

Петрик М. Математичне моделювання процесу відтиску біпористих середовищ, аналіз тиску в частинках та міжчастинковому просторі / М. Петрик, Є. Воробйов, Д. Михалик // Вісник ТНТУ — Тернопіль : ТНТУ, 2014. — Том 76. — № 4. — С. 195-204. — (Математичне моделювання. Математика. Фізика).

УДК 519.6;

М. Петрик<sup>1</sup>, докт. фіз.-мат. наук; Є. Воробйов<sup>2</sup>, докт. техн. наук;  
Д. Михалик<sup>1</sup>, канд. техн. наук

<sup>1</sup>Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

<sup>2</sup>Комп'ютерний технологічний університет

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ВІДТИСКУ БІПОРИСТИХ СЕРЕДОВИЩ, АНАЛІЗ ТИСКУ В ЧАСТИНКАХ ТА МІЖЧАСТИНКОВОМУ ПРОСТОРІ

**Резюме.** Обґрунтовано математичну модель процесу відтиску матеріалів рослинного походження у одновимірній постановці. Середовище, що піддається відтиску, представляється у вигляді біпористої системи, системою міжчастинкових та внутрішньочастинкових просторів. Сформульовано рівняння фільтрації-консолідації з відповідними початковими та крайовими умовами як для міжчастинкового, так і внутрішньочастинкового просторів у припущенні, що для матеріалів рослинного походження, міжчастинковий шар пор володіє малою місткістю, а пори в частинках – високою. Проведено числове моделювання профілів тисків в мікро- та макро порах біпористого середовища для двох матеріалів з різними степенями попередньої деформованості внутрішньої структури. Отримані результати вказують на відтермінування падіння значення тиску в частинці та уповільнення процесу консолідації для менш деформованого середовища.

**Ключові слова:** харчова промисловість, відтиск, пористі матеріали, консолідація, математичне

M. Petryk, E. Vorobiev, D. Mykhalyk

## MATHEMATICAL MODELING OF EXTRACTION PROCESS FOR BIPOROUS MEDIUM AND ANALYZE OF PRESSURE IN PARTICLES AND EXTRAPARTICLE SPACE

**Summary.** During solid-liquid expression, the porous layer formed by a whole fruit or fragmented material is subjected to unidirectional or complex compression in industrial presses. Such compression can be carried out under constant or variable parameters (pressure, deformation rate). Physical model of solid-liquid expression from liquid containing materials is presented in one-dimensional formulation. The layer of sliced cellular material is conceptualized as a double porosity system with extraparticle and intraparticle networks for liquid flowing. The liquid flowing occurs inside the particles (intraparticle space), outside the particles (extraparticle space) and between these two spaces. The sliced particles are rectangular parallelepipeds separated by the porous network. The extraparticles network forms the first porosity with low storage capacity and high hydraulic permeability. The sliced liquid containing particles form a second porosity with high storage capacity and low hydraulic permeability. The filtration-consolidation equations with corresponding initial and boundary conditions were formulated for both extraparticle and intraparticle networks. The extraparticle network was supposed to form the first porosity level, while the intraparticle network forms a second porosity. Using obtained numerical solutions, the liquid pressure distributions inside of porous particles and in the extraparticle space were calculated. The pressure distribution curves are presented in function of time and dimensionless geometrical coordinates. Computational modeling of pressure profiles in macro- and micropores versus time for different layer sections was done for plant material with two different compressibility-permeability characteristics corresponding different degrees of tissue destroying. Results show the delayed pressure drop in the intraparticle network and retardation of consolidation kinetics for the less destroyed plant tissue due to the lower value of consolidation coefficient. Therefore, the degree of destroying of cellular tissue can influence importantly on the pressure profiles and retardation of pressure drops inside the porous particles.

**Key words:** Food processing, Separations, Solid-liquid expression, Porous media, Consolidation, Mathematical modelling.

