ВИЗНАЧЕННЯ ЗАЛИШКОВОЇ ДОВГОВІЧНОСТІ ТОНКОСТІННИХ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ В УМОВАХ ВИСОКОТЕМПЕРАТУРНОЇ ПОВЗУЧОСТІ

О.Є. Андрейків, Н.Б. Сас

DETERMINATION OF THE RESIDUAL LIFE TIME OF THIN-WALLED STRUCTURAL ELEMENTS UNDER HIGH TEMPERATURE CREEP

O.E. Andreykiv, N.B. Sas

Львівський національний університет імені Івана Франка, Україна

Abstract. A calculation model for evaluation of sub critical crack propagation high-temperature creep in metallic plates is proposed. The model is based on the first low of thermodynamics on energy balance and the balance of energy change velocity in a metallic plate, containing a macro crack and subjected to long-term static loading tension under high-temperature field effect, thus providing the process of stable creep in the process zone near the crack tip. On the basis of above mentioned the equation with original and final conditions are obtained that composed the mathematical model for determining the sub critical crack growth period under high-temperature creep in metallic plates.

Дослідженню втрати високотемпературної міцності металевих матеріалів, тобто зародженню і поширенню тріщин високотемпературної повзучості в літературі присвячено ще мало робіт. Спроб побудувати теорію поширення тріщин високотемпературної повзучості відомо, в основному, тільки шляхом опису експериментальних даних (див. напр. [1-3]).

В даній роботі зроблена спроба розробити математичну модель для визначення залишкової довговічності тонкостінних елементів конструкцій в умовах високотемпературної повзучості. Суть підходу у формулюванні такої моделі полягає в наступному.

Математична модель для визначення періоду докритичного росту макротріщини в пластині при високотемпературній повзучості

В основу запропонованої моделі покладений перший закон термодинаміки [4] для випадку руйнування пластини з прямолінійною тріщиною довжини l_0 під дією високої температури T_0 і довготривалого статичного навантаження p (рис.1). Пластина нагріта рівномірно до високої температури T_0 (так звана температура повзучості [5]), тріщина макроскопічна, навантаження розтягу p прикладені довільним чином. Треба визначити час $t = t_*$, коли в результаті високотемпературної повзучості тріщина підросте до критичного розміру l_* і пластина зруйнується.

Енергетичний баланс процесу росту тріщини запишемо так

$$Q + A = W + \Gamma + K, \qquad (1)$$

де A – робота зовнішніх сил, яку вважаємо постійною; W – енергія деформування тіла, яку подамо в такому вигляді

$$W = W_{sp} + W_{pl}^{(1)}(l,\theta) - W_{pl}^{(2)}(t,\theta), \qquad (2)$$

W_{sp} – пружна складова W; $W_{pl}^{(1)}(l,\theta)$ – частина енергії пластичного деформування, що залежить від довжини тріщини l і кута θ між напрямком поширення тріщини (Δl) і віссю абсцис Ox локальної декартової системи координат Oxy; $W_{pl}^{(2)}(t,\theta)$ – частина енергії пластичного деформування, яка затрачена на пластичне деформування при постійній довжині тріщини під час інкубаційного періоду підготовки її стрибка, залежить від часу t і генерується самим тілом; Γ – енергія руйнування тіла, яка залежить тільки від довжини тріщини; $Q = \mathrm{const}$ – величина теплової енергії, яка створена зовнішніми джерелами тепла; K – кінетична енергія, яка в даному випадку буде малою величиною і нею будемо нехтувати.

Оскільки виконується рівняння енергетичного балансу (1), то і буде виконуватися рівняння балансу швидкостей зміни енергії, тобто

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial \Gamma}{\partial t}. \qquad (3)$$

Підставляючи (2) в (3), отримаємо

$$\frac{\partial}{\partial l}\left[\Gamma - \left(A - W_{sp} - W_{pl}^{(1)}\right)\right]\frac{dl}{dt} - \frac{\partial W_{pl}^{(2)}}{\partial t} = 0. \qquad (4)$$

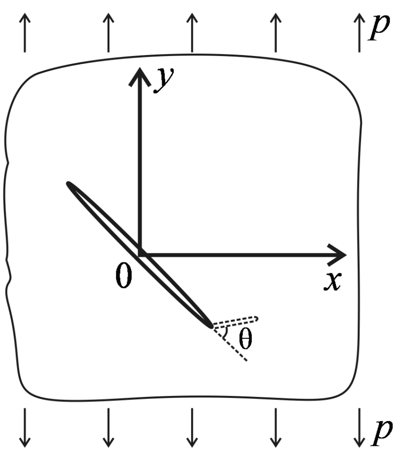

Рис. 1. Схема навантаження пластини з тріщиною.

