

**ВПЛИВ ТЕПЛОУТВОРЕННЯ НА КОНТАКТНУ ВЗАЄМОДІЮ
У З'ЄДНАННІ "ЦИЛІНДР – ЗНОШУВАНИЙ КІЛЬЦЕВИЙ ШАР"****Г. Сулим¹, О. Любін²****THE INFLUENCE OF HEAT GENERATION ON THE CONTACT
INTERACTION IN A "CYLINDER – WEARING CIRCULAR LAYER"
JOINT****H. Sulym, O. Lyubin**¹*Львівський національний університет імені Івана Франка, Україна*²*Хмельницький національний університет, Україна,*

Abstract. The mathematical model of contact interaction in joint as "cylinder – wearing circular layer" with take into consideration wear and heat development are proposed. Being based on analytical solution of tribocontact problem contact stresses and layer wear are explore. The results of numerical analysis are presented and influence of heat development on contact stresses and wear are investigated too.

Вступ. Теплоутворення та термопружні ефекти є важливими чинниками, які вагомо впливають на експлуатаційні характеристики технічних об'єктів з рухомими з'єднаннями типу вузлів фрикційного контакту. До таких з'єднань належать, зокрема, циліндричні трибосистеми ковзання, які працюють в умовах тертя без змащування або граничного тертя. Типовими представниками згаданих трибосистем є підшипники ковзання, шарнірні та болтові з'єднання, циліндричні напрямні й т. ін.

Питання, пов'язані з урахуванням впливу температурного чинника і термопружних ефектів на роботу вузлів тертя, розглянуті в монографіях [1, 2] та значній кількості журнальних публікацій. У книзі [1] досліджено температурні поля і термопружні деформації у полімерних вузлах тертя. Відзначено, що основна трудність, що виникає під час розв'язування рівнянь теплопровідності для вузлів тертя – невідомий наперед розподіл теплового потоку між контактуючими тілами. Одним з шляхів подолання вказаної проблеми є припущення про сталість коефіцієнта розподілу теплового потоку в межах контактної області. В окремому параграфі визначені теплові режими плоскої полімерної опори ковзання і радіального підшипника ковзання (РПК). У разі РПК для розв'язання сформульованої задачі нестационарної теплопровідності пропонується використовувати числовий метод. Вивчено вплив, який спричинює корпус підшипника на величину контактної температури для різних кутів контакту. За відсутності корпусу отримано вираз для температури валу, залежної лише від часу.

У праці [2] подані результати досліджень контактних задач термопружності з урахуванням шорсткості поверхонь тіл, теплоутворення і зношування. Приведені різні постановки і побудовані аналітичні розв'язки задач про контактну взаємодію двох плоскопаралельних шарів і двох порожнистих кругових циліндрів. Для розв'язання гранично-контактних стаціонарних і нестационарних температурних задач тертя і відповідних статичних, квазістатичних і динамічних задач термопружності використовуються класичні методи математичної фізики: поділу змінних та інтегральних перетворень.

Вивчення окремих аспектів присутності температурного чинника у контактних задачах для трибосистем ковзання стосуються праці [3-18]. Характерною особливістю робіт, в яких одночасно розглядається зношування й температура, є подання закону спрацювання одного з тіл у вигляді залежності інтенсивності (швидкості) спрацювання лише від одного чинника – контактного тиску. При цьому вплив температури

враховується уведенням температурної складової переміщень в умову контакту [3,7,9,11].

У праці [19] знайдена залежність інтенсивності спрацювання елемента пари тертя від градієнта температури на поверхні контакту і вказано, що збільшення модуля температурного градієнта сприяє зниженню інтенсивності спрацювання.

Відмінність поданої роботи полягає у тому, що тут поставлена та розв'язана зв'язана зносоконтактна задача для з'єднання “циліндр – кільцевий шар” у випадку, коли для шару прийнято двохфакторний закон спрацювання у вигляді залежності інтенсивності спрацювання від контактного тиску та температури, зумовленої теплоутворенням під час фрикційного контакту.

