

**ОЦІНКА ОПІРНОСТІ КОНСТРУКЦІЙНИХ МАТЕРІАЛІВ
ВТОМНОМУ РУЙНУВАННЮ ЗА СКЛАДНОГО НАВАНТАЖЕННЯ****Я.Л. Іваницький, П.С. Кунь****EVALUATION OF STRUCTURAL MATERIAL RESISTANCE
TO FATIGUE FRACTURE UNDER COMPLEX LOADING****Ya. L. Ivanytskyi, P.S. Kun'***Фізико-механічний інститут ім. Г.В. Карпенка НАН України, Львів*

Abstract A task of fatigue crack growth during simultaneous realization of three macromechanisms of destruction is considered. On the basis of energy approach the formula for determination of crack growth rate is offered. The calculations values are compared with experimental data.

Дослідження процесу втомного руйнування конструкційних матеріалів належать до важливих проблем руйнування та міцності матеріалів, оскільки це є головною причиною виходу з ладу як окремих деталей вузлів, так і аварій на великих промислових об'єктах. Вивчення закономірностей втомного руйнування матеріалів, а також встановлення методів оцінки надійності та довговічності елементів конструкцій під дією циклічного навантаження знаходяться в центрі уваги дослідників впродовж останніх десятиріч [1-3].

У даний час в науковій літературі детально проаналізовано процеси росту втомних тріщин нормального відриву [2]. Водночас відомостей про кінетику тріщини поперечного і поздовжнього зсувів є недостатньо. В реальних умовах складного навантаження втомне руйнування елементів конструкцій відбувається за умов одночасної реалізації згаданих трьох макромеханізмів руйнування. Єдиної теорії для вивчення такого явища ще не розроблено, хоча вже відомі результати експериментальних досліджень [4,5] про взаємовплив макромеханізмів руйнування на кінетику поширення втомної тріщини.

Основні наявні результати з цієї проблеми стосуються експериментальної побудови кінетичних діаграм втомного руйнування за умов реалізації різних механізмів поширення тріщини, що зумовлено певним співвідношенням коефіцієнтів інтенсивності напружень (КІН): K_I і K_{II} ; K_I і K_{III} . При цьому швидкість росту тріщини dl/dN представляють як функцію від розмаху лише одного параметра КІН, найчастіше – ΔK_I , а наявність іншого коефіцієнта враховують як додатковий фактор.

Існуючі теоретичні моделі поширення втомних тріщин в основному базуються на реалізації лише механізму нормального відриву, що не завжди справедливо для випадків складного напружено-деформованого стану біля вершини тріщини.

Найбільш універсальним для опису протікання фізичних процесів, зокрема для втомного руйнування у випадку трьохвісного навантаження, вважається енергетичний підхід. Виходячи з цього, в роботі побудовано енергетичну модель втомного поширення тріщини за складного навантаження і одночасній реалізації всіх трьох макромеханізмів руйнування. В основу моделі покладено перший закон термодинаміки для елементарного акту поширення втомної тріщини, а також узагальнену δ_c - модель [6, 7].

Розглянемо пружно-пластичне тіло (рис. 1), яке послаблене плоскою макротріщиною і піддане дії циклічних навантажень. Вважаємо, що тріщина поширюється в одній площині, а біля її контура L реалізується складний напружено-деформований стан, який характеризується коефіцієнтами інтенсивності напружень

K_I, K_{II}, K_{III} . Задача полягає у встановленні співвідношення між швидкістю підростання втомної тріщини та силовими параметрами $K_i (i = I, II, III)$.

