

UN METODO DE OPTIMIZACION DE ESTRUCTURAS ARTICULADAS ESTATICAMENTE DETERMINADAS

(METHOD FOR OPTIMIZATION OF STATICALLY DETERMINED ARTICULATED STRUCTURES)

Parras Galán, L., Montes Tubío, M., García Guzmán, A., Entrenas Angulo, J. A.,
y De Dios Palomares, R.
Dres. Ingenieros Agrónomos. ETS de Ingenieros Agrónomos (Universidad de Córdoba)

406-3

RESUMEN

Se ha desarrollado un algoritmo de programación matemática para el dimensionamiento óptimo de estructuras articuladas isostáticas. El algoritmo propuesto se caracteriza por:
a) No requerir que la función objetivo o las ecuaciones de restricción sean derivables. b) Utilizan métodos de optimización unidimensionales para pasar de una solución dada a otra mejor. c) Introducir procedimientos aleatorios para obtener información que conduce a una solución mejor. Estas características lo hacen especialmente indicado para funciones no explícitas, costosas en su evaluación y con gran cantidad de mínimos relativos. Se ilustra el método con dos ejemplos de diseño óptimo de estructuras articuladas estáticamente determinadas.

SUMMARY

An algorithm of mathematical programming for the optimum design of iso-static articulate structures has been developed. The characteristics of the proposed algorithm are: a) It not requires that the objective function or the restriction equations be derivable. b) They use unidimensional methods of unidimensional optimization to pass over from a given solution to a better one. c) To introduce contingent procedures to obtain information which leads to a better solution. Those characteristics make it specially recommended for non-explicit functions, costly in its evaluation with a great deal of relative minimums. The method is explained by two examples of optimal design of statically determined articulated structures.

1. Planteamiento teórico y desarrollo histórico

Bajo el nombre de programación matemática se agrupan un conjunto de métodos que buscan el óptimo (máximo o mínimo) de una función $F(X)$, para $X \in R$, siendo R :

$$R = \{X \mid g_i(X) = 0, i = 1, m; g_i(X) \leq 0, i = m + 1, n\}$$

donde $g_i(X)$ es el conjunto de restricciones que limitan los posibles valores de $F(X)$.

Los primeros métodos de optimización se deben a los trabajos de Newton, Lagrange y Cauchy, pero los mayores avances han tenido lugar en la segunda mitad de este siglo, cuando los medios de cálculo electrónico han permitido el desarrollo de las técnicas iterativas de optimización. En el campo de la programación no lineal, se puede distinguir un grupo de métodos que no requieren la utilización de las derivadas de las funciones objetivo y/o de restricción, conocido como métodos de búsqueda directa (1); y otro, en el que es necesario utilizar las derivadas de las funciones anteriores (3).

Hemos centrado nuestro estudio en los métodos del primer grupo, puesto que la función objetivo y

las ecuaciones de ligadura, en el trabajo que nos ocupa, no es posible plantearlas de forma explícita en función de las variables de diseño, y por tanto conocer sus derivadas; los métodos existentes más conocidos son los de búsqueda aleatoria (3), Rosenbrock (13), Powell (12), de los poliedros flexibles (1), y numerosas variantes a los anteriores.

Paralelamente al desarrollo de los modelos matemáticos, y como consecuencia de ello, se ha producido un gran avance en la optimización estructural, que tuvo como precursores a Maxwell (5) y Mitchell (6). Dos han sido los enfoques que se han seguido: La optimización estructural con geometría fija, cuyo objetivo es el de dimensionar los elementos que componen una estructura con las secciones mínimas que soportan las hipótesis de carga considerada —Livesley (4), Moragues (7)—, y la optimización con geometría variable, siendo variables de diseño además de las dimensiones de los elementos la propia geometría de la estructura analizada. Esta segunda línea presenta una mayor complejidad, siendo la presentada en primer lugar un subproblema de optimización dentro del problema general de la optimización geométrica; conduciendo a mejores soluciones respecto a la optimización estática; Friedland (2), Spiller y Kountouris (14).

2. Objetivos y justificación

Realizando un estudio exhaustivo de los métodos de búsqueda directa se puede comprobar que se basan en razonamientos intuitivos, a menudo de gran ingenio, pero, o sin un fundamento matemático consistente o, por el contrario, en propiedades de funciones matemáticas «tipo» (funciones unimodales, cuadráticas, etc.), y que cuando se aplican a problemas reales concretos pierden la bondad y eficiencia que presentaban en la resolución de problemas teóricos. Puede afirmarse que es aventurado establecer, y adoptar como fiables, normas de selección de métodos de optimización en general, siendo preferible el estudio de las propiedades de la función objetivo y restricciones de un problema concreto para así poder darle la respuesta adecuada.

