordenadas cilíndricas son de la forma:

$$\begin{aligned} -\frac{1}{\mu_0 \sigma_w} \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{r^2} \right) B_r + \frac{\partial B_r}{\partial t} &= -\frac{\partial}{\partial z} (v_z B_r - v_r B_z) \\ -\frac{1}{\mu_0 \sigma_w} \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) B_z + \frac{\partial B_z}{\partial t} &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [r(v_z B_r - v_r B_z)] \end{aligned} \quad (3)$$

siendo μ_0 la permeabilidad en el vacío, σ_w la conductividad de la lámina metálica, B_r y B_z las componentes radiales y axiales de la densidad de flujo magnético, v_r y v_z las componentes radiales y axiales de la velocidad en la pieza de trabajo. Asimismo, Takatsu *et al.* (1988) consideran la interacción entre el campo magnético y la evolución de la forma de la pieza de trabajo, mediante las ecuaciones de desplazamiento:

$$\rho_0 h_0 r_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = h \frac{\partial s}{\partial r_0} p_r + \frac{\partial}{\partial r_0} \left(\sigma_s h r \frac{\partial r}{\partial s} \right) - \sigma_\theta h \frac{\partial s}{\partial r_0} \quad (4)$$

$$\rho_0 h_0 r_0 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = h \frac{\partial s}{\partial r_0} p_z + \frac{\partial}{\partial r_0} \left(\sigma_s h r \frac{\partial w}{\partial s} \right)$$

donde s es la distancia meridiana medida desde el centro del disco, u y w son los desplazamientos en las direcciones r y w , h es el espesor, σ la tensión real y ρ_0 la densidad. Los subíndices s y θ denotan las direcciones meridiana y circunferencial respectivamente, mientras que el subíndice 0 refleja el estado inicial. Las presiones p_r y p_z se definen mediante la integración de las fuerzas de Lorentz a lo largo del espesor de la pieza de trabajo, permitiendo el método de cálculo reflejar las interacciones entre fuerza magnética y deformación en la pieza de trabajo. De este modo, un cambio en la geometría de la pieza de trabajo da lugar a un cambio en la inductancia del sistema completo. En Takatsu *et al.* (1988) este análisis numérico del conformado libre electromagnético de alta velocidad es contrastado con resultados experimentales llevados a cabo mediante el uso de una bobina espiral plana. Se asume que la bobina espiral está compuesta por espiras circulares individuales coaxiales, considerándose que cada espira es portadora de la corriente de descarga proveniente del banco de condensadores. Una primera evaluación sin inclusión de la pieza de trabajo es realizada para la validación del método numérico, así como incluyéndola pero de manera fija (restringiendo la deformación). Se calcula la distribución de los componentes del campo magnético, comparando las estimaciones numéricas con los resultados experimentales, tal como se aprecia en la Figura 25.

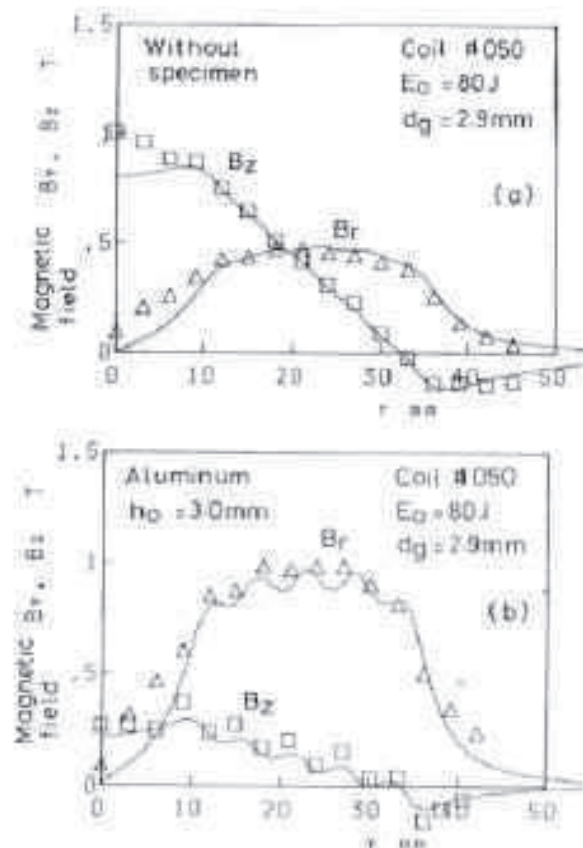


Figura 25. Distribución del campo magnético según inclusión de pieza de trabajo

En la figura las líneas sólidas representan las predicciones numéricas mientras que las marcas reflejan los resultados experimentales. Puesto que los resultados de la validación son positivos y el principal objeto de estudio es la predicción de la deformación de láminas; las consiguientes simulaciones se centran en tal objeto, para lo cual se emplea una ley de endurecimiento independiente de la velocidad de deformación y otra complementada por un término de dependencia logarítmica. Los principales resultados numéricos se presentan en la Figura 26, mostrando buena concordancia con los experimentales.

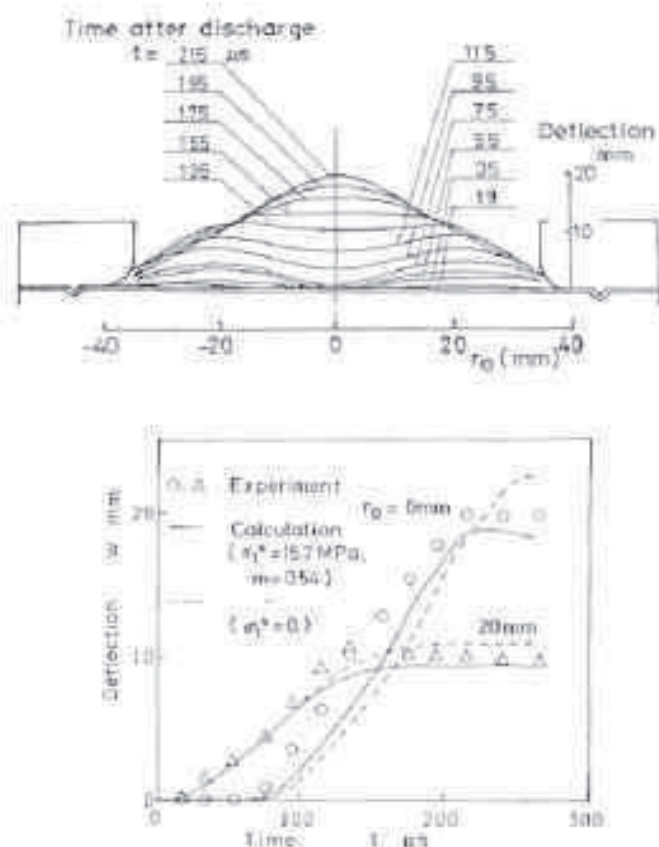


Figura 26. Evolución temporal de la deformación (sección transversal y puntos radiales específicos)

En la segunda gráfica de la Figura 26 las líneas sólidas representan los resultados calculados con la ley de endurecimiento visco-plástico, mientras que las discontinuas ignoran el efecto de la velocidad de la deformación. En ambos casos, la deformación del centro de la pieza de trabajo se presenta retrasada con respecto a la franja anular, lo que se puede atribuir a la existencia de una zona muerta en el centro de la bobina espiral, en la que la presión magnética tiene una magnitud prácticamente nula. El centro de la pieza de trabajo se deforma en consecuencia debido, en su mayor parte, al efecto inercial de alta velocidad derivado de la deformación de la franja anular.

Con el desarrollo de programas de elementos finitos comerciales, Kliener y Brosius (2006) proponen la combinación de dos códigos independientes en elementos finitos para simular procesos de conformado electromagnético de tubos (tanto expansión como compresión). En particular, el código MARC (análisis FEM no lineal) es empleado para simular el

comportamiento mecánico dinámico, y un código FEM de desarrollo propio es utilizado para la simulación electromagnética, acoplando ambos códigos en entorno MARC via subrutinas. El código electromagnético calcula las fuerzas de Lorentz y, posteriormente, la presión aplicada en la superficie tubular, que sirve de parámetro de entrada al modelo mecánico el cual calcula la deformación del tubo y actualiza su geometría para cada iteración temporal.

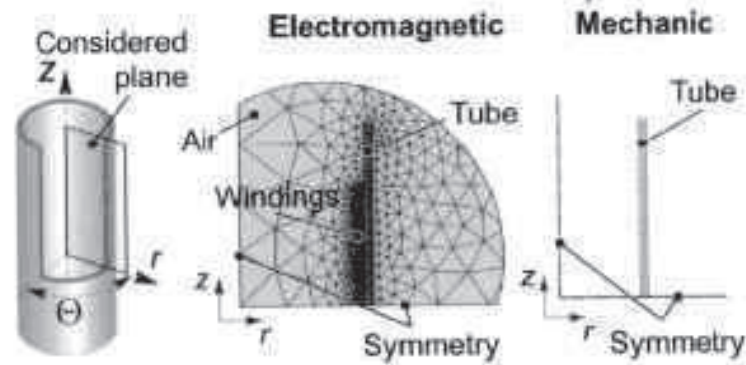


Figura 27. Modelo FEM desarrollado por Kliener y Brosius (2006)

Como se aprecia en la Figura 27, Kliener y Brosius desarrollan un modelo de simetría axial debido a la simetría del proceso de conformado. Asimismo, se observa el empleo de dos mallados diferentes para la misma geometría: uno para el modelo electromagnético y otro para el mecánico. A consecuencia de la deformación del tubo durante el proceso, el mallado del análisis electromagnético ha de ser dinámicamente actualizado y, para tal fin, se propone el uso de una técnica de remallado para dicho sub-modelo. No obstante, con objeto de reducir el tiempo computacional en el algoritmo de remallado, la discretización del problema es dividida en dos partes: se crea una malla fija que incluye las espiras del bobinado y las regiones alejadas de la zona de deformación, mientras que la región cercana al área de deformación es re-discretizada de manera continua con respecto a la geometría actualizada del tubo, proceso realizado automáticamente mediante una triangulación de Delaunay (Shewchuk, 2002).

En la misma línea, Risch *et al.* (2004) combinan dos códigos en elementos finitos para simular el conformado electromagnético de una lámina plana circular. El análisis mecánico es desarrollado con el código comercial MARC y el análisis electromagnético con el software de código abierto FEMM, siendo ambos modelos de tipo axisimétrico. La presión actuante sobre la lámina, derivada del campo magnético calculado en este caso con FEMM, es empleada como dato de entrada en el análisis mecánico, cuya simulación es detenida cuando la deformación excede un valor predefinido; en ese momento, se calcula la nueva distribución del campo magnético con FEMM a partir de la geometría deformada, repitiéndose el proceso hasta que se estabiliza el proceso de deformación. Con este modelo Risch *et al.* (2004) estudian los efectos no deseados de la energía cinética localmente almacenada por la lámina metálica durante el proceso de conformado contra matriz. Los efectos analizados son: la distribución no homogénea de la velocidad en la lámina y el fenómeno de *rebote* (Figura 28: cuando la lámina contacta con la matriz, el efecto rebote ocurrirá siempre que la energía cinética no haya sido completamente disipada, es decir, transferida a la matriz).

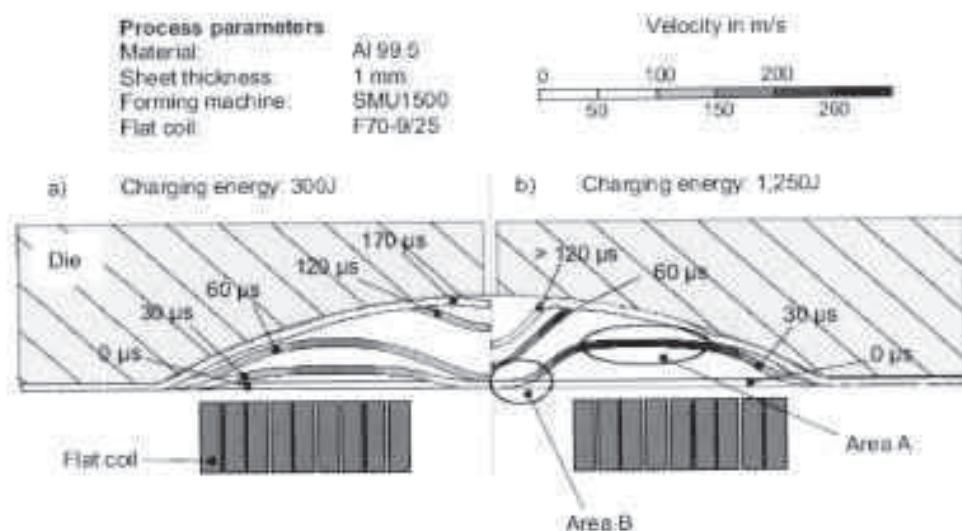


Figura 28. Efecto de rebote analizado por Risch *et al.* (2004)

En el trabajo de Oliveira *et al.* (2005) también se presenta un modelo de acoplamiento débil para simular el proceso de conformado electromagnético de láminas. En este trabajo un análisis tridimensional en elementos finitos es combinado con un código estructural, también basado en el método de los elementos finitos, para simular el comportamiento termo-mecánico de una plancha metálica. El software comercial multifísico ANSYS es utilizado para simular los fenómenos electromagnéticos transitorios ocurridos durante el proceso de conformado, mientras que el código dinámico explícito LS-DYNA es empleado para modelizar el comportamiento mecánico tridimensional de la lámina. Los autores desarrollan una interfaz que permite la introducción —a intervalos temporales de 6 μ s— de los datos relativos a las fuerzas electromagnéticas obtenidas de ANSYS en el código estructural LS-DYNA. La deformación calculada por LS-DYNA se emplea a continuación para actualizar la geometría de la lámina metálica en el modelo electromagnético en ANSYS. El modelo desarrollado por Oliveira *et al.* está representado gráficamente en la Figura 29; en él las superficies rígidas de contacto de la matriz son consideradas exclusivamente en el análisis mecánico, lo que reduce la carga computacional y aumenta la eficiencia.

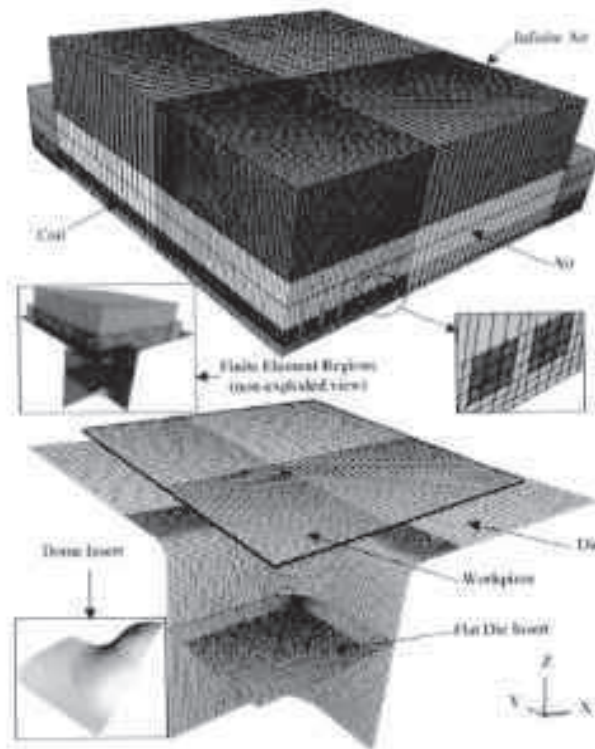


Figura 29. Modelo tridimensional en elementos finitos desarrollado por Oliveira *et al.* (2005)

Los resultados obtenidos por Oliveira *et al.* permiten predecir las áreas de las piezas de trabajo que experimentarían adelgazamiento y estricción, pero requerirían modelos constitutivos basados en daño u otros criterios de fallo para poder ser usados en estimaciones de conformabilidad.

Por último, Stiemer *et al.* (2006) presentan una estrategia de simulación en la que el campo electromagnético es calculado mediante una formulación de Euler para un mallado estacionario, mientras que la estructura mecánica se modela mediante una formulación Lagrangiana con un mallado con libertad de movimiento sobre el mallado electromagnético estacionario. Mediante la aplicación de esta estrategia de modelado resulta posible una resolución rápida del sistema acoplado, con un cálculo de desplazamientos de bastante precisión. Sin embargo, en lo que concierne a las fuerzas de Lorentz se producen oscilaciones, que conducen al empleo en un nuevo trabajo de 2009 (Stiemer *et al.*, 2009) de una nueva formulación ALE para el modelado del sistema magnético. En este caso, el mallado electromagnético se desplaza conjuntamente con la estructura mecánica.

3.2.3. Modelado de acoplamiento completo

En un modelo de acoplamiento completo los efectos electromagnéticos, mecánicos y térmicos son calculados en cada elemento del sistema de conformado de manera simultánea, considerando las interacciones mutuas continuas entre los tres modos. La resolución simultánea de los sistemas de ecuaciones que gobiernan el proceso en un entorno compacto es muy compleja, siendo la principal desventaja del método la dificultad encontrada en la

consecución de una solución convergente y la elevada carga computacional asociada a la resolución implícita de los sistemas de ecuaciones en derivadas parciales.

Una primera aproximación a este tipo de tratamiento es presentada por Bendjima y Feliachi (1996), en la que el esfuerzo se concentra en el modelado bidimensional por elementos finitos de la expansión tubular por pulsos electromagnéticos. A pesar de que las simulaciones contemplan un modelado multifísico, éstas solamente tienen en consideración la interacción del campo magnético con el desplazamiento del tubo. El movimiento es simulado mediante el desplazamiento de una banda rectangular, sin considerarse pues la deformación, de manera que es necesario regenerar el mallado en cada paso de tiempo incremental. Para evitar dicho inconveniente durante las simulaciones, se emplea una técnica basada en el uso de una única discretización del dominio durante el tiempo completo de la simulación, por la cual se define una banda geométrica dividida en sub-regiones que refleja el movimiento de la pieza de trabajo así como del espacio intermedio. A cada paso de tiempo, las propiedades físicas asignadas a las sub-regiones son actualizadas conforme a sus nuevas posiciones.

Fenton y Daehn (1998), con el objetivo de construir un modelo de acoplamiento completo electromagnético-mecánico, desarrollan un modelo bidimensional en diferencias finitas mediante el uso del código *C-ALF* (*C-based Arbitrary Lagrangian-Eulerian*). Los autores plantean que el comportamiento en la deformación tiene una influencia significativa en el flujo de corriente y, consecuentemente, en la presión magnética actuante, desarrollando un modelo 2D de láminas empotradas que emplea un método ALE para la resolución del sistema acoplado. Esto último implica que para pequeñas distorsiones del mallado se recurre a la forma Lagrangiana de las ecuaciones de campo mientras que para mayores distorsiones se hace uso de la forma de Euler. En la Figura 30 se puede apreciar la geometría y la discretización inicial adoptada en la misma. Los cinco pequeños cuadrados representan la sección transversal de la bobina, estando la región que los rodea constituida por un material no conductor de nylon que salvaguarda su forma. Como se aprecia la fina lámina de aluminio se empotra en dos bloques macizos que impiden su desplazamiento.

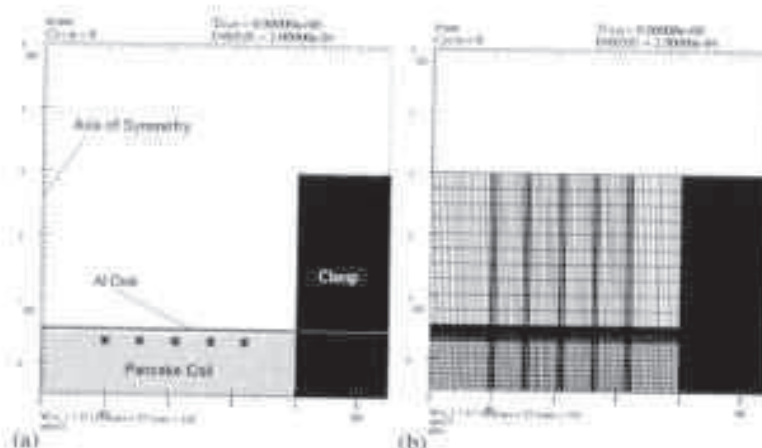


Figura 30. Geometrías simple y discretizada empleadas por Fenton y Daehn (1998)

Los datos experimentales obtenidos por Takatsu *et al.* (1988) son empleados por Fenton y Daehn (1998) para verificar la exactitud de sus simulaciones bidimensionales, mostrándose acordes con los resultados experimentales:

Un problema clave al considerar la simulación tridimensional del proceso de conformado electromagnético es el tiempo de cálculo. El tamaño de los modelos en las simulaciones por elementos finitos es extremadamente alto, dado que no sólo han de considerarse la herramienta y la pieza de trabajo, sino también la masa de aire que envuelve el conjunto. Además, con el objeto de ser capaces de calcular la distribución del campo magnético con suficiente precisión, se requiere un mallado denso especialmente en las regiones de la bobina y la pieza de trabajo. Con el objeto de simular problemas magneto-mecánicos tridimensionales, Schinnerl *et al.* (2002) emplean un método implícito de mallado múltiple. No obstante, en este trabajo el modelado del sistema mecánico está restringido a estados de elasticidad lineal, obviándose asimismo los efectos térmicos.

Por otro lado, Bessonov y Golovashchenko (2004) desarrollan simulaciones de acoplamiento total considerando: la propagación del campo electromagnético, la cual es definida por las ecuaciones cuasi-estacionarias de Maxwell transformadas en su forma Lagrangiana; una deformación elasto-plástica dinámica, modelada haciendo uso de la ecuación de movimiento de los sólidos mecánicos, la teoría modificada de flujo elasto-plástico y el criterio de fluencia de Von Mises; y la transferencia de calor, considerada a través de la ley de conservación de la energía. La herramienta de simulación modela asimismo el equipo de conformado como un circuito RLC.

De forma similar, Karch y Roll (2005) presentan una simulación totalmente acoplada para los fenómenos electrodinámicos y mecánicos estructurales en procesos de compresión tubular, mediante el software ANSYS. En este trabajo, la corriente de desplazamiento, la evolución térmica en tubo y pieza de trabajo, el modelado del circuito equivalente RLC, y la retroactividad de la deformación en los campos electromagnéticos son considerados, despreciando únicamente la dependencia de las curvas de fluencia con la velocidad de deformación. La comparación tanto cualitativa como cuantitativa de los resultados simulados con procesos de compresión experimentales muestra la concordancia y precisión del método.

Contraux *et al.* (2006) introducen un método de acoplamiento en el que se hace uso del código de elementos finitos SYSMAGNA para los efectos electrodinámicos, en combinación con PAMSTAMP para la parte estructural y mecánica. En este trabajo, en el que la descripción del modelo se basa en elementos finitos, se presentan resultados referidos tanto a compresión electromagnética tubular como a conformado de láminas metálicas.

Por otro lado, L'Éplattier, Cook y Ashcraft (2008) presentan un módulo electromagnético implementado en LS DYNA, capacitado para la simulación acoplada conjunta de problemas mecánicos, térmicos y electromagnéticos. Los campos eléctricos se determinan por medio del método de los elementos finitos, mientras que la masa de aire circundante se conecta a través del método de los elementos de contorno en la simulación electromagnética. Los experimentos de verificación se muestran concordantes con los resultados numéricos (L'Éplattier *et al.*, 2009). Además, esta herramienta ha sido empleada en diversas investigaciones como, por ejemplo, las realizadas por Imbert, Worswick y L'Éplattier

(2010), donde se analiza la distribución de fuerzas y el efecto rebote durante el conformado electromagnético de piezas de trabajo laminares en matrices cónicas y en matrices prismáticas con cavidades en r .

Finalmente, Demir, Psyk y Tekkaya (2010) emplean el código comercial ANSYS para el desarrollo de cálculos tridimensionales de la distribución del campo magnético en acoplamiento con LS DYNA, que es aplicado para el cálculo de la correspondiente deformación de la pieza de trabajo y especialmente de los efectos de arrugamiento resultantes en un proceso libre de compresión tubular. En el modelo se consideran tanto las imperfecciones geométricas referidas a la redondez como a la distribución del espesor de pared del tubo, calculando su efecto en el resultado de la conformación. Asimismo, los resultados de la simulación son comparados con datos experimentales.

Capítulo 4

FUNDAMENTOS TEÓRICOS DEL CONFORMADO ELECTROMAGNÉTICO

El conformado electromagnético es una técnica de procesado de alta velocidad caracterizada por la interacción de tres fenómenos físicos mutuamente interdependientes: la deformación de la pieza de trabajo en el ámbito de la mecánica de los medios continuos, la generación y transmisión de campos electromagnéticos en el marco del electromagnetismo, y la transmisión y dinámica de flujos caloríficos bajo la perspectiva termodinámica. Dada la inherente complejidad del proceso y su correspondiente modelado matemático, en este capítulo se desarrolla una formulación completa del problema, la cual se estructura en dos fases.

Inicialmente, se describen separadamente los tres fenómenos bajo una configuración simplificada que nos permite desarrollar de una forma 'sencilla' las ecuaciones que gobiernan los procesos; planteando soluciones analíticas que permiten resolver el problema desacoplado. El análisis de los fenómenos involucrados evidencia las interacciones existentes entre ellos, invitando a la adopción de formulaciones matemáticas intrínsecamente acopladas, que reflejen de una forma más generalista la naturaleza del sistema. En esta línea, la segunda parte del capítulo aborda este estudio, derivando un sistema de ecuaciones acopladas mediante la aplicación de los principios de conservación.

Capítulo 4. Fundamentos teóricos del conformado electromagnético

4.1. Análisis desacoplado del proceso físico

El proceso de conformado electromagnético puede ser observado como un sistema físico complejo que se compone de tres subsistemas mutuamente acoplados: un subsistema mecánico que describe la interacción mecánica de las masas en movimiento; un subsistema electromagnético que describe la dinámica de los campos electromagnéticos; y un subsistema termodinámico que toma en consideración la energía interna y la generación de calor, así como el flujo del mismo. Estos tres subsistemas están mutuamente acoplados y, en conjunción, describen el sistema bajo consideración. No obstante, esta combinación interdisciplinaria de fenómenos físicos resulta de difícil análisis y comprensión.

Por este motivo, en este primer apartado del capítulo se analiza analíticamente el modelado del proceso de conformado como la suma de tres fenómenos independientes desacoplados, describiendo las ecuaciones que gobiernan los procesos y el entorno en que se encuadran. Ello permite comprender con detalle la naturaleza del problema y constituye asimismo la base para el desarrollo del planteamiento acoplado que se recoge en el siguiente apartado.

4.1.1. Descripción electromagnética del problema

A continuación se describe el cálculo del campo electromagnético transitorio en configuraciones cilíndricas típicas de los sistemas de conformado electromagnético, centrando la atención en el cálculo de las componentes de la intensidad de campo eléctrico y magnético.

Es conveniente precisar que, por la propia naturaleza del problema, se parte de una serie de supuestos que permiten simplificar su tratamiento matemático (Motoaşcă, 2003):

- Los materiales involucrados en el proceso de conformado presentan un comportamiento lineal desde la perspectiva eléctrica y magnética. De este modo, los efectos no-lineales, piezo-eléctricos, magneto-eléctricos y magneto-elásticos son despreciados.
- Se asume que las velocidades de deformación de todos los puntos de la pieza de trabajo son pequeñas en comparación con la velocidad de la luz (c), dado que en el conformado electromagnético las velocidades son del orden de $v \approx 100 + 500 \text{ m/s}$. En consecuencia, los términos de primer orden y superiores en (v/c) pueden ser omitidos.
- Si en un determinado medio dominan las propiedades dieléctricas, el campo electromagnético es ondulatorio por naturaleza y la corriente de desplazamiento eléctrico da lugar a contribuciones al campo magnético mucho mayores que la intensidad conductiva. Por el contrario, si dominan las propiedades conductivas, el campo electromagnético se transmite básicamente por difusión y la intensidad conductiva provoca una contribución al campo magnético mucho mayor que la corriente de desplazamiento. El proceso de conformado electromagnético se aplica únicamente a piezas de trabajo fabricadas de materiales de elevada

conductividad, que presentan conductancias² del orden de 10^7 S/m; en consecuencia, las propiedades conductivas prevalecen y el campo electromagnético transitorio se considera un problema de difusión (se puede despreciar el término por desplazamiento).

4.1.1.1. Configuración del problema electromagnético

La Figura 31 representa la configuración geométrica para la cual se va a proceder al desarrollo analítico del problema electromagnético. Esta configuración modela el caso de la compresión electromagnética. En el desarrollo se hace uso de un sistema de coordenadas cilíndricas $\{r, \varphi, z\}$, siendo t la variable temporal.

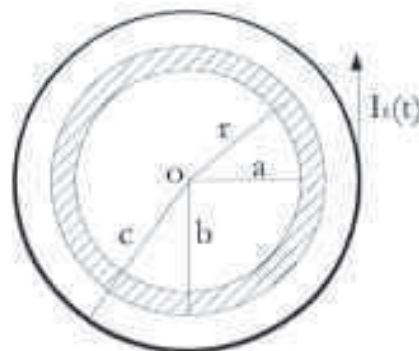


Figura 31. Sección transversal de la configuración cilíndrica del problema electromagnético

La configuración de la figura puede dividirse en cuatro subdominios cilíndricos: el espacio interior de la pieza de trabajo con $r \in [0, a)$, el dominio de la pieza de trabajo D con $r \in [a, b]$, el hueco de aire existente entre la pieza de trabajo y la bobina de conformado con $r \in (b, c)$, y el espacio más allá de la bobina de trabajo con $r \in (c, \infty)$.

El medio existente en la pieza de trabajo se considera homogéneo, lineal, invariante en el tiempo, de reacción instantánea e isotrópico en su comportamiento electromagnético, con permeabilidad μ y conductividad σ . Los otros medios se suponen sometidos a condiciones de vacío con permeabilidad μ_0 y conductividad nula. La configuración se ve excitada por un emisor simple ubicado en posición radial $r = c$, portando una corriente eléctrica en dirección tangencial positiva. El emisor modela una bobina infinitesimalmente delgada en el sistema de conformado, el cual se considera además de longitud infinita en la dirección z (con el objeto de simplificar el análisis, evitando los problemas relacionados con el modelado de puntos extremos de bobina de conformado y pieza de trabajo). Este hecho, combinado con la simetría axial de la configuración, da lugar a una configuración en que todas las cantidades dependen únicamente del radio r y el tiempo t .

² Nótese el uso del *siemens* (S) como unidad derivada del Sistema Internacional para la medida de la conductancia eléctrica ($S \equiv \Omega^{-1}$).

4.1.1.2. Ecuaciones de difusión del campo electromagnético y condiciones de contorno

Las variables del campo electromagnético a considerar en cada dominio de la configuración geométrica son la intensidad de campo eléctrico (E) y la intensidad de campo magnético (H). En el dominio de la pieza de trabajo D , estas variables satisfacen las ecuaciones de difusión de Maxwell¹:

$$\nabla \times H - \sigma E = 0 \quad (5)$$

$$\nabla \times E + \mu \partial_t H = 0 \quad (6)$$

En la bobina cilíndrica en $r = c$, se presenta una corriente eléctrica por unidad de longitud $I_s(t)$ a lo largo de la dirección z . El campo electromagnético vendrá determinado por la acción de esta fuente de corriente eléctrica:

La fuente de corriente genera un campo unidimensional dependiente de la dimensión radial en el que únicamente $E_\phi = E_\phi(r, t)$ y $H_z = H_z(r, t)$ difieren de cero. Estas componentes del campo satisfacen igualmente las ecuaciones básicas del electromagnetismo:

$$\partial_r H_z + \sigma E_\phi = 0, \text{ para } a < r < b \quad (7)$$

$$\frac{1}{r} \partial_r (r E_\phi) + \mu \partial_t H_z = 0, \text{ para } a < r < b \quad (8)$$

La manera más sencilla de construir soluciones a las ecuaciones (7) y (8) que satisfacen las condiciones de contorno y de excitación, y aseguran la causalidad es el uso de la transformada de Laplace con respecto al tiempo. Para ilustrar la notación, supongamos:

$$\bar{I}_s(s) = L_t^s I_s(t) = \int_{t=0^-}^{\infty} \exp(-st) I_s(t) dt \quad (9)$$

donde se ha asumido que la fuente de intensidad comienza a actuar en el instante $t = 0$ y el parámetro de transformación complejo s (en teoría de sistemas también denominado frecuencia compleja) se toma en la mitad derecha del plano complejo. Aplicando la transformación se obtiene que $L_t^s \partial_t \rightarrow s$, de forma que:

$$\bar{I}_s(s) \exp(-st_0) = L_t^s I_s(t - t_0), \quad \text{para } t_0 \geq 0 \quad (10)$$

Las variables transformadas de Laplace se denotan con el símbolo $\hat{}$, omitiéndose la dependencia explícita a la frecuencia compleja s en la notación. Tomando el límite $s \rightarrow j\omega$ se llega a las variables transformadas de Fourier, donde j es la unidad imaginaria y $\omega = 2\pi f$ es la frecuencia angular, definiendo mediante f la frecuencia de operación.

En el dominio conductivo D de la pieza de trabajo, la aplicación de la transformada de Laplace a las ecuaciones del campo electromagnético (7) y (8) da lugar a:

¹ Nótese el empleo de la notación $\partial_t X = \partial X / \partial t$.

$$\partial_r \bar{H}_z + \sigma \bar{E}_\varphi = 0, \text{ para } a < r < b \quad (11)$$

$$\frac{1}{r} \partial_r (r \bar{E}_\varphi) + s\mu \bar{H}_z = 0, \text{ para } a < r < b \quad (12)$$

De este sistema de ecuaciones se deduce la ecuación de difusión:

$$\partial_r^2 \bar{H}_z + \frac{1}{r} \partial_r \bar{H}_z - \gamma^2 \bar{H}_z = 0, \quad (13)$$

siendo la constante $\gamma = \sqrt{s\sigma\mu}$. Los componentes del campo electromagnético se obtienen, por tanto, como:

$$\bar{H}_z = \bar{I}_s \left[A \frac{I_0(\gamma r)}{I_0(\gamma a)} + B \frac{K_0(\gamma r)}{K_0(\gamma a)} \right] \quad (14)$$

$$\bar{E}_\varphi = -Z \bar{I}_s \left[A \frac{I_1(\gamma r)}{I_0(\gamma a)} - B \frac{K_1(\gamma r)}{K_0(\gamma a)} \right] \quad (15)$$

siendo $I_{0,1}(\gamma r)$ y $K_{0,1}(\gamma r)$ funciones de Bessel de primera y segunda clase, respectivamente, y Z la impedancia: $Z = \sqrt{s\mu/\sigma}$. Por su parte, las constantes A y B pueden ser determinadas a partir de las condiciones de continuidad de la intensidad de campo eléctrico y magnético en las fronteras con los dominios en estado de vacío. En el vacío se tiene nula conductividad, verificándose las siguientes ecuaciones cuasi-estáticas:

$$\partial_r \bar{H}_z = 0 \quad (16)$$

$$\frac{1}{r} \partial_r (r \bar{E}_\varphi) + s\mu \bar{H}_z = 0 \quad (17)$$

La primera ecuación, (16), indica que en un dominio en vacío $\partial_r \bar{H}_z = 0$, y en consecuencia el campo magnético es constante. En el infinito, \bar{H}_z es cero, mientras que en la posición en la que se ubica la bobina inductora el campo magnético \bar{H}_z se eleva con amplitud \bar{I}_s . La segunda ecuación, (17), muestra que el campo eléctrico \bar{E}_φ es una combinación lineal de las funciones r y $1/r$.

En el dominio interior del tubo $r < a$, las componentes del campo electromagnético se obtienen como:

$$\bar{H}_z = \bar{I}_s C \quad (18)$$

$$\bar{E}_\varphi = -\frac{1}{2} \left(\frac{\mu_0}{\mu} \right) \gamma Z \bar{I}_s C r \quad (19)$$

Empleando las condiciones de continuidad para los campos eléctrico y magnético en $r = a$, y la condición de excitación de que el campo magnético en $r = b$ es igual a \bar{I}_s , se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\bar{H}_z = \bar{I}_s \left[A \frac{I_0(\gamma r)}{I_0(\gamma a)} + B \frac{K_0(\gamma r)}{K_0(\gamma a)} \right] \quad (20)$$

$$\hat{E}_\phi = -Z I_s \left[A \frac{I_3(\gamma r)}{I_0(\gamma a)} - B \frac{K_3(\gamma r)}{K_0(\gamma a)} \right] \quad (21)$$

$$A + B = C \quad (22)$$

donde,

$$\eta = \frac{1}{2} \left(\frac{\mu_0}{\mu} \right) \gamma \quad (23)$$

De donde se deduce la solución analítica al problema electromagnético simplificado. Por otro lado, la fuerza electromagnética resultante sobre el cilindro que conduce a la deformación del mismo (como se describirá más adelante) es un subproducto de la solución, y vendrá dada por las expresiones:

$$f_r^V(r, t) = \sigma \mu E_\phi(r, t) H_z(r, t) \quad (24)$$

$$f_r^S(b, t) = \frac{1}{2} (\mu - \mu_0) [H_z(b, t)]^2 \quad (25)$$

4.1.2. Descripción elasto-plástica del problema

En este apartado se aborda el cálculo de las deformaciones plásticas derivadas en la configuración cilíndrica descrita en el apartado previo, como consecuencia de la fuerza de compresión electromagnética generada.

Al igual que en la sección anterior, es preciso definir de partida las bases sobre las que se desarrollan los modelos de deformación mecánica:

- Las propiedades elasto-plásticas de un material pueden ser descritas a partir de su densidad, módulo de Young, módulo de Poisson, coeficientes de Lamé, límite de fluencia, esfuerzo máximo admisible, tensión de colapso, y máxima elongación o deformación. Además, diversos modelos no-lineales de la relación tensión-deformación en la región de deformación plástica emplean coeficientes específicos para la consideración de los efectos de relativos a los incrementos de temperatura y la velocidad de deformación.
- Las propiedades elasto-plásticas de los materiales vienen dadas principalmente por datos experimentales del material y dependen de los métodos de trabajo aplicados sobre los mismos (tratamientos térmicos, etc.).
- En la bibliografía relacionada con el conformado electromagnético⁴, los autores asumen que la densidad de los materiales se mantiene constante, hipótesis adoptada igualmente en este trabajo. En realidad, la densidad cambia como consecuencia de grandes incrementos de temperatura y, además, existe una dependencia entre densidad y estado de deformación. No

⁴ Véanse, por ejemplo, los trabajos de Belyy *et al.* (1996) e Inouido (2007).

obstante, para el problema que nos ocupa ambos aspectos pueden ser considerados despreciables.

4.1.2.1. Configuración del problema elasto-plástico

La configuración geométrica sobre la que se plantea el problema elasto-plástico para el caso de compresión electromagnética tubular es la misma presentada en la Figura 31. La posición se define por las coordenadas $[r, \varphi, z]$ con respecto al marco de referencia con origen en el centro del cilindro O y los tres vectores unitarios perpendiculares $\{i_r, i_\varphi, i_z\}$.

Como se indicó anteriormente, la fuente de excitación del campo elasto-plástico es la densidad de fuerza electromagnética volumétrica ($f^V = f_r^V i_r + f_\varphi^V i_\varphi + f_z^V i_z$) y superficial ($f^S = f_r^S i_r + f_\varphi^S i_\varphi + f_z^S i_z$), en las cuales, por las razones ya argumentadas previamente, sólo las componentes radiales son distintas de cero ($f_r^V \neq 0$ y $f_r^S \neq 0$). Estas componentes, en este primer enfoque desacoplado del problema, se consideran conocidas para toda la configuración y durante todo el intervalo de tiempo de cálculo, como resultado del análisis electromagnético previamente realizado.

Asimismo, es importante precisar que se hará uso de la notación comúnmente empleada en este campo de la mecánica, definiendo las tensiones normales $\tau_{rr} = \sigma_r, \tau_{\varphi\varphi} = \sigma_\varphi, \tau_{zz} = \sigma_z$, y las componentes restantes del tensor de tensiones como tensiones cortantes. De igual modo, las deformaciones normales se designan como: $e_{rr} = \epsilon_r, e_{\varphi\varphi} = \epsilon_\varphi, e_{zz} = \epsilon_z$.

4.1.2.2. Modelos de comportamiento elasto-plástico

Desde un punto de vista cuasi-estático, las relaciones constitutivas tensión-deformación para un determinado material se describen empíricamente mediante el uso de un diagrama estático de tensión-deformación. Este diagrama se obtiene típicamente en un equipo para ensayo de tracción estática, en el que una probeta de material sólido queda sujeta a una deformación cuasi-estática continuada. Cuando los ensayos de tensión se desarrollan de forma dinámica, la relación no lineal tensión-deformación se torna más compleja puesto que involucra la tasa o velocidad de deformación en una determinada manera.

Basándose en un típico ensayo de tracción estático, se puede construir un diagrama empírico tensión-deformación. Para ser más precisos, se pueden emplear dos definiciones distintas de la tensión, dando lugar a dos curvas distintas para el mismo material: la curva convencional (o *ingenieril*) y la curva de tensiones reales. La tensión normal convencional σ_0 se define como el cociente entre la carga F aplicada y el área inicial de la sección transversal de la probeta A_0 , mientras que la tensión normal real σ se define como el cociente entre la carga F y el área real A de la sección transversal.

Cuando la curva se construye para materiales dúctiles (aquellos que pueden ser deformados plásticamente de una forma apreciable antes de romper), el diagrama estático de tensión-

deformación tiene una apariencia similar a la mostrada en la Figura 32. En este diagrama, para ambos tipos de esfuerzos, se distinguen dos regiones bien diferenciadas: la región elástica, que presenta una relación lineal entre tensión y deformación, y la región plástica, con una relación no lineal. En el cruce entre ambas regiones se encuentra el punto límite de fluencia, caracterizado por la tensión σ_f . A partir de este punto se producen mayores deformaciones mientras que la carga aplicada F se mantiene prácticamente constante. La tensión ingenieril muestra un máximo comúnmente denominado tensión última de rotura, $\sigma_{0,u}$, y un valor inferior denominado tensión de ruptura o fractura, $\sigma_{0,r}$, donde se produce el fallo por ruptura.

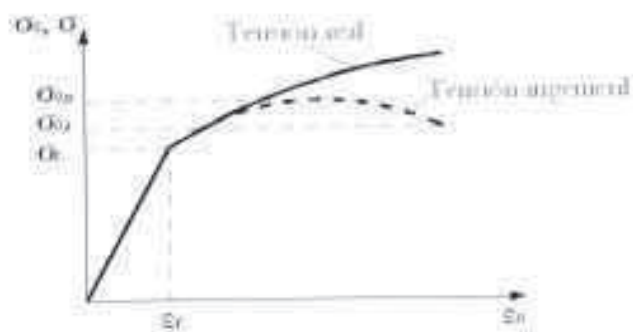


Figura 32. Curva estática típica de tensión-deformación para un material dúctil

En la región elástica, la tensión ingenieril (o convencional) y la tensión real son prácticamente iguales. Sin embargo, en la región plástica la deformación ingenieril, definida como el cociente entre la elongación $\Delta l = l - l_0$ y la longitud inicial de la muestra l_0 ,

$$\epsilon_0 = \frac{1}{l_0} \int_{l_0}^l dl = \frac{l - l_0}{l_0} \quad (26)$$

resulta inadecuada (Ugural y Fenster, 1995), siendo más conveniente emplear la deformación real ϵ , definida como:

$$\epsilon = \int_{l_0}^l \frac{dl}{l} = \ln(l/l_0) = \ln(1 + \epsilon_0) \quad (27)$$

Operando con la expresión (26), se obtiene la expresión:

$$\frac{l}{l_0} = 1 + \epsilon_0 \rightarrow \epsilon = \ln(l/l_0) = \ln(1 + \epsilon_0) \quad (28)$$

Manteniendo la hipótesis de incompresibilidad de la materia (volumen constante: $S_0 \cdot l_0 = S \cdot l$), en la región plástica la relación entre tensión real y tensión ingenieril puede calcularse como:

$$\sigma = \sigma_0(1 + \epsilon_0) \quad (29)$$

La mayoría de los metales—incluyendo los empleados en el conformado electromagnético—presentan un comportamiento dúctil como el mostrado en la Figura 32. En la región plástica, la deformación total del material puede verse como la suma de las deformaciones elástica y

plástica, es decir, tras un ciclo de carga-descarga de la estructura, se recupera la deformación elástica y el trabajo realizado por las tensiones para la deformación elástica es nulo, mientras que la deformación plástica se mantiene y el trabajo total realizado por las tensiones da lugar a una deformación permanente.

4.1.2.2.1. Tensión de fluencia

Dado que en la región elástica y en la región plástica de un diagrama tensión-deformación empírico se aplican diferentes relaciones, resulta de gran interés determinar el contorno o frontera entre ambas regiones, es decir, la tensión de fluencia σ_f . Para un material dúctil, como son la mayor parte de los metales, existen tres teorías empíricas para el cálculo de la tensión de fluencia: la teoría del máximo esfuerzo cortante, la teoría de la máxima energía de distorsión, y la teoría del máximo esfuerzo octaédrico (véanse los trabajos de Gopinathan (1982), Ugural y Fenster (1995), y Hill (1998)). Todas estas teorías hacen uso de las tensiones principales en el material, que para la configuración en coordenadas cilíndricas de longitud infinita, coinciden con los esfuerzos normales σ_r , σ_φ y σ_z . La relación $|\sigma_\varphi| > |\sigma_z| > |\sigma_r|$ entre las tensiones principales es válida en este caso.

4.1.2.2.1.1. Teoría del máximo esfuerzo cortante

Esta teoría, también conocida como *criterio de fluencia de Tresca*, establece que la deformación plástica (o fluencia) comienza cuando el esfuerzo cortante máximo σ_{max} en el material es igual al máximo esfuerzo cortante $\sigma_{sh,f} = 1/2 \sigma_f$ obtenido de un ensayo de tensión simple. En nuestro caso, el máximo esfuerzo cortante se calcula como:

$$\sigma_{max} = \frac{1}{2} |\sigma_\varphi - \sigma_r| = \frac{1}{2} \sigma_f \quad (30)$$

4.1.2.2.1.2. Teoría de la máxima energía de distorsión

Esta teoría, también conocida como la *teoría de Von Mises*, establece que la deformación plástica (o fluencia) comienza cuando, en cualquier parte del sólido, la energía de distorsión por unidad de volumen en un estado de tensión combinada se hace igual a aquella asociada a la fluencia en un ensayo simple de tracción. Este criterio tiene la siguiente expresión matemática:

$$(\sigma_r - \sigma_\varphi)^2 + (\sigma_\varphi - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_r)^2 = 2\sigma_f^2 \quad (31)$$

4.1.2.2.1.3. Teoría del máximo esfuerzo octaédrico

Esta teoría, también denominada *criterio de Von Mises-Henky*, establece que la fluencia se produce cuando la tensión octaédrica en un punto alcanza un valor particular, siendo definida la tensión octaédrica como:

$$\sigma_{oct} = \frac{1}{3} \left[(\sigma_r - \sigma_\varphi)^2 + (\sigma_\varphi - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_r)^2 + 6(\tau_{r\varphi}^2 + \tau_{\varphi z}^2 + \tau_{zr}^2) \right]^{1/2} \quad (32)$$

Y la expresión matemática que define dicho valor:

$$\sigma_{oct} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sigma_f \quad (33)$$

En nuestro caso, $\tau_{r\varphi} = \tau_{\varphi z} = \tau_{zr} = 0$ y el criterio descrito por las ecuaciones (30) y (31) es equivalente, y aproximadamente igual al descrito por (33). Se puede afirmar pues que en nuestro caso las tres teorías son equivalentes.

4.1.2.2.2. Comportamiento elasto-plástico estático

Como se mencionó en los párrafos iniciales de este apartado, el diagrama tensión-deformación que se obtiene de forma experimental (véase la Figura 32) proporciona información sobre el comportamiento elasto-plástico del material ensayado. Cuando se desprecian las deformaciones elásticas, la relación tensión-deformación estática en materiales dúctiles puede ser descrita en términos generales como:

$$\sigma_{estat}(\varepsilon) = K\varepsilon^n \quad (34)$$

donde K es el coeficiente de resistencia y n es el índice de endurecimiento por deformación con valores $0 \leq n < 1$. De este modo, con $K = E$ y $n = 1$, la ecuación (34) se convierte en la ley de Hooke, válida para materiales elásticos.

En materiales elasto-plásticos se verifica la hipótesis de incompresibilidad de los materiales. Con base en esta hipótesis, para cada material se puede definir una tensión efectiva, σ_{ef} , y una deformación efectiva, ε_{ef} . En nuestra configuración, la tensión efectiva se define como:

$$\sigma_{ef} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[(\sigma_r - \sigma_\varphi)^2 + (\sigma_\varphi - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_r)^2 \right]^{1/2} \quad (35)$$

mientras que la deformación efectiva se define como:

$$\varepsilon_{ef} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left[\varepsilon_r^2 + \varepsilon_\varphi^2 + \varepsilon_z^2 \right]^{1/2} \quad (36)$$

Basándose en estas definiciones, la ecuación (34) puede extenderse sobre una base experimental a:

$$\sigma_{\text{estat}}(\varepsilon_{ef}) = K\varepsilon_{ef}^n \quad (37)$$

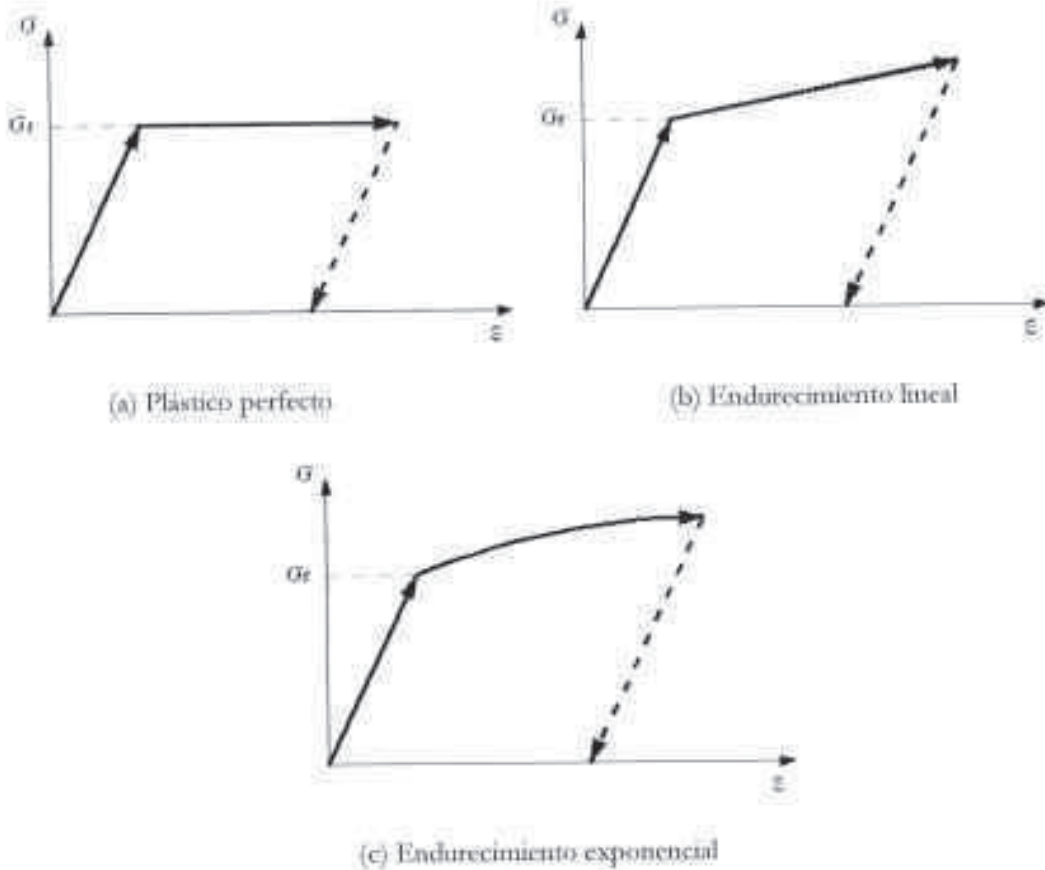


Figura 33. Diagramas típicos tensión-deformación para materiales elasto-plásticos

La Figura 33 representa los diagramas típicos tensión-deformación para tres tipos de materiales elasto-plásticos. En estos materiales, la deformación total en la región plástica se considera la suma de la deformación elástica y la deformación plástica:

$$\varepsilon = \varepsilon^{(e)} + \varepsilon^{(p)} \quad (38)$$

pudiendo describir el comportamiento de los materiales como:

$$\sigma_{\text{estat}}(\varepsilon) = \begin{cases} \varepsilon E & \text{para } \varepsilon \leq \varepsilon_f - \text{rango elástico} \\ A(B + \varepsilon)^\alpha & \text{para } \varepsilon > \varepsilon_f - \text{rango plástico} \end{cases} \quad (39)$$

dónde $\sigma_f = \varepsilon_f E$.

Por tanto, el comportamiento elasto-plástico estático de los materiales representados en la Figura 33 se puede definir como:

- Material perfectamente plástico (a):

$$\sigma_{estat}(\varepsilon) = \begin{cases} \varepsilon E & \text{para } \varepsilon \leq \varepsilon_f - \text{rango elástico} \\ \sigma_f & \text{para } \varepsilon > \varepsilon_f - \text{rango plástico} \end{cases} \quad (40)$$

- Material elasto-plástico con endurecimiento lineal (b):

$$\sigma_{estat}(\varepsilon) = \begin{cases} \varepsilon E & \text{para } \varepsilon \leq \varepsilon_f - \text{rango elástico} \\ \sigma_f + A(B + \varepsilon) & \text{para } \varepsilon > \varepsilon_f - \text{rango plástico} \end{cases} \quad (41)$$

- Material elasto-plástico con endurecimiento exponencial (c):

$$\sigma_{estat}(\varepsilon) = \begin{cases} \varepsilon E & \text{para } \varepsilon \leq \varepsilon_f - \text{rango elástico} \\ \sigma_f + A(B + \varepsilon)^\alpha & \text{para } \varepsilon > \varepsilon_f - \text{rango plástico} \end{cases} \quad (42)$$

Si la estructura se descarga (línea discontinua de la figura 33, la deformación remanente es la deformación plástica puesto que la deformación elástica se recupera. Puesto que la deformación elástica es muy limitada, en las aproximaciones analíticas al problema de conformado ésta suele ser despreciada, quedando: $\varepsilon = \varepsilon^{(p)}$.

4.1.2.3. Comportamiento elasto-plástico dinámico

En general, la relación completa tensión-deformación se puede definir como:

$$\sigma = \sigma_{estat}(\varepsilon) + \sigma_{dinam}(\dot{\varepsilon}) \quad (43)$$

donde $\sigma_{estat}(\varepsilon)$ es la relación tensión-deformación estática y $\sigma_{dinam}(\dot{\varepsilon})$ es la relación tensión-deformación dinámica.