**Постановка проблеми.** Технологічні операції відтиску рідини з пористих матеріалів рослинного походження широко застосовуються в харчовій промисловості

та використовуються для отримання фруктових соків, рослинної олії, дегідратації волокнистих матеріалів, зневоднення осадів стічних вод і т.д.

Під час процесу відтиску пористий матеріал піддається однонаправленому або комплексному стисненню в промислових пресах, причому таке стиснення може бути проведено при постійних або змінних зовнішніх параметрах (тиск, швидкість деформації). Внутрішньою структурою сировинних біологічних матеріалів є клітковина, що містить вільні простори, частково заповнені повітрям чи рідиною. Очевидним є те, що внутрішні процеси при відтиску свіжих (непошкоджених) матеріалів та матеріалів, що вже піддалися деформації та мають зруйновану внутрішню структуру, є відмінними. Наявність повітря всередині структури частинок і за їх межами збільшує стискуваність середовища та суттєво впливає на кінетику процесу відтиску. Ці чинники значною мірою впливають на кінетику процесу фільтраційного відтиску біологічних матеріалів і на сьогодні ще не повністю вивчені.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** У даний час більшість статей про моделювання фільтраційного відтиску пористих матеріалів, базуються на теорії фільтрації/консолідації, що розроблена для ґрунтів [1] і мінеральних фільтраційних поверхонь [2]. Ця теорія дає комплексний підхід до опису потоку рідини всередині стискуваних пористих матеріалів на основі аналогії з теорією дифузії Фіка. При цьому коефіцієнт консолидації має зміст, аналогічний до коефіцієнтів дифузії й теплопровідності. Така аналогія була джерелом багатьох досліджень з моделювання процесів екстракції рідини з біологічних матеріалів [3,4].

Однак, коли механічне зусилля прикладається до шару пористого матеріалу, то стискуванню піддаються як частинки цього матеріалу, так і міжчастинковий простір. І постає питання про внесок кожного компонента такого матеріалу (м'які частинки і міжчастинкові канали) до загального результату стискування. Поведінка такого матеріалу під час стискування стає складнішою. Тому були запропоновані складніші математичні моделі для оцінювання консолидації та повзучості складових шару [4,5]. Нові дослідження [6] дають необхідну інформацію про фільтраційно-консолідаційні характеристики пористих біологічних матеріалів, у яких було експериментально визначено коефіцієнти консолидації для окремих частинок. Тому реалістичнішим є моделювання фільтраційного відтиску середовищ пористих частинок з урахуванням стискування як пористих частинок, так і всього середовища [7].

**Метою роботи** є моделювання процесу фільтраційного відтиску біологічних матеріалів пористої структури з урахуванням взаємовпливів деформації середовища й частинок та візуалізації представлення розподілів тисків всередині пористих частинок.

**Постановка задачі.** Розглядаються середовище пористих частинок, що містить рідину, яке піддається однонаправленому стисканню (рис.1). При цьому рух рідини відбувається як всередині частинок (внутрішньочастинковий простір), так і за їх межами (міжчастинковий простір), а також між цими двома просторами. Частинки являють собою прямокутні паралелепіпеди з пористою структурою, а саме середовище розглядається як біпористе. Перший шар пористості формується на рівні міжчастинкового простору і характеризується низькою ємністю і високою гідравлічною проникністю. Вологомісткі частинки формують другий шар пористості, що характеризується високою місткістю і низькою гідравлічною проникністю.

На рис.1 наведено конструктивну схему біпористого середовища: а) шар з мережею частинок та міжчастинкових просторів; б) шар вологомістких пористих частинок. Про такий підхід до опису біпористих середовищ йдеться у працях з механіки гірських порід [8].