Teniendo en cuenta las consideraciones anteriores, surge la necesidad de realizar un análisis de la esencia íntima de los métodos numéricos de búsqueda, que permita realizar una ordenación sistemática de los mismos y, lo que es más interesante, la formulación de un procedimiento original de optimización de gran eficiencia en el diseño geométrico óptimo de estructuras articuladas, aunque igualmente aplicable a otros tipos de funciones objetivo.

3. Método de optimización propuesto

Realizado el análisis de los métodos de búsqueda directa multidimensionales, se llega a la conclusión de que un método de optimización «tipo» consta de un número más o menos amplio de etapas o fases, cada una de las cuales admite el estudio de un conjunto de factores de índole cualitativa o cuantitativa. La combinación de las distintas etapas con los factores posibles, nos ha permitido generar de forma sistemática un gran conjunto de métodos de optimización, la mayoría de ellos inéditos, y su constatación posterior con funciones objetivo y de restricción referidas a estructuras articuladas; como resultado de dicho estudio ha surgido el método que se propone.

El método se estructura en un conjunto de ciclos, constando cada uno de ellos de dos fases consecutivas:

- Fase primera o de tanteo, en la que se realiza un conjunto de operaciones matemáticas y decisiones lógicas para obtener información acerca del comportamiento de la función objetivo en posiciones más o menos cercanas a una solución dada.
- Fase segunda, en la que se realiza un movimiento conjunto de las variables de diseño, aprovechando la información obtenida en fase anterior, y siguiendo determinados criterios en la ejecución de dicho movimiento. Se entiende por

cambio de estado, salto o movimiento, a la operación consistente en la variación desde una posición de diseño dada, a otra técnicamente posible; de esta manera un movimiento se define mediante un cambio de coordenadas del punto representativo del estado $\{S\}$ al $\{S_{j+1}\}$.

El procedimiento se repite un número de ciclos, hasta que el criterio de convergencia establecido sea satisfecho.

3.1. Función objetivo y solución base

Dentro de los distintos criterios que pueden ser adoptados para seleccionar la función objetivo en un problema de optimización hemos planteado la función peso de la estructura, que es la función más ampliamente propuesta en la literatura específica:

$$P = \gamma \sum_{i=1}^m A_i L_i$$

donde, m es el número de barras; γ es el peso específico del material utilizado en la construcción de la estructura; A_i y L_i es el área de la sección transversal recta y la longitud del elemento i , respectivamente.

Otra función posible es el coste de ejecución de la estructura, en la que además del peso de la misma entran en juego otros parámetros de distinta naturaleza, tales como: dificultad de montaje, coste de ejecución de los diferentes puntos de enlace entre elementos, pérdidas por cartelas, recortes, etc.; pero que son de difícil evaluación económica exacta, puesto que algunos de los citados dependen de factores, tales como: maquinaria específica de corte de barras, soldadura, organización de montaje, etc., que suelen tener valores muy distintos si se trata de pequeñas, medianas o grandes empresas de fabricación y montaje de estructuras metálicas.

En cuanto a la solución inicial o solución base del diseño $\{S_0\}$, puede ser establecida a partir de la experiencia obtenida en el análisis de problemas estructurales análogos, o bien, teniendo en cuenta los diseños convencionales; cabe resaltar la importancia que, para un problema de optimización cualquiera, represente la elección de la solución inicial ya que está comprobada la influencia de la misma, tanto en la solución final obtenida como en el coste asociado a su búsqueda.

3.2. Espacio de diseño, variables y restricciones

El espacio de diseño corresponde a un espacio n -dimensional, $E(X_i)$ de las variables de diseño ($i = 1, 2, \dots, n$). Dichas variables, en el problema planteado, son las correspondientes a las coordenadas de los

nudos móviles, cuyo campo de existencia viene definido por sus límites inferior y superior.

La información correspondiente a las variables de diseño se almacena en una matriz auxiliar de 6 columnas y de tantas filas como variables se hayan definido. En la primera columna se recogen los índices correspondientes a la identificación de aquellos nudos, cuya posición espacial sea modificable, esto es, hayan sido seleccionados como variables de diseño. La segunda columna contiene información sobre la dirección del movimiento, que puede llevarse a cabo según los ejes X ó Y del plano de la estructura, correspondiendo un 1 en caso de hacerlo según la dirección del eje X, y un 2 si se realiza en la dirección del eje Y. En la tercera columna se identifican los nudos simétricos, si los hay, de los correspondientes a los situados en la primera columna en la misma fila. El movimiento relativo entre dos nudos simétricos se recoge en la cuarta columna mediante una clave de indentificación, si el movimiento es en el mismo sentido le corresponde un valor igual a 1, si es en sentido inverso se adopta -1; en el caso de que no existan nudos simétricos se toma igual a cero. En las columnas 5 y 6 se almacenan los límites inferior y superior, respectivamente, de la variable especificada en la primera columna de la misma fila.

De las soluciones matemáticas posibles no todas son «técnicamente» aceptables; la acotación de las soluciones posibles se realiza introduciendo las restricciones de comportamiento y de tamaño precisas.

