

*Матеріали Міжнародної науково-технічної конференції.*

*Фундаментальні та прикладні проблеми сучасних технологій – Тернопіль 19-21 травня 2015.*

**УДК 539.214, 539.3**

**Богдан Головатий, Володимир Михайлишин**

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя, Україна

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПОЕТАПНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ  
ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ЗАДАНОЇ ФОРМИ ПОВЕРХНІ ТОНКОЇ ОБОЛОНКИ  
ОБЕРТАННЯ ШЛЯХОМ ПРУЖНОПЛАСТИЧНОГО ДЕФОРМУВАННЯ**

**Bohdan Holovaty, Volodymyr Mykhaylyshyn**

**MATHEMATICAL MODELING OF PHASED OPTIMIZATION FOR PROVIDING  
GIVEN FORM OF THIN SHELL OF REVOLUTION THROUGH ELASTOPLASTIC  
DEFORMATION**

Розглядається задача знаходження закону розподілу зовнішнього навантаження, під дією якого плоска кругла заготовка деформується в осесиметричну оболонку обертання з заданою формою меридіану, що задається рівнянням  $Z = Z(r)$ . Вважається, що задана форма значно відрізняється від форми заготовки і для розв'язування задачі весь процес оптимізації розбивається на ряд окремих етапів, на кожному з яких знаходиться такий закон розподілу зовнішнього навантаження, який приводить до зменшення різниці між формою здеформованої за попередній етап заготовки і шуканою формою. На  $m$ -му етапі навантаження приймається наступний критерій якості

$$I = \int_0^{s_k} \left\{ \alpha \left[ (\Delta_m q_r)^2 + (\Delta_m q_z)^2 \right] + (1-\alpha) \mu \left[ Z_{m-1} + \Delta_m u_z - \beta_m Z(r_{m-1}) \right]^2 \right\} r_{m-1} ds = \min,$$

де  $\mu$  – ваговий коефіцієнт,  $\beta_m$  – коефіцієнт, який вказує долю сумарного вертикального переміщення заготовки, яка досягається на даному етапі.

Розглядається випадок, коли внутрішній контур заготовки радіусом  $r_0$  защемлений у вільну круглу жорстку шайбу цього ж радіусу, а зовнішній – защемлений з деяким зусиллям, яке допускає горизонтальне переміщення цього краю при перевищенні радіальним зусиллям деякого заданого значення  $U_0$ . Тоді крайові умови прямої задачі для кожного з етапів такі:

$$\Delta_m u_r = 0; \Delta_m V = 0; \Delta_m \theta = 0 \quad \text{при } r=r_0;$$

$$\Delta_m v = 0; \Delta_m u_r = 0; \Delta_m \theta = 0 \quad \text{при } r=R, \text{ якщо } U_{m-1} < U_0;$$

$$\Delta_m v = 0; \Delta_m U = 0; \Delta_m \theta = 0 \quad \text{при } r=r_k, \text{ якщо } U_{m-1} \geq U_0$$

З умов трансверсальності знайдемо наступні крайові умови для спряженої задачі.

$$\lambda_1 = 0; \lambda_3 = 0; \lambda_5 = 0 \quad \text{при } r=r_0;$$

$$\lambda_1 = 0; \lambda_2 = 0; \lambda_3 = 0 \quad \text{при } r=R, \text{ якщо } U_{m-1} < U_0;$$

$$\lambda_2 = 0; \lambda_3 = 0; \lambda_4 = 0 \quad \text{при } r=r_k, \text{ якщо } U_{m-1} \geq U_0.$$

Розроблено числовий метод розв'язування задачі.

Розрахунки проводились для двох значень зусилля защемлення заготовки по зовнішньому контуру:  $5,85E+05$  Н(1 варіант) та  $6,4E+05$  Н(2 варіант), тобто крайові умови змінювались в точці  $r = r_k$  при даних значеннях зусилля. Форма поверхні, яку необхідно отримати в результаті пружно-пластичного деформування, задавалась у вигляді параболи з прогином в центрі оболонки 0,4 м. Форма поверхні, що отримується в результаті деформування при різних значеннях  $\beta_m$  приведена на рис. 1 (1 варіант). При значенні  $\beta_m = 1$  форма поверхні відрізняється від заданої не більше як на 1% по

всіх точках. Зусилля, яке необхідно прикласти для отримання даної форми, показано на рис. 2 (1 варіант) та рис. 3 (2 варіант). (1, 2 – горизонтальна та вертикальна складова, 3 – значення нормального до поверхні зусилля).