1. Постановка контактної задачі. Розглянемо контактну взаємодію між жорстким довгим суцільним циліндром D_1 радіуса R_1 , який з початковим радіальним зазором Δ поміщений у пружний кільцевий шар D_2 з внутрішнім радіусом $R_2 = R_1 + \Delta$ та зовнішнім радіусом $R_3 = R_2 + h$ ($h/R_1 \ll 1$). Тонкий пружний шар D_2 , який змодельовано “тілом Вінклера”, своєю зовнішньою поверхнею зчеплений з жорстким корпусом D_3 . Вважатимемо, що циліндр D_1 обертається навколо своєї осі з постійною кутовою швидкістю ω та притиснутий до внутрішньої поверхні шару D_2 вертикальним постійним навантаженням Q_0 , яке припадає на одиницю довжини циліндра. Осі тіл D_1, D_2 – паралельні; зміщення осі циліндра колінеарне до напрямку діючого навантаження.

За контактної взаємодії відбувається спрацювання внутрішньої поверхні шару, яке супроводжується теплоутворенням в області контакту. Оскільки сили тертя у контактній задачі визначаються нормальними напруженнями, розподіл яких дуже мало залежить від невідоміючих дотичних напружень, то відповідно до часто використовуваного у теорії контактної взаємодії практики силами тертя та зношуванням самого циліндра під час розв'язування суто контактної задачі нехтуватимемо.

Математична модель контактної задачі містить:

1) умову контакту

$$u_w(\varphi, s) + u_e(\varphi, s) = \Delta \left[\frac{\cos \varphi}{\cos \varphi_0(s)} - 1 \right] + \frac{1}{\cos \varphi_0(s)} \left[u_T(\varphi, s) \cos \varphi_0(s) - u_T(\varphi_0(s), s) \cos \varphi \right]; \quad (1)$$

2) умову рівноваги циліндра D_1

$$Q(s) = R_1 \int_{-\varphi_0(s)}^{\varphi_0(s)} \sigma(\varphi, s) \cos \varphi d\varphi; \quad (2)$$

3) крайові умови для $|\varphi| \leq \varphi_0(s)$:

$$\sigma_r(R_2, \varphi, s) = -\sigma(\varphi, s), \quad u(R_2, \varphi, s) = u_e(\varphi, s), \quad \tau_{r\varphi}(R_2, \varphi, s) = 0. \quad (3)$$

Крім співвідношень (1) – (3) у склад математичної моделі контактної задачі входить закон спрацювання шару, який, згідно з даними роботи [20] має таке подання:

$$\frac{\partial u_w(\varphi, s)}{\partial s} = k_w [\sigma(\varphi, s)]^l [T(R_2, \varphi, s)]^{m_T}. \quad (4)$$

У співвідношеннях (1) – (4) уведені позначення: $u_w(\varphi, s)$ – лінійне зношення шару; $u_e(\varphi, s)$ – пружні радіальні переміщення контактних точок шару; $u_T(\varphi, s)$ – температурні переміщення; $\sigma(\varphi, s)$ – контактний тиск; φ – кутова координата ($-\varphi_0(s) \leq \varphi \leq \varphi_0(s)$); $\varphi_0 = \varphi_0(s)$ – змінюваний півкут контакту; s – шлях тертя точок шару, які контактують із циліндром від самого початку процесу спрацювання;

$T(R_2, \varphi, s)$ - температура внутрішньої поверхні шару; k_w , $l \geq 1$, m_T - коефіцієнти у законі спрацювання матеріалу шару, які визначаються на підставі експериментальних випробовувань.

Припустимо, що поза областю контакту теплообмін між поверхнею шару та зовнішнім середовищем відсутній (або настільки незначний, що ним можна знехтувати). Тоді температурне поле шару $T(r, \varphi, s)$ визначається наступною задачею теплопровідності:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} = 0; \quad (5)$$

$$T(R_3, \varphi, s) = \Phi(\varphi); \quad (6)$$

$$-\lambda_T \frac{\partial T(R_2, \varphi, s)}{\partial r} = \begin{cases} 0 & (-\pi \leq \varphi < -\varphi_0(s)), \\ q(\varphi, s) & (-\varphi_0(s) \leq \varphi \leq \varphi_0(s)), \\ 0 & (\varphi_0(s) < \varphi \leq \pi). \end{cases} \quad (7)$$

Величину $q(\varphi, s)$ - інтенсивність теплоутворення в області контакту подамо у вигляді

$$q(\varphi, s) = f \alpha_{m.n.} \omega R_1 \sigma(\varphi, s).$$

Тут λ_T - коефіцієнт теплопровідності матеріалу шару; $\alpha_{m.n.}$ - коефіцієнт розподілу теплового потоку; f - коефіцієнт тертя; $\Phi(\varphi)$ - задана функція.