El espacio de diseño y las restricciones impuestas en el problema de optimización planteado, son las siguientes:

- El espacio de diseño posible, $E(X_i)$, es el limitado por el conjunto de puntos comprendidos entre las barras de los pares y tirantes, de manera que los nudos de la vertiente permanecen fijos, con lo que los pares quedan alineados, realizándose el montaje del material de cobertura sin dificultades adicionales.
- No se permite que los tirantes descendan por debajo de la línea que une los apoyos, así se consigue que la altura útil de la nave no disminuya; en caso contrario habría que aumentar la longitud de los pilares para conseguir la misma altura útil.
- Junto a las restricciones de comportamiento anteriores, se ha limitado el movimiento de los nudos para que no se produzcan cruces entre barras, por razones constructivas.
- Las tensiones de las barras pueden alcanzar un valor máximo igual a la tensión de agotamiento del acero empleado, limitándose la esbeltez mecánica de las barras que trabajan a compresión a

250 y 400 en el caso de barras traccionadas, tal como indica la NBE-MV-103 (8).

- Las restricciones de tamaño consideradas corresponden con la práctica habitual de dimensionar la estructura agrupando las barras en subconjuntos que tengan la misma área, con el fin de que no haya un número excesivo de perfiles distintos.

3.3. Ordenación lógico-matemática del método propuesto

Como se ha indicado, el método propuesto consta de dos fases:

- a) En la primera de ellas se realiza un movimiento exploratorio, cerca de una solución inicial, para obtener información de la función objetivo mediante movimientos individuales de la variable de diseño. Los factores utilizados en esta etapa que han conseguido el método más eficiente, son los siguientes:

- Magnitud del cambio de estado para las variables de diseño de carácter aleatorio, comprendida entre cero y la luz de la estructura dividida por cincuenta.
- Adopción de la misma magnitud para todas las variables en la realización del movimiento individual.
- Un movimiento único de cada variable de diseño.
- La solución de partida en el movimiento de una variable es la posición final del cambio de estado anterior, si se ha obtenido una solución mejorante. El orden de los movimientos de las variables se realiza según una secuencia generada también aleatoriamente. Se trata, en definitiva, de buscar una solución mejorante, tomando como inicial la final del movimiento anterior con una magnitud fija, generada aleatoriamente, y según las direcciones de los ejes del espacio n-dimensional, $\{E_j\}$, definido por las variables de diseño

$$\{S_j\} = \{S_{j-1}\} + \lambda \{E_j\}; j = 1, 2, \dots, n.$$

Cuando no se obtiene mejora de la función con el valor positivo de λ , se realiza otro movimiento exploratorio considerando λ negativo.

- b) En la segunda fase se realiza un cambio de estado del conjunto de las variables desde la solución final de la etapa anterior $\{S_k\}$, a una nueva solución $\{S_{k+1}\}$ mejorante respecto a la anterior. La solución $\{S_{k+1}\}$ se obtiene realizando una búsqueda unidireccional, tomando como solu-

ción inicial las óptimas individuales de la fase primera:

$$\{S_{k+1}\} = \{S_k\} + \lambda^* \{D_k\}$$

donde, λ^* es la magnitud óptima del movimiento, de forma que se obtenga el mínimo de la función objetivo según la dirección $\{D_k\}$. Entre los distintos métodos de búsqueda unidimensional conocidos que no requieren el uso de derivadas, proponemos utilizar el de interpolación cuadrática, ya que hemos comprobado que es el que mejor se adapta a las peculiaridades concretas del problema planteado.

La dirección $\{D_k\}$ se define por la diferencia entre los valores de las variables de diseño en sus posiciones final e inicial de la primera fase:

$$\{D_k\} = \{S_j\} - \{S_o\}$$

siendo $\{S_o\}$ la solución inicial de la fase primera.

Es importante resaltar que para el problema de optimización estructural esta vía se presenta muy positiva, puesto que transforma el espacio de diseño n-dimensional en otro unidimensional, simplificación que da lugar a una sustancial economía en los cálculos. Considérese que la realización de cada movimiento, independientemente de que se realice modificando una, varias o todas las variables de diseño, supone realizar análisis de la estructura para distintas hipótesis de carga, obtener los esfuerzos de cálculo más desfavorables en las combinaciones de hipótesis planteadas, procediéndose al dimensionamiento de las barras y evaluando el valor de la función objetivo; este procedimiento supone una reducción de tiempo considerable en el proceso general de cálculo.

Con la realización de la primera y segunda etapa se completa un ciclo de optimización.