Para modelar el comportamiento dinámico del material, se puede emplear una fórmula empírica del tipo:

$$\sigma_{dinam}(\dot{\varepsilon}) = \beta(\dot{\varepsilon})^\gamma, \quad \text{para } \dot{\varepsilon} > 0 \quad (44)$$

4.1.2.3. Ecuaciones en la región plástica y condiciones de contorno

Partiendo de la hipótesis de una configuración geométrica de longitud infinita con simetría rotacional, la ecuación de movimiento a resolver toma la forma:

$$\partial_r \sigma_r + \frac{1}{r}(\sigma_r - \sigma_\phi) - \rho_m \partial_t^2 u_r = -f_r^y \quad (45)$$

Puesto que no existe tensión radial en el aire, la condiciones de contorno a aplicar en $r = a$ y $r = b$ son:

$$\lim_{r \rightarrow a} \sigma_r(r, t) = -f_r^S(a, t) \quad (46)$$

$$\lim_{r \rightarrow b} \sigma_r(r, t) = f_r^S(b, t) \quad (47)$$

Las componentes normales de la deformación (Ugural y Fenster, 1995) vienen dadas por:

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E_s} \left[\sigma_r - \frac{1}{2} (\sigma_\varphi + \sigma_z) \right] = \partial_r u_r \quad (48)$$

$$\varepsilon_\varphi = \frac{1}{E_s} \left[\sigma_\varphi - \frac{1}{2} (\sigma_z + \sigma_r) \right] = r^{-1} u_r \quad (49)$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E_s} \left[\sigma_z - \frac{1}{2} (\sigma_r + \sigma_\varphi) \right] = 0 \quad (50)$$

donde E_s es el módulo de plasticidad, definido como:

$$E_s = \frac{\sigma_{ef}}{\varepsilon_{ef}} \quad (51)$$

Las ecuaciones anteriores son conocidas como relaciones plásticas tensión-deformación de Henky y se derivan de la teoría de deformación total. Se demuestra que, en la región plástica, la hipótesis de incompresibilidad de la materia se cumple para todos los materiales (Winkler, 1973):

$$\varepsilon_r + \varepsilon_\varphi + \varepsilon_z = 0 \quad (52)$$

$$\partial_t \varepsilon_r + \partial_t \varepsilon_\varphi + \partial_t \varepsilon_z = 0 \quad (53)$$

La aplicación de esta condición a las ecuaciones (48) y (49) resulta:

$$\varepsilon_r = \frac{3}{4E_s} [\sigma_r - \sigma_\varphi] \quad (54)$$

$$\varepsilon_\varphi = \frac{3}{4E_s} [\sigma_\varphi - \sigma_r] = -\varepsilon_r \quad (55)$$

Haciendo uso de estas expresiones la tensión y deformación efectivas resultan:

$$\sigma_{ef} = \frac{\sqrt{3}}{2} |\sigma_\varphi - \sigma_r| \quad (56)$$

$$\varepsilon_{ef} = \frac{2}{\sqrt{3}} |\varepsilon_\varphi| = \frac{2}{\sqrt{3}} |\varepsilon_r| \quad (57)$$

Para un material perfectamente plástico se tiene $\sigma_{ef} = \sigma_f$ en todos los instantes de tiempo y para todo el rango de deformaciones. De esta manera, para el proceso de compresión electromagnética en que $\sigma_r < 0$, $\sigma_\varphi < 0$ y $|\sigma_r| < |\sigma_\varphi|$, la ecuación (45) quedaría como:

$$\partial_r \sigma_r + \frac{1}{r} \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_{ef} \right) - \rho_m \partial_t^2 u_r = -f_r^v \quad (58)$$

4.1.2.3.1. Ecuaciones dinámicas en la región plástica

En el conformado electromagnético la deformación tiene lugar a alta velocidad, de forma que el término inercial $\rho_m \partial_t^2 u_r$ ha de ser tenido en cuenta (no pudiéndose adoptar la hipótesis de cuasi-estaticidad). Tomando:

$$v_r = \partial_t u_r = \partial_t r \quad (59)$$

y sustituyendo en (58), resulta:

$$\partial_r \sigma_r + \frac{2}{r\sqrt{3}} \sigma_{\theta\theta} - \rho_m \partial_t v_r = -f_r^V \quad (60)$$

Bajo el supuesto de pequeñas deformaciones, se cumplen las siguientes relaciones:

$$\partial_t \varepsilon_r = \partial_r u_r \quad (61)$$

$$\partial_t \varepsilon_{\theta} = r^{-1} v_r \quad (62)$$

Al sustituir estas expresiones en (53), resulta:

$$\partial_r v_r + \frac{1}{r} v_r = 0 \quad (63)$$

cuya solución vendrá dada por:

$$v_r(r, t) = C(t) \frac{1}{r} \quad (64)$$

Particularizando para los contornos y un punto interior del dominio de la pieza de trabajo (r_i) se obtiene:

$$r v_r(r, t) = a(t) v_r(a, t) = b(t) v_r(b, t) = r_i v_r(r_i, t) \quad (65)$$

Esto implica que cuando el movimiento de un determinado punto de la pieza de trabajo es conocido, el movimiento de todos los demás puntos puede ser calculado de manera sencilla a partir de la ecuación (65). Partiendo del movimiento en el radio interno $r = a$, de (65) se desprende:

$$v_r(r, t) = \frac{a(t)}{r} v_r(a, t) \quad (66)$$

siendo $r = r(t)$. Derivando con respecto del tiempo se obtiene:

$$\partial_t v_r(r, t) = \frac{1}{r} v_r^2(a, t) + \frac{a(t)}{r} \partial_t v_r(a, t) - \frac{a^2(t)}{r^3} v_r^2(a, t) \quad (67)$$

Por otro lado, la solución a la ecuación (60) vendrá dada por la expresión:

$$\sigma_r = D(t) + \rho_m \int_a^r \partial_t v_r dr - \frac{2}{\sqrt{3}} \int_a^r \frac{1}{r} \sigma_{\theta f} dr - \int_a^r f_r^v dr \quad (68)$$

Aplicando en esta última expresión la condición de contorno en $r = a$, resulta:

$$D(t) = -f_r^S(a, t) \quad (69)$$

Sustituyendo en (68) y aplicando la condición de contorno en $r = b$:

$$f_r^S(b, t) = -f_r^S(a, t) + \rho_m \int_a^b \partial_t v_r dr - \frac{2}{\sqrt{3}} \int_a^b \frac{1}{r} \sigma_{\theta f} dr - \int_a^b f_r^v dr \quad (70)$$

De la combinación de las ecuaciones (67) y (70), se llega finalmente a la ecuación diferencial en $v_r(a, t)$:

$$\begin{aligned} \partial_t v_r(a, t) + v_r^2(a, t) \left\{ \frac{1}{a(t)} + \frac{a^2(t) - b^2(t)}{2a(t)b^2(t) \ln[b(t)/a(t)]} \right\} \\ = \frac{1}{\rho_m a(t) \ln[b(t)/a(t)]} \left[f_r^S(b, t) + f_r^S(a, t) \right. \\ \left. + \int_a^b f_r^v dr + \frac{2}{\sqrt{3}} \int_a^b \frac{1}{r} \sigma_{\theta f} dr \right] \end{aligned} \quad (71)$$

Se trata de una ecuación diferencial que puede ser resuelta siempre que sea conocido el término derecho de la igualdad. Por ejemplo, para el caso de un material perfectamente plástico bastaría con sustituir la tensión eficaz del último término por su valor ($\sigma_{\theta f} = \sigma_f$) para cada instante del proceso.

En un proceso de conformado electromagnético real, las condiciones de contorno $r = a$ y $r = b$ de la pieza de trabajo se mueven durante el proceso, es decir, $a = a(t)$ y $b = b(t)$; por lo tanto, la ecuación (71) sólo podrá ser resuelta si las condiciones frontera, así como los correspondientes valores de fuerzas son conocidos en cada instante de tiempo. De la resolución de la ecuación (71) se obtiene la velocidad radial en cada instante y posición de la pieza de trabajo, de la cual se derivan mediante el uso de las ecuaciones intermedias empleadas en el desarrollo todas las variables de interés: tensión radial (σ_r), tensión tangencial (σ_{θ}) y tensión longitudinal (σ_z).

Nótese, no obstante, que aunque este es un análisis inicial desacoplado, la dependencia de los términos de la ecuación (71) con $a(t)$ complicaría el cálculo preciso de σ_r (y, en consecuencia, de todas las componentes de la tensión) pues en realidad dichas fronteras están en movimiento y los valores de las fuerzas electromagnéticas cambian de forma dinámica, requiriéndose un procedimiento iterativo que contemplase el movimiento del sistema tanto para el cálculo de las tensiones como para la dinámica de las fuerzas electromagnéticas. Este problema es el que solventa el enfoque de modelado acoplado que se describe más adelante.

4.1.2.4. Método para el cálculo de la deformación elasto-plástica de los materiales

En la deformación elasto-plástica de la pieza de trabajo se pueden distinguir tres etapas bien diferenciadas (Lal y Hillier, 1968): una primera en la que la pieza de trabajo sufre únicamente deformación elástica; una segunda en la que empieza a desarrollarse una región de deformación plástica; para, finalmente, llegar a la tercera en la que la deformación de la pieza de trabajo es enteramente plástica y se produce la el fenómeno de fluencia.

4.1.2.4.1. Deformación únicamente elástica

La pieza de trabajo tendrá un comportamiento elástico en cada punto mientras que la tensión de fluencia, σ_f , no sea alcanzada en ningún punto. Puesto que existen tres teorías para el cálculo de la tensión de fluencia (véase apartado 3.1.2.2.1), se derivan diferentes alternativas:

- La teoría del máximo esfuerzo cortante indica que sólo existirá deformación elástica siempre que:

$$\sigma_c = |\sigma_r - \sigma_\varphi| < \sigma_f \quad (72)$$

La distribución espacial de la tensión cortante σ_c muestra que, para todos los instantes de tiempo, el valor máximo se alcanza en $r = a$.

- La teoría de la máxima energía de distorsión y la teoría del máximo esfuerzo octaédrico coinciden en que sólo existirá deformación mientras que:

$$\sigma_{ef} = \frac{\sqrt{3}}{2} |\sigma_r - \sigma_\varphi| < \sigma_f \quad (73)$$

De nuevo la tensión efectiva conduce a una expresión cuyo máximo se alcanza para $r = a$.

Todos los criterios de fluencia derivan que la tensión de fluencia σ_f se alcanza en el punto $r = a$, en el instante t_e . De modo que entre $t = 0$ y $t = t_e$ la pieza de trabajo presenta únicamente deformación elástica en todos sus puntos.

4.1.2.4.2. Deformación elástica y plástica

Cuando $t > t_e$, se pueda calcular el denominado *antorno elasto-plástico* $r_p(t)$, de manera que para $a < r < r_p(t)$ el material muestra un comportamiento plástico y para $r_p(t) < r < b$ el material muestra un comportamiento elástico.

Los coeficientes desconocidos en las regiones elástica y plástica pueden ser calculados empleando las condiciones de contorno. De forma que, en cada instante de tiempo, el desplazamiento de la partícula y la tensión normal deben ser continuos en la frontera de plasticidad:

$$\lim_{r \rightarrow r_p(t)} u_r^{(e)} - \lim_{r \rightarrow r_p(t)} u_r^{(p)} = 0 \quad (74)$$

$$\lim_{r \rightarrow r_p(t)} \sigma_r^{(e)} - \lim_{r \rightarrow r_p(t)} \sigma_r^{(p)} = 0 \quad (75)$$

De esta forma se modela la segunda etapa con deformaciones elásticas y plásticas. Ésta dura hasta que el contorno elasto-plástico alcanza el radio exterior de la pieza de trabajo, en el instante t_p .

4.1.2.4.3. Deformación únicamente plástica

Para $t > t_p$, la pieza de trabajo continúa la deformación plástica, de acuerdo al modelo elegido, pudiendo finalizar el proceso por dos motivos: por la rotura del material al alcanzar la tensión última de rotura σ_u , o por la descarga de la estructura.

4.1.3. Descripción térmica del problema

La tercera sección de este primer apartado, una vez analizado el problema desde las perspectivas electromagnética y mecánica, presenta la tercera dimensión del proceso de conformado electromagnético, relacionado con los efectos térmicos en los elementos del sistema. Para mayor simplicidad en este análisis inicial, se considera únicamente la evolución de la temperatura en la pieza de trabajo debida a la disipación de energía electromagnética durante el proceso de conformado (si bien más adelante serán añadidos efectos adicionales tales como el calentamiento termoplástico). La influencia de los efectos térmicos sobre el resto de procesos físicos resulta clave en la simulación precisa del conformado³, por lo que se hace necesario entender en detalle los fundamentos de los mismos.

4.1.3.1. Configuración del problema térmico

La configuración geométrica sobre la que se plantea el problema térmico para el caso de compresión electromagnética tubular es la misma presentada en la Figura 31. La posición se define por las coordenadas $\{r, \varphi, z\}$ con respecto al marco de referencia con origen en el centro del cilindro o y los tres vectores unitarios perpendiculares $\{i_r, i_\varphi, i_z\}$.

La distribución de temperatura en la pieza de trabajo durante el proceso de conformado electromagnético depende del intercambio de calor entre el elemento inductor de corrientes (bien sea la propia bobina de conformado o el concentrador de campo, en caso de existir tal elemento en la configuración) y la pieza de trabajo, así como la disipación de energía electromagnética en la propia pieza de trabajo —efecto Joule—. No obstante, por las dimensiones y características geométricas del sistema de conformado, el incremento de

³ A pesar de ser despreciada en muchos estudios con el objeto de simplificar el problema—véase, por ejemplo, el trabajo de Cai, Mo y Zhu (2012)—.

temperatura en la pieza de trabajo se debe casi en su totalidad a la disipación interna de calor, siendo la transferencia entre elementos prácticamente nula. Por este motivo, el modelo solamente contempla dicha posibilidad. Además, la distribución de temperatura en la pieza de trabajo se calcula asumiendo el aislamiento en las fronteras o contornos.

La fuente que excita el campo térmico de temperaturas viene dada por la generación de energía en la pieza de trabajo, representada por las pérdidas por efecto Joule en el interior de de la misma.

4.1.3.2. Ecuaciones de campo y condiciones de contorno en el problema térmico

A continuación, se analiza el problema de conducción de calor en el proceso de conformado, es decir, el cálculo de la distribución de temperatura en la pieza de trabajo como resultado del calor generado en la misma a través de la disipación de energía electromagnética durante el proceso de conformado.

En un sistema de coordenadas cilíndricas, las ecuaciones que gobiernan el estado térmico de la pieza de trabajo son las ecuaciones de flujo de calor y de conducción del calor, las cuales se pueden escribir como:

$$\frac{1}{r} \partial_r (r q_r) + \rho_m c_T \partial_t T = Q \quad (76)$$

$$q_r = -k \partial_r T \quad (77)$$

siendo T la temperatura, ρ_m la densidad, c_T el calor específico, k la conductividad térmica, y q_r la densidad de flujo de calor (o flujo térmico) en la dirección radial. La fuente de calor Q en el lado derecho de la ecuación (76) representa la densidad volumétrica de pérdidas de calor por efecto Joule en la pieza de trabajo:

$$Q(r, t) = \sigma E_\phi^2(r, t) \quad (78)$$

Combinando las ecuaciones (76) y (77) se obtiene:

$$\partial_r^2 T + \frac{1}{r} \partial_r T - \frac{\rho_m c_T}{k} \partial_t T = -\frac{1}{k} Q \quad (79)$$

Esta ecuación debe complementarse con la condición inicial y las condiciones de contorno. Siendo la temperatura inicial en todo el dominio de estudio T_0 , consideramos la temperatura $T(r, t)$ en la ecuación (79) como la diferencia $T(r, t) - T_0$. De este modo, la condición inicial para la temperatura será:

$$\lim_{t \rightarrow 0} T(r, t) = 0 \quad (80)$$

Considerando adicionalmente que el contorno de la pieza de trabajo se encuentra aislado y, por tanto, el flujo de calor es nulo en las fronteras, es decir, $q(r, t) = 0$ para $r = a, b$. De modo que resultan unas condiciones de contorno:

$$\lim_{r \rightarrow a} \partial_r T(r, t) = 0 \quad (81)$$

$$\lim_{r \rightarrow b} \partial_r T(r, t) = 0 \quad (82)$$

La manera más sencilla de construir soluciones analíticas a la ecuación (79) que satisfagan las correspondientes condiciones de contorno y de excitación, y asegure la causalidad, es el uso de la transformada de Laplace con respecto del tiempo. Tomando, al igual que en apartados previos, $s \rightarrow j\omega$, donde j es la unidad imaginaria y $\omega = 2\pi f$ es la frecuencia angular (con f representando la frecuencia de operación), tras la aplicación de la transformada de Laplace, la ecuación (79) resulta:

$$\partial_r^2 \hat{T} + \frac{1}{r} \partial_r \hat{T} - \gamma^2 \hat{T} = -\frac{1}{k} \hat{Q} \quad (83)$$

siendo $\gamma = \sqrt{s\rho_m c_T/k}$.

Se puede reescribir la solución total de la ecuación (83) como:

$$\hat{T}(r) = \hat{T}^{part}(r) + \hat{T}^{gen}(r) \quad (84)$$

donde $\hat{T}^{part}(r)$ representa la solución particular de la ecuación (83) y $\hat{T}^{gen}(r)$ representa la solución general de la homogénea.

Para construir la solución particular $\hat{T}^{part}(r)$ se puede hacer uso de la función de Green $\hat{G}(r, r')$ como sigue:

$$\hat{T}^{part}(r) = \frac{1}{k} \int_{r'=0}^b \hat{G}(r, r') \hat{Q} r' dr' \quad (85)$$

donde $\hat{G}(r, r')$ es la solución de la ecuación:

$$\frac{1}{r} \partial_r (r \partial_r \hat{G}) - \gamma^2 \hat{G} = -\frac{1}{r'} \delta(r - r') \quad (86)$$

En un dominio libre con una fuente cilíndrica colocada en $r = r'$, se puede escribir la solución a la ecuación (86) como:

$$\hat{G}(r, r') = \begin{cases} A I_0(\gamma r) K_0(\gamma r') & \text{para } r < r' \\ B K_0(\gamma r) I_0(\gamma r') & \text{para } r > r' \end{cases} \quad (87)$$

donde $I_0(\gamma r)$ y $K_0(\gamma r)$ representan las funciones modificadas de Bessel de primera y segunda clase, respectivamente. Los coeficientes A y B se calculan a partir de la condición de continuidad en $r = r'$, es decir:

$$\lim_{r \rightarrow r'} \hat{G} - \lim_{r \leftarrow r'} \hat{G} = 0 \quad (88)$$

junto con la condición de excitación en $r = r'$:

$$\lim_{r \rightarrow r'} r \partial_r \bar{G} - \lim_{r' \rightarrow r} r' \partial_{r'} \bar{G} = -1 \quad (89)$$

A partir de estas condiciones se llega a la identidad $A = B = 1$, y consecuentemente:

$$\bar{G}(r, r') = \begin{cases} I_0(\gamma r) K_0(\gamma r') & \text{para } r \leq r' \\ K_0(\gamma r) I_0(\gamma r') & \text{para } r \geq r' \end{cases} \quad (90)$$

Adicionalmente, es preciso determinar la derivada radial de la solución particular, que se obtiene como:

$$\partial_r \bar{T}^{part}(r) = \frac{1}{k} \int_{r'=a}^b \partial_r \bar{G}(r, r') \bar{Q}(r') r' dr' \quad (91)$$

donde:

$$\partial_r \bar{G}(r, r') = \begin{cases} \gamma I_1(\gamma r) K_0(\gamma r') & \text{para } r < r' \\ \frac{1}{2} \gamma [I_1(\gamma r) K_0(\gamma r) - K_1(\gamma r) I_0(\gamma r)] & \text{para } r = r' \\ -\gamma K_1(\gamma r) I_0(\gamma r') & \text{para } r > r' \end{cases} \quad (92)$$

Un caso especial en el cálculo de la función de Green viene dado por $\gamma \rightarrow 0$ ($f \rightarrow 0$). Para este caso la expresión (92) resulta:

$$\lim_{\gamma \rightarrow 0} \partial_r \bar{G}(r, r') = \begin{cases} 0 & \text{para } r < r' \\ -\frac{1}{2r} & \text{para } r = r' \\ -\frac{1}{r} & \text{para } r > r' \end{cases} \quad (93)$$

Para $\gamma \rightarrow 0$, el límite de la ecuación (90) es infinito, de manera que es preciso encontrar una manera de evaluar la integral de la ecuación (85), de la forma:

$$\gamma^2 \bar{T}^{part}(r) = \frac{1}{k} \int_{r'=a}^b \gamma^2 \bar{G}(r, r') \bar{Q}(r') r' dr' \quad (94)$$

O también:

$$s \bar{T}^{part}(r) = \frac{1}{\rho_m c r} \int_{r'=a}^b \gamma^2 \bar{G}(r, r') \bar{Q}(r') r' dr' \quad (95)$$

La cantidad $\bar{Q}(r')$ en el término derecho de la ecuación es una cantidad conocida en el dominio de la frecuencia, y $\gamma^2 \bar{G}(r, r')$ mantiene su valor infinito, de modo que la integral puede ser fácilmente evaluada. Su contraparte en el dominio del tiempo puede ser calculada empleando una transformada inversa, teniendo en cuenta que:

$$\frac{1}{s} F(s) \rightarrow \int_{\tau=0}^t f(\tau) d\tau \quad (96)$$

Puesto que todos los términos de la ecuación (85) son conocidos, se puede calcular pues la solución particular $\hat{T}^{part}(r)$ y su derivada parcial $\partial_r \hat{T}^{part}(r)$ como funciones dependientes del radio r .

Por su parte, la solución general de la ecuación homogénea $\hat{T}^{gen}(r)$ vendrá dada por la expresión:

$$\hat{T}^{gen}(r) = CI_0(\gamma r) + DK_0(\gamma r) \quad (97)$$

donde los coeficientes C y D se obtienen a partir de las condiciones de contorno:

$$\lim_{r \rightarrow a} \partial_r \hat{T}^{gen} = -\partial_r \hat{T}^{part}(a) \quad (98)$$

$$\lim_{r \rightarrow b} \partial_r \hat{T}^{gen} = -\partial_r \hat{T}^{part}(b) \quad (99)$$

con $\partial_r \hat{T}^{part}$ obtenido de la ecuación (91).

A partir de las ecuaciones (98) y (99) se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones en forma matricial:

$$\begin{pmatrix} \gamma I_1(\gamma a) & -\gamma K_1(\gamma a) \\ \gamma I_1(\gamma b) & -\gamma K_1(\gamma b) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h(a) \\ h(b) \end{pmatrix}$$

viniendo los elementos del término independiente dados por las expresiones:

$$h(a) = -\partial_r \hat{T}^{part}(a) \quad (100)$$

$$h(b) = -\partial_r \hat{T}^{part}(b) \quad (101)$$

Por tanto, los coeficientes C y D pueden ser calculados como:

$$C = \frac{1}{\gamma} \frac{K_1(\gamma b)h(a) - K_1(\gamma a)h(b)}{I_1(\gamma a)K_1(\gamma b) - K_1(\gamma a)I_1(\gamma b)} \quad (102)$$

$$D = \frac{1}{\gamma} \frac{I_1(\gamma b)h(a) - I_1(\gamma a)h(b)}{I_1(\gamma a)K_1(\gamma b) - K_1(\gamma a)I_1(\gamma b)} \quad (103)$$

Puesto que todos los términos de la ecuación (85) son conocidos, se puede calcular pues la solución particular $\hat{T}^{part}(r)$ y su derivada parcial $\partial_r \hat{T}^{part}(r)$ como funciones dependientes del radio r .

Por su parte, la solución general de la ecuación homogénea $\hat{T}^{gen}(r)$ vendrá dada por la expresión:

$$\hat{T}^{gen}(r) = CI_0(\gamma r) + DK_0(\gamma r) \quad (97)$$

donde los coeficientes C y D se obtienen a partir de las condiciones de contorno:

$$\lim_{r \rightarrow a} \partial_r \hat{T}^{gen} = -\partial_r \hat{T}^{part}(a) \quad (98)$$

$$\lim_{r \rightarrow b} \partial_r \hat{T}^{gen} = -\partial_r \hat{T}^{part}(b) \quad (99)$$

con $\partial_r \hat{T}^{part}$ obtenido de la ecuación (91).

A partir de las ecuaciones (98) y (99) se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones en forma matricial:

$$\begin{pmatrix} \gamma I_1(\gamma a) & -\gamma K_1(\gamma a) \\ \gamma I_1(\gamma b) & -\gamma K_1(\gamma b) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h(a) \\ h(b) \end{pmatrix}$$

viniendo los elementos del término independiente dados por las expresiones:

$$h(a) = -\partial_r \hat{T}^{part}(a) \quad (100)$$

$$h(b) = -\partial_r \hat{T}^{part}(b) \quad (101)$$

Por tanto, los coeficientes C y D pueden ser calculados como:

$$C = \frac{1}{\gamma} \frac{K_1(\gamma b)h(a) - K_1(\gamma a)h(b)}{I_1(\gamma a)K_1(\gamma b) - K_1(\gamma a)I_1(\gamma b)} \quad (102)$$

$$D = \frac{1}{\gamma} \frac{I_1(\gamma b)h(a) - I_1(\gamma a)h(b)}{I_1(\gamma a)K_1(\gamma b) - K_1(\gamma a)I_1(\gamma b)} \quad (103)$$

Puesto que todos los términos de la ecuación (85) son conocidos, se puede calcular pues la solución particular $\hat{T}^{part}(r)$ y su derivada parcial $\partial_r \hat{T}^{part}(r)$ como funciones dependientes del radio r .

Por su parte, la solución general de la ecuación homogénea $\hat{T}^{gen}(r)$ vendrá dada por la expresión:

$$\hat{T}^{gen}(r) = CI_0(\gamma r) + DK_0(\gamma r) \quad (97)$$

donde los coeficientes C y D se obtienen a partir de las condiciones de contorno:

$$\lim_{r \rightarrow a} \partial_r \hat{T}^{gen} = -\partial_r \hat{T}^{part}(a) \quad (98)$$

$$\lim_{r \rightarrow b} \partial_r \hat{T}^{gen} = -\partial_r \hat{T}^{part}(b) \quad (99)$$

con $\partial_r \hat{T}^{part}$ obtenido de la ecuación (91).

A partir de las ecuaciones (98) y (99) se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones en forma matricial:

$$\begin{pmatrix} \gamma I_1(\gamma a) & -\gamma K_1(\gamma a) \\ \gamma I_1(\gamma b) & -\gamma K_1(\gamma b) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h(a) \\ h(b) \end{pmatrix}$$

viniendo los elementos del término independiente dados por las expresiones:

$$h(a) = -\partial_r \hat{T}^{part}(a) \quad (100)$$

$$h(b) = -\partial_r \hat{T}^{part}(b) \quad (101)$$

Por tanto, los coeficientes C y D pueden ser calculados como:

$$C = \frac{1}{\gamma} \frac{K_1(\gamma b)h(a) - K_1(\gamma a)h(b)}{I_1(\gamma a)K_1(\gamma b) - K_1(\gamma a)I_1(\gamma b)} \quad (102)$$

$$D = \frac{1}{\gamma} \frac{I_1(\gamma b)h(a) - I_1(\gamma a)h(b)}{I_1(\gamma a)K_1(\gamma b) - K_1(\gamma a)I_1(\gamma b)} \quad (103)$$

Puesto que todos los términos de la ecuación (85) son conocidos, se puede calcular pues la solución particular $\hat{T}^{part}(r)$ y su derivada parcial $\partial_r \hat{T}^{part}(r)$ como funciones dependientes del radio r .

Por su parte, la solución general de la ecuación homogénea $\hat{T}^{gen}(r)$ vendrá dada por la expresión:

$$\hat{T}^{gen}(r) = CI_0(\gamma r) + DK_0(\gamma r) \quad (97)$$

donde los coeficientes C y D se obtienen a partir de las condiciones de contorno:

$$\lim_{r \rightarrow a} \partial_r \hat{T}^{gen} = -\partial_r \hat{T}^{part}(a) \quad (98)$$

$$\lim_{r \rightarrow b} \partial_r \hat{T}^{gen} = -\partial_r \hat{T}^{part}(b) \quad (99)$$

con $\partial_r \hat{T}^{part}$ obtenido de la ecuación (91).

A partir de las ecuaciones (98) y (99) se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones en forma matricial:

$$\begin{pmatrix} \gamma I_1(\gamma a) & -\gamma K_1(\gamma a) \\ \gamma I_1(\gamma b) & -\gamma K_1(\gamma b) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h(a) \\ h(b) \end{pmatrix}$$

viniendo los elementos del término independiente dados por las expresiones:

$$h(a) = -\partial_r \hat{T}^{part}(a) \quad (100)$$

$$h(b) = -\partial_r \hat{T}^{part}(b) \quad (101)$$

Por tanto, los coeficientes C y D pueden ser calculados como:

$$C = \frac{1}{\gamma} \frac{K_1(\gamma b)h(a) - K_1(\gamma a)h(b)}{I_1(\gamma a)K_1(\gamma b) - K_1(\gamma a)I_1(\gamma b)} \quad (102)$$

$$D = \frac{1}{\gamma} \frac{I_1(\gamma b)h(a) - I_1(\gamma a)h(b)}{I_1(\gamma a)K_1(\gamma b) - K_1(\gamma a)I_1(\gamma b)} \quad (103)$$

Puesto que todos los términos de la ecuación (85) son conocidos, se puede calcular pues la solución particular $\hat{T}^{part}(r)$ y su derivada parcial $\partial_r \hat{T}^{part}(r)$ como funciones dependientes del radio r .

Por su parte, la solución general de la ecuación homogénea $\hat{T}^{gen}(r)$ vendrá dada por la expresión:

$$\hat{T}^{gen}(r) = CI_0(\gamma r) + DK_0(\gamma r) \quad (97)$$

donde los coeficientes C y D se obtienen a partir de las condiciones de contorno:

$$\lim_{r \rightarrow a} \partial_r \hat{T}^{gen} = -\partial_r \hat{T}^{part}(a) \quad (98)$$

$$\lim_{r \rightarrow b} \partial_r \hat{T}^{gen} = -\partial_r \hat{T}^{part}(b) \quad (99)$$

con $\partial_r \hat{T}^{part}$ obtenido de la ecuación (91).

A partir de las ecuaciones (98) y (99) se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones en forma matricial:

$$\begin{pmatrix} \gamma I_1(\gamma a) & -\gamma K_1(\gamma a) \\ \gamma I_1(\gamma b) & -\gamma K_1(\gamma b) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h(a) \\ h(b) \end{pmatrix}$$

viniendo los elementos del término independiente dados por las expresiones:

$$h(a) = -\partial_r \hat{T}^{part}(a) \quad (100)$$

$$h(b) = -\partial_r \hat{T}^{part}(b) \quad (101)$$

Por tanto, los coeficientes C y D pueden ser calculados como:

$$C = \frac{1}{\gamma} \frac{K_1(\gamma b)h(a) - K_1(\gamma a)h(b)}{I_1(\gamma a)K_1(\gamma b) - K_1(\gamma a)I_1(\gamma b)} \quad (102)$$

$$D = \frac{1}{\gamma} \frac{I_1(\gamma b)h(a) - I_1(\gamma a)h(b)}{I_1(\gamma a)K_1(\gamma b) - K_1(\gamma a)I_1(\gamma b)} \quad (103)$$

Puesto que todos los términos de la ecuación (85) son conocidos, se puede calcular pues la solución particular $\hat{T}^{part}(r)$ y su derivada parcial $\partial_r \hat{T}^{part}(r)$ como funciones dependientes del radio r .

Por su parte, la solución general de la ecuación homogénea $\hat{T}^{gen}(r)$ vendrá dada por la expresión:

$$\hat{T}^{gen}(r) = CI_0(\gamma r) + DK_0(\gamma r) \quad (97)$$

donde los coeficientes C y D se obtienen a partir de las condiciones de contorno:

$$\lim_{r \rightarrow a} \partial_r \hat{T}^{gen} = -\partial_r \hat{T}^{part}(a) \quad (98)$$

$$\lim_{r \rightarrow b} \partial_r \hat{T}^{gen} = -\partial_r \hat{T}^{part}(b) \quad (99)$$

con $\partial_r \hat{T}^{part}$ obtenido de la ecuación (91).

A partir de las ecuaciones (98) y (99) se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones en forma matricial:

$$\begin{pmatrix} \gamma I_1(\gamma a) & -\gamma K_1(\gamma a) \\ \gamma I_1(\gamma b) & -\gamma K_1(\gamma b) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h(a) \\ h(b) \end{pmatrix}$$

viniendo los elementos del término independiente dados por las expresiones:

$$h(a) = -\partial_r \hat{T}^{part}(a) \quad (100)$$

$$h(b) = -\partial_r \hat{T}^{part}(b) \quad (101)$$

Por tanto, los coeficientes C y D pueden ser calculados como:

$$C = \frac{1}{\gamma} \frac{K_1(\gamma b)h(a) - K_1(\gamma a)h(b)}{I_1(\gamma a)K_1(\gamma b) - K_1(\gamma a)I_1(\gamma b)} \quad (102)$$

$$D = \frac{1}{\gamma} \frac{I_1(\gamma b)h(a) - I_1(\gamma a)h(b)}{I_1(\gamma a)K_1(\gamma b) - K_1(\gamma a)I_1(\gamma b)} \quad (103)$$

Puesto que todos los términos de la ecuación (85) son conocidos, se puede calcular pues la solución particular $\hat{T}^{part}(r)$ y su derivada parcial $\partial_r \hat{T}^{part}(r)$ como funciones dependientes del radio r .

Por su parte, la solución general de la ecuación homogénea $\hat{T}^{gen}(r)$ vendrá dada por la expresión:

$$\hat{T}^{gen}(r) = CI_0(\gamma r) + DK_0(\gamma r) \quad (97)$$

donde los coeficientes C y D se obtienen a partir de las condiciones de contorno:

$$\lim_{r \rightarrow a} \partial_r \hat{T}^{gen} = -\partial_r \hat{T}^{part}(a) \quad (98)$$

$$\lim_{r \rightarrow b} \partial_r \hat{T}^{gen} = -\partial_r \hat{T}^{part}(b) \quad (99)$$

con $\partial_r \hat{T}^{part}$ obtenido de la ecuación (91).

A partir de las ecuaciones (98) y (99) se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones en forma matricial:

$$\begin{pmatrix} \gamma I_1(\gamma a) & -\gamma K_1(\gamma a) \\ \gamma I_1(\gamma b) & -\gamma K_1(\gamma b) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h(a) \\ h(b) \end{pmatrix}$$

viniendo los elementos del término independiente dados por las expresiones:

$$h(a) = -\partial_r \hat{T}^{part}(a) \quad (100)$$

$$h(b) = -\partial_r \hat{T}^{part}(b) \quad (101)$$

Por tanto, los coeficientes C y D pueden ser calculados como:

$$C = \frac{1}{\gamma} \frac{K_1(\gamma b)h(a) - K_1(\gamma a)h(b)}{I_1(\gamma a)K_1(\gamma b) - K_1(\gamma a)I_1(\gamma b)} \quad (102)$$

$$D = \frac{1}{\gamma} \frac{I_1(\gamma b)h(a) - I_1(\gamma a)h(b)}{I_1(\gamma a)K_1(\gamma b) - K_1(\gamma a)I_1(\gamma b)} \quad (103)$$

Puesto que todos los términos de la ecuación (85) son conocidos, se puede calcular pues la solución particular $\hat{T}^{part}(r)$ y su derivada parcial $\partial_r \hat{T}^{part}(r)$ como funciones dependientes del radio r .

Por su parte, la solución general de la ecuación homogénea $\hat{T}^{gen}(r)$ vendrá dada por la expresión:

$$\hat{T}^{gen}(r) = CI_0(\gamma r) + DK_0(\gamma r) \quad (97)$$

donde los coeficientes C y D se obtienen a partir de las condiciones de contorno:

$$\lim_{r \rightarrow a} \partial_r \hat{T}^{gen} = -\partial_r \hat{T}^{part}(a) \quad (98)$$

$$\lim_{r \rightarrow b} \partial_r \hat{T}^{gen} = -\partial_r \hat{T}^{part}(b) \quad (99)$$

con $\partial_r \hat{T}^{part}$ obtenido de la ecuación (91).

A partir de las ecuaciones (98) y (99) se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones en forma matricial:

$$\begin{pmatrix} \gamma I_1(\gamma a) & -\gamma K_1(\gamma a) \\ \gamma I_1(\gamma b) & -\gamma K_1(\gamma b) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h(a) \\ h(b) \end{pmatrix}$$

viniendo los elementos del término independiente dados por las expresiones:

$$h(a) = -\partial_r \hat{T}^{part}(a) \quad (100)$$

$$h(b) = -\partial_r \hat{T}^{part}(b) \quad (101)$$

Por tanto, los coeficientes C y D pueden ser calculados como:

$$C = \frac{1}{\gamma} \frac{K_1(\gamma b)h(a) - K_1(\gamma a)h(b)}{I_1(\gamma a)K_1(\gamma b) - K_1(\gamma a)I_1(\gamma b)} \quad (102)$$

$$D = \frac{1}{\gamma} \frac{I_1(\gamma b)h(a) - I_1(\gamma a)h(b)}{I_1(\gamma a)K_1(\gamma b) - K_1(\gamma a)I_1(\gamma b)} \quad (103)$$

Capítulo 5

MODELADO NUMÉRICO DEL PROCESO DE COMPRESIÓN TUBULAR POR PULSOS ELECTROMAGNÉTICOS

En este quinto capítulo de este trabajo de investigación se describe en detalle el modelado llevado a cabo del proceso de conformado por compresión de tubos metálicos mediante la aplicación de pulsos electromagnéticos, el cual tiene su base en la aplicación del método de los elementos finitos. Para ello se describen los pasos seguidos en la generación de los modelos de simulación del proceso (del cual se describe el equipo experimental usado para contratar la modelización), comenzando por la modelización del circuito eléctrico equivalente que permite determinar las condiciones eléctricas de entrada al problema así como los principales parámetros que gobiernan la dinámica de las corrientes de descarga, para continuar con la descripción de los tres dominios que engloba el proceso como conjunto: el mecánico, el electromagnético y el termodinámico. Se hace especial hincapié en la definición de las aproximaciones asumidas así como en la justificación de las soluciones adoptadas en lo relativo a la modelización de los distintos componentes del proceso (concentrador de campo magnético, curva de comportamiento del material, parámetros dinámicos, etc.).

Capítulo 5. Modelado numérico del proceso de compresión tubular por pulsos electromagnéticos

5.1. Modelado numérico del conformado electromagnético: Modelado Multifísico

El modelado numérico del proceso de conformado mediante pulsos electromagnéticos requiere la solución simultánea del circuito eléctrico y las ecuaciones electromagnéticas, mecánicas y térmicas. Puesto que todos estos dominios del proceso se encuentran íntimamente interrelacionados, el problema invita a una solución simultánea de todos los sistemas de ecuaciones.

Las ecuaciones que describen el comportamiento del circuito eléctrico equivalente contienen parámetros (básicamente las reactancias propias y mutuas) que muestran dependencias con la configuración geométrica y, por tanto, con los campos de desplazamiento dependientes de la solución a las ecuaciones de la mecánica estructural del objeto. Además, la deformación absorbe energía del sistema, incrementando las pérdidas del conjunto.

Por su parte, las ecuaciones mecánicas del sólido contienen, o se alimentan, de las denominadas fuerzas de Lorentz, las cuales son dependientes de los campos magnéticos y las corrientes eléctricas, soluciones respectivas de las ecuaciones electromagnéticas. Tanto las corrientes eléctricas como la deformación plástica dan lugar asimismo a la generación de calor en la pieza de trabajo, lo que a su vez impacta en las propiedades eléctricas y mecánicas de los materiales. De todo ello se desprende el gran número de acoplamientos existentes, los cuales presentan, no obstante, una importancia de diferente orden de magnitud, que invita a prescindir de algunos de ellos en determinadas ocasiones.

En este marco, el potencial del modelado multifísico reside fundamentalmente en el acoplamiento incremental y progresivo de nuevos fenómenos, que permiten discernir la influencia relativa de cada uno de ellos en el resultado final.

De un modo estructurado, la interrelación existente entre los distintos dominios de la física que se ven involucrados en el proceso se encuentra representada en la Figura 34, y puede ser descrita en seis pasos:

1. Electromagnetismo – Mecánica del sólido: los campos eléctricos y magnéticos generan fuerzas que actúan en las cargas y corrientes eléctricas en el interior de la pieza de trabajo, fuerzas que dan lugar a la deformación de la misma.
2. Mecánica del sólido – Electromagnetismo: la deformación de la pieza de trabajo altera la geometría del conjunto, la cual por su parte determina el campo electromagnético y, además, extrae energía del mismo.
3. Electromagnetismo – Termodinámica: las corrientes circulantes en la pieza de trabajo conducen a su incremento de la temperatura, debido al calentamiento resistivo o calentamiento por efecto Joule.

4. Termodinámica – Electromagnetismo: el cambio de temperatura en la pieza de trabajo altera sus propiedades electromagnéticas, principalmente en la forma de ratios de conductividad dependientes de la temperatura del sólido.
5. Mecánica del sólido – Termodinámica: el trabajo mecánico ejercido por las fuerzas de Lorentz queda parcialmente almacenado como energía potencial elástica. Una vez que el material comienza a deformar plásticamente, parte del trabajo se transforma asimismo en calor (Ravichandran *et al.*, 2002), lo que aumenta la temperatura de la pieza de trabajo.
6. Termodinámica - Mecánica del sólido: el incremento de temperatura experimentado por la pieza de trabajo conduce a la generación de estrés térmico, afectando a las propiedades mecánicas del material en deformación (Johnson y Cook, 1983).

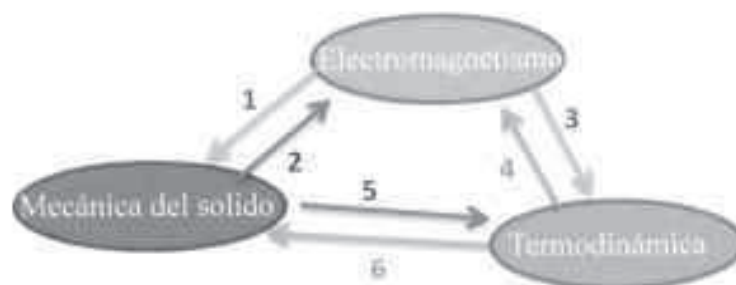


Figura 34. Interacción multifísica en el conformado electromagnético

5.1.1. Equipo experimental

Todas las interacciones anteriormente descritas tienen lugar en los sistemas de conformado, cuyos componentes genéricos ya han sido descritos con anterioridad. No obstante, puesto que en este capítulo se procede a modelar un sistema experimental real de compresión de tubos metálicos mediante la aplicación de pulsos electromagnéticos, en cuyo dominio espacial es preciso aplicar y resolver las ecuaciones interrelacionadas que gobiernan el proceso, es preciso en este punto describir someramente las principales características del equipo de laboratorio. La principal ventaja derivada de la simulación de un sistema de laboratorio real reside en la posibilidad de contrastar la bondad y exactitud del modelo desarrollado mediante mediciones posteriores.

En la Figura 35 se muestra una imagen real del equipo empleado en la validación experimental del presente trabajo de investigación, perteneciente a los laboratorios del Instituto Belga de Soldadura. En ella se pueden observar todos los componentes del equipo experimental, un equipo de conformado electromagnético de alta velocidad modelo Pulsar 50/25, de 50 kJ de máxima energía de carga (correspondiente a una tensión máxima de carga de 25kV) y un circuito de descarga de 14 kHz de frecuencia. La Figura 36 presenta las dimensiones de la bobina de conformado de espiras múltiples y las correspondientes al concentrador de campo, que focaliza la presión resultante del flujo magnético inducido por la

bobina sobre el área objetivo de la pieza de trabajo. El esquema gráfico correspondiente a este diseño experimental se muestra en la Figura 37.

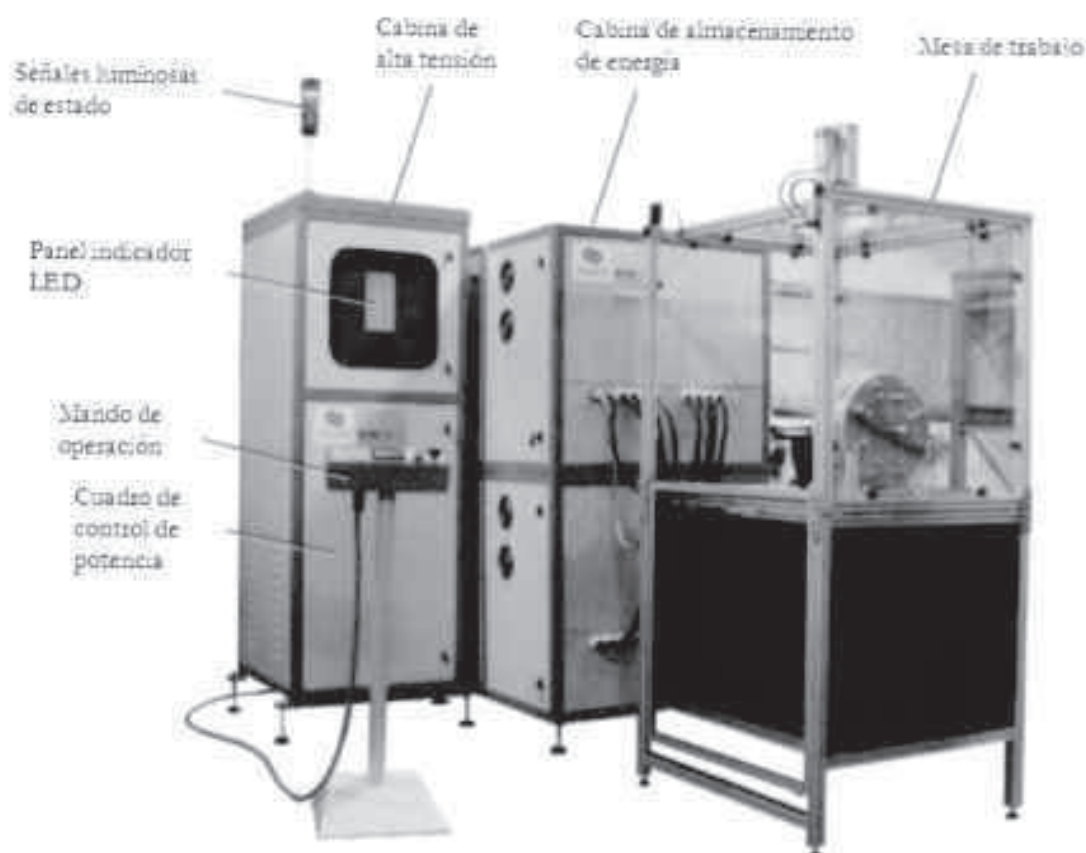


Figura 35. Equipo experimental de conformado electromagnético

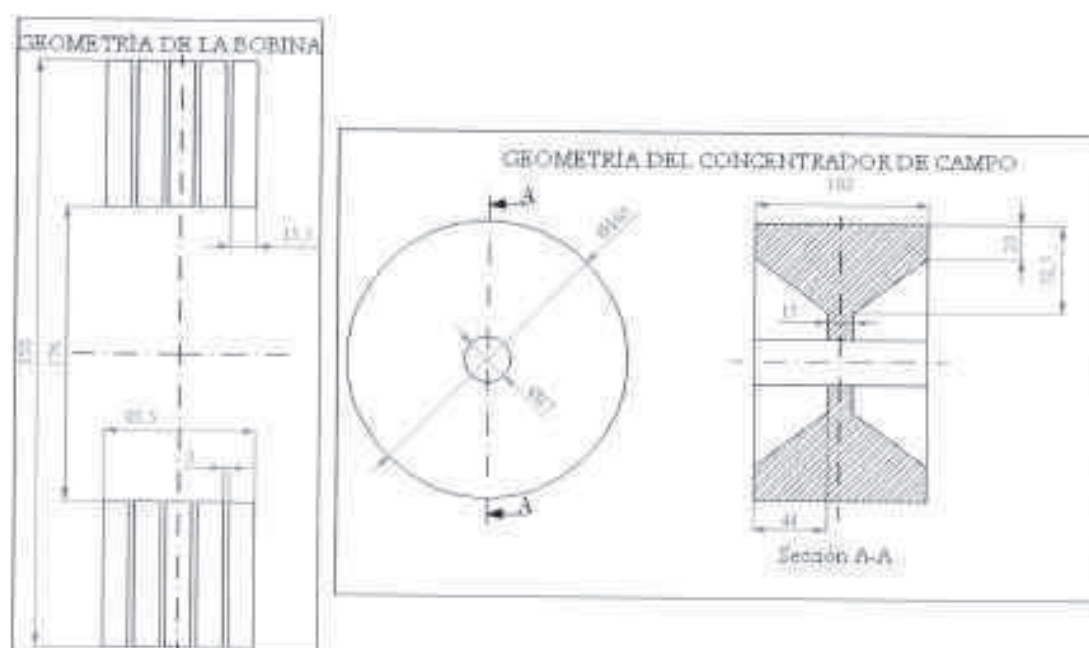


Figura 36. Geometría de bobina y concentrador de campo del equipo experimental (dimensiones en mm)

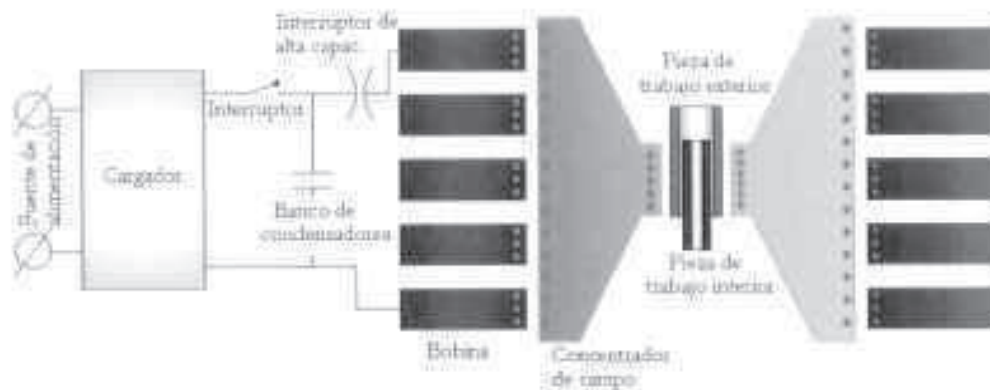


Figura 37. Dibujo esquemático del equipo de conformado experimental.

En esta sección únicamente se pretende ilustrar muy resumidamente la tipología y principales características de la instalación experimental, no obstante, una descripción detallada de la configuración del equipo y los elementos que lo conforman (incluyendo los dispositivos de medida) puede encontrarse en el Anexo II.

5.2. Modelado por Elementos Finitos

Los fenómenos físicos que tienen lugar durante el proceso de conformado electromagnético, y que han sido previamente resumidos, se describen matemáticamente mediante el uso de las ecuaciones en derivadas parciales expuestas en el capítulo anterior. Las soluciones a dichas ecuaciones diferenciales no pueden ser obtenidas analíticamente, por lo que para tal fin se recurre al empleo del Método de los Elementos Finitos (MEF), implementado a través de los programas de cálculo computacional COMSOL y MATLAB.

5.2.1. Análisis por el Método de los Elementos Finitos

El MEF permite obtener una solución numérica aproximada sobre un cuerpo, estructura o dominio (medio continuo) —sobre el que están definidas ciertas ecuaciones diferenciales en forma débil o integral que caracterizan el comportamiento físico del problema— dividiéndolo en un número elevado de subdominios no-intersectantes entre sí denominados ‘elementos finitos’. El conjunto de elementos finitos forma una partición del dominio también denominada discretización. Dentro de cada elemento se distinguen una serie de puntos representativos llamados ‘nodos’. Dos nodos son adyacentes si pertenecen al mismo elemento finito; además, un nodo sobre la frontera de un elemento finito puede pertenecer a varios elementos. El conjunto de nodos considerando sus relaciones de adyacencia se denomina ‘malla’.

Los cálculos se realizan sobre la malla de nodos (en lugar de hacerlo sobre todos los puntos del medio continuo), que sirven a su vez de base para la discretización del dominio en

elementos finitos. La generación de la malla se realiza en una etapa previa a los cálculos que se denomina pre-proceso. De acuerdo con estas relaciones de adyacencia o conectividad se relaciona el valor de un conjunto de variables incógnitas definidas en cada nodo y denominadas grados de libertad⁹. El conjunto de relaciones entre el valor de una determinada variable en los nodos se puede escribir en forma de un sistema de ecuaciones lineales (o linealizadas). La matriz de dicho sistema de ecuaciones se llama matriz de rigidez del sistema. El número de ecuaciones de dicho sistema es proporcional al número de nodos.

El método de los elementos finitos es muy usado debido a su generalidad y a la facilidad de introducir dominios de cálculo complejos (en dos o tres dimensiones). Dada la imposibilidad práctica de encontrar la solución analítica de determinados problemas, como el que ocupa el presente trabajo, con frecuencia en la práctica ingenieril los métodos numéricos y, en particular, los elementos finitos, se convierten en la única alternativa práctica de cálculo. Obviamente, la adopción de este tipo de métodos numéricos que conducen a soluciones 'aproximadas' introduce errores derivados de la discretización, los cuales no obstante pueden ser reducidos mediante el incremento del número de nodos (aumento de la densidad de la malla). Como contrapartida, el incremento del número de grados de libertad requerirá incrementar de forma paralela las necesidades computacionales, tanto en términos de espacio como de tiempo. Una de las claves del análisis y modelado mediante elementos finitos reside pues en la búsqueda del equilibrio entre precisión y eficiencia: mallas finas, es decir, con gran número de grados de libertad, tienden a ser más precisas pero también más costosas desde la perspectiva computacional. Por este motivo, el aprovechamiento de las simetrías en la definición de los problemas puede reducir de forma ventajosa el número de grados de libertad a la vez que se mantiene el mismo nivel de precisión, aspecto en el que se incidirá más adelante.

5.2.2. Modelos axisimétricos bidimensionales vs. Modelos tridimensionales

Partiendo de la existencia de un considerable volumen de aire alrededor del sistema de conformado, que debe ser incluido en el modelado, los modelos electromagnéticos tienden a ser de mucha mayor dimensión que los mecánicos estructurales. En consecuencia, resulta de crucial importancia la reducción del tamaño del modelo tanto como sea posible mediante la reducción de la dimensionalidad y el aprovechamiento de la simetría.

Siempre que sea factible, el uso de modelos axisimétricos bidimensionales es altamente recomendable frente al empleo de modelos tridimensionales, como demuestran Luca (2012) y Bartels *et al.* (2009). Los modelos axisimétricos bidimensionales presentan un número mucho menor de nodos y elementos que los modelos tridimensionales de la misma resolución, contando asimismo cada nodo con un menor número de grados de libertad.

⁹ Nótese que entre estos nodos los valores de las variables dependientes (o incógnitas) son interpolados mediante las denominadas funciones de forma.

Puesto que la geometría de los procesos de compresión y expansión tubular presenta un elevado grado de simetría axial, resulta ventajoso explotar dicho condicionante geométrico de cara a la reducción del número de grados de libertad.

En el presente trabajo un modelo tridimensional es necesario para la simulación del concentrador de campo, dado que éste posee una abertura radial que impide a la corriente inducida circular exclusivamente por la superficie exterior del elemento, forzando su paso por la cara interna (para obtener un detalle gráfico, véase la Figura 92 del Anexo I). Ello constituye una desviación de la simetría axial que no puede ser despreciada.

Por su parte, la bobina de descarga tampoco presenta en sentido estricto una simetría axial, pues presenta una configuración geométrica aproximadamente helicoidal (véase Figura 83). Este aspecto, no obstante, puede ser obviado y la hélice puede ser idealizada como una serie de anillos o toroides coaxiales, espaciados equidistantemente del extremo de la bobina, lo cual no tiene una influencia apreciable sobre las variables características del proceso, como se demuestra más adelante. Ésta configuración sí presenta, por tanto, simetría axial.

5.2.3. Modelado del circuito eléctrico

Como punto de partida para la resolución de las ecuaciones electromagnéticas que describen los campos que actúan durante el proceso de conformado mediante pulsos electromagnéticos, resulta necesario conocer la tensión existente en la bobina de conformado como función del tiempo, o, alternativamente, la corriente circulante por la misma.

Estos aspectos pueden ser determinados mediante la resolución de las ecuaciones que describen el circuito eléctrico equivalente de la máquina de procesado, la bobina de descarga, el concentrador de campo y la pieza de trabajo. En los siguientes subapartados, estas ecuaciones son desarrolladas con un grado de detalle progresivo.

5.2.3.1. Circuito eléctrico con bobina cortocircuitada

El mínimo valor de cálculo para la reactancia, y por consiguiente el máximo valor de frecuencia que puede ser obtenido en el proceso, viene dado por el cortocircuitado de los terminales de la bobina de conformado. Esta acción conduce al siguiente circuito simple equivalente RLC:

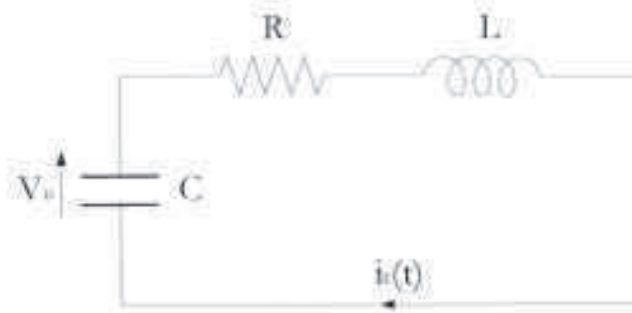


Figura 38. Circuito eléctrico equivalente con bobina cortocircuitada.

Mediante la aplicación de la segunda ley de Kirchhoff, se obtiene un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias (ODEs) que describen el sistema:

$$\frac{d}{dt}V_c(t) - \frac{i_1(t)}{C} = 0 \quad (148)$$

$$\frac{d}{dt}[L i_1(t)] + R i_1(t) + V_c(t) = 0 \quad (149)$$

vimiento las condiciones iniciales dadas por el estado de carga inicial de los condensadores acumuladores:

$$i_1(t = 0) = 0 \quad (150)$$

$$V_c(t = 0) = V_0 \quad (151)$$

siendo L la reactancia de los cables de conexión [Wb/A], R la resistencia eléctrica de los cables de conexión [Ω], C la capacidad del banco de condensadores [F], i_1 la corriente de descarga por la bobina de conformado [A], y V_c la tensión en los extremos del banco de condensadores [V].

La solución al sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias (148)-(149) da lugar a la expresión:

$$i_1(t) = \frac{V_0}{L\omega_0} \text{sen}(\omega_0 t) e^{-\frac{R}{2L}t} \quad (152)$$

donde la frecuencia angular ω_0 viene dada por la expresión:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} \quad (153)$$

De la aplicación de los datos constructivos proporcionados por el fabricante del equipo de conformado¹⁰, la aplicación de la ecuación (153) proporciona una frecuencia máxima de descarga de 45 kHz, a la que corresponde una corriente máxima de descarga, fácilmente deducible de (152), dada por la expresión:

¹⁰ $L = 0,075 \mu H$; $R = 5,900 m\Omega$; $C = 0,160 mF$.

$$i_p = V_0 \sqrt{\frac{C}{L}} \quad (154)$$

5.2.3.2. Circuito eléctrico con pieza de trabajo

El modelo del conjunto puede ser refinado mediante la inclusión de la pieza de trabajo en el circuito eléctrico equivalente, la cual se caracteriza por una resistencia y una autoinductancia, mutuamente acoplada con la inductancia propia de la bobina de descarga.

