La gestión de «stocks» en un contexto de incertidumbre

JUAN A. CAÑAS MADUEÑO
TOMAS DE HARO GIMENEZ (*)

1. Introducción

En cualquier texto básico de Economía de la Empresa se pueden ver las definiciones de los conceptos fundamentales en torno a esta ciencia. Uno de estos conceptos es el de *empresario*, el cual se define como «el agente económico que toma decisiones sobre los procesos de producción que corren a su cargo». Así, pues, una de las actividades principales del empresario es la de *tomar decisiones.*

Las decisiones tomadas por un empresario tienen carácter subjetivo, no porque se adopten de forma arbitraria, sino porque cada empresario analiza y considera la misma situación de forma diferente. El agente decisor determina libremente la acción que va a emprender respecto a una situación concreta. Sin embargo, hay límites para la libertad de decisión que vienen impuestos por la racionalidad del individuo, por las posibilidades propias de cada situación y por los objetivos perseguidos.

Todos estos factores que intervienen en la decisión con carácter limitante se ven afectados en mayor o menor medida por el grado de información que posee el empresario de cada uno de ellos y por la fiabilidad que dicha información le merezca. En efecto, el grado de información influye sobre la conducta del empresario de tal forma que, dado un conjunto de datos y un objetivo, la decisión puede variar en función de la fiabilidad que se conceda a dicho conjunto de datos.

(*) Doctores ingenieros agrónomos. Profesores del Departamento de Economía y Sociología Agraria de la E.T.S. de Ingenieros Agrónomos de la Universidad de Córdoba.

En la empresa agraria son numerosos los casos en los que al empresario se le presenta un conjunto de posibles decisiones cuyas consecuencias dependerán del estado que adopte una variable, generalmente incontrolable: *la naturaleza.*

Los valores que tomen los tres elementos que intervienen en este tipo de problemas —decisiones, estado de la naturaleza y consecuencias— los podemos representar en una matriz tal y como se indicará oportunamente en el apartado 3.1.

Frente a la cantidad de datos disponibles y a la fiabilidad que presenten, el empresario se puede encontrar ante tres situaciones diferentes a la hora de tomar decisiones:

a) Situación de certidumbre: en este caso el empresario sabe realmente el valor que tomará la consecuencia de la decisión adoptada. A cada decisión le corresponde solamente una consecuencia.

Los problemas en situación de certidumbre se resuelven por técnicas de programación lineal.

b) Situación de riesgo: en este caso cada decisión se relaciona con un conjunto de consecuencias variables que corresponden a cada uno de los estados de la naturaleza. Además se conoce la distribución de probabilidades objetivas de cada uno de dichos estados.

Un indicador del riesgo es la varianza (medida de dispersión) de la variable aleatoria que mide cada estado; de ahí que estos problemas en situación de riesgo se resuelvan a través de la programación cuadrática.

c) Situación de incertidumbre: esta situación se presenta cuando el empresario conoce los diversos estados de la naturaleza en el futuro, pero no conoce la función de distribución de las probabilidades objetivas de dichos estados.

Aunque el empresario puede pasar de la situación de incertidumbre a la de riesgo mejorando su información —y por lo tanto, incrementando el coste correspondiente— hay ocasiones en que ha de tomar sus decisiones en ambiente de incertidumbre debido, bien a que dicha información no es accesible, bien porque el aumento del coste que se origine no compense el incremento de satisfacción recibida al conocer el resultado con mayor precisión.

2. Objetivo del trabajo

En la bibliografía consultada, los problemas de gestión de *stocks* o gestión de inventarios se suelen plantear, unas veces en términos de certidumbre —considerando constante la demanda del producto almacenado (caso del modelo de Wilson)—, otras veces en términos de riesgo, donde la cantidad demandada en un período de tiempo determinado no es constante, sino que es una variable aleatoria con una cierta función continua de distribución de probabilidades de los posibles valores que pueda tomar.

Sin embargo, es frecuente que la demanda de un producto almacenado sea variable dentro de ciertos límites, pero no se conozca o no pueda conocerse la función de densidad correspondiente a la distribución de probabilidades. En este caso el problema se podría estudiar mediante la aplicación de la teoría de juegos, planteándolo como un juego contra la naturaleza.

Nuestro objetivo en este trabajo es, pues, el de plantear un modelo de decisión mediante un juego contra la naturaleza, que permita resolver los problemas de gestión de *stocks* con un coste reducido y hacerlo accesible al mayor número de empresarios, a fin de que las decisiones de éstos sean racionales y científicas.

Los productos objeto de almacenamiento en los modelos de gestión de *stocks*, se suelen clasificar en *perecederos* y *no perecederos*, siendo las exigencias de estos dos tipos de productos muy diferentes, por lo que requieren planteamientos distintos.