Los criterios de convergencia usuales, como pueden ser el que la diferencia entre los valores de las variables de diseño, y/o la mejora del valor de la función objetivo entre dos ciclos consecutivos sea

inferior a una cantidad prefijada, no son adecuados para aplicarlos en nuestro caso, puesto que la función objetivo planteada presenta la característica de tener gran cantidad de valles, con lo que existe gran probabilidad de que el proceso de cálculo se detuviera en un mínimo relativo alejado de la solución óptima, por lo que proponemos un criterio de convergencia basado en el número de ciclos de optimización, y según nuestra experiencia en los problemas analizados, hemos obtenido soluciones satisfactorias entre veinticinco y treinta ciclos, cuando se quiere aumentar la precisión de la solución final puede aumentarse el número de ciclos.

El esquema general del método que se propone se recoge en el ordinograma siguiente:

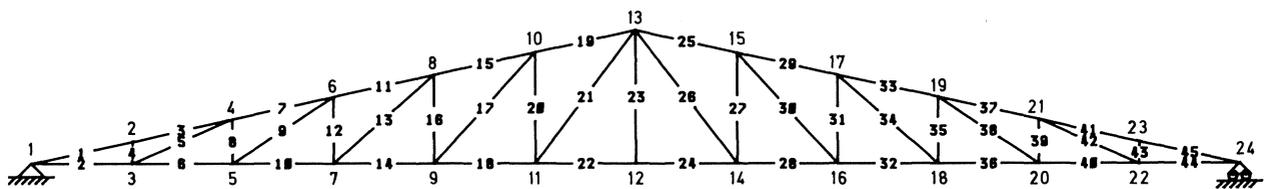
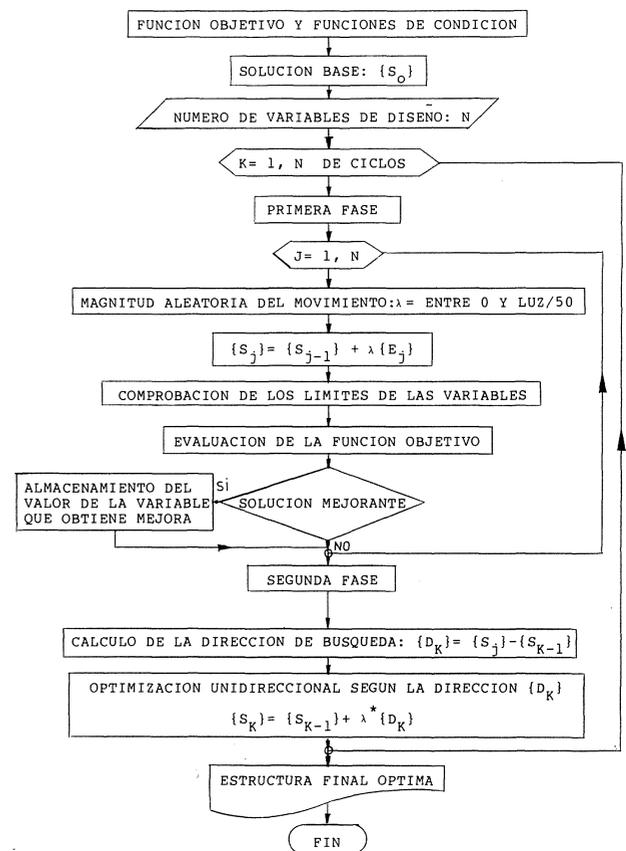


Fig. 1.

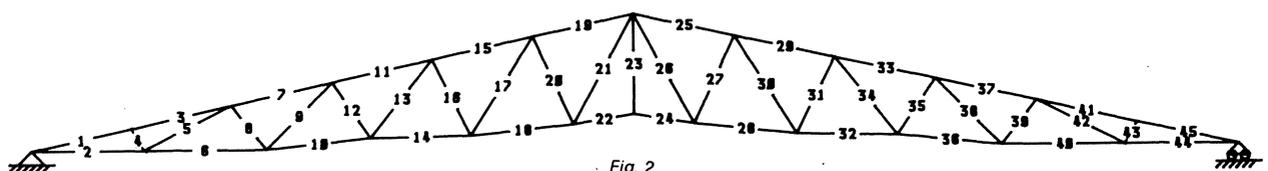


Fig. 2.

4. Ejemplos de aplicación de la metodología propuesta

4.1. Ejemplo 1

Se trata de optimizar geoméricamente la estructura de la figura 1 partiendo de los siguientes datos:

- La estructura de cubierta pertenece a una nave agroindustrial situada en Córdoba, cuyos elementos de enlace a los pilares respectivos se considera que son un apoyo fijo y un apoyo móvil.
- La luz de la cercha es de 18 m y la altura 2 m.
- Situación topográfica normal, tratándose de una edificación con menos del 33 % de huecos.
- La altura de los pilares y la separación entre pórticos es de 5 m.
- Se utilizará acero A-42-b; el dimensionamiento se realizará con una serie de perfiles angulares simples y dobles, tipificados en la NBE-MV-102 (9) y escogidos por tener carácter permanente en el suministro. Como se ha indicado, las barras se agrupan en pares, tirantes, montantes y diagonales, dimensionándose cada grupo con el mismo perfil.