Температурне поле шару визначено у праці [21] у вигляді

$$T(\xi, \varphi, s) = \beta_0(s) \ln \xi + \beta_1 + \left[\beta_{11}(s) \xi + \frac{\beta_{21}(s)}{\xi} \right] \cos \varphi + \sum_{m=2}^{\infty} \left[\beta_{1m}(s) \xi^m + \frac{\beta_{2m}(s)}{\xi^m} \right] \cos m\varphi, \quad (8)$$

де $\xi = r/R_3$ ($r \in [R_2; R_3]$), $\xi \in [d; 1]$, $d = R_2/R_3$, $\beta_0(s), \dots, \beta_{2m}$ - відомі коефіцієнти, у склад яких входить величина $\varphi_0(s)$.

В результаті розв'язування контактної задачі необхідно визначити розподіл контактного тиску, пружні переміщення, знос шару та змінюваний кут контакту як функцію шляху тертя. Умови (3), у яких σ_r , $\tau_{r\varphi}$, u_r - відповідно радіальні нормальні та дотичні напруження, а також радіальна складова переміщень, слід використати під час розв'язування задачі теорії пружності про напружено-деформований стан в околі області контакту (на поверхні контакту), яка в даній роботі не розглядається, а замість неї використовується поданий нижче спрощений трибологічний підхід до вирішення цієї проблеми.

2. Загальна схема розв'язування контактної задачі. Переміщення $u_e(\varphi, s)$, $u_T(\varphi, s)$, знос $u_w(\varphi, s)$ подамо у такому вигляді:

$$u_e(\varphi, s) = k \sigma(\varphi, s), \quad u_w(\varphi, s) = k_w \int_s^s [\sigma(\varphi, \xi)]^l [T(R_2, \varphi, \xi)]^{m_T} d\xi, \quad (9)$$

$$u_T(\varphi, s) = \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha_T \int_{R_2}^{R_3} T(r, \varphi, s) dr.$$

Тепер на підставі співвідношення (1) отримаємо інтегральне рівняння щодо контактного тиску $\sigma(\varphi, s)$:

$$\sigma(\varphi, s) + \lambda \int_s^s [\sigma(\varphi, \xi)]^l [T(R_2, \varphi, \xi)]^{m_T} d\xi = U[\varphi, \varphi_0(s)], \quad (10)$$

де

$$U[\varphi, \varphi_0(s)] = [Y_0 + Y_1 Q_0] \left[\frac{\cos \varphi}{\cos \varphi_0(s)} - 1 \right] + \sum_{m=2}^{\infty} [Y_{2m}(\varphi_0(s)) Q_0 + Y_{3m}] \left(\cos m\varphi - \frac{\cos \varphi \cos m\varphi_0(s)}{\cos \varphi_0(s)} \right),$$

$$Y_0 = \frac{1}{k} \left[\Delta - \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha_T \frac{(1-d) R_3}{\pi} \int_0^{\pi} \Phi(\varphi) d\varphi \right], \quad Y_1 = \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha_T \frac{(1-d + d \ln d) d G}{\pi k},$$

$$Y_{2m}[\varphi_0(s)] = 2G \frac{1+\nu}{1-\nu} \cdot \frac{\alpha_T}{\pi k} \cdot \frac{d^{m+1}}{m(1+d^{2m})} \left(\frac{1-d^{m+1}}{m+1} + \frac{1-d^{1-m}}{m-1} \right) \frac{1}{[\varphi_0(s) - 1/2 \sin 2\varphi_0(s)]^{\times}}$$

$$\times \left[\frac{\sin(m-1)\varphi_0(s)}{m-1} + \frac{\sin(m+1)\varphi_0(s)}{m+1} - \frac{2}{m} \cos \varphi_0(s) \sin m\varphi_0(s) \right], \quad k = \frac{(1-2\nu)(1+\nu)(R_3^2 - R_2^2) R_2}{E[R_2^2 + (1-2\nu)R_3^2]},$$

$$Y_{3m} = 2 \frac{1+\nu}{1-\nu} \cdot \frac{\alpha_T R_3}{\pi k} \cdot \frac{1}{1+d^{2m}} \left[\frac{1-d^{m+1}}{m+1} - \frac{1-d^{1-m}}{m-1} d^{2m} \right] \int_0^{\pi} \Phi(\xi) \cos m\xi d\xi, \quad G = -f \alpha_{m.n} \frac{R_3^2}{\lambda_T} \omega, \quad \lambda = \frac{k_w}{k};$$

E, ν – модуль пружності та коефіцієнт Пуассона; α_T – коефіцієнт термічного розширення; s^* – величина, яка враховує неодноразовість вступу точок поверхні в процес зношування; $s^* = 0$ для $|\varphi| \leq \varphi_0(0)$ і s^* – корінь рівняння $\varphi_0(s^*) = |\varphi|$ для $\varphi_0(0) \leq |\varphi| \leq \varphi_0(s)$.

