

VII Всеукраїнська студентська науково - технічна конференція "ПРИРОДНИЧІ ТА ГУМАНІТАРНІ НАУКИ. АКТУАЛЬНІ ПИТАННЯ"

УДК 530.1

Сеник В. - ст. гр. СН-12

*Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя*

## РУХ У ЦЕНТРАЛЬНОМУ ПОЛІ СИЛ

Науковий керівник: доцент, канд. пед. наук Кульчицький В.І.

Senyk V.

*Ternopil Ivan Pul'uj National Technical University*

## MOTION IN A CENTRAL FORCE FIELD

Supervisor: Kulchytskyi V.

Ключові слова: сил механіка, поле, рух у центральному полі

Keywords: mechanics, field, motion in a central field

До числа центральних сил належать гравітаційні і кулонівські сили. Підстановка функції  $f(r) = \frac{\alpha}{r^2}$ , у вираз  $U = -\int f(r)dr$ , дає  $U = -\alpha \int \frac{dr}{r^2} = \frac{\alpha}{r} + C$  (1), де  $C$  - постійна

інтегрування. При  $r = \infty$   $C = 0$ , так що  $U = \frac{\alpha}{r}$  (2). Отже, повна механічна енергія

частки, що рухається в полі центральних сил визначається виразом  $E = \frac{mv^2}{2} + \frac{\alpha}{r}$  (3).

Підставивши замість  $v^2$  вираз  $v^2 = \dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2$ , отримаємо, що  $E = \frac{m\dot{r}^2}{2} + \frac{mr^2\dot{\varphi}^2}{2} + \frac{\alpha}{r}$  (4).

У центральному полі енергія і момент імпульсу частки зберігаються. Отже, ліві частини формул  $M_z = mr^2\dot{\varphi}$  і  $E = \frac{m\dot{r}^2}{2} + \frac{mr^2\dot{\varphi}^2}{2} + \frac{\alpha}{r}$  представляють собою константи.

Таким чином ми приходимо до системи двох диференціальних рівнянь:

$$mr^2\dot{\varphi} = M_z = const \quad (5)$$

$$m\dot{r}^2 + mr^2\dot{\varphi}^2 + 2\alpha/r = const$$

Взявши інтеграл від цих рівнянь, можна знайти  $r$  і  $\varphi$  як функції від  $t$ , тобто встановити траєкторію і характер руху частки.

Траєкторія частки являє собою конічний перетин, тобто еліпс, параболу або гіперболу. Яка з цих кривих спостерігається у конкретному випадку, залежить від знака константи  $\alpha$  і величини повної частки енергії частки.

У разі відштовхування (при  $\alpha > 0$ ) траєкторією частки може бути тільки гіпербола. При цьому повна енергія (4) не може бути від'ємною. У разі притягання  $\alpha < 0$ , повна енергія може бути як додатною, так так і від'ємною. При  $E > 0$  траєкторія виявляється гіперболою, при  $E = 0$  - параболою, а при  $E < 0$  траєкторією буде еліпс.

При значеннях енергії моменту імпульсу, що задовольняють умову  $E = -m\alpha^2 / 2M^2$ , еліпс перетворюється у коло.