Valor de las acciones consideradas:

a) Acciones constantes:

Peso propio + peso correa + peso cubierta = 27 kp/m² en planta.

b) Acciones variables:

— Sobrecarga de nieve: 40 kp/m² * cos 12,5° = 39,1 kp/m² en planta.

— Sobrecarga de viento según la NTE-EC (11):

Hipótesis A: m = 3,25 kp/m² vertiente.
n = -13 kp/m² vertiente.

Hipótesis B: m = -35 kp/m² vertiente.
n = -51 kp/m² vertiente.

Se han planteado dos posibles combinaciones de hipótesis de carga, mayorándolas con los coeficientes de ponderación del caso I_c de la Tabla 2.1 de la NBE-MV-103 (8).

— Hipótesis 1.ª: Acciones constantes* 1.33 + Nieve* 1.5 + Viento* 1.5

— Hipótesis 2.ª: Acciones constantes* 1 + Viento* 1.5

Las variables de diseño consideradas son las coordenadas (X e Y) de los nudos 3, 5, 7, 9, 11 y 12; los simétricos a los anteriores son, respectivamente, los nudos 22, 20, 18, 16 y 14. En este caso la matriz auxiliar es de la forma:

| | | | | | | | |
|----|---|----|----|-----|----|------|------|
| 3 | 1 | 22 | -1 | 0.1 | X | -X | -0.1 |
| | | | | | 3 | 1 | |
| 3 | 2 | 22 | 1 | 0.1 | Y | *tgα | -0.1 |
| | | | | | 3 | | |
| 5 | 1 | 20 | -1 | 0.1 | X | -X | -0.1 |
| | | | | | 5 | 3 | |
| 5 | 2 | 20 | 1 | 0.1 | Y | *tgα | -0.1 |
| | | | | | 5 | | |
| 7 | 1 | 18 | -1 | 0.1 | X | -X | -0.1 |
| | | | | | 7 | 5 | |
| 7 | 2 | 18 | 1 | 0.1 | Y | *tgα | -0.1 |
| | | | | | 7 | | |
| 9 | 1 | 16 | -1 | 0.1 | X | -X | -0.1 |
| | | | | | 9 | 7 | |
| 9 | 2 | 16 | 1 | 0.1 | Y | *tgα | -0.1 |
| | | | | | 9 | | |
| 11 | 1 | 14 | -1 | 0.1 | X | -X | -0.1 |
| | | | | | 11 | 9 | |
| 11 | 2 | 14 | 1 | 0.1 | Y | *tgα | -0.1 |
| | | | | | 11 | | |
| 12 | 2 | 0 | 0 | 0.1 | Y | *tgα | -0.1 |
| | | | | | 12 | | |

Los resultados que se obtienen, tanto para el diseño inicial como para el final se recogen en la tabla 1. Los valores de las longitudes, esfuerzos y tensiones están expresados en cm, kp y kp/cm², respectivamente.

Los valores de las variables de diseño en la solución inicial y en la óptima obtenida, se muestran en la tabla 2.

El diseño geométrico óptimo obtenido se presenta en la figura 2.

4.2. Ejemplo 2

Las hipótesis de partida de la viga de la figura 3, son las siguientes:

- Pertenece a una nave industrial situada en Córdoba, de 20 m de luz y 2 m de canto.

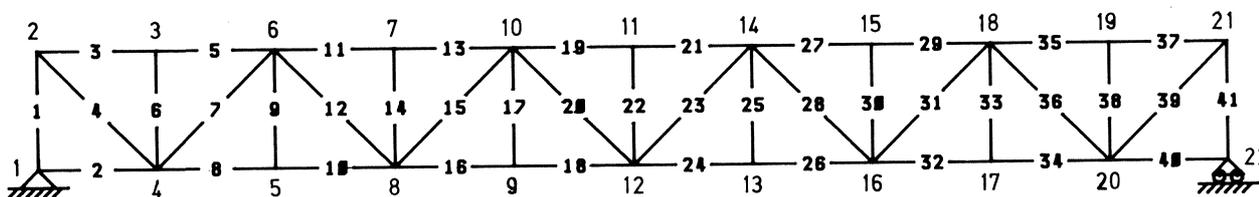


Fig. 3.

