

ПОБУДОВА ФУНКЦІОНАЛА ВІДНОШЕННЯ ПРАВДОПОДІБНОСТЕЙ ДЛЯ СИГНАЛІВ З РОЗСІЯНИМ СПЕКТРОМ

The choice of weak periodical functions for spectrum definition of spread spectrum signals is grounded. Harmonizable stochastic processes objected for spectral representations of their analog to digital conversion noises. Components of spectra, have been estimated by coherent, component or filter methods, estate for likelihood ratio determining.

Обґрунтовано вибір слабо періодичних функцій для спектрального означення сигналів з розсіяним спектром. На базі гармонізованих стохастичних процесів представлено шум їх аналогово-цифрового перетворення. Когерентні, компонентні чи фільтрові оцінки спектрів взято для визначення функціонала відношення правдоподібностей.

Спеціальне розсіювання (spreading) енергії сигналу у частотному діапазоні, набагато ширшому за теоретично потрібний для переносу інформації, є надійним та ефективним щодо затрат матеріальних, енергетичних та часових ресурсів методом забезпечення малої імовірності P_d його перехоплення (LPI – low probability interception, *англ.*) внаслідок зменшення відношення сигнал/шум приймальної системи в отриманій смузі частот [3, 7].

Перехоплення (виявлення та прийом) LPI сигналів з відомими параметрами їх формування є класичною задачею. За умови, що апріорно відомі, потрібні для її розв'язування методами статистичної теорії рішень, гаусові розподіли імовірностей, її розв'язують, будуючи функціонал відношення правдоподібностей в рамках спектрально-кореляційної теорії [4]. Якщо апріорно невідомі параметри гаусових розподілів, а також марківської випадкової структурованості, полігаусовості, розкладів негаусових розподілів тощо, розроблено оптимальні та адаптивні методи перехоплення [4]. Як критерії оптимальності та адаптації застосовують функціонали від спектрів. Для підвищення P_d оптимізують вибір локальних ділянок аналізу та адаптують параметри алгоритмів й апаратури на базі стаціонарної моделі радіосигналу та завад, застосовуючи: а) паралельну у послідовні моменти часу вузько-смугову фільтрацію та статистику (кумулянти) вищих порядків [9]; б) спеціальну компресію широкого частотного діапазону та статистику другого порядку [8] (для цього використовують також циклостаціонарну модель LPI сигналу, що приводить до його спеціальної комутації під час аналого-цифрового перетворення (АЦП) [9]). У системах радіомоніторингу зі штучним інтелектом (типу AMRF-C) шляхом логічного виводу ці методи комбінують. Традиційно застосовують також методи тривіального зменшення шумів приймальних систем для збільшення відношення сигнал/шум у широкому частотному діапазоні [6].

Без урахування інформаційної модуляції та завад моделлю LPI-сигналу є вираз [8] $s(t) = x(t) = \text{Re}\{s_0 c(t) \exp[j(\lambda_0 t + \varphi_0)]\}$, де $c(t) = \sum_{i=1}^N c_i H[t - (i-1)\theta_e]$ – функ-

ція розсіювання сигналу по частотах, у якій $c_i \in \{-1, 1\}$ – символи псевдовипадкової послідовності (ПВП); $H(t)$ – одинична функція Гевісайда; θ_e – тривалість елементарного послання; N – довжина ПВП. Така модель отримана феноменологічно. Радіовипромінювання аналізують за допомогою т. зв. інтелектуальних (ELINT – electronic intelligence, *англ.*) цифрових ІВС (ESM – electronic support measure, *англ.*),

які переналогоджують свої структури чи алгоритми, підстроюють їх параметри [6]. Метрологічна надійність та достовірність таких ІВС під час оперативного перехоплення досягається цифровою обробкою прийнятих радіовипромінювань у широкій смузі частот на базі моделі сигналу з розсіяним спектром і відповідним нормуванням метрологічних характеристик ІВС – МХ ІВС. Ефективне перехоплення передбачає оптимальність моменту часу початку спектрального аналізу, частоти настроювання приймача та ширини його смуги пропускання від нього, діапазону перестроювання. Критерій цієї оптимальності визначається на базі моделі сигналу. Примітивно оптимальність досягається перебором параметрів аналізу. Його біжучі результати є різними. Чисельно оцінити відмінність між отримуваними спектрами можна за їх варіацією, обчислюваною для кожного спектра. Враховуючи велику кількість комбінацій параметрів, аналіз проводиться по записих сигналів, а не в реальному масштабі часу існування сигналу. Для оперативного захисту від радіолокаторів, протидії системам наведення чи навігації такий стан справ не є задовільним.