Інтегрування рівняння (10) здійснене методом усереднення функціональних поправок [22]. В результаті перше наближення контактного тиску знайдено у вигляді:

$$\sigma_1(\varphi, s) = U[\varphi, \varphi_0(s)] - \mu \gamma_1'(s - s^*), \quad \mu = \lambda \left(\frac{G Q_0}{\pi R_3} d \ln d + \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \Phi(\varphi) d\varphi \right)^{m_r}, \quad (11)$$

де величина $\gamma_1 = \gamma_1(\varphi, s)$ визначається з рівняння

$$\frac{\lambda}{s - s^*} \int_{s^*}^z \int_{s^*}^z [T(R_2, \varphi, \xi)]^{m_r} d\xi dz \cdot \gamma_1' + \gamma_1 = \frac{1}{s - s^*} \int_{s^*}^s U[\varphi, \varphi_0(\xi)] d\xi. \quad (12)$$

Наближення вищих порядків ($n = 2, 3, \dots$) знаходимо за рекурентною схемою

$$\sigma_n(\varphi, s) = U[\varphi, \varphi_0(s)] - \lambda \int_{s^*}^s [T(R_2, \varphi, \xi)]^{m_r} [\sigma_{n-1}(\varphi, \xi) + \gamma_n]^l d\xi, \quad (13)$$

$$\gamma_n = \gamma_n(\varphi, s) = \frac{1}{s - s^*} \int_{s^*}^s [\sigma_n(\varphi, \xi) - \sigma_{n-1}(\varphi, \xi)] d\xi.$$

Для часткового випадку $l = 1$ на підставі виразу (12) маємо

$$\gamma_1 = \int_{s^*}^s U[\varphi, \varphi_0(\xi)] d\xi \left[s - s^* + \lambda \int_{s^*}^z \int_{s^*}^z [T(R_2, \varphi, \xi)]^{m_r} d\xi dz \right]^{-1}$$

і відповідно до цього

$$\sigma_1(\varphi, s) = U[\varphi, \varphi_0(s)] - \frac{\lambda \int_{s^*}^s U[\varphi, \varphi_0(\xi)] d\xi \cdot \int_{s^*}^s [T(R_2, \varphi, \xi)]^{m_r} d\xi}{s - s^* + \lambda \int_{s^*}^z \int_{s^*}^z [T(R_2, \varphi, \xi)]^{m_r} d\xi dz}. \quad (14)$$

При цьому спрацювання шару $u_w(\varphi, s)$ дорівнюватиме

$$u_w(\varphi, s) = \frac{k_w \int_{s^*}^s U[\varphi, \varphi_0(\xi)] d\xi \cdot \int_{s^*}^s [T(R_2, \varphi, \xi)]^{m_r} d\xi}{s - s^* + \lambda \int_{s^*}^z \int_{s^*}^z [T(R_2, \varphi, \xi)]^{m_r} d\xi dz}. \quad (15)$$

На основі даних праці [22] можна стверджувати, що для випадку $l=1$ збіжність схеми (13) забезпечується виконанням умови

$$\varepsilon = \lambda \sqrt{\int_{s_2^*}^{s_2} \int_{s_2^*}^z [T(R_2, \varphi, \xi)]^{2m_r} d\xi dz} < 1. \quad (16)$$