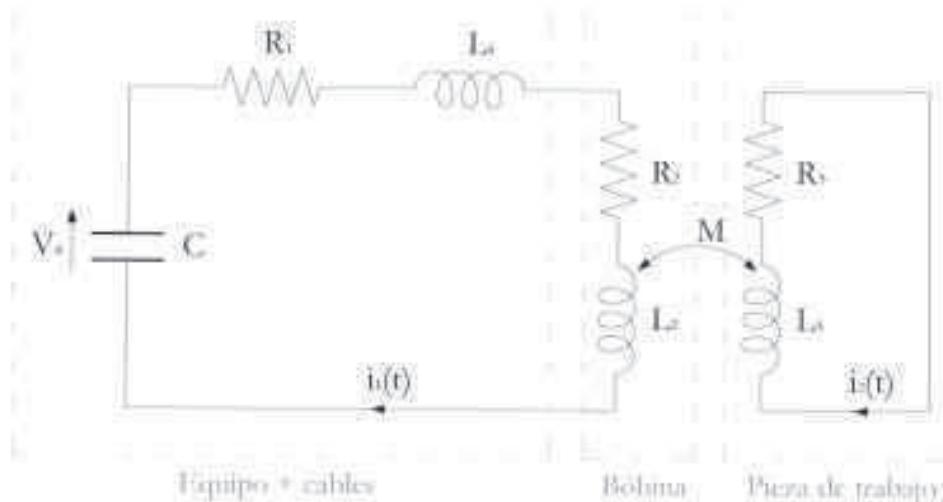


Figura 39. Circuito eléctrico equivalente con equipo, bobina y pieza de trabajo

En el pionero trabajo de Jablonski y Winkler (1978), ya se presenta un modelo similar para el modelado del equipo experimental empleado en sus experimentos. El análisis del circuito de la figura conduce al siguiente sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias:

$$\frac{d}{dt} V_c(t) - \frac{i_1(t)}{C} = 0 \quad (155)$$

$$\frac{d}{dt} [(L_1 + L_2)i_1(t) - Mi_2(t)] + (R_1 + R_2)i_1(t) + V_c(t) = 0 \quad (156)$$

$$\frac{d}{dt} [L_3i_2(t) - Mi_1(t)] + R_3i_2(t) = 0 \quad (157)$$

Sistema sujeto al siguiente conjunto de condiciones iniciales:

$$i_1(t = 0) = 0 \quad (158)$$

$$i_2(t = 0) = 0 \quad (159)$$

$$V_c(t = 0) = V_0 \quad (160)$$

siendo L_1 la reactancia de los cables de conexión [Wb/A], L_2 la reactancia de la bobina de descarga [Wb/A], L_3 la reactancia de la pieza de trabajo [Wb/A], R_1 la resistencia eléctrica

de los cables de conexión $[\Omega]$, R_2 la resistencia eléctrica de la bobina de descarga $[\Omega]$, R_3 la resistencia eléctrica de la pieza de trabajo $[\Omega]$, C la capacidad del banco de condensadores $[F]$, M la inductancia mutua entre bobina de descarga y pieza de trabajo $[Wb/A]$, I_1 la corriente de descarga por la bobina de conformado $[A]$, I_2 la corriente eléctrica inducida en la pieza de trabajo $[A]$, y V_c la tensión en bornes del banco de condensadores $[V]$.

A diferencia del caso previo, debido a las grandes deformaciones plásticas experimentadas por las piezas de trabajo en el proceso de conformado, la inductancia equivalente de la pieza, su resistencia y la inductancia mutua entre bobina de descarga y pieza de trabajo son variantes en el tiempo. Tanto la inductancia equivalente como la inductancia mutua evolucionan principalmente conforme al cambio dimensional de la pieza de trabajo, reduciéndose el acoplamiento magnético a medida que la pieza se aleja del elemento inductor. Por su parte, la resistencia se ve fundamentalmente afectada por el incremento de temperatura, dada la dependencia positiva de la resistividad de los metales con el aumento de temperatura de los mismos. Como consecuencia, el circuito de descarga no puede ser estrictamente observado como un circuito RLC convencional de parámetros fijos (Xu, Fang y Xu, 2008). No obstante, una solución aproximada al sistema de ecuaciones (155)-(160) puede ser obtenida de la omisión de la variación de los parámetros R_3 , L_3 y M durante el proceso de conformado. Ello conduce a la siguiente solución:

$$I_1(t) = \frac{V_0}{\omega L_E} \text{sen}(\omega t) e^{(-\beta t)} \quad (161)$$

$$I_2(t) = \frac{V_0 M}{L_2 L_3} \frac{1}{\omega^2 + (\alpha - \beta)^2} \left[\frac{\omega^2 - \beta(\alpha - \beta)}{\alpha} \text{sen}(\omega t) e^{(\beta t)} + \omega \cos(\omega t) e^{(-\beta t)} - \omega e^{(-\alpha t)} \right] \quad (162)$$

siendo:

$$L_E = L_1 + L_2 - \frac{M^2}{L_3} \quad (163)$$

$$R_E = R_1 + R_2 + \frac{M^2}{L_3^2} R_3 \quad (164)$$

$$\alpha = \frac{R_3}{L_3} \quad (165)$$

$$\beta = \frac{R_E}{2L_E} \quad (166)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{L_E C} - \frac{R_E^2}{4L_E^2}} \quad (167)$$

De (161) y (162) se extrae que $i_1(t)$ e $i_2(t)$ son pulsos de intensidad sinusoidal amortiguados, mostrando la corriente en la pieza de trabajo un desfase angular con respecto a la corriente primaria.

5.2.3.3. Circuito eléctrico con pieza de trabajo y concentrador de campo

Cuando se introduce un concentrador de campo entre bobina de descarga y pieza de trabajo, el modelado del circuito eléctrico equivalente se complica (Zhang *et al.*, 2004) y toma la forma representada en la Figura 40.

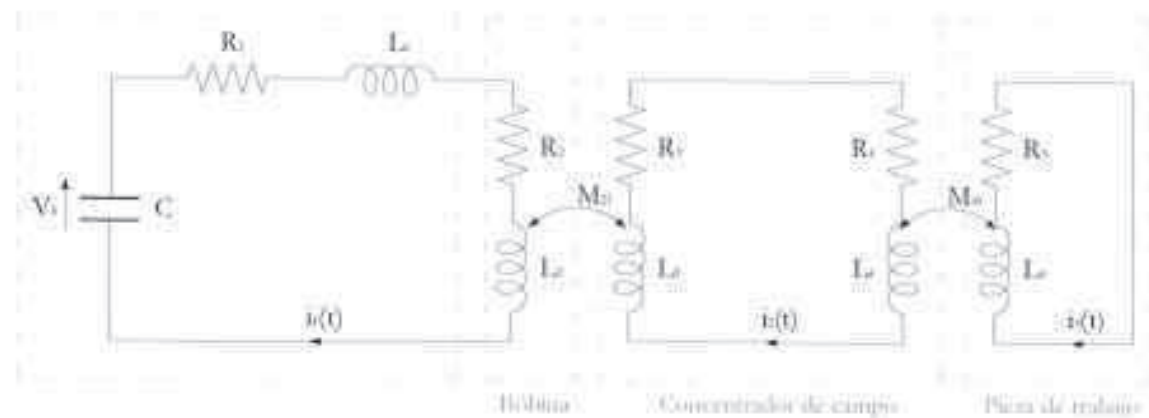


Figura 40. Circuito eléctrico equivalente con equipo, bobina, concentrador de campo y pieza de trabajo.

Este componente adicional altera de forma significativa el proceso de análisis debido al doble acoplamiento bobina de descarga – concentrador de campo magnético y concentrador de campo – pieza de trabajo. El proceso de deformación (representado de forma gráfica en la Figura 41 (Zhang *et al.*, 2004)) parte de la descarga instantánea del banco de condensadores para generar una corriente de descarga de alta frecuencia en la bobina primaria. La intensidad en la bobina principal de descarga induce una corriente secundaria en el concentrador de campo, circulando esta última desde la superficie exterior del mismo a su superficie interior, induciendo por tanto otra corriente secundaria en la pieza tubular adyacente.

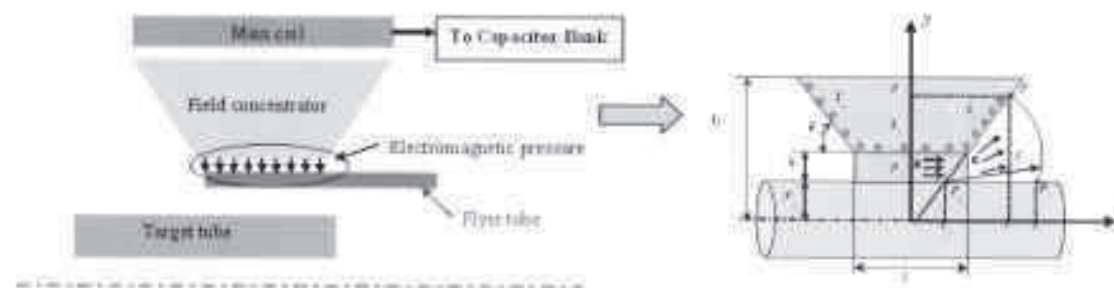


Figura 41. Representación gráfica del circuito equivalente mostrado en la Figura 40.

La aplicación de las leyes fundamentales de Kirchhoff para la resolución de circuitos eléctricos conduce al siguiente sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias:

$$\frac{d}{dt}V_c(t) - \frac{i_1(t)}{C} = 0 \quad (168)$$

$$\frac{d}{dt}[(L_1 + L_2)i_1(t) - M_{23}i_2(t)] + (R_1 + R_2)i_1(t) + V_c(t) = 0 \quad (169)$$

$$\frac{d}{dt}[(L_3 + L_4)i_2(t) - M_{23}i_1(t) - M_{45}i_3(t)] + (R_3 + R_4)i_2(t) = 0 \quad (170)$$

$$\frac{d}{dt}[L_5i_3(t) - M_{45}i_2(t)] + R_5i_3(t) = 0 \quad (171)$$

Como se puede apreciar, de cara a poder analizar este circuito todos los valores de las inductancias y las resistencias han de ser conocidos. No obstante, si bien algunos de ellos pueden ser determinados numéricamente, con distintos grados de dificultad, otros presentan una elevada complejidad (Zhang *et al.*, 2004), lo que conlleva a la adopción de enfoques simplificados basados en el cálculo de parámetros eléctricos equivalentes concentrados (véase, por ejemplo, Luca (2012) o Psyka *et al.* (2011)). Estos pueden ser calculados mediante enfoques analíticos, adoptando hipótesis simplificadoras adicionales, o recurriendo a modelos numéricos como se verá en el próximo apartado.

5.2.3.4. Parámetros del circuito

Para poder resolver los anteriormente expuestos sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias, es necesario obtener los valores de todos los parámetros eléctricos contenidos en las mismas (resistencias, capacitancias, reactancias propias y mutuas). Algunos de estos parámetros son constantes para el equipo de conformado que ocupa la parte experimental de este trabajo, mientras que otros son dependientes del diseño del sistema de descarga (bobina con concentrador de campo y pieza de trabajo). A continuación se describe cómo pueden ser calculados dichos parámetros.

5.2.3.4.1. Parámetros con terminales de la bobina cortocircuitados

Cuando la bobina primaria de descarga es reemplazada por una barra de cortocircuito, sólo los parámetros constantes de la máquina permanecen activos en el circuito. Estos son obtenidos directamente de los datos proporcionados por el fabricante, no requiriendo ningún cálculo adicional, y siendo para el equipo objeto de estudio los indicados a continuación:

$$L = 0,075 \mu H (\pm 5\%)$$

$$R = 5,900 m\Omega (\pm 5\%)$$

$$C = 0,160 mF (\pm 5\%)$$

5.2.3.4.2. Parámetros con bobina de trabajo

Cálculo de la inductancia mediante el uso de fórmulas analíticas

El cálculo de la inductancia de una bobina de una sola capa está basado en las expresiones de una lámina cilíndrica, es decir, una espira en la que la intensidad circula en torno al eje de un cilindro de espesor radial infinitesimal en su superficie. Excepto para casos de espirales helicoidales de grandes aperturas que no nos ocupan, la inductancia de una bobina de capa simple es aproximadamente igual a la de una lámina de corriente cilíndrica con el mismo número de vueltas n que la bobina, el mismo radio medio a , y longitud l igual al número de espiras en la bobina multiplicado por la distancia entre centros de hilos adyacentes.

La expresión exacta para este tipo de casos es la denominada fórmula de Lorentz, dada por la siguiente expresión:

$$L = \mu_0 \frac{n^2 \pi a^2}{l} f\left(\frac{2a}{l}\right) \quad (172)$$

Siendo:

$$f = \frac{4}{3\pi} \frac{1}{\sqrt{1-k^2}} \left(\frac{1-k^2}{k^2} K + \frac{2k^2-1}{k^2} E - k \right) \quad (173)$$

$$k = \frac{2a}{\sqrt{4a^2 + l^2}} \quad (174)$$

$$K = \int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 \varphi}} \quad (175)$$

$$E = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1-k^2 \sin^2 \varphi} d\varphi \quad (176)$$

expresiones en las que a y l representan las dimensiones características de la bobina ideal, es decir, radio y longitud de la misma. Por otra parte, la función $f\left(\frac{2a}{l}\right)$ es comúnmente conocida como coeficiente de Nagaoaka, factor de corrección adimensional representado gráficamente en la Figura 42:

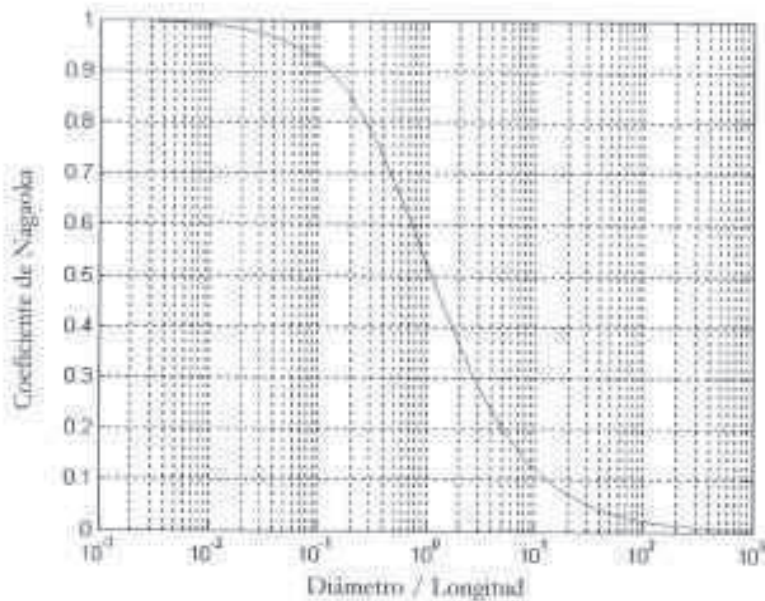


Figura 42. Representación gráfica del coeficiente de Nagaoka

De las expresiones (172)-(176) resulta la fórmula para el cálculo de la inductancia de una bobina de capa simple:

$$L = \frac{\theta \mu_0 \pi a^2 n^2}{l} \quad (177)$$

Donde L es el valor de la inductancia [H], θ representa el coeficiente de Nagaoka ($0 < \theta \leq 1$), μ_0 representa la permeabilidad en el vacío [H/m], a es el radio medio de la bobina [m], l su longitud [m], y n el número de vueltas o espiras. Se deduce que el factor corrector θ igual 1 corresponderá a una reactancia de longitud infinita.

Cálculo de la inductancia mediante el uso del método de los elementos finitos

Debido a las hipótesis simplificadoras inherentes al cálculo derivado del uso de fórmulas analíticas como la anteriormente descrita (campo magnético uniforme y paralelo al eje de simetría, desprecio de las discontinuidades geométricas, etc.), los resultados obtenidos de este tipo de aproximaciones son a menudo excesivamente simplistas e inexactos. Por este motivo, se recurre al modelado numérico adicional por el método de los elementos finitos, con el objeto de determinar un valor alternativo al cálculo de la inductancia en la bobina, que permita asimismo establecer una comparación.

Para ello se recurre a la generación de un modelo axisimétrico bidimensional en el software de cálculo Comsol, haciendo uso del modo de aplicación denominado *vector potencial*. Empleando una formulación temporal armónica basada en el cálculo de las corrientes de inducción acimutales, se diseña un primer modelo que se ha representado gráficamente en la Figura 43. El modelado tiene lugar en el plano rZ , cubriendo el dominio de simulación una sección transversal cuya revolución en torno al eje z da lugar a la geometría tridimensional completa.



Figura 43. Modelo axisimétrico bidimensional de bobina de descarga

En la figura, el semicírculo representa el volumen de aire que rodea la bobina y los cinco rectángulos corresponden a las cinco espiras de aluminio que conforman la bobina. La inductancia y la resistencia de la bobina pueden ser determinadas mediante las expresiones siguientes:

$$L_e = \frac{\text{imag}\left(\frac{V_0}{I_{tot}}\right)}{2\pi f} \quad (178)$$

$$R_e = \text{real}\left(\frac{V_0}{I_{tot}}\right) \quad (179)$$

siendo L_e la inductancia de la bobina [H], R_e la resistencia [Ω], V_0 la tensión de excitación en bornes de la bobina, I_{tot} la corriente total circulante [A], y f la frecuencia de operación [Hz]. La Figura 44 y la Figura 45 muestran los valores obtenidos de inductancia y resistencia en función de la frecuencia.

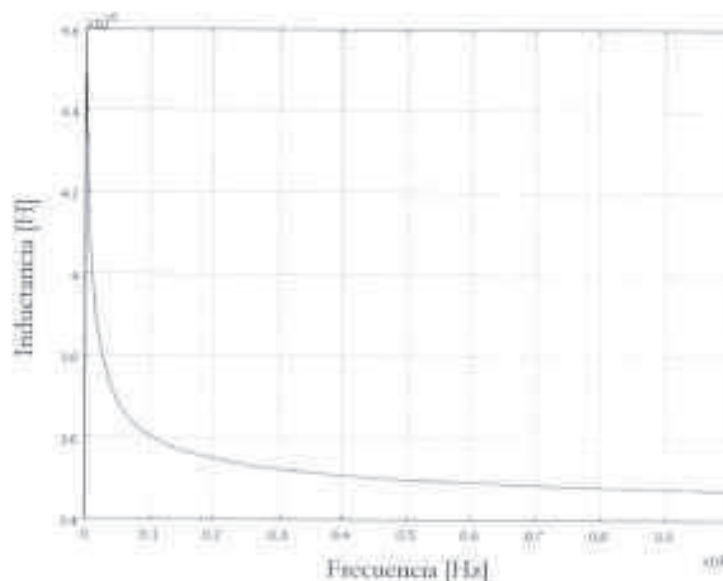


Figura 44. Inductancia de la bobina en función de la frecuencia

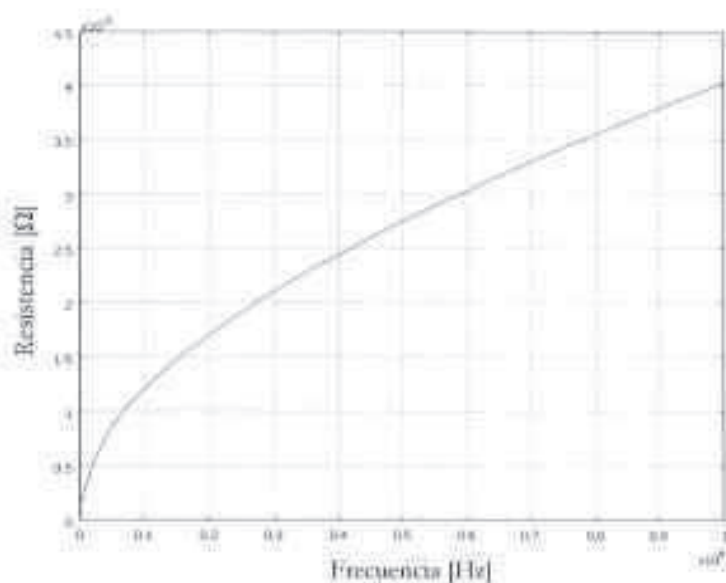


Figura 45. Resistencia de la bobina en función de la frecuencia

Esta dependencia de los valores de la impedancia con la frecuencia de operación queda ilustrada claramente mediante la representación de la densidad de corriente a través de la sección transversal de la bobina para distintos valores de la frecuencia. La Figura 46, Figura 47 y Figura 48 presentan resultados de simulación que dan muestra de la evolución de la distribución espacial de la corriente ante frecuencias incrementales, lo cual se traduce directamente en una evolución exponencial de los parámetros impedantes.

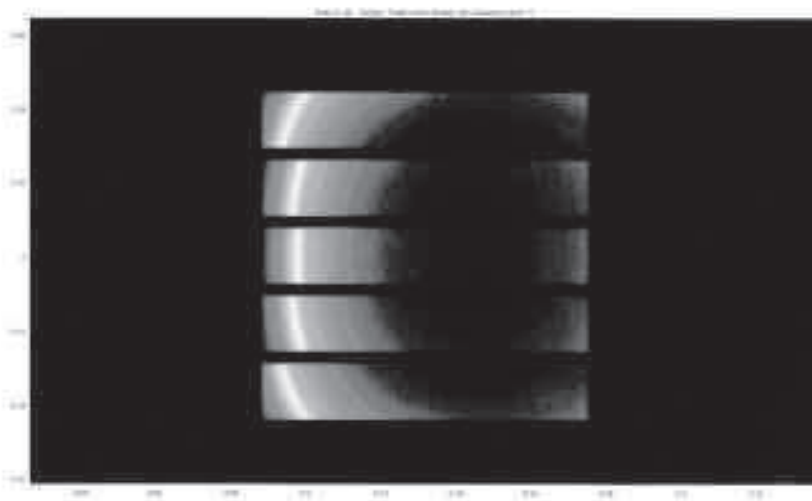


Figura 46. Densidad de corriente simulada a 10Hz de frecuencia

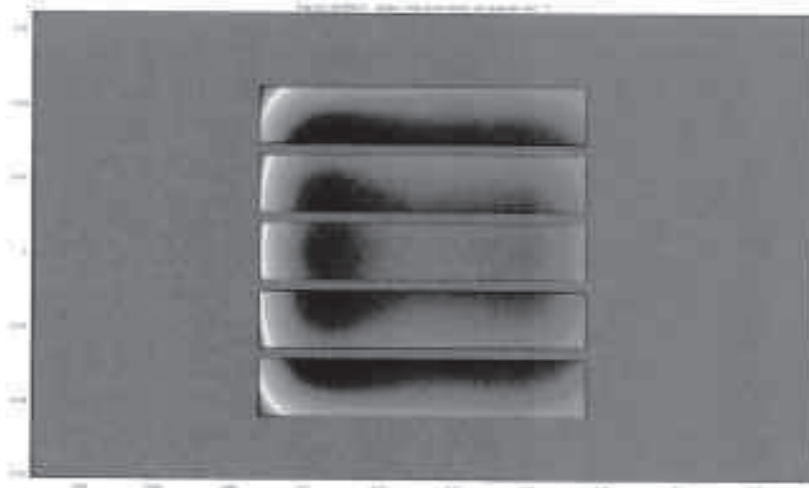


Figura 47. Densidad de corriente simulada a 100Hz de frecuencia

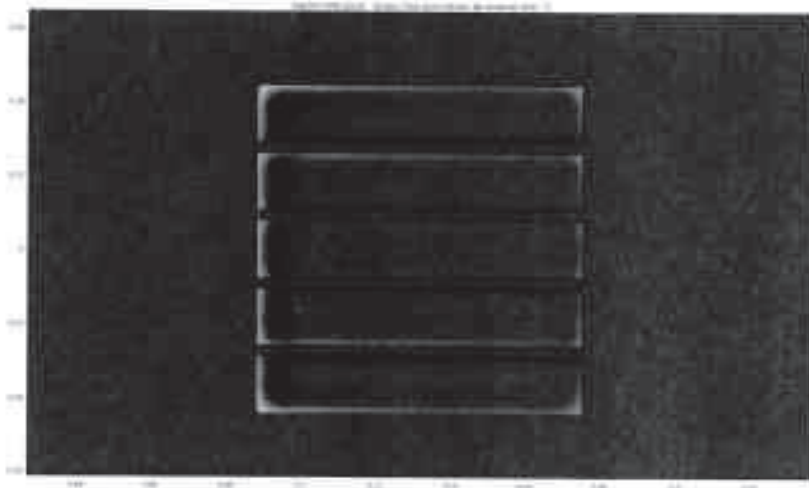


Figura 48. Densidad de corriente simulada a 1000Hz de frecuencia

A medida que el valor de la frecuencia aumenta, se puede apreciar una mayor concentración de la corriente en una delgada lámina superficial en la parte interior de la bobina. Este es el comúnmente denominado *efecto pelicular*, que será tratado en mayor detalle con posterioridad. Como consecuencia de este fenómeno, el radio efectivo de la bobina se ve reducido a medida que se incrementa la frecuencia, lo cual provoca una reducción de la inductancia. Por otro lado, el área transversal efectiva de la bobina se ve igualmente reducida, causando en consecuencia un incremento de la resistencia.

Otro fenómeno que resulta evidente de la observación de los gráficos anteriormente mostrados es el denominado *efecto de proximidad*: corrientes paralelas fluyendo en la misma dirección tienden a repelerse entre sí –debido a la generación de campos magnéticos derivados–; explicándose la causa de la obtención de mayores densidades de corriente en los extremos de las dos espiras exteriores del conjunto.

La comparación de los resultados obtenidos del modelo en elementos finitos con los resultados indicados por la fórmula de Nagaoka (en la que se hace uso de un radio efectivo en base a la existencia del efecto pelicular) conduce a la obtención de grandes diferencias en los resultados (véase la Figura 49). Para bajas frecuencias, la aproximación del modelado de la bobina como una corriente laminar conduce a valores excesivamente elevados en bobinas de geometrías similares a la considerada en esta investigación (bobinas de gran amplitud, concretamente, de 88 mm de radio interior y 175 mm de radio exterior). Para frecuencias más elevadas la aproximación anteriormente mencionada es más precisa, no obstante, la fórmula de Nagaoka sigue dando lugar a valores en torno al 35% superiores a los obtenidos mediante el método de los elementos finitos:

Puesto que no se han podido realizar medidas experimentales de la inductancia de la bobina aislada (sin la presencia del concentrador de campo) no se puede asegurar en este apartado la mayor bondad de los resultados obtenidos por uno u otro método. No obstante, este paso es abordado en el siguiente apartado, donde se puede confirmar la mayor precisión de cálculo aportada por la aplicación del modelado de elementos finitos a esta parte del modelado del sistema.

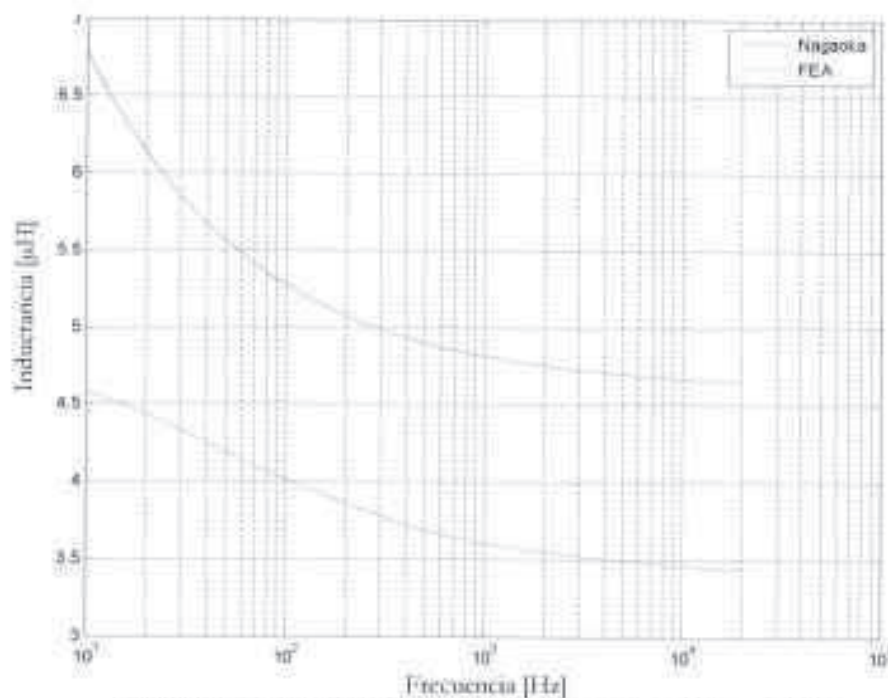


Figura 49. Cálculo de inductancia: fórmula de Nagaoka vs. MEF

5.2.3.4.3. Parámetros con bobina de trabajo y concentrador de campo

Cálculo de la inductancia mediante el uso de fórmulas analíticas

Cuando se añade al modelado del sistema la presencia de un concentrador de campo, las corrientes parásitas ejercen de forma efectiva de escudo electromagnético del núcleo interior del concentrador frente al flujo generado por la corriente primaria, que circula por la bobina de descarga. En primera instancia, la inductancia de un cuerpo portador de intensidad

eléctrica se relaciona con el volumen que ocupa con flujo magnético. En consecuencia, cuando el concentrador de campo impide el paso del flujo magnético sobre el volumen que ocupa, se reduce el valor de la inductancia equivalente observada por el conjunto (que da lugar a la generación del propio flujo), la cual puede ser aproximada mediante la expresión¹¹:

$$L = \frac{\mu_0 \pi n^2}{l} \frac{a^2}{1 + \frac{a_e^2}{a^2}} \quad (180)$$

donde a representa el radio efectivo de la bobina [m], y a_e el radio efectivo de la superficie exterior del concentrador de campo [m].

Haciendo uso del diámetro interior de la bobina como diámetro efectivo –derivado de la existencia del efecto pelicular anteriormente descrito– y de las dimensiones del equipo de trabajo (bobina y concentrador; véanse los detalles geométricos en el capítulo 1 o en el Anexo I) la inductancia se ve reducida en un factor igual a 1,8675. Ello da lugar a una inductancia equivalente del sistema de descarga de 1,8 μH .

Cálculo de la inductancia mediante el uso del método de los elementos finitos

El modelo empleado para el cálculo de la inductancia de la bobina descrito en el apartado 5.2.3.4.2 es extendido para la inclusión del concentrador de campo, de forma que la inductancia equivalente del equipo de conformado completo es determinada a frecuencia variable. La Figura 50 representa la inductancia obtenida como función de la frecuencia de operación, mientras que la Figura 51 muestra la resistencia equivalente también como variable dependiente de la frecuencia de trabajo. El cálculo numérico de este segundo parámetro resistivo es asimismo fundamental, pues no existen fórmulas analíticas que permitan evaluar con precisión el cálculo de la resistencia equivalente en sistemas acoplados mediante la acción intermedia de concentradores magnéticos.

¹¹ Expresión derivada del planteamiento propuesto por Daehn (OSU, 2012).

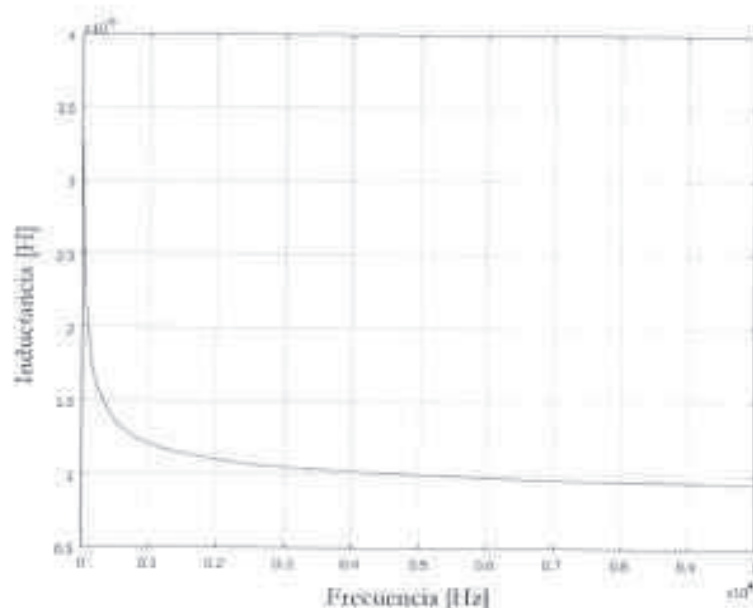


Figura 50. Inductancia equivalente del sistema de descarga en función de la frecuencia

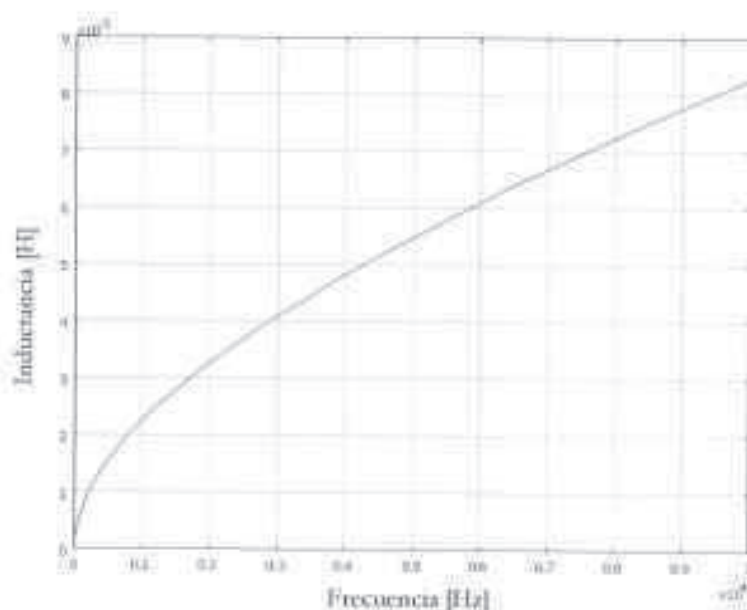


Figura 51. Resistencia equivalente del sistema de descarga en función de la frecuencia

Puesto que la frecuencia natural del circuito es dependiente de los valores equivalentes de R y L , y estos son a su vez dependientes de la frecuencia, es necesario establecer un procedimiento iterativo para determinar un conjunto consistente de valores para la frecuencia, la inductancia y la resistencia equivalentes. El flujoograma esquemático de dicho procedimiento se representa gráficamente en la Figura 52. Partiendo de la frecuencia obtenida de la consideración única de los parámetros constitutivos del equipo cortocircuitado (véase apartado 5.2.3.4.1), e iterando hasta la convergencia, se alcanzan los siguientes valores:

- $f = 12,5 \text{ kHz}$
- $L_{eq} = 0,925 \mu\text{H}$
- $R_{eq} = 9,4 \text{ m}\Omega$

Como se puede apreciar, las diferencias obtenidas con respecto a los cálculos analíticos son en esta fase del modelado incluso mayores a las obtenidas en pasos previos. Esta divergencia entre las fórmulas analíticas y el cálculo efectuado mediante el método de los elementos finitos se acentúa a consecuencia de la introducción del concentrador magnético, no considerado o excesivamente simplificado en la mayor parte de los estudios previos. La mayor precisión de los resultados obtenidos de la aplicación del MEF se hace patente en el siguiente apartado mediante la comparación del modelado realizado con resultados experimentales.

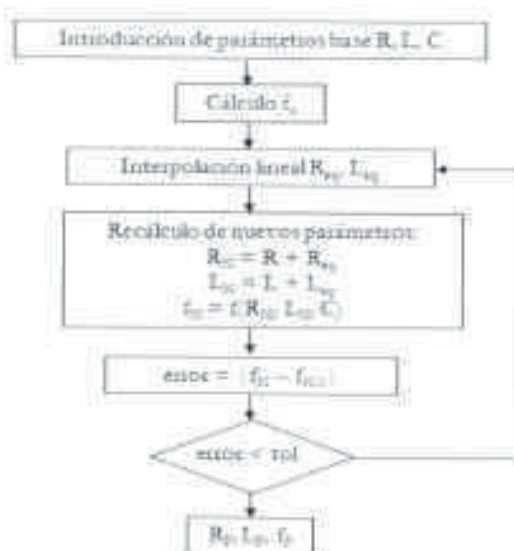


Figura 52. Flujograma de cálculo de los parámetros equivalentes del circuito eléctrico

5.2.3.5. Cálculo de la corriente de descarga

La resolución de las ecuaciones diferenciales planteadas en los apartados previos, haciendo uso de los parámetros eléctricos previamente calculados, permite determinar la corriente de descarga del banco de condensadores a través del sistema de conformado en función del tiempo, la cual puede ser asimismo comparada con la corriente medida experimentalmente¹². La Figura 53 muestra, a modo de ejemplo ilustrativo, los resultados correspondientes a un experimento de compresión tubular de un cilindro de acero S235 para el que se empleó una tensión de carga del banco de condensadores de 12,5 kV (al que corresponde una energía de descarga de 12,5 kJ) para alimentar a la bobina de descarga. En la figura se ha representado la corriente medida (en color negro), la corriente calculada haciendo uso de los parámetros calculados analíticamente (en color verde), y la corriente calculada en base a los parámetros obtenidos del modelado en elementos finitos. Se puede apreciar claramente la escasa precisión obtenida a partir de la formulación analítica clásica, frente a la elevada correspondencia obtenida mediante el cálculo numérico discreto, especialmente durante el primer periodo de la onda de corriente. Más adelante se demostrará que, en lo concerniente al proceso de conformado, todos los fenómenos relevantes tienen lugar durante el primer

¹² Una descripción detallada del sistema experimental de medida mediante bobina de Rogowski puede ser encontrada en el Anexo II.

periodo de la onda de descarga¹⁵, espacio temporal en el que el modelo presenta la mayor precisión. Asimismo, es preciso destacar que, aunque solamente se muestra un ejemplo de onda de descarga, este proceso de cálculo y verificación experimental ha sido llevado a cabo para toda la serie de experimentos posteriormente descrita en el capítulo 6, habiendo obtenido un error inferior al 5% (con promedio de 3,15%) para todas las simulaciones realizadas en el intervalo 5-20 kV (2-32 kJ). Como muestra de ello, en la Tabla 1 se representan los errores de amplitud sobre el primer semiciclo de descarga, con respecto a valores medidos experimentalmente.

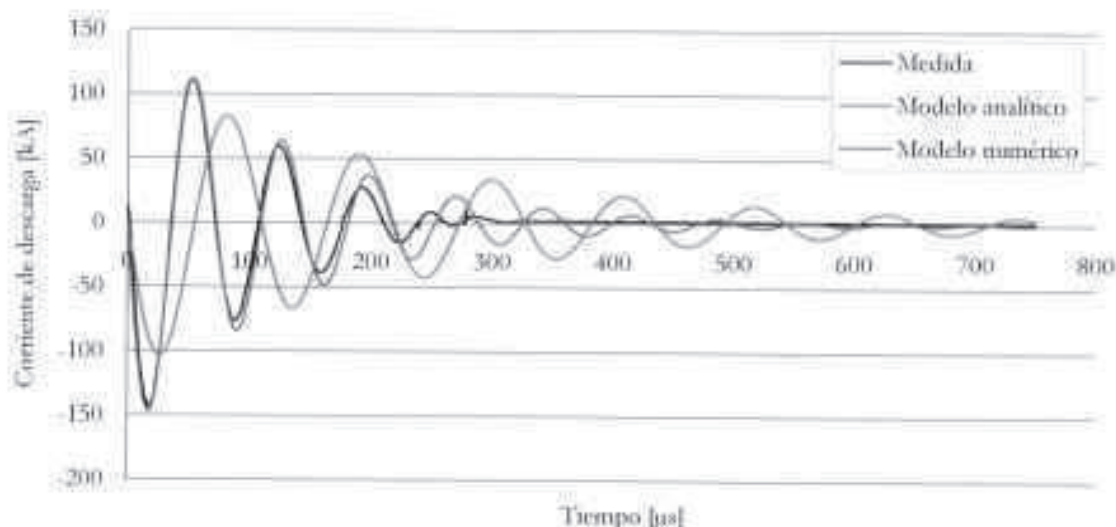


Figura 53. Medida y modelado resultante de la corriente de descarga

| | | | | | | | | | |
|-----------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Tensión (kV) | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 12,5 |
| Amplitud (kA) | 56,24 | 73,10 | 78,86 | 91,18 | 108,80 | 120,53 | 126,07 | 137,42 | 143,70 |
| $ \varepsilon_1 $ (%) | 4,38 | 3,56 | 4,23 | 2,98 | 2,85 | 2,60 | 2,48 | 2,53 | 2,16 |
| Tensión (kV) | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | |
| Amplitud (kA) | 156,38 | 161,16 | 170,08 | 192,68 | 191,46 | 203,31 | 213,35 | 240,97 | |
| $ \varepsilon_1 $ (%) | 2,42 | 2,01 | 3,54 | 2,48 | 4,25 | 3,98 | 4,57 | 2,56 | |

Tabla 1. Amplitud y error relativo medidos sobre el primer semiciclo de descarga

En la Figura 54 se observa que, si bien durante los dos primeros periodos de la onda de descarga la precisión de los resultados es elevada, posteriormente el periodo de la señal medida decrece de manera abrupta y se aleja del comportamiento oscilatorio amortiguado ideal previsto por el cálculo. Este efecto es debido a la dinámica de funcionamiento de los interruptores de alta velocidad (o ignitrones), los cuales al dejar de conducir para tensiones reducidas limitan la capacidad efectiva del sistema y, en consecuencia, aumentan la frecuencia natural del circuito.

Finalmente, a modo de resumen del modelado del circuito eléctrico equivalente, en la Tabla 2 se indican los parámetros resultantes del mismo para la configuración experimental estudiada en este trabajo.

¹⁵ Fenómeno ya observado por otros autores; véase, por ejemplo, Karch y Roll (2005) o Heping y Chunfang (2009).

| | Capacidad [F] | Inductancia [H] | Resistencia [Ω] | Frecuencia [Hz] |
|----------------------|-------------------------|---------------------------|----------------------------|-----------------|
| Equipo de conformado | $160,00 \times 10^{-6}$ | $1.000,12 \times 10^{-3}$ | $15.333,70 \times 10^{-3}$ | 12.522,26 |

Tabla 2. Parámetros del circuito eléctrico equivalente.

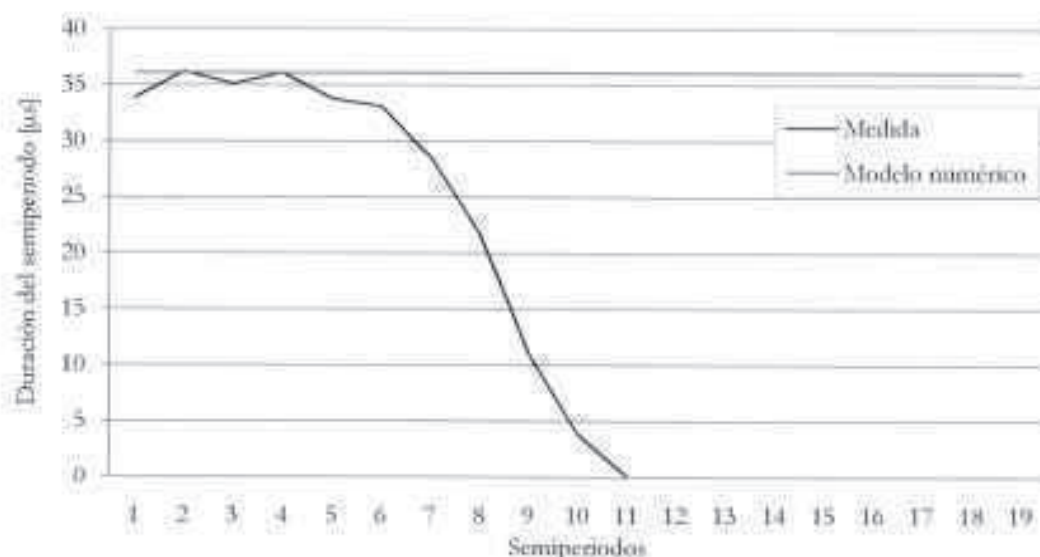


Figura 54. Evolución temporal de los periodos de la onda de descarga

5.2.4. Modelado electromagnético

Una vez conocida la dinámica de la corriente o tensión de excitación de entrada a la bobina de descarga del equipo de conformado, resulta posible pasar a la resolución de las ecuaciones electromagnéticas que describen el problema de campos en el área de trabajo. No obstante, esta resolución es más compleja debido a la no linealidad constituida por la presencia del concentrador de campo magnético.

A continuación, se revisan las principales ecuaciones que gobiernan esta fase del modelado, que fueron tratadas en detalle en el capítulo anterior, describiendo las aproximaciones asumidas para su tratamiento preciso y eficiente por el método de los elementos finitos, así como sus interrelaciones con las siguientes fases del proceso de modelado.

5.2.4.1. Forma diferencial de las ecuaciones de Maxwell

Todos los fenómenos electromagnéticos pueden ser completamente descritos a partir de las denominadas ecuaciones de Maxwell, mostradas a continuación en su forma diferencial más compacta:

$$\nabla \times H = J + \frac{\partial D}{\partial t} \quad \text{Ley de Ampère generalizada} \quad (181)$$

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad \text{Ley de Faraday-Lenz} \quad (182)$$

| | | |
|----------------------------------|---------------------------------------|-------|
| $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ | Ley de Gauss para el campo magnético | (183) |
| $\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$ | Ley de Gauss para el campos eléctrico | (184) |

Tabla 3. Forma diferencial de las ecuaciones de Maxwell

donde \mathbf{H} representa el campo magnético [A/m], \mathbf{J} la densidad de corriente [A/m²], \mathbf{D} el desplazamiento eléctrico [C/m²], \mathbf{E} el campo eléctrico [V/m], \mathbf{B} la densidad de flujo magnético [Wb/m²], y ρ la resistividad eléctrica [Ω·m]. Adicionalmente, las siguientes relaciones de continuidad y relaciones constitutivas tienen aplicación directa en el dominio:

| | |
|------------------------------------|-------|
| $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$ | (185) |
| $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$ | (186) |
| $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$ | (187) |

Tabla 4. Relaciones electromagnéticas constitutivas y de continuidad

siendo σ la conductividad eléctrica [S/m], μ la permeabilidad magnética [H/m], y ϵ la permitividad eléctrica [F/m].

En principio la resolución de estas ecuaciones en derivadas parciales de Maxwell, de forma conjunta con las ecuaciones de continuidad y las relaciones constitutivas electromagnéticas de los materiales, darían lugar a los valores del campo electromagnético en todos los puntos del dominio de estudio. No obstante, en la práctica la resolución de estas ecuaciones requiere la toma en consideración de las propiedades particulares del problema. Así, determinados aspectos pueden ser despreciados a la vez que una adecuada selección de los sistemas de coordenadas puede conducir a la eliminación de determinadas componentes vectoriales, lo que reduce de forma significativa la complejidad en la resolución de estos sistemas de ecuaciones.

Un ejemplo de simplificación de las ecuaciones de Maxwell es la comúnmente denominada aproximación cuasi-estática, la cual simplifica el sistema en estudio y se demuestra válida para determinados problemas, como el que ocupa este trabajo.

5.2.4.2. Ecuaciones de Maxwell en la aproximación cuasi-estática

El análisis de las ecuaciones de Maxwell conduce a la conclusión de que los cambios temporales de corrientes y cargas no están sincronizados con los cambios de los campos electromagnéticos. Las variaciones experimentadas por estos últimos presentan siempre un desfase relativo con respecto a los cambios en las fuentes, reflejando la velocidad de propagación finita de las ondas electromagnéticas. Bajo la hipótesis de que este efecto puede ser ignorado, resulta posible obtener los campos electromagnéticos resultantes de la consideración de corrientes estacionarias en cada instante. Este enfoque es el denominado cuasi-estático.

La aproximación cuasi-estática es válida cuando las variaciones son lentas, entendiendo como tal las situaciones en las que las dimensiones geométricas de los sistemas físicos son reducidas en comparación a la longitud de onda. Puesto que en el problema físico derivado del conformado electromagnético se trata con frecuencias del orden de 10^5 Hz, las longitudes de onda asociadas a los campos electromagnéticos serán del orden de $3 \cdot 10^3$ m¹⁴, muchos órdenes de magnitud por encima de la dimensión de referencia del equipo de conformado. La condición queda pues satisfecha.

Desde un punto de vista matemático, la condición de cuasi-estaticidad es equivalente a la supresión de las corrientes de desplazamiento (término $\partial \mathbf{D} / \partial t$), dada su influencia despreciable con respecto a las corrientes de conducción. Consecuentemente la ley de Ampère-Maxwell (o ley de Ampère generalizada) queda simplificada a la forma:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (188)$$

De manera que, bajo esta hipótesis, la forma de las ecuaciones de Maxwell torna de quedar definida por una ecuación de ondas a constituirse en una ecuación de difusión. La siguiente tabla describe la transformación de las ecuaciones de onda generales de Maxwell a su forma como ecuaciones de difusión:

| | | |
|--|--|-------|
| $\nabla \times \mathbf{H} = \sigma \mathbf{E}$ | Ley de Ampère Maxwell – Ley de Ohm | (189) |
| $\nabla \times (\nabla \times \mathbf{H}) = \sigma \nabla \times \mathbf{E}$ | → Aplicación el operador rotacional | (190) |
| $\nabla \times (\nabla \times \mathbf{H}) = -\sigma \mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}$ | → Aplicación de la ley de Faraday | (191) |
| $\nabla(\nabla \cdot \mathbf{H}) - \nabla^2 \mathbf{H} = -\sigma \mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}$ | → Equivalencia de (191) | (192) |
| $\nabla^2 \mathbf{H} = \sigma \mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}$ | → Aplicación de la ley de Gauss para campos magnéticos | (193) |

Tabla 5. Ecuaciones cuasi-estáticas de Maxwell

Como se observa en la Tabla 5, se obtiene una ecuación de difusión para el campo magnético \mathbf{H} . Una derivación análoga da lugar a la ecuación de difusión para el campo eléctrico \mathbf{E} .

5.2.4.2.1. Aproximación cuasi-estática armónica

Cuando los campos magnéticos y eléctricos vienen dados por funciones armónicas, es decir, del tipo:

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{X}_0 e^{j\omega t} \quad (194)$$

Las derivadas temporales adquieren una forma sencilla:

¹⁴ Recuérdese que la longitud de onda se obtiene a partir del cociente de la velocidad de propagación (igual a la velocidad de la luz para las ondas electromagnéticas) y la frecuencia de la onda.

$$\frac{\partial \mathbf{X}(t)}{\partial t} = j\omega \mathbf{X}_0 e^{j\omega t} = j\omega \mathbf{X}(t) \quad (195)$$

La ecuación de difusión resulta consecuentemente:

$$\nabla^2 \mathbf{H} = j\omega \sigma \mu \mathbf{H} \quad (196)$$

Expresión que suele expresarse de la forma:

$$\nabla^2 \mathbf{H} = k^2 \mathbf{H} \quad (197)$$

siendo:

$$k^2 = j\omega \sigma \mu \quad (198)$$

Un caso de estudio de particular interés es aquel referido a un conductor semi-infinito que se extiende en el semi-plano positivo de $x = 0$. Asumiendo un campo magnético unidimensional, en el que únicamente la componente y es distinta de cero, la ecuación de difusión se transforma en uni-dimensional según la forma:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} = j\omega \sigma \mu H \quad (199)$$

viniendo su solución dada por una expresión de la forma:

$$H(x) = H_0 e^{j(\omega t - x/\delta)} e^{-x/\delta} \quad (200)$$

donde:

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \sigma \mu}} \quad (201)$$

En la expresión (201), ω representa la frecuencia angular de la intensidad de campo magnético [rad/s], μ la permeabilidad magnética del medio [H/m], y σ la conductividad eléctrica del conductor [S/m]. Por su parte, la ecuación (200) describe como la intensidad de campo magnético decrece de forma exponencial a un valor H_0/e en una distancia característica δ , denominada *profundidad superficial*. Asimismo, muestra como el campo magnético en el interior del conductor queda retrasado con respecto al campo en la superficie con un desfase de magnitud x/δ . Este es el denominado *efecto pelicular*: el conductor amortigua su interior frente al campo aplicado por la inducción de corrientes superficiales cuyo campo magnético propio se opone al campo aplicado en el interior del conductor.

Consecuentemente, una intensidad variable en el tiempo fluyendo a través de un conductor no se distribuye uniformemente en la sección transversal del mismo. Existe una concentración de corriente en torno a la superficie exterior del conductor, de manera que a mayor profundidad de la superficie, menor densidad de corriente es observada. La profundidad desde la superficie a partir de la cual la densidad de corriente decae hasta un

valor equivalente a $1/e$ de la densidad de corriente en la superficie es la profundidad superficial, dada por la expresión (201).

A medida que aumenta la frecuencia de operación, la profundidad superficial se reduce. Así, para la corriente conmutada de alta velocidad característica del equipo de conformado electromagnético, la profundidad superficial efectiva resulta muy reducida. La densidad de corriente inducida puede ser determinada a partir de la ley de Ampère-Maxwell, la cual queda reducida a (nótese que $\mathbf{H} = H \mathbf{e}_y$):

$$\mathbf{J} = \frac{\partial H}{\partial x} \mathbf{e}_x \quad (202)$$

Desde la perspectiva del modelado en elementos finitos, un cálculo preciso de la distribución de corrientes requeriría el desarrollo de un modelo de densidad de malla significativamente más pequeña que la dimensión de la profundidad superficial, lo que, para corrientes de alta frecuencia, conduciría a un número de elementos de escasa viabilidad y utilidad práctica. Para tales casos, es de gran utilidad recurrir al modelado según condiciones de contorno impedantes, las cuales asumen que la totalidad de la corriente queda concentrada en la superficie del conductor y, por tanto, solamente requieren la discretización de dichos contornos. Para aplicaciones de alta frecuencia supone una alternativa de calidad para abordar problemas de otro modo inabarcables desde la perspectiva computacional, si bien requiere el conocimiento previo del valor de la frecuencia. Es decir, es únicamente aplicable a fenómenos de naturaleza armónica.

5.2.4.2.2. Aproximación cuasi-estática general transitoria

A diferencia del caso anterior, para campos transitorios no existe de forma general una expresión analítica simple para el cálculo de la derivada temporal, por lo que la ecuación original de difusión ha de ser resuelta numéricamente. No obstante, la reducción de la forma original a la ecuación de difusión permanece válida, y los efectos difusivos y asociados al efecto pelicular deben ser observados en el resultado final, si bien a través de una derivación computacional mucho más compleja.

5.2.4.3. Potencial vectorial magnético

El potencial vectorial o vector potencial magnético es un campo vectorial tridimensional cuyo conocimiento permite conocer el campo magnético. En general, dado un campo vectorial \mathbf{X} con divergencia nula, ello implica la existencia de otro campo vectorial \mathbf{Y} cuyo rotacional da como resultado al anterior. Este campo vectorial \mathbf{Y} es el denominado vector potencial de \mathbf{X} .

De manera específica, la ley de Gauss para campos magnéticos (183) establece que la divergencia del campo magnético es nula. En consecuencia, existe un campo vectorial \mathbf{A} que satisface:

$$\nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{B} \quad (203)$$

donde \mathbf{A} es el denominado potencial vectorial magnético, variable de fundamental importancia en nuestro modelado en elementos finitos, pues constituye la variable dependiente de la formulación final.

En electrostática, el campo eléctrico es irrotacional y, por tanto, existe un potencial V el gradiente del cual es el campo eléctrico:

$$\mathbf{E} = -\nabla V \quad (204)$$

Sin embargo, ante la existencia de corrientes variantes en el tiempo, es decir, en el campo de la electrodinámica, el campo eléctrico deja de ser irrotacional (como indica la ley de Faraday). Mediante la introducción del potencial vectorial magnético, se puede definir un nuevo campo vectorial \mathbf{F} , irrotacional y para el cual existe potencial:

$$\mathbf{F} = \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \quad (205)$$

$$\mathbf{F} = -\nabla V \quad (206)$$

De lo anterior se deduce que el campo eléctrico \mathbf{E} puede expresarse en términos de ambos potenciales:

$$\mathbf{E} = -\nabla V - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \quad (207)$$

5.2.4.4. Potencial vectorial con corrientes de inducción perpendiculares

En fenómenos físicos en los que las corrientes son perpendiculares al plano de modelado, como es el caso de la compresión y la expansión tubular axisimétrica, resulta de gran utilidad la consideración de corrientes de inducción perpendiculares en el modelado computacional.

La existencia única de corrientes perpendiculares al plano de modelado (es decir, en términos matemáticos $J_r = J_z = 0$) implica que el campo magnético está presente únicamente en el plano de modelado ($H_\varphi = 0$). Por consiguiente, el potencial magnético tiene solamente una componente distinta de cero, siendo posible derivar una ecuación en derivadas parciales de segundo orden de la forma:

$$\sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \times \left(\frac{1}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{A} \right) - \sigma \mathbf{v} \times (\nabla \times \mathbf{A}) + \sigma \nabla V = \mathbf{J}^e \quad (208)$$

donde \mathbf{J}^e modela la densidad de corriente aplicada externamente [A/m^2]. La presencia de simetría axial, con corrientes circulando en dirección perpendicular al plano de modelado, es decir, la dirección de la componente φ , provoca que solamente la componente del vector potencial en dicha dirección es distinta de cero. Además, puesto que los términos de

velocidad son nuevamente despreciables¹⁵, operando los rotacionales en coordenadas cilíndricas se llega a la forma escalar de la ecuación (208) (nótese que se ha omitido el subíndice φ por simplicidad):

$$\sigma \frac{\partial A}{\partial t} - \frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\partial^2 A}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial r} - \frac{1}{r^2} A \right) - J^e = 0 \quad (209)$$

5.2.4.5. Derivación de las fuerzas de Lorentz:

Como ha sido descrito en secciones previas, uno de los principales resultados del modelado electromagnético de cara a la simulación del proceso de conformado es el cálculo de la fuerza magnética generada. La comúnmente denominada fuerza de Lorentz que actúa en un elemento de volumen infinitesimal con densidad de carga ρ y densidad de corriente \mathbf{J} , en un campo eléctrico \mathbf{E} y un campo magnético de densidad \mathbf{B} , viene dada por la expresión:

$$\mathbf{F} = \rho(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) = \rho\mathbf{E} + \mathbf{J} \times \mathbf{B} \quad (210)$$

En un dominio de considerable conductividad, el término eléctrico ($\rho\mathbf{E}$) es completamente despreciable frente al término magnético ($\mathbf{J} \times \mathbf{B}$). Para el caso de corrientes perpendiculares axisimétricas anteriormente descrito, solamente se mantienen dos componentes:

$$F_r = J_\varphi B_z \quad (211)$$

$$F_z = -J_\varphi B_r \quad (212)$$

En el interior de la pieza de trabajo solamente circulan corrientes inducidas, por lo que la aplicación conjunta de la ley de Ohm y la ecuación (207) implica:

$$J_\varphi = \sigma E_\varphi = -\sigma \frac{\partial A_\varphi}{\partial t} \quad (213)$$

Combinando la definición del potencial vectorial magnético y las expresiones anteriores, se deducen las expresiones de las fuerzas de Lorentz como función de las derivadas espaciotemporales del potencial vectorial:

$$F_r = \sigma \frac{\partial A_\varphi}{\partial t} \frac{\partial A_\varphi}{\partial r} \quad (214)$$

$$F_z = \sigma \frac{\partial A_\varphi}{\partial t} \frac{\partial A_\varphi}{\partial z} \quad (215)$$

¹⁵ El detalle de la demostración de esta afirmación puede encontrarse en el artículo de Manca, Verweij y Blok (2002).