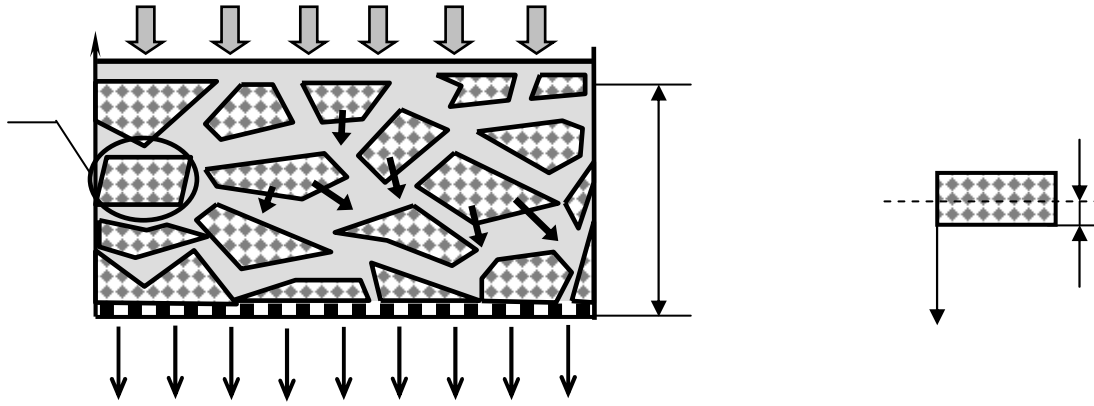


Рисунок 1. Конструктивна схема біпористого середовища

Figure 1. Constructive scheme of double porosity system

Математична модель процесу відтиску біпористого середовища формулюється, виходячи з закону Дарсі, що окремо застосовується до міжчастинкового простору та простору в частинках, а рівняння консолідації записуються з початковими та крайовими умовами, що враховують біпористість. Вважається, що на початку процесу відтиску, середовище не є деформованим, а міжчастинковий простір та пори частинок заповненні рідиною та починають піддаватися стискуванню з постійною величиною  $P_E$ . [3].

Диференціальні рівняння для опису рідкої фази в міжчастинковому просторі та порах частинок [3]

$$\frac{\partial \varepsilon_1}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\varepsilon}_2}{\partial t} + \frac{\partial q_1}{\partial z} = 0; \quad (1)$$

$$\frac{\partial(1-\varepsilon_1)}{\partial t} + \frac{\partial(1-\bar{\varepsilon}_2)}{\partial t} + \frac{\partial v_1}{\partial z} = 0. \quad (2)$$

Диференціальні рівняння для опису рідкої та твердої фаз в частинках

$$\frac{\partial \varepsilon_2}{\partial t} + \frac{\partial q_2}{\partial x} = 0; \quad (3)$$

$$\frac{\partial(1-\varepsilon_2)}{\partial t} + \frac{\partial v_2}{\partial x} = 0, \quad (4)$$

де  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  – коефіцієнти пористості в міжчастинковому просторі та в частинці;  $\bar{\varepsilon}_2$  – середнє значення пористості;  $\bar{\varepsilon}_2 = \frac{1}{R} \int_0^R \varepsilon_2(t, x, z) dx$ ;  $q_1$  і  $q_2$  – швидкості рідини в міжчастинковому просторі та в частинці;  $v_1$  і  $v_2$  – швидкість твердої фази в міжчастинковому просторі та в частинці;  $R$  – напів ширина частинки.

Взаємозв'язок між рідкою і твердою фазами в міжчастинковому просторі ( $u_1$ ) та частинці ( $u_2$ ) підкоряються закону Дарсі

$$u_i = q_i - \frac{\varepsilon_i}{1 - \varepsilon_i} v_i = -\frac{k_i}{\mu} \frac{\partial P_i}{\partial z}, \quad i = \overline{1, 2}, \quad (5)$$

де  $P_1$  і  $P_2$  – тиск рідини в міжчастинковому просторі та в частинці;  $k_1$  і  $k_2$  – проникність міжчастинкового простору та простору в частинці;  $\mu$  – в'язкість рідини.