En este trabajo nos vamos a referir a los productos agrícolas de carácter no perecedero.

3. Consideraciones teóricas

Dos instrumentos de la investigación operativa van a ser necesarios para el planteamiento y desarrollo del modelo que proponemos: la teoría de juegos y la gestión de *stocks*.

Por consiguiente, consideramos oportuno exponer sucintamente una serie de conceptos teóricos fundamentales de estos dos instrumentos económicos.

3.1. *La teoría de juegos*

La teoría de juegos se caracteriza por permitir tomar decisiones rápidas y de carácter subjetivo cuando no se dispone de información suficiente acerca de un cierto problema. Para su resolución se plantean modelos en los que se consideran dos empresarios adversarios que «juegan» a tomar decisiones, siendo el resultado para uno opuesto al del otro.

El juego se expresa por medio de una matriz en la que las filas y columnas representan las posibles decisiones de uno y otro empresario, y los elementos de dicha matriz expresan las consecuencias de aquellas decisiones. A esta matriz se la denomina «matriz del juego» o «matriz de pagos» y se representa de la forma que indica el cuadro I.

CUADRO I

Forma general de la matriz de un juego

	e_1	e_2	......	e_j	......	e_n
d_1	c_{11}	c_{12}	......	c_{1j}	......	c_{1n}
d_2	c_{21}	c_{22}		c_{2j}		c_{2n}
.	.	.		.		.
.	.	.		.		.
.	.	.		.		.
d_i	c_{i1}	c_{i2}	......	c_{ij}	......	c_{in}
.	.	.		.		.
.	.	.		.		.
.	.	.		.		.
d_m	c_{m1}	c_{m2}	......	c_{mj}	......	c_{mn}

d_i = posibles decisiones del empresario 1 ($i=1 \dots m$).
e_j = posibles decisiones del empresario 2 ($j=1 \dots n$).
c_{ij} = consecuencia obtenida por la decisión i del empresario 1 y la decisión j del empresario 2.

Uno de los tipos de juego es el denominado de *suma nula;* en este tipo de juegos el valor de cada consecuencia para uno de los empresarios, es de la misma cuantía, pero de signo contrario, al resultado obtenido por el otro empresario. Sin embargo, en las empresas agrarias son numerosas las situaciones en las que el empresario tiene que tomar decisiones bajo los supuestos de la teoría de juegos pero su adversario es impersonal (la naturaleza). Estos casos se resuelven mediante un *juego contra la naturaleza.*

En nuestro modelo, vamos a plantear un juego de este tipo, donde las filas de la matriz representen las posibles decisiones del empresario y las columnas expresen los diversos estados de la naturaleza.

Para estudiar los juegos contra la naturaleza se han seguido unos criterios que se pueden considerar ya clásicos dentro de la teoría de la decisión. Estos criterios son:

a) Hurwicz.
b) Laplace.
c) Savage.
d) Agrawal-Heady.

a) *Criterio de Hurwicz.* Las decisiones se toman sobre una matriz (matriz general del juego) en la que los elementos representan los beneficios o rendimientos obtenidos por el empresario en cada alternativa, en función de los estados que tomen determinadas variables de la naturaleza (temperatura, pluviometría, etc.).

En los problemas de gestión de *stocks* normalmente el empresario intenta minimizar los costes inherentes al almacenamiento. Por consiguiente, el criterio de Hurwicz puede expresarse de la siguiente forma:

$$\min I_i = m_i \cdot \alpha + M_i(1-\alpha) \qquad [1]$$

siendo:

I_i = índice de utilidad para la decisión i.
m_i = valor mínimo de la decisión i.
M_i = valor máximo de la decisión i.
α = coeficiente de ponderación ($0 \leqslant \alpha \leqslant 1$).

Cuando $\alpha = 0$, el empresario se decidirá por aquella alternativa que representa el mínimo de los costes máximos (minimax). Corresponde al comportamiento de un empresario moderadamente pesimista. Este caso particular se conoce también como criterio de Wald o de Von Neumann.

Si $\alpha=1$, el empresario se decidirá por el mínimo de los costes mínimos. Además de estos dos valores extremos de α, caben todas las posibilidades intermedias que quieran considerarse.

b) *Criterio de Laplace.* La matriz del juego es la misma que la del caso *a*), pero el empresario asigna igual probabilidad de ocurrencia a todos los estados de la naturaleza. En consecuencia, y considerando que los elementos de la matriz representan costes, la decisión del empresario vendrá dada por la expresión:

$$\min I_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} \qquad [2]$$

en donde·

I_i = índice de utilidad para la decisión i.
n = número de estados de la naturaleza.
c_{ij} = consecuencia de la decisión i y del estado de la naturaleza j.
$\sum_{j=1}^{n} c_{ij}$ = suma de los elementos de la fila i.