TABLA 1

| Diseño inicial | | | | | Diseño final | | | | | |
|---|-------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|--------------|-------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|------|
| Barra | L(cm) | N ⁺ _{max} | N ⁻ _{max} | σ [*] _{max} | Pfil | L(cm) | N ⁺ _{max} | N ⁻ _{max} | σ [*] _{max} | Pfil |
| P A R R E S | 137 | | -17981* | | | | | -17953* | | |
| | 115 | 153.7 | -17981 | | | | | -17610 | | |
| | 115 | | -16346 | | | | | -15604 | | |
| | 1915 | | -14712 | | | | | -16311 | | |
| | 1519 | | -13077 | 2487 | 2L | 153.7 | | -14162 | 2483 | 2L |
| | 2525 | | -11442 | | 60-5 | | | -13243 | | 60-5 |
| | 2925 | | -13077 | | | | | -14162 | | |
| | 3333 | | -14712 | | | | | -16311 | | |
| | 3737 | | -16346 | | | | | -15604 | | |
| | 4141 | | -17981 | | | | | -17610 | | |
| | 4545 | | -17981 | | | | | -17953 | | |
| T I R R A N T E S | 26 | | 8090 | | | 167.6 | 17525 | 8090 | | |
| | 1010 | | 7191 | | | 183.9 | 15932 | 7191* | | |
| | 1414 | | 6292 | | | 156.4 | 16075 | 7053 | | |
| | 1818 | | 5393 | | | 150.0 | 14708 | 6233 | | |
| | 2222 | 150.0 | 11170 | | 2256 | 154.4 | 13514 | 5445 | 2505 | 2L |
| | 2424 | | 9574 | | | 90.7 | 12916 | 4857 | | 50-4 |
| | 2828 | | 9574 | | | 90.7 | 12916 | 4857 | | |
| | 3232 | | 11170 | | | 154.4 | 13514 | 5154 | | |
| | 3636 | | 12766 | | | 150.0 | 14708 | 5946 | | |
| | 4040 | | 14361 | | | 156.4 | 16075 | 6784 | | |
| | 4444 | | 15957 | | | 183.9 | 15932 | 6951 | | |
| M O N T A N T E S | 48 | 33.3 | 400 | 748 | | 37.7 | 404 | 755 | | |
| | 88 | 66.7 | 599 | 1122 | | 84.2 | 646 | 1207 | | |
| | 1212 | 100.0 | 799 | 1495 | | 101.3 | 237 | 227 | | |
| | 1616 | 133.3 | 999 | 1869 | | 128.0 | 1089 | 2070 | | |
| | 2020 | 166.7 | 1199 | 2243* | 2383 | 145.2 | 838 | 1386 | 2347 | L |
| | 2323 | 200.0 | 0 | 0 | | 150.1 | 4323 | 1625* | | 45-4 |
| | 2727 | 166.7 | 1199 | 2243 | | 145.2 | 858 | 1405 | | |
| | 3131 | 133.3 | 999 | 1869 | | 128.0 | 1085 | 2066 | | |
| | 3535 | 100.0 | 799 | 1495 | | 101.3 | 260 | 250 | | |
| | 3939 | 66.7 | 599 | 1122 | | 84.2 | 646 | 1207 | | |
| | 4343 | 33.3 | 400 | 748 | | 37.7 | 404 | 755 | | |
| D I A G N O S | 59 | 164.2 | 1841 | 984 | | 148.3 | 1486 | 796 | | |
| | 99 | 180.3 | 2022 | 1081 | | 140.4 | 404 | 1076 | | |
| | 1313 | 200.7 | 2250 | 1203 | | 149.5 | 2035 | 1060* | | |
| | 1717 | 224.2 | 2514 | 1344 | 1988 | 174.8 | 880 | 604 | 2158 | L |
| | 2121 | 250.0 | 2804 | 1499* | | 187.9 | 645 | 584 | | |
| | 2626 | 250.0 | 2804 | 1499 | | 187.9 | 693 | 631 | | |
| | 3030 | 224.2 | 2514 | 1344 | | 174.8 | 907 | 630 | | |
| | 3434 | 200.7 | 2250 | 1203 | | 149.5 | 2029 | 1054 | | |
| | 3838 | 180.3 | 2022 | 1081 | | 140.4 | 443 | 1087 | | |
| | 4242 | 164.2 | 1841 | 984 | | 148.3 | 1486 | 796 | | |

(*) Esfuerzo axil que produce la tensión máxima

TABLA 2

| Variables | Diseño inicial | Diseño final |
|-----------------|----------------|--------------|
| X ₃ | 150 | 167.7 |
| Y ₃ | 0 | 0.0 |
| X ₅ | 300 | 351.4 |
| Y ₅ | 0 | 0.0 |
| X ₇ | 450 | 507.0 |
| Y ₇ | 0 | 16.3 |
| X ₉ | 600 | 657.0 |
| Y ₉ | 0 | 18.7 |
| X ₁₁ | 750 | 810.6 |
| Y ₁₁ | 0 | 34.7 |
| Y ₁₂ | 0 | 49.9 |
| Peso | 416.8 | 348.8 |

- Los nudos extremos inferiores están enlazados a los soportes mediante un apoyo fijo y otro móvil.
- Las acciones que se han considerado son las mismas del caso anterior, con excepción de las de viento, que no se han tenido en cuenta. Se han agrupado las distintas barras en pares, tirantes, montantes y diagonales para realizar el dimensionamiento con un número reducido de perfiles.