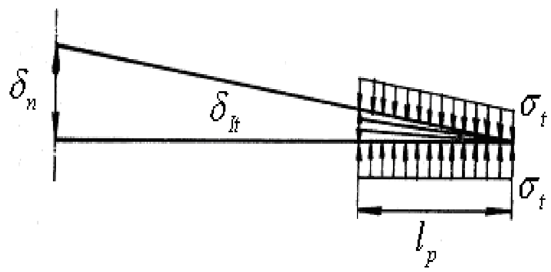

Рис. 2. Схема розкриття вершини тріщини і зони передруйнування біля неї.

Звідси, знайдемо швидкість поширення тріщини повзучості $V = dl/dt$

$$V = \frac{dl}{dt} = \frac{\partial W_{pl}^{(2)}}{\partial t} \bigg/ \frac{\partial}{\partial l}\left[\Gamma - \left(A - W_{sp} - W_{pl}^{(1)}\right)\right]. \qquad (5)$$

На основі результатів робіт [4,6], вираз в квадратних дужках запишемо так:

$$\frac{\partial}{\partial l}\left[\Gamma - \left(A - W_{sp} - W_{pl}^{(1)}\right)\right] = \gamma_f - \gamma_t, \qquad (6)$$

де γ_f – питома енергія руйнування при поширенні тріщини повзучості; γ_t –питома енергія пластичного деформування в зоні передруйнування біля вершини тріщини: $\gamma_t = \sigma_t \delta_{It}(0) + \tau_t \delta_{IIt}(0)$; σ_t і τ_t – усереднені нормальні і дотичні напруження в зоні передруйнування; $\delta_{It}(0)$ і $\delta_{IIt}(0)$ – нормальне і дотичне розкриття вершини тріщини.

Підставляючи співвідношення (6) в рівняння (5), отримаємо:

$$V = \frac{\partial W_{pl}^{(2)}}{\partial t} \bigg/ \left(\gamma_f - \gamma_t\right). \qquad (7)$$

Оскільки, далі вважаємо, що тріщина поширюється в напрямку максимально можливої швидкості, тобто $(\partial V/\partial\theta = 0)$, із рівняння (7) отримаємо друге кінетичне рівняння для визначення напрямку поширення тріщини

$$\frac{\partial}{\partial\theta}\left\{\frac{\partial W_{pl}^{(2)}(t,\theta)}{\partial t}\left(\gamma_f - \gamma_t(l,\theta)\right)^{-1}\right\} = 0. \tag{8}$$

Для повноти математичної моделі, до рівнянь (7), (8) додаємо такі початкову і кінцеву умови

$$t = 0, \quad l(0) = l_0, \qquad t = t_*, \quad l(t_*) = l_*, \tag{9}$$

де критична довжина тріщини l_* визначається із енергетичного критерію

$$\gamma_t(l_*) = \gamma_f\ . \tag{10}$$

Тут t_* – час докритичного росту макротріщини.

Отже, кінетичні рівняння (7), (8) та умови (9), (10) утворюють розрахункову модель для визначення періоду докритичного росту в металевих пластинах тріщини високотемпературної повзучості.

Симетричний випадок прямолінійної тріщини. Нехай в металевій пластині прямолінійна тріщина розміщена вздовж осі Ox з початком O у вершині тріщини. Зусилля p прикладені так, що у пластині утворюється напружено-деформований стан симетричний відносно Ox. Тоді рівняння (8) матиме розв’язок $\theta = 0$, тобто тріщина буде поширюватися вздовж осі Ox.

Розглядаючи пластичне деформування зони передруйнування при високій температурі, можна припустити, що під час підготовки стрибка тріщини більшість часу буде займати процес усталеної повзучості, коли $\dot{\varepsilon}_t = \mathrm{const}$ або $\dot{\delta}_{It}(0) = \mathrm{const}$. Тут $\dot{\varepsilon}$ – швидкість зміни деформації в зоні передруйнування; $\dot{\delta}_{It}(0)$ – швидкість розкриття зони передруйнування.