De esta forma, el empresario elegirá la fila cuyo valor medio sea mínimo. Cuando los elementos de la matriz representen beneficios, el proceso de análisis será similar, eligiendo en este caso el empresario la fila cuyo valor medio sea máximo.

c) *Criterio de Savage.* Los elementos de la matriz del juego expresarán el exceso de coste (coste suplementario) que sufre el empresario por no haber acertado con el verdadero estado de la naturaleza, acierto que le hubiera llevado a incurrir en el mínimo coste.

La matriz del juego se calculará a partir de la matriz general aplicando:

$$a_{ij} = c_{ij} - \min c_{kj} \qquad [3]$$

siendo:

a_{ij} = elemento de la matriz de Savage correspondiente a la fila i y columna j.

c_{ij} = elemento de la fila i, columna j, de la matriz general.
min c_{kj} = valor mínimo de la columna j de la matriz general ($k=1 \ldots m$).

Obtenida la matriz de Savage, se procede a determinar el resultado del juego aplicando el criterio de Wald (empresario moderadamente pesimista).

d) *Criterio de Agrawal-Heady.* En este caso los elementos de la matriz del juego se refieren al ahorro de coste experimentado por el empresario al no haberse equivocado del todo, o sea, representan aciertos parciales.

A partir de la matriz general del juego, se operará de la manera siguiente:

$$b_{ij} = \max c_{kj} - c_{ij} \qquad [4]$$

en donde b indica el elemento correspondiente a la matriz de Agrawal-Heady.

El resultado del juego se obtiene, asimismo, por aplicación del criterio de Wald a la matriz así obtenida. Al representar la matriz «ahorro de coste», y considerar al empresario como moderadamente pesimista, la decisión implicará tomar el máximo de los elementos mínimos (maximin) de las filas de la matriz de Agrawal-Heady.

Todos los criterios anteriores —que implican la decisión por una sola alternativa— dan lugar a lo que se denomina *estrategia pura.* No obstante, el empresario puede decidirse por varias alternativas simultáneamente, ponderando cada una de ellas con un coeficiente, de forma que la suma de estos coeficientes sea la unidad; en este caso se dice que el empresario sigue una *estrategia mixta.* Para resolver un problema de este tipo se suele recurrir a la programación matemática, pues los juegos se pueden convertir en programas lineales.

Hay que indicar que, dado que cada criterio se basa en hipótesis de comportamiento de los centros decisores distintas, los resultados del juego pueden ser también diferentes, en función del criterio aplicado. Asimismo, conviene insistir en que el enfoque de Wald corresponde a un centro decisor de psicología pesimista, el de Savage corresponde a una psicología inconformista y el de Agrawal-Heady representa un cierto conformismo ante la toma de decisiones.

3.2. *Los modelos de gestión de «stocks»*

Los problemas de gestión de *stocks* o gestión de inventarios tratan de determinar el nivel óptimo de producto almacenado en una empresa, para poder atender a la demanda, de acuerdo con los objetivos del empresario.

Las razones que inducen a un empresario a mantener un nivel de existencias (materias primas o productos) se pueden resumir de la forma siguiente:

- Variaciones de los precios en el tiempo.
- Rebajas en el precio de compra en función del volumen de pedido.
- Disminución de los costes fijos de aprovisionamiento por unidad de producto adquirido.
- Asegurarse ante la incertidumbre de la demanda.
- Asegurarse contra el plazo de suministro.

Si la actividad de la empresa es la producción, necesitará comprar y almacenar una cierta cantidad de materia prima, por las razones indicadas, para no interrumpir su proceso productivo. Si la actividad de la empresa es comercial, de tal forma que adquiera ciertos productos para venderlos posteriormente, dicha empresa tendrá que almacenar el producto para poder atender a la demanda.

En el primer caso, el empresario tendrá que asegurarse la continuidad de la producción frente a la posible escasez de la materia prima en el mercado y/o frente al plazo de suministro. En el segundo caso, esto es, cuando la actividad es de tipo comercial, el empresario tendrá que asegurarse contra la demanda aleatoria.

Puesto que existe necesidad de almacenar, el hecho de acumular materias supone una ventaja, la cual se verá limitada por el coste que dicho almacenamiento lleva consigo.

En la gestión de *stocks* intervienen variables que pueden ser controladas por el empresario y otras que no puede controlar. Entre las primeras podemos citar:

- La cantidad comprada o producida.
- La frecuencia o tiempo transcurrido entre aprovisionamientos sucesivos (período de aprovisionamiento).

— El nivel de *stocks* o volumen de almacenamiento.
— Si la mercancía requiere un proceso de maduración (por ejemplo, una cierta fruta) habrá que considerar como variable el estado de madurez de dicha mercancía.