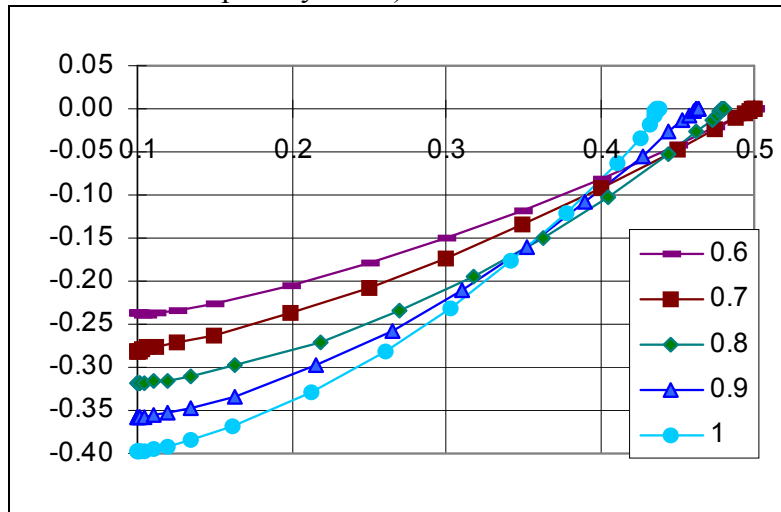


Рисунок 1. Залежність  $Z(r)$  форми оболонки обертяння

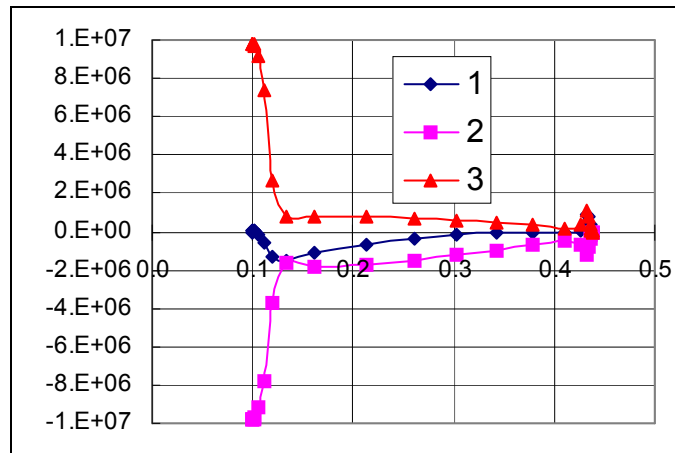


Рисунок 2. Залежність величини зусилля, яке необхідно прикласти (1 варіант):  $q_r(r)$  – горизонтальна складова,  $q_z(r)$  – вертикальна складова,  $q_n(r)$  – нормальна складова

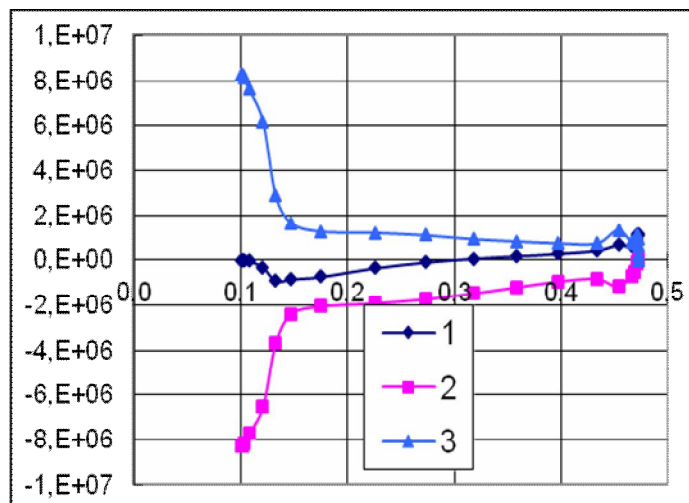


Рисунок 3. Залежність величини зусилля, яке необхідно прикласти (2 варіант):  $q_r(r)$  – горизонтальна складова,  $q_z(r)$  – вертикальна складова,  $q_n(r)$  – нормальна складова