Так як контакти між частинками в середовищі є пружними, то вважаємо, що стискування самих частинок теж є пружним (еластичним), тому сукупне зовнішнє напруження ( $\sigma$ ) для міжчастинкового простору дорівнює

$$\sigma = (1 - \varepsilon_1) \sigma_1 + \varepsilon_1 P_1, \quad (6)$$

де  $\sigma_1$  напруження в середовищі пористих частинок. Ефективний тиск на частинку визначається як різниця між сукупним напруженням ( $\sigma$ ) та тиском у порах частинки [3]. Для випадку біпористої системи ефективний тиск на вологомісткі частинки дорівнює

$$P_{s1} = \sigma - P_1 = (1 - \varepsilon_1)(\sigma_1 - P_1). \quad (7)$$

Сукупне зовнішнє напруження в частинці

$$\sigma_1 = (1 - \varepsilon_2) \sigma_2 + \varepsilon_2 P_2, \quad (8)$$

де  $\sigma_2$  напруження в скелеті частинки. Ефективний тиск на скелет визначається як

$$P_{s2} = \sigma_1 - P_2 = (1 - \varepsilon_2)(\sigma_2 - P_2). \quad (9)$$

Оскільки міжчастинковий простір володіє малою місткістю ( $\varepsilon_1 \ll 1$ ), то формулу (9) можна переписати у вигляді

$$P_{s2} = P_1 + \frac{\sigma - P_1}{1 - \varepsilon_1} - P_2 \approx \sigma - P_2. \quad (10)$$

Беручи до уваги факт, що напруження  $\sigma$  виникає під дією зовнішнього тиску  $P_E$ , можна прийняти що  $\sigma = P_E$ , а отже

$$P_{s1} = P_E - P_1; \quad P_{s2} = P_E - P_2. \quad (11)$$

Замінивши абсолютну пористість  $\varepsilon$  на її приведені значення  $e_i = \frac{\varepsilon_i}{1 - \varepsilon_i}$  та використовуючи наведені значення координат  $dz_m = \frac{dz}{1 + e_1}$  та  $dx_m = \frac{dx}{1 + e_2}$ , рівняння (1)–(2) та (3)–(4) з урахуванням (5) перепишемо у вигляді

$$\frac{\partial e_1}{\partial t} + \frac{1}{(1 + \bar{e}_2)^2} \frac{\partial \bar{e}_2}{\partial t} + \frac{\partial u_1}{\partial z_m} = 0; \quad (12)$$

$$\frac{\partial e_2}{\partial t} + \frac{\partial u_2}{\partial x_m} = 0. \quad (13)$$

У припущенні, що значення пористості  $\bar{\varepsilon}_2$  є функцією від ефективного тиску  $\bar{P}_{s2} = P_E - \bar{P}_2$ , де  $\bar{P}_2 = \frac{1}{R} \int_0^R P_2(t, x, z) dx$ , можна записати

$$\frac{\partial e_i}{\partial t} = \frac{\partial e_i}{\partial P_{si}} \frac{\partial P_{si}}{\partial t} = \frac{1}{G_i} \frac{\partial P_i}{\partial t}, \quad (14)$$

де  $G_i = -\frac{\partial P_{si}}{\partial e_i}$  є модулем стискуваності.

Підставляючи (5), (14) в (12) отримуємо рівняння консолідації для міжчастинкового простору (задача А). Підставляючи (6) і (14) в (13), отримуємо рівняння консолідації для простору в частинці (задача Б).