5.2.5. Modelado mecánico del sólido

Definida la forma definitiva de resolución de las ecuaciones de Maxwell, que habilitan el cálculo de los campos electromagnéticos y, consecuentemente, de las fuerzas de Lorentz, se puede pasar la atención a las deformaciones que estas fuerzas provocan en las piezas de trabajo. Es decir, es preciso pasar a la parte del modelado que permite la simulación de la mecánica estructural o mecánica del sólido implicado.

5.2.5.1. Ecuaciones de equilibrio

De forma general, se puede afirmar que en el proceso físico de conformado debe existir un equilibrio entre las fuerzas de inercia, las fuerzas de amortiguamiento, las fuerzas elásticas y las fuerzas externas, según la expresión:

$$\mathbf{M} \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} + \mathbf{C} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{K} \mathbf{u} = \mathbf{P} \quad (216)$$

donde \mathbf{M} representa la matriz de masa del sistema, \mathbf{C} la matriz de amortiguamiento, \mathbf{K} la matriz de rigidez, \mathbf{P} el vector de cargas externas aplicadas sobre el sólido deformable, y \mathbf{u} el vector de desplazamientos de todos los puntos del dominio (todos los nodos del modelo en el caso de considerar el dominio ya discretizado). Obviamente, el vector de cargas externas para el proceso de conformado electromagnético vendrá dado por las fuerzas electromagnéticas actuantes sobre la pieza de trabajo, fuerzas volumétricas que son aplicadas sobre todo el dominio del subproblema mecánico estructural.

La resolución de este sistema de ecuaciones es muy simple cuando las fuerzas no cambian en el tiempo, es decir, son cargas estáticas, pues todas las derivadas temporales desaparecen de la expresión y la ecuación de equilibrio se simplifica a la forma:

$$\mathbf{K} \mathbf{u} = \mathbf{P} \quad (217)$$

Sistema de ecuaciones que puede ser resuelto directamente (por eliminación de Gauss o descomposición LU¹⁰).

Sin embargo, cuando el sistema se ve sujeto a una excitación transitoria, la ecuación (216) ha de ser considerada en toda su extensión. Puesto que las fuerzas de Lorentz que actúan durante algunos microsegundos en el proceso de conformado electromagnético se clasifican como altamente dinámicas y, por tanto, transitorias, deben ser tratadas en el marco de un análisis transitorio dinámico.

Las ecuaciones diferenciales del medio continuo son, por tanto, discretizadas en el proceso de mallado. No obstante, la dimensión temporal sigue siendo continua: nos encontramos ante una ecuación semi-discreta, es decir, discretizada en el dominio del espacio pero

¹⁰ LU (del inglés Lower-Upper) hace referencia a la forma de factorización de una matriz como el producto de una matriz triangular inferior y una superior para la resolución eficiente de sistemas de ecuaciones.

continúa en el dominio del tiempo. Para resolver numéricamente dicho problema, se recurre a un método de integración directa.

Asimismo, puesto que el proceso de conformado es un fenómeno no reversible (dada la deformación plástica a la que se ve sujeta la pieza), un análisis lineal resulta inadecuado y es preciso recurrir a una relación tensión-deformación no-lineal, definida en base al modelado del material (véase apartado siguiente).

En lo referido a la simetría, de forma similar al enfoque ya descrito en la parte electromagnética, resulta lógico explotar las ventajas derivadas de la naturaleza axisimétrica del problema también en su vertiente mecánica. Haciendo uso de un sistema de coordenadas cilíndricas (r, φ, z) , las ecuaciones de deformación pueden ser resueltas en función del desplazamiento u_0 , en las direcciones r y z . Dada la simetría axial del proceso, el desplazamiento resultante en la dirección φ es nulo (al igual que las componentes de los esfuerzos y deformaciones en la citada dirección). Por su parte, las cargas serán obviamente parametrizadas en las direcciones r y z .

5.2.5.2. Modelado del material

Puesto que en el proceso de conformado electromagnético el objetivo último es la deformación plástica de la pieza de trabajo metálica, ésta ha de ser caracterizada mediante un modelo de plasticidad. Además, cuando las deformaciones están fuertemente influenciadas por la velocidad o ratio de deformación y éste se prevé elevado a priori, es preciso recurrir a modelos de comportamiento en fluencia con componente dinámica.

Para metales sujetos a deformaciones de alta velocidad, el modelo constitutivo de Johnson-Cook (1983) es probablemente el más ampliamente utilizado en la bibliografía científica de deformación a alta velocidad. Este modelo empírico de tensión-deformación reproduce tres aspectos característicos de la respuesta mecánica del material: endurecimiento por deformación, efectos de deformación a alta velocidad, y reblandecimiento térmico.

5.2.5.2.1. Ley de endurecimiento de Johnson-Cook

El endurecimiento de Johnson-Cook es un tipo particular de endurecimiento isotrópico en el que la tensión de fluencia estática, σ^0 , se corresponde con la expresión:

$$\sigma^0 = A + B(\epsilon^{pl})^n \quad (218)$$

donde ϵ^{pl} representa la deformación plástica equivalente, mientras que A , B y n son parámetros específicos del material.

Este modelo de tensión-deformación es enriquecido por un factor de reblandecimiento térmico, que simula la reducción de resistencia mecánica derivada del incremento de temperatura durante el conformado. Este factor de temperatura viene dado por la expresión:

$$f_T = 1 - (T_R)^m = 1 - \left(\frac{T - T_R}{T_M - T_R} \right)^m \quad (219)$$

siendo T la temperatura real instantánea [K], T_R la temperatura a la cual son determinados los parámetros de endurecimiento cuasi-estático [K], T_M la temperatura de fusión del metal [K], y m un parámetro característico del material. Si la temperatura T fuera mayor que la temperatura de fusión, se produciría lógicamente una caída de las tensiones a cero y la invalidez del modelo.

En tercer lugar, la ley de endurecimiento de Johnson-Cook presenta un factor dependiente del ratio de deformación. Este factor toma la forma:

$$f_D = 1 + C \ln \left(\frac{\dot{\epsilon}^{pl}}{\dot{\epsilon}_0} \right) \quad (220)$$

En la ecuación (220) $\dot{\epsilon}_0$ representa el ratio de deformación al que se determinan los parámetros de endurecimiento cuasi-estáticos, siendo C un parámetro característico del material.

Mediante la combinación de todos los factores anteriormente indicados, se llega al modelo característico completo de Johnson-Cook, dado por la expresión (221).

$$\sigma^0 = [A + B(\epsilon^{pl})^n] \left[1 + C \ln \left(\frac{\dot{\epsilon}^{pl}}{\dot{\epsilon}_0} \right) \right] \left[1 - \left(\frac{T - T_R}{T_M - T_R} \right)^m \right] \quad (221)$$

5.2.5.2.2. Parámetros constitutivos de Johnson-Cook

El adecuado modelado del comportamiento del material es un aspecto fundamental para la consecución de resultados simulados precisos y ajustados a la realidad. Por ello, la determinación realista de los parámetros de Johnson-Cook asociados a los materiales con los que se ha experimentado en este trabajo, ha constituido una prioridad. Dicha determinación ha sido posible merced al trabajo experimental llevado a cabo en colaboración con la Prof. Van Slycke de la Universidad de Gante, para los metales AISI409, S235 y DC04, mientras que los parámetros constitutivos del aluminio AA6060 han sido obtenidos a partir de los experimentos desarrollados por Karch y Roll (2005). La Tabla 6 resume el valor de los parámetros empleados en este trabajo.

| Material | A [MPa] | B [MPa] | n | C | $\dot{\epsilon}_0$ [s ⁻¹] | p | M | T_M [°C] |
|----------|---------|---------|---------|---------|---------------------------------------|---------|---------|------------|
| AA6060 | 111 | 415 | 0.512 | 0.02758 | 1 | 0.36167 | 0.36167 | 611 |
| AISI409 | 274 | 819 | 0.70730 | 0.04195 | 56e-5 | - | 0.29950 | 1540 |
| S235 | 314 | 2216 | 1.45697 | 0.05077 | 56e-5 | - | 0.46217 | 1540 |

| | | | | | | | | |
|------|-----|-----|---------|---------|-------|---|----------|------|
| DC04 | 162 | 598 | 0.59536 | 2.62304 | 56e-5 | - | 0.008779 | 1540 |
|------|-----|-----|---------|---------|-------|---|----------|------|

Tabla 6. Parámetros constitutivos de los materiales según el modelo de Johnson-Cook.

Nótese que en algunos trabajos –entre los que se incluye (Karch y Roll, 2005)– se hace uso de un modelo equivalente de Johnson-Cook en el que la dependencia logarítmica del ratio de deformación es sustituido por una ley exponencial, del tipo:

$$\sigma^D = [A + B(\bar{\epsilon}^{pl})^n][1 + C(\bar{\epsilon}^{pl})^p] \left[1 - \left(\frac{T - T_R}{T_M - T_R} \right)^m \right] \quad (2.27)$$

5.2.5.3. Algoritmo de contacto

Cuando la deformación de la pieza de trabajo es mayor que la separación inicial entre pieza de trabajo y matriz de conformado, la pieza de trabajo y la matriz entrarán en contacto. De esta forma se generará una presión de contacto, que contrarrestará la deformación e impedirá la inter-penetración entre los dos cuerpos.

Con el objeto de incluir este fenómeno de contacto en el análisis mediante elementos finitos, se debe acoplar al código anterior un algoritmo de contacto. Este algoritmo es el responsable de la detección, seguimiento y cálculo del contacto; sin él, los cuerpos que contactan en la realidad se verían inter-penetrados en la simulación.

Si bien existen numerosos algoritmos para la inclusión del fenómeno de contacto en el análisis por elementos finitos, con diferentes capacidades (véase, por ejemplo, el análisis presentado por Bourago y Kukudzhanov, 2005), en este trabajo se ha hecho uso del método del Lagrangiano aumentado (Mijar y Arora, 2004). Este algoritmo no deja de ser una aplicación específica del método de optimización del mismo nombre, en el que las restricciones a las que se ve sujeto el problema incluyen las condiciones de contorno específicas (restricciones cinemáticas y dinámicas) que gobiernan el movimiento de las interfaces y las singularidades en las fronteras. Tales condiciones expresan la restricción de impenetrabilidad, la ley de acción-reacción (tercera ley de Newton), así como la ley de fricción superficial, pero también las condiciones de contorno referidas a la transferencia de calor y la interacción electromagnética.

El método del Lagrangiano aumentado es el resultado de una combinación del método de penalización y el método de los multiplicadores de Lagrange. En esta formulación, las fuerzas de contacto normales representan los multiplicadores de Lagrange para las restricciones de impenetrabilidad, siendo asimismo proporcionales a los residuos de dichas restricciones en función de un coeficiente de proporcionalidad, también denominado coeficiente de penalización.

Asimismo, puesto que la región de contacto es desconocida a priori y debe ser detectada durante el proceso de cálculo, se hace necesaria adicionalmente la inclusión de un algoritmo de detección del contacto. Este algoritmo es del tipo *maestro-esclavo* (*master-slave*) y en él, con el objeto de reducir el esfuerzo computacional, las regiones de posible contacto son

especificadas de manera previa. Una de las superficies de contacto es considerada la superficie maestra (matriz de conformado) mientras que la otra (pieza de trabajo) queda subordinada a la primera. La superficie maestra queda representada por celdas de contorno y la superficie esclava por nudos de contorno, de forma que el algoritmo hace uso de la información previa de la región de posible contacto para identificar las parejas de contacto mediante la penetración de los nudos esclavos a través de las celdas de contorno de la superficie maestra. Para detectar la penetración, el algoritmo chequea el signo de la proyección normal del nudo esclavo sobre la celda maestra y el hecho de que la normal proyectada de este nudo sobre la celda la intercepta.

5.2.5.4 Amortiguamiento

El amortiguamiento es la disipación de energía de una estructura vibratoria. En este contexto, el término disipar se refiere a la transformación de energía mecánica en otra forma de energía y, por tanto, una extracción de la misma del sistema vibratorio.

Un enfoque ampliamente aceptado para la simulación de fenómenos mecánicos transitorios de deformación y vibración consiste en la asunción de un modelo de amortiguación viscosa. Esta aproximación fue introducida inicialmente por Rayleigh (1877), quien, por analogía con la energía potencial y la energía cinética, asumió la *función de disipación* dada por:

$$\mathcal{F}(u) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N C_{jk} \dot{u}_j \dot{u}_k = \frac{1}{2} \dot{u}^T \mathbf{C} \dot{u} \quad (223)$$

En la ecuación anterior, $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{N \times N}$ es una matriz simétrica definida no negativa, conocida como matriz de amortiguamiento viscoso. Para procesos transitorios de conformado a alta velocidad como el estudiado, la ecuación (223) puede particularizarse a la forma del amortiguamiento proporcional, un caso particular del amortiguamiento viscoso.

El modelo de amortiguamiento proporcional expresa la matriz \mathbf{C} como una combinación lineal de las matrices de masa y rigidez, que se puede expresar de la forma:

$$\mathbf{C} = \alpha_R \mathbf{M} + \beta_R \mathbf{K} \quad (224)$$

siendo α_R y β_R escalares reales, concretamente α_R el factor de amortiguamiento de masa y β_R el factor de amortiguamiento de rigidez. Este modelo de amortiguamiento proporcional es también conocido como *amortiguamiento de Rayleigh*.

Los factores de amortiguamiento de Rayleigh son determinados de forma empírica en base a mediciones experimentales. A pesar de que el análisis modal de vibraciones en estructuras – en el que se enmarca el análisis del amortiguamiento – es un campo en el que se ha realizado una intensa investigación (véase el completo recopilatorio presentado por Adhikari, 2000), éste se ha centrado tradicionalmente en macro-estructuras, no existiendo una base de datos de referencia para los materiales y procesos que ocupan este trabajo. Por este motivo, tomando como valores de referencia los existentes en la bibliografía, los factores de

amortiguamiento empleados en las simulaciones han sido obtenidos de los ratios de amortiguamiento modal obtenidos empíricamente y validados en base a resultados prácticos, como será mostrado en los apartados siguientes.

5.2.6. Modelado termodinámico

Un tercer y último conjunto de ecuaciones diferenciales describen los aspectos térmicos derivados del proceso de conformado. A continuación se describen en detalle los distintos componentes que actúan como entradas al sistema de modelado en elementos finitos.

5.2.6.1. Calentamiento resistivo

El calentamiento resistivo, también conocido como calentamiento óhmico o calentamiento por efecto Joule, es el proceso por el cual el paso o circulación de una corriente eléctrica a través de un conductor da lugar a la generación de calor. El calentamiento resistivo es causado por las interacciones existentes entre las partículas en movimiento que forman la corriente eléctrica y los iones atómicos que constituyen el cuerpo del conductor. Las partículas cargadas en un circuito eléctrico son aceleradas por el campo eléctrico pero ceden parte de su energía cinética cada vez que colisionan con un ión. El incremento de la energía cinética o vibracional de los iones se manifiesta en forma de energía calorífica así como una subida de la temperatura del conductor. En consecuencia, la energía es transferida desde la fuente de suministro al elemento conductor así como a cualquier material con el que éste se encuentra en contacto térmico.

Puesto que en el conformado electromagnético se generan en la pieza de trabajo elevadas corrientes eléctricas que fluyen sobre un elemento de conductividad finita, la energía disipada en el proceso será de magnitud considerable y dada por la expresión escalar:

$$Q_j = \rho J^2 = J E \quad (225)$$

De esta forma, Q_j [W/m²] representará la tasa de generación de calor a ser considerada como consecuencia de la circulación de las corrientes inducidas.

5.2.6.2. Calentamiento termoplástico

Cuando los metales son sometidos a deformaciones plásticas relevantes, cantidades significativas de calor pueden ser generadas, especialmente en casos de deformaciones altamente localizadas. Además, si el proceso de deformación es rápido la generación de calor puede dar lugar a grandes incrementos de temperatura dado que no resta tiempo suficiente para la conducción de calor a regiones anexas del material deformado, condiciones que pueden considerarse esencialmente adiabáticas. Estas condiciones son las que gobiernan los procesos de conformado electromagnético, los cuales se ven directamente afectados dado el

acoplamiento existente con el comportamiento mecánico de los materiales, ya comentado en los apartados previos.

Así, parte de la energía mecánica empleada durante el proceso de deformación plástica en metales es convertido en calor, mientras que la restante es almacenada en la micro-estructura del material (Ravichandran *et al.*, 2002). La energía almacenada es una característica fundamental del estado de deformación en frío, y representa el cambio en la energía interna del metal, manteniéndose en el material tras la retirada de las cargas externas.

De forma general, se acepta que la mayor parte de la energía mecánica en metales es disipada en forma de calor durante la deformación plástica, definiéndose el parámetro β_Q como la fracción de trabajo de deformación plástica disipado en forma de calor, asumido en la bibliografía técnica como parámetro constante de valor 0,9 para la mayoría de los metales.

De cara a su inclusión en el modelado multifísico, el calentamiento termoplástico será por consiguiente introducido como una fuente de generación de calor función de la velocidad de deformación local, viniendo dado por la expresión:

$$Q_p = \beta \sigma_M \dot{\epsilon}_M \quad (226)$$

siendo Q_p la tasa de generación de calor termoplástico [W/m³], σ_M la tensión equivalente de Von Mises [N/m²] (véase capítulo 4), y $\dot{\epsilon}_M$ la tasa de deformación equivalente [s⁻¹], definida de forma análoga a la anterior (pero haciendo uso de las variables de deformación, en lugar de las tensiones).

5.2.6.3. Transferencia de calor total

Como consecuencia de los fenómenos descritos en los dos apartados previos, se puede concluir que la potencia total disipada en forma de calor, es decir, la energía total generada por unidad de tiempo vendrá dada por una expresión de la forma:

$$Q = Q_J + Q_p = J_\varphi E_\varphi + \beta \sigma_M \dot{\epsilon}_M \quad (227)$$

Expresión que debe ser combinada con la ecuación diferencial general de transferencia de calor por conducción, dando lugar a la ecuación:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla(k\nabla T) = J_\varphi E_\varphi + \beta \sigma_M \dot{\epsilon}_M \quad (228)$$

expresión en la que ρ representa la densidad del material [kg/m³], c_p el coeficiente de transferencia de calor o calor específico [J·kg/K], y k representa la conductividad térmica [W/(m·K)].

Puesto que el proceso de conformado tiene lugar en varias decenas de microsegundos, el proceso puede considerarse esencialmente adiabático, por lo que el término de difusión de calor podría ser obviado mediante la fijación de la conductividad térmica a cero.

5.2.7. Elección del tipo de acoplamiento del modelo

En base a que los tres modelos físicos anteriormente descritos son mutuamente interactuantes durante el proceso de conformado electromagnético, los sistemas de ecuaciones en derivadas parciales que los describen deben estar acoplados.

Como ya se introdujo en el capítulo tercero, una primera aproximación viable sería el acoplamiento débil, en el que las ecuaciones de un dominio físico son resueltas, y sus resultados empleados como entradas en los subsiguientes dominios. En el proceso que nos ocupa ello se traduciría en la resolución de las ecuaciones electromagnéticas para el potencial magnético vectorial, el uso de las fuerzas de Lorentz resultantes como carga para la resolución de las ecuaciones resultantes del subsistema mecánico, planteado en base a los desplazamientos, que en última instancia alimentaría al modelo termodinámico para el cálculo de las dinámicas térmicas.

Una mejora con respecto al anterior, vendría de la aplicación de una aproximación iterativa al proceso anterior. De esta forma, los desplazamientos y deformaciones calculados mediante la resolución de las ecuaciones mecánicas serían realimentados a las ecuaciones electromagnéticas y termodinámicas, que entrarían en un proceso iterativo hasta la convergencia. Es decir, se optaría por un método de acoplamiento del tipo escalonado (*'nod vector coupling'* o *'staggered coupling'*, según nomenclatura anglosajona)¹⁷. Sin embargo, el método de cálculo más potente se basa en la resolución simultánea para todas las variables dependientes, es decir, el acoplamiento implícito directo o, también denominado, acoplamiento monolítico. El motor de cálculo empleado en este trabajo (COMSOL) permite este tipo de acoplamiento entre los tres dominios físicos objeto de estudio en el proceso de conformado a un coste computacional abordable, por lo que permite una mejora en la precisión y exactitud de los procesos simulados. El detalle del método numérico que permite el ensamblaje eficiente de la discretización de los sistemas de ecuaciones diferenciales multifísicos acoplados puede encontrarse en el trabajo de Langemyr (2009).

¹⁷ Estos son los métodos empleados por muchos paquetes de cálculo numérico que proclaman capacidades multifísicas, como ANSYS o ABAQUS.

Capítulo 6

RESULTADOS DE SIMULACIÓN Y CONTRASTACIÓN EXPERIMENTAL

En base a los modelos de simulación desarrollados y descritos en la sección anterior, en este capítulo se presentan los principales resultados de las simulaciones realizadas, los cuales son contrastados con valores empíricos obtenidos de las pruebas en laboratorio. El elevado grado de concordancia existente entre valores simulados y medidos experimentalmente permite validar los desarrollos teóricos previamente descritos así como las simplificaciones adoptadas.

Asimismo, los modelos desarrollados son empleados para la realización de distintos análisis que permiten evaluar la dependencia del conformado resultante ante la variación de los principales parámetros de entrada del proceso, tales como la conductividad de la pieza de trabajo, las separaciones relativas entre los elementos constitutivos del equipo, o la propia configuración geométrica de estos últimos. En último lugar, se ejecutan simulaciones de procesos de especial interés industrial, tales como la ejecución de uniones por compresión, que dan muestra de la utilidad práctica de la investigación realizada.

Capítulo 6. Resultados de simulación y contrastación experimental

6.1. Resultados de las simulaciones

En este capítulo se pasa a describir los principales resultados obtenidos de las simulaciones realizadas a partir de los modelos desarrollados para el proceso de conformado electromagnético. Como se ha descrito con anterioridad, en estos modelos las ecuaciones electromagnéticas, mecánicas y termodinámicas son resueltas de forma simultánea y conjunta para todas sus variables dependientes, que se resumen en la Tabla 7.

| | |
|----------|--|
| A | Componente φ del potencial vectorial [V·s/m] |
| u_{or} | Desplazamiento radial unitario [m] |
| w | Desplazamiento axial [m] |
| T | Temperatura [K] |

Tabla 7. Variables dependientes

El valor de cada una de estas variables queda almacenado para cada nodo en cada uno de los incrementos temporales de simulación, pudiendo ser todo el resto de variables derivadas en el post-procesado a partir del valor obtenido para este conjunto de variables dinámicas fundamentales.

En esta sección no solo se ilustran la clase de resultados que pueden ser obtenidos de los modelos desarrollados, sino que también se validan estos últimos mediante su comparación con resultados experimentales.

6.1.1. Modelado del concentrador de campo

El propósito del modelado tridimensional del concentrador de campo y la bobina de trabajo es la determinación de la distribución de corrientes inducidas en el primero. Como se justificó con anterioridad, es necesario recurrir a un modelo tridimensional como consecuencia de la existencia de una abertura radial en la geometría del concentrador, que rompe la simetría axial.

El modelado de la geometría se lleva a cabo mediante el uso del paquete de software CAD SolidWorks. Gracias a la existencia de un plano de simetría en la configuración geométrica del equipo experimental, solamente es preciso modelar la mitad de la geometría, como se puede observar en la Figura 55.

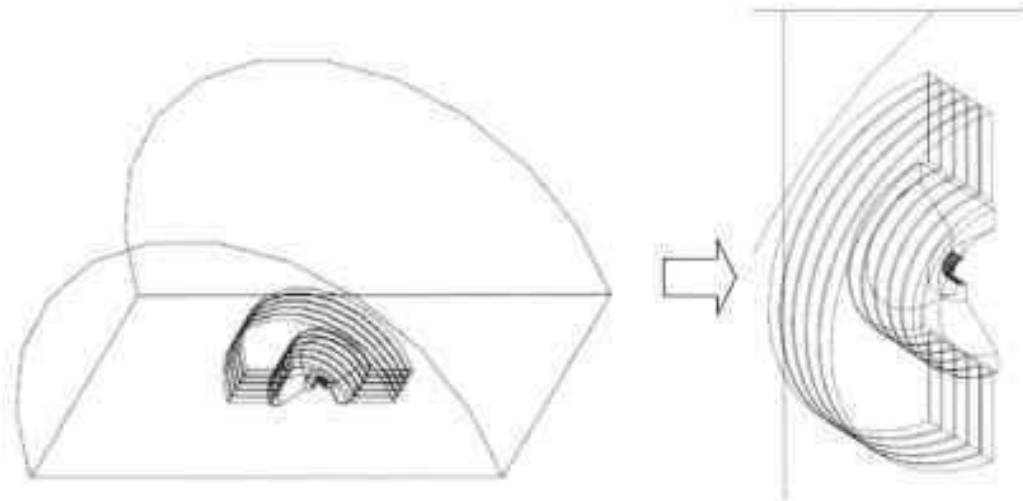


Figura 55. Modelo tridimensional de bobina y concentrador de campo.

Puesto que en esta fase los efectos transitorios mecánicos y térmicos no son de interés, se puede recurrir a una solución temporal armónica con condiciones de contorno impedantes en las superficies del concentrador. De esta forma, se modela adecuadamente el efecto superficial de las corrientes inducidas.

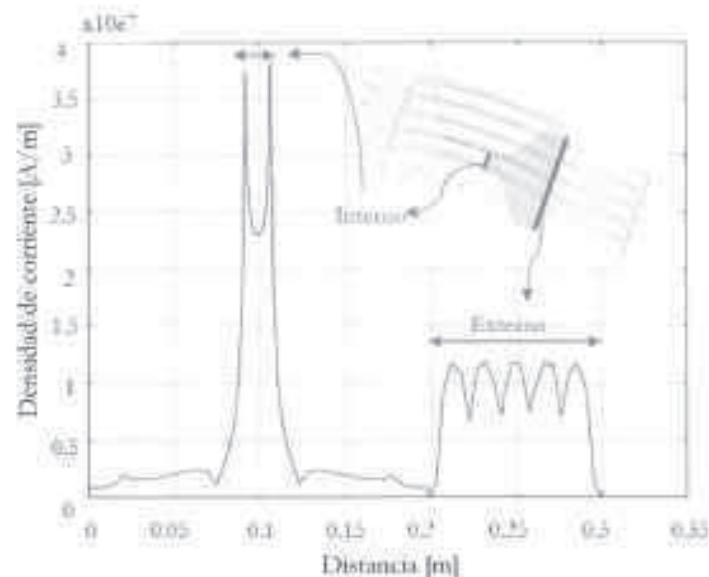


Figura 56. Distribución de la densidad de corriente en los contornos del concentrador.

La Figura 56 muestra la distribución de corriente en la superficie del concentrador de campo. En la superficie externa, contigua a la bobina, la corriente inducida muestra cinco picos correspondientes a las cinco espiras del solenoide. Puesto que la corriente total retorna a la cara interna del concentrador, la cual presenta una menor longitud, la densidad de corriente es consecuentemente mayor en dicha superficie. Asimismo, se pueden observar densidades de corriente superiores en los extremos de la cara interna: éstas son debidas al efecto de proximidad producido en las discontinuidades geométricas, que queda significativamente patente dadas las elevadas densidades de corriente alcanzadas en esos puntos. Una fracción de la corriente también fluye en su camino de retorno por las paredes cónicas del

concentrador de campo, en la que es mucho menos efectiva para la generación de fuerzas de presión magnética sobre la pieza de trabajo.



Figura 57. Distribuciones de corriente en la cara interna del concentrador

La Figura 57 se centra en la superficie interna del concentrador de campo y muestra la distribución de corriente a lo largo de su longitud, siendo la curva superior la correspondiente al extremo opuesto de la abertura radial y la curva inferior la correspondiente a la propia abertura.

Este modelo permite la determinación de la efectividad del concentrador, expresada como el ratio de la corriente fluyente por la bobina de trabajo con respecto a la inducida sobre la cara interna del concentrador. Para el caso particular de bobina y geometría del concentrador empleados en el desarrollo experimental de este trabajo, este ratio toma un valor de 1,96. Éste es de mucha menor magnitud al valor ideal de 5 que se podría esperar, basándose en la relación 5:1 entre las espiras del solenoide y la 'espira simple' del concentrador. De este modo, el modelo es útil asimismo para la optimización de la forma de este último elemento.

En los modelos axisimétricos bidimensionales que se describen a continuación el conjunto de bobina y concentrador son, por consiguiente, reemplazados de manera efectiva por corrientes superficiales de distribución parabólica, acordes a la distribución real observada en las simulaciones.

6.1.2. Modelo bidimensional axisimétrico de compresión tubular libre

De la experiencia adquirida a través de los modelos preliminares para la determinación de los parámetros eléctricos equivalentes y la distribución de corrientes superficiales, queda patente la inviabilidad del desarrollo de modelos completos tridimensionales transitorios multifísicos para la simulación del proceso de conformado electromagnético. Además, el comportamiento termo-mecánico del proceso no es armónico, requiriendo una simulación

no lineal transitoria. Por este motivo, con el objeto de hacer computacionalmente viable el trabajo, resulta necesario reducir el modelo a un equivalente axisimétrico bidimensional, que aprovecha la simetría axial de la configuración de compresión tubular. La Figura 58 muestra la geometría y mallado del modelo. La envolvente de aire que rodea al conjunto es representada mediante una esfera de radio 0,3 m, mientras que la bobina ya no se incluye explícitamente en el modelo, pues ésta es sustituida por una corriente superficial en la cara interna del concentrador de campo cuyo valor se deriva de los resultados del modelado tridimensional del concentrador. Por su parte, la Figura 59 muestra un detalle ampliado del mallado empleado para la discretización de la sección interna del equipo de conformado, donde ya ha sido insertada la pieza de trabajo tubular.

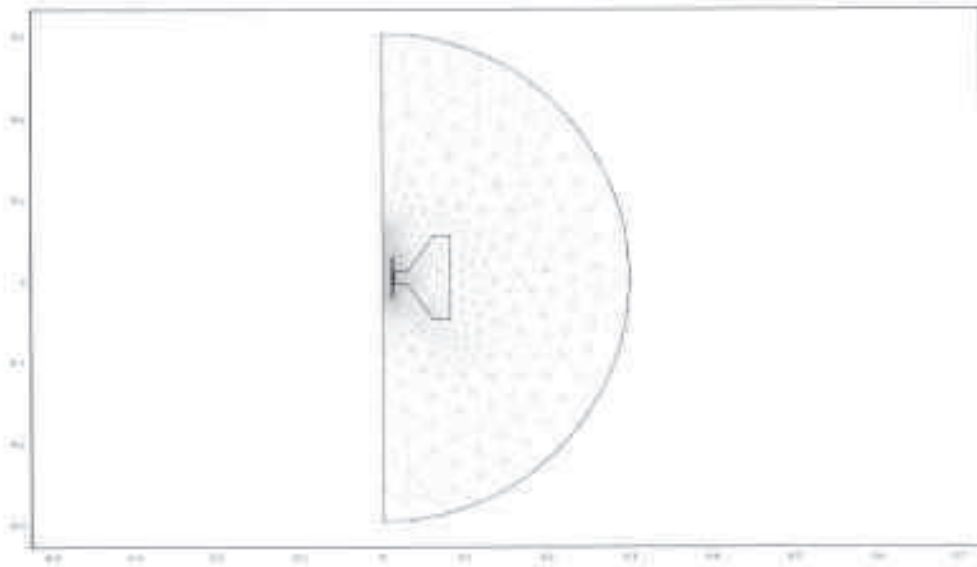


Figura 58. Modelo axisimétrico bidimensional de compresión tubular

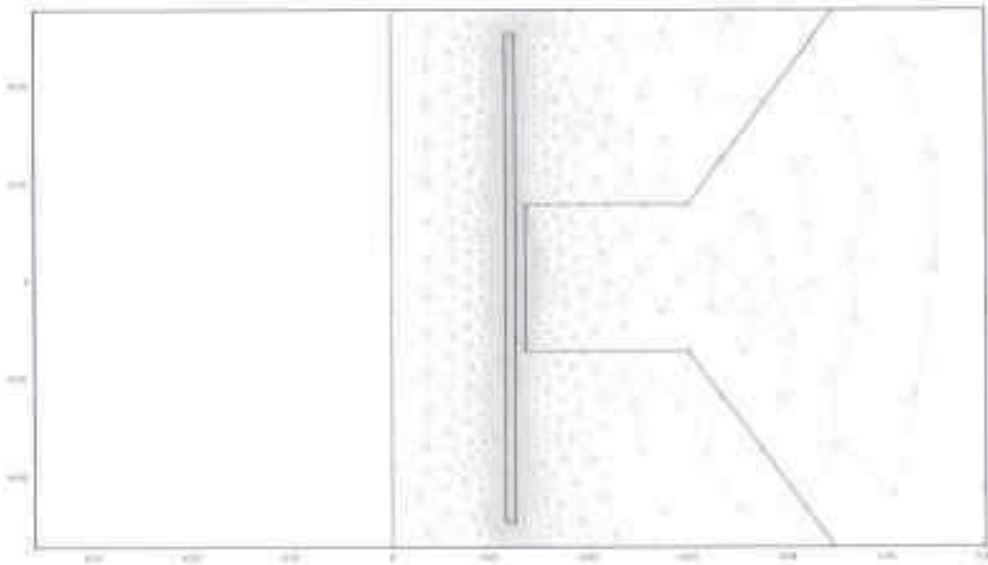


Figura 59. Detalle del mallado del modelo axisimétrico bidimensional

Esta geometría y mallado han sido empleados para la realización de simulaciones con distintos materiales, a intervalos de tensiones variables. A continuación, se presenta un resumen ilustrativo de los resultados obtenidos para el caso de la simulación de una muestra de acero S235 de diámetro 25 mm, con un espesor de pared de 1 mm y una tensión de trabajo igual a 16 kV.

Puesto que la conductividad eléctrica del material es de aproximadamente $4 \cdot 10^6$ S/m, y la frecuencia de descarga resultante es del orden de 14 kHz, la profundidad superficial correspondiente es de 0,8 mm, valor del mismo orden de magnitud que el espesor de la pieza de trabajo. En consecuencia, éste resulta un caso de especial interés dado que no se produce un apantallamiento magnético completo como consecuencia de la presencia de la pieza de trabajo, hipótesis simplificadora realizada por todas las aproximaciones analíticas al problema. Consecuentemente, se observan una serie de fenómenos que son obviados por todos los modelos analíticos y la mayor parte de los modelos numéricos, que no obstante son de gran importancia para la extensión de este tipo de técnicas de conformado a distintos tipos de materiales.

La Figura 60 muestra la distribución de corriente total cuando la deformación de la pieza tubular ha comenzado. En concordancia con los análisis teóricos, se puede observar que la densidad de corriente es superior en la parte externa del tubo con respecto a la cara interna, pudiéndose comprobar el fenómeno de difusión de las corrientes electromagnéticas inducidas.

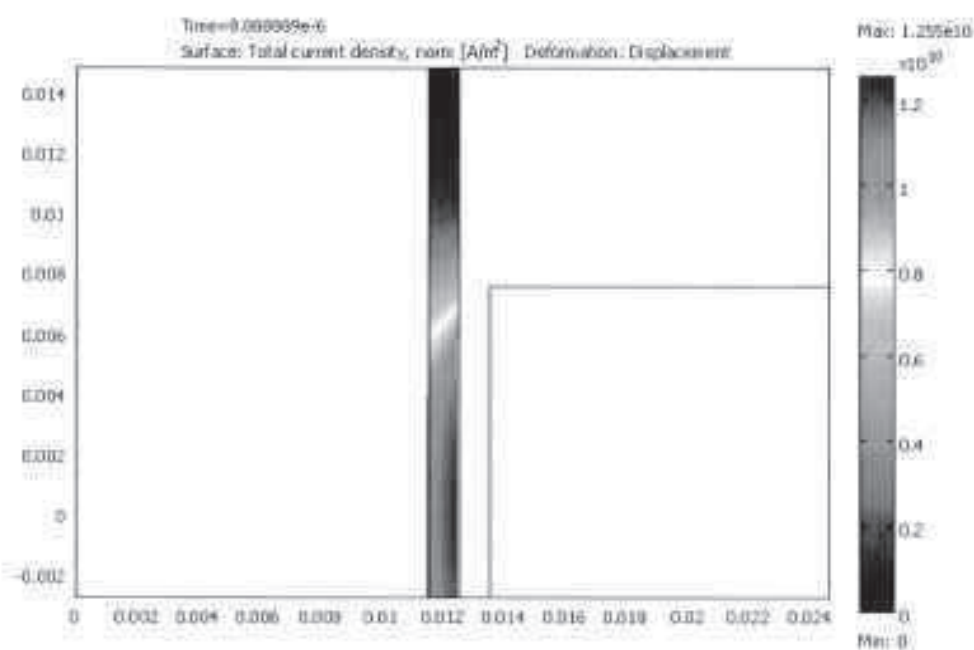


Figura 60. Corriente inducida en la pieza de trabajo.

Por otro lado, la Figura 61 muestra la evolución de la densidad de corriente inducida a lo largo del tiempo en dos puntos del plano $z=0$, uno en el exterior de la pieza de trabajo y el otro en el interior (nótese que en este caso la densidad de corriente se presenta en A/m², a diferencia de la Figura 56 donde se representaba en A/m como consecuencia de la

modelización de las corrientes superficiales sobre la pared del concentrador). El desfase existente entre ambas curvas es evidente: debido a la difusión del campo magnético, la corriente en la cara interna se ve retrasada con respecto a la intensidad inducida en la cara externa.

La Figura 62 muestra adicionalmente las correspondientes componentes radiales de las fuerzas de Lorentz en esos dos mismos puntos. En el instante $t=0$ sólo existe una componente no nula de la fuerza de Lorentz actuando sobre la superficie externa de la pieza, que se corresponde con la aproximación de presión magnética asumida por todas las tentativas de modelado analítico del problema. Sin embargo, transcurridos algunos microsegundos las fuerzas volumétricas de Lorentz en la cara interna de la pieza tubular se toman también importantes, hasta el punto de que a partir del instante $t=27\mu\text{s}$ las fuerzas de Lorentz se hacen incluso positivas, lo que significa que trabajan en dirección radial exterior. Este fenómeno, que provoca que en algunos instantes del proceso las fuerzas de Lorentz existentes en distintos puntos del dominio de deformación sean opuestas, no está reflejado en ningún análisis previo del problema en la bibliografía técnica.

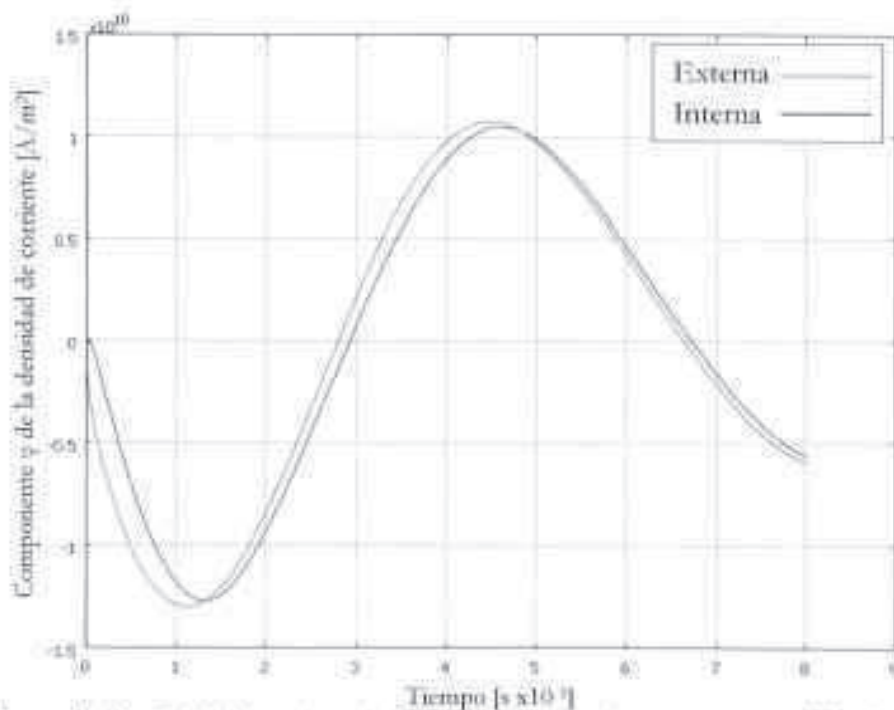


Figura 61. Densidad de corriente inducida en las caras interna y externa de la pieza tubular

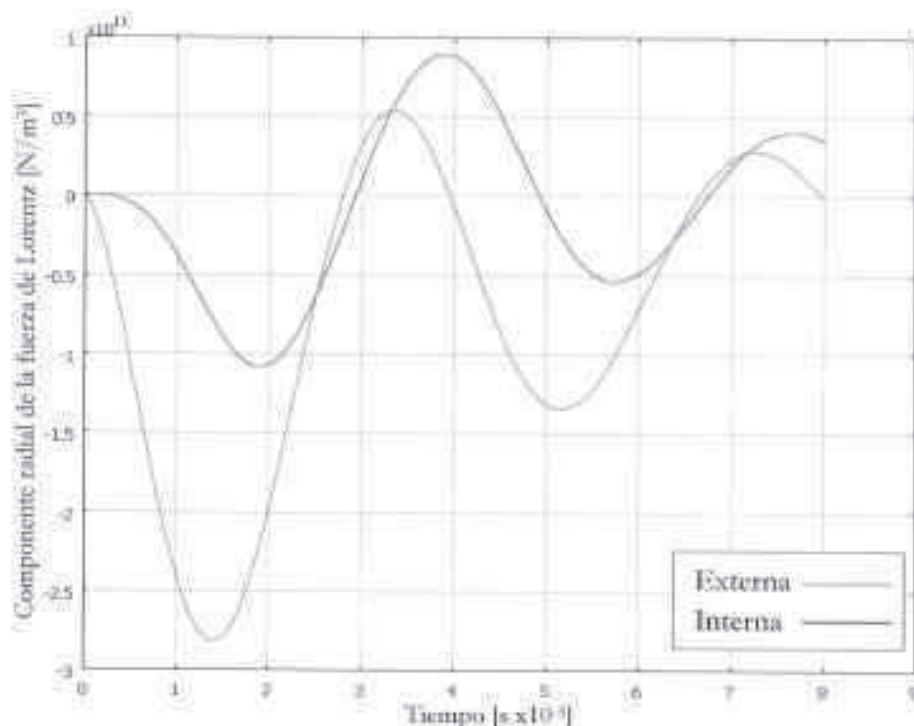


Figura 62. Componente radial de la fuerza de Lorentz en las caras interna y externa de la pieza tubular.

La Figura 63 y la Figura 64 muestran los desplazamientos y velocidades radiales del punto medio de la pieza de trabajo tubular obtenidos de la simulación, mientras que la Figura 65 representa la evolución dinámica de la deformación plástica efectiva en dicho punto del dominio. Mientras que la gran mayoría de las referencias bibliográficas existentes en torno a este tipo de problemas asumen que solamente el primer ciclo de la corriente de descarga es efectivo, de la observación de estas curvas se puede deducir que en caso de materiales de conductividad media-alta, como el que nos ocupa, también el segundo ciclo contribuye a la deformación plástica total. Tras 65 μs solamente se aprecian oscilaciones elásticas, que son de poco interés práctico.

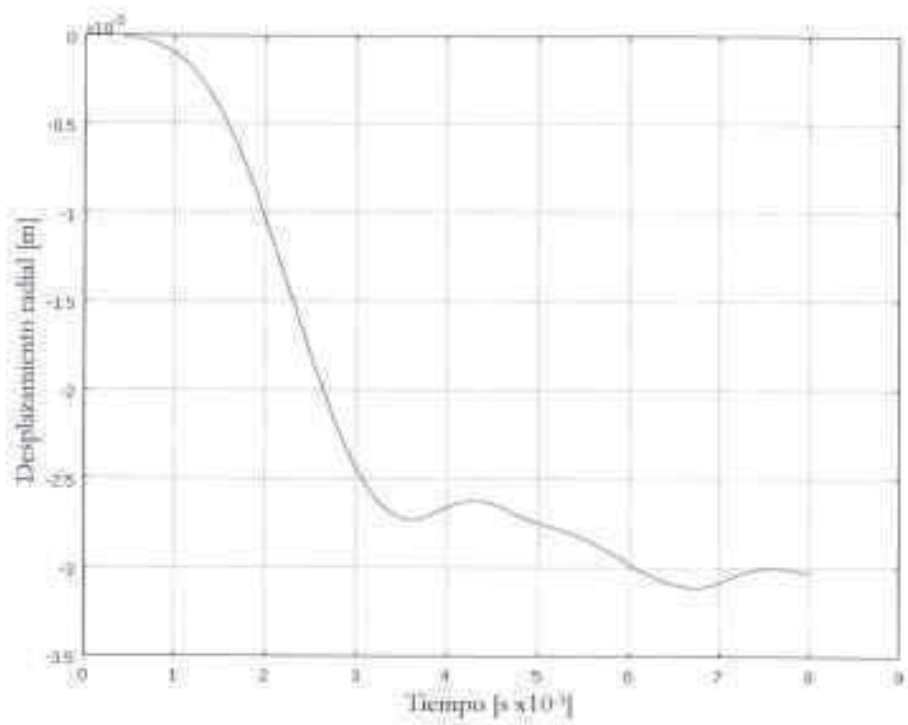


Figura 63. Desplazamiento radial del punto medio de la pieza de trabajo

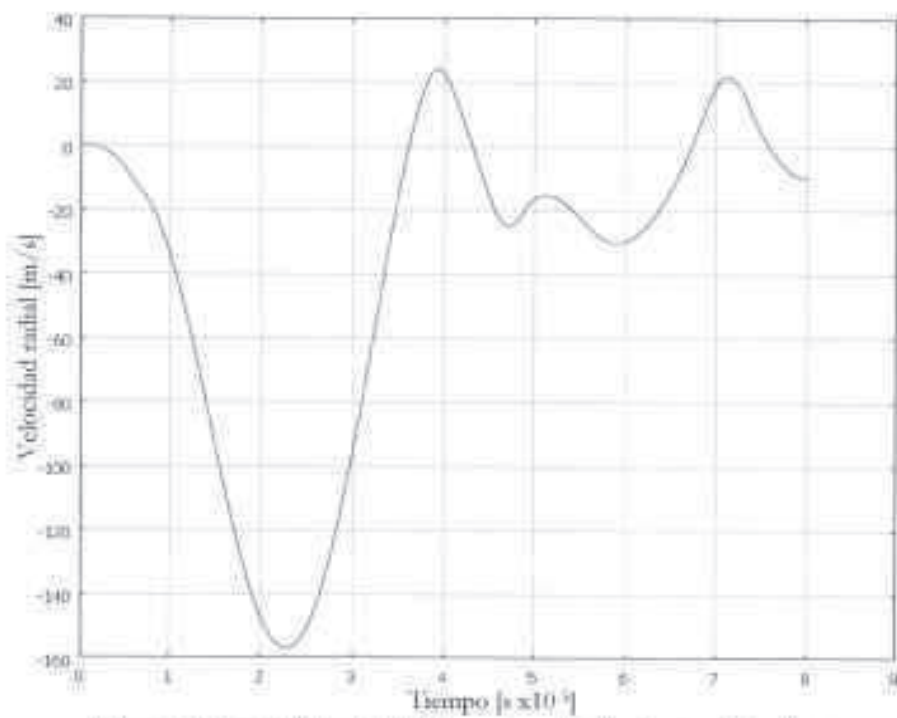


Figura 64. Velocidad radial del punto medio de la pieza de trabajo

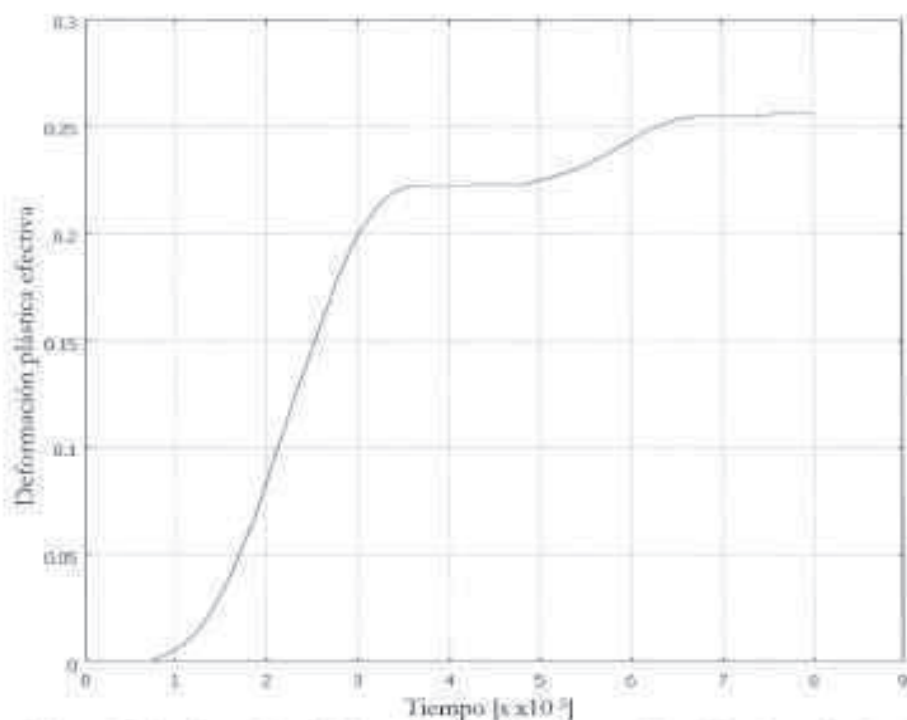


Figura 65. Deformación plástica efectiva del punto medio de la pieza de trabajo

En las representaciones gráficas previas se centra la atención en el punto medio de la superficie exterior de la pieza de trabajo por ser el punto más representativo para el análisis del resultado del conformado. No obstante, de las simulaciones se pueden extraer asimismo los valores alcanzados para cada una de las variables dependientes del problema en todo el dominio de simulación. Así, a modo de ejemplo ilustrativo, la Figura 66 muestra la geometría final deformada correspondiente al proceso de conformado electromagnético, donde se ha representado –para mayor claridad visual– la mitad de la pieza de trabajo cilíndrica, reflejando el código de colores el nivel de deformación alcanzado en los distintos puntos del dominio de simulación.

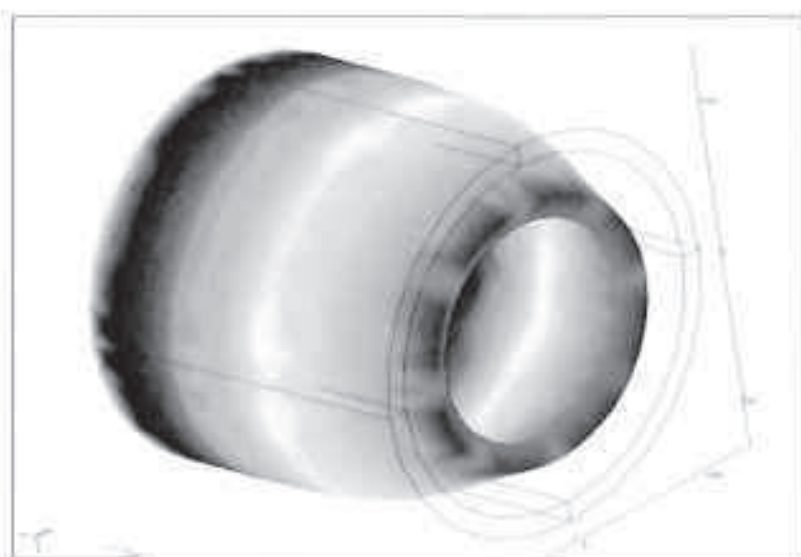


Figura 66. Geometría final deformada tras proceso de conformado EM

En lo referido a la parte termodinámica del modelo, la Figura 67 muestra la intensidad térmica generada en el punto medio del contorno exterior de la pieza de trabajo, como consecuencia del calentamiento por efecto resistivo –Joule– así como por efecto de la conversión parcial en calor de la energía de deformación. Ambas fuentes de intensidad térmica contribuyen a la consecución de incrementos de temperatura en las piezas de trabajo superiores a los 300°C, si bien, como se puede observar en la gráfica, el factor resultante del efecto resistivo es de mayor relevancia. Los elevados valores de temperatura obtenidos tienen asimismo una influencia directa sobre el comportamiento en deformación del material, dado que permiten la consecución de mayores niveles de conformabilidad, tal como se desprende del modelo constitutivo del material (véase ecuación (219)). Se demuestra, por consiguiente, la importancia de la consideración de este último término termodinámico en el modelado del conjunto –en muchos trabajos obviado–, especialmente cuando se pretende simular el conformado de materiales de conductividad limitada, de uso no tradicional en este tipo de tecnología.

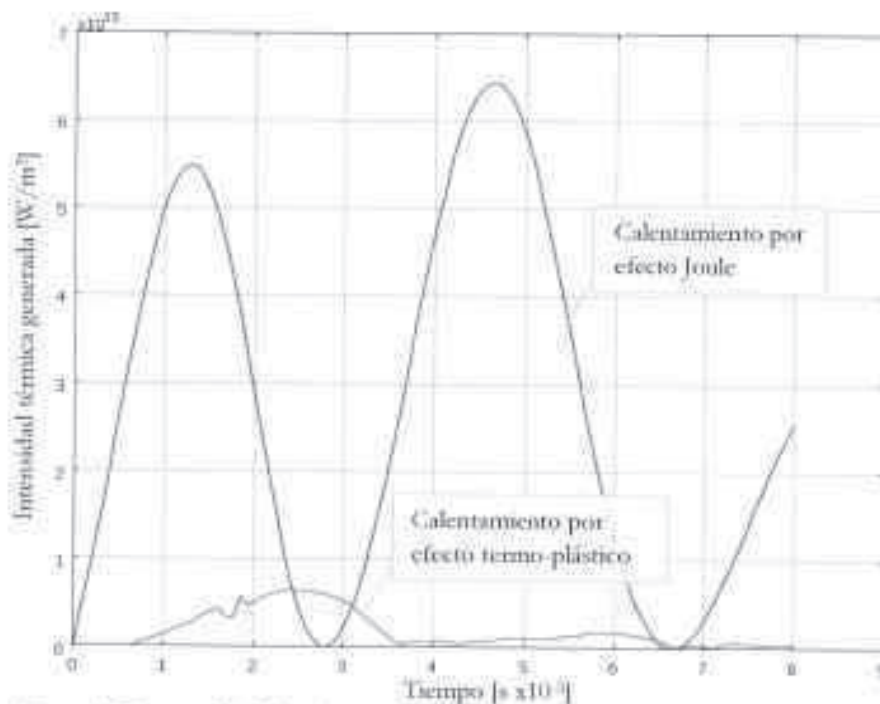


Figura 67. Intensidad térmica generada (calentamiento resistivo + termoplástico)

6.1.2.1. Validación experimental

Puesto que el modelo computacional que ha sido desarrollado en este trabajo para la simulación del proceso de conformado electromagnético no deja de ser una herramienta matemática de análisis de un sistema complejo, como paso previo a la aceptación de las conclusiones que se pueden extraer de su empleo es preciso validar los resultados obtenidos de la simulación. Para ello es preciso llevar a cabo un proceso de contrastación de los valores obtenidos frente a los derivados de conformados reales ejecutados en pruebas experimentales de laboratorio.

Con tal objetivo se han llevado a cabo una serie de experimentos de compresión tubular mediante el uso de piezas tubulares fabricadas en acero S-235, con espesor de pared de 1 mm, a tensiones de carga del equipo de conformado gradualmente crecientes. Es preciso indicar que, puesto que la sección transversal a máxima deformación no resulta en todos los casos perfectamente circular, se registran los diámetros de deformación máximos y mínimos.

De forma paralela, estos experimentos son simulados y los resultados de dichas simulaciones son comparados con resultados experimentales. A modo de resumen, la Figura 68 y la Tabla 8 muestran la serie de deformaciones resultantes de la simulación en las distintas configuraciones experimentales, representando las barras de error los desplazamientos radiales máximos y mínimos medidos en los tubos deformados de manera experimental. Se puede observar un elevado grado de concordancia entre modelo y realidad –resumido cuantitativamente en un error medio ponderado del 5,77% sobre la deformación radial para la serie experimental–, que permite validar las hipótesis adoptadas durante el desarrollo matemático.