Dentro de las variables no controlables se consideran, fundamentalmente:

— La demanda o cantidad de producto necesaria para atender a la clientela en un período de tiempo.
— Los costes unitarios inherentes al almacenamiento, que a su vez vamos a dividir en:

- Coste de aprovisionamiento (c_a), es decir, el coste que origina la emisión de un pedido (comunicaciones, coste administrativo, etc.).
- Coste de almacenamiento (c_s) o coste en que incurre la empresa por tener la mercancía almacenada (intereses de capital, enfocados como costes de oportunidad, seguros del almacén, amortizaciones, etc.).
- Coste de penuria o déficit (c_d), que es el coste en que incurre la empresa por no atender a una determinada demanda (posibilidad de perder clientes y pérdida de una ocasión de venta).

— Los precios de compra del producto a almacenar.
— La duración del plazo de suministro o tiempo transcurrido desde que se cursa el pedido hasta que el producto llega al almacén.

4. Determinación del modelo

Como hemos indicado anteriormente, vamos a plantear un modelo que permita obtener el volumen óptimo de almacenamiento mediante la aplicación de la teoría de juegos (contexto de incertidumbre). Dado que los elementos de la matriz del juego van a representar los costes originados por el proceso, el objetivo del empresario será el de minimizar dichos costes.

Para determinar el modelo, vamos a exponer los supuestos de trabajo que acotan el campo de validez del modelo y a continuación formaremos la matriz del juego correspondiente.

4.1. *Supuestos de trabajo*

De acuerdo con la exposición de las variables que suelen considerarse en los problemas de gestión de *stocks*, ya indicadas en el apartado 3.2, los supuestos de trabajo considerados son los siguientes:

1. El producto almacenado es no perecedero.
2. La demanda del producto almacenado (S) es variable en el período de tiempo considerado. La distribución de probabilidades es desconocida, pero se conocen los límites del intervalo de variación.
3. Los costes de aprovisionamiento (c_a) se consideran independientes del volumen de pedido.
4. Existe coste de almacenamiento (c_s).
5. Existe coste de penuria o déficit (c_d).
6. Se considera instantáneo el plazo de suministro, es decir, que coincide el cursar la orden de pedido con la recepción del producto.
7. El empresario sigue una política de aprovisionamiento a intervalos fijos de tiempo, siendo variable el volumen de pedido.
8. Se supone que la posibilidad de almacenamiento es ilimitada.

A pesar de considerar tantos supuestos, pensamos que no son demasiado restrictivos y no habría inconveniente en levantar o suavizar algunos, aunque a costa de una mayor complejidad formal en el modelo. A continuación vamos a hacer unos comentarios acerca de ellos.

El supuesto 1 es fundamental y permite situarnos en uno de los campos en que se han dividido los productos objetos de almacenamiento.

En el supuesto 2 se sientan las bases apropiadas para determinar el objetivo del modelo.

Respecto a los supuestos 3, 4 y 5 podemos decir que son bastante realistas, ya que el que estas variables tomen un valor u otro no afecta el planteamiento del modelo.

El supuesto 6 se podría sustituir por otro que considerara que el plazo de suministro fuera de una duración t. Siendo t conocido, sólo habría que adelantar la orden de pedido en un período igual a t.

En cuanto al supuesto 7, puede decirse que es lógico desde el punto de vista de un empresario que trate de programar su política de aprovisionamiento.

Por último, en lo que se refiere al supuesto 8, tampoco es demasiado restrictivo, puesto que el empresario conoce o puede conocer el límite máximo de la demanda.

4.2. *Planteamiento del modelo*

De acuerdo con el supuesto 2, el empresario conoce el intervalo de variación de los valores entre los que oscila la demanda, para un período de tiempo determinado. Siendo A el límite inferior y B el límite superior de dicho intervalo, cualquier valor comprendido entre A y B representa una posible demanda. No obstante, una postura realista del empresario no será la de considerar como posible nivel de *stocks* cualquier punto de este intervalo, sino que lo descompondrá en bloques homogéneos, con lo cual el conjunto elección pasará de ser continuo a discreto.

Si tal y como se ha indicado, la demanda oscila entre unos valores A y B, los puntos representativos de los bloques podrían ser S_1, S_2 ... S_n, siendo n el número de bloques considerado.

Puesto que el empresario no conoce la probabilidad de que la demanda tome uno u otro valor, ha de considerar como posibles volúmenes de almacenamiento estos mismos valores S_1, S_2 ... S_n.

Por lo tanto, la matriz del juego será una matriz cuadrada, en la que las columnas representan las diferentes demandas y las filas, las posibles existencias de producto para atender a dichas demandas.