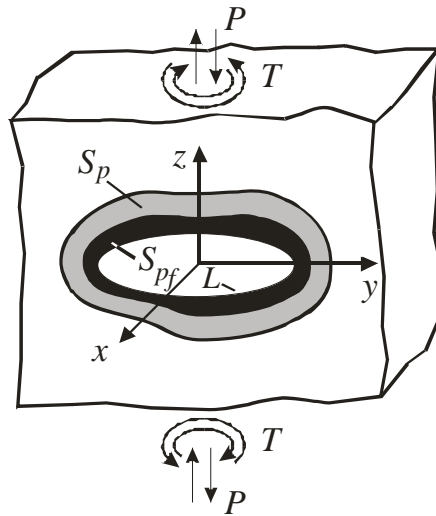


Рис. 1. Схема навантаження нескінченного тіла з плоскою тріщиною.

Розв'язок задачі здійснюємо на основі енергетичного принципу, згідно якого при підростанні тріщини за N циклів навантаження має зберігатися енергетичний баланс

$$A + Q = \Omega + K_e + \Gamma, \quad (1)$$

де A – робота виконана зовнішніми силами за N циклів навантаження; Q – величина тепла, підведеного до тіла в процесі циклічного навантаження; Ω – величина енергії, нагромаджена в твердому тілі за рахунок його деформації за N циклів навантаження; K_e – кінетична енергія тіла; Γ – робота, затрачена на збільшення поверхні тріщини на величину S .

Диференціюючи рівняння (1) по параметру кількості циклів N , отримаємо умову енергетичного балансу швидкостей зміни величин при циклічному навантаженні тіла, тобто

$$\frac{\partial A}{\partial N} + \frac{\partial Q}{\partial N} = \frac{\partial \Omega}{\partial N} + \frac{\partial \Gamma}{\partial N} + \frac{\partial K_e}{\partial N}. \quad (2)$$

Враховуючи далі те, що величина теплообміну та кінетична енергія деформівного тіла незначні у порівнянні з іншими енергетичними величинами і тому ними можна знехтувати, рівняння (2) набуває вигляду

$$\frac{\partial A}{\partial N} = \frac{\partial \Omega}{\partial N} + \frac{\partial \Gamma}{\partial N}. \quad (3)$$

В такому випадку дисипація енергії пластичних деформацій у зоні передруйнування, що витрачається на утворення нової поверхні втомної тріщини, дорівнює $(A - \Omega)$. Запишемо її у вигляді наступних складових:

$$A - \Omega = \Omega_f + \Omega_s + \Omega_0, \quad (4)$$

де Ω_f – енергія, зумовлена циклічним деформуванням тіла; Ω_s – статична складова енергії, що змінюється з ростом тріщини; Ω_0 – енергія пластичного деформування до першого циклу втомного навантаження. Враховуючи вираз (4), рівняння (3) можна записати у вигляді

$$\frac{\partial \Omega_f}{\partial N} = \frac{\partial (\Gamma - \Omega_s - \Omega_0)}{\partial S} \cdot \frac{\partial S}{\partial N}, \quad (5)$$

де $\frac{\partial S}{\partial N}$ – швидкість приросту величини площі S тріщини, тобто

$$\frac{\partial S}{\partial N} = \frac{\partial \Omega_f}{\partial N} / \frac{\partial (\Gamma - \Omega_S - \Omega_0)}{\partial S}. \quad (6)$$

Величина $W_f = \frac{\partial \Omega_f}{\partial N}$ є мірою дисипації енергії пластичних деформацій у циклічній пластичній зоні S_{pf} за один цикл навантаження. Значення величини W_f , яке віднесене до одиниці площі циклічної пластичної зони S_{pf} і позначене через W_f^* , графічно представлено на рис. 2 як роботу, що затрачена на циклічне пластичне деформування в межах від мінімального значення деформації за цикл (ϵ_{min}) до відповідного максимального значення цієї деформації (ϵ_{max}).

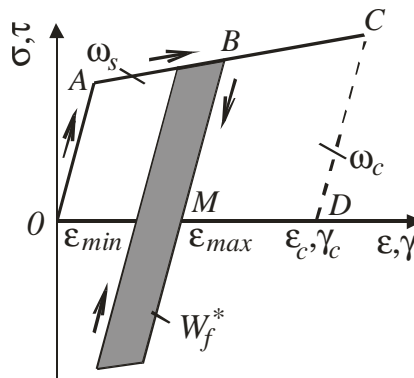


Рис. 2. Діаграма циклічного розтягу-зсуву елементарного об'єму матеріалу в зоні передруйнування.