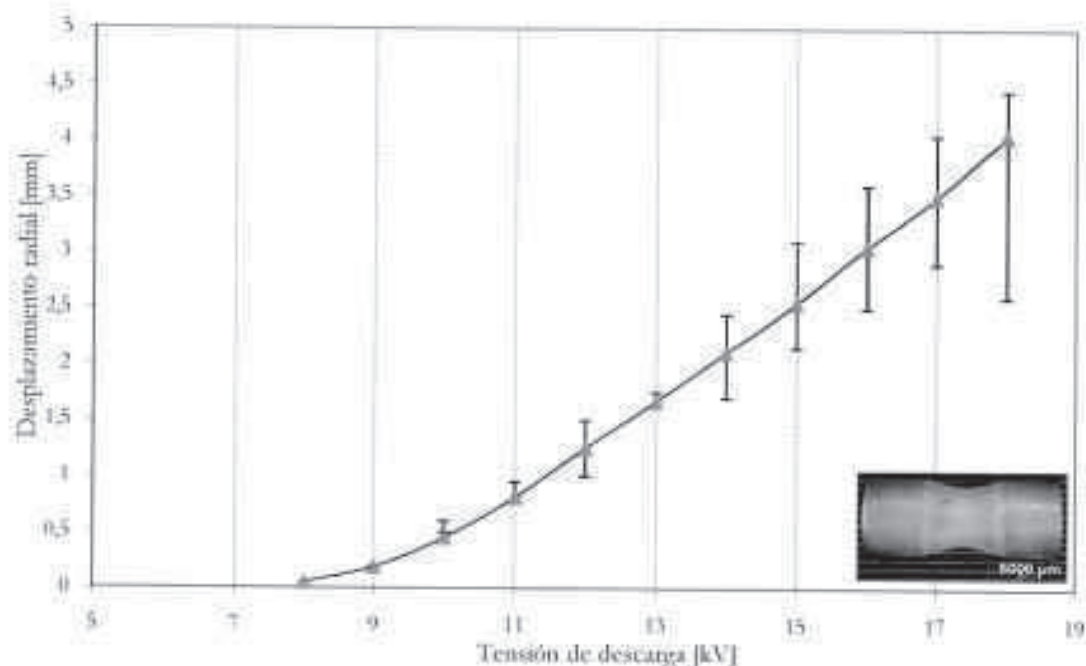


Figura 68. Desplazamiento radial: simulación vs. experimentación

| Tensión (kV) | | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
|----------------------------|----------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Desplazamiento radial (mm) | Máximo | 0,05 | 0,20 | 0,61 | 0,95 | 1,49 | 1,75 | 2,45 | 3,11 | 3,58 | 4,05 | 4,45 |
| | Mínimo | 0,05 | 0,20 | 0,49 | 0,81 | 0,97 | 1,65 | 1,72 | 2,15 | 2,14 | 2,90 | 2,62 |
| | Simulado | 0,05 | 0,19 | 0,45 | 0,81 | 1,25 | 1,67 | 2,11 | 2,55 | 3,05 | 3,50 | 4,05 |
| [E _{med}] (%) | | 0,0 | 5,3 | 22,2 | 8,6 | 1,6 | 1,8 | 1,2 | 3,1 | 6,2 | 0,7 | 12,7 |

Tabla 8. Desplazamiento radial: simulación vs. experimentación

De forma adicional, se puede realizar una segunda fase de contrastación experimental basada en la comparación de los perfiles transversales de deformación. Estos perfiles muestran los niveles de deformación plástica permanente alcanzados en cada punto de la superficie tubular exterior de la pieza de trabajo, los cuales son igualmente comparados con los obtenidos

Capítulo 7

CONTRIBUCIONES Y CONCLUSIONES

En este capítulo se resumen las contribuciones más novedosas aportadas por el presente trabajo de investigación así como las principales conclusiones derivadas del mismo.

Capítulo 7. Contribuciones y conclusiones

El objetivo último del presente trabajo de investigación ha sido desarrollar un modelo numérico del proceso de conformado electromagnético, el cual ha sido particularizado para el problema de compresión de perfiles tubulares y contrastado con los resultados medidos en un equipo de laboratorio real. Los estudios experimentales de prueba-error pueden resultar extremadamente costosos, mientras que los análisis numéricos son comparativamente mucho más económicos y permiten investigar en un corto periodo de tiempo un amplio intervalo de parámetros; en consecuencia, mediante la aplicación de las más recientes técnicas computacionales, en el transcurso de este trabajo de investigación se ha desarrollado una herramienta de cálculo numérico robusta y eficiente para la simulación de este proceso multifísico.

A continuación se resumen las principales contribuciones y conclusiones originales derivadas del trabajo de investigación desarrollado:

- Se han descrito matemáticamente de forma compacta los tres fenómenos físicos mutuamente interdependientes que dan lugar a esta técnica de procesado de alta velocidad, los cuales han sido formulados inicialmente de forma independiente, con objeto de derivar de una forma sencilla las ecuaciones desacopladas que gobiernan los procesos, para pasar a la definición de una formulación generalista acoplada del problema. Sobre la base de esta formulación matemática, se ha desarrollado un modelo del proceso de conformado, mediante el empleo de una aproximación de cálculo directamente acoplada basada en el método de los elementos finitos –MEF–.
- Se ha desarrollado un modelado del circuito eléctrico equivalente del sistema que ha permitido estimar la dinámica de la corriente de descarga con una precisión superior al 95% durante el intervalo de interés para el proceso de deformación.
- Los resultados de la simulación de la corriente de descarga han podido ser contrastados con valores medidos de intensidad en conformados experimentales gracias a la implantación, ajuste y calibración de un sistema de medida en laboratorio, el cual se ha basado en la utilización de una bobina de Rogowski.
- Se ha elaborado un modelo tridimensional del concentrador de campo magnético que permite la determinación de la distribución de corrientes inducidas, para lo que se recurre a una solución temporal armónica con condiciones de contorno impedantes en las superficies del concentrador. De esta forma, se modela adecuadamente el efecto superficial de las corrientes inducidas y se deriva un acoplamiento entre la corriente de descarga circulante por la bobina de trabajo y la existente en la cara interna del concentrador, que permite alimentar el modelo numérico completamente acoplado de compresión tubular.
- Se ha construido un modelo multifísico que resuelve, haciendo uso de un esquema implícito del método de los elementos finitos, las ecuaciones acopladas de los tres fenómenos físicos considerados –electromagnético, mecánico y térmico–, habiéndose podido verificar un elevado grado de concordancia entre modelo y realidad –

resumido cuantitativamente en un error medio ponderado del 5,77% sobre la deformación radial para la serie experimental de referencia, y un error en el ajuste a la deformación transversal del orden del 11%.

- El modelo multifísico ha sido empleado para analizar la influencia de múltiples parámetros, que han permitido extraer una serie de conclusiones de gran valor para la explotación e industrialización del proceso tanto en lo referido al amplio espectro de variables involucradas como a la fuerte interacción existente entre ellas:
 - Una mayor conductividad de la pieza de trabajo da lugar a una mayor densidad de campo magnético, viéndose incrementado el efecto de apantallamiento magnético así como de las fuerzas de Lorentz sobre la pieza de trabajo, lo que limita la difusión del campo a través del espesor de la misma y, por tanto, optimiza el proceso de conformado.
 - El espesor de la pieza de trabajo presenta una influencia directa sobre el flujo magnético durante el proceso de conformado, siendo la difusión del campo magnético más lenta y la deformación geométrica obtenida de menor cuantía para mayores espesores de la pieza de trabajo. No obstante, se ha demostrado que el uso de espesores de pared excesivamente delgada pueden contribuir a la permeación del campo magnético a través de la profundidad superficial, resultando consecuentemente en una pérdida de efectividad de las fuerzas volumétricas de Lorentz. La combinación optimizada de frecuencia y espesor de pared serán claves para conseguir un proceso de conformado eficiente.
 - La distancia relativa existente entre pieza de trabajo y concentrador de campo juega un papel protagonista en el proceso de deformación, dado que la difusión de la fuerza axial sufre una importante atenuación a mayores distancias relativas, que se traduce en una menor deformación plástica experimentada por la pieza de trabajo, así como en una importante reducción de la velocidad de deformación experimentada por la superficie en desplazamiento.
 - El análisis de la velocidad de deformación y, por consiguiente, de la velocidad de impacto en aplicaciones de contacto ha demostrado ser una variable crítica en dichos procesos, siendo de especial relevancia en un proceso de interés industrial como es la unión y engaste de piezas tubulares. Se ha demostrado la influencia de dicho parámetro sobre la resistencia mecánica de las uniones obtenidas, siendo de gran utilidad el empleo de simulaciones computacionales para la minimización del tiempo y recursos empleados para la determinación de los parámetros óptimos de conformado.
 - La tensión de carga de los bancos de condensadores, que gobierna la energía almacenada en los mismos, se ha definido asimismo como variable fundamental en el proceso de conformado, habiéndose demostrado una relación directa entre la tensión aplicada y la densidad de campo magnético. Mayores niveles de energía de descarga dan lugar a mayores deformaciones en

conformado libre, mientras que han de ser combinados con una adecuada configuración geométrica en aplicaciones de contacto:

- La aplicación del modelo de cálculo a materiales de conductividad media, como el acero S235, ha permitido asimismo examinar algunos fenómenos de interés novedosos no apreciados en estudios previos de la bibliografía técnica, basados únicamente en materiales altamente conductivos.
- La exitosa simulación computacional de procesos de conformado electromagnético de especial interés industrial no analizados desde la perspectiva computacional previamente, como el conformado de aceros inoxidables recubiertos o el engaste electromagnético en ejes de transmisión, avalan la aplicabilidad directa de las herramientas desarrolladas a la optimización de procesos de fabricación industrial.

Capítulo 8

LÍNEAS DE TRABAJO FUTURO

En este último capítulo se apuntan una serie de líneas de trabajo futuro que pudieran dar continuidad a este trabajo de investigación, avanzando en el refinamiento y mejora del modelado computacional del conformado electromagnético, así como facilitando su implantación masiva a escala industrial.

Capítulo 8. Líneas de trabajo futuro

El modelado computacional acoplado desarrollado en esta tesis doctoral representa el punto de partida de una nueva línea de investigación abierta en el seno del grupo de investigación de Modelos de Simulación en Energías y Recursos Renovables, Física e Ingeniería Civil (TEP 149) de la Universidad de Córdoba²⁵. Basándose en los conocimientos y resultados obtenidos en esta tesis, se prevén varios campos de investigación que podrían dar continuidad al trabajo desarrollado y que son los descritos a continuación.

En primer lugar, se propone la realización de mejoras en el desarrollo computacional que permitan hacer factible la simulación dinámica completamente acoplada no sólo de configuraciones axisimétricas, sino también de geometrías tridimensionales complejas que no presenten simetrías, que conllevan un esfuerzo computacional muy superior y no sean abordables desde un punto de vista práctico en la actualidad. Estas mejoras pasarán tanto por la aplicación de técnicas avanzadas de computación paralela para la solución numérica del problema, como por el análisis de otros métodos de cálculo numérico²⁶ y el desarrollo de nuevas formulaciones simplificadas que permitan cumplir el objetivo último de incrementar el realismo y la utilidad de los modelos desarrollados para su aplicación práctica industrial.

Un área del modelo que requiere una revisión detallada es el modelado constitutivo del comportamiento del material. Si bien es cierto que en esta tesis se ha adoptado el modelo de mayor aceptación en la bibliografía científica para procesos de deformación a alta velocidad (ley de comportamiento de Johnson-Cook), este modelo presenta la desventaja de requerir un arduo trabajo experimental para la consecución de sus parámetros característicos. Puesto que dichos parámetros sólo están determinados en la bibliografía para un conjunto reducido de materiales y un despliegue efectivo de esta tecnología de conformado requeriría su aplicabilidad a mayor rango de materiales, se distinguen dos líneas de trabajo futuro en este ámbito: desarrollo de un extenso trabajo experimental que permita definir una amplia base de datos relativa a los parámetros característicos de Johnson-Cook de los principales materiales aplicados en el campo de la ingeniería (incluyendo materiales avanzados y nuevas aleaciones); en segundo lugar, la investigación de otros modelos constitutivos para procesos de deformación a alta velocidad que permitan simular el comportamiento de los materiales conformados con un nivel de precisión igual o mayor al obtenido con el empleado en este trabajo.

En lo concerniente al diseño y caracterización del comportamiento de los concentradores de campo, en este trabajo se ha desarrollado un modelo tridimensional que permite su caracterización electromagnética y que supone un primer paso hacia la optimización de este tipo de dispositivos. Puesto que se trata de un aspecto explotado superficialmente en la bibliografía técnica, el desarrollo de una metodología práctica para el diseño de concentradores magnéticos basada en las conclusiones extraídas de las simulaciones computacionales representa una línea de trabajo de gran interés por su directa aplicabilidad industrial.

²⁵ http://www.uco.es/fisica_aplicada/grupos-investigacion/grupos/tep149-modelos-simulacion-energias-recursos-renovables.php

²⁶ Como podrían ser, por ejemplo, el método de las diferencias finitas o de los elementos de contorno.

Como se ha comentado en el capítulo 6, una de las principales aplicaciones del conformado electromagnético en la industria actual reside en la ejecución de juntas entre piezas tubulares por compresión y expansión, habiéndose demostrado en este trabajo la utilidad de los modelos desarrollados para la optimización de dichos procesos de unión. No obstante, dicho trabajo puede ser continuado y ampliado con el objeto de desarrollar fórmulas de correlación que permitan ligar la resistencia mecánica de las uniones obtenidas a los principales parámetros característicos del proceso de conformado. Asimismo, esta combinación de trabajo computacional y experimentación permitiría explorar con mayor profundidad los recientes desarrollos de soldadura en frío basada en la aplicación de pulsos electromagnéticos; permitiendo fundamentar fenómenos hasta ahora abordados desde un punto de vista puramente empírico (formación de interfaces onduladas en soldaduras en frío, semejanzas y diferencias entre la soldadura electromagnética y la soldadura explosiva, etc.).

Una problemática detectada tanto en este trabajo como en otros estudios previos (véase el capítulo 6) es la aparición del fenómeno de arrugamiento en diversos casos de conformado electromagnético, proceso que da lugar a la aparición de deformaciones no simétricas (especialmente observable para los casos de grandes deformaciones) y el cual no es capturado por el modelo desarrollado. Un análisis en profundidad del origen de este fenómeno así como el desarrollo de un método predictivo –forzosamente tridimensional– pueden ser objeto de futuras investigaciones.

Finalmente, en base al conocimiento y experiencia adquiridos en el modelado de procesos de conformado por aplicación de pulsos electromagnéticos, el modelado de otras técnicas de procesado directamente relacionadas constituye una línea de trabajo de gran interés. De entre dichas técnicas, la evaluación de las posibilidades de la compactación magnética dinámica resulta de especial relevancia.

Bibliografía

- Adhikari, S. Damping Models for Structural Vibration. Tesis doctoral, Departamento de Ingeniería de la Universidad de Cambridge. 2000.
- Aizawa, T., Kashani, M., Okagawa, K. Application of Magnetic Pulse Welding for Aluminum Alloys and SPCC Steel Sheet Joints. *Welding Research Journal*, vol. 86, pp. 119-124. 2007.
- Al-Hassani, S.T.S., Duncat, J.L., Johnson, W. On the Parameters of the Magnetic Forming Process. *J. Mech. Eng. Sci.* Vol. 16, no. 1, pp. 1-9. 1974.
- Al-Hassani, S.T.S. Magnetic pressure distribution in the sheetmetal forming. *Electrical Methods of Machining, Forming and Coating*, Institute of Electrical Engineering Conference, pp. 1-10. 1975.
- Argüeso, M., Robles, G., Sanz, J. Measurements of high frequency currents with a Rogowski coil. 9th Spanish-Portuguese Congress on Electrical Engineering. 2005.
- Azab, A.E., Garnich, M., Kapoor, A. Modeling of the electromagnetic forming of sheet metals: state-of-the-art and future needs. *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 142, n° 3, p.p. 744-754. 2003.
- Bahmani, M.A., Niayesh, K., Karimi, A. 3D Simulation of magnetic field distribution in electromagnetic forming systems with field shaper. *J. Mat. Process. Tech.* Vol. 209, Issue 5, pp. 2295-2301. 2009.
- Balanethiram, V. S. Hyperplasticity: enhanced formability of sheetmetals at high velocity. Tesis doctoral, The Ohio State University. 1996.
- Barreiro, P., Schulze, V., Löhe, D., Matré, M., Beerwald, C., Homberg, W., Kleiner, M. Strength of Tubular Joints Made by Electromagnetic Compression at Quasi-static and Cyclic Loading. *Second International Conference on High Speed Forming (ICHSF 2006)*. 2006.
- Bartels, G., Schatzing, W., Scheibe, H.P., Leone, M. Comparison of two different simulation algorithms for the electromagnetic tube compression. *International Journal of Material Forming*, Vol. 2, pp. 693-696. 2009.
- Bednarczyk, J. Distribution of forces in the inductors used in metal processing in the pulse magnetic field. *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 133, pp. 340-247. 2003.
- Bélyy, I.V., Fertik, S.M., Khimenko, L.T. (traducción Altynova, M. M.). *Electromagnetic Metal Forming Handbook*. Departamento de Ciencia de los Materiales e Ingeniería, The Ohio State University. 1996.

- Ben-Artzy, A., Stern, A., Frage, N., Shribman, V., Sadot, O. Wave formation mechanism in magnetic pulse welding. *International Journal of Impact Engineering*, vol. 37, pp. 397–404. 2010.
- Bendjima, B., Feliachi, M. Finite element analysis of transient phenomena in electromagnetic forming system. 3rd International Conference on Computation in Electromagnetics (CEM 96). 1996.
- Bessonov, N., Golovashchenko, S. Numerical simulation of pulsed electromagnetic stamping process. *Proceedings of the 1st International Conference on High Speed Forming ICHSF 2004*, pp. 83–91. 2004.
- Bourago, N. G., Kukudzhanov, V.N. A review of contact algorithms, *Izv. RAN, MIT*, No. 1, pp. 45–87. 2005.
- Boyd, J.M.S. I. Increased Formability and the Effects of the Tool/Sheet Interaction in Electromagnetic Forming of Aluminium Alloy Sheet. Tesis. University of Waterloo. 2005.
- Bruno, E.J. High-velocity forming of metals. American Society of Tool and Manufacturing Engineers. 1968.
- Carsley, J.E. Microstructural Evolution During Bending: Conventional vs. Roller Hemming. *Trends in Materials and Manufacturing Technologies for Transportation Industries*, Bieler, T.R., Carsley, J.E., Fraser, H.L., Sears, J.W., Smugeresky, J.E., (Eds.), TMS 2005, pp. 169–174. 2005.
- Conraux, P., Pignol, M., Robin, V., Berghau, J.M. 3D finite element modeling of electromagnetic forming processes. *Proceedings of the 2nd International Conference on High speed Forming—ICHSF 2006, Dortmund*, pp. 73–82. 2006.
- Correia J.P.M., Siddiqui M.A., Alzi, S., Belouettar, S., Davies, R. A simple model to simulate electromagnetic sheet free bulging process. *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 50, pp. 1466–1475. 2008.
- Cui, X., Mo, J., Zhu, Y. 3D modeling and deformation analysis for electromagnetic sheet forming process. *Transactions of Nonferrous Metals Society of China*, vol. 22, p.p. 164–169. 2012.
- Daehn, G.S. High Velocity Sheet Metal Forming: State of the art and Prognosis for Advanced Commercialization. Informe del Departamento de Ciencia de los Materiales e Ingeniería, Ohio State University. 1997.
- Daehn, G.S. High Velocity Metal Forming. *ASM Handbook, Vol. 14B, Metalworking: Sheet Forming*, pp. 405–418. ASM International, 2006.
- Daehn, G.S. Agile Sheet Metal Forming: Basic Concepts and the role of Electromagnetic Metal Forming. Informe del Departamento de Ciencia de los Materiales e Ingeniería, Ohio State University. 2007.

- DARPA Technology Transition Report. 2002.
- Dasgupta, R., Ahmed, M., Jha, A.K. Electromagnetic Forming and its Activities at CSIR-AMPRI. Metalworld, enero 2012.
- Dehra, M.S. High velocity formability and factors affecting it. Tesis doctoral, The Ohio State University. 2006.
- Demir, O.K., Psyk, V., Tekkaya, A.E. Simulation of tube wrinkling in electromagnetic compression. *Production Engineering*, vol. 4, pp. 421–426. 2010.
- Egüa, I., Zhang, P., Daehn G.S. Improved crimp-joining of aluminum tubes onto mandrels with undulating surfaces. *Proceedings of the 1st International Conference on High Speed Forming*, pp. 161 - 170. 2004.
- El-Azab, A., Garnich, M., Kapoor, A. Modeling of the electromagnetic forming of sheet metals: state-of-the-art and future needs. *Journal of Materials Processing Technology*, vol.142, pp. 744-754. 2003.
- ESI Group. SYSMAGNA User's manual and PAM-STAMP User's manual. 2005.
- Ezra, A.A. Principles and Practices of Explosive Metallurgy. Metal Working. Industrial Newspapers Ltd. 1973.
- Fenton, G.K., Daehn, G.S. Modeling of electromagnetically formed sheet metal. *Journal of Materials Processing Technologies*, vol. 75, n° 1-3, pp. 6-16. 1998.
- FEMM, Finite Element Method Magnetics: <http://www.femm.info>.
- Golovashchenko, S.F. Material formability and coil design in electromagnetic forming. *Journal of Materials Engineering and Performance*, vol. 16, n° 3, pp. 314-320. 2007.
- Gopinathan, V. Plasticity Theory and its Applications in Metal Forming. Wiley, Nueva York, 1982.
- Gourdin, W.H. Analysis and assessment of electromagnetic ring expansion as a high strain-rate test. *Journal of Applied Physics*, vol. 65, pp. 411–422. 1989.
- Gurson, A.L. Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth: Part-I, yield criteria and flow rules for porous ductile media. *Journal of Engineering Materials Technology*, vol 99, pp. 2-15. 1977.
- Haiping, Y., Chunfeng, L., Zhiheng, Z., Zhong, L. Effect of fieldshaper on magnetic pressure in electromagnetic forming. *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 168, n° 2, 30, p.p. 245-249. 2005.
- Haiping, Y., Chunfeng, L. Effects of coil length on tube compression in electromagnetic forming. *Transactions of Nonferrous Metals Society of China*, vol. 17, pp. 1270–1275. 2007.

Haiping, Y.U., Chunfeng, L.J. Effects of current frequency on electromagnetic tube compression. *Journal of Material Processing Technology*, vol. 209, pp. 1053-1059. 2009.

Haiping, Y.U., Chunfeng, L.J., Jianhua, D.E.N.G. Sequential coupling simulation for electromagnetic-mechanical tube compression by finite element analysis. *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 209, pp. 707-713. 2009.

Hallquist J.O. *LS-DYNA Theory Manual*. Livermore Software Technology Corporation. 2006.

Hideo, S., Makoto, M., Hideaki, N. The effect of a fieldshaper in electromagnetic tube bulging. *Journal of Mechanical Working Technology*, Vol. 15, n° 2, p.p. 229-240. 1987.

Hill, R. *The Mathematical Theory of Plasticity*. Clarendon. Oxford, 1998.

Hosford, W.F., Caddell, R.M. *Metal Forming: Mechanics and Metallurgy*. Cambridge University Press. 2011.

IAP Research, www.iap.com.

Imbert, J.M., Winkler, S.L., Worskick, M.J., Oliveira, D.A., Golovaschenko, S. The effect of tool-sheet interaction on damage evolution in electromagnetic forming of aluminum alloy sheet. *Journal of Engineering Materials and Technology*, vol. 127, pp.145-153. 2005.

Imbert, J., Worskick, M., L'Epplatténier, P. Effects of force distribution and rebound on electromagnetically formed sheet metal. *Proceedings of the 4th International Conference on High Speed Forming—ICHSF 2010*, Columbus, pp. 169–180. 2010.

Iriondo, E. *Electromagnetically Impulsed Springback Calibration*. Tesis Doctoral, Escuela Superior de Ingenieros de Bilbao. 2007.

Jablonski, J., Winkler, R. Analysis of the Electromagnetic Forming Process. *International Journal of Mechanical Science*, vol.20, pp.315-325. 1978.

Jimbart, P., Eguía, I., Gutiérrez, M.A., González, B., Daehn, G.S., Zhang, Y., Anderson, R., Sundberg, H., Olsson, S.O., Brännström, P. Flanging and Hemming of Auto Body Panels using the Electro Magnetic Forming technology. *Proceedings of the 3rd International Conference on High Speed Forming—ICHSF 2008*, Dortmund, pp. 163–172. 2008.

Johnson, W. *Impact Strength of Materials*. Edward Arnold. 1972.

Johnson, G.R., Cook, W.H. A Constitutive Model and Data for Metals Subjected to Large Strains, High Strain Rates, and High Temperatures. *Proc. of the 7th Intern. Symp. Ballist., American Def. Prep. Org.*, pp. 541-547. 1983.

Junja, H., Jiyun, Z., Shibong, Q., Hai, W. A high-capacity triggered vacuum switch with single axial magnetic field electrode. *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 35, n. 1, pp. 352-355. 1999.

- Kamal, M. A Uniform Pressure Electromagnetic Actuator for Forming Flat Sheets. Tesis doctoral, Ohio State University, 2005.
- Karch, C., Roll, K. Transient Simulation of Electromagnetic Forming of Aluminium Tubes. *Advanced Materials Research*. Vol. 6-8, pp. 639-648. 2005.
- Kashani, M., Aizawa, T., Okagawa, K. Welding of Manganin and copper sheets by using magnetic pulse welding (MPW) technique. *IEICE technical report 109*, vol. 287, pp. 29-31. 2009.
- Kliener, M., Brosius, A. Determination of flow curves at high strain rates using the electromagnetic forming process and an iterative finite element simulation scheme. *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, Vol. 55, n° 1, pp. 267-270. 2006.
- Kovetz, A. *Electromagnetic Theory*. Oxford University Press. Oxford (Reino Unido), 2000.
- Lal, G.K., Hillier, M.J. The electrodynamics of electromagnetic forming. *International Journal of Mechanical Science*, vol. 10, pp. 491-498. 1968.
- Langemyr, L., Bertilsson, D., Nordmark, A., Persson, P., Long, J. Method for assembling the finite element discretization of arbitrary weak equations, involving local or non-local multiphysics couplings. *US Patent 7.519.518 B2*. 2009.
- L'Éplatténier, P., Cook, G., Ashcraft, C. Introduction of an electromagnetism module in LS-DYNA for coupled mechanical thermal electromagnetic simulation. *Proceedings of the 3rd International Conference on High Speed Forming—ICHSF 2008*, Dortmund, pp. 85-96. 2008.
- L'Éplatténier, P., Cook, G., Ashcraft, C., Burger, M., Imbert, J., Warwick, M. Introduction of an electromagnetism module in LS-DYNA for coupled mechanical-thermal-electromagnetic simulations. *Steel Research International*, vol. 80 (5), pp. 351-358. 2009.
- Luca, D. A numerical modelling: Opened perspectives to increase the performance of the electromagnetic forming processes. *International Journal of Numerical Modelling: Electronic Networks, Devices and Fields*, Vol. 25, pp. 15-23. 2012.
- Mamalis A.G., Manolakos, D.F., Kladas, A.G., Koumoutsos, A.K. Electromagnetic forming and powder processing: trends and developments. *Applied Mechanics Review*, vol. 57; pp. 299-324. 2004.
- Manea, T.E., Verweij, M.D., Blok, H. The importance of the velocity term in the electromagnetic forming process. *Proceedings of the General Assembly of the URSI (Union Radio-Scientifique Internationale)*, 2002.
- Marré, M., Brosius, A., Tekkaya, A.E. Joining by compression and expansion of (none-) reinforced profiles. *Advanced Materials Research*, vol. 43, pp. 57-68. 2008.
- MATLAB, The MathWorks, Inc.: <http://www.mathworks.es>.
- Meyers, M.A. *Dynamic Behavior of Materials*. John Wiley and Sons, 1994.

Mijar, A.R., Arora, J.S. An augmented Lagrangian optimization method for contact analysis problems: formulation and algorithm. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, vol. 28, pp. 99-112. 2004.

Motoască, T.E. *Electrodynamics in Deformable Solids for Electromagnetic Forming*. Tesis Doctoral, Technical University of Delft. 2003.

MSC Software, <http://www.mscsoftware.com>.

Oliveira, D.A., Worswick, M.J., Finn, M., Newman, D. Electromagnetic forming of aluminum alloy sheet: Free-form and cavity fill experiments and model. *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 170, n° 1-2, p.p. 350-362. 2005.

OSU - Ohio State University, <http://www.matsceng.ohio-state.edu/~daehn/analysis.html>. 2012.

Padmanabhan, M. *Wrinkling and Springback in Electromagnetic Sheet Metal Forming and Electromagnetic Ring Compression*. Tesis de máster, Ohio State University. 1997.

Psyka, V., Risch, D., Kinsey, B.L., Tekkaya, A.E., Kleiner, M. Electromagnetic forming – A review. *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 211, pp. 787–829. 2011.

Ravichandran, G., Rosakis, A.J., Hodowany, J., Posakis, P. On the Conversion of Plastic Work into Heat during High-Strain-Rate Deformation. CP620, *Shock Compression of Condensed Matter 2001*, American Institute of Physics. 2002.

Ray, W.F., Hewson, C.R. *High Performance Rogowski Current Transducers*. IEEE Industrial Applications Society, Rome Conference Proceedings. 2000.

Rayleigh, L. *Theory of Sound (dos volúmenes)*. Dover Publications, New York, 1877 (2ª edición, 1945).

Risch, D., Beerwald, C., Brosius, A., Kleiner, M. On the significance of the die design for electromagnetic sheet metal forming. *1st International Conference on High Speed Forming*, pp. 191-200. 2004.

Schinnerl, M., Schoberl, J., Kaltenbacher, M., Lerch, R. Multigrid methods for the 3D simulation of nonlinear magneto-mechanical systems. *IEEE Transaction of Magnetics*, vol. 38, pp. 1497–1511. 2002.

Seth, M., Vohnout, V.J., Daehn, G.S. Formability of steel sheet in high velocity impact. *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 168, pp. 390-400. 2005.

Shewchuk, J.R. Delaunay refinement algorithms for triangular mesh generation. *Computational Geometry*, Vol. 22, n° 1–3, pp. 21–74. 2002.

Van-Slycken, J. *Experimental determination of Johnson-Cook parameters for different materials*. Internal report University of Gent. 2009.

- Song, F.M., Zhang, X., Wang, Z.R., Yu, L.Z. A study of tube electromagnetic forming. *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 151, pp. 372-375. 2004.
- Stiemer, M., Unger, J., Svendsen, B., Blum, H. Algorithmic formulation and numerical implementation of coupled electromagnetic-inelastic continuum models for electromagnetic metal forming. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 68, pp. 1301–1328. 2006.
- Stiemer, M., Unger, J., Svendsen, B., Blum, H. An arbitrary Lagrangian Eulerian approach to the three-dimensional simulation of electromagnetic forming. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 198, pp. 1535–1547. 2009.
- Svendsen, B., Chanda, T. Continuum thermodynamic formulation of models for electromagnetic thermoelastic solids with application in electromagnetic metal forming. *Continuum Mechanics and Thermodynamics*, vol. 17, pp. 1–16. 2005.
- Takatsu, N., Kato M., Sato K., Tobe T. High speed forming of metal sheets by electromagnetic forces. *International Journal of Japanese Society for Mechanical Engineering*, vol. 31, pp. 142-148. 1988.
- Thomas, J.D., Triantafyllidis, N. On electromagnetic forming processes in finitely strained solids: Theory and examples. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 57, pp. 1391-1416. 2009.
- Thomas, J.D., Triantafyllidis, N., Vivek, A., Dachs, G.S., Bradley, J. R. Comparison of fully coupled modeling and experiments for electromagnetic forming processes in finitely strained solids. *International Journal of Fracture*, Vol. 163, pp. 67-83. 2010.
- Tvergaard, V. Influence of voids on shear band instabilities under plane strain conditions. *International Journal of Fracture*, vol. 37, pp.389-407. 1981.
- Tvergaard, V., Needleman, A. Analysis of the cup-cone fracture in a round tensile bar. *Acta Metallurgica*, vol. 32, pp.157. 1984.
- Ugural, A.C., Fenster, S.K. *Advanced Strength and Applied Elasticity*. Prentice Hall. 1995.
- Uhlmann, E., Jurgasch, D. New Impulses in the Forming of Magnesium Sheet Metals. *Proceedings of the 1st International Conference of High Speed Forming*, pp. 229-241. 2004.
- Vohnout, V.J. *A Hybrid Quasi-static/Dynamic Process for Forming Large Sheet Metal Parts from Aluminum Alloys*. Thesis doctoral, Ohio State University. 1998.
- Ward, D.A., Exon, J.T. Using Rogowski coils for transient current measurements. *Engineering Science and Education Journal*, vol. 2, n. 3, pp. 105-113. 1993.
- Weddeling, C., Woodward, S.T., Marré, M., Nellesen, J., Psyk, V., Tekkaya, A.E., Tillmann, W. Influence of groove characteristics on strength of form-fit joints. *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 211, pp. 925–935. 2011.

Werdelmann, P., Rosendahl, J., Peter, D., Kulig, S. Assessing the Effective Energy for Magnetic Forming Processes by Means of Measurements and Numerical Calculation. Proceedings of the 3rd International Conference on High Speed Forming, Dortmund, Alemania, pp. 283-290. 2008.

Winkler, R. Hochgeschwindigkeitsbearbeitung. VEB Verlag Technik, Berlin, 1973.

Xu, W., Fang, H., Xu, W. Analysis of the variation regularity of the parameters of the discharge circuit with the distance between workpiece and inductor for electromagnetic forming processes. Journal of Materials Processing Technology, Vol. 203, n° 1-3, pp. 216-220. 2008.

Yamada, T., Kari, K., Sakuma, K., Yubisui, A. Experimental Study on the Mechanics of Springback in High Speed Sheet Metal Forming. 7th Conferencia Internacional sobre Técnicas de Fabricación de Alta Energía, pp. 306-314. 1981.

Zhang, H., Murata, M., Suzuki, H. Effects of various working conditions on tube bulging by Electromagnetic Forming. Journal of Materials Processing Technology, vol. 48, pp. 113-121. 1995.

Zhang, X., Wang, Z.R., Song, F.M., Yu, L.Z., Lu, X. Finite element simulation of the electromagnetic piercing of sheetmetal. Journal of Materials Processing Technology, vol. 151, pp. 350-354. 2004.

Zhang, P., Kimchi, M., Shao, H., Gould, J.F., Dahn, G.S. Analysis of the Electromagnetic Impulse Joining Process with a Field Concentrator. AIP Conf. Proc., vol. 712, pp. 1253-1258. 2004.

Notación

El conformado electromagnético es un proceso en el que intervienen diversos dominios de la física, cuyas magnitudes vienen tradicionalmente representadas por símbolos que no siempre son únicos (véase, por ejemplo, el caso de la tensión mecánica y la conductividad eléctrica). Por este motivo y con el objeto de evitar ambigüedades, a lo largo del documento se han definido cada uno de los símbolos empleados en cada expresión matemática, así como sus unidades de medida. No obstante, a continuación se presenta un listado resumen de la notación empleada.

| Símbolo | Definición | Unidad |
|---------------------|--|-------------------------|
| A | Potencial vectorial magnético | V·s/m |
| B | Inducción magnética | Wb/m ² |
| c | Velocidad de onda longitudinal | m/s |
| C | Capacidad | F |
| c_T | Calor específico | J/(kg·K) |
| D | Desplazamiento eléctrico | C/m ² |
| E | Energía - Intensidad de campo eléctrico | J - NC ⁻¹ |
| E_s | Módulo de plasticidad | Pa |
| f | Frecuencia de operación | Hz |
| f^S | Fuerza superficial | N/m ² |
| f^V | Fuerza volumétrica | N/m ³ |
| H | Intensidad de campo magnético | A/m |
| I | Intensidad de descarga | A |
| J | Densidad de corriente eléctrica | A/m ² |
| k | Conductividad térmica | W/(K·m) |
| L | Reactancia | H |
| M | Inductancia mutua | H |
| N | Número de espiras de un solenoide | - |
| p | Presión | Pa |
| q | Carga eléctrica volumétrica | C/m ³ |
| Q | Tasa de transferencia de calor | W/m ³ |
| R | Resistencia | Ω |
| t | Tiempo | s |
| T | Temperatura | K |
| u | Desplazamiento | m |
| v | Velocidad | m/s |
| V | Tensión | V |
| ρ | Densidad - Resistividad eléctrica | kg/m ³ - Ω·m |
| μ | Permeabilidad magnética | T·m·A ⁻¹ |
| μ_0 | Permeabilidad magnética del vacío | T·m·A ⁻¹ |
| σ | Conductividad eléctrica / tensión mecánica | S/m - Pa |
| ϵ | Deformación mecánica | - |
| δ | Profundidad superficial | m |
| ω | Frecuencia angular | rad/s |
| Z | Impedancia | Ω |
| $\{r, \varphi, z\}$ | Índices del sistema de coordenadas cilíndricas | - |

Anexo I

CARACTERIZACIÓN DEL CONFORMADO MEDIANTE PULSOS ELECTROMAGNÉTICOS

En este primer anexo se presenta una completa caracterización de la técnica de procesado de metales de alta velocidad por aplicación de pulsos electromagnéticos, complementando la breve introducción realizada en el cuerpo del documento en lo referente a los sistemas de conformado y sus componentes principales. Se hace especial énfasis en las aplicaciones prácticas de esta técnica, enumerando las ventajas y limitaciones asociadas al proceso.

Anexo I. Caracterización del conformado mediante pulsos electromagnéticos

El conformado electromagnético es un método de procesado basado en la deformación de piezas metálicas gracias a la aplicación de pulsos de alta frecuencia que inducen elevadas fuerzas sobre las piezas de trabajo a conformar. Si bien las principales características del proceso y sus principios de funcionamiento han sido descritos de forma concisa en el cuerpo del documento, en este anexo se completa la caracterización de la técnica de procesado. Para ello, en primer lugar se detallan los componentes que constituyen los sistemas de conformado.

I.1. Componentes de un equipo de conformado electromagnético

I.1.1. Bobina de conformado

La bobina es el elemento inductor de la deformación. Su diseño se selecciona de tal forma que se transfiera el máximo de energía almacenada a la pieza de trabajo ubicada en sus proximidades. Aunque el diseño de la bobina pueda parecer simple, existen diversos factores que lo complican, siendo los aspectos clave la selección del material y su diseño. Típicamente, la bobina de conformado está sujeta a la misma presión magnética que la pieza de trabajo, por lo que ésta debe soportar elevadas fuerzas electromagnéticas sin verse afectada por deformaciones mecánicas. Además, la bobina debe soportar también el alto voltaje de operación, el flujo magnético y el calentamiento. Por esta razón, el uso de materiales altamente conductivos, como el cobre, se complementa en muchas ocasiones con el empleo de materiales de armado de gran resistencia mecánica, como por ejemplo fibras de Kevlar, que garantizan la estabilidad mecánica de la pieza (Kamal, 2005).

Dependiendo de la operación de conformado que se pretenda realizar, se pueden adoptar diferentes configuraciones y geometrías para la bobina de conformado. Para componentes de naturaleza radial se pueden emplear bobinas espirales en forma de solenoide, las cuales pueden ir emplazadas dentro (compresión) o fuera (expansión) de la pieza de trabajo. Para el conformado de láminas planas se utilizan bobinas planas. En la Figura 83 y la Figura 84 se muestran algunos ejemplos de bobinas comúnmente utilizadas (Kamal, 2005), (Dehra, 2006), (Golovashchenko, 2007).

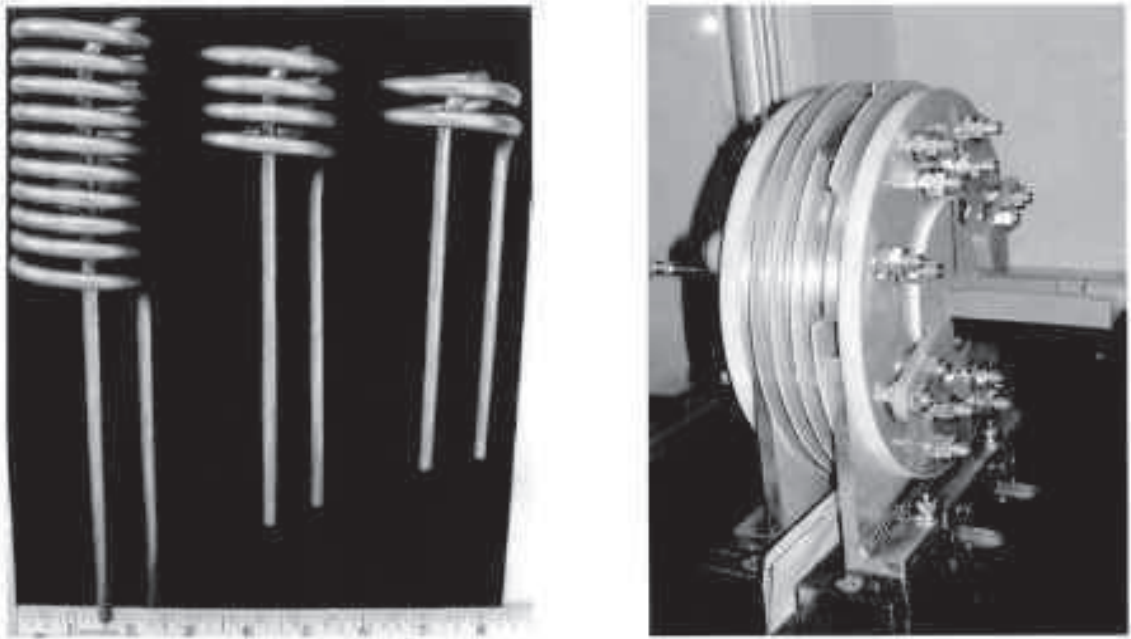


Figura 83. Ejemplos de bobinas espirales de conformado electromagnético

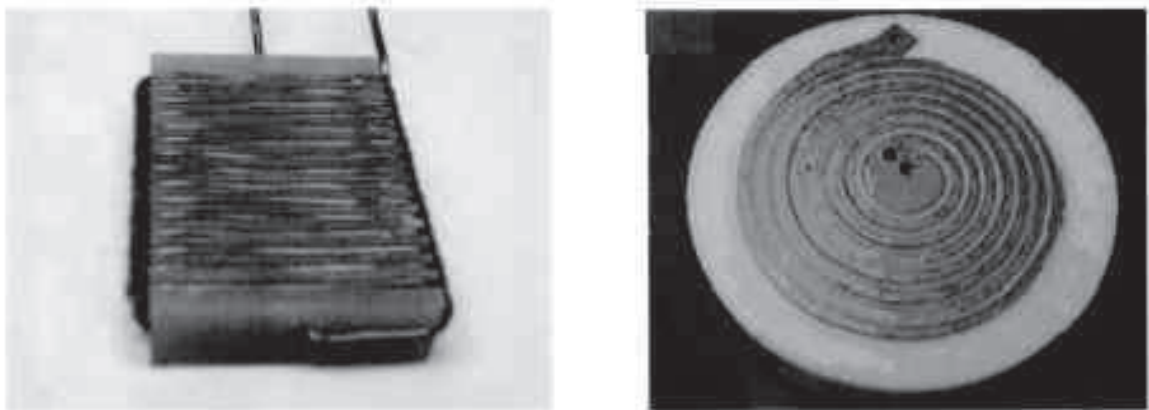


Figura 84. Ejemplos de bobinas planas de conformado electromagnético

Las bobinas deben caracterizarse por tener un coste reducido (eficiencia económica), alta durabilidad, así como ser compatibles con el proceso de conformado. En el diseño eficiente de bobinas de conformado, un problema muy común que los diseñadores deben afrontar es la distribución no uniforme de las presiones, de forma particular la considerable caída de presión en el área cercana al centro de bobinas espirales planas. Una presión uniforme solamente se conseguirá si la corriente en la bobina y en la lámina metálica son ambas uniformes y la separación entre ellas es constante.

1.1.2. Banco de condensadores

El proceso de conformado electromagnético requiere altos niveles de potencia instantánea que no pueden ser proporcionados por equipos de alimentación industrial ordinarios. En

consecuencia, la energía es almacenada a una velocidad moderada durante un periodo de tiempo tras el cual se descarga a alta velocidad. El banco de condensadores es el elemento empleado para el almacenamiento y descarga de energía eléctrica mediante pulsos electromagnéticos de alta frecuencia. Es el componente más costoso del equipo de conformado y, generalmente, está sujeto a elevadas tensiones e intensidades durante el proceso de deformación. La Figura 85 presenta un banco de condensadores empleado en el trabajo experimental de Balanethiram (1996) para el conformado electromagnético de láminas.



Figura 85. Banco de condensadores empleado en un equipo de conformado electromagnético

Los condensadores son cargados a través de un rectificador y un transformador elevador de tensión, cuyos niveles de tensión vendrán definidos en función del voltaje de operación del banco de condensadores. La Figura 86 muestra un diagrama funcional de bloques de un banco (adaptado de la tesis doctoral de Balanethiram, 1996).

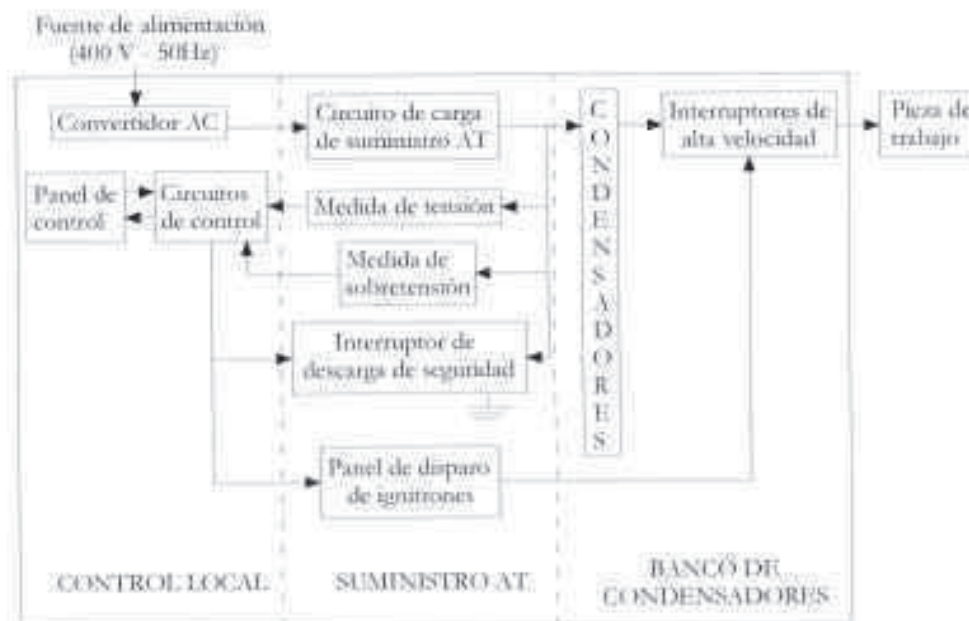


Figura 86. Diagrama funcional de bloques de un banco de condensadores

La energía almacenada en el banco de condensadores viene dada por la expresión:

$$E = \frac{1}{2} CV^2 \quad (230)$$

donde C representa la capacidad del banco de condensadores, y V es la tensión de carga. La Figura 87 muestra la evolución de dicha energía almacenada en función de los parámetros característicos del banco.

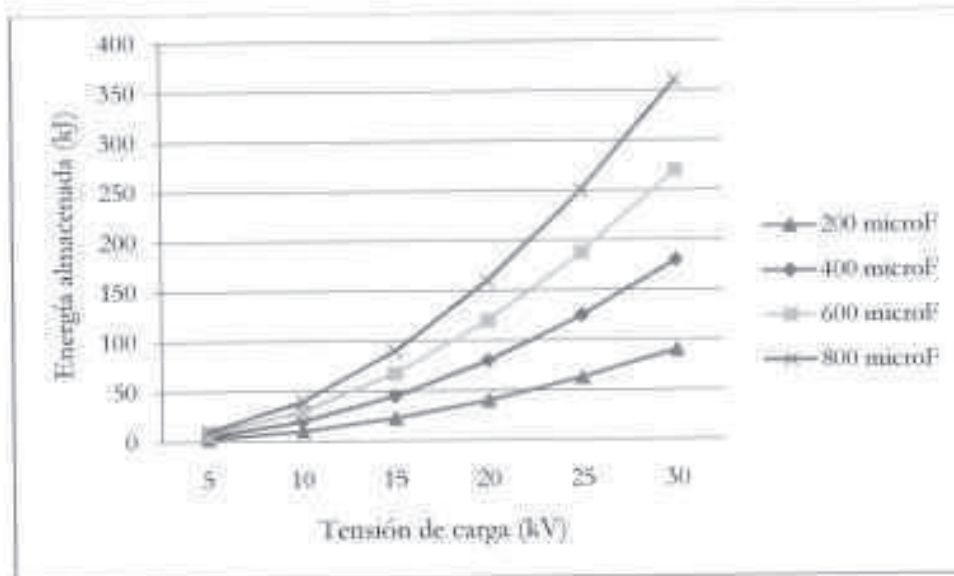


Figura 87. Energía almacenada en el banco de condensadores

Como se desprende del análisis de la Figura 87, la energía de descarga aumenta a medida que se incrementa la tensión de carga. Sin embargo, a mayor tensión el potencial peligro para el personal involucrado también aumenta y, por tanto, se requiere la adopción de medidas de seguridad especiales. Generalmente, los niveles de energía empleados en sistemas de conformado electromagnético varían entre 1 y 100 kJ para equipos utilizados para pequeños componentes.

Los parámetros del banco de condensadores determinan en gran parte las características técnicas y económicas del equipo de conformado electromagnético (vida útil, coste de operación, dimensiones y peso). Por ello, una selección apropiada de dichos parámetros es fundamental en el diseño y selección del equipo de procesamiento (Belyy, Ferrik y Khimenko, 1996). El banco de condensadores presenta los siguientes requerimientos: baja autoinductancia, mínimo peso y dimensiones, y la capacidad de soportar un alto número de pulsos de descarga.

En términos de vida útil (número de ciclos de carga-descarga), la durabilidad de los condensadores dependerá del voltaje dieléctrico de pico, la magnitud de la corriente inversa, la duración del proceso de alta tensión y la corriente pico.

Para realizar la conmutación que permita la descarga del condensador sobre la bobina se pueden emplear diversos tipos de interruptores. Interruptores tipo *ignitron* o interruptores rectificadores controlados de silicio de estado sólido (SCR) son usados habitualmente en aplicaciones comerciales. Los *ignitrones* son dispositivos tubulares rellenos con mercurio

líquido. Una pequeña chispa ioniza el vapor, permitiendo la transmisión de intensidades muy elevadas (Dachn, 2006).

El equipo de almacenamiento cuenta a menudo con un diodo de alta capacidad puesto en paralelo con el circuito de descarga. Ello permite que sólo se emplee en el proceso el primer semiciclo de la onda de intensidad. Puesto que la mayor parte del trabajo útil es realizado en este periodo, la adición del diodo aporta el beneficio de incrementar la vida útil de los condensadores y limitar el desgaste de los contactos eléctricos. Por el contrario, corre el riesgo de ser fundido como consecuencia de corrientes excesivas (Dachn, 2006).

En línea con lo anterior, es preciso mencionar que no toda la energía almacenada en el banco de condensadores (véase ecuación (230)) puede ser empleada como energía de conformado. Con objeto de analizar un balance energético completo del proceso de conformado electromagnético en función del tiempo, la intensidad de trabajo de la bobina $i(t)$ y la tensión $v(t)$ deben ser medidas. El producto de ambas representa la potencia eléctrica $P(t)$ que es transferida a la bobina y, a continuación a la pieza de trabajo. La Figura 88 muestra un ejemplo de señales de tensión e intensidad medidas en los terminales de una bobina de trabajo durante una operación de procesado electromagnético, así como la potencia resultante (Werdelmann *et al.*, 2008).

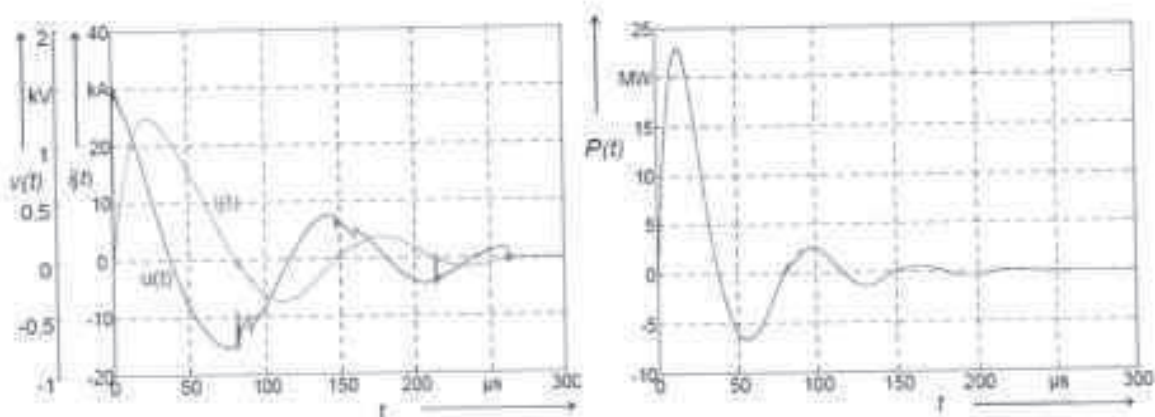


Figura 88. Intensidad, tensión y potencia (derivada de las anteriores) en los terminales de la bobina

La tensión en la bobina en $t=0$ representa la tensión de carga del banco de condensadores. La observación de la señal de tensión permite identificar discontinuidades transitorias y repetitivas, las cuales pueden ser causadas por los repentinos cortes de los ignitrones, dado que este efecto se produce cuando la intensidad cruza el eje de abscisas. Este fenómeno es suavizado en lo que respecta a la potencia eléctrica y solamente tendrá pequeños efectos en la energía total transferida (Werdelmann *et al.*, 2008).

La Figura 89 muestra los diferentes componentes de la energía de descarga en función del tiempo, extraídos de mediciones experimentales realizadas por Werdelmann *et al.* (2008). Como se puede apreciar, la energía almacenada en los condensadores se descompone en energía transferida y pérdidas de almacenamiento; a su vez, la energía transferida se distribuye entre las pérdidas asociadas a la descarga en la bobina y la energía consumida en la deformación de la pieza de trabajo.

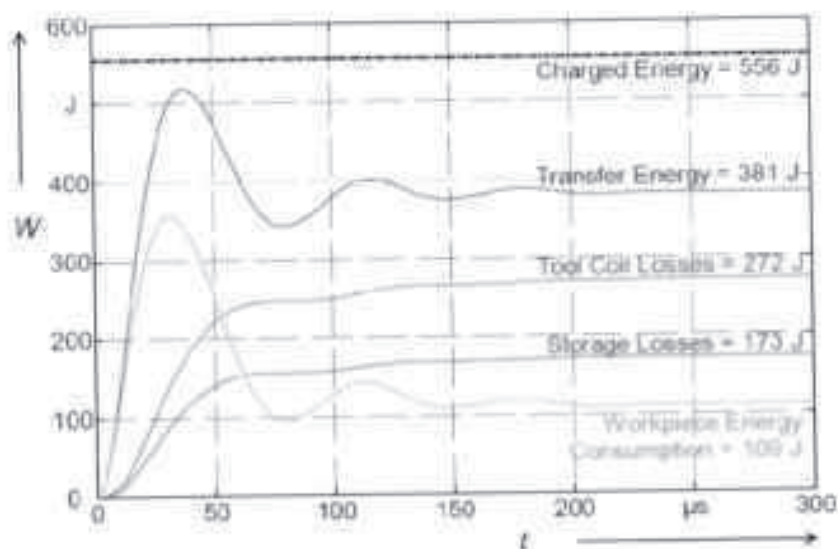


Figura 89. Balance de transferencia energética en un equipo de conformado EM

Durante la primera fase del proceso de descarga, la forma de onda permite distinguir importantes cantidades de energía que son almacenadas transitoriamente en el campo magnético. Esta energía es devuelta al banco de condensadores a medida que el producto de la intensidad de descarga y la tensión se vuelve negativo, siendo en consecuencia la energía inicialmente entrante en los terminales de la bobina de conformado superior a la energía finalmente transferida. La descarga oscilatoria y exponencialmente amortiguada causa en cualquier caso pérdidas irreversibles. Por otro lado, es preciso tener en cuenta que siempre existirán las denominadas pérdidas por almacenamiento, derivadas del hecho de que no toda la energía almacenada en los condensadores se descarga sobre la bobina de conformado. De esta forma, existe una tensión residual en el banco de condensadores al finalizar el proceso de descarga (para la cual los ignitrones no actúan) que causa esta pérdida energética residual.

En conclusión, se puede afirmar que la energía inicialmente almacenada en el banco se distribuye en diversos componentes –incluyendo las inevitables pérdidas–, siendo el porcentaje energético finalmente empleado para el conformado mecánico de la pieza cercano al 20% (valor aproximado que dependerá obviamente de la configuración específica del proceso).

1.1.3. Concentrador de campo

Los concentradores de campo son elementos empleados para concentrar el flujo magnético y producir una elevada presión magnética sobre el área descada de la pieza de trabajo. Estos componentes transmiten la energía producida por un sistema inductor (bobina) a la región objeto de deformación, tal como se aprecia en la Figura 90 (Brano, 1968).

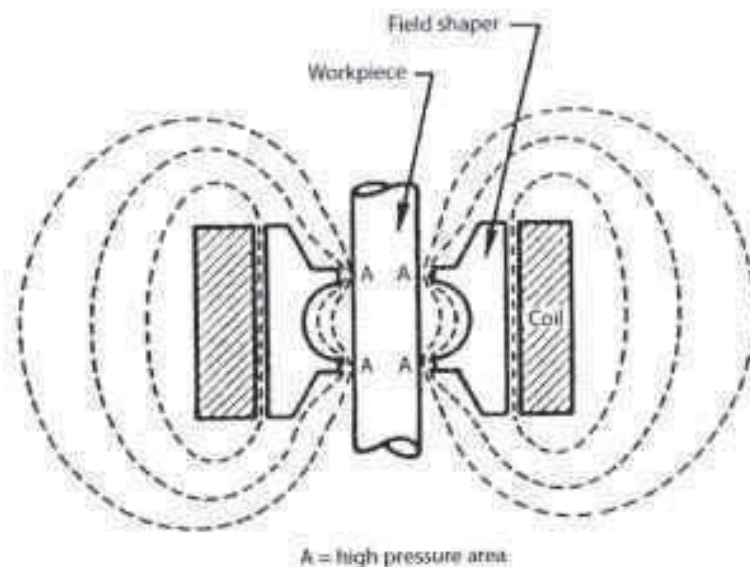


Figura 90. Campo magnético concentrado en dos bandas de una pieza cilíndrica

La eficiencia del sistema se ve reducida por el uso del concentrador de campo, pues este elemento da lugar a una mayor disipación de energía. No obstante, el uso de concentradores de campo es mucho más económico que el empleo de bobinas especiales para cada aplicación dado que una sola bobina con un determinado número de concentradores puede ser aplicada a una amplia variedad de operaciones de conformado, como se puede constatar en el trabajo de Bahmani, Niayesh y Karimi (2009). Los concentradores permiten así prolongar la vida útil de las bobinas, controlar la forma de las piezas de trabajo y llevar a cabo producción por lotes, lo que permite incrementar la flexibilidad del proceso (Haiping *et al.*, 2005).