Si consideramos cuatro valores para la demanda, el empresario dispondrá también de cuatro alternativas posibles, siendo la matriz del juego la representada en el cuadro II, donde cada elemento representa el coste total inherente al almacenamiento, para cada situación.

En el cuadro II, los valores S_1, S_2, S_3 y S_4 están ordenados en sentido creciente, es decir, $S_1<S_2<S_3<S_4$, y los elementos de la matriz se han obtenido de la forma siguiente:

a) *Supongamos que el empresario se decide por la alternativa* S_1. Entonces los costes que se originan para las cuatro posibles demandas serán:

— Si la demanda es S_1, el empresario habrá acertado en la decisión y, junto con el coste de aprovisionamiento (c_a), sólo se incurrirá en un coste de almacenamiento cuyo valor será:

$$c_s \cdot \frac{S_1}{2}$$

ya que c_s representa el coste unitario de almacenamiento en ptas./ud. de producto para el período de tiempo considerado.

— Si el nivel de la demanda es S_2, S_3 ó S_4, al ser estos niveles superiores a S_1, se incurre, además, en un coste de penuria o déficit, cuyo valor es en cada caso:

$$c_d \cdot (S_2-S_1), \qquad c_d \cdot (S_3-S_1) \qquad \text{y} \qquad c_d \cdot (S_4-S_1)$$

expresando c_d el coste unitario de déficit en ptas./ud. de producto.

El coste de almacenamiento en estos tres estados es también $c_s \dfrac{S_1}{2}$ debido a que toda la cantidad almacenada se ha vendido. Asimismo, el coste de aprovisionamiento tendrá el mismo valor que en la situación anterior.

b) *Cuando el empresario se decide por la fila* S_2, los costes tomarán los siguientes valores:

— Si el valor de la demanda es S_1 ($S_1<S_2$), el coste total estará compuesto por dos componentes: el coste de aprovisiona-

CUADRO II

Matriz de juego de los costes totales de almacenamiento

Demanda / Nivel de stocks	S_1	S_2	S_3	S_4
S_1	$c_a + c_s \cdot \frac{S_1}{2}$	$c_a + c_s \cdot \frac{S_1}{2} + c_d(S_2 - S_1)$	$c_a + c_s \cdot \frac{S_1}{2} + c_d(S_3 - S_1)$	$c_a + c_s \cdot \frac{S_1}{2} + c_d \ (S_4 - S_1)$
S_2	$c_a + c_s \cdot \frac{S_2 + (S_2 - S_1)}{2}$	$c_a + c_s \cdot \frac{S_2}{2}$	$c_a + c_s \cdot \frac{S_2}{2} + c_d(S_3 - S_2)$	$c_a + c_s \cdot \frac{S_2}{2} + c_d \ (S_4 - S_2)$
S_3	$c_a + c_s \cdot \frac{S_3 + (S_3 - S_1)}{2}$	$c_a + c_s \cdot \frac{S_3 + (S_3 - S_2)}{2}$	$c_a + c_s \cdot \frac{S_3}{2}$	$c_a + c_s \cdot \frac{S_3}{2} + c_d \ (S_4 - S_3)$
S_4	$c_a + c_s \cdot \frac{S_4 + (S_4 - S_1)}{2}$	$c_a + c_s \cdot \frac{S_4 + (S_4 - S_2)}{2}$	$c_a + c_s \cdot \frac{S_4 + (S_4 - S_3)}{2}$	$c_a + c_s \cdot \frac{S_4}{2}$

miento (c_a) y el coste de almacenamiento, que en este caso valdrá:

$$c_s \cdot \frac{S_2+(S_2-S_1)}{2} = c_s \cdot \frac{2S_2-S_1}{2} = c_s \cdot \left(S_2-\frac{S_1}{2}\right)$$

— Si la demanda es S_2, coincide con la cantidad almacenada, el empresario habrá acertado en la decisión, el coste de aprovisionamiento será igual al caso anterior, pero se habrá incurrido en un coste de almacenamiento menor, cuyo valor será:

$$c_s \cdot \frac{S_2}{2}$$

— Si el nivel de la demanda es S_3 ($S_3 > S_2$), además de los costes anteriores, existirá coste de déficit. Los costes de almacenamiento y de déficit tomarán ahora los valores:

$$c_s \cdot \frac{S_2}{2} \quad \text{y} \quad c_d \cdot (S_3-S_2)$$

el otro componente del coste total, es decir, el coste de aprovisionamiento, sigue teniendo el mismo valor.

— Por último, si la demanda es S_4, estamos en el mismo caso anterior y los costes valen:

$$c_a,\ c_s \cdot \frac{S_2}{2} \quad \text{y} \quad c_d \cdot (S_4-S_2)$$

c) *Cuando el empresario se decida por S_3 ó S_4*, los costes que se producen se expresarían de manera análoga a lo indicado anteriormente. Dichos costes vienen explicitados en las filas 3 y 4 de la matriz de pagos recogida en el cuadro II.