Зв'язок $[s, \varphi_0(s)]$ подамо за методикою праці [21] у вигляді такого рівняння:

$$s = \frac{Z_0[\varphi_0(s)] + Z_{3m}[\varphi_0(s)] + Q_0 \{Z_1[\varphi_0(s)] + Z_{2m}[\varphi_0(s)] - 1\}}{\mu R_1 \left[\frac{Q_0}{2[\varphi_0(s)] R_1} \right]^l \int_{-\varphi_0(s)}^{\varphi_0(s)} \frac{d\varphi}{\cos^{l-1} \varphi}}, \quad (17)$$

$$Z_0(\varphi_0(s)) = R_1 Y_0 \int_{-\varphi_0(s)}^{\varphi_0(s)} \left[\frac{\cos \varphi}{\cos \varphi_0(s)} - 1 \right] \cos \varphi d\varphi, \quad Z_1(\varphi_0(s)) = R_1 Y_1 \int_{-\varphi_0(s)}^{\varphi_0(s)} \left[\frac{\cos \varphi}{\cos \varphi_0(s)} - 1 \right] \cos \varphi d\varphi,$$

$$Z_{2m}(\varphi_0(s)) = R_1 \sum_{m=2}^{\infty} Y_{2m}(\varphi_0(s)) \int_{-\varphi_0(s)}^{\varphi_0(s)} \left(\cos m\varphi - \frac{\cos \varphi \cos m\varphi_0(s)}{\cos \varphi_0(s)} \right) \cos \varphi d\varphi,$$

$$Z_{3m}(\varphi_0(s)) = R_1 \sum_{m=2}^{\infty} Y_{3m} \int_{-\varphi_0(s)}^{\varphi_0(s)} \left(\cos m\varphi - \frac{\cos \varphi \cos m\varphi_0(s)}{\cos \varphi_0(s)} \right) \cos \varphi d\varphi.$$

3. Числовий аналіз. Приклад 1. Для вивчення впливу температурного чинника (теплоутворення) на зносоконтактні параметри здійснені конкретні розрахунки для з'єднання "незношуваний циліндр – зношуваний шар". Для порівняння розраховані зносоконтактні параметри вузла без врахування впливу температури. У математичній моделі задачі прийняті такі вихідні дані:

$$R_1 = 1,25 \cdot 10^{-2} \text{ м}; \quad R_2 = 1,3 \cdot 10^{-2} \text{ м}; \quad R_3 = 1,45 \cdot 10^{-2} \text{ м}; \quad \Delta = 5 \cdot 10^{-4} \text{ м}; \quad Q_0 = 1 \cdot 10^5 \text{ Н/м};$$

$$E = 8,4 \cdot 10^8 \text{ Н/м}^2; \quad \nu = 0,4; \quad \omega = 5 \text{ об/с}; \quad \alpha_T = 8 \cdot 10^{-5} \text{ град}^{-1}; \quad f = 0,1; \quad \alpha_{m.n.} = 0,08;$$

$$\lambda_T = 0,39 \text{ Вт м}^{-1} \text{ град}^{-1}; \quad k_w = 1 \cdot 10^{-18} \text{ м}^2 / \text{Н}; \quad l = 1; \quad m_r = 0; \quad \Phi(\varphi) = 100 + 3 \cos \varphi, \text{ } ^\circ \text{С}.$$

Для цих даних отримано: $k = 8,47 \cdot 10^{-13} \text{ м}^3 / \text{Н}; \quad \lambda = 1,181 \cdot 10^{-6} \text{ м}^{-1}$.

Побудова зв'язку $[s, \varphi_0(s)]$ здійснена на основі рівняння (17), внаслідок чого

$$\varphi_0(0) \approx 0,271 \text{ рад} = 15,6^\circ \text{ для } \alpha_T = 0; \quad \varphi_0(0) \approx 0,243 \text{ рад} = 13,9^\circ \text{ для } \alpha_T \neq 0.$$

На рис. 1-3 подані результати розрахунків зв'язку $[s, \varphi_0(s)]$, зносу внутрішньої поверхні шару і розподілу контактного тиску з урахуванням ($\alpha_T \neq 0$) і без урахування ($\alpha_T = 0$) теплоутворення.