Тоді складники рівняння (7) можна записати так

$$\gamma_t = \sigma_t\delta_{It}(0), \qquad \gamma_f = \sigma_t\delta_{Ic}\,; \tag{11}$$

$$W_{pl}^{(2)}(t) = \int_0^{l_{pt}} \sigma_t\left[\delta_{It}(x) + \dot{\delta}_{It}(x)\cdot t\right]dx - \int_0^{l_p}\sigma_t\delta_{It}(x)dx. \tag{12}$$

Тут l_p – довжина початкової пластичної зони біля вершини тріщини (рис. 2); l_{pt} – довжина пластичної зони біля вершини тріщини після інкубаційного періоду перед стрибком тріщини; δ_{Ic} – критичне значення $\delta_{It}(0)$;

$$\sigma_t = \sigma_{0.2} + 0{,}5A\varepsilon_t^n\,; \tag{13}$$

$\sigma_{0.2}$ – границя текучості; A, n – параметри істинної діаграми розтягання розглядуваного матеріалу пластини.

Представимо, як і в роботах [6,7], величину $\delta_{It}(x)$ у зоні передруйнування наближено так:

$$\delta_{It}(x) \approx \delta_{It}(0)\left(1 - x/l_p\right)^2, \tag{14}$$

довжину пластичної зони l_p знайдемо із співвідношень для макротріщини $\delta_{It}(0) = K_{\mathrm{I}}^2/(\sigma_t E), \quad l_p = K_{\mathrm{I}}^2/\sigma_t^2$, у вигляді

$$l_p = \delta_{It}(0)E\sigma_t^{-1}. \tag{15}$$

Тут E – модуль пружності; K_I – коефіцієнт інтенсивності напружень.

На співвідношень (14) і (15), а також відповідних обчислень, рівняння (12) набуде вигляду

$$W_{pl}^{(2)}(t) = \frac{E}{3}\left[\delta_{It}(0) + \dot{\delta}_{It}(0)\cdot t\right]^2 - \delta_{It}^2(0). \tag{16}$$

Підставляючи співвідношення (6), (7) і (16) у рівняння (5), а також замінюючи t час t_i інкубаційного періоду, при якому

$$\delta_{It}(0) + \dot{\delta}_{It}(0)t_i = \delta_{Ic},$$

для визначення кінетики поширення тріщини високотемпературної повзучості отримаємо рівняння

$$V = 0.6666E\frac{\dot{\delta}_{It}(0)}{\sigma_t - \delta_{Ic}^{-1}\sigma_t\delta_{It}(0)}. \tag{17}$$

Величину у формулі (17) визначаємо, виходячи із таких міркувань. Між деформацією матеріалу біля вершини тріщини ε і її розкриттям $\delta_{It}(0)$ існує залежність [8]

$$\delta_{Ic}^{-1}\delta_{It}(0) = \varepsilon_t\varepsilon_c^{-1}, \tag{18}$$

де ε_c – критичне значення ε_t.
Звідси,

$$\dot{\delta}_{It}(0) = \dot{\varepsilon}_t\cdot\delta_{Ic}\cdot\varepsilon_c^{-1}. \tag{19}$$

Швидкість деформації повзучості $\dot{\varepsilon}_t(0)$ і $\dot{\delta}_{It}(0)$ визначимо так:

$$\dot{\varepsilon}_t = A\varepsilon_t^m, \quad \dot{\delta}_{It}(0) = A_1\left[\delta_{It}(0)\delta_{Ic}^{-1}\right]^m, \quad A_1 = A\delta_{Ic}\varepsilon_c^{(m-1)}. \tag{20}$$

Тут A, m – характеристики високотемпературної повзучості матеріалу. На основі співвідношень (13), (18)-(20) рівняння (17) запишемо:

$$V = 0.6666EA_1\left[\delta_{It}(0)\delta_{Ic}^{-1}\right]^m\left[\sigma_t - \delta_{Ic}^{-1}\sigma_t\delta_{It}(0)\right]^{-1}. \tag{21}$$

Для повноти математичної моделі до рівняння (21) додамо початкову і кінцеву умови:

$$t = 0,\ \ l(0) = l_0, \qquad t = t_*,\ \ l(t_*) = l_*, \tag{22}$$

де критична довжина $l = l_*$ визначається із КРТ критерію [8]

$$\delta_{It}(l_*) = \delta_{Ic}. \tag{23}$$

Таким чином, коли відомі сталі матеріалу $E, \delta_{Ic}, A_1, m, \varepsilon_c$, період докритичного росту тріщин високотемпературної повзучості визначать співвідношення (21)-(23).

Двоякоперіодична система тріщин. Розглянемо нескінчену пластинку послаблену двоякоперіодичною системою прямолінійних тріщин довжини $2l$, центри яких розміщені у вузлах квадратної решітки із стороною d. (рис. 3).