Аналіз стану та тенденцій розвитку систем радіомоніторингу [2, 4, 6] показує, що: а) методи його зведення до кореляційного чи узгодженого прийому зменшують показники ефективності виявлення LPI сигналів з невідомими параметрами; б) вони базуються на евристичній модифікації класичних статистик виявлення; в) ефективність виявлення при цьому нижча за потенційну, коли АЦП та аналіз радіовипромінювань (багаточастотною вузькосмуговою фільтрацією, перетворенням Фур'є) узгоджені з часовою структурою спектра LPI сигналу; г) для підвищення ефективності виявлення недостатньо застосовувалася структурна ідентифікація моделі, адаптація пристроїв АЦП та аналізу за критерієм, який побудовано на її базі. Отже, існує важлива науково-практична проблема обґрунтування нової номенклатури спектральних представлень сигналів з розсіяним спектром, побудови критеріїв його оптимальності, адаптації параметрів АЦП та аналізу, побудови функціонала відношення правдоподібностей.

У цій роботі наведено результати досліджень із застосування спектрів слабо періодичних функцій (детермінованих квазі та майже періодичних функцій, введених для розв'язування деяких класів звичайних диференціальних рівнянь, і випадкових стаціонарних та нестаціонарних процесів) [5] до побудови функціонала відношення правдоподібностей.

Слабо періодичні детерміновані сигнали. На відміну від функцій, які зображають у результаті гармонічного аналізу послідовностями комплексних коефіцієнтів, та функцій, які зображають функціями комплексного змінного, П. Боль та Г. Бор ввели поняття квазіперіодичних та майже періодичних функцій. Розвиток цих понять іншими дослідниками спричинив загальну назву – слабо періодичні функції.

Задана неперервна функція $s(t)$ квазіперіодична, якщо є такі лінійно незалежні дійсні числа $\lambda_1, \dots, \lambda_m$, що для будь-якого $\varepsilon > 0$ можна знайти відповідне η_ε так, що знайдеться майже період T_ε , який задовольнятиме нерівність $|\varphi(T_\varepsilon \lambda_k) - \varphi(T_\varepsilon \lambda_k)| \leq \eta_\varepsilon, k = \overline{1, m}$. Тоді вираз функції такий: $\hat{s}(t) = \varphi(\lambda_1 t, \dots, \lambda_m t)$, де $\varphi(x_1, \dots, x_m)$ – неперервна періодична функція з періодом 1. Якщо $\varphi(x_1, \dots, x_m)$ рівномірно апроксимується тригонометричними сумами з $\exp(i2\pi(n_1 x_1 + \dots + n_m x_m))$, то сигнал рівномірно апроксимується сумами $\exp(i\lambda_k t)$, де λ_k – лінійно незалежні фундаментальні частоти (аналог теореми Вейерштраса).

Функція є майже періодичною, якщо для кожного $\varepsilon > 0$ можна знайти відповідне Θ_ε так, що в будь-якому інтервалі дійсної осі довжиною Θ_ε можна знайти

ε – майже період T_ε , тобто такий, що $|s(t+T_\varepsilon) - s(t)| \leq \varepsilon, -\infty < t < \infty$. Доведено, що для будь-якої майже періодичної функції $f(t)$ можна при $\varepsilon > 0$ знайти такі комплексні A_1, \dots, A_N і такі дійсні $\lambda_1, \dots, \lambda_N$ числа, що $\left| f(t) - \sum_{k=1}^N A_k e^{i\lambda_k t} \right| \leq \varepsilon, -\infty < t < \infty$ (теорема Вейерштраса).

За “віддаллю” $D_L[s(t), \hat{s}(t)]$ між функціями у відповідних метричних просторах побудовано слабко періодичні функції Г. Бора, В.В. Степанова, Г. Вейля, А. Безиковича U, S^p, W^p, B^p з відповідними метриками. Для $s(t) \in B$ середнє $M_T s(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T s(t) dt$, а середнє $M_T \{s(t) e^{-i\lambda_k t}\}$ відрізняється від нуля на зліченній множині $\{\lambda_k\}$. Для $s(t) \in B^2$ слабко періодичних функцій справедлива рівність Парсеваля $M_T \{|s(t)|^2\} = \sum_k |A_k|^2$, а для B^p слабко періодичних сигналів – її узагальнення (теорема Ріса–Фішера).