La Figura 91 muestra el principio de funcionamiento de un concentrador de campo (Haiping *et al.*, 2005). Una bobina de espiras múltiples genera un campo magnético por el paso de la corriente i , a través de la misma. El concentrador está acoplado inductivamente a la bobina de tal modo que una intensidad inducida circula por las capas superficiales interior y exterior del concentrador de campo. La lamina superficial adyacente a la pieza de trabajo actúa, en consecuencia, de forma equivalente a la bobina de conformado y produce un campo magnético. Esto da lugar a la inducción de corrientes de Foucault en la superficie de la pieza de trabajo, produciendo ésta un campo magnético de dirección acorde a la ley de Lenz. Por tanto, el campo magnético producido por la corriente inducida i , apantalla el campo magnético alrededor del concentrador de campo (Hideo, Makoto y Hideaki, 1987).

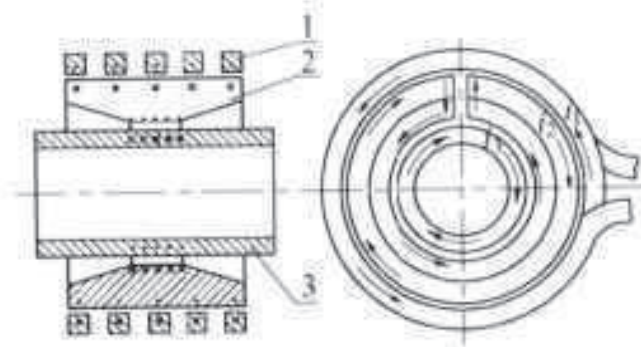


Figura 91. Principio de funcionamiento de un concentrador de campo

La densidad de energía del campo magnético representa una presión actuando en dirección ortogonal a dicho campo. Dicha presión resultante actuando sobre la pieza de trabajo causa su deformación plástica en el momento en que se excede el límite de elasticidad del material.

Debe mencionarse que un concentrador de campo requiere la existencia de una hendidura en su geometría para permitir su adecuado funcionamiento. Dado que es preciso que la intensidad circule tan cerca como sea posible a la pieza de trabajo, debido al campo magnético generado, se provee a los concentradores de una hendidura radial como la mostrada en la primera imagen de la Figura 92 (Mamalis *et al.*, 2004).

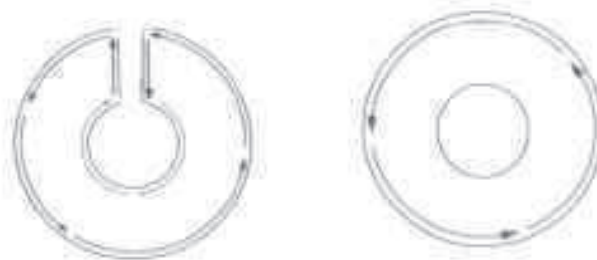


Figura 92. Geometría con/sin hendidura radial

Puesto que la hendidura provoca una alteración de la presión magnética en la pieza de trabajo, que observa una depresión en la zona adyacente a la misma, su anchura debe limitarse en la medida posible (ya que, por otra parte, ha de tener una dimensión suficiente para prevenir la formación de arco eléctrico).

Como ventaja adicional del uso de concentradores de campo, es preciso indicar que contribuyen a una distribución de presión magnética más intensa y uniforme sobre la pieza de trabajo para una misma energía total de descarga, amortiguando los efectos de discontinuidad geométrica al final de la geometría tubular. Así, se constituye en un elemento concentrador de flujo magnético que transfiere la energía magnética del espacio entre bobina y concentrador a la cavidad interna entre concentrador y pieza de trabajo, homogeneizando el campo existente en esta última (Haiping *et al.*, 2005).

1.1.4. Matriz de conformado

La matriz de conformado puede ser empleada para imprimir la forma deseada a la pieza de trabajo. Las matrices empleadas para operaciones de conformado a alta velocidad suelen presentar orificios que habilitan la salida de aire, siendo el número de orificios determinado por el diseño de la pieza de trabajo y el volumen de las cavidades cerradas (Belyy, Fertik y Khimenko, 1996).

La selección del material constituyente de la matriz depende de la escala de producción, el tipo de operación, la forma de la pieza de trabajo, las propiedades del material y la profundidad de penetración del campo magnético en la pieza de trabajo. Si es necesario el procesamiento de materiales de baja conductividad, el campo magnético atravesará con facilidad el espesor de la pieza, por lo que, si la matriz está fabricada en material conductor, corrientes parásitas pueden ser inducidas también en la propia matriz. Como consecuencia, un efecto amortiguador puede aparecer debido a la presión de sentido inverso creada por el campo magnético generado entre pieza de trabajo y matriz. Este fenómeno puede dar lugar a un relleno incompleto de la matriz, conocido en la bibliografía especializada como efecto de amortiguamiento magnético —o *magnetic cushion effect* (Mamalis *et al.*, 2004)—.

Otro aspecto relevante en el conformado electromagnético es la potencial generación de arco entre pieza de trabajo y matriz de conformado. El arco eléctrico se puede producir a medida que la distancia entre matriz y pieza de trabajo se reduce, dada la inducción de corrientes en la matriz originadas por las propias corrientes de Foucault circulando por la pieza de trabajo. El arco eléctrico será generado si la magnitud de las intensidades es suficientemente elevada en el proceso de aproximación entre las piezas, causando daños superficiales como los observados en la Figura 93 (Oliveira *et al.*, 2005).

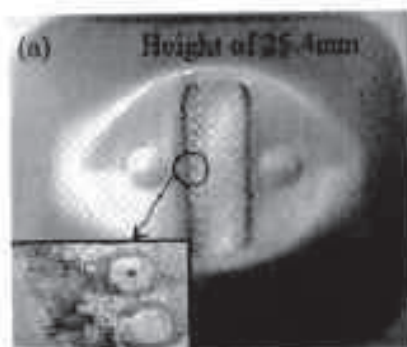


Figura 93. Pieza de trabajo dañada por la formación de arco eléctrico

En este sentido, las matrices fabricadas a base de materiales aislantes (como resinas epoxi) con diferentes rellenos o aleaciones metálicas de alta resistividad eléctrica son preferentes siempre que sean compatibles con las condiciones de producción y el diseño de la pieza de trabajo.

1.2. Aplicaciones de los procesos de conformado electromagnético

Las aplicaciones del conformado electromagnético suelen dividirse en tres grupos en función de la bobina de conformado empleada y la pieza de trabajo: compresión tubular, expansión tubular y conformado laminar. Sin embargo, un cuarto grupo debe ser mencionado por su relevancia práctica: los sistemas híbridos. Históricamente, las aplicaciones que involucraban piezas de trabajo axisimétricas han dominado el proceso de conformado electromagnético (Azab, Garnich y Kapoor, 2003).

1.2.1. Compresión tubular

Las operaciones de compresión tubular parten de piezas de trabajo cilíndricas. El campo magnético es creado por una bobina de compresión cilíndrica, en muchas ocasiones acompañada de un concentrador de campo (véase, por ejemplo, la Figura 36). Las operaciones de conformado pueden ser por procesado libre o procesado contra matriz.

A modo de resumen, la Tabla 12 presenta las principales operaciones de procesado por compresión tubular, mientras que la Tabla 13 muestra un resumen de las operaciones de separación (adaptadas del trabajo de Belyy, Fertik y Klimentko, 1996).


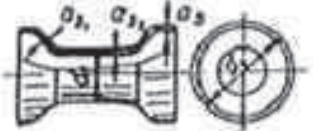
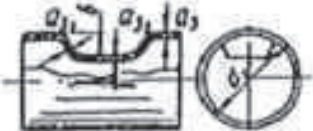
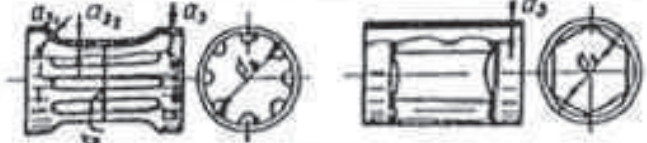
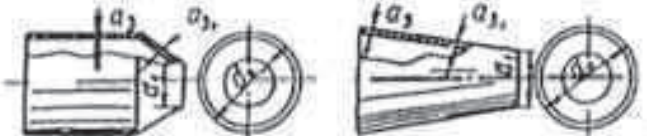


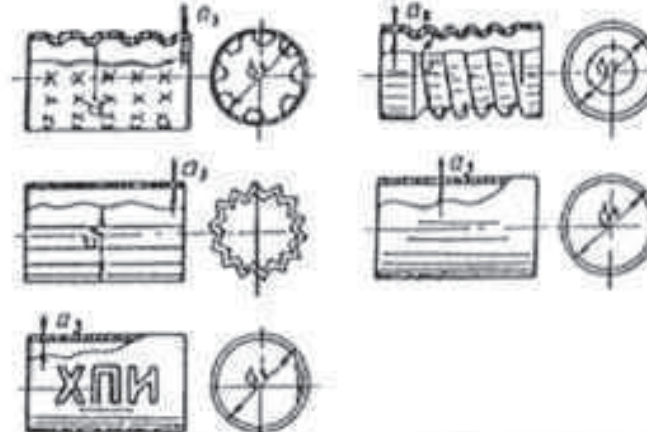
| Operación | Ilustración |
|--|--|
| Revestimiento transversal ondulado |  |
| Revestimiento transversal plano en sección transversal |  |
| Conformado de gargantas |  |
| Revestimiento longitudinal |  |
| Conformado cónico |  |
| Reducción tubular |  |
| Rebordoado tubular |  |
| Realización de cavidades, solapes, estrías y redimensionados |  |

Tabla 12. Operaciones de conformado por compresión tubular.

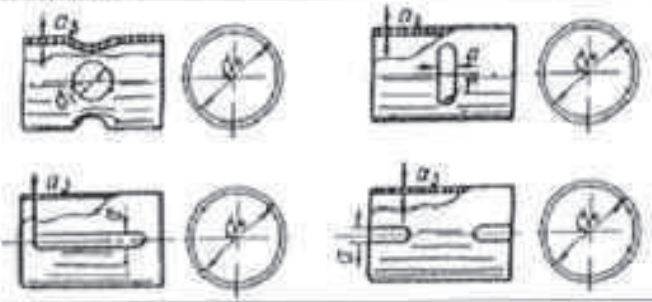
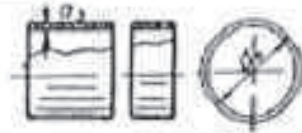
| Operación | Ilustración |
|----------------------------------|--|
| Taladro y procesos de troquelado |  |
| Corte de tubos |  |

Tabla 13. Operaciones de separación por compresión tubular

Ejemplo práctico

Una de las principales aplicaciones industriales del proceso de conformado electromagnético es la fabricación de juntas permanentes entre piezas de trabajo tubulares y otros componentes axisimétricos. La junta puede soportar cargas de torsión si la parte interior de la misma presenta hendiduras paralelas al eje longitudinal, como se puede observar en la Figura 94. Asimismo, podrá ser sometida a cargas coaxiales si presenta ranuras perimetrales (circunferencias). Estos tipos de juntas son usadas principalmente en las industrias aeroespacial y de la automoción. Además, en los últimos años los procesos de compresión se han extendido a piezas de trabajo de sección transversal no anular tales como tubos hexagonales (Mamalis *et al.*, 2004).

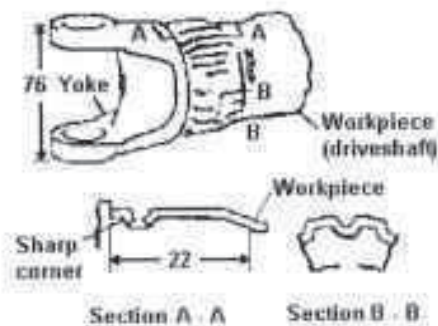


Figura 94. Junta de torsión por conformado electromagnético

La Figura 95 muestra una imagen real de junta por conformado electromagnético empleada en la construcción del Boeing 777 (Iñondo, 2007). Este tipo de juntas ha demostrado una elevada resistencia a la fatiga y son fabricadas con bobinas permanentes.



Figura 95. Tubo sometido a test de sobrecarga por torsión (Boeing 777)

1.2.2. Expansión tubular

Las operaciones de expansión tubular, igual que las anteriores, parten de piezas de trabajo cilíndricas. El campo magnético es creado por una bobina de expansión cilíndrica, pudiendo ser las operaciones de conformado por procesado libre o procesado contra matriz.

A modo de resumen, en la Tabla 14 se presentan las principales operaciones de procesado por expansión tubular, mientras que la Tabla 15 muestra un resumen de las operaciones de separación (adaptadas del trabajo de Belyy, Fertik y Khimenko, 1996).

| Operación | Ilustración |
|--|-------------|
| Revestimiento transversal ondulado | |
| Revestimiento transversal plano en sección transversal | |
| Conformado proyectado | |
| Revestimiento longitudinal | |
| Conformado cónico | |
| Conformado de salientes de tubos | |

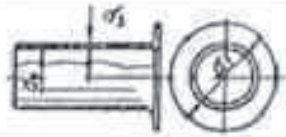
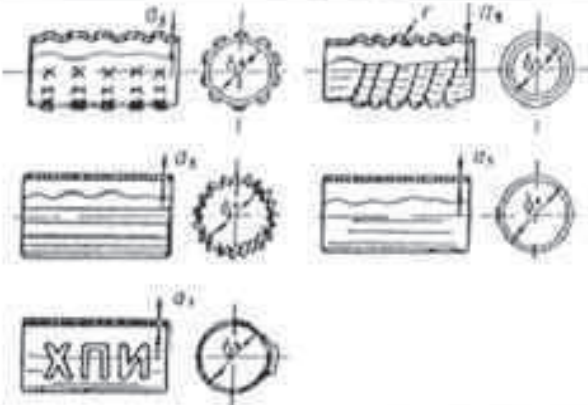
| Operación | Ilustración |
|--|--|
| Rebordeado tubular |  |
| Realización de cavidades, solapes, estrías y redimensionados |  |

Tabla 14. Operaciones de conformado por expansión tubular

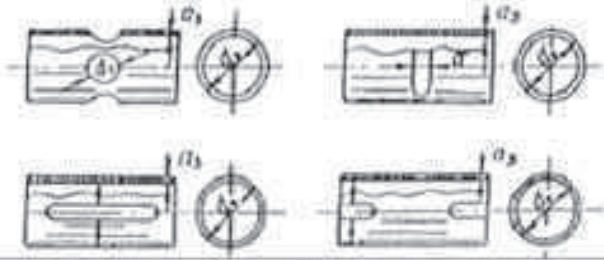
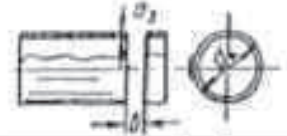
| Operación | Ilustración |
|----------------------------------|--|
| Taladro y procesos de troquelado |  |
| Corte de tubos |  |

Tabla 15. Operaciones de separación por expansión tubular

Ejemplo práctico

La Figura 96 muestra el diagrama experimental empleado para el conformado de una pieza tubular. Como se puede apreciar en una sola operación de conformado electromagnético el cilindro es deformado, rebordeado y troquelado por expansión contra una matriz. Una vez transformada, la pieza es desplazada de la matriz con un simple eyector.

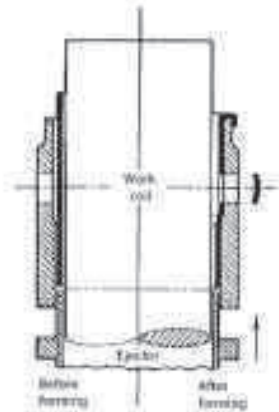


Figura 96. Ejemplo de conformado, rebordeado y taladrado en una sola operación de expansión

1.2.3. Conformado laminar

Las operaciones de conformado laminar parten de piezas de trabajo planas y laminates, en las que el campo magnético es creado por una bobina espiral plana o un actuador de presión uniforme. Al igual que en los casos anteriores, las operaciones de conformado pueden ser por procesado libre o procesado contra matriz.

En la Tabla 16 se presentan las principales operaciones de procesado por conformado laminar, mientras que la Tabla 17 muestra un resumen de las operaciones de separación (adaptadas del trabajo de Belyy, Fertik y Khimenko, 1996).

| Operación | Ilustración |
|--|-------------|
| Conformado en plato | |
| Conformado anular | |
| Conformado de ranuras transversales y longitudinales | |
| Procesado de cavidades | |

| Operación | Ilustración |
|---|-------------|
| Reboreado superficial a lo largo de la periferia de un disco o rectángulo | |
| Reboreado superficial de huecos anulares o rectangulares | |
| Conformado de contornos toroidales | |
| Redimensionado de láminas | |
| Revestimientos | |

Tabla 16. Operaciones de conformado laminar

| Operación | Ilustración |
|----------------------------------|-------------|
| Taladro y procesos de troquelado | |
| Corte | |

Tabla 17. Operaciones de separación por procesado laminar

Ejemplo práctico

Las láminas delgadas son a menudo difíciles de conformar mediante procesos convencionales dado que los esfuerzos de compresión en el plano de la lámina producirán arrugamiento y defectos. En consecuencia, las ventajas del conformado electromagnético en cuanto a

conformabilidad mejorada (ver sección siguiente) ofrecen una solución para estos casos. La Figura 97 (Daehn, 1997) muestra un diafragma de titanio para altavoces fabricado mediante pulsos electromagnéticos empleando una bobina espiral plana. La pieza de trabajo —una lámina de titanio de 0,051 mm de espesor— es colocada sobre una lámina conductora de aluminio. Después del paso del pulso de corriente a través de la bobina espiral la lámina conductora y la pieza de trabajo son lanzadas contra una matriz hembra.



Figura 97. Diafragma de altavoz de titanio

1.2.4. Sistemas híbridos

Finalmente, en los sistemas híbridos la operación de conformado convencional se complementa con efectos electromagnéticos adicionales (Vohnout, 1998). Por ejemplo, en procesos de estampación una o más bobinas son instaladas en el interior del punzón en regiones localizadas tales como ángulos cerrados (véase Figura 98). Mientras que el punzón pre-deforma la lámina metálica, el campo magnético de la bobina de descarga permite conformar las partes geométricas más complejas contra una matriz.

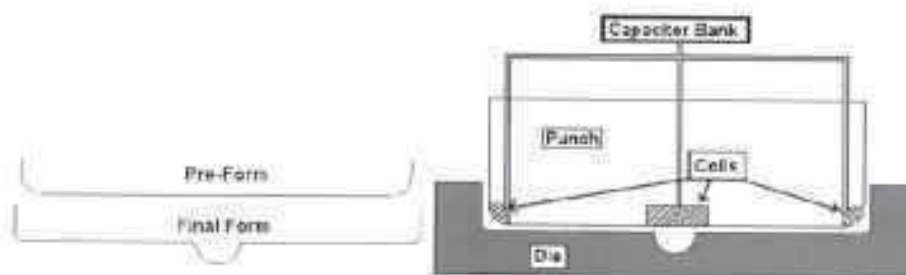


Figura 98. Ejemplo de sistema de conformado electromagnético híbrido

1.2.5. Aplicaciones industriales típicas

Desde los primeros desarrollos del proceso, el conformado electromagnético ha sido empleado para operaciones diversas. Las principales industrias interesadas en su aplicación avanzada han sido la aeroespacial y la automoción, en las que la reducción del peso es un aspecto crucial. Por ejemplo, en la industria del automóvil aplicaciones potenciales de gran escala de esta tecnología se centran en la fabricación de paneles de carrocería de aleación de aluminio. Pero también otros campos de la industria han mostrado interés por esta prometedora tecnología. En la Figura 99 se muestran algunos ejemplos actuales de las

aplicaciones industriales del conformado por pulsos electromagnéticos (tomados de las referencias bibliográficas: (Vohnout, 1998), (Kamal, 2005), (Motoasca, 2003), (Bednarczyk, 2003), (Zhang *et al.*, 2004)).

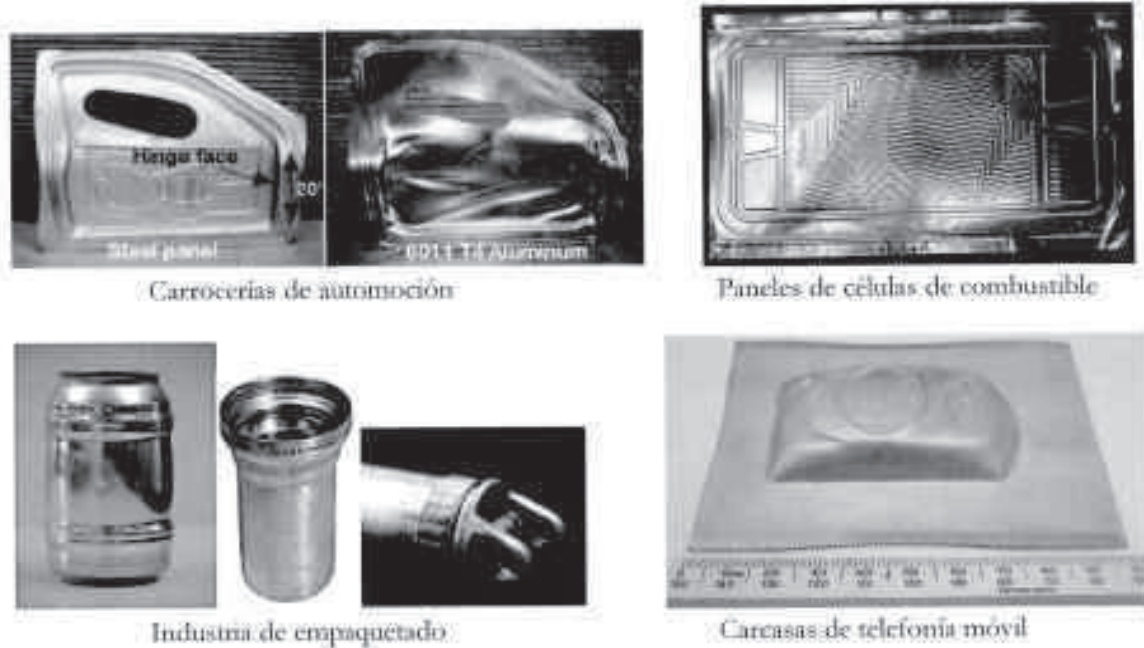


Figura 99. Ejemplos de aplicación industrial del conformado electromagnético.

1.3. Ventajas del proceso de conformado

El proceso de conformado electromagnético presenta una serie de ventajas en comparación con las técnicas convencionales, las más importantes de las cuales son detalladas a continuación. Algunas de estas ventajas son comunes a todas las técnicas de procesado a alta velocidad, en tanto que otras son únicas de los pulsos electromagnéticos:

1.3.1. Conformabilidad mejorada

Algunos de los principales problemas que impiden el conformado exitoso de una pieza vienen dados por el agrietado del material, el arrugamiento y el fenómeno de recuperación elástica. Uno de los principales factores que controlan estos tres tipos de fallo es la elongación a la que es sometido el material. Una mínima cantidad es necesaria para eliminar el arrugamiento y reducir la recuperación elástica a límites aceptables. No obstante, ello puede conllevar llevado al límite a la creación de grietas. Por ello, la ventana de conformabilidad de una operación de conformado metálico está limitada por problemas de agrietamiento de una parte, pero de arrugamiento y recuperación elástica en la contrapuesta. En el marco de las técnicas convencionales esta ventana de conformado es generalmente bastante acotada para muchos materiales, por ejemplo, el aluminio. El conformado electromagnético tiende a ampliarla (Padmanabhan, 1997).

Límite de deformación incrementado

Como se ha comentado con anterioridad, el conformado electromagnético se diferencia de otros métodos convencionales por velocidades de las piezas de trabajo del orden de 100 a 1000 veces superiores. Esta diferencia de velocidades da lugar a dos tipos de procesos de conformado bastante diferentes. La deformación a altas velocidades ($>50\text{m/s}$) permite aumentar de manera significativa el límite de deformación con respecto a los límites medidos en procesos convencionales. De esta manera, materiales comúnmente empleados (por ejemplo, las aleaciones de aluminio, el acero, las aleaciones de magnesio o el titanio) han demostrado incrementos de conformabilidad de hasta el 100% –incluso más en determinados casos– al ser conformados a alta velocidad en lugar de por métodos convencionales. Un ejemplo del incremento en conformabilidad se muestra en el diagrama límite de conformabilidad representado en la Figura 100 (Kamal, 2005).

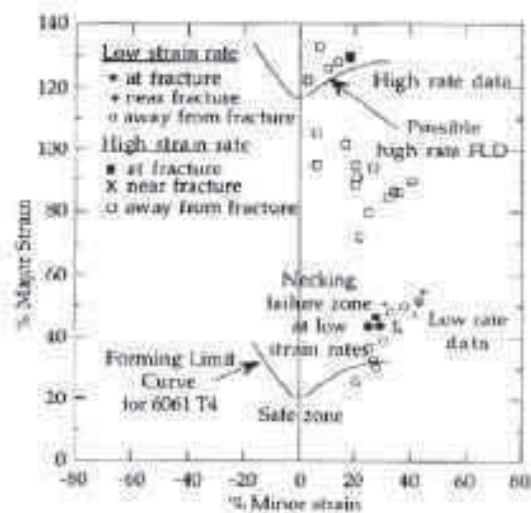


Figura 100. Diagrama Límite de Conformabilidad de la aleación de aluminio 6061-T4 a diferentes ratios de deformación

A continuación se detallan algunos de los factores origen del incremento de ductilidad.

El primero de ellos es la **estabilización de las estricciones**, dado que el efecto de la inercia en un cuello o zona de estricción se considera el principal causante de una mayor conformabilidad.

Considérese una probeta sometida a un esfuerzo de tracción uniaxial. A deformaciones relativamente bajas la probeta se deforma de manera uniforme y la velocidad local en cualquier punto de la probeta variará linealmente con su posición a lo largo de la muestra (véase la Figura 101 –Dachn, 1997–). Cuando se produce la estricción o entallamiento de la probeta, un elevado gradiente de velocidad puede aparecer en la región entallada (estado localizado) donde en un lado del cuello creciente la muestra se mantendrá estacionaria mientras que en el otro se desplazará con una velocidad impuesta v .

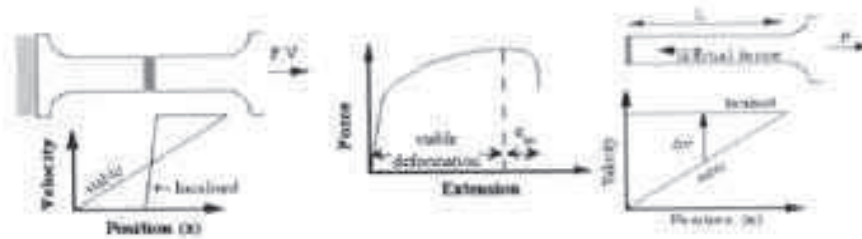


Figura 101. Esquema de la estabilización inercial del efecto de estricción

En el paso del estado estable al estado localizado se genera un cambio en el perfil de velocidades de la muestra. Este cambio tiene lugar durante un periodo de tiempo diferencial dt . El cambio de velocidad en el tiempo dv/dt produce fuerzas de inercia no uniformes que pueden ser calculadas mediante la aplicación de las leyes de Newton. Estas fuerzas de inercia tienden a provocar tensiones adicionales más allá del cuello, difundiendo la deformación a través de la muestra. A niveles de deformación relativamente rápidos, estas fuerzas de inercia son extraordinariamente superiores a aquellas resultantes de deformaciones lentas.

Además, a medida que la muestra comienza la estricción la velocidad de deformación en la región entallada aumenta. La sensibilidad a la velocidad de deformación incrementa la tensión de rotura en esta sección y, por tanto, el cuello se estabiliza y la ductilidad aumenta.

Otro factor apuntado como causante del incremento de ductilidad es el **planchado por inercia** (Daehn, 1997). El planchado tradicional es empleado para la fabricación de componentes en los que se requieren grandes reducciones de espesor de pared o lámina. El proceso análogo por inercia tiene lugar cuando un material relativamente deformable golpea otro de mucha mayor resistencia a alta velocidad y su desaceleración da lugar a fuerzas lo suficientemente grandes para deformarlo.

Cuando dos cuerpos elásticos semi-infinitos colisionan a una velocidad de impacto v_i , la presión de impacto puede ser calculada empleando la fórmula (Johnson, 1972):

$$P = \frac{\rho_1 \rho_2 c_1 c_2}{\rho_1 c_1 + \rho_2 c_2} v_i \quad (231)$$

siendo P la presión de impacto [Pa], ρ_i la densidad del cuerpo [kg/m^3], c_i la velocidad de onda longitudinal del cuerpo [m/s], y v_i la velocidad de impacto [m/s].

La fórmula indica que las velocidades elevadas causan altas presiones en el impacto²⁷. Estas presiones de impacto son del orden del límite de fluencia de los materiales de las piezas de trabajo, de modo que las tensiones de compresión transversal en el espesor de las piezas pueden producir un estiramiento estable en el plano de la lámina. Además, esta tensión de compresión transversal es relevante en la reducción de la recuperación elástica y puede ser empleada para la reproducción de detalles superficiales.

²⁷ A modo de ejemplo nótese que impactos a 50 m/s aluminio-acero o acero-acero generan presiones de impacto del orden 500 MPa y 1,4 GPa, respectivamente.

Arrugamiento reducido

En el conformado de piezas laminares metálicas, el arrugamiento es causado debido a la presencia de excesivo material en la matriz durante la operación de conformado, mientras que en la compresión anular es causado por la compresión no uniforme del anillo (véase la demostración experimental de la Figura 102, extraída del trabajo de Daehn, 2006). Como se puede apreciar, la tendencia al arrugamiento se ve reducida a medida que aumenta la energía de descarga del banco de condensadores, es decir, a medida que aumenta la velocidad de deformación.

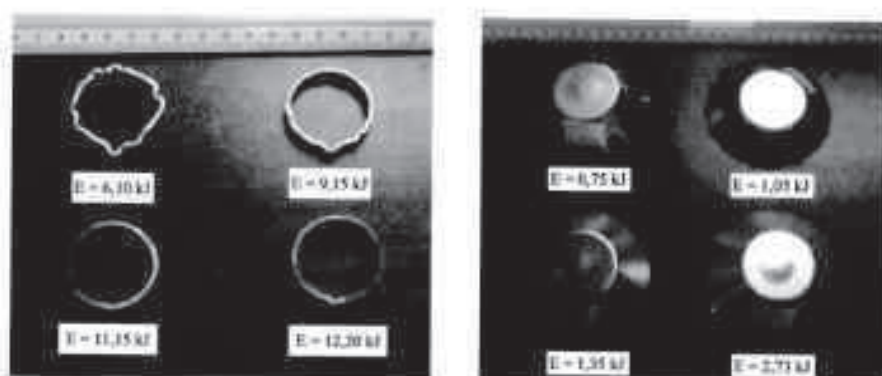


Figura 102. Efecto de la energía de descarga en el arrugamiento

Reducción de la recuperación elástica

Cuando se produce la deformación de una pieza de trabajo, ésta puede ser tanto plástica como elástica. Tras la retirada de la fuerza de deformación, la parte elástica de la deformación se recupera causando un cambio en la forma de la pieza, fenómeno conocido como recuperación elástica (o *springback* en nomenclatura anglosajona).

La recuperación elástica tiene un efecto negativo sobre la precisión del conformado, tanto para láminas planas como para piezas tubulares. Además, reduce la resistencia de las uniones en productos tubulares engastados, por lo que su limitación es siempre un aspecto positivo.

Diversos estudios han demostrado la reducción de la recuperación elástica en piezas conformadas electromagnéticamente con respecto a aquellas tratadas de forma convencional, siendo los principales factores que contribuyen a este decremento:

- Cuando el metal impacta en la matriz a altas velocidades, se generan grandes tensiones de compresión por el impacto. Estas tensiones en la dirección del espesor de la pieza reducen la recuperación elástica, causando una redistribución de las tensiones más uniforme (Yamada *et al.*, 1981).
- El proceso de conformado electromagnético da lugar a elevadas tasas de deformación plástica/elástica que reducen la recuperación elástica. Además, la ausencia de lubricantes en el proceso contribuye a la consecución de elevadas deformaciones

plásticas, dada la mayor fricción existente entre matriz y pieza de trabajo (Padmanabhan, 1997).

- Durante el proceso de conformado las piezas de trabajo metálicas se ven sometidas a un calentamiento debido al paso de las corrientes inducidas –efecto Joule– así como a la propia deformación plástica –calentamiento por deformación (Ravichandran *et al.*, 2002)–. Estos incrementos de temperatura (que pueden ser del orden de 100–200 grados centígrados) pueden causar en metales de temperatura de fusión relativamente baja, como el aluminio, fenómenos de relajación de tensiones y, en consecuencia reducción de la recuperación elástica.

1.3.2. Excelente reproducción de los detalles superficiales

Las elevadas presiones producidas en los impactos derivados del proceso de conformado electromagnético hacen posible la captura de precisos detalles superficiales en superficies metálicas, en procesos tales como el acuñado o el grabado. Un ejemplo de esta característica se muestra en la Figura 103, donde una rejilla de difracción óptica en matriz de níquel es reproducida por deformación plástica en láminas de cobre (a) y aluminio (b), a velocidades en torno a los 200 m/s (Kamal, 2005).

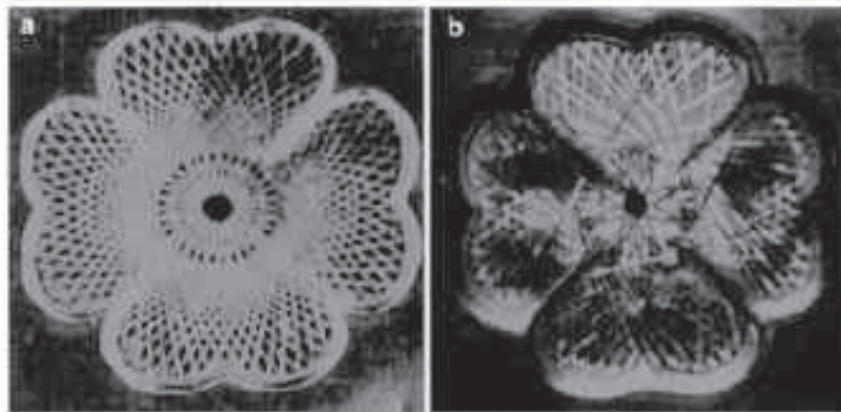


Figura 103. Ejemplos de grabado de lámina metálica usando una matriz con rejilla de difracción óptica holográfica

1.3.3. Ahorro de costes en herramientas

Puesto que se elimina el elemento actuador o punzón de las máquinas herramientas tradicionales, inmediatamente se simplifica a la mitad la herramienta cuya fabricación es necesaria para el funcionamiento del sistema. Es decir, permite el empleo de matrices simples.

Además, en contraposición con las técnicas de conformado convencional, en las que se requieren conjuntos de máquina herramienta pesados que soportan enormes fuerzas estáticas, las fuerzas de impulsos electromagnético dinámicas no requieren de estos

elementos pesados pues las fuerzas estáticas son reducidas (Dachn, 2007). Consecuentemente, se aligera de forma considerable el peso de los equipos.

1.3.4. Otras ventajas

Además de las descritas en mayor detalle en los apartados previos, el proceso de conformado electromagnético presenta otra serie de ventajas que es preciso destacar:

- Puesto que existe contacto mecánico entre el elemento inductor de la deformación y la pieza de trabajo (a diferencia de los procesos con uso de punzón), el acabado superficial puede ser aplicado a la pieza de trabajo antes del conformado.
- Los procesos de conformado y ejecución de juntas pueden ser combinados en uno solo. Puesto que solamente uno de los elementos requiere ser conductivo, elementos metálicos pueden ser engastados plásticos, gomas, vidrios, cerámicas, y fibra de vidrio.
- Son posibles tasas de producción elevadas y, por consiguiente, una elevada productividad (el tiempo medio de procesado ronda los 100-300 μ s). El componente más crítico en este sentido para controlar la tasa de producción es el tiempo necesario para la recarga del banco de condensadores.
- Evita el empleo de lubricantes, lo que implica además mayor sostenibilidad medioambiental.
- Permite la producción de un amplio espectro de formas con el mismo elemento inductor mediante el cambio del concentrador de campo, lo que flexibiliza sobremanera el proceso.
- Las piezas de trabajo metálicas pueden ser conformadas incluso en presencia de recubrimientos.
- Todas las ventajas previamente mencionadas pueden ser obtenidas a temperatura ambiente, sin ningún requerimiento especial de preparación del material.

1.4. Limitaciones operativas

A pesar de sus múltiples ventajas, existen igualmente ciertas limitaciones e inconvenientes del proceso de conformado electromagnético. Dichas limitaciones son enumeradas a continuación:

- Solamente permite el conformado directo de materiales conductivos. Materiales que presenten elevada resistencia también pueden ser conformados, pero requieren la existencia de un recubrimiento conductor que dirija el proceso.
- No todas las geometrías de piezas de trabajo son válidas para el conformado electromagnético. Existen restricciones con respecto al grosor y diámetro de las piezas tubulares, que sugieren el uso de piezas de trabajo de paredes planas.
- Las formas tridimensionales complejas requerirán equipamientos de bobinas múltiples y disposición compleja.

- La resistencia de la bobina de conformado es una restricción clave. En la situación más simple de bobinas de una sola espiral existirán fuerzas iguales y opuestas en bobina y pieza de trabajo; en el caso de bobinas de espiras múltiples la situación es más compleja dado que las espiras individuales pueden atraerse o repelerse entre sí con gran fuerza. Esta fuerza entre conductores puede dañar el aislamiento e incluso la propia integridad de la bobina si se llega a producir un arco eléctrico entre los conductores (especialmente si se consideran las significativas diferencias de potencial que pueden existir entre las distintas parte de la bobina).
- Tanto los condensadores como los interruptores tienen una vida útil limitada en comparación con el resto de elementos, siendo su duración efectiva dependiente de la frecuencia real de uso. El ciclo de vida de ambas tipologías de elemento suele ser del orden de 10^7 ciclos.
- Precauciones de seguridad especiales han de ser previstas dadas las elevadas tensiones necesarias.
- El número de suministradores de equipamiento comercial es muy limitado.

Anexo II

EQUIPO EXPERIMENTAL DE CONFORMADO

En este anexo se presenta un resumen de las principales características y configuración del equipo experimental de conformado electromagnético empleado en este trabajo de investigación para la validación empírica de las hipótesis y modelos matemáticos expuestos en el documento.

Para ello, en primer lugar se describe la máquina de conformado electromagnético MPW 50/20, y, posteriormente, se incluye un análisis detallado del concentrador de campo y del dispositivo experimental implantado para la medida de los resultados de laboratorio (corriente de descarga y perfiles de deformación).

Anexo II. Equipo experimental de conformado

II.1. Equipo de conformado Pulsar MPW 50/25

El sistema de conformado electromagnético modelado así como empleado durante la fase de validación experimental se compone de cuatro componentes básicos (véase la Figura 35):

- **Cabina de alta tensión:** elemento encargado de la recepción de la energía proveniente de la fuente de alimentación eléctrica y su transferencia a la cabina de almacenamiento de energía a alta tensión.
- **Cabina de almacenamiento de energía:** elemento de almacenamiento compuesto por el banco de condensadores, el cual recibe energía eléctrica de la cabina de alta tensión hasta la consecución del nivel de tensión parametrizado, permitiendo la generación del pulso de corriente de alta frecuencia.
- **Mesa de trabajo:** unidad consistente en una bobina equipada con un concentrador de campo y dispositivo para la carga-descarga manual de piezas de trabajo.
- **Panel de operación:** panel empleado por el operador para el control y monitorización del proceso de conformado.

A continuación se describen con mayor nivel de detalle estos componentes.

II.1.1. Cabina de alta tensión

La cabina de alta tensión se compone de un transformador y de un sistema de ignición y control. El transformador es empleado para la generación de un voltaje elevado, el cual es necesario para la carga del banco de condensadores en la cabina de almacenamiento de energía. La energía almacenada en el banco de condensadores se mide por medio de un circuito de medida de tensión, cuyo valor se muestra en el panel de operación. Cuando se alcanza el valor de tensión requerido, el sistema de ignición produce un pulso sobre el disparador de los interruptores de alta velocidad situados en la cabina de almacenamiento de energía, tras el cual la corriente de descarga fluye por la bobina situada en la mesa de trabajo.

II.1.2. Cabina de almacenamiento de energía

La cabina de almacenamiento de energía del sistema de conformado consta de cuatro bancos de condensadores, cada banco albergando un total de cuatro condensadores en paralelo, con un interruptor individual para cada conjunto. La capacidad total del conjunto alcanza los 160 μF , de forma que el nivel de energía [J] almacenado en función de la tensión de carga viene dado por la expresión:

$$E = 80V^2 \quad (232)$$

Siendo V la tensión de carga del conjunto, medida en [kV].

Para realizar la conmutación de los condensadores que permita su descarga sobre la bobina de trabajo se emplean interruptores de disparo en vacío. En la Figura 104 se presenta el esquema constructivo de un interruptor de disparo en vacío²⁹ así como una fotografía del interruptor usado en el sistema de conformado electromagnético experimental. En este dispositivo de conmutación un pulso de alta tensión es aplicado al disparador (cable rojo de la imagen), tras lo cual se produce un arco eléctrico en la superficie aislante que establece un puente conductivo entre el pin disparador y el cátodo principal. Se genera en ese momento un plasma inicial que se expande cuando alcanza una densidad suficientemente elevada, rompiendo la distancia con el ánodo, y circulando la corriente primaria como consecuencia de la tensión existente en el circuito.

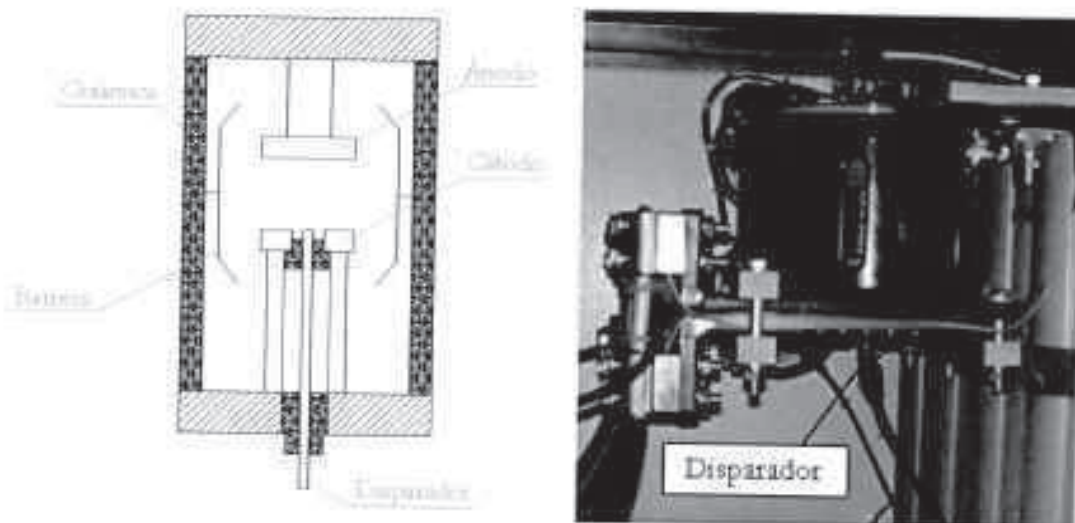


Figura 104. Interruptor de disparo en vacío

Los conductores que conectan los bancos de condensadores con la bobina de trabajo son cables coaxiales.

II.1.3. Mesa de trabajo

La mesa de trabajo se compone de una bobina de espiras múltiples, constituida a su vez por cinco segmentos de aluminio conectados mediante placas de cobre. La separación eléctrica entre los segmentos conductores se asegura por el intercalado de placas aislantes.

Con el objetivo de concentrar el flujo magnético e incrementar la presión magnética sobre el área deseada de la pieza de trabajo, se hace uso de un concentrador de campo que se instala en el interior del inductor.

Asimismo, se instala un dispositivo manual de carga (o alimentación) y descarga, así como de anclaje, que permite posicionar y fijar las piezas de trabajo para cada experimento de conformado. La Figura 105 muestra los elementos componentes de la mesa de trabajo.

²⁹ Un análisis detallado del funcionamiento y características de este tipo de interruptores es desarrollado por Junja (1999).

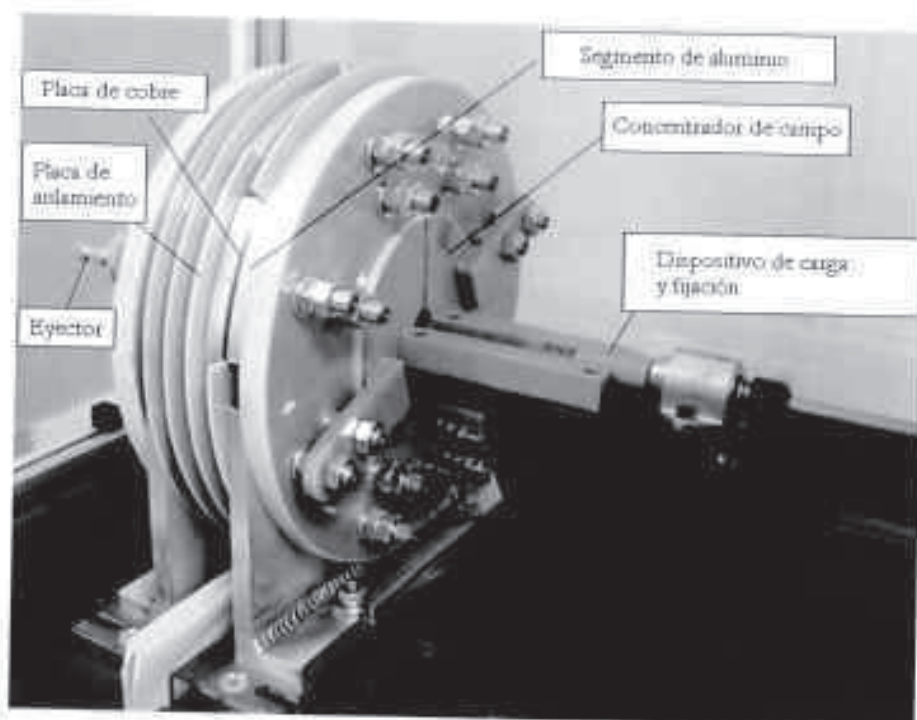


Figura 105. Bobina de espiras múltiples con concentrador de campo y dispositivo de anclaje

II.1.4. Concentrador de campo

El objetivo y principio de funcionamiento del concentrador de campo ha sido descrito con anterioridad en la sección 1.2.3.3. No obstante, dada la importancia del correcto modelado de la geometría de este elemento para la simulación, ha sido preciso especificar detalladamente su configuración geométrica. El concentrador empleado para todos los experimentos simulados es el mostrado en la Figura 106.

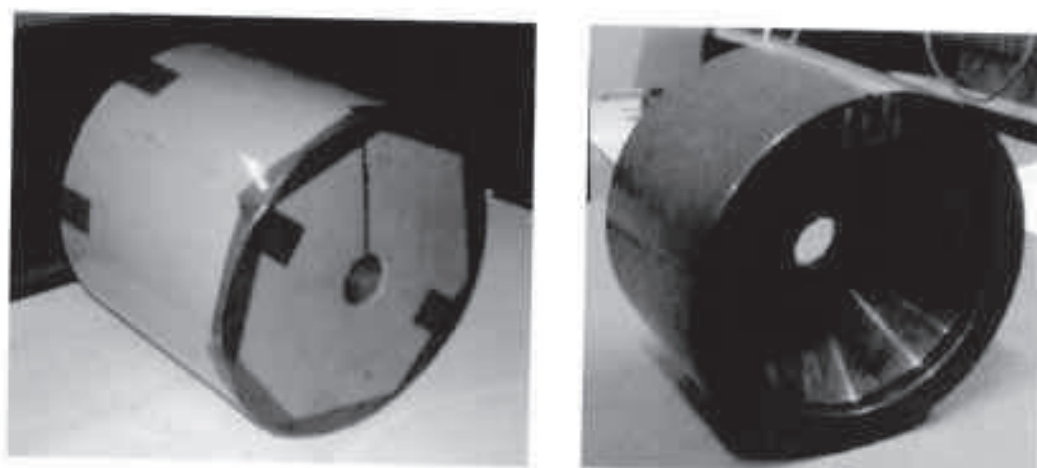


Figura 106. Concentrador de campo empleado en el sistema experimental

El concentrador consta de cuatro partes (obsérvese el alzado y sección transversal mostrados en la Figura 107): un núcleo de cobre-berilio [1], un casquillo plástico (PE 1000) [2] y dos

discos plásticos (PE 1000) de cierre [3 y 4]. Estos cuatro elementos se introducen en una lámina plástica aislante.

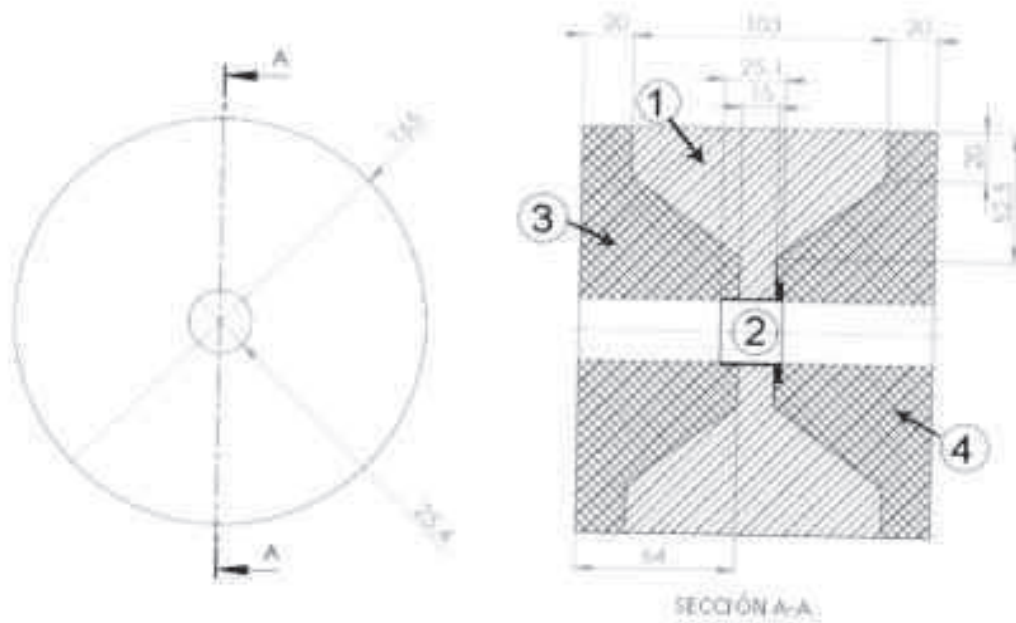


Figura 107. Alzado y sección transversal del concentrador de campo experimental

El concentrador de campo se introduce en el interior de la bobina de descarga y un dispositivo eyector de las piezas de trabajo se monta en su interior, como se muestra en la Figura 108.

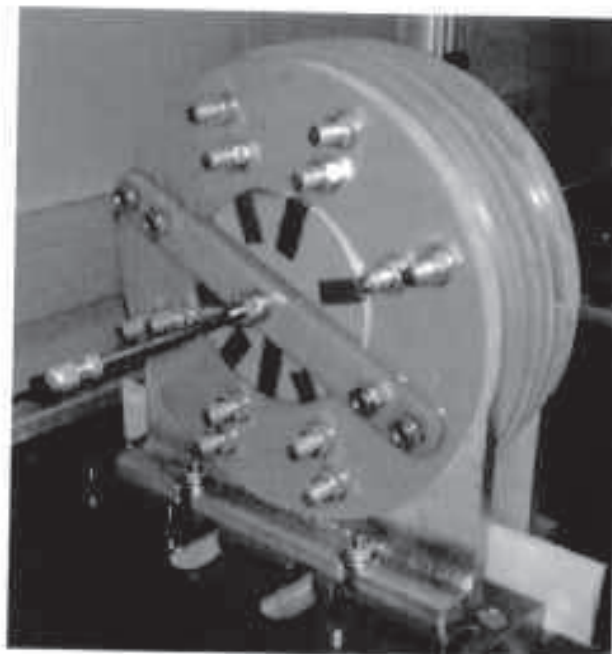


Figura 108. Ensamblaje de concentrador de campo y dispositivo eyector de pieza de trabajo

II.2. Dispositivo de medida de la intensidad de descarga

La corriente de descarga se mide con un sistema de medida que consiste en una bobina de Rogowski, un integrador y un osciloscopio digital USB. A continuación se realiza una descripción de cada uno de estos componentes:

II.2.1. Bobina de Rogowski

Una bobina de Rogowski es un dispositivo eléctrico especialmente diseñado para la medida de corriente alterna de alta frecuencia. Se compone de una bobina de conductor helicoidal dispuesta alrededor de una circunferencia, en la que uno de sus extremos retorna por el interior del toroide hasta el otro extremo, de forma que ambos terminales resultan en la misma salida de la bobina. La bobina de Rogowski se coloca alrededor del conductor cuya corriente ha de ser medida.

El campo magnético producido por la corriente circulante por el conductor induce una tensión en la bobina de Rogowski, de valor proporcional a la velocidad de variación de dicha corriente. Este voltaje es integrado por medio de un dispositivo integrador, produciendo una salida proporcional a la corriente del circuito. El esquema básico de funcionamiento es el mostrado en la Figura 109 (representación gráfica adaptada de Ray y Hewson, 2000).

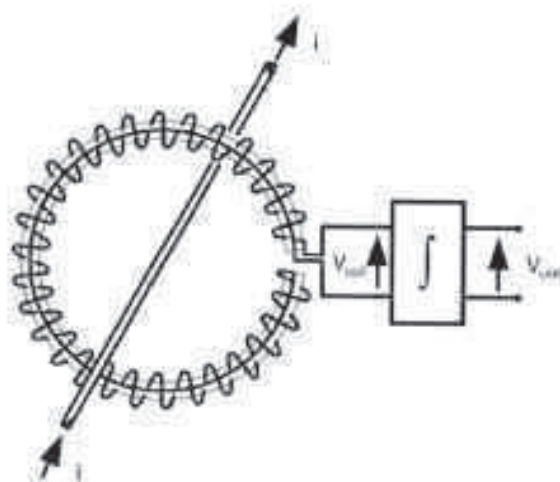


Figura 109. Esquema de funcionamiento de la bobina de Rogowski

Las bobinas de Rogowski no presentan materiales ferromagnéticos en su núcleo, existiendo dos diseños típicos de este tipo de dispositivos: bobinas enrolladas en torno a núcleo toroidal rígido y bobinas enrolladas sobre núcleo flexible. Si bien algunos autores apuntan a la consecución de un mayor grado de precisión mediante el empleo de la primera tipología de bobinas –véase el trabajo de Argüeso, Robles y Sanz (2005)–, las bobinas flexibles presentan mayor facilidad para su inclusión en equipos experimentales ya desarrollados, motivo por el cual esta tipología es seleccionada para las mediciones de los resultados de este trabajo.

El principio de funcionamiento de las bobinas de Rogowski se basa en una aplicación directa de las leyes de Ampère y Faraday. La primera establece que la integral curvilínea del campo magnético alrededor de un camino cerrado es igual a la corriente enlazada con la trayectoria de integración. Por su parte, la ley de Faraday describe la generación de un voltaje inducido por un campo magnético variable, siendo siempre la corriente inducida de dirección opuesta a la variación que la produce, cuando la tensión inducida aparece en un circuito cerrado.

La ley de Ampère en forma integral puede presentarse matemáticamente a través de la expresión:

$$\oint \mathbf{H} \, d\mathbf{l} = I \quad (233)$$

siendo \mathbf{H} el campo magnético [A/m], $d\mathbf{l}$ un elemento de longitud infinitesimal de la trayectoria cerrada [m], e I la corriente enlazada [A]. Analizando la Figura 110 (Ward y Exon, 1993), que muestra una bobina helicoidal delgada, se puede observar que el flujo magnético que atraviesa la sección $d\mathbf{S}$, de longitud infinitesimal dl , puede obtenerse como la integración de la densidad de flujo magnético \mathbf{B} en el área $d\mathbf{S}$. La tensión inducida en dl se calcula como la velocidad de cambio del flujo:

$$V_{dl} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt} \left(\iint_S \mathbf{B} \, d\mathbf{S} \right) = -\frac{d}{dt} \left(\iint_S \mu_0 \mathbf{H} \, d\mathbf{S} \right) = -\mu_0 A \frac{dH}{dt} \cos \alpha \quad (234)$$

donde V_{dl} representa la tensión inducida en dl [V], $d\Phi$ el flujo magnético en la sección $d\mathbf{S}$ [Wb], \mathbf{H} la intensidad de campo magnético en el área $d\mathbf{S}$ [T], A el área de la sección transversal, y α el ángulo existente entre la dirección del campo magnético y la perpendicular a la sección transversal de la bobina [rad].

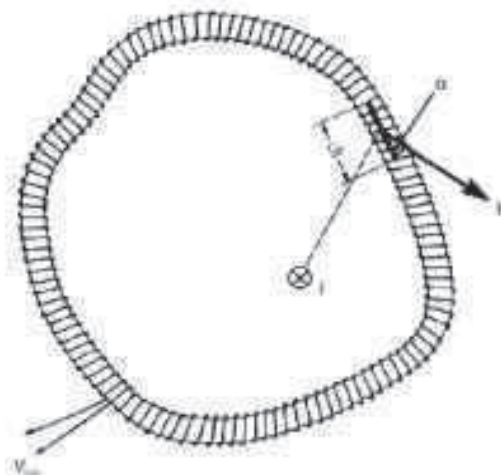


Figura 110. Principio de operación de la bobina de Rogowski

El flujo a través de la bobina completa se obtiene de la integración de la ecuación (234) a lo largo de la bobina, teniendo en cuenta el número de vueltas por unidad de longitud. La tensión total inducida vendrá, de esta forma, dada por la expresión:

$$V_{bob} = \int_0^l V_{dl} n dl = -\mu_0 A n \frac{d}{dt} \int_0^l H \cos \alpha dl = -\mu_0 A n \frac{dl}{dt} = -M \frac{dl}{dt} \quad (235)$$

siendo V_{bob} la tensión de salida de la bobina Rogowski [V], n el número de vueltas por unidad de longitud, y M la inductancia mutua de la bobina de Rogowski. De acuerdo a la anterior ecuación, la tensión de salida de la bobina es independiente de la forma en que la bobina es colocada alrededor del conductor. No obstante, es imprescindible que los terminales de la bobina sean llevados al mismo punto y que el área transversal y la densidad del número de vueltas se mantengan constantes en toda la longitud de la bobina cuando ésta sea manipulada (especialmente en el caso de bobinas flexibles).