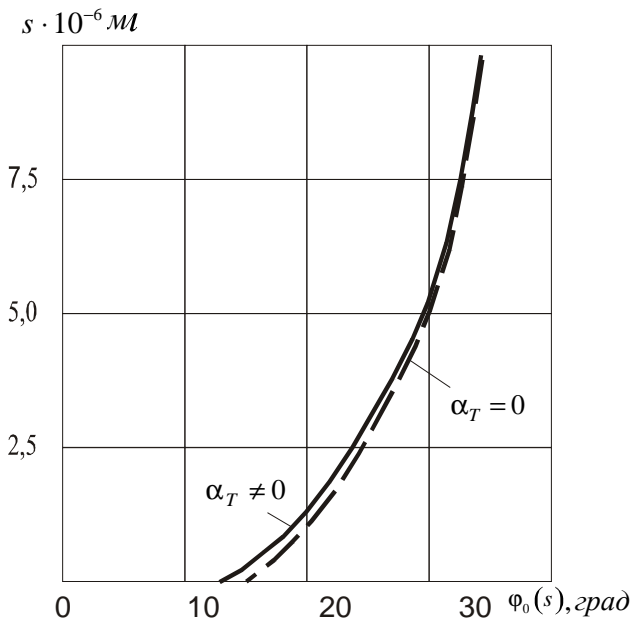


Рис. 1. Залежність шляху s від кута $\varphi_0(s)$

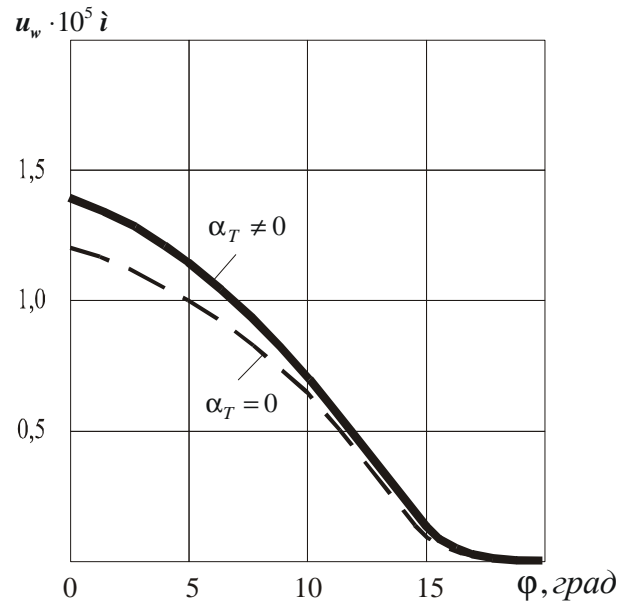


Рис. 2. Знос внутрішньої поверхні шару

Результати розрахунків дають можливість зробити такі **висновки**.

1. Врахування теплоутворення дає підвищені значення контактної тиску в центрі контактної області, а тому нехтування цим чинником може мати негативні наслідки.

2. Врахування температурного чинника збільшує прогнозований максимальний знос шару. Для розглянутого прикладу таке збільшення сягає 14,5% і ним нехтувати не можна.

3. Кутовий (за φ) розподіл температур на внутрішній поверхні шару істотно змінюється лише в області контакту $\varphi \in [-\varphi_0(s), \varphi_0(s)]$; поза нею він практично однаковий.

Приклад 2. Для вихідних даних прикладу 1 здійснено розрахунки зносоконтактних параметрів у випадку закону спрацювання шару у вигляді співвідношення (4) для $l=1$ та окремих значень m_T . Як розрахункове прийнято значення $s = 7,445 \cdot 10^5$ м. При цьому значенні s умова збіжності (16) виконується для $m_T \leq 0,1$. Згідно зі співвідношенням (17) значення початкового півкута контакту не залежать від m_T , тому для всіх розглянутих значень m_T отримано $\varphi_0(0) \approx 0,243$ рад = $13,9^\circ$.

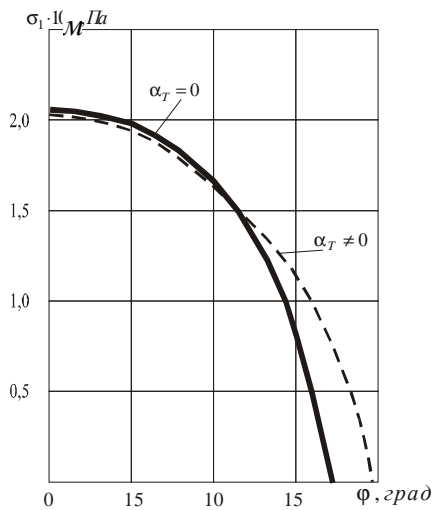


Рис. 3. Розподіл контактної тиску ($s = 7,445 \cdot 10^5$ м)