За умов відсутності попередніх пластичних деформацій тіла (до початку циклічного навантаження) $\Omega_0 = 0$ і рівняння (6) набуває вигляду

$$\frac{\partial S}{\partial N} = \frac{W_f}{\omega_C - \omega_S}, \quad (7)$$

де $\omega_S = \frac{\partial \Omega_S}{\partial S}$ – питома енергія статичної складової пластичних деформацій першого

циклу навантаження, яка характеризується площею трапеції $OABM$; $\omega_C = \frac{\partial \Gamma}{\partial S}$ – питома поверхнева енергія руйнування, яка визначається площею під діаграмою розтягу (трапеція $OACD$) на всьому проміжку від 0 до критичного значення деформації.

За зовнішніми ознаками рівняння (7) нагадує формулу для визначення швидкості росту тріщини нормального відриву, однак в даному випадку одночасної дії трьох механізмів руйнування її параметри мають більш узагальнений характер. Зокрема повна енергія циклічних деформацій запишеться так

$$W_f = W_{If} + W_{IIIf} + W_{IIIIf}. \quad (8)$$

При цьому

$$W_{If} = 2 \iint_{S_{ipf}} \sigma_i \cdot \Delta \delta_i(x, y) dx dy, \quad (9)$$

де σ_i – значення напружень границь текучості матеріалу при відповідному навантаженні (розтязі чи зсувах),

$$\sigma_i = \begin{cases} \sigma_0, & i = I \\ \tau_{01}, & i = II \\ \tau_{02}, & i = III \end{cases} ; \quad (10)$$

а розмах переміщень у зоні циклічних деформацій визначається за формулою

$$\Delta\delta_i(x, y) = \delta_{i\max}(x, y) - \delta_{i\min}(x, y) \quad (i = I, II, III). \quad (11)$$

Аналогічно вирази для питомої статичної енергії мають наступний вигляд

$$\omega_s = \omega_{Is} + \omega_{II_s} + \omega_{III_s}, \quad (12)$$

де

$$\omega_{is} = D_{ip}^{-1} \iint_{S_{ip}} \sigma_i \cdot \delta_{i\max}(x, y) dx dy. \quad (13)$$

Величини D_{ip} характеризують відповідні розміри (площі) областей статичних деформацій навколо контура втомної тріщини.

Слід зауважити, що логічним результатом одночасної дії трьох макромеханізмів руйнування є рівність областей пластичних деформацій. Це стосується і статичних, і циклічних пластичних зон. Тобто

$$S_{Ipf} = S_{IIpf} = S_{IIIpf} = S_{pf}, \quad (14)$$

$$S_{Ip} = S_{IIp} = S_{IIIp} = S_p. \quad (15)$$

Таким чином, отримані рівняння (7) – (15) разом із початковими умовами складають математичну модель втомного поширення тріщини за складного навантаження і одночасної реалізації трьох макромеханізмів руйнування.

При застосуванні рівняння (7) для подальшого дослідження ресурсу реального фізичного тіла з тріщиною при складному навантаженні необхідно для кожного конкретного випадку формально деталізувати параметри, які для загального випадку визначені співвідношеннями (8) – (15).

Для прикладу розглянемо випадок наскрізної прямолінійної макротріщини (рис.3) і будемо вважати, що процес деформування матеріалу біля вершини тріщини відбувається за умов складного циклічного навантаження (σ, τ_1, τ_2) .