Основні теореми про слабко періодичні функції відповідають теоремі Вейерштраса (про наближення функцій поліномами) і Парсеваля (про збереження енергії між ізоморфними зображеннями – функціями і їх Фур’є-образами).

Не більш як для зліченної множини значень $\Lambda: \{\lambda_1, \lambda_2, \dots\}$ коефіцієнти

$$A_n = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f(t) e^{-i\lambda_n t} dt \quad \text{та} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \left| f(t) - \sum_{k=1}^n A_k e^{i\lambda_k t} \right|^2 dt = 0.$$

Для рівномірно майже періодичних сигналів майже періодичними є їх суми (різниця), добутки, а також майже періодичні функції від них, зокрема, функціонал $g(\tau) = M_T \{s(\tau+t) \overline{s(\tau)}\}$. Якщо послідовність $f_n(t)$ майже періодичних функцій має границю $f(t)$, то вона також майже періодична (а отже, і $\sum_n B_n e^{i\lambda_n t}$ – майже періодична, де $\sum |B_n| < \infty, \{\lambda_n\}$ – множина чисел).

Моделювання слабко періодичними функціями сигналів вимагає апріорного знання фундаментальних частот λ_n . Якщо відомі імовірні значення та значення цих імовірностей, то поняття слабкої періодичності розвивається на цей випадок.

Слабко періодичні випадкові сигнали. Якщо E – символ математичного сподівання значень сигналу, а Pr – імовірність, то комплексний процес $\{\xi(t): t \in R\}$ – майже періодичний: 1) другого порядку, якщо для $\varepsilon > 0$ існує p_ξ (тригонометричний многочлен із випадковими коефіцієнтами c_k^ξ) такий, що $E|\xi(t) - p_\xi(t)|^2 < \varepsilon$,

де $p_\xi(t) = \sum_{k=1}^n c_k^\xi \exp(i\lambda_k^\xi t), \{\lambda_k^\xi\} \subset R$; 2) за імовірністю, якщо для $\varepsilon > 0, \eta > 0$

$\text{Pr}\{|\xi(t) - p_{\varepsilon\eta}(t)| \geq \varepsilon\} < \eta, t \in R$; 3) першого порядку з періодом 2π , якщо

$E|\xi(t+2\pi) - \xi(t)| = 0$; 4) марківський, якщо періодична перехідна функція;

5) А. Я. Дороговцева з періодом $T_\xi \in \mathbb{N}$ (як випадкова послідовність) $\{\xi(n): n \in \mathbb{Z}\}$:

$$\forall n \in \mathbb{N}, \forall \{m_1, m_2, \dots, m_n\} \subset \mathbb{Z}, \forall \{A_1, A_2, \dots, A_n\} \subset \mathcal{B}(B):$$

$$\Pr \left\{ \bigcap_{j=1}^n \left\{ \omega \mid \xi(m_j + T_\xi, \omega) \in A_j \right\} \right\} = \Pr \left\{ \bigcap_{j=1}^n \left\{ \omega \mid \xi(m_j, \omega) \in A_j \right\} \right\},$$

де $A \in \mathbf{B}^{\mathbb{Z}}, \mathbf{B}^{\mathbb{Z}} := \{ \{u(n) : n \in \mathbb{Z}\} \mid u(n) \in \mathbf{B}, n \in \mathbb{Z} \}$, $\omega \in \Omega$ – простір подій; \mathbf{B} – борелівський простір.

Випадковий процес $\xi(t)$, $t \in \mathbb{R}$ чи $\xi(t, \omega)$, $t \in T \subset \mathbb{R}$ (множина реалізацій), де $\omega \in \Omega$ – індекс реалізації, називатимемо слабко періодичним у гільбертовому просторі, коли він має вигляд $\xi(t) = \int_{\Lambda} \exp(j\lambda t) Z_\xi(d\lambda)$, де $Z_\xi(d\lambda)$ – випадкова

міра, $j = \sqrt{-1}$. Таке зображення отримано при $\xi(t) = U^t \xi(0)$, де U^t – оператор зсуву, а $\xi(0)$ – “початкова” випадкова величина. За розкладом оператора зсуву $U^t = \int_{\Lambda} \exp(j\lambda t) \Pi(d\lambda)$, тому $Z_\xi(d\lambda) = \Pi(d\lambda) \xi(0)$, де Π – оператор проектування.