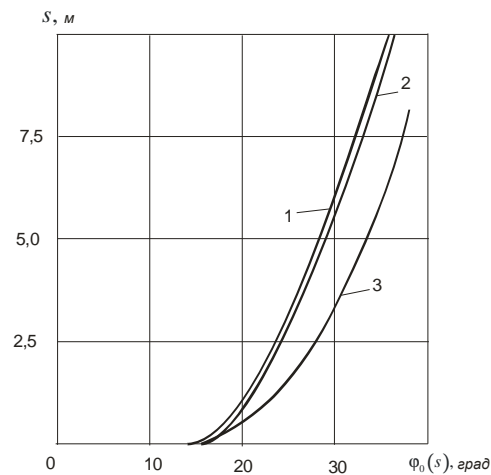


Рис. 4. Залежність шляху s від кута $\varphi_0(s)$:

1. $m_T = -0,5$, $s \cdot 10^{-7}$ м;
2. $m_T = 0$, $s \cdot 10^{-6}$ м;
3. $m_T = 0,1$, $s \cdot 10^{-6}$ м

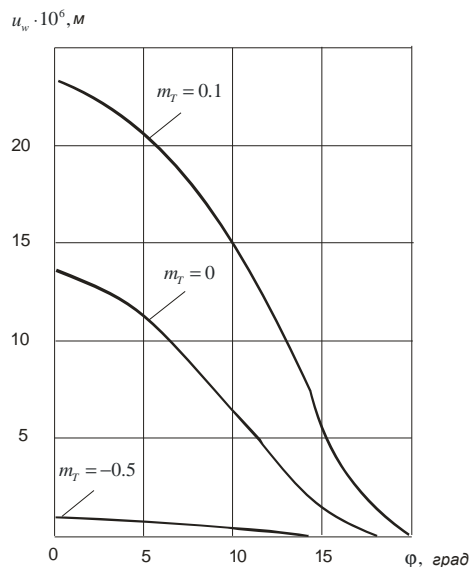


Рис. 5. Знос внутрішньої поверхні шару

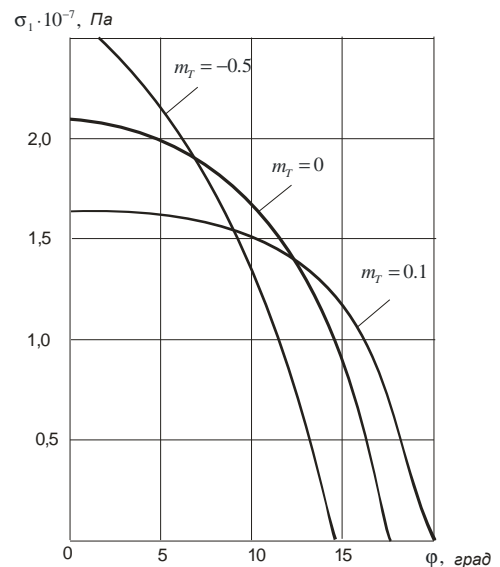


Рис. 6. Розподіл контактної тиску

Таблиця. Залежність температури $T(R_2, \varphi, s)$, °С від кута φ

φ , град	$m_T = -0,5$	$m_T = 0$	$m_T = 0,1$
0	180,6	167,7	162,2
10	145,3	147,7	147,1
20	105,2	108,8	111,4
40	102,3	102,3	102,3
60	101,5	101,5	101,5
80	100,5	100,5	100,5
100	99,5	99,5	99,5
120	98,5	98,5	98,5
140	97,7	97,7	97,7
160	97,2	97,2	97,2
180	97,0	97,0	97,0

Результати розрахунків температури на поверхні контакту в залежності від кутової координати подані у таблиці. На рис. 4-6 відображені результати розрахунків зв'язку $[s, \varphi_0(s)]$, розподілу контактної тиску і зносу внутрішньої поверхні шару відповідно.

Вплив коефіцієнта m_T на зносоконтактні параметри полягає у тому, що:

1. збільшення значень m_T приводить до зменшення шляху тертя для досягнення заданих значень кута контакту;

2. збільшення значень m_T приводить до зменшення величини максимального контактної тиску і збільшення максимальних значень зносу шару;

3. максимальні значення температури в зоні контакту зменшуються зі зростанням m_T