En los casos en que las alternativas posibles sean más de cuatro se procedería de la misma forma, para calcular los costes.

A partir de la matriz del juego anterior, procederemos a determinar cuál será la decisión del empresario —de acuerdo con su objetivo—, aplicando los criterios expuestos en el apartado 3.1. En primer lugar, obtendremos una estrategia pura para cada uno de dichos criterios y, a continuación, calcularemos el vector de frecuencias y el volumen óptimo de almacenamiento, que represente la estrategia mixta para cada planteamiento.

5. Aplicación

En este apartado vamos a realizar una aplicación de la metodología presentada, considerando un almacenista que desea saber el nivel óptimo de almacenamiento de un producto del cual sólo conoce que sus posibilidades de venta para cada semana pueden oscilar entre 100 y 140 Tm.

Puesto que no conoce la probabilidad de ocurrencia de los valores intermedios, dicho empresario divide el intervalo de variación de la demanda en bloques de una manera subjetiva. En este supuesto, vamos a establecer cinco niveles de demanda: 100, 110, 120, 130 y 140 Tm, que dan lugar a cinco alternativas en el nivel de almacenamiento y cuyos valores van a ser los mismos indicados anteriormente.

Según este planteamiento, la matriz general del juego estará formada por cinco filas y cinco columnas y los elementos serán los costes totales correspondientes al almacenamiento, como ya indicamos en el cuadro II.

De los tres tipos de costes considerados (c_a, c_s y c_d), el coste de aprovisionamiento (c_a), que es constante e independiente del volumen de pedido, no va a afectar al resultado final del modelo. En consecuencia, no vamos a considerarlo a efectos de cálculo:

Los otros dos costes van a tomar los siguientes valores:

— Coste de almacenamiento:

$$c_s = 0{,}06 \text{ ptas./kg. y semana}$$

— Coste de penuria o déficit:

$$c_d = 0{,}10 \text{ ptas./kg.}$$

El objetivo del estudio va a ser determinar el nivel óptimo de almacenamiento al comienzo de cada período de tiempo (semana) para atender a la demanda del mercado con un coste mínimo.

En primer lugar, se procede a generar la matriz de pagos siguiendo la metodología propuesta en 4.2. De esta manera se obtiene la matriz general del juego, que está recogida en el cuadro III.

CUADRO III

Matriz general del juego
(costes totales de almacenamiento en pesetas)

Demandas / Nivel de *stocks*	100 Tm.	110 Tm.	120 Tm.	130 Tm.	140 Tm.
100 Tm.	3.000	4.000	5.000	6.000	7.000
110 Tm.	3.600	3.300	4.300	5.300	6.300
120 Tm.	4.200	3.900	3.600	4.600	5.600
130 Tm.	4.800	4.500	4.200	3.900	4.900
140 Tm.	5.400	5.100	4.800	4.500	4.200

Aplicando la expresión (1) del apartado 3.1 a la matriz del cuadro III, obtenemos para cada una de las alternativas de decisión del almacenista las siguientes ecuaciones:

Para 100 Tm .... $I_1 = 3.000\ \alpha + 7.000\ (1-\alpha)$
Para 110 Tm .... $I_2 = 3.300\ \alpha + 6.300\ (1-\alpha)$
Para 120 Tm .... $I_3 = 3.600\ \alpha + 5.600\ (1-\alpha)$
Para 130 Tm .... $I_4 = 3.900\ \alpha + 4.900\ (1-\alpha)$
Para 140 Tm .... $I_5 = 4.200\ \alpha + 5.400\ (1-\alpha)$

Podemos representar estas ecuaciones en unos ejes de coordenadas, en los que se coloquen los valores de α en abscisas, y en ordenadas el valor del índice para cada alternativa. De esta manera se obtiene la figura 1.