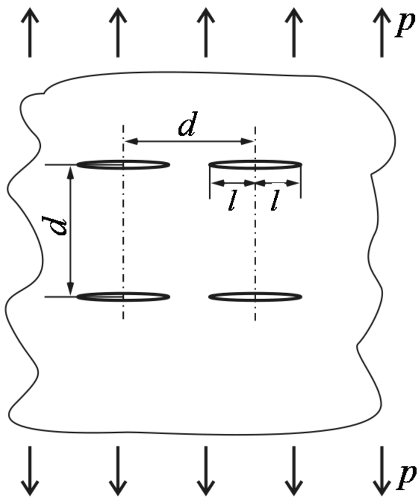

Рис. 3. Схема навантаження пластини, послабленої двоякоперіодичною системою тріщин.

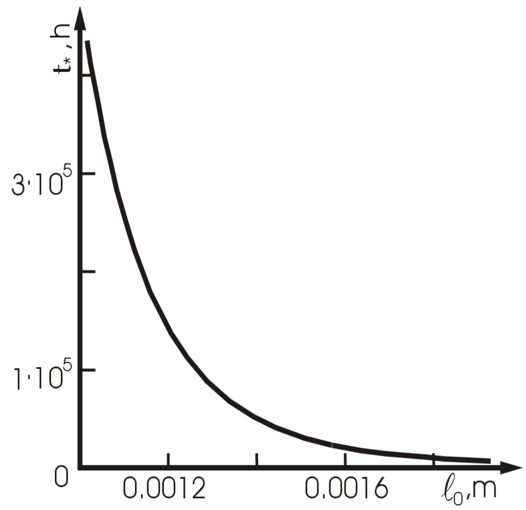

Рис. 4. Графічна залежність залишкової довговічності пластини від початкового розміру тріщини.

Вважається, що пластина нагріта до високої температури, а на нескінченності розтягується рівномірно розподіленими зусиллями інтенсивності p, направленими перпендикулярно до ліній розміщення тріщини. Задача полягає у визначенні часу $t = t_*$, коли довжина тріщини в результаті високотемпературної повзучості підросте до критичного розміру $l(t_*) = l_*$ і відбудеться руйнування. Для розв'язку такої задачі рівняння (21), з врахуванням результатів роботи [8], набуде наступного вигляду:

$$V = 0{,}6666 EA_1/\sigma_t \left[K_I^2/K_{Ic}^2\right]^m \left[1 - K_I^2/K_{Ic}^2\right]^{-1}, \tag{24}$$

Для визначення періоду докритичного росту тріщини $t = t_*$ до рівняння (24) додаємо початкову і кінцеву умови:

$$t = 0,\ \ l(0) = l_0; \qquad t = t_*,\ \ l(t_*) = l_*, \tag{25}$$

де критичну довжину $l = l_*$ визначають із критерію Ірвіна [8]

$$K_I(p, l_*) = K_{Ic}. \tag{26}$$

На основі результатів роботи [9] коефіцієнт інтенсивності напружень K_I для даного випадку буде визначатися так:

$$K_I = p(\pi l)^{\frac{1}{2}}\left(1 + 8{,}77\cdot 10^{-2}\pi\lambda^2 + 3{,}79\cdot 10^{-3}\pi^2\lambda^4 - 2{,}6\cdot 10^{-3}\pi^3\lambda^6 + O\left(\lambda^8\right)\right),\ \ \lambda = 2ld^{-1}. \tag{27}$$

Тоді, з врахуванням (27), співвідношення (24) – (26) набудуть наступного вигляду:

$$\frac{dl}{dt} = \frac{2EA_1}{3\sigma_t}\left(\frac{p^2\pi l + 0.17p^2\pi^2\lambda^2 l + 1.53\cdot 10^{-2}p^2\pi^3\lambda^4 l - 4.54\cdot 10^{-3}p^2\pi^4\lambda^6 l + O\left(\lambda^8\right)}{K_{Ic}^2}\right)^m \times$$
$$\left(1 - \frac{p^2\pi l + 0.17p^2\pi^2\lambda^2 l + 1.53\cdot 10^{-2}p^2\pi^3\lambda^4 l - 4.54\cdot 10^{-3}p^2\pi^4\lambda^6 l + O\left(\lambda^8\right)}{K_{Ic}^2}\right)^{-1} \tag{28}$$

$$t = 0,\ \ l(0) = l_0; \qquad t = t_*,\ \ l(t_*) = l_*. \tag{29}$$

Розклавши рівняння (28) по степенях λ, отримаємо:

$$dt = \frac{3\sigma_t}{2EA_1}\left(0.32\frac{K_{Ic}^2}{p^2 l}\right)^m\left[1 - \frac{\pi p^2 l}{K_{Ic}^2} + \left(\left(-1.73 + 0.55m\pi\right)\frac{p^2 l}{K_{Ic}^2} - 0.55m\right)\lambda^2 + O\left(\lambda^4\right)\right]dl\,. \tag{30}$$