Література

1. Богатин О.Б., Моров В.А., Черский И.Н. Основы расчета полимерных узлов трения. – Новосибирск: Наука, 1983. – 216 с.
2. Грилицький Д.В. Термопружні контактні задачі в трибології. – К.: ІЗМН, 1996. – 204 с.
3. Александров В.М., Аннакулова Г.К. Контактная задача с учетом износа и тепловыделения от трения // Трение и износ. – 1990. – Т. 11. – № 1. – С. 24-28.
4. Бабешко В.А., Ворович И.И. К расчету контактных температур, возникающих при вращении вала в подшипнике // Прикладная механика и техническая физика. – 1968. – № 2. – С. 135-137.
5. Богатин О.Б., Черский И.Н., Тихонов А.Г. Особенности температурного поля при трении опор возвратно-вращательного движения // Трение и износ. – 1987. – Т. 8. – № 3. – С. 437-444.
6. Ефимов А.Б., Дроздов Ю.Н., Гасанов А.И., Наумова Н.М., Пучков В.Н. Математическое моделирование контактного взаимодействия в цилиндрической опоре скольжения // Трение и износ. – 1988. – Т. 9. – № 2. – С. 223-230.
7. Ефимов А.Б., Дроздов Ю.Н., Наумова Н.М. изнашивание радиального подшипника скольжения с учетом температурных деформаций // Трение и износ. – 1991. – Т. 12. – № 5. – С. 773-780.
8. Ефимов А.Б., Дроздов Ю.Н., Наумова Н.М., Гасанов А.И., Пучков В.Н. Контактные взаимодействия в цилиндрической опоре скольжения с учетом температурных деформаций // Трение и износ. – 1989. – Т. 10. – № 3. – С. 389-394.
9. Коваленко Е.В., Евтушенко А.А. Износ подшипника скольжения с учетом тепловыделения от трения // Трение и износ. – 1993. – Т. 14. – № 2. – С. 259-269.
10. Моров В.А., Ермолаева А.З. Приближенный метод расчета термоупругих перемещений при решении термоконтактных задач для подшипников скольжения с тонкими покрытиями // Трение и износ. – 1992. – Т. 13. – № 2. – С. 237-250.
11. Моров В.А., Ермолаева А.З., Кондаков А.С. Диаграммы термоупругих состояний цилиндрических опор скольжения. 1. Анализ стационарных решений // Трение и износ. – 1991. – Т. 12. – № 1. – С. 12-23.
12. Огарков Б.И., Голомедова А.И. Расчет стационарного поля анизотропного вкладыша подшипника скольжения // Изв. вузов. Машиностроение. – 1970. – № 8. – С. 43-48.
13. Переверзева О.В., Балакин В.А. Распределение теплоты между трущимися телами // Трение и износ. – 1992. – Т. 13. – № 3. – С. 507-516.
14. Переверзева О.В., Балакин В.А. Выбор тепловых схем и граничных условий при расчете нестационарных температурных полей в высокоскоростных и тяжело нагруженных узлах трения // Трение и износ. – 1993. – Т. 14. – № 3. – С. 487-497.
15. Старостин Н.П., Кондаков А.С., Моров В.А. Анализ нестационарного термоконтактного взаимодействия в цилиндрических опорах скольжения с тонкими покрытиями // Трение и износ. – 1997. – Т. 18. – № 6. – С. 772-782.
16. Тихомиров В.П. Температурный режим работы пары металл-керамическая композиция – сталь при нестационарном трении // Трение и износ. – 1991. – Т. 12. – № 6. – С. 993-997.
17. Флоке А., Плей Д., Года М. Температуры поверхностей при распределенных контактах. Приложение к проектированию подшипников. // Труды Американского общества инженеров-механиков. Проблемы трения и смазки. – 1977. – № 2. – С. 143-151.
18. Черский И.Н., Старостин Н.П. Моделирование процессов трения и изнашивания и создание методов расчета и диагностики металло-полимерных узлов трения // Трение и износ. – 1997. – Т. 18. – № 1. – С. 63-73.
19. Щучев К.Г., Филипчук А.И., Рыжкин А.А., Климов М.М. Взаимосвязь характеристик температурного поля пары трения с интенсивностью изнашивания // Трение и износ. – 1985. – Т. 6. – № 1. – С. 153-157.
20. Кузьменко А.Г. Многофакторные мультимодели изнашивания и методы определения их параметров // Проблемы трибологии (Problems of Tribology). – 2000. – № 2. – С. 123-145.
21. Любин А.Г. Термотрибоконтатная задача для цилиндрических опор скольжения // Проблемы трибологии (Problems of Tribology). – 1998. – № 4. – С. 9-21.
22. Соколов Ю.Д. Метод осреднения функциональных поправок. – К.: Наук. думка, 1967. – 336 с.