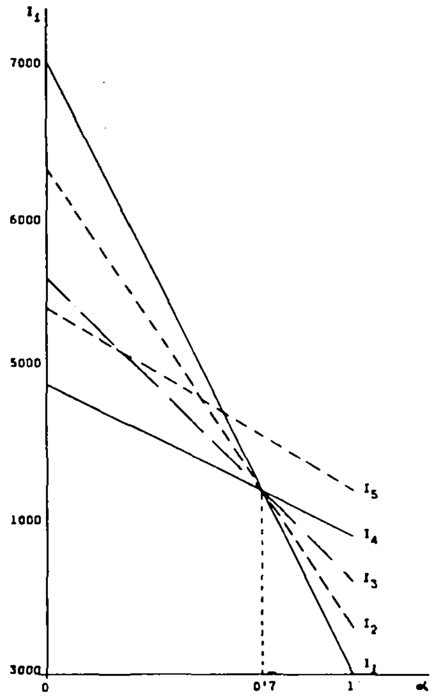

Fig. 1

En la figura 1 puede observarse cómo para $0 < \alpha < 0{,}7$ el índice I_4 —que implica una decisión de almacenar 130 Tm— es el que representa el coste mínimo, mientras que para $0{,}7 < \alpha < 1$ la alternativa resultante corresponde a un nivel de *stocks* de 100 Tm (índice I_1). Y precisamente, para el valor $\alpha = 0{,}7$, coinciden los valores de los índices I_1, I_2, I_3 e I_4. Respecto a la ecuación I_5, no existe ningún punto de contacto con el conjunto elección.

En dicha figura se puede ver también que la ecuación correspondiente a I_1 resulta ser la de mayor pendiente, esto es, la representativa del mayor riesgo, puesto que para variaciones de α relativamente pequeñas, el coste de almacenamiento varía en mayor proporción.

Considerando conjuntamente los valores de los costes expresados en el cuadro III y la figura 1, podemos decir que:

— Para $\alpha=0$: minimáx=4.900 ptas. Volumen de almacenamiento=*130 Tm* quiere esto decir que el empresario, en este caso, se decidirá por disponer, al comienzo de cada semana, de un volumen de almacenamiento o nivel de *stocks* de *130 Tm.* Si una vez concluida la semana quedan existencias en el almacén, el volumen del próximo pedido será igual a 130 Tm menos el volumen de *stocks* que quedó de la semana anterior:

— Para $\alpha=1$=minimín=3.000 ptas. Volumen de almacenamiento=100 Tm.

Si aplicamos ahora a la matriz general del juego la expresión (2), obtendremos la decisión que adoptará el empresario cuando siga el criterio de Laplace. En este caso el coste mínimo resulta ser 4.380 ptas., y lleva consigo un volumen de almacenamiento de 120 Tm, es decir, el almacenista se decidirá por la fila correspondiente a 120 Tm.

Por otro lado, reduciendo el juego a un programa lineal podemos conocer los resultados de la aplicación —por parte del empresario— de una *estrategia mixta.* Las consecuencias de dicha aplicación resultan ser las siguientes:

$$P_1=\frac{3}{13}; \quad P_2=0; \quad P_3=0; \quad P_4=0; \quad P_5=\frac{10}{13}$$

siendo:

P_1=coeficiente de ponderación de la decisión 1 (100 Tm)
P_2=coeficiente de ponderación de la decisión 2 (110 Tm)
P_3=coeficiente de ponderación de la decisión 3 (120 Tm)
P_4=coeficiente de ponderación de la decisión 4 (130 Tm)
P_5=coeficiente de ponderación de la decisión 5 (140 Tm)

Los valores de las ponderaciones resultantes dan un coste mínimo de 4.846 ptas., que supone una decisión de almacenar 130,77 Tm, o sea, el nivel de los *stocks* al comienzo de cada semana ha de ser de *130,77 Tm.*

Para conocer el resultado de la decisión del empresario según el criterio de Savage, hay que calcular previamente la matriz del juego de la forma indicada por la expresión (3). Dicha matriz —que llamaremos matriz de Savage o matriz de «errores»—, aparece expuesta en el cuadro IV.

CUADRO IV

Matriz de Savage (excesos de costes)

Demandas / Nivel de *stocks*	100 Tm.	110 Tm.	120 Tm.	130 Tm.	140 Tm.
100 Tm.	0	700	1.400	2.100	2.800
110 Tm.	600	0	700	1.400	2.100
120 Tm.	1.200	600	0	700	1.400
130 Tm.	1.800	1.200	600	0	700
140 Tm.	2.400	1.800	1.200	600	0

El resultado del juego vendrá dado por el mínimo de los máximos de las posibles decisiones del empresario (filas), es decir, por el minimáx. Dicho minimáx resulta valer 1.400 ptas., que corresponde a un volumen de *stocks* igual a *120 Tm.*

Si consideramos una posible *estrategia mixta*, los resultados son:

$$P_1=\frac{6}{13};\quad P_2=0;\quad P_3=0;\quad P_4=0;\quad P_5=\frac{7}{13}$$

El volumen de almacenamiento será de *121,54 Tm*, y el exceso de coste en que incurre el almacenista por no haber acertado con la decisión óptima resulta ser de 1.292 ptas.

La aplicación del criterio de Agrawal-Heady exige, asimismo, el cálculo previo de una matriz [véase la ecuación (4)] cuyos elementos indican el ahorro de coste que le supone al empresario no haber errado totalmente. La matriz de Agrawal-Heady viene representada en el cuadro V.