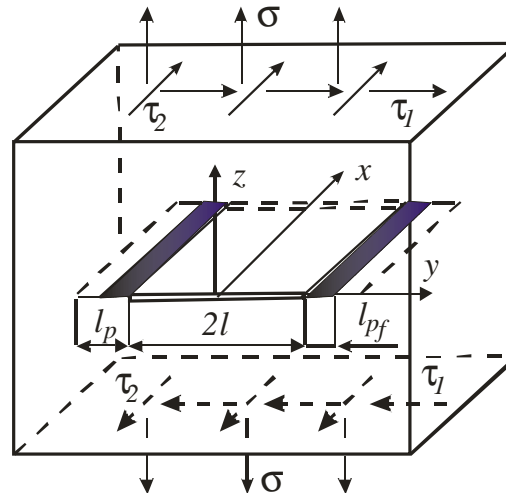


Рис.3. Схема навантаження тіла з наскрізною тріщиною.

На підставі узагальненої δ_c -моделі на випадок циклічного навантаження [8-10] визначаємо розміри статичних і циклічних пластичних зон та розподіл переміщень берегів тріщини в цих зонах. Оскільки розв'язки статичних задач для тріщини

поперечного [11] і поздовжнього [12] зсувів відносно розподілу переміщень її берегів відрізняються тільки певними множниками від подібного розв'язку для тріщини нормального відриву, то можна допустити, що реверсивно-деформаційні процеси відбуваються за однаковими законами.

Приймаємо, що матеріал тіла з тріщиною задовольняє умові пластичності Губера-Мізеса, тобто

$$\sigma_0^2 + 3(\tau_{01}^2 + \tau_{02}^2) = \sigma_{0s}^2, \quad (16)$$

де σ_{0s} є усередненим значенням між границею текучості та істинною границею міцності матеріалу при розтязі ($\sigma_{0s} = 0.5(\sigma_T + \sigma_B^i)$). Далі, взявши до уваги умови рівності (спільності) пластичних зон (статичних і циклічних) (14) і (15), із формули (7) одержуємо співвідношення для визначення швидкості росту втомної тріщини

$$\begin{aligned} \frac{dl}{dN} = B(R) & \left\{ 1 + 3 \left[\left(\frac{K_{II \max}}{K_{I \max}} \right)^2 + \left(\frac{K_{III \max}}{K_{I \max}} \right)^2 \right] \right\} \times \\ & \times \frac{K_{I \max}^2}{\sigma_{0s}^2} \cdot \frac{K_{I \max}^2 + K_{II \max}^2 + K_{III \max}^2}{K_*^2 - (K_{I \max}^2 + K_{II \max}^2 + K_{III \max}^2)}. \end{aligned} \quad (17)$$

Тут $B(R) = 3.20 \cdot 10^{-3} \cos^m \left(\frac{\pi}{2} R \right)$ – параметр, який отриманий внаслідок інтерполяції деяких відомих числових результатів [13, 14] щодо визначення розміру циклічної пластичної зони l_{pf} в залежності від R та розподілу ефективного розмаху переміщень берегів модельної тріщини в межах цієї зони; $m = 4.13$; $R = K_{i \min} / K_{i \max}$ – асиметрія циклу навантаження, яка є спільною при складному але пропорційному навантаженні. Характеристика опірності руйнуванню матеріалу K_* виражається через критичні значення K_{i*} для складного пропорційного навантаження за формулою

$$K_* = \sqrt{K_{I*}^2 + K_{II*}^2 + K_{III*}^2}. \quad (18)$$

Величини K_{i*} задовольняють критеріальне рівняння [6]

$$\left(\frac{K_{I*}}{K_{Ic}} \right)^4 + \left(\frac{K_{II*}}{K_{IIc}} \right)^4 + \left(\frac{K_{III*}}{K_{IIIc}} \right)^4 = 1, \quad (19)$$

де K_{ic} – критичні значення КІН відповідно при нормальному відриві ($i = I$), поперечному ($i = II$) та поздовжньому ($i = III$) зсувах.

На рис. 4 зображена поверхня граничних навантажень, що представлена рівнянням (19), та її взаємозв'язок із вектором циклічних навантажень \vec{AB} , де координати точок A і B відносяться до комбінації відповідно мінімальних і максимальних значень трьох КІН за цикл навантаження.