Кореляційна функція такого гармонізованого процесу $R(t, s) = E(\xi^0(t) \overline{\xi^0(s)}) = \iint_{\Lambda \times \Lambda} \exp(j(\lambda s - \mu t)) F_\xi(d\lambda, d\mu)$, де $\xi^0(t) = \xi(t) - M \xi(t)$, риска означає комплексну

спряженість, $F_\xi(d\lambda, d\mu) = E(Z(d\lambda) \overline{Z(d\mu)})$ – спектральна міра. Тоді оператор математичного сподівання E означає скалярний добуток $(\cdot, \cdot)_{L^2(\Lambda, F_\xi)}$ у гільбертовому просторі $L^2(\Lambda, F_\xi)$. Трактуюння випадкового процесу як елемента колмогорівського гільбертового простору $\xi(\cdot, \omega) \in L^2_0(\Omega, P_\xi)$ дає означення його кореляційної функції у вигляді

$$R(t, s) = E(\xi^0(t, \omega_1) \overline{\xi^0(s, \omega_2)}) = \iint_{\Lambda \times \Lambda} \exp(j(\lambda s - \mu t)) E(Z_\xi(d\lambda, \omega_1) \overline{Z_\xi(d\mu, \omega_2)})$$

через оператор математичного сподівання $E = \int_{\Omega} \cdot P(d\omega)$, де $P(d\omega)$ – імовірнісна

міра; $Z(\cdot, \omega)$ – випадкові міри реалізації. Оскільки це кореляційні функції одного і того ж процесу, то маємо взаємно однозначну відповідність (ізоморфізм)

$L^2(\Lambda, F_\xi) \xleftarrow{J} L^2_0(\Omega, P_\xi)$. На її базі обґрунтовується метод отримання розкладів

процесу, а розкладів потужності – використанням оснащених гільбертових просторів, бо кореляційний оператор для гармонізованих нестационарних процесів є додатним ермітовим. Конструктивність спектральної міри забезпечується посту-

люванням ергодичності $\Pr \left\{ \left(\xi^0(t + \tau), \overline{\xi^0(t)} \right)_{L^2_0(\Lambda, P)} = M_t(\xi^0(t + \tau) \overline{\xi^0(t)}) \right\} = 1$. Ос-

тання модель [1] охоплює наведені інші моделі як частинні випадки і є базою аналізу сигналів з розсіяним спектром (фільтрового, когерентного, компонентного, що мають фізичні аналогії) та, на відміну від феноменологічної, надається для постановки задач аналізу спектра, розсіяного у широкому частотному діапазоні.

Для періодично корельованого випадкового процесу (ПКВП) спектр зосе-

реджується на частотних "діагоналях" квадрата $\Lambda \times \Lambda$, які задає вираз $\mu_2 = \lambda_1 \pm k \frac{\Lambda}{N}$, $k = \overline{0, N}$, де N – кількість спектральних компонент, а значення Λ визначається частотними параметрами радіосигналу – смугою розсіювання, частотою несучої та типом її модуляції тощо. Вирази M_γ відношення сигнал/шум та дисперсії V_γ для відношення правдоподібностей [8] визначаються тоді за розподілом α_k енергії по частотних діагоналях (α_0 визначає розподіл по частоті енергії сигналу) за результатами спектрального аналізу після адаптації [5] АЦП та Фур'є-аналізу:

$$M_\gamma = \left[\sum_{k=1}^{M-1} \left(1 - \frac{k}{M}\right)^2 \left(\frac{\alpha_k}{\alpha_0}\right)^2 \right]^{-1}, \quad V_\gamma = \sqrt{2} \Lambda \sum_{k=1}^{M-1} \left(1 - \frac{k}{M}\right) \alpha_k.$$

На рис. 1 наведено спектрограми (скрипт `specgram` програмного забезпечення Matlab; абсциса – час, ордината – частота, Гц, апліката – спектральна густина) комп'ютерної моделі типового радіосигналу (а) та АЦП сформованого на його базі сигналу зі стрибками несучої частоти (б) за некогерентного відбору. На рис. 2 подано характеристики виявлення (а) та (б), відповідні їм (ордината – імовірність, абсциса – відношення сигнал/шум, Дб) для різних імовірностей марної тривоги (0,1; 0,01 та 0,001, зверху вниз).

На рис. 1в зображено спектральні компоненти сигналу зі стрибками несучої, отримані за допомогою його когерентного аналізу як ПКВП, а на рис. 2в – відповідну характеристику виявлення

$$P_d = 1 - \Phi\left(\frac{\nu - M_\gamma}{V_\gamma}\right),$$

де ν – поріг, визначений за значеннями α_k енергії шуму каналу ($k = \overline{1, M-1}$), коли сигнал відсутній – за виразом $\nu = \sqrt{V_0} \Phi^{-1}(P_f) + M_0$, де $\Phi(\bullet)$ – інтеграл імовірності; P_f — імовірність марної тривоги (0,1; 0,01; 0,001).