Проінтегрувавши рівняння (30), з врахуванням умов (29), отримаємо:

$$t_* = \frac{3\sigma_t}{2EA_1}\left(0.32\frac{K_{Ic}^2}{p^2}\right)^m\left(\frac{\left[l_*^{1-m} - l_0^{1-m}\right]}{(1-m)} - \frac{\pi p^2}{K_{Ic}^2}\frac{\left[l_*^{2-m} - l_0^{2-m}\right]}{(2-m)} - \right.$$
$$\left. - \frac{2.20m}{d^2}\frac{\left[l_*^{3-m} - l_0^{3-m}\right]}{(3-m)} + \frac{4p^2\left(-1.73 + 0.55m\pi\right)}{d^2K_{Ic}^2}\frac{\left[l_*^{4-m} - l_0^{4-m}\right]}{(4-m)} + O\left(\lambda^4\right)\right). \tag{31}$$

Для кількісного аналізу співвідношення (31) задамо конкретні значення механічних характеристик і параметрів високотемпературної повзучості для випадку матеріалу Allow 100, що досліджувався в роботі [2]. В результаті отримаємо:

$$E = 1{,}9\cdot 10^5\,MPa,\quad \sigma_t = 730MPa,$$
$$A_1 = 3{,}22\cdot 10^{-4},\quad m = 7{,}53,\quad d = 0{,}03\ m, \tag{32}$$
$$l_* = 0{,}01\,m,\quad p = 5{,}025K_{1C}.$$

Враховуючи це, співвідношення (31) зведемо до вигляду

$$t_* = 0{,}039 + 1{,}36\cdot 10^{-14}l_0^{-6{,}53} - 1{,}28\cdot 10^{-12}l_0^{-5{,}53} - 3{,}63\cdot 10^{-10}l_0^{-4{,}53} + 3{,}20\cdot 10^{-8}l_0^{-3{,}53}. \tag{33}$$

З допомогою співвідношення (33) на рис. 4 побудовано графічну залежність залишкового ресурсу $t = t_*$ пластини послабленої двоякоперіодичною системою тріщин від початкової довжини тріщини l_0. Як видно з рис. 4, залишкова довговічність пластини t_* суттєво залежить від початкового розміру тріщини і різко зменшується при збільшенні l_0.

Висновки

На основі першого закону термодинаміки, а також основних положень механіки руйнування сформульована математична модель для визначення періоду докритичного росту тріщин високотемпературної повзучості в металічних пластинах.

Застосування моделі продемонстровано на прикладі задачі розтягу пластини з двоякоперіодичною системою тріщин.

Література

1. Тайра С., Отани Р. Теория высокотемпературной прочности материалов. – М.: Металлургия, 1986. – 280 с.
2. Fuji A. and Kitagawa M. A Comparison of Creep Crack Growth Behaviour in Nickel Based Super Alloy with Low Alloy Steel. – Там же. – P. 487-495.
3. Koterazawa R. Propagation of surface crack under creep and fatigue conditions at elevated temperature // Proc. Int. Conf. on Creep, ISME, ImechE, ASME, ASTM, 1986. – P. 291-296.
4. Шата М., Терлецька З.О. Енергетичний підхід у механіці втомного поширення макротріщини // Механіка руйнування і міцність конструкцій (під редак. В.В. Панасюка). – Львів: Каменяр. – 1999 – В.2. – С. 141-148.
5. Лепин Г.Ф. Ползучесть металлов и критерии жаропрочности. – М.: Металлургия, 1976. – 375 с.
6. Андрейків О.Є., Ліщинська М.В. Рівняння росту втомних тріщин в неоднорідних пластинах // Фіз.-хім. Механіка матеріалів. – 1999. – № 3. – С. 53-58.
7. Андрейкив А.Е., А. И. Дарчук. Усталостное разрушение и долговечность конструкций. – К.: Наук. Думка, 1992. – 184с.
8. Панасюк В. В., Андрейкив О. Є., Партон В. З. Основы механики разрушения. – К.: Наукова думка, 1988. – 488 с.
9. Саврук М.П. Коэффициенты интенсивности напряжений в телах с трещинами – К.: Наукова думка, 1988. – 620 с.