CUADRO V

Matriz de Agrawal-Heady (ahorro de costes)

Nivel de *stocks* \ Demandas	100 Tm.	110 Tm.	120 Tm.	130 Tm.	140 Tm.
100 Tm.	2.400	2.100	0	0	0
110 Tm.	1.800	1.800	700	700	700
120 Tm.	1.200	1.200	1.400	1.400	1.400
130 Tm.	600	600	800	2.100	2.100
140 Tm.	0	0	200	1.500	2.800

El criterio de Agrawal-Heady supone, al igual que el de Savage, que el empresario es moderadamente pesimista. Por consiguiente, el resultado del juego vendrá dado por el máximo del ahorro de coste mínimo (maximín) que suponga cada posible decisión del empresario. De las cinco filas o decisiones posibles, resulta que el maximín toma un valor de 1.400 ptas., y supone un volumen de almacenamiento de *120 Tm.*

La determinación de la *estrategia mixta* da como consecuencia los siguientes valores:

$$P_1=0, \quad P_2=\frac{2}{13}, \quad P_3=\frac{11}{13}, \quad P_4=0, \quad P_5=0$$

El volumen a almacenar es de *118,46 Tm* y el ahorro de coste vale 1.292 ptas.

6. Nota final

A la vista de los resultados obtenidos en la aplicación del modelo planteado, podemos hacer algunas consideraciones:

— Parece confirmarse que la teoría de juegos se muestra como una técnica útil a la hora de adoptar decisiones sobre gestión de *stocks.*

— El resultado del juego depende, en gran medida, de varias componentes subjetivas, como son: el carácter del empresario (optimista, pesimista, amante del riesgo, etc.), el cual le inducirá a aplicar uno u otro criterio; la dificultad de asignar un determinado valor al coste de penuria o déficit (*cd*); etc.

— El modelo proporciona el nivel de *stocks* que el empresario debe mantener al comienzo de cada período (en la aplicación realizada, una semana) y no el volumen de pedido. Dicho volumen de pedido será igual al nivel óptimo de *stocks* menos los excedentes del período anterior.

— Consideramos que este trabajo deja abierto un campo de investigación, a base de ir suavizando los supuestos de partida, con el objeto de ir logrando un mayor acercamiento del modelo a la realidad.

BIBLIOGRAFIA

ALONSO, R.: «Programación de cultivos en situaciones de riesgo y de incertidumbre en Castilla la Vieja», *Revista de Estudios Agrosociales*, núm. 99, Madrid, abril-junio, 1977.

BALLESTERO, E.: *Principios de Economía de la Empresa*, 5.ª ed., Alianza Universidad Textos, Madrid, 1980.

BAUMOL, W. J.: *Teoría Económica y Análisis de Operaciones*, Prentice/Hall International, 1980.

BOWMAN, E. H.; FELTERO, R. B.: *Analysis for Productions Management*, Richard D. Irwin, 1961.

CORDONNIER, P.; CARLES, R.; MARSAL, P.: *Economía de la Empresa Agraria*, Mundi-Prensa, Madrid, 1973.

KAUFMAN, A.: *Métodos y modelos de la investigación de operaciones*, tomo I, segunda reimpresión, CECSA, México, 1974.

KNIGHT, F. H.: *Risk, Uncertainty and Profit*, Houghton Mufflin Company, 1921.

KOTLER, P.: *Mercadotecnia Aplicada*, Nueva Editorial Interamericana, México, 1973.

LUCE, R. D.; RAIFFA, H.: *Games and Decisions*, John Wiley and Sons, 1957.

MILNOR, J.: «Games Against Nature», en R. M. Thrall, C. H. Coombs, R. L. Danis (compiladores), *Decision Processes*, John Wiley and Sons, 1954.

NIETO OSTOLAZA, M. C.: «Problemas de adopción de decisiones frente a la incertidumbre en la agricultura», *Revista de Estudios Agrosociales*, julio, 1969.

NIETO OSTOLAZA, M. C.: «El equilibrio trigo-cebada y la teoría de los juegos», *Información Comercial Española*, julio, 1968.

NIETO OSTOLAZA, M. C.: «Teoría de los juegos y la agricultura», *Boletín del INIA*, junio, 1966.

NIETO OSTOLAZA, M. C.: «Algunas aplicaciones de la teoría de juegos a la elección de variedades de trigo», *Boletín del INIA*, diciembre, 1969.

RAIFFA, H.: *Análisis de la decisión empresarial*, Ediciones Deusto, 1978.

ROMERO, C.: *Modelos económicos de la empresa*, Ediciones Deusto, 1980.

VON NEUMANN, J.; MORGENSTERN, O.: *Theory of Games and Economic Behavior*, Princenton University Press, 1953.