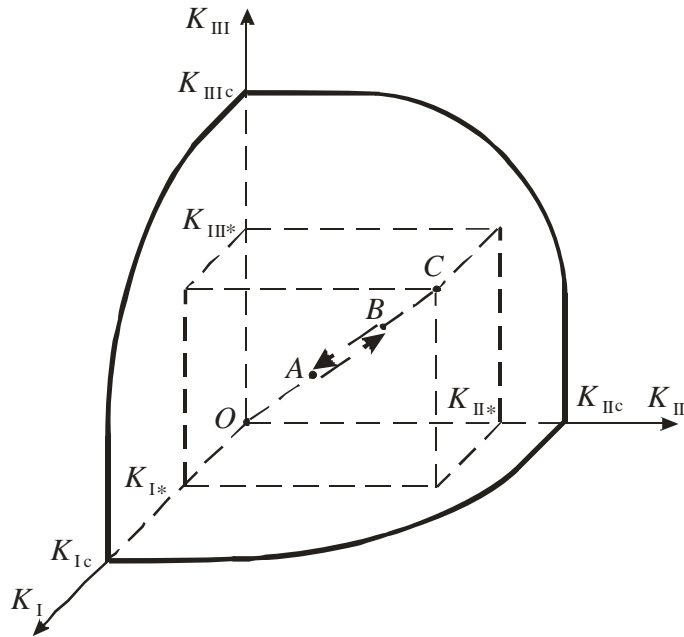


Рис.4. Схема визначення характеристики K_* за допомогою вектора циклічного навантаження та поверхні граничних навантажень

Отримане співвідношення (17) можна застосовувати для оцінки довговічності елементів конструкцій, послаблених різного роду тріщинами за умов, коли в околі контуру тріщини напружено-деформований стан характеризується коефіцієнтами K_i і при цьому $K_{I \max} \neq 0$.

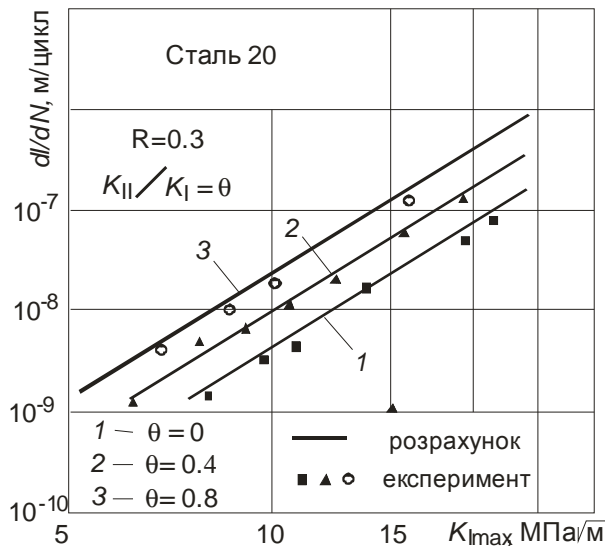


Рис.5. Співставлення розрахункових даних за формулою (17) швидкості росту втомної тріщини (прямі лінії) і експериментальних даних (точки) для сталі 20 ($\sigma_{0s} = 640 \text{ МПа}\sqrt{\text{м}}$)

Наведені на рис. 5 теоретичні, підраховані за формулою (17), і експериментальні дані [15] свідчать про задовільну їх відповідність. Складний напружений стан руйнування (I+II) матеріалу реалізовано за силовою схемою синхронного розтягу та закруту порожнинних циліндричних зразків з боковим надрізом і початково створеною втомною тріщиною.

Аналіз формули (17) показує, що при наявності механізму нормального відриву та присутності ще одного механізму руйнування (чи то поперечного зсуву, чи

поздовжнього зсуву) в однаковій мірі впливає на зміну швидкості росту втомної тріщини. Саме ця теоретична закономірність підтверджена експериментальними результатами [15].