Задача А. Побудувати в області  $D_1 = \{(t, z_m) : t > 0, 0 < z_m < h_m\}$  розв'язок  $P_1(t, z_m)$  рівняння консолідації для міжчастинкового простору, що описується диференціальним рівнянням

$$\frac{\partial P_1(t, z_m)}{\partial t} = b_1 \frac{\partial^2 P_1(t, z_m)}{\partial z_m^2} - \beta \frac{\partial \bar{P}_2(t, z_m)}{\partial t} \quad (15)$$

з початковими умовами

$$P_1(t, z_m)|_{t=0} = P_E \quad (16)$$

та крайовими умовами

$$P_1(t, z_m)|_{z_m=0} = 0, \quad \frac{\partial P_1(t, z_m)}{\partial z} \Big|_{z_m=h_m} = 0 \quad (17)$$

Задача Б. Побудувати в області  $D_2 = \{(t, x_m, z_m) : t > 0, |x_m| < R_m, 0 < z_m < h_m\}$  розв'язок  $P_2(t, x_m, z_m)$  рівняння консолідації для частинки, що описується диференціальним рівнянням

$$\frac{\partial P_2(t, x_m, z_m)}{\partial t} = b_2 \frac{\partial^2 P_2(t, x_m, z_m)}{\partial x_m^2} \quad (18)$$

з початковими умовами

$$P_2(t, x_m, z_m)|_{t=0} = P_E \quad (19)$$

та крайовими умовами

$$\frac{\partial P_2(t, x_m, z_m)}{\partial x} \Big|_{x_m=0} = 0, \quad P_2(t, x_m, z_m)|_{x=R_m} = P_1(t, z_m), \quad (20)$$

де  $b_i = \frac{G_i}{\mu \alpha_i}$ ,  $i = \overline{1, 2}$  – коефіцієнт консолідації для міжчастинкового простору та для частинки відповідно.

Методика отримання аналітичного та числового розв'язків задач А і Б детально описані в працях [9,10].

$$P_1(t, z_m) = P_E \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \phi_{jn} e^{-\frac{b_2}{R_m^2} Q_{jn}^2 t} \left[ \frac{1 - \beta \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1 - e^{-\frac{b_2}{R_m^2} N_k^2 (1 - \frac{Q_{jn}^2}{N_k^2}) t}}{1 - \frac{Q_{jn}^2}{N_k^2}} \frac{2}{N_k^2}}{L_n} \sin \left( L_n \frac{z_m}{h_m} \right) \right], \quad (21)$$

$$P_2(t, x_m, z_m) = P_1(t, z_m) + \left[ \begin{aligned} & e^{-\frac{b_2}{R_m^2} N_i^2 t} + \\ & + P_E \sum_{i=0}^{\infty} \left[ \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \Phi_{jni} e^{-\frac{b_2}{R_m^2} Q_{jn}^2 t} \left[ \frac{1 - e^{-\frac{b_2}{R_m^2} N_i^2 (1 - \frac{Q_{jn}^2}{N_i^2}) t}}{-\beta \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1 - e^{-\frac{b_2}{R_m^2} N_k^2 (1 - \frac{Q_{jn}^2}{N_k^2}) t} - \hat{\omega}_{ikjn}}{1 - \frac{Q_{jn}^2}{N_k^2}} \frac{2}{N_k^2}} \right] \frac{\sin L_n \frac{z_m}{h_m}}{L_n} - \frac{2(-1)^i}{L_i} \cos N_i \frac{x_m}{R_m} \right] \right. \\ & \left. - P_1(t, z_m) / P_E \right], \quad (22) \end{aligned}$$