II.2.1.1. Sistema de medida experimental

El sistema de medida experimental, basado en el uso de una bobina de Rogowski, empleado en el equipo de conformado electromagnético es el mostrado en la Figura 111 y la Figura 112.

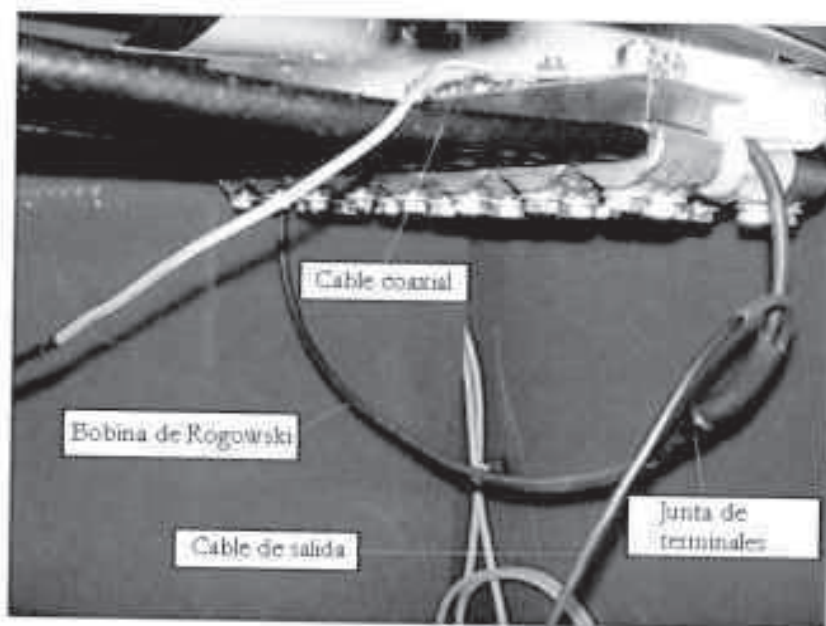


Figura 111. Disposición de la bobina Rogowski en el sistema experimental de conformado (1)

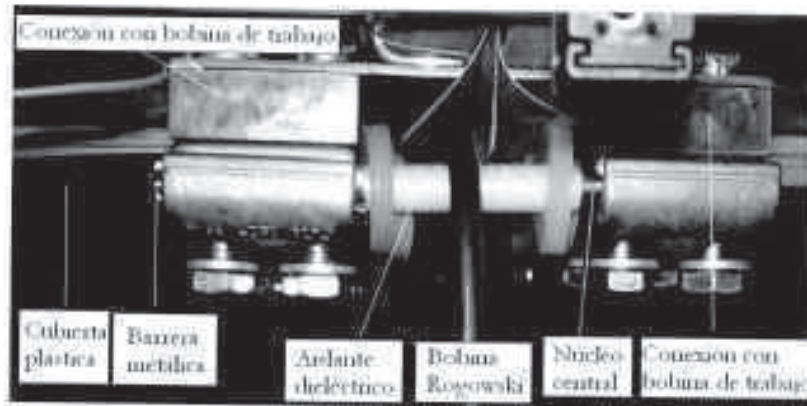


Figura 112. Disposición de la bobina Rogowski en el sistema experimental de conformado (II)

La bobina Rogowski mide la intensidad circulante por todos los cables coaxiales provenientes de los 16 bancos de condensadores. El núcleo central y la pantalla metálica de los cables coaxiales están conectados respectivamente a cada lado de la bobina de trabajo del sistema de conformado electromagnético. La bobina Rogowski se coloca alrededor de los cables coaxiales, justamente entre las dos conexiones de la bobina de trabajo. Las capas exteriores de los cables coaxiales (cubierta plástica y pantalla metálica) son apartados en este punto, de manera que únicamente se da continuidad al aislante dieléctrico y al núcleo central²⁷.

II.2.2. Dispositivo integrador

Dado que la tensión inducida en la bobina es proporcional a la velocidad de cambio de la corriente, la integración de la tensión de salida de la bobina Rogowski permite obtener una señal de tensión proporcional a la forma de onda de la intensidad. De entre los diversos métodos de integración existentes (integración pasiva, integración activa con uso de amplificador inversor/no inversor, etc.), se ha hecho uso de dos métodos para la determinación experimental de la corriente de descarga.

En primer lugar, se ha empleado un método de integración activa basado en el uso de un amplificador operacional inversor (véase Figura 113²⁸).

²⁷ Si la bobina Rogowski fuese colocada en torno a los 16 cables coaxiales completos no se mediría ninguna corriente puesto que la intensidad en el núcleo central y la pantalla metálica son de sentido contrario.

²⁸ Adaptada de Ward y Exon (1993).

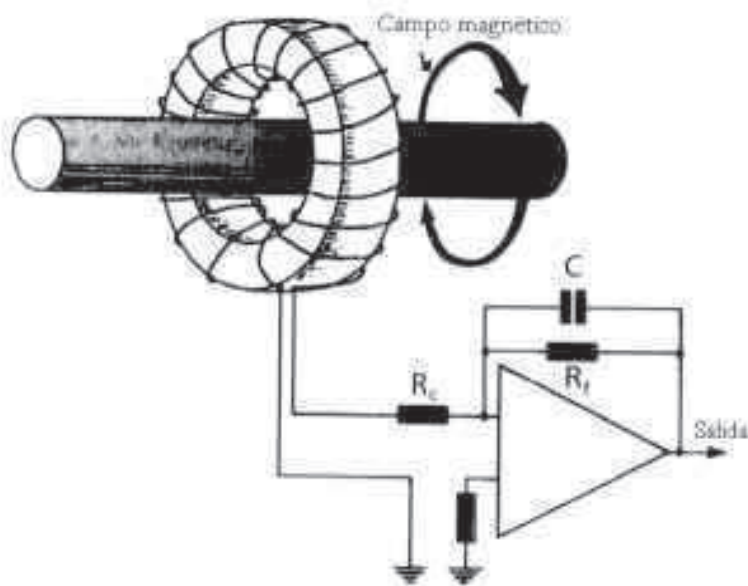


Figura 113. Esquema de medición: bobina Rogowski + integrador activo

Las principales características de este integrador vienen dadas por una constante de tiempo de integración ($\tau_i = CR_c$) y una constante de tiempo de degeneración ($T_i = CR_f$). La sensibilidad del conjunto es igual al ratio entre la corriente medida y la tensión de salida.

La salida del integrador, dentro del ancho de banda de trabajo definido, se obtiene de la expresión:

$$V_{out} = -\frac{1}{\tau_i} \int V_{bob} dt \quad (236)$$

donde V_{out} representa la tensión de salida del integrador [V]. De la combinación de las ecuaciones (235) y (236), se puede obtener la sensibilidad del integrador por la expresión:

$$\frac{I}{V_{out}} = \frac{\tau_i}{M} \quad (237)$$

El integrador activo empleado en la instalación experimental presenta dos rangos de sensibilidad -100 kA/V y 200 kA/V , y es del tipo mostrado en la Figura 114.



Figura 114. Dispositivo integrador activo

Un ejemplo de la forma de onda obtenida mediante el uso del dispositivo integrador activo es la mostrada en la Figura 115.

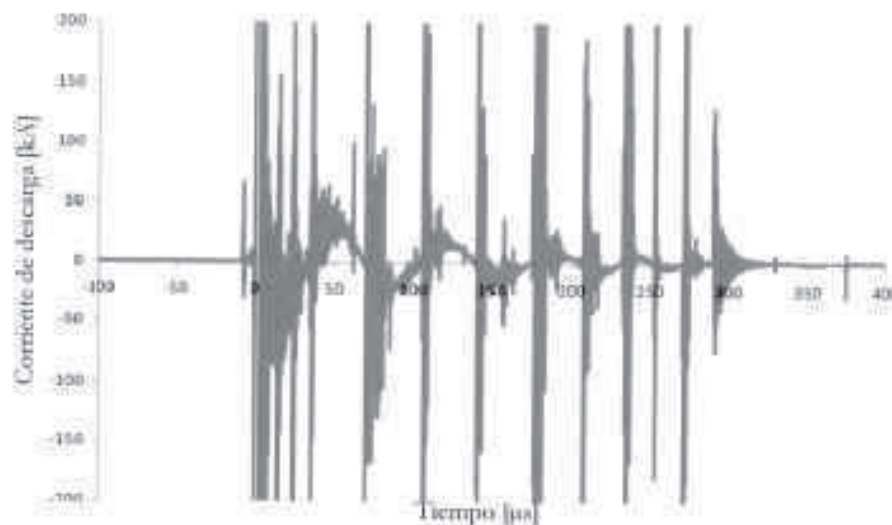


Figura 115. Ejemplo de forma de onda con integrador activo

Se puede apreciar la existencia de gran cantidad de ruido superpuesto sobre la señal de la intensidad de descarga. Este ruido puede ser filtrado mediante un filtro paso-bajo, con una frecuencia de filtrado de 100 kHz, llegando a un resultado como el mostrado en la Figura 116.

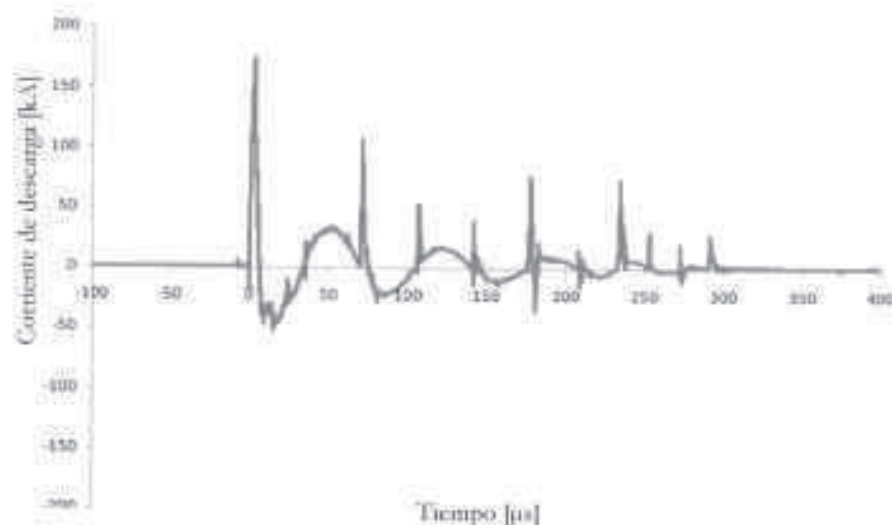


Figura 116. Ejemplo de forma de onda con integrador activo filtrada (paso-bajo)

A pesar de la operación de filtrado, la forma de onda obtenida sigue conteniendo aún un elevado porcentaje de ruido indeseable. Es preciso indicar que este ruido superpuesto se debe parcialmente a un efecto de saturación, cuando la tensión de salida de la bobina alcanza valores especialmente altos, así como al denominado 'slew rate'³¹ del integrador activo. Por

³¹ El 'slew rate' (SR) es un efecto no lineal existente en los amplificadores que representa la incapacidad de un amplificador para seguir variaciones rápidas de la señal de entrada. Se le define como la máxima tasa de cambio en el voltaje de salida cuando el voltaje de entrada cambia.

este motivo se recurre a un segundo método para la determinación experimental de la corriente de descarga: el uso de un integrador pasivo.

Las principales características del integrador pasivo vienen dadas por una constante de tiempo ($\tau_i = CR$) y el ratio salida de la bobina/integrador, dado igualmente por la ecuación (237).

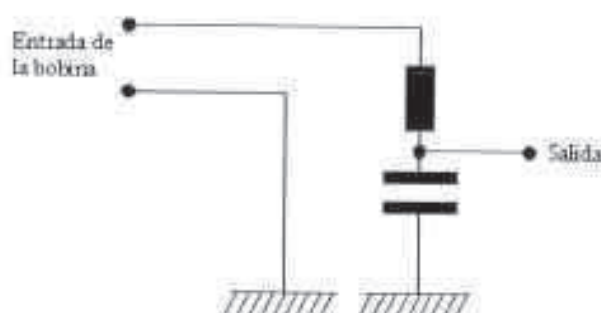


Figura 117. Esquema constructivo de integrador pasivo

El esquema eléctrico del integrador pasivo es el mostrado en la Figura 117, mientras que la Figura 118 muestra una fotografía del dispositivo empleado en el equipo de laboratorio.



Figura 118. Dispositivo integrador pasivo

La aplicación directa del dispositivo integrador pasivo sobre un experimento de conformado de las mismas características que el medido en la Figura 115, da lugar a una nueva medida de intensidad de descarga como la mostrada en la Figura 119, apreciablemente mejor ajustada al equipo experimental dado el menor ruido superpuesto a la forma de onda.

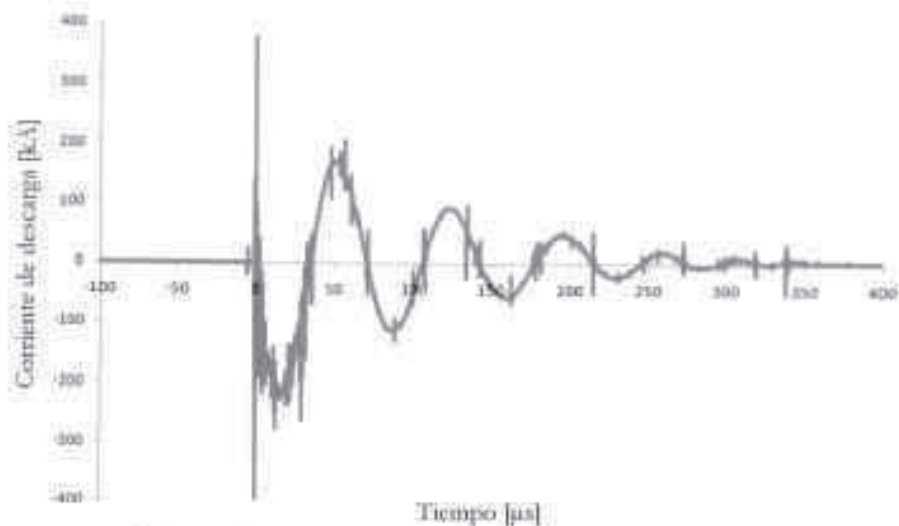


Figura 119. Ejemplo de forma de onda con integrador pasivo

De la consiguiente aplicación de un filtro paso-bajo a la nueva señal medida (con frecuencia de corte a 100kHz), la onda sinusoidal amortiguada resultante del experimento es la mostrada en la Figura 120. Esta forma de onda de aproximadamente 14 kHz es acorde con las mediciones obtenidas en otros trabajos experimentales²² así como con los análisis teóricos del problema de conformado electromagnético, por lo que valida el dispositivo de medida experimental empleado para el conjunto ensayos de conformado tubular realizados y descritos en el cuerpo de la tesis.

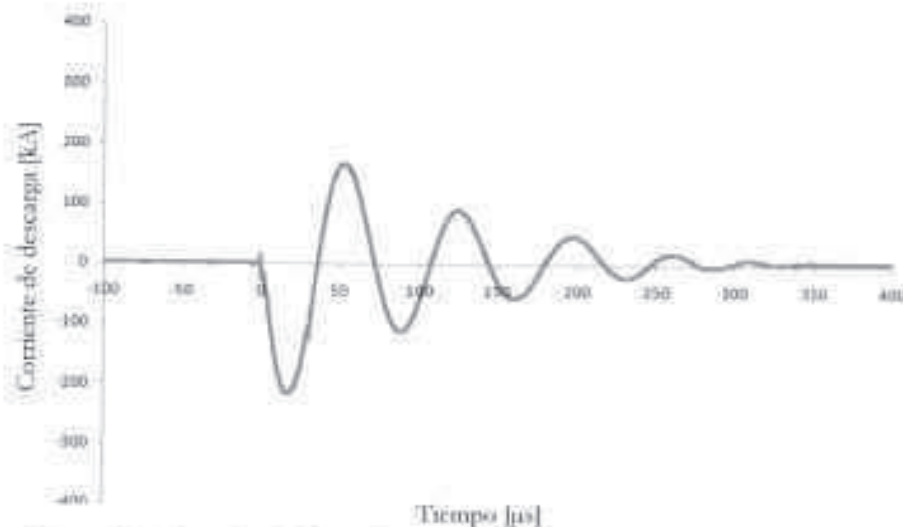


Figura 120. Ejemplo de forma de onda con integrador pasivo filtrada (paso-bajo)

II.2.3. Osciloscopio digital

Con el objeto de obtener un resultado gráfico de las trazas de corriente medidas, se hace uso de un osciloscopio digital USB como el presentado en la Figura 121. El software de medida multicanal empleado para la obtención de las medidas se ajusta a una frecuencia de muestreo

²² Véase, por ejemplo, Huiqing y Chunfeng (2009).

máxima de 10 MHz, con una profundidad registro de 10.000 muestras. La escala de medida se establece en 5 V –máxima tensión de salida del integrador–, lo que permite la medida de intensidades de descarga de hasta 500 kA.



Figura 121. Osciloscopio digital del sistema de medida

II.3. Dispositivo de medida de los perfiles de deformación

Puesto que uno de los objetivos últimos de los modelos de simulación desarrollados en este trabajo de investigación es predecir las deformaciones finales inducidas en las piezas de trabajo, la contrastación de los resultados de simulación obtenidos frente a las deformaciones reales medidas en muestras de laboratorio es fundamental para la validación de los modelos.

Para ello, se requiere la medida de las deformaciones máximas y mínimas experimentadas por los perfiles tubulares así como el registro de los perfiles de deformación plástica permanente resultantes. Dichas medidas han sido realizadas con la ayuda de un microscopio de medida como el mostrado en la Figura 122 (Carl Zeiss Jena 620).

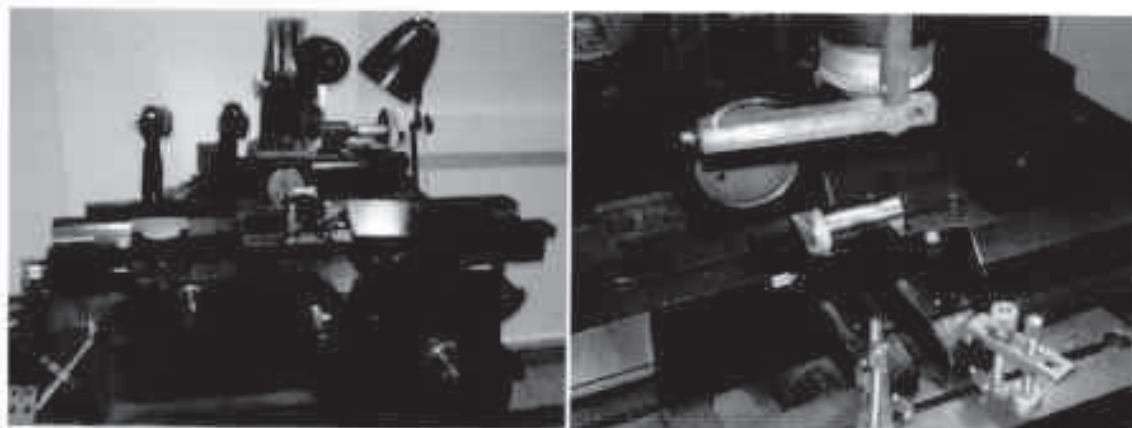


Figura 122. Microscopio de medida de deformaciones

Anexo III

PARAMETRIZACIÓN DEL MODELO DE SIMULACIÓN

En este anexo se presenta a modo ilustrativo el código fuente asociado a la parametrización del modelo empleado para la simulación por el método de los elementos finitos de la compresión libre de una pieza tubular de acero S235 (véase capítulo 6). En él se pueden encontrar los principales detalles de implementación de las simulaciones.

Anexo III. Parametrización del modelo de simulación

A continuación se presenta, a modo de ejemplo, el código fuente asociado a la parametrización del modelo empleado para la simulación de la compresión libre de una pieza tubular de acero S235:

```
% COMSOL Multiphysics Model M-file
% Some geometry objects are stored in a separate file.
% The name of this file is given by the variable 'flbinaryfile'.

fclear fem

% COMSOL version
clear vrsn
vrsn.name = 'COMSOL 3.5';
vrsn.ext = '.m';
vrsn.major = 0;
vrsn.build = 608;
vrsn.rcs = ['$Name: v35ap $'];
fem.version = vrsn;

flbinaryfile='';

% Constants
fem.const = {'sigmaAl', '2.326e7 [S/m]', ...
    'sigmaCu', '5.998e7 [S/m]', ...
    'R', '5.9e-3 [ohm]', ...
    'L', '0.075e-6 [H]', ...
    'C', '160e-6 [F]', ...
    'Uo', '15000 [V]', ...
    'Rc', '0.0094337 [ohm]', ...
    'Lc', '9.2512e-7 [H]', ...
    'w0', 'sqrt(1/((L+Lc)*C)-((R+Rc)^2)/(4*(L+Lc)^2))', ...
    'frc', 'w0/2/pi [Hz]', ...
    'Io', 'Uo/(L+Lc)*w0', ...
    'ex', '-(R+Rc)/(2*(L+Lc))', ...
    'Ajc', '310e6 [Pa]', ...
    'Bjc', '350e6 [Pa]', ...
    'Cjc', '0.0', ...
    'njc', '0.3', ...
    'mjc', '0.5', ...
    'P', '1.674', ...
    'beta', '0.9'};

% Geometry
clear draw
g7=flbinary('g7', 'draw', flbinaryfile);
g1=flbinary('g1', 'draw', flbinaryfile);
g3=flbinary('g3', 'draw', flbinaryfile);
draw.a.objs = {g7, g1, g3};
draw.s.name = {'R6', 'C02', 'R2'};
draw.s.tags = {'g7', 'g1', 'g3'};
fem.draw = draw;
fem.geom = geomcsg(fem);

% Initialize mesh
fem.mesh=meshinit(fem, ...
    'hauto', 5, ...
    'hmaxedg', [2.5e-4, 3.5e-4, 4.5e-4, 5.5e-4, 6.5e-4, 7.5e-
4]);
```

```

% (Default values are not included)

% Application mode 1
clear appl
appl.mode.class = 'AximuthalCurrents';
appl.mode.type = 'axi';
appl.module = 'ACDC';
appl.sshape = 2;
appl.assignsuffix = '_emqa';
clear prop
prop.analysis = 'transient';
appl.prop = prop;
clear bnd
bnd.mur_bnd = {1,1,'mat1_mur','mat1_mur','mat1_mur',1};
bnd.sigma_bnd = {0,0,'mat1_sigma','mat1_sigma','mat1_sigma',0};
bnd.Esphi = {0,0,'Iouter',0,0,0};
bnd.type = {'ax','cont','Js','tHO','tHO','AG'};
bnd.Js0phi = {0,0,'Iodept*F/Linner',0,'Iouter',0};
bnd.epsilon_bnd = {1,1,'mat1_epsilon','mat1_epsilon','mat1_epsilon',1};
bnd.ind = [1,2,2,2,2,2,3,4,4,4,4,4,4,5,6,6];
appl.bnd = bnd;
clear equ
equ.sigma = {0,'1.3514e6/(1+0.003*(T-300))','mat1_sigma'};
equ.epsilon = {1,1,'mat1_epsilon'};
equ.mur = {1,1,'mat1_mur'};
equ.usage = {1,1,0};
equ.ind = [1,2,3];
appl.equ = equ;
appl.var = {'nu','fre'};
fem.appl(1) = appl;

% Application mode 2
clear appl
appl.mode.class = 'SmeAxialSolid';
appl.mode.type = 'axi';
appl.module = 'SME';
appl.gporder = 4;
appl.cporder = 2;
appl.assignsuffix = '_smaxi';
clear prop
prop.analysis = 'time';
clear weakconstr
weakconstr.value = 'off';
weakconstr.dim = {'1m3','1m4'};
prop.weakconstr = weakconstr;
appl.prop = prop;
clear pnt
pnt.Hz = {0,1};
pnt.ind = [1,1,1,2,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1];
appl.pnt = pnt;
clear equ
equ.nu = {0,0.28,'mat1_nu'};
equ.rho = {1,3,'7650[kg/m^3]','mat1_rho'};
equ.E = {0,'192e9[Pa]','mat1_E'};
equ.Sys = {2.0e8,'Ajc',2.0e8};
equ.P2 = {0,'Filter_emqa',0};
equ.EIiso = {2.0e10,'7e9',2.0e10};
equ.P1 = {0,'Filter_emqa',0};
equ.materialmodel = {'iso','plastic','iso'};

```

```

equ.nMurn = {'-3.5e11[Pa]', '-6e11, -6e11'};
equ.muLame = {'2.6e10[Pa]', '8e10, 8e10'};
equ.isodata = {'tangent', 'function', 'tangent'};
equ.lambLame = {'5.1e10[Pa]', '1e11, 1e11'};
equ.sMurn = {'-3.3e11[Pa]', '-5e11, -5e11'};
equ.Shard = {'2.0e10[Pa]/(1-2.0e10[Pa]/2.0e11[Pa])*epe_smaxi', '(A)jC+B)jC*epem^njC)*(1+C)jC*log(et))-A)jC', ...
            '2.0e10[Pa]/(1-2.0e10[Pa]/2.0e11[Pa])*epe_smaxi'};
equ.lMurn = {'-2.5e11[Pa]', '-3e11, -3e11'};
equ.alpha = {0, '12.3e-6(1/K)', 'mat1_alpha'};
equ.usage = {0, 1, 1};
equ.ind = [1, 2, 3];
appl.equ = equ;
fem.appl(2) = appl;

% Application mode 3
clear appl
appl.mode.class = 'HeatTransfer';
appl.mode.type = 'axi';
appl.assignsuffix = '_ht';
clear prop
clear weakconstr
weakconstr.value = 'off';
weakconstr.dim = {'lm3'};
prop.weakconstr = weakconstr;
appl.prop = prop;
clear bnd
bnd.type = {'cont', 'q0'};
bnd.ind = [1, 2, 2, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1];
appl.bnd = bnd;
clear equ
equ.C = {385, '475[J/(kg*K)]'};
equ.init = {273.15, 300};
equ.k = {400, '0[W/(m*K)]'};
equ.Q = {0, '(beta*muisee_smaxi*etheat)*(epe_smaxi>0)+Q_emqa'};
equ.usage = {0, 1};
equ.rho = {8700, '7650[kg/m^3]'};
equ.ind = [1, 2, 1];
appl.equ = equ;
fem.appl(3) = appl;
fem.sdim = {'r', 'z'};
fem.frame = {'ref'};
fem.border = 1;
fem.outform = 'general';
clear units;
units.basesystem = 'SI';
fem.units = units;

% Subdomain settings
clear equ
equ.ind = [1, 2, 1];
equ.dim = {'Aphi', 'uor', 'w', 'p', 'T'};

% Subdomain expressions
equ.expr = {'et', {'', 'sqrt(2)*sqrt((ez_t_smaxi-
ez_t_smaxi)^2+(ez_t_smaxi-ephi_t_smaxi)^2+(ephi_t_smaxi-
er_t_smaxi)^2+6*erz_t_smaxi^2)/3'}}, ...
            'epem', {'', 'abs(epe_smaxi)'}, ...
            'etheat', {'', 'sqrt(2)*sqrt(abs((er_t_smaxi-er_t_smaxi)^2+(ez_t_smaxi-
ephi_t_smaxi)^2+(ephi_t_smaxi-er_t_smaxi)^2+6*erz_t_smaxi^2))/3'}};

```



```

fem.equ = equ;

% Coupling variable elements
clear elemcpl
% Integration coupling variables
clear elem
elem.elem = 'elsplscalar';
elem.g = {'1'};
src = cell(1,1);
clear pnt
pnt.expr = {{{{'-uaxi t smaxi'}}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}}};
pnt.ipoints = {{{{'1'}}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}}};
pnt.frame = {{{{'ref'}}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}}};
pnt.ind = {{{{'1','2','3','5','6','7','8','9','10','11','12','13','14',
...
    '15','16'}},{'4'}}};
clear bnd
bnd.expr = {{{{'Jphi_emqa'}},{{}},{{}},{{}},{'1[m]'}},{{}},{{}},{'1[m]'}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}}};
bnd.ipoints = {{{{'4'}}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}}};
bnd.frame = {{{{'ref','ref','ref'}}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}}};
bnd.ind = {{{{'1','8','9','10','11','12','13','15','16'}},{'2','3','4','5',
...
    '6'},{'7'},{'14'}}};
clear equ
equ.expr = {{{{'2*pi*r*Wnav_emqa','2*pi*r*Wnav_emqa', ...
    '2*pi*r*Wnav_emqa'}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}}};
equ.ipoints = {{{{'4','4','4'}}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}}};
equ.frame = {{{{'ref','ref','ref'}}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}},{{}}};
equ.ind = {{{{'1'}},{'2'}},{'3'}}};
src{1} = {pnt,bnd,equ};
elem.src = src;
gecdim = cell(1,1);
gecdim{1} = {};
elem.gecdim = gecd;
elem.var = {'vroi','Iouter','Louter','Linner','Ifs','W_m','I1','I2','I3', ...
    'I4','I5','Ifube'};
elem.global = {'1','2','3','4','5','6','7','8','9','10','11','12'};
elem.maxvars = {};
elemcpl{1} = elem;
fem.elemcpl = elemcpl;

% Global expressions
fem.globalexpr = {'L_e','imag(Vo/I1)/(2*pi*freq)', ...
    'L_vw','4*W_m/abs(I1)^2', ...
    'R_o','real(Vo/I1)', ...

```

```

'Iodept', 'Io*sin(2*pi*fre*t)*exp(ex*t)');

% Descriptions
clear descr
descr.const= {'Rc','Coil (with field shaper) resistance','Io','Input
current','ex','Exponential coefficient of the input
current','F','Multiplying factor of the current in the inner surface of
the field shaper','Uo','Input voltage','C','Capacitance','L','Cables
inductance','sigmaCu','Conductivity copper coil','njc','Parameter n
Johnson Cook','sigmaAl','Conductivity aluminium
coil','fre','Frequency','Bjc','Parameter B Johnson Cook','w0','Angular
frequency','mjc','Parameter m Johnson Cook','Cjc','Parameter C Johnson
Cook','R','Cables resistance','Ajc','Parameter A Johnson
Cook','Lc','Coil (with field shaper) inductance'};
descr.globalexpr= {'R_c','Coil resistance','L_e','Coil inductance
(Ohm's law)','L_vw','Coil inductance (virtual work)'};
fem.descr = descr;

% Library materials
clear lib
lib.mat(1).name='Copper';
lib.mat(1).varname='mat1';
lib.mat(1).variables.nu='0.35';
lib.mat(1).variables.alphares='0.0039 [1/K]';
lib.mat(1).variables.E='110e9 [Pa]';
lib.mat(1).variables.mur='1';
lib.mat(1).variables.sigma='5.998e7 [S/m]';
lib.mat(1).variables.epsilonr='1';
lib.mat(1).variables.alpha='17e-6 [1/K]';
lib.mat(1).variables.C='385 [J/(kg*K)]';
lib.mat(1).variables.res0='1.72e-8 [ohm*m]';
lib.mat(1).variables.rho='8700 [kg/m^3]';
lib.mat(1).variables.k='400 [W/(m*K)]';
lib.mat(1).variables.T0='298 [K]';
lib.mat(2).name='Aluminum';
lib.mat(2).varname='mat2';
lib.mat(2).variables.nu='0.33';
lib.mat(2).variables.E='70e9 [Pa]';
lib.mat(2).variables.mur='1';
lib.mat(2).variables.C='900 [J/(kg*K)]';
lib.mat(2).variables.nMurn='-3.5e11 [Pa]';
lib.mat(2).variables.mMurn='-3.3e11 [Pa]';
lib.mat(2).variables.muLame='2.6e10 [Pa]';
lib.mat(2).variables.k='160 [W/(m*K)]';
lib.mat(2).variables.lMurn='-2.5e11 [Pa]';
lib.mat(2).variables.sigma='3.774e7 [S/m]';
lib.mat(2).variables.alpha='23e-6 [1/K]';
lib.mat(2).variables.epsilonr='1';
lib.mat(2).variables.lambLame='5.1e10 [Pa]';
lib.mat(2).variables.rho='2700 [kg/m^3]';
lib.mat(3).name='Aluminum 3003-H18';
lib.mat(3).varname='mat3';
lib.mat(3).variables.nu='0.33';
lib.mat(3).variables.E='69e9 [Pa]';
lib.mat(3).variables.mur='1';
lib.mat(3).variables.sigma='2.326e7 [S/m]';
lib.mat(3).variables.epsilonr='1';
lib.mat(3).variables.alpha='23.3e-6 [1/K]';
lib.mat(3).variables.C='893 [J/(kg*K)]';
lib.mat(3).variables.rho='2730 [kg/m^3]';
lib.mat(3).variables.k='155 [W/(m*K)]';

```

```

lib.mat{4}.name='Air_4';
lib.mat{4}.varname='mat4';
lib.mat{4}.variables.nu0='nu0(T[1/K]) [m^2/s]';
lib.mat{4}.variables.eta='eta(T[1/K]) [Pa*s]';
lib.mat{4}.variables.gamma='1.4';
lib.mat{4}.variables.sigma='0 [S/m]';
lib.mat{4}.variables.C='Cp(T[1/K]) [J/(kg*K)]';
lib.mat{4}.variables.rho='rho(p[1/Pa], T[1/K]) (kg/m^3)';
lib.mat{4}.variables.k='k(T[1/K]) [W/(m*K)]';
lib.mat{4}.variables.cs='cs(T[1/K]) [m/s]';
clear fcns
fcns{1}.type='inline';
fcns{1}.name='cs(T)';
fcns{1}.expr='sqrt(1.4*287*T)';
fcns{3}.dexpr={'d(sqrt(1.4*287*T), T)'};
fcns{2}.type='inline';
fcns{2}.name='rho(p, T)';
fcns{2}.expr='p*0.02897/8.314/T';
fcns{2}.dexpr={'d(p*0.02897/8.314/T, p)', 'd(p*0.02897/8.314/T, T)'};
fcns{3}.type='piecewise';
fcns{3}.name='Cp(T)';
fcns{3}.extmethod='const';
fcns{3}.subtype='poly';
fcns{3}.expr={{'0', '1.04763657E+03', '1', '-3.72589266E-01', '2', ...
    '-9.45304214E-04', '3', '-6.02409443E-07', '4', '1.28589610E-10'}};
fcns{3}.intervals={'200', '1600'};
fcns{4}.type='piecewise';
fcns{4}.name='eta(T)';
fcns{4}.extmethod='const';
fcns{4}.subtype='poly';
fcns{4}.expr={{'0', '-8.38278000E-07', '1', '8.35717342E-08', '2', ...
    '-7.69429583E-11', '3', '4.64372660E-14', '4', '-1.06585607E-17'}};
fcns{4}.intervals={'200', '1600'};
fcns{5}.type='piecewise';
fcns{5}.name='nu0(T)';
fcns{5}.extmethod='const';
fcns{5}.subtype='poly';
fcns{5}.expr={{'0', '-5.86912450E-06', '1', '5.01274491E-08', '2', ...
    '7.50108343E-11', '3', '1.80336823E-15', '4', '-2.91688010E-18'}};
fcns{5}.intervals={'200', '1600'};
fcns{5}.type='piecewise';
fcns{6}.name='k(T)';
fcns{6}.extmethod='const';
fcns{6}.subtype='poly';
fcns{6}.expr={{'0', '-2.37583562E-03', '1', '1.15480022E-04', '2', ...
    '-7.90252856E-08', '3', '4.11703505E-11', '4', '-7.43864331E-15'}};
fcns{6}.intervals={'200', '1600'};
lib.mat{4}.functions = fcns;
lib.mat{5}.name='Air_1';
lib.mat{5}.varname='mat5';
lib.mat{5}.variables.nu0='nu0(T[1/K]) [m^2/s]';
lib.mat{5}.variables.eta='eta(T[1/K]) [Pa*s]';
lib.mat{5}.variables.gamma='1.4';
lib.mat{5}.variables.sigma='0 [S/m]';
lib.mat{5}.variables.C='Cp(T[1/K]) [J/(kg*K)]';
lib.mat{5}.variables.rho='rho(p[1/Pa], T[1/K]) (kg/m^3)';
lib.mat{5}.variables.k='k(T[1/K]) [W/(m*K)]';
lib.mat{5}.variables.cs='cs(T[1/K]) [m/s]';
clear fcns
fcns{1}.type='inline';
fcns{1}.name='cs(T)';

```

```

fcns(1).expr='sqrt(1.4*287*T)';
fcns(1).dexpr={'d(sqrt(1.4*287*T),T)'};
fcns(2).type='inline';
fcns(2).name='rho(p,T)';
fcns(2).expr='p*0.02897/8.314/T';
fcns(2).dexpr={'d(p*0.02897/8.314/T,p)','d(p*0.02897/8.314/T,T)'};
fcns(3).type='piecewise';
fcns(3).name='Cp(T)';
fcns(3).extmethod='const';
fcns(3).subtype='poly';
fcns(3).expr={{'0','1.04763657E+03','1','-3.72589265E-01','2',...
    '9.45304214E-04','3','-6.02409443E-07','4','1.28589610E-10'}};
fcns(3).intervals={'200','1600'};
fcns(4).type='piecewise';
fcns(4).name='eta(T)';
fcns(4).extmethod='const';
fcns(4).subtype='poly';
fcns(4).expr={{'0','-8.18278000E-07','1','8.35717342E-08','2',...
    '-7.69429583E-11','3','4.64372660E-14','4','-1.06585607E-17'}};
fcns(4).intervals={'200','1600'};
fcns(5).type='piecewise';
fcns(5).name='nu0(T)';
fcns(5).extmethod='const';
fcns(5).subtype='poly';
fcns(5).expr={{'0','-5.86912450E-06','1','5.01274491E-08','2',...
    '-7.50108343E-11','3','1.80336823E-15','4','-2.91688030E-18'}};
fcns(5).intervals={'200','1600'};
fcns(6).type='piecewise';
fcns(6).name='k(T)';
fcns(6).extmethod='const';
fcns(6).subtype='poly';
fcns(6).expr={{'0','-2.27583562E-03','1','1.15480022E-04','2',...
    '-7.90252856E-08','3','4.11702505E-11','4','-7.43864331E-15'}};
fcns(6).intervals={'200','1600'};
lib.mat(5).functions = fcns;
lib.mat(6).name='Air_2';
lib.mat(6).varname='mat6';
lib.mat(6).variables.nu0='nu0(T[1/K])[m^2/s]';
lib.mat(6).variables.eta='eta(T[1/K])[Pa*s]';
lib.mat(6).variables.gamma='1.4';
lib.mat(6).variables.sigma='0[S/m]';
lib.mat(6).variables.Cp='Cp(T[1/K])[J/(kg*K)]';
lib.mat(6).variables.rho='rho(p[1/Pa],T[1/K])[kg/m^3]';
lib.mat(6).variables.k='k(T[1/K])[W/(m*K)]';
lib.mat(6).variables.cs='cs(T[1/K])[m/s]';
clear fcns
fcns(1).type='inline';
fcns(1).name='cs(T)';
fcns(1).expr='sqrt(1.4*287*T)';
fcns(1).dexpr={'d(sqrt(1.4*287*T),T)'};
fcns(2).type='inline';
fcns(2).name='rho(p,T)';
fcns(2).expr='p*0.02897/8.314/T';
fcns(2).dexpr={'d(p*0.02897/8.314/T,p)','d(p*0.02897/8.314/T,T)'};
fcns(3).type='piecewise';
fcns(3).name='Cp(T)';
fcns(3).extmethod='const';
fcns(3).subtype='poly';
fcns(3).expr={{'0','1.04763657E+03','1','-3.72589265E-01','2',...
    '9.45304214E-04','3','-6.02409443E-07','4','1.28589610E-10'}};
fcns(3).intervals={'200','1600'};

```

```

fcns(4).type='piecewise';
fcns(4).name='eta(T)';
fcns(4).extmethod='const';
fcns(4).subtype='poly';
fcns(4).expr={ {'0', '-8.38278000E-07', '1', '8.35717342E-08', '2', ...
    '-7.69429581E-11', '3', '4.64372660E-14', '4', '-1.06585607E-17' }};
fcns(4).intervals={'200', '1600'};
fcns(5).type='piecewise';
fcns(5).name='nu0(T)';
fcns(5).extmethod='const';
fcns(5).subtype='poly';
fcns(5).expr={ {'0', '-5.86912450E-06', '1', '5.01274491E-08', '2', ...
    '7.50108343E-11', '3', '1.80336823E-15', '4', '-2.91688030E-18' }};
fcns(5).intervals={'200', '1600'};
fcns(6).type='piecewise';
fcns(6).name='k(T)';
fcns(6).extmethod='const';
fcns(6).subtype='poly';
fcns(6).expr={ {'0', '-2.27583562E-03', '1', '1.15480022E-04', '2', ...
    '-7.90252856E-08', '3', '4.11702505E-11', '4', '-7.43864331E-15' }};
fcns(6).intervals={'200', '1600'};
lib.mat(6).functions = fcns;
lib.mat(7).name='Steel AISI 4340';
lib.mat(7).varname='mat7';
lib.mat(7).variables.nu='0.28';
lib.mat(7).variables.E='205e9 [Pa]';
lib.mat(7).variables.nur='1';
lib.mat(7).variables.sigma='4.032e6 [S/m]';
lib.mat(7).variables.epsilonr='1';
lib.mat(7).variables.alpha='12.3e-6 [1/K]';
lib.mat(7).variables.C='475 [J/(kg*K)]';
lib.mat(7).variables.rho='7850 [kg/m^3]';
lib.mat(7).variables.k='44.5 [W/(m*K)]';
lib.matgroups(1).name='Resistivity';
lib.matgroups(1).variables={'alphares', 'T0', 'res0'};
lib.matgroups(1).descr={'Temperature coefficient', 'Reference
temperature', 'Resistivity at reference temperature'};

fem.lib = lib;

% ODE Settings
clear ode
clear units;
units.basesystem = 'SI';
ode.units = units;
fem.ode=ode;

% Multiphysics
fem-multiphysics(fem);

% Extend mesh
fem.xmesh=meshextend(fem);

% Solve problem
fem.sol=festime(fem, ...
    'solcomp',{'W','T','Aphi','uor'}, ...
    'outcomp',{'W','T','epz_smaxi','epxz_smaxi','epe_smaxi','Aphi','epphi_smaxi',
    'axi','epz_smaxi','uor','wt','Tt','epz_smaxit','epxz_smaxit','epe_smaxit',
    'Aphit','epphi_smaxit','epz_smaxit','uort'});

```

```

        'blocksize','auto', ...
        'plotinterp','mises_smaxi', ...

'plotinterppar',{ 'recover','off','phase',0,'geomnum',1,'probecoord',[0.0
125 0]}, ...
        'tlist',[colon(0.1.0e-7:8.0e-5)], ...
        'rtol',0.001, ...
        'tout','tlist', ...
        'atol',{ 'Aphi','1e-5','uor','1e-9','w','1e-
20','T','0.1'}; ...
        'maxstep',1e-7, ...
        'initialstep',1e-7, ...
        'callback','postcallback', ...

'callbparam',{ 'tridata',{ 'Aphi','cont','internal','unit','Wb/m'}, 'trimap
','Rainbow','title','Surface: Magnetic potential, phi component
[Wb/m]','axis',[-0.03399055965314563,0.06050553076663607,-
0.033592815706116,0.03280239651303091]}; ...
        'stopcond','vROI');

% Save current fem structure for restart purposes
fem0=fem;

% Plot solution
postplot(fem, ...
        'tridata',{ 'Aphi','cont','internal','unit','Wb/m'}; ...
        'trimap','Rainbow', ...
        'solnum','end', ...
        'title','Time=3e-7          Surface: Magnetic potential, phi
component [Wb/m]', ...
        'axis',[-0.03463643198514203,0.06115140309863247,-
0.033592815706116,0.03280239651303091]);

% Plot solution
postplot(fem, ...
        'tridata',{ 'Fltar_esqa','cont','internal','unit','N/m^3'}; ...
        'trimap','Rainbow', ...
        'deformsub',{ 'uaxi_smaxi','w'}; ...
        'deformscale',1, ...
        'solnum','end', ...
        'title','Time=3e-7          Surface: Lorentz force contribution, r
component [N/m^3] Deformation: Displacement', ...
        'axis',[-0.03184378373197076,0.0583587548454612,-
0.033592815706116,0.03280239651303091]);

% Plot solution
postplot(fem, ...
        'tridata',{ 'Fltar_esqa','cont','internal','unit','N/m^3'}; ...
        'trimap','Rainbow', ...
        'deformsub',{ 'uaxi_smaxi','w'}; ...
        'deformscale',1, ...
        'solnum','end', ...
        'title','Time=3e-7          Surface: Lorentz force contribution, r
component [N/m^3] Deformation: Displacement', ...
        'axis',[-0.03191647212400347,0.058431443237493906,-
0.033592815706116,0.03280239651303091]);

```

Model Properties

Application modes and modules used in this model:

- Geom1 (Axial symmetry (2D))

- Azimuthal Induction Currents, Vector Potential (AC/DC Module)
- Axial Symmetry, Stress-Strain (Structural Mechanics Module)
- Heat Transfer by Conduction

Constants

| Name | Expression | Value | Description |
|---------|---|-------|--|
| sigmaAl | 2.326e7[S/m] | | Conductivity aluminum coil |
| sigmaCu | 5.998e7[S/m] | | Conductivity copper coil |
| R | 5.9e-3 [ohm] | | Cables resistance |
| L | 0.075e-6[H] | | Cables inductance |
| C | 160e-6[F] | | Capacitance |
| Uo | 15000[V] | | Input voltage |
| Rc | 0.0094337[ohm] | | Coil (with field shaper) resistance |
| Lc | 9.2512e-7[H] | | Coil (with field shaper) inductance |
| w0 | $\text{sqrt}(1/((L+Lc)*C)/((R+Rc)^2)/(4*(L+Lc)^2))$ | | Angular frequency |
| fre | $w0/2/\text{pi}$ [Hz] | | Frequency |
| Io | $Uo/((L+Lc)*w0)$ | | Input current |
| ex | $(R+Rc)/(2*(L+Lc))$ | | Exponential coefficient of the input current |
| Ajc | 310e6[Pa] | | Parameter A Johnson Cook |
| Bjc | 350e6[Pa] | | Parameter B Johnson Cook |
| Cjc | 0,0 | | Parameter C Johnson Cook |
| njc | 0,3 | | Parameter n Johnson Cook |
| mjc | 0,5 | | Parameter m Johnson Cook |
| F | 1.674 | | Multiplying factor of the current in the inner surface of the field shaper |
| beta | 0,9 | | |

Global Expressions

| Name | Expression | Unit | Description |
|--------|--|------|--------------------------------|
| L_e | $\text{imag}(Vo/I1)/(2*\text{pi}*f\text{req})$ | | Coil inductance (Ohm's law) |
| L_vw | $4*W_m/\text{abs}(I1)^2$ | | Coil inductance (virtual work) |
| R_c | $\text{real}(Vo/I1)$ | | Coil resistance |
| Iodept | $Io*\sin(2*\text{pi}*fre*t)*\exp(-ex*t)$ | | |

Geometry

Number of geometries: 1
Geom1

Space dimensions: Axial symmetry (2D)
Independent variables: r, phi, z

6.1. Expressions

6.1.1. Subdomain Expressions

| | |
|-----------|---|
| Subdomain | 2 |
| V11 | |
| et | $1/s*\text{sqrt}(2)*\text{sqrt}((ez_t_smaxi-ez_t_smaxi)^2+(ez_t_smaxi-cphi_t_smaxi)^2+(cphi_t_smaxi-$ |

| | | |
|--------|-----|---|
| | | $(cr_t_smaxi)^2 + 6 * etz_t_smaxi^2) / 3$ |
| epem | 1 | abs(epc_smaxi) |
| etheat | 1/8 | $\sqrt{2} * \sqrt{abs((cr_t_smaxi - ez_t_smaxi)^2 + (ez_t_smaxi - ephi_t_smaxi)^2 + (epht_t_smaxi - er_t_smaxi)^2 + 6 * etz_t_smaxi^2))} / 3$ |

Mesh

Mesh Statistics

| | |
|------------------------------|-------|
| Number of degrees of freedom | 25925 |
| Number of mesh points | 1735 |
| Number of elements | 3399 |
| Triangular | 3399 |
| Quadrilateral | 0 |
| Number of boundary elements | 302 |
| Number of vertex elements | 16 |
| Minimum element quality | 0.749 |
| Element area ratio | 0 |

Application Mode: Azimuthal Induction Currents, Vector Potential (emqa)

Application mode type: Azimuthal Induction Currents, Vector Potential (AC/DC Module)

Application mode name: emqa

Scalar Variables

| Name | Variable | Value | Unit | Description |
|----------|---------------|-----------------|------|------------------------|
| epsilon0 | epsilon0_emqa | 8.854187817e-12 | V/m | Permittivity of vacuum |
| mu0 | mu0_emqa | 4*pi*1e-7 | H/m | Permeability of vacuum |

Application Mode Properties

| Property | Value |
|-----------------------|---------------------------|
| Default element type | Lagrange - Quadratic |
| Analysis type | Transient |
| Bias application mode | None |
| Solve for | Total potential |
| Background field | Magnetic vector potential |
| Frame | Frame (ref) |
| Weak constraints | Off |
| Constraint type | Ideal |

Variables

Dependent variables: Aphi, redAphi

Shape functions: shlag(2,'Aphi')

Interior boundaries not active

Boundary Settings

| Boundary | 1 | 7 | 8-13 |
|-------------------------------------|----------------|------------------|---------------------|
| Type | Axial symmetry | Surface current | Electric insulation |
| Surface current density (J@phi) | A/m, 0 | Iddept*F/Linner | 0 |
| Relative permeability (mu0bnd) | 1 | {1,0,1} (Copper) | {1,0,1} (Copper) |
| Relative permittivity (epsilon0bnd) | 1 | 1 (Copper) | 1 (Copper) |

| | | | | |
|--|-----|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| Electric conductivity (sigma _{abnd}) | S/m | 0 | 5.998e7[S/m] (Copper) | 5.998e7[S/m] (Copper) |
| Surface electric field (E _{sphi}) | V/m | 0 | Iouter | 0 |
| Boundary | | 14 | | 15-16 |
| Type | | Electric insulation | | Magnetic insulation |
| Surface current density (Js _{phi}) | A/m | Iouter | | 0 |
| Relative permeability (mu _{abnd}) | 1 | {1,0;0,1} (Copper) | | {1,0;0,1} |
| Relative permittivity (epsilon _{abnd}) | 1 | 1 (Copper) | | 1 |
| Electric conductivity (sigma _{abnd}) | S/m | 5.998e7[S/m] (Copper) | | 0 |
| Surface electric field (E _{sphi}) | V/m | 0 | | 0 |

Subdomain Settings

| | | | |
|-------------------------------|-----|-----|----------------------------|
| Subdomain | | 1-2 | |
| Electric conductivity (sigma) | S/m | 0 | 1.3514e6/(1+0.003*(T-300)) |

Application Mode: Axial Symmetry, Stress-Strain (smaxi)

Application mode type: Axial Symmetry, Stress-Strain (Structural Mechanics Module)

Application mode name: smaxi

Scalar Variables

| Name | Variable | Value | Unit | Description |
|-----------|-----------------|-------|------|--|
| t_old_ini | t_old_ini_smaxi | -1 | s | Initial condition previous time step (contact with dynamic friction) |

Application Mode Properties

| Property | Value |
|---------------------------|----------------------|
| Default element type | Lagrange - Quadratic |
| Analysis type | Transient |
| Large deformation | Off |
| Specify eigenvalues using | Eigenfrequency |
| Create frame | Off |
| Deform frame | Frame (ref) |
| Frame | Frame (ref) |
| Weak constraints | Off |
| Constraint type | Ideal |

Variables

Dependent variables: uor, w, p

Shape functions: shlag(2,'uor'), shlag(2,'w')

Interior boundaries not active

Point Settings

| | | |
|-------|-----------|---|
| Point | 1-3, 5-16 | 4 |
| Hz | 1-0 | 1 |

Subdomain Settings

| | | | | |
|---------------------|-------------------|--------------------------|--|-----------------------------------|
| Subdomain | | 2 | | 3 |
| Young's modulus (E) | Pa | 192e9[Pa] | | 110e9[Pa] (Copper) |
| Density (rho) | kg/m ³ | 7650[kg/m ³] | | 8700[kg/m ³] (Copper) |
| materialmodel | | Elasto-plastic | | Isotropic |

| isodata | | Hardening function data | | Tangent data |
|---|------------------|---|--|--|
| Isotropic tangent modulus (E _{TIso}) | Pa | 7e9 | | 2.0e10 |
| Yield stress level (S _{ys}) | Pa | A _{jc} | | 2.0e8 |
| Hardening function (Shard) | Pa | (A _{jc} +B _{jc} *epem ^{njc})*(1+C _{jc} *log(et))-A _{jc} | | 2.0e10[Pa]/(1-2.0e10[Pa]/2.0e11[Pa]) ^{njc} *epc_smaxi |
| Thermal expansion coeff. (alpha) | 1/K | 12.3e-6[1/K] | | 17e-6[1/K] (Copper) |
| Poisson's ratio (nu) | | 0.28 | | 0.35 (Copper) |
| Body load (force/volume) x-dir. (F _x) | N/m ³ | FLtzz_emqa | | 0 |
| Body load (force/volume) z-dir. (F _z) | N/m ³ | FLtzz_emqa | | 0 |

Application Mode: Heat Transfer by Conduction (ht)

Application mode type: Heat Transfer by Conduction

Application mode name: ht

Application Mode Properties

| Property | Value |
|----------------------|----------------------|
| Default element type | Lagrange - Quadratic |
| Analysis type | Transient |
| Frame | Frame (ref) |
| Weak constraints | Off |
| Constraint type | Ideal |

Variables

Dependent variables: T

Shape functions: shlag(2,T)

Interior boundaries not active

Boundary Settings

| | |
|----------|--------------------|
| Boundary | 2-6 |
| Type | Thermal insulation |

Subdomain Settings

| | | |
|--|-------------------|--|
| Subdomain | | 2 |
| Thermal conductivity (k) | W/(m·K) | 0[W/(m·K)] |
| Density (rho) | kg/m ³ | 7650[kg/m ³] |
| Heat capacity at constant pressure (C) | J/(kg·K) | 475[J/(kg·K)] |
| Heat source (Q) | W/m ³ | ((beta*mises_smaxi*etheat)*(epc_smaxi>0))+Q_emqa |
| Subdomain initial value | | 2 |
| Temperature (T) | K | 300 |

7. Materials/Coefficients Library

7.1. Copper

| Parameter | Value |
|---|----------------|
| Heat capacity at constant pressure (C) | 385[J/(kg*K)] |
| Young's modulus (E) | 110e9[Pa] |
| Reference temperature (T0) | 298[K] |
| Thermal expansion coeff. (alpha) | 17e-6[1/K] |
| Temperature coefficient (alphas) | 0.0039[1/K] |
| Relative permittivity (epsilonr) | 1 |
| Thermal conductivity (k) | 400[W/(m*K)] |
| Relative permeability (mur) | 1 |
| Poisson's ratio (nu) | 0.35 |
| Resistivity at reference temperature (res0) | 1.72e-8[ohm*m] |
| Density (rho) | 8700[kg/m^3] |
| Electric conductivity (sigma) | 5.998e7[S/m] |

Aluminum

| Parameter | Value |
|--|---------------|
| Heat capacity at constant pressure (C) | 900[J/(kg*K)] |
| Young's modulus (E) | 70e9[Pa] |
| Thermal expansion coeff. (alpha) | 23e-6[1/K] |
| Relative permittivity (epsilonr) | 1 |
| Thermal conductivity (k) | 160[W/(m*K)] |
| Murnaghan constant l (lMurn) | -2.5e11[Pa] |
| Lamé constant lambda (lambdame) | 5.1e10[Pa] |
| Murnaghan constant m (mMurn) | -3.3e11[Pa] |
| Lamé constant mu (muLame) | 2.6e10[Pa] |
| Relative permeability (mur) | 1 |
| Murnaghan constant n (nMurn) | -3.5e11[Pa] |
| Poisson's ratio (nu) | 0.33 |
| Density (rho) | 2700[kg/m^3] |
| Electric conductivity (sigma) | 3.774e7[S/m] |

Aluminum 3003-H18

| Parameter | Value |
|--|---------------|
| Heat capacity at constant pressure (C) | 893[J/(kg*K)] |
| Young's modulus (E) | 69e9[Pa] |
| Thermal expansion coeff. (alpha) | 23.2e-6[1/K] |
| Relative permittivity (epsilonr) | 1 |
| Thermal conductivity (k) | 155[W/(m*K)] |
| Relative permeability (mur) | 1 |
| Poisson's ratio (nu) | 0.33 |
| Density (rho) | 2730[kg/m^3] |
| Electric conductivity (sigma) | 2.326e7[S/m] |

Air

| Parameter | Value |
|--|-------------------------------|
| Heat capacity at constant pressure (C) | $C_p(T)[1/K][J/(kg \cdot K)]$ |
| Speed of sound (cs) | $cs(T)[1/K][m/s]$ |
| Dynamic viscosity (eta) | $eta(T)[1/K][Pa \cdot s]$ |
| Ratio of specific heats (gamma) | 1.4 |
| Thermal conductivity (k) | $k(T)[1/K][W/(m \cdot K)]$ |
| Kinematic viscosity (nu0) | $nu0(T)[1/K][m^2/s]$ |
| Density (rho) | $rho(p[Pa], T[1/K])[kg/m^3]$ |
| Electric conductivity (sigma) | 0[S/m] |

Functions

| Function | Expression | Derivatives | Complex output |
|----------|--------------------------------|--|----------------|
| cs(T) | $\sqrt{1.4 \cdot 287 \cdot T}$ | $d(\sqrt{1.4 \cdot 287 \cdot T}, T)$ | false |
| rho(p,T) | $p^{0.02897/8.314/T}$ | $d(p^{0.02897/8.314/T}, p), d(p^{0.02897/8.314/T}, T)$ | false |

