УДК 517.443

М. Шинкарик
(Тернопільський національний економічний університет)

ПІДСУМОВУВАННЯ ФУНКЦІОНАЛЬНИХ РЯДІВ, ЯКІ ВИНИКАЮТЬ ПРИ МОДЕЛЮВАННІ КВАЗІСТАЦІОНАРНИХ ПРОЦЕСІВ В НЕОДНОРІДНИХ СЕРЕДОВИЩАХ

Розглянемо найбільш поширені в практиці диференціальні оператори 2-го порядку Бесселя $L_1 = d^2 / dr^2 + (2\alpha+1)r^{-1} d/dr - (\nu^2 - \alpha^2)r^{-2} \equiv B_{\nu,\alpha}$, Ейлера $L_2 = r^2 d^2 / dr^2 + (2\alpha+1)r\, d/dr + \alpha^2 \equiv B_\alpha^*$ та Лежандра $\Lambda_\mu = d^2 / dr^2 + cthr\, d/dr + {}$ $+ \frac{1}{4} - \mu^2 (sh^2 r)^{-1} \equiv L_3$ з добре вивченою фундаментальною системою розв‘язків. Оскільки кожний із L_j диференціальний оператор самоспряжений, то будь-яке їх послідовне сполучення за допомогою одиничної функції Гевісайда дає самоспряжений гібридний диференціальний оператор (ГДО) М. Виділимо підсім‘ю ГДО M^*, які не мають на множині (a,b) особливих точок.

Спектр оператора M^* дискретний: $\{\beta_n\}_{n=1}^{\infty}$. Йому відповідає дискретна спектральна вектор-функція $V(r,\beta_n)$. Якщо $\sigma(r)$ – вагова функція, а $\|V(r,\beta_n)\|^2$ – квадрат норми спектральної функції, то для будь-якої вектор-функції $g(r) = \{g_1(r), g_2(r), g_3(r)\}$ із області визначення ГДО M^* справджується інтегральне зображення

$$g(r) = \sum_{n=1}^{\infty} \int_a^b g(\rho) V(r,\beta_n) \sigma(\rho) d\rho \frac{V(r,\beta_n)}{\|V(r,\beta_n)\|^2} \qquad (1)$$

Інтегральне зображення (1) визначає пряме H(інтеграл) та обернене H^{-1}(ряд) скінченне гібридне інтегральне перетворення.

Розв‘яжемо сепаратну систему диференціальних рівнянь $(M^* - q^2)u = -g(r)$ безпосередньо методом функцій Коші та методом скінченного гібридного інтегрального перетворення (H, H^{-1}).

З одного боку, головні розв‘язки зображені через модифіковані функції Бесселя , приєднані модифіковані функції Лежандра та модифіковані функції Ейлера, а з другого боку, головні розв‘язки зображені у вигляді функціональних поліпараметричних рядів за власними елементами ГДО M^*. Порівнюючи розв‘язки в силу єдиності, маємо низку формул підсумовування полі параметричних функціональних рядів за власними елементами ГДО M^*.