Las acciones consideradas han sido las siguientes:

- a) Acciones constantes: 30 kp/m².
- b) Acciones variables: Nieve = 40 kp/m².

En este caso sólo se ha planteado una hipótesis de combinación de cargas:

Acciones constantes* 1.33 + Nieve* 1.5

Las variables de diseño son las coordenadas móviles de los nudos 4, 5, 8, 9 y 12. Siendo las componentes de la matriz auxiliar las que se muestran seguidamente:

| | | | | | |
|----|---|----|----|-----|--|
| 4 | 1 | 20 | -1 | 0.1 | X ₄ - X ₅ - 0.1 |
| 4 | 2 | 20 | 1 | 0.1 | Y ₄ - Y ₅ - 199.9 |
| 5 | 1 | 17 | -1 | 0.1 | X ₈ - X ₉ - 0.1 |
| 5 | 2 | 17 | 1 | 0.1 | Y ₈ - Y ₉ - 199.9 |
| 8 | 1 | 16 | -1 | 0.1 | X ₈ - X ₉ - 0.1 |
| 8 | 2 | 16 | 1 | 0.1 | Y ₈ - Y ₉ - 199.9 |
| 9 | 1 | 13 | -1 | 0.1 | X ₁₂ - X ₈ - 0.1 |
| 9 | 2 | 13 | 1 | 0.1 | Y ₁₂ - Y ₈ - 199.9 |
| 12 | 2 | 0 | 0 | 0.1 | Y ₁₂ - 199.9 |

Los resultados correspondientes al diseño inicial y final se recogen en la tabla 3, pág. siguiente.

Los valores iniciales y finales de las variables de diseño están recogidos en la tabla 4, expresándose las coordenadas en cm y el peso en kp.

La nueva configuración que se obtiene es la que aparece en la figura 4.

TABLA 4

| | X ₄ | Y ₄ | X ₅ | Y ₅ | X ₈ | Y ₈ | X ₉ | Y ₉ | Y ₁₂ | Peso |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-----------------|-------|
| Diseño inicial | 200.0 | 0.0 | 400.0 | 0.0 | 600.0 | 0.0 | 800.0 | 0.0 | 0.0 | 637.1 |
| Diseño final | 202.8 | 104.1 | 406.5 | 46.5 | 595.2 | 82.5 | 800.4 | 46.8 | 76.9 | 494.1 |

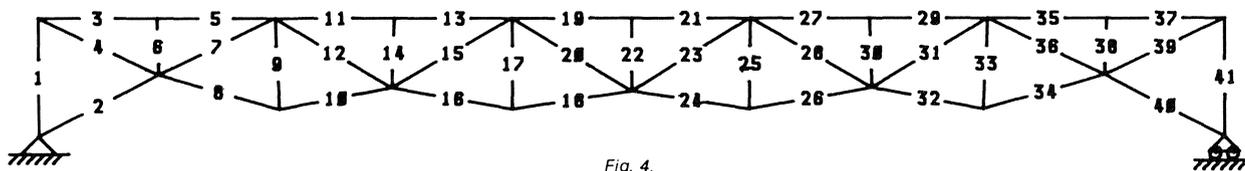


Fig. 4.

TABLA 3

| Barra | L(cm) | Diseño inicial | | | | Diseño final | | | | |
|---|---|--------------------|---|--------------------|------------|---|---|---|--------------------|------------|
| | | N ⁺ max | N ⁻ max | σ [*] max | Pfil | L(cm) | N ⁺ max | N ⁻ max | σ [*] max | Pfil |
| P A R E S | 3 5 11 13 19 21 27 29 35 37 | 200.0 | - 4255 - 4255 - 9929 - 9929 -11820* -11820 - 9929 - 9929 - 4255 - 4255 | 2356 | 2L 60-5 | 200.0 | | - 8955 - 8968 -16804 -16842 -19198* -19998 -16842 -16804 - 8968 - 8995 | 2552 | L 100-8 |
| T I R A N T E S | 2 8 10 16 18 24 26 32 34 40 | 200.0 | 0 7565 7565 11347 11347* 11347 11347 7565 7565 0 | 2364 | L 50-5 | 227.9 211.7 192.1 208.3 201.9 201.9 208.3 192.1 211.7 227.9 | 0 10368 9955 15039* 14971 14971 15039 9955 10368 0 | 2584 | L 60-5 | |
| M O N T A N T E S | 1 6 9 14 17 22 25 30 33 38 41 | 200.0 | - 4728* - 946 0 - 946 0 - 946 0 - 946 0 - 946 - 4728 | 2586 | L 60-6 | 200.0 96.0 153.7 117.6 153.2 123.1 153.2 117.6 153.7 96.0 200.0 | - 4728 - 946 - 4687 - 946 - 4813 - 946 - 4813 - 946 - 4687 - 946 - 4728 | 2586 | L 60-6 | |
| D I A G N O S T I C O | 4 7 12 15 20 23 28 31 36 39 | 282.4 | 6018 - 4681* 3343 - 2006 669 669 - 2006 3343 - 4681 6018 | 1709 | 2L 60-5 | 224.3 219.3 227.9 236.1 234.9 234.9 236.1 227.9 219.3 224.3 | 9951* 8199 2336 5160 5160 2336 8199 - 1124 | 2558 | L 50-4 | |

(*) Esfuerzo axial que produce la tensión máxima.