Висновки

Запропоновано розрахункову модель втомного поширення тріщини за умов складного навантаження, тобто коли можлива одночасна реалізація трьох макромеханізмів руйнування (нормальний відрив, поперечний і поздовжній зсуви). На основі енергетичного підходу одержано аналітичну залежність для визначення швидкості росту втомної тріщини у такому випадку. Показано добру кореляцію між розрахунковими та експериментальними даними для сталі 20.

Література

1. Вибрані праці (1991-2001)/ Панасюк В.В.; НАН України. Фіз.- мех. інститут ім.Г.В.Карпенка. – Львів, 2001. – 764 с.
2. Механика разрушения и прочность материалов: Справ. пос. в 4-х т. –Т.4: Усталость и циклическая трещиностойкость конструкционных материалов / О. Н. Романив, С.Я. Ярема, Г. Н. Никифорчин и др. –К.: Наук. думка, 1990. –680 с.
3. Схійве Й. Втома конструкцій і матеріалів у 20-му столітті: сучасний стан // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2003.– №3.– С. 7-27.
4. Ramulu M. and Kobayashi A.S. Numerical and experemental study of mixed mode fatigue crack propagation.// Handbook of Fatigue Crack Propagation in Metallic Structures. Carpinteri A. (Ed.) - Elsevier Science B.V., Amsterdam, 1994. – P.1073-1123.
5. Pook L.P.. Mixed mode fatigue crack // Handbook of Fatigue Crack Propagation in Metallic Structures. Carpinteri A. (Ed.) - Elsevier Science B.V., Amsterdam, 1994. – P.1027-1171.
6. Панасюк В. В., Іваницький Я. Л., Андрейків А. О. Методи оцінки циклічної тріщиностійкості матеріалів при реалізації змішаних макромеханізмів руйнування // Оцінка і обґрунтування продовження ресурсу елементів конструкцій: Пр. Міжн. конф. 6-9 червня 2000 р. – К: Нац. АНУ. – С. 45-52.
7. Andreykiv O. Ye., Ivanytskiy Ya. L., Panasyuk V. V. Cyclic crack growth resistance of materials with mixed-mode macromechanisms of fracture// Proc 8th Conf. Mech. Behavior Mat. (ICM 8). – Victoria: Flaming Printing Ltd., 1999. – V. 1. – P. 398-403.
8. Budiansky B, Hutchinson Y.W. Analysis of closure in fatigue crack growth // J. Appl. Mech. – 1978. -**45**. -P. 267-276.
9. Wang G.S., Blom A.F. A strip model for fatigue crack prediction under general load conditions. – Eng. Fract. Mech., 1991. -**40**. –P. 507–533.
10. Panasyuk, V.V., Andreykiv, O.Ye., Darchuk, O.I. and Kun. P.S. Analysis of short and long fatigue cracks growth kinetics under non-regular loading// Structural integrity: experiments, models and applications. -Proc. 10th European Conf. on Fracture. -EMAS, 1994. - Pp. 1271-1276.
11. Becker W. and Gross D. About the Dugdale crack under mixed mode loading// Int. J. of Fract. – 1988.–**37**, №3.–P. 163-170.
12. Витвицкий П.М., Кривень В.А. Развитие слоевидных пластических зон при продольном сдвиге тел с периодической системой трещин.– Физ.- хим. механика материалов. – 1977. – С. 77-82.
13. Дарчук О.І., Кунь П.С. Розрахунок впливу асиметрії навантаження на швидкість росту втомних тріщин // Механіка і фізика руйнування будівельних матеріалів та конструкцій. – Львів: Каменяр, 2000.- С. 80-87.
14. Кунь П. Реверсивно-деформаційна модель втомного поширення тріщин в пружно-пластичних тілах. // Машинознавство.– 2001.– С. 42-45.
15. Іваницький Я. Л. Методи оцінки тріщиностійкості конструкційних матеріалів за умов складного навантаження: Автореф. дис. ... докт. техн. наук.– Львів, 2005.–42 с.