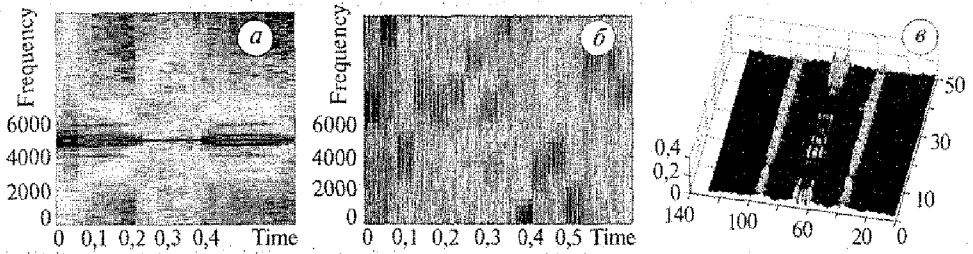


Рис. 1.

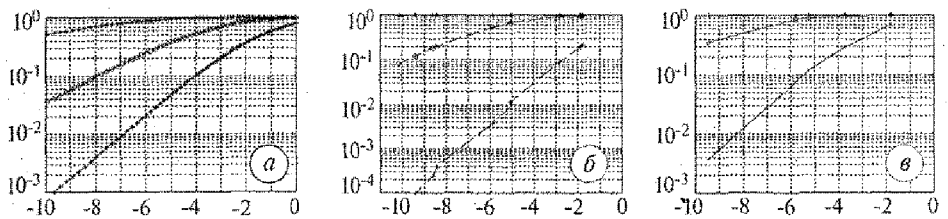


Рис. 2.

Встановлено, що ці характеристики кращі за такі ж локально оптимальних методів [8, 9] (які на 1...2 Дб гірші від потенційних). Порядок обчислювальної складності аналізу, поліноміального, як і для локально оптимальних методів, типу, щонайменше у два рази нижчий завдяки його паралелізму. Ці факти позитивно впливають на тактико-технічну ефективність виявлення і є базою для її подальших досліджень.

1. Драган Я. П., Сікора Л. С., Яворський Б. І. Основи сучасної теорії стохастичних сигналів: енергетична концепція, математичний апарат, фізичне тлумачення. – Львів: ЕБТЕС, 1999. – 132 с.
2. Калугин В. В., Чеботов А. В. К вопросу производства средств радиомониторинга в Украине // 1-й Международный радиоэлектронный форум “Прикладная радиоэлектроника. Состояние и перспективы развития” (МРФ-2002). – Харьков: ХНУРЕ, 2002. – Ч. 1. – С. 561–564.
3. Кук Ч., Бернфельд М. Радиолокационные сигналы. – М.: Сов. радио, 1971. – 568 с.
4. Яворський Б. І. Визначення метрологічних характеристик сигналів з розсіяним спектром // 1-й Международный радиоэлектронный форум “Прикладная радиоэлектроника. Состояние и перспективы развития” (МРФ-2002). – Харьков: ХНУРЕ, 2002. – Ч. 1. – С. 97–100.
5. Поляков П. Ф. Прием та обробка складних сигналів в умовах априорної невизначеності. Ретроспектива, стан проблеми та нові дослідження // 1-й Международный радиоэлектронный форум “Прикладная радиоэлектроника. Состояние и перспективы развития” (МРФ-2002). – Харьков: ХНУРЕ, 2002. – Ч. 1. – С. 505–509.
6. Adamy D. Low Probability of Intercept Signals – Some Real World Consideration // The Journal of Electronic Defense. – 1998. – № 9. – P. 9–22.
7. Lamarr H. and Anthail G. Патент США № 2292387 від 08.11.1942 р.
8. Snelling W. E. and Geraniotis E. Analysis of compressive receivers for the optimal interception of frequency-hopped waveforms // Tech. Report of Institute for Systems Research, number TR 91-28. – 1991. – 40 p.
9. Intercept receiver signal processing techniques to detect low probability of intercept radar signals / F. Taboada, A. Lima, J. Gau, P. Jarpa, and P. E. Pace // Center for Joint Services Electronic Warfare Naval Postgraduate School, Monterey, Canada.

Тернопільський державний технічний університет ім. Івана Пулюя

Одержано
11.02.2004