5. Discusión de los resultados obtenidos en las estructuras optimizadas

La aplicación del método propuesto a dos tipos distintos de estructuras articuladas, ha permitido obtener configuraciones geométricas óptimas para dichas estructuras. Del análisis de los resultados de los diseños iniciales y finales recogidos en las tablas 1 y 3 cabe resaltar la redistribución de esfuerzos axiales que se produce en las estructuras optimizadas, produciéndose un trabajo más homogeneizado en el conjunto de las barras que componen las estructuras.

De la misma forma, puede observarse que se produce una disminución en las longitudes de las barras que trabajan a compresión, lo que conlleva a valores inferiores de las longitudes de pandeo y al dimensionamiento de las barras con perfiles de menor área.

Por otra parte, los valores de las tensiones máximas en cada grupo de barras dimensionadas con el mismo perfil, están muy próximos a los de agotamiento en los diseños óptimos.

En cuanto al número de ciclos que han sido necesarios para obtener los diseños finales, la figura 5

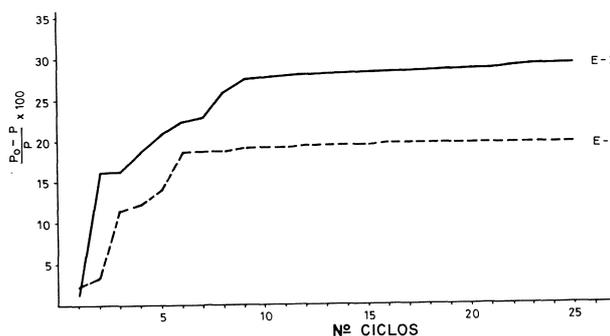


Fig. 5.

muestra la disminución relativa del peso de las estructuras en función del número de ciclos realizados.

Se puede comprobar que en 10 ciclos se obtienen disminuciones de peso bastante aproximadas a las conseguidas en 25 ciclos; de todas formas, por tratarse de un método en el que los movimientos exploratorios del comportamiento de la función objetivo, se producen con magnitudes generadas aleatoriamente, conviene realizar los 25 ciclos, para así poder salir de soluciones aproximadas dado el carácter de gran cantidad de valles que presenta la función objetivo en este tipo de problemas.

6. Bibliografía

- FLETCHER, R.: «Practical methods of optimization». (2 vol.). John Wiley & Sons. New York, 1981.
- FRIEDLAND, L. R.: «Geometric structural behavior». Tesis doctoral. Universidad de Columbia. Nueva York, 1971.
- GALLAGHER, R. H., y ZIENKIEWICZ, O. C.: «Optimum structural design. Theory and applications». Wiley, Nueva York, 1977.
- LIVESLEY, R. K.: «The automatic design of structural frames». *Quart. J. Mech. Appl. Math.*, 1956.
- MAXWELL, J. C.: «On the calculation of the equilibrium and stiffness of frames». *The scientific papers of James Clerk Maxwell*. Cambridge University Press, 1890.
- MITCHELL, A. G.: «The limits of economy of material in frame-structures». *Philosophical magazine*. Vol. 8. n.º 47, noviembre, 1904.
- MORAGUES, J. J.: «Diseño óptimo de estructuras apuntadas de hormigón armado». Tesis doctoral. ET-SICCP, Valencia, 1980.
- N.B.E. MV-103: «Cálculo de estructuras de acero laminado en la edificación». Ministerio de la Vivienda. Madrid, 1972.
- N.B.E. MV-102: «Acero laminado para estructuras de edificación». Ministerio de la Vivienda. Madrid, 1975.
- NELDER, J. A., y MEAD, R.: «A simplex method for function minimization». *Computer Journal*, 7: 308-313, 1965.
- NTE-ECG: «Estructuras-Cargas gravitatorias» MOPU. Madrid, 1976.
- POWELL, M. J. D.: «An efficient method for finding the minimum of a function of several variables without calculating derivatives». *Computer Journal*, 7: 303-307, 1964.
- ROSENBROCK, H. H.: «An automatic method for finding the greatest or least value of a function». *Computer Journal*, 3: 175-184, 1960.
- SPILLERS, W. R., y KOUNTORIS, G. E.: «Geometric optimization using simple code representation». *Journal of the structural division*. 959-971. Mayo, 1960.

☆☆☆