Piecewise Analytic Functions

Function: Cp(T)

Type: Polynomial

| Xstart | Xend | f(x) |
|--------|------|--|
| 200 | 1600 | 0 1.04763657E+03 1 -3.72589265E-01 2 0.45304214E-04 3 -6.02409443E-07 4 1.28589610E-10 |

Function: eta(T)

Type: Polynomial

| Xstart | Xend | f(x) |
|--------|------|---|
| 200 | 1600 | 0 -8.38278000E-07 1 8.35717342E-08 2 -7.69429583E-11 3 4.64372660E-14 4 -1.06585607E-17 |

Function: nu0(T)

Type: Polynomial

| Xstart | Xend | f(x) |
|--------|------|--|
| 200 | 1600 | 0 -5.86912450E-06 1 5.01274491E-08 2 7.50168343E-11 3 1.80336823E-15 4 -2.91688030E-18 |

Function: k(T)

Type: Polynomial

| Xstart | Xend | f(x) |
|--------|------|---|
| 200 | 1600 | 0 -2.27583562E-03 1 1.15480022E-04 2 -7.90252856E-08 3 4.11702505E-11 4 -7.43864331E-15 |

Air_1

| Parameter | Value |
|--|-------------------------------|
| Heat capacity at constant pressure (C) | $C_p(T)[1/K][J/(kg \cdot K)]$ |
| Speed of sound (cs) | $cs(T)[1/K][m/s]$ |
| Dynamic viscosity (eta) | $eta(T)[1/K][Pa \cdot s]$ |
| Ratio of specific heats (gamma) | 1.4 |
| Thermal conductivity (k) | $k(T)[1/K][W/(m \cdot K)]$ |
| Kinematic viscosity (nu0) | $nu0(T)[1/K][m^2/s]$ |
| Density (rho) | $rho(p[Pa], T[1/K])[kg/m^3]$ |
| Electric conductivity (sigma) | 0[S/m] |

Functions

| Function | Expression | Derivatives | Complex output |
|----------|--------------------------------|--|----------------|
| cs(T) | $\sqrt{1.4 \cdot 287 \cdot T}$ | $d(\sqrt{1.4 \cdot 287 \cdot T}, T)$ | false |
| rho(p,T) | $p \cdot 0.02897 / 8.314 / T$ | $d(p \cdot 0.02897 / 8.314 / T, p), d(p \cdot 0.02897 / 8.314 / T, T)$ | false |

Piecewise Analytic Functions

Function: Cp(T)

Type: Polynomial

| Xstart | Xend | f(x) |
|--------|------|--|
| 200 | 1600 | 0 1.04763657E+03 1 -3.72589265E-01 2 9.45304214E-04 3 -6.02409443E-07 4 1.28589610E-10 |

Function: eta(T)

Type: Polynomial

| Xstart | Xend | f(x) |
|--------|------|---|
| 200 | 1600 | 0 -8.38278000E-07 1 8.35717342E-08 2 -7.69429583E-11 3 4.64372660E-14 4 -1.06585607E-17 |

Function: nu0(T)

Type: Polynomial

| Xstart | Xend | f(x) |
|--------|------|---|
| 200 | 1600 | 0 -5.86912450E-06 1 5.01274491E-08 2 -7.50108343E-11 3 1.80336823E-15 4 -2.91688030E-18 |

Function: k(T)

Type: Polynomial

| Xstart | Xend | f(x) |
|--------|------|---|
| 200 | 1600 | 0 -2.27583562E-03 1 1.13480022E-04 2 -7.90252856E-08 3 4.11702505E-11 4 -7.43864331E-15 |

Air_2

| Parameter | Value |
|--|-----------------------------------|
| Heat capacity at constant pressure (C) | $Cp(T) [1/K] [J/(kg \cdot K)]$ |
| Speed of sound (cs) | $cs(T) [1/K] [m/s]$ |
| Dynamic viscosity (eta) | $eta(T) [1/K] [Pa \cdot s]$ |
| Ratio of specific heats (gamma) | 1.4 |
| Thermal conductivity (k) | $k(T) [1/K] [W/(m \cdot K)]$ |
| Kinematic viscosity (nu0) | $nu0(T) [1/K] [m^2/s]$ |
| Density (rho) | $rho(p [1/Pa], T [1/K]) [kg/m^3]$ |
| Electric conductivity (sigma) | 0 [S/m] |

Functions

| Function | Expression | Derivatives | Complex output |
|----------|--------------------------------|--|----------------|
| cs(T) | $\sqrt{1.4 \cdot 287 \cdot T}$ | $d(\sqrt{1.4 \cdot 287 \cdot T}, T)$ | false |
| rho(p,T) | $p \cdot 0.02897 / 8.314 / T$ | $d(p \cdot 0.02897 / 8.314 / T, p), d(p \cdot 0.02897 / 8.314 / T, T)$ | false |

Piecewise Analytic Functions

Function: Cp(T)

Type: Polynomial

| Xstart | Xend | f(x) |
|--------|------|--|
| 200 | 1600 | 0 1.04763657E+03 1 -3.72589265E-01 2 9.45304214E-04 3 -6.02409443E-07 4 1.28589610E-10 |

Function: eta(T)

Type: Polynomial

| Xstart | Xend | f(x) |
|--------|------|--|
| 200 | 1600 | 0 - 8.38278000E-07 1 8.35717342E-08 2 -7.69429583E-11 3 4.64372600E-14 4 -1.06585607E-17 |

Function: nu0(T)

Type: Polynomial

| Xstart | Xend | f(x) |
|--------|------|---|
| 200 | 1600 | 0 - 5.86912450E-06 1 5.01274491E-08 2 7.50108343E-11 3 1.80336823E-15 4 -2.91688030E-18 |

Function: k(T)

Type: Polynomial

| Xstart | Xend | f(x) |
|--------|------|--|
| 200 | 1600 | 0 - 2.27583562E-03 1 1.15480022E-04 2 -7.90252856E-08 3 4.11702505E-11 4 -7.43864331E-15 |

Steel AISI 4340

| Parameter | Value |
|--|---------------|
| Heat capacity at constant pressure (C) | 475[J/(kg*K)] |
| Young's modulus (E) | 205e9[Pa] |
| Thermal expansion coeff. (alpha) | 12.5e-6[1/K] |
| Relative permittivity (epsilonr) | 1 |
| Thermal conductivity (k) | 44.5[W/(m*K)] |
| Relative permeability (mu) | 1 |
| Poisson's ratio (nu) | 0.28 |
| Density (rho) | 7850[kg/m^3] |
| Electric conductivity (sigma) | 4.032e6[S/m] |

Integration Coupling Variables

Geom1

Source Point: 4

| Name | Value |
|---------------|--------------|
| Variable name | vROI |
| Expression | -max_t_minax |
| Order | 1 |
| Global | Yes |

Source Boundary: 7

| Name | Value |
|---------------|--------|
| Variable name | Linner |
| Expression | 1[m] |
| Order | 4 |
| Global | Yes |

Source Boundary: 7

| Name | Value |
|------|-------|
|------|-------|

| | |
|---------------|-----------|
| Variable name | ifs |
| Expression | sphi_emqa |
| Order | 4 |
| Global | Yes |

Source Boundary: 14

| Name | Value |
|---------------|-----------|
| Variable name | louter |
| Expression | sphi_emqa |
| Order | 4 |
| Global | Yes |

Source Boundary: 14

| Name | Value |
|---------------|--------|
| Variable name | Louter |
| Expression | 4 m |
| Order | 4 |
| Global | Yes |

Source Subdomain: 1

| Name | Value |
|---------------|------------------|
| Variable name | W_m |
| Expression | 2*pi*r*Wmax_emqa |
| Order | 4 |
| Global | Yes |

Source Subdomain: 2

| Name | Value |
|---------------|------------------|
| Variable name | W_m |
| Expression | 2*pi*r*Wmax_emqa |
| Order | 4 |
| Global | Yes |

Source Subdomain: 2

| Name | Value |
|---------------|----------|
| Variable name | lube |
| Expression | pht_emqa |
| Order | 4 |
| Global | Yes |

Source Subdomain: 3

| Name | Value |
|---------------|------------------|
| Variable name | W_m |
| Expression | 2*pi*r*Wmax_emqa |
| Order | 4 |
| Global | Yes |

Solver Settings

Solve using a script: off

| | |
|--------------------------|----------------|
| Analysis type | Transient |
| Auto select solver | On |
| Solver | Time dependent |
| Solution form | Automatic |
| Symmetric | auto |
| Adaptive mesh refinement | Off |
| Optimization/Sensitivity | Off |
| Plot while solving | On |

Direct (UMFPACK)

Solver type: Linear system solver

| Parameter | Value |
|--------------------------|-------|
| Pivot threshold | 0.1 |
| Memory allocation factor | 0.7 |

Time Stepping

| Parameter | Value |
|--|----------------------------------|
| Times | range(0,1.0e-7,8.0e-5) |
| Relative tolerance | 0.001 |
| Absolute tolerance | Aphi 1e-5 uor 1e-9 w 1e-10 T 0.1 |
| Times to store in output | Specified times |
| Time steps taken by solver | Free |
| Maximum time step | 1e-7 |
| Initial time step | 1e-7 |
| Stop condition | vRCO |
| Maximum BDF order | 5 |
| Singular mass matrix | Maybe |
| Consistent initialization of DAE systems | Backward Euler |
| Error estimation strategy | Include algebraic |
| Allow complex numbers | Off |

Advanced

| Parameter | Value |
|--|-------------|
| Constraint handling method | Elimination |
| Null-space function | Automatic |
| Automatic assembly block size | On |
| Assembly block size | 1000 |
| Use Hermitian transpose of constraint matrix and in symmetry detection | Off |
| Use complex functions with real input | Off |
| Stop if error due to undefined operation | On |
| Store solution on file | Off |
| Type of scaling | Automatic |
| Manual scaling | |
| Row equilibration | On |

| | |
|------------------------------|-----|
| Manual control of reassembly | Off |
| Load constant | On |
| Constraint constant | On |
| Mass constant | On |
| Damping (mass) constant | On |
| Jacobian constant | On |
| Constraint Jacobian constant | On |

Variables

Point

Point 1-2, 16

| Name | Description | Unit | Expression |
|--------------|--------------------------------|------------------|------------|
| RFr_smaxi | Reaction force r dir. | N | |
| Rfz_smaxi | Reaction force z dir. | N | |
| Frg_smaxi | Point load in global r dir. | N | |
| Fgz_smaxi | Point load in global z dir. | N | |
| disp_smaxi | Total displacement | m | |
| uaxi_smaxi | r displacement | m | |
| uaxir_smaxi | r derivative of r displacement | 1 | |
| uaxiz_smaxi | z derivative of r displacement | 1 | |
| uaxi_r_smaxi | r velocity | m/s | |
| uaxi_r_smaxi | r acceleration | m/s ² | |

Point 3-15

| Name | Description | Unit | Expression |
|--------------|--------------------------------|------------------|---|
| RFr_smaxi | Reaction force r dir. | N | $\text{if}(r>0, 2^{\wedge} \text{react}(\text{w})^{\wedge} \text{pi}/t, 0)$ |
| Rfz_smaxi | Reaction force z dir. | N | $2^{\wedge} \text{react}(\text{w})^{\wedge} \text{pi}$ |
| Frg_smaxi | Point load in global r dir. | N | 0 |
| Fgz_smaxi | Point load in global z dir. | N | 0 |
| disp_smaxi | Total displacement | m | $\text{sqrt}(\text{real}(\text{uaxi_smaxi})^2 + \text{real}(\text{w})^2)$ |
| uaxi_smaxi | r displacement | m | $\text{uor}^{\wedge} \text{r}$ |
| uaxir_smaxi | r derivative of r displacement | 1 | $\text{uorr}^{\wedge} \text{r} + \text{uor}$ |
| uaxiz_smaxi | z derivative of r displacement | 1 | $\text{uorz}^{\wedge} \text{r}$ |
| uaxi_r_smaxi | r velocity | m/s | $\text{uort}^{\wedge} \text{r}$ |
| uaxi_r_smaxi | r acceleration | m/s ² | $\text{uortt}^{\wedge} \text{r}$ |

Boundary

Boundary 1, 15-16

| Name | Description | Unit | Expression |
|--------------|-------------------------------|------|--|
| dVolbnd_emqa | Area integration contribution | m | St_emqa |
| muibnd_emqa | Relative permeability | 1 | muibndr_emqa |
| Jsph_emqa | Surface current density | A/m | $-\text{uor}^{\wedge} (\text{Hz_emqa_down} - \text{Hz_emqa_up}) + \text{uiz}^{\wedge} (\text{Hr_emqa_down} - \text{Hr_emqa_up})$ |

| | | | |
|----------------|---|------------------|---|
| mTr_emqa | Maxwell surface stress tensor, r component | Pa | $-0.5 * (Br_emqa_up * Hr_emqa_up + Bz_emqa_up * Hz_emqa_up) * dnr + (dnr * Hr_emqa_up + dnz * Hz_emqa_up) * Br_emqa_up$ |
| daTr_emqa | Maxwell surface stress tensor, r component | Pa | $-0.5 * (Br_emqa_down * Hr_emqa_down + Bz_emqa_down * Hz_emqa_down) * nnr + (nnr * Hr_emqa_down + unnz * Hz_emqa_down) * Br_emqa_down$ |
| unTr_emqa | Maxwell surface stress tensor, z component | Pa | $-0.5 * (Br_emqa_up * Hr_emqa_up + Bz_emqa_up * Hz_emqa_up) * dnz + (dnr * Hr_emqa_up + dnz * Hz_emqa_up) * Bz_emqa_up$ |
| duTr_emqa | Maxwell surface stress tensor, z component | Pa | $-0.5 * (Br_emqa_down * Hr_emqa_down + Bz_emqa_down * Hz_emqa_down) * unnz + (nnr * Hr_emqa_down + unnz * Hz_emqa_down) * Bz_emqa_down$ |
| Qs_emqa | Surface resistive heating | W/m ² | $J\phi_i_{emqa} * E\phi_i_{emqa}$ |
| nPo_emqa | Power outflow | W/m ² | $nr_emqa * Por_emqa + nz_emqa * Poz_emqa$ |
| FsLtz_emqa | Lorentz surface force contribution, r component | Pa | $J\phi_i_{emqa} * Bz_emqa$ |
| FsLtz_emqa | Lorentz surface force contribution, z component | Pa | $-J\phi_i_{emqa} * Br_emqa$ |
| normFsLtz_emqa | Lorentz surface force contribution, cycle average, norm | Pa | $\sqrt{abs(FsLtz_emqa)^2 + abs(FsLtz_emqa)^2}$ |
| RFr_smaxi | Reaction force r-dir. | N | |
| RFz_smaxi | Reaction force z-dir. | N | |
| Frg_smaxi | Edge load in global r-dir. | N/m ² | |
| Fzg_smaxi | Edge load in global z-dir. | N/m ² | |
| disp_smaxi | Total displacement | m | |
| uaxr_smaxi | r displacement | m | |
| uaxr_smaxi | r derivative of r displacement | 1 | |
| uaxz_smaxi | z derivative of r displacement | 1 | |
| uaxr_t_smaxi | r velocity | m/s | |
| uaxr_tt_smaxi | r acceleration | m/s ² | |
| Tar_smaxi | Surface traction (force/area) in r-dir. | Pa | |
| Taz_smaxi | Surface traction (force/area) in z-dir. | Pa | |
| nflux_ht | Normal heat flux | W/m ² | |

Boundary 2-6

| Name | Description | Unit | Expression |
|------|-------------|------|------------|
|------|-------------|------|------------|

| | | | |
|------------------|---|------------------|--|
| dVolbod_emqa | Area integration contribution | m | St_emqa |
| murhnd_emqa | Relative permeability | 1 | murhndrr_emqa |
| Jspht_emqa | Surface current density | A/m | $u_{nr} \cdot (H_z_{emqa_down} - H_z_{emqa_up}) + u_{nz} \cdot (H_r_{emqa_down} - H_r_{emqa_up})$ |
| urTt_emqa | Maxwell surface stress tensor, r component | Pa | $0.5 \cdot (B_r_{emqa_up} \cdot H_r_{emqa_up} + B_z_{emqa_up} \cdot H_z_{emqa_up}) \cdot dr + (dnr \cdot H_r_{emqa_up} + dnz \cdot H_z_{emqa_up}) \cdot B_r_{emqa_up}$ |
| drTt_emqa | Maxwell surface stress tensor, r component | Pa | $0.5 \cdot (B_r_{emqa_down} \cdot H_r_{emqa_down} + B_z_{emqa_down} \cdot H_z_{emqa_down}) \cdot ur + (nur \cdot H_r_{emqa_down} + unz \cdot H_z_{emqa_down}) \cdot B_r_{emqa_down}$ |
| uzTz_emqa | Maxwell surface stress tensor, z component | Pa | $-0.5 \cdot (B_r_{emqa_up} \cdot H_r_{emqa_up} + B_z_{emqa_up} \cdot H_z_{emqa_up}) \cdot dz + (dnr \cdot H_r_{emqa_up} + dnz \cdot H_z_{emqa_up}) \cdot B_z_{emqa_up}$ |
| dnTz_emqa | Maxwell surface stress tensor, z component | Pa | $-0.5 \cdot (B_r_{emqa_down} \cdot H_r_{emqa_down} + B_z_{emqa_down} \cdot H_z_{emqa_down}) \cdot uz + (nur \cdot H_r_{emqa_down} + unz \cdot H_z_{emqa_down}) \cdot B_z_{emqa_down}$ |
| Qs_emqa | Surface resistive heating | W/m ² | Jspht_emqa * Ephi_emqa |
| nPo_emqa | Power outflow | W/m ² | ur_emqa * Pot_emqa + uz_emqa * Poz_emqa |
| Fsl.tzr_emqa | Lorentz surface force contribution, r component | Pa | Jspht_emqa * Bz_emqa |
| Fsl.tzz_emqa | Lorentz surface force contribution, z component | Pa | -Jspht_emqa * Br_emqa |
| normFsl.tzr_emqa | Lorentz surface force contribution, cycle average, norm | Pa | $\sqrt{\text{abs}(Fsl.tzr_emqa)^2 + \text{abs}(Fsl.tzz_emqa)^2}$ |
| RFe_smaxi | Reaction force r dir. | N | $u(r > 0.2 \cdot \text{react}(w)) \cdot \pi / (r, 0)$ |
| RFz_smaxi | Reaction force z dir. | N | $2 \cdot \text{react}(w) \cdot \pi$ |
| Frg_smaxi | Edge load in global r dir. | N/m ² | 0 |
| Fzg_smaxi | Edge load in global z dir. | N/m ² | 0 |
| disp_smaxi | Total displacement | m | $\sqrt{\text{real}(u_{axi_smaxi})^2 + \text{real}(w)^2}$ |
| uaxi_smaxi | r displacement | m | $u_{or} \cdot r$ |
| uaxir_smaxi | r derivative of r displacement | 1 | $u_{or} \cdot r + u_{or}$ |
| uaxiz_smaxi | z derivative of r displacement | 1 | $u_{orz} \cdot r$ |
| uaxi_r_smaxi | r velocity | m/s | $u_{or} \cdot r$ |
| uaxi_rr_smaxi | r acceleration | m/s ² | $u_{orr} \cdot r$ |
| Tar_smaxi | Surface traction (force/area) in r dir. | Pa | $sr_smaxi \cdot nr_smaxi + srz_smaxi \cdot nrz_smaxi$ |
| Taz_smaxi | Surface traction (force/area) in z dir. | Pa | $srz_smaxi \cdot nr_smaxi + sr_smaxi \cdot nrz_smaxi$ |

| | | | |
|----------|------------------|------------------|-----------------------------------|
| | dir | | |
| nflux_ht | Normal heat flux | W/m ² | nr_ht * fluxr_ht+nz_ht * fluxz_ht |

11.2.3. Boundary 7-14

| Name | Description | Unit | Expression |
|-----------------|---|------------------|---|
| dVolbnd_emqa | Area integration contribution | m | Sr_emqa |
| muabnd_emqa | Relative permeability | 1 | muabndre_emqa |
| jsphi_emqa | Surface current density | A/m | -unr * (Hz_emqa_down-Hz_emqa_up)+unz * (Hr_emqa_down-Hr_emqa_up) |
| unTr_emqa | Maxwell surface stress tensor, r component | Pa | .5 * (Br_emqa_up * Hr_emqa_up+Bz_emqa_up * Hz_emqa_up) * dir+(dir * Hr_emqa_up+dir * Hz_emqa_up) * Br_emqa_up |
| dnTr_emqa | Maxwell surface stress tensor, r component | Pa | .5 * (Br_emqa_down * Hr_emqa_down+Bz_emqa_down * Hz_emqa_down) * unr+(unr * Hr_emqa_down+unz * Hz_emqa_down) * Br_emqa_down |
| unTz_emqa | Maxwell surface stress tensor, z component | Pa | .5 * (Br_emqa_up * Hr_emqa_up+Bz_emqa_up * Hz_emqa_up) * dnz+(dir * Hr_emqa_up+dir * Hz_emqa_up) * Bz_emqa_up |
| dnTz_emqa | Maxwell surface stress tensor, z component | Pa | .5 * (Br_emqa_down * Hr_emqa_down+Bz_emqa_down * Hz_emqa_down) * unz+(unr * Hr_emqa_down+unz * Hz_emqa_down) * Bz_emqa_down |
| Qs_emqa | Surface resistive heating | W/m ² | jsphi_emqa * Ephi_emqa |
| nPo_emqa | Power outflow | W/m ² | nr_emqa * Por_emqa+nz_emqa * Poz_emqa |
| FsLr_z_emqa | Lorentz surface force contribution, r component | Pa | jsphi_emqa * Bz_emqa |
| FsLz_z_emqa | Lorentz surface force contribution, z component | Pa | -jsphi_emqa * Br_emqa |
| normFsLz_z_emqa | Lorentz surface force contribution, cycle average, norm | Pa | sqrt(abs(FsLr_z_emqa)^2+abs(FsLz_z_emqa)^2) |
| RFr_smaxi | Reaction force r-dir | N | if(r>0,2 * reacf(uor) * pi/z,0) |
| RFz_smaxi | Reaction force z-dir | N | 2 * reacf(w) * pi |
| Frg_smaxi | Edge load in global r-dir | N/m ² | 0 |
| Fzg_smaxi | Edge load in global z-dir | N/m ² | 0 |
| disp_smaxi | Total displacement | m | sqrt(real(uxi_smaxi)^2+real(w)^2) |
| uxi_smaxi | r-displacement | m | uor * r |
| uxir_smaxi | r derivative of r-displacement | 1 | uor * r+uor |
| uaxz_smaxi | z derivative of r-displacement | 1 | uorz * r |
| uxi_r_smaxi | r-velocity | m/s | uor * r |

| | | | |
|--------------|---|------------------|---|
| masa_n_smaxi | r-acceleration | m/s ² | uorrt * r |
| Tar_smaxi | Surface traction (force/area) in r dir. | Pa | sr_smaxi * nr_smaxi + srz_smaxi * nrz_smaxi |
| Taz_smaxi | Surface traction (force/area) in z dir. | Pa | srz_smaxi * nr_smaxi + sz_smaxi * nrz_smaxi |
| nflux_hr | Normal heat flux | W/m ² | |

Subdomain

Subdomain 1

| Name | Description | Unit | Expression |
|----------------|--|------------------|---|
| Se_emqa | Infinite element r coordinate | m | r |
| SOe_guess_emqa | Inner r coordinate default guess | m | 0 |
| Sde_guess_emqa | Width in r direction default guess | m | 0 |
| Se_emqa | Infinite element z coordinate | m | z |
| SOz_guess_emqa | Inner z coordinate default guess | m | 0 |
| Sdz_guess_emqa | Width in z direction default guess | m | 0 |
| curlAr_emqa | Curl of magnetic potential, r component | T | -Aphi_z |
| curlAz_emqa | Curl of magnetic potential, z component | T | if(abs(r)<0.001) * h_z * Aphi_r/Aphi_z/Sr_emqa+Aphi_r |
| dVol_emqa | Volume integration contribution | m | Sr_emqa * detJ_emqa |
| Br_emqa | Magnetic flux density, r component | T | curlAr_emqa |
| Bz_emqa | Magnetic flux density, z component | T | curlAz_emqa |
| Hr_emqa | Magnetic field, r component | A/m | Br_emqa/(mur_emqa * mu0_emqa) |
| Hz_emqa | Magnetic field, z component | A/m | Bz_emqa/(mur_emqa * mu0_emqa) |
| mu_emqa | Permeability | H/m | mu0_emqa * mur_emqa |
| mur_emqa | Permeability, rr component | H/m | mu0_emqa * murrr_emqa |
| murz_emqa | Permeability, rz component | H/m | mu0_emqa * murrz_emqa |
| muzz_emqa | Permeability, zr component | H/m | mu0_emqa * muzzr_emqa |
| muzz_emqa | Permeability, zz component | H/m | mu0_emqa * muzzz_emqa |
| Jphi_emqa | Potential current density, phi component | A/m ² | 0 |
| Ephi_emqa | Electric field, phi component | V/m | -d(Aphi,r) |
| Jphi_emqa | Total current density, phi component | A/m ² | Jppi_emqa+Jphi_emqa+Jephi_emqa |
| Por_emqa | Power flow, r component | W/m ² | Ephi_emqa * Hz_emqa |
| Poz_emqa | Power flow, z component | W/m ² | -Ephi_emqa * Hr_emqa |
| normE_emqa | Electric field, norm | V/m | abs(Ephi_emqa) |
| Jphi_emqa | Induced current density, phi component | A/m ² | sigma_emqa * Ephi_emqa |

| | | | |
|-----------------|---|------------------|--|
| Q_emqa | Resistive heating | W/m ³ | $J_{phi_emqa} * (I_{phi_emqa} + 0.5 * V_{loop_emqa} / (\pi * r))$ |
| W_emqa | Total energy density | J/m ³ | Wm_emqa |
| dW_emqa | Integrand for total energy | N/m | $2 * \pi * dVol_emqa * W_emqa$ |
| Wm_emqa | Magnetic energy density | J/m ³ | $0.5 * (H_r_emqa * B_r_emqa + H_z_emqa * B_z_emqa)$ |
| FLtz_emqa | Lorentz force contribution, r component | N/m ³ | $J_{phi_emqa} * B_z_emqa$ |
| FLtz_emqa | Lorentz force contribution, z component | N/m ³ | $-J_{phi_emqa} * B_r_emqa$ |
| normFLtz_emqa | Lorentz force contribution, norm | N/m ³ | $\sqrt{abs(FLtz_emqa)^2 + abs(FLtz_emqa)^2}$ |
| normM_emqa | Magnetization, norm | A/m | $\sqrt{abs(M_r_emqa)^2 + abs(M_z_emqa)^2}$ |
| normBr_emqa | Remanent flux density, norm | T | $\sqrt{abs(B_r_emqa)^2 + abs(B_z_emqa)^2}$ |
| normH_emqa | Magnetic field, norm | A/m | $\sqrt{abs(H_r_emqa)^2 + abs(H_z_emqa)^2}$ |
| normB_emqa | Magnetic flux density, norm | T | $\sqrt{abs(B_r_emqa)^2 + abs(B_z_emqa)^2}$ |
| normJ_emqa | Total current density, norm | A/m ² | $abs(J_{phi_emqa})$ |
| E_vphi_emqa | Lorentz electric field, phi component | V/m | $d(x,t) * B_r_emqa - d(r,t) * B_z_emqa$ |
| normE_vphi_emqa | Lorentz electric field, norm | V/m | $abs(E_vphi_emqa)$ |
| normPo_emqa | Power flow, time average, norm | W/m ² | $\sqrt{abs(Por_emqa)^2 + abs(Poz_emqa)^2}$ |
| Rr_r_smaxi | Reaction force r-dir. | N | |
| Rr_z_smaxi | Reaction force z-dir. | N | |
| Frg_smaxi | Body load in global r-dir. | N/m ³ | |
| Frg_smaxi | Body load in global z-dir. | N/m ³ | |
| disp_smaxi | Total displacement | m | |
| uaxi_r_smaxi | r-displacement | m | |
| uaxi_r_smaxi | r derivative of r-displacement | 1 | |
| uaxi_z_smaxi | z derivative of r displacement | 1 | |
| uaxi_r_smaxi | r-velocity | m/s | |
| uaxi_r_smaxi | r-acceleration | m/s ² | |
| sr_smaxi | sr normal stress global sys. | Pa | |
| sz_smaxi | sz normal stress global sys. | Pa | |
| sphi_smaxi | sphi normal stress | Pa | |
| srz_smaxi | srz shear stress global sys. | Pa | |
| er_smaxi | er normal strain global sys. | 1 | |
| ez_smaxi | ez-normal strain global sys. | 1 | |
| ephi_smaxi | ephi normal strain | 1 | |
| erz_smaxi | erz shear strain global sys. | 1 | |
| sr_t_smaxi | Time der. of normal stress global sys. (sr) | Pa/s | |
| sz_t_smaxi | Time der. of normal stress global sys. (sz) | Pa/s | |
| sphi_t_smaxi | Time der. of normal stress (sphi) | Pa/s | |
| srz_t_smaxi | Time der. of shear stress | Pa/s | |

| | | | |
|----------------|--|----------|--|
| | global sys. (srz) | | |
| er_t_smaxi | er_t normal velocity strain global sys. | 1/s | |
| ez_t_smaxi | ez_t normal velocity strain global sys. | 1/s | |
| ephi_t_smaxi | ephi_t normal velocity strain | 1/s | |
| erz_t_smaxi | erphi_t shear velocity strain global sys. | 1/s | |
| p | Pressure | Pa | |
| cp_smaxi | Pressure wave velocity | m/s | |
| cs_smaxi | Shear wave velocity | m/s | |
| misesSq_smaxi | von Mises stress ^2 | Pa^2 | |
| mises_smaxi | von Mises stress | Pa | |
| misesGp_smaxi | von Mises stress Gauss point eval. | Pa | |
| trescaGp_smaxi | Tresca stress Gauss point eval. | Pa | |
| Ws_smaxi | Strain energy density | J/m^3 | |
| evol_smaxi | Volumetric strain | 1 | |
| Ent_smaxi | Entropy per unit volume | J/(m^3K) | |
| tresca_smaxi | Tresca stress | Pa | |
| fluxr_hr | Heat flux, r component | W/m^2 | |
| fluxz_hr | Heat flux, z component | W/m^2 | |
| gradT_hr | Temperature gradient | K/m | |
| flux_hr | Heat flux | W/m^2 | |

Subdomain 2

| Name | Description | Unit | Expression |
|----------------|---|-----------|---|
| St_emqa | Infinite element r coordinate | m | r |
| S0r_guess_emqa | Inner coordinate default guess | r m | 0 |
| Sdr_guess_emqa | Width m r direction default guess | m r m | 0 |
| Sz_emqa | Infinite element z coordinate | m | z |
| S0z_guess_emqa | Inner coordinate default guess | z m | 0 |
| Sdz_guess_emqa | Width m z direction default guess | m z m | 0 |
| curlAr_emqa | Curl magnetic potential, r component | of T r | -Aphi/z |
| curlAz_emqa | Curl of T | | if(abs(t)<0.001 * h,2 * Aphi/z,Aphi/St_emqa + Aphi/z) |

| | | | |
|------------|--|------------------|--|
| | magnetic potential, z component | | |
| dVol_emqa | Volume integration contribution | m | Sr_emqa * detJ_emqa |
| Br_emqa | Magnetic flux density, r component | T | curlAr_emqa |
| Bz_emqa | Magnetic flux density, z component | T | curlAz_emqa |
| Hr_emqa | Magnetic field, r component | A/m | Br_emqa/(mur_emqa * mu0_emqa) |
| Hx_emqa | Magnetic field, z component | A/m | Bz_emqa/(mur_emqa * mu0_emqa) |
| mu_emqa | Permeability | H/m | mu0_emqa * mur_emqa |
| mur_emqa | Permeability, rr component | H/m | mu0_emqa * murr_emqa |
| murz_emqa | Permeability, rz component | H/m | mu0_emqa * murrz_emqa |
| muzr_emqa | Permeability, zr component | H/m | mu0_emqa * muzr_emqa |
| muzz_emqa | Permeability, zz component | H/m | mu0_emqa * muzz_emqa |
| jphi_emqa | Potential current density, phi component | A/m ² | 0 |
| Ephi_emqa | Electric field, phi component | V/m | -d(Aphi,t) |
| Jphi_emqa | Total current density, phi component | A/m ² | jphi_emqa + jphi_emqa + jphi_emqa |
| Por_emqa | Power flow, r component | W/m ² | Ephi_emqa * Hz_emqa |
| Poz_emqa | Power flow, z component | W/m ² | -Ephi_emqa * Hr_emqa |
| normE_emqa | Electric field, norm | V/m | abs(Ephi_emqa) |
| jphi_emqa | Included current density, phi component | A/m ² | sigma_emqa * Ephi_emqa |
| Q_emqa | Resistive heating | W/m ³ | jphi_emqa * (jphi_emqa+0.5 * Vloop_emqa/(pi * t) + jphi_emqa/sigma_emqa) |
| W_emqa | Total energy density | J/m ³ | Wm_emqa |
| dW_emqa | Integrand for total energy | N/m | 2 * pi * dVol_emqa * W_emqa |
| Wm_emqa | Magnetic energy density | J/m ³ | 0.5 * (Hr_emqa * Br_emqa + Hz_emqa * Bz_emqa) |
| FLtzr_emqa | Lozrentz force contribution, r | N/m ³ | jphi_emqa * Bz_emqa |

| | | | |
|---------------|---|------------------|--|
| | component | | |
| FLtz_emqa | Lorentz force contribution, z component | N/m ³ | Jphi_emqa * Br_emqa |
| normFLtz_emqa | Lorentz force contribution, norm | N/m ³ | sqrt(abs(FLtz_emqa)^2+abs(FLtz_emqa)^2) |
| normM_emqa | Magnetization, norm | A/m | sqrt(abs(Mr_emqa)^2+abs(Mz_emqa)^2) |
| normBr_emqa | Remanent flux density, norm | T | sqrt(abs(Brr_emqa)^2+abs(Brz_emqa)^2) |
| normH_emqa | Magnetic field, norm | A/m | sqrt(abs(Hr_emqa)^2+abs(Hz_emqa)^2) |
| normB_emqa | Magnetic flux density, norm | T | sqrt(abs(Br_emqa)^2+abs(Bz_emqa)^2) |
| normJ_emqa | Total current density, norm | A/m ² | abs(Jphi_emqa) |
| Evpphi_emqa | Lorentz electric field, phi component | V/m | d(x,t) * Br_emqa - d(r,t) * Bz_emqa |
| normEv_emqa | Lorentz electric field, norm | V/m | abs(Evpphi_emqa) |
| normPo_emqa | Power flow, time average, norm | W/m ² | sqrt(abs(Por_emqa)^2+abs(Poz_emqa)^2) |
| RFr_smaxi | Reaction force r dir. | N | if(r>0,2 * reacf(uor) * pi/t,0) |
| Rfz_smaxi | Reaction force z dir. | N | 2 * reacf(w) * pi |
| Frg_smaxi | Body load in global r dir. | N/m ³ | Fr_smaxi |
| Fzg_smaxi | Body load in global z dir. | N/m ³ | Fz_smaxi |
| disp_smaxi | Total displacement | m | sqrt(real(maxi_smaxi)^2+real(w)^2) |
| uaxi_r_smaxi | r displacement | m | uor * r |
| uaxi_r_smaxi | r derivative of r displacement | 1 | uort * r + uor |
| uaxi_z_smaxi | z derivative of r displacement | 1 | uorz * r |
| uaxi_r_smaxi | r velocity | m/s | uort * r |
| uaxi_r_smaxi | r acceleration | m/s ² | uortt * r |
| sr_smaxi | sr normal stress global sys. | Pa | 4 * G_smaxi * (er_smaxi-epr_smaxi)/3-2 * G_smaxi * (ephi_smaxi-epphi_smaxi)/3-2 * G_smaxi * (ez_smaxi-epz_smaxi)/3-p |
| sz_smaxi | sz normal stress global sys. | Pa | 4 * G_smaxi * (ez_smaxi-epz_smaxi)/3-2 * G_smaxi * (er_smaxi-epr_smaxi)/3-2 * G_smaxi * (ephi_smaxi-epphi_smaxi)/3-p |
| sphi_smaxi | sphi normal stress | Pa | 4 * G_smaxi * (ephi_smaxi-epphi_smaxi)/3-2 * G_smaxi * (er_smaxi-epr_smaxi)/3-2 * G_smaxi * (ez_smaxi-epz_smaxi)/3-p |
| srz_smaxi | srz shear stress | Pa | 2 * G_smaxi * (erz_smaxi-eprz_smaxi) |

| | | | |
|----------------|---|-------|--|
| | global sys. | | |
| er_smaxi | er normal strain global sys. | 1 | uort * r + uor |
| ez_smaxi | ez normal strain global sys. | 1 | wz |
| ephi_smaxi | ephi normal strain | 1 | uor |
| erz_smaxi | erz shear strain global sys. | 1 | 0.5 * (uorz * r + wr) |
| sr_t_smaxi | Time der. of normal stress global sys. (sr) | Pa/s | $E_smaxi * ((1-nu_smaxi) * er_t_smaxi + nu_smaxi * ephi_t_smaxi + nu_smaxi * ez_t_smaxi) / ((1+nu_smaxi) * (1-2 * nu_smaxi))$ |
| sz_t_smaxi | Time der. of normal stress global sys. (sz) | Pa/s | $E_smaxi * (nu_smaxi * er_t_smaxi + nu_smaxi * ephi_t_smaxi + (1-nu_smaxi) * ez_t_smaxi) / ((1+nu_smaxi) * (1-2 * nu_smaxi))$ |
| sphi_t_smaxi | Time der. of normal stress (sphi) | Pa/s | $E_smaxi * (nu_smaxi * er_t_smaxi + (1-nu_smaxi) * ephi_t_smaxi + nu_smaxi * ez_t_smaxi) / ((1+nu_smaxi) * (1-2 * nu_smaxi))$ |
| srz_t_smaxi | Time der. of shear stress global sys. (srz) | Pa/s | $E_smaxi * erz_t_smaxi / (1+nu_smaxi)$ |
| er_t_smaxi | er_t normal velocity strain global sys. | 1/s | uortt * r + uort |
| ez_t_smaxi | ez_t normal velocity strain global sys. | 1/s | wzt |
| ephi_t_smaxi | ephi_t normal velocity strain | 1/s | uort |
| erz_t_smaxi | erphi_t shear velocity strain global sys. | 1/s | 0.5 * (uortz * r + wzt) |
| p | Pressure | Pa | -K_smaxi * (evol_smaxi - epr_smaxi - epphi_smaxi - epz_smaxi) |
| cp_smaxi | Pressure wave velocity | m/s | $\sqrt{(K_smaxi + 4 * G_smaxi / 3) / rho_smaxi}$ |
| cs_smaxi | Shear wave velocity | m/s | $\sqrt{G_smaxi / rho_smaxi}$ |
| misesSq_smaxi | von Mises stress ^2 | Pa^2 | $sr_smaxi^2 + sphi_smaxi^2 + sz_smaxi^2 - sr_smaxi * sphi_smaxi - sphi_smaxi * sz_smaxi - sr_smaxi * sz_smaxi + 3 * srz_smaxi^2$ |
| mises_smaxi | von Mises stress | Pa | $\sqrt{sr_smaxi^2 + sphi_smaxi^2 + sz_smaxi^2 - sr_smaxi * sphi_smaxi - sphi_smaxi * sz_smaxi - sr_smaxi * sz_smaxi + 3 * srz_smaxi^2 + 4 * Sys_smaxi^2 * eps}$ |
| misesGp_smaxi | von Mises stress Gauss point eval. | Pa | $\sqrt{srGp_smaxi^2 + sphiGp_smaxi^2 + szGp_smaxi^2 - srGp_smaxi * sphiGp_smaxi - sphiGp_smaxi * szGp_smaxi - srGp_smaxi * szGp_smaxi + 3 * srzGp_smaxi^2}$ |
| trescaGp_smaxi | Tresca stress Gauss point eval. | Pa | $\max(\max(abs(s1Gp_smaxi - s2Gp_smaxi), abs(s2Gp_smaxi - s3Gp_smaxi)), abs(s1Gp_smaxi - s3Gp_smaxi))$ |
| Ws_smaxi | Strain energy density | 1/m^3 | $0.5 * (er_smaxi * sr_smaxi + ephi_smaxi * sphi_smaxi + ez_smaxi * sz_smaxi + 2 * erz_smaxi * srz_smaxi)$ |
| evol_smaxi | Volumetric strain | 1 | er_smaxi + ephi_smaxi + ez_smaxi |

| | | | |
|--------------|-------------------------|----------------------|--|
| Ent_smaxi | Entropy per unit volume | J/(m ³ K) | |
| tresca_smaxi | Tresca stress | Pa | max(max(abs(s1_smaxi-s2_smaxi),abs(s2_smaxi-s3_smaxi)),abs(s1_smaxi-s3_smaxi)) |
| fluxr_ht | Heat flux, r component | W/m ² | -krr_ht * Tr-kzz_ht * Tz |
| fluxz_ht | Heat flux, z component | W/m ² | kzz_ht * Tr-kzz_ht * Tz |
| gradT_ht | Temperature gradient | K/m | sqr(Tr^2+Tz^2) |
| flux_ht | Heat flux | W/m ² | sqr(fluxr_ht^2+fluxz_ht^2) |

Subdomain 3

| Name | Description | Unit | Expression |
|----------------|---|------|------------|
| St_emqa | Infinite element r coordinate | m | |
| S0r_guess_emqa | Inner coordinate default guess | r m | |
| Sdr_guess_emqa | Width in r direction default guess | r m | |
| Sz_emqa | Infinite element z coordinate | m | |
| S0z_guess_emqa | Inner coordinate default guess | z m | |
| Sdz_guess_emqa | Width in z direction default guess | z m | |
| curlAr_emqa | Curl of magnetic potential, r component | T | |
| curlAz_emqa | Curl of magnetic potential, z component | T | |
| dVol_emqa | Volume integration contribution | m | |
| Br_emqa | Magnetic flux density, r component | T | |
| Bz_emqa | Magnetic flux density, z component | T | |
| Hr_emqa | Magnetic field, r component | A/m | |
| Hz_emqa | Magnetic field, z component | A/m | |
| mu_emqa | Permeability | H/m | |

| | | | |
|---------------------------|--|------------------|--|
| mu _r _emqa | Permeability, r component | H/m | |
| mu _z _emqa | Permeability, z component | H/m | |
| mu _{zr} _emqa | Permeability, zr component | H/m | |
| mu _{rz} _emqa | Permeability, rz component | H/m | |
| J _{phi} _emqa | Potential current density, phi component | A/m ² | |
| E _{phi} _emqa | Electric field, phi component | V/m | |
| J _{phi} _emqa | Total current density, phi component | A/m ² | |
| P _{or} _emqa | Power flow, r component | W/m ² | |
| P _{oz} _emqa | Power flow, z component | W/m ² | |
| normE_emqa | Electric field, norm | V/m | |
| J _{phi} _emqa | Induced current density, phi component | A/m ² | |
| Q_emqa | Resistive heating | W/m ³ | |
| W_emqa | Total energy density | J/m ³ | |
| dW_emqa | Integrand for total energy | N/m | |
| W _m _emqa | Magnetic energy density | J/m ³ | |
| FL _{zr} _emqa | Lorentz force contribution, r component | N/m ³ | |
| FL _{zz} _emqa | Lorentz force contribution, z component | N/m ³ | |
| normFL _z _emqa | Lorentz force contribution, norm | N/m ³ | |
| normM_emqa | Magnetization, norm | A/m | |
| normB _r _emqa | Remanent flux density, norm | T | |
| normH_emqa | Magnetic field, norm | A/m | |
| normB_emqa | Magnetic flux density, norm | T | |
| normJ_emqa | Total current density, norm | A/m ² | |

| | | | |
|---------------|---|------------------|---|
| Eyphi_emqa | Lorentz electric field, phi component | V/m | |
| normEy_emqa | Lorentz electric field, norm | V/m | |
| normPo_emqa | Power flow, time average, norm | W/m ² | |
| RFr_smaxi | Reaction force r-dir. | N | $if(r > 0,2 * reacf(uor) * pi/r,0)$ |
| RFz_smaxi | Reaction force z-dir. | N | $2 * reacf(w) * pi$ |
| Frg_smaxi | Body load in global r-dir. | N/m ³ | 0 |
| Fzg_smaxi | Body load in global z-dir. | N/m ³ | 0 |
| disp_smaxi | Total displacement | m | $\sqrt{real(uaxi_smaxi)^2 + real(w)^2}$ |
| uaxi_smaxi | r-displacement | m | $uor * r$ |
| uaxir_smaxi | r derivative of r-displacement | 1 | $uor * r + uor$ |
| uaxiz_smaxi | z derivative of r-displacement | 1 | $uorz * r$ |
| uaxi_r_smaxi | r-velocity | m/s | $uor * r$ |
| uaxi_rr_smaxi | r-acceleration | m/s ² | $uorr * r$ |
| sr_smaxi | sr normal stress global sys. | Pa | $4 * G_smaxi * er_smaxi/3-2 * G_smaxi * ephi_smaxi/3-2 * G_smaxi * ez_smaxi/3-p$ |
| sz_smaxi | sz normal stress global sys. | Pa | $4 * G_smaxi * ez_smaxi/3-2 * G_smaxi * er_smaxi/3-2 * G_smaxi * ephi_smaxi/3-p$ |
| sphi_smaxi | sphi normal stress | Pa | $4 * G_smaxi * ephi_smaxi/3-2 * G_smaxi * er_smaxi/3-2 * G_smaxi * ez_smaxi/3-p$ |
| srz_smaxi | srz shear stress global sys. | Pa | $2 * G_smaxi * erz_smaxi$ |
| er_smaxi | er normal strain global sys. | 1 | $uorr * r + uor$ |
| ez_smaxi | ez normal strain global sys. | 1 | wz |
| ephi_smaxi | ephi normal strain | 1 | uor |
| erz_smaxi | erz shear strain global sys. | 1 | $0,5 * (uorz * r + wz)$ |
| sr_t_smaxi | Time der. of normal stress global sys. (sr) | Pa/s | $E_smaxi * ((1-nu_smaxi) * er_t_smaxi + nu_smaxi * ephi_t_smaxi + nu_smaxi * ez_t_smaxi) / ((1+nu_smaxi) * (1-2 * nu_smaxi))$ |
| sz_t_smaxi | Time der. of normal stress global sys. (sz) | Pa/s | $E_smaxi * (nu_smaxi * er_t_smaxi + nu_smaxi * ephi_t_smaxi + (1-nu_smaxi) * ez_t_smaxi) / ((1+nu_smaxi) * (1-2 * nu_smaxi))$ |
| sphi_t_smaxi | Time der. of normal stress (sphi) | Pa/s | $E_smaxi * (nu_smaxi * er_t_smaxi + (1-nu_smaxi) * ephi_t_smaxi + nu_smaxi * ez_t_smaxi) / ((1+nu_smaxi) * (1-2 * nu_smaxi))$ |
| srz_t_smaxi | Time der. of shear stress | Pa/s | $E_smaxi * erz_t_smaxi / (1+nu_smaxi)$ |

| | | | |
|----------------|---|-----------|--|
| | global sys. (str) | | |
| er_t_smaxi | er_t normal velocity strain global sys. | 1/s | $uozt \cdot t + uort$ |
| ez_t_smaxi | ez_t normal velocity strain global sys. | 1/s | wzt |
| ephi_t_smaxi | ephi_t normal velocity strain | 1/s | uort |
| erz_t_smaxi | erz_t shear velocity strain global sys. | 1/s | $0.5 \cdot (uozt \cdot t + wzt)$ |
| p | Pressure | Pa | $-K_smaxi \cdot evol_smaxi$ |
| cp_smaxi | Pressure wave velocity | m/s | $\sqrt{(K_smaxi + 4 \cdot G_smaxi / 3) / rho_smaxi}$ |
| cs_smaxi | Shear wave velocity | m/s | $\sqrt{G_smaxi / rho_smaxi}$ |
| misesSq_smaxi | von Mises stress ^2 | Pa^2 | |
| mises_smaxi | von Mises stress | Pa | $\sqrt{sr_smaxi^2 + sph_smaxi^2 + sz_smaxi^2 - sr_smaxi \cdot sph_smaxi - sph_smaxi \cdot sz_smaxi - sr_smaxi \cdot sz_smaxi + 3 \cdot str_smaxi^2}$ |
| misesGp_smaxi | von Mises stress Gauss point eval. | Pa | |
| trescaGp_smaxi | Tresca stress Gauss point eval. | Pa | |
| Ws_smaxi | Strain energy density | J/m^3 | $0.5 \cdot (er_smaxi \cdot sr_smaxi + ephi_smaxi \cdot sph_smaxi + ez_smaxi \cdot sz_smaxi + 2 \cdot erz_smaxi \cdot str_smaxi)$ |
| evol_smaxi | Volumetric strain | 1 | $er_smaxi + ephi_smaxi + ez_smaxi$ |
| Ent_smaxi | Entropy per unit volume | J/(m^3·K) | $mat1_alpha \cdot (sr_smaxi - j \cdot (imag(E_smaxi \cdot (1 - nu_smaxi) / ((1 + nu_smaxi) \cdot (1 - 2 \cdot nu_smaxi)))) \cdot er_smaxi + imag(E_smaxi \cdot nu_smaxi / ((1 + nu_smaxi) \cdot (1 - 2 \cdot nu_smaxi)))) \cdot ephi_smaxi + imag(E_smaxi \cdot nu_smaxi / ((1 + nu_smaxi) \cdot (1 - 2 \cdot nu_smaxi)))) \cdot ez_smaxi + imag(0) \cdot erz_smaxi + sph_smaxi - j \cdot (imag(E_smaxi \cdot nu_smaxi / ((1 + nu_smaxi) \cdot (1 - 2 \cdot nu_smaxi)))) \cdot er_smaxi + imag(E_smaxi \cdot (1 - nu_smaxi) / ((1 + nu_smaxi) \cdot (1 - 2 \cdot nu_smaxi)))) \cdot ephi_smaxi + imag(E_smaxi \cdot nu_smaxi / ((1 + nu_smaxi) \cdot (1 - 2 \cdot nu_smaxi)))) \cdot ez_smaxi + imag(0) \cdot erz_smaxi + sz_smaxi - j \cdot (imag(E_smaxi \cdot nu_smaxi / ((1 + nu_smaxi) \cdot (1 - 2 \cdot nu_smaxi)))) \cdot er_smaxi + imag(E_smaxi \cdot nu_smaxi / ((1 + nu_smaxi) \cdot (1 - 2 \cdot nu_smaxi)))) \cdot ephi_smaxi + imag(E_smaxi \cdot (1 - nu_smaxi) / ((1 + nu_smaxi) \cdot (1 - 2 \cdot nu_smaxi)))) \cdot ez_smaxi + imag(0) \cdot erz_smaxi)$ |
| tresca_smaxi | Tresca stress | Pa | $\max(\max(abs(s1_smaxi - s2_smaxi), abs(s2_smaxi - s3_smaxi)), abs(s1_smaxi + s3_smaxi))$ |
| flux_hr | Heat flux, component r | W/m^2 | |
| flux_hr | Heat flux, component z | W/m^2 | |

| | | | |
|----------|----------------------|------------------|--|
| gradT_bt | Temperature gradient | K/m | |
| flux_bt | Heat flux | W/m ² | |

Anexo IV

LISTADO DE PUBLICACIONES

En este último apartado se presenta el conjunto de publicaciones en las que el autor de este trabajo ha participado durante su periodo de formación como doctorando (periodo 2008-2013), distinguiéndolas en función de su tipología: artículos de investigación, presentaciones en congresos y jornadas, libros, y capítulos de libros. Todas ellas pretenden dar muestra de la labor de difusión del trabajo desarrollado, que no se limita a la exposición de los resultados de la investigación presentada en este documento y abarca el resto de trabajos de modelado y simulación en los que el autor ha colaborado durante el periodo de formación doctoral, por otro lado indispensables para la consecución de una formación integral en el campo del modelado computacional y su aplicación a la investigación de los procesos acoplados de conformado.

Anexo IV. Listado de publicaciones

A continuación, se presentan todas las publicaciones en las que el autor de este trabajo de investigación ha colaborado en calidad de autor o coautor durante el periodo de formación doctoral (2008-2013):

Artículos de investigación

1. **Martínez-Valle, A.**, Martínez-Jiménez, Goes, P., Faes, K., de Waele, W. Multiphysics fully-coupled modelling of the electromagnetic compression of steel tubes. *Advanced Materials Research*, vol. 214, pp. 31-39. 2011.

Indexada por Elsevier SCOPUS y Ei Compendex (CPX) Cambridge Scientific Abstracts (CSA), Chemical Abstracts (CA), Google y Google Scholar, ISI (ISTP, CPCI, Web of Science), Institution of Electrical Engineers (IIEE). Índices de calidad: Índice SJR = 0,144; Índice H = 10.

2. Martínez-Jiménez, J.M., Martínez-Valle, J.M., **Martínez-Valle, A.**, Martínez-Jiménez, P. Harmonization of the classical technical theories for thin and moderately thick plates. *Mecánica Computacional*, pp. 99-115. 2011.

Indexada en la Base de datos LATINDEX (<http://www.latindex.org/buscador/ficRev.html?opcion=1&folio=12316>). Clasificación Decimal Universal: 681.3. Sometida a revisión experta externa por pares.

3. Aguado, J.A., de la Torre, S., Contreras, J., Conejo, A.J., **Martínez, A.** Market-driven Dynamic Transmission Expansion Planning. *Electric Power Systems Research*, vol. 82, nº1, pp. 88-94. 2011. Índices de calidad:

- ISI Journal Citation Report: Índice de Impacto = 1,478; Categoría ENGINEERING, ELECTRICAL & ELECTRONIC; Posición 82/245.

- SJR Simago: Índice H = 48; Índice SJR = 1,279; Posición 12/78.

Congresos y jornadas

1. Martínez-Jiménez, J.M., Martínez-Valle, J.M., **Martínez-Valle, A.**, Martínez-Jiménez, P. General equations for a linear calculation of thin or moderately thick shallow shells. *Proc. 10th World Congress on Computational Mechanics (WCCM 2012)*, Sao Paulo, Brazil, 2012.

Ponencia sometida a revisión experta externa por pares.

2. **Martínez-Valle, A.**, Martínez-Jiménez, Goes, P., Faes, K., de Waele, W. Multiphysics fully-coupled modelling of the electromagnetic compression of steel tubes. *Proc. International Conference on Key Engineering Materials*, China. 2011. Book Editor: Zhu, Z. Sponsor: International Association of Computer Science and Information Technology.

Indexada por ISI WEB OF KNOWLEDGE, Thomson Reuters, con ponencias sometidas a revisión experta externa por pares.

3. Martínez-Valle, J.M., Martínez-Jiménez, M.P., Pérez-Martín, P., Pedrós-Pérez, G., **Martínez-Valle, A.**, Balcazar Bautista, T., Martínez-Jiménez, J.M. Desarrollo e implementación vía WEB en la enseñanza de laboratorios virtuales sobre el estudio variacional de los intercambios dinámicos y energéticos en las colisiones. II Jornadas sobre Innovación Docente y Adaptación al EEES en las Titulaciones Técnicas INDOTEC 2011. ETSICCP Granada. 2011.

4. Martínez-Jiménez, J.M., Martínez-Jiménez, P., Martínez-Valle, J.M., **Martínez-Valle, A.** Development of a matrixial number methods processor in a virtual laboratory to study linear calculations of structures. Proc. 2nd International Conference on Computer Supported Education (CSEDU). 2010.

Ponencia sometida a revisión experta externa por pares.

5. Contreras, J., Aguado, J.A., de la Torre, S., **Martínez, A.** Market-Driven Dynamic Transmission Expansion Planning. Institute for Operations Research and Management Sciences Annual Meeting, INFORMS, San Diego (USA). 2009.

Ponencia sometida a revisión experta externa por pares.

6. Martínez-Jiménez, J.M., Martínez-Jiménez, P., **Martínez-Valle, A.**, Martínez-Valle, J.M., Castro-Triguero, R. Study of uniform torsion in beams using matlab virtual laboratory. Proc. Research, Reflections and Innovations in Integrating ICT in Education (m-ICTE2009, Formatex Research Center). 2009.

Ponencia sometida a revisión experta externa por pares.

Libros

1. Martínez-Jiménez, J.M., Martínez-Valle, J.M., **Martínez-Valle, A.** Diseño y Cálculo Elástico de los Sistemas Estructurales. Tomo 3: Placas, Cables, Arcos y Láminas. Bellisco Ediciones. 2012. ISBN: 978-84-92970-04-9.

2. Martínez-Jiménez, J.M., Martínez-Valle, J.M., **Martínez-Valle, A.** Diseño y Cálculo Elástico de los Sistemas Estructurales. Tomo 2: Inestabilidad y Pandeo de Estructuras, Líneas de Influencia y Cálculo Dinámico. Bellisco Ediciones. 2011. ISBN 978-84-92970-03-2.

3. Martínez-Jiménez, J.M., Martínez-Valle, J.M., **Martínez-Valle, A.** Diseño y Cálculo Elástico de los Sistemas Estructurales. Tomo 1: Estructuras de Barras y Vigas. Bellisco Ediciones. 2011. ISBN 978-84-92970-02-5.

Capítulos de libros

1. Sorokin, A., Rebennack, S., Pardalos, P.M., Iliadis, N.A., Pereira, M.V.F. (eds.). Handbook of Networks in Power Systems I, Capítulo: Planning Long-Term Network Expansion in Electric Energy Systems in Multi-Area Settings, pp. 367-393, autores: Aguado, J.A., de la

Torre, S., Contreras, J., **Martínez, A.** (Series Title 'Energy Systems'). Springer Berlin Heidelberg, 2012.

Energy Systems Series Editor: Pardalos, Panos M. ISSN: 1867-8998. Serie referenciada en ISI Web of KNOWLEDGE.