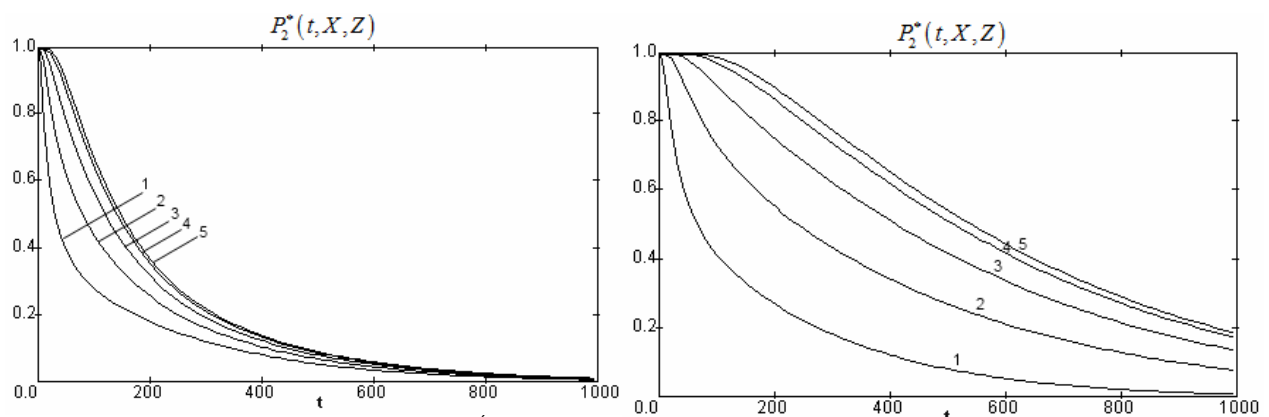
де  $Q_{jn}$ ,  $n = \overline{1, \infty}$  – корені трансцендентного рівняння:

$$Q^2 - \frac{b_1}{b_2} \frac{R_m^2}{h_m^2} L_n^2 + \beta \cdot Q \cdot \tan Q = 0; \quad (23)$$

$$\phi_{jn} = \frac{2}{1 + \frac{\beta}{2} \left( \frac{1}{Q_{jn}} \tan Q_{jn} + \frac{1}{\cos^2 Q_{jn}} \right)}, \quad \Phi_{jni} = \phi_{jn} / \left( 1 - \frac{Q_{jn}^2}{N_i^2} \right), \quad L_n = (2n+1) \frac{\pi}{2}, \quad N_i = (2i+1) \frac{\pi}{2}.$$

$$\hat{\omega}_{ikjn} = \left( 1 - \frac{Q_{jn}^2}{N_i^2} \right) \left\{ \begin{aligned} & \frac{e^{-\frac{b_2}{R_m^2} N_i^2 (1 - \frac{Q_{jn}^2}{N_i^2}) t} - e^{-\frac{b_2}{R_m^2} N_k^2 (1 - \frac{Q_{jn}^2}{N_i^2}) t}}{1 - \frac{N_k^2}{N_i^2}}, \quad i \neq k \\ & \frac{b_2}{R_m^2} N_i^2 t e^{-\frac{b_2}{R_m^2} N_i^2 (1 - \frac{Q_{jn}^2}{N_i^2}) t}, \quad i = k \end{aligned} \right. \quad (24)$$

**Числове моделювання.** На основі розв'язків математичної моделі процесу відтиску біпористого середовища проведено числове моделювання для двох середовищ із різними значеннями коефіцієнтів консолидації в частинці  $b_2 = 1.2 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$ , що відповідає попередньо більш зруйнованому середовищу, та  $b_2 = 2.5 \cdot 10^{-8} \text{ м}^2/\text{с}$ , що відповідає менш зруйнованому середовищу. Інші характеристики середовища прийнято за  $h = 0,01 \text{ м}$ ,  $R = 0.005 \text{ м}$ ,  $b_1 = 1.5 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$ ,  $\beta = 0.08$ . Для представлення результатів моделювання використовувалися наведені значення тисків  $P_1^* = \frac{P_1}{P_E}$ ,  $P_2^* = \frac{P_2}{P_E}$  та геометричних координат  $X = x_m / R_m$  і  $Z = z_m / h_m$



**Рисунок 2.** Порівняння профілів тиску в середині частинки  $P_2^*(t, X, Z)$  в часі  $t$  [с]

**Figure 2.** Comparison of pressure profiles inside particle  $P_2^*(t, X, Z)$  versus time  $t$  [s]  
 a)  $b_2 = 1,2 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$  b)  $b_2 = 2,5 \cdot 10^{-8} \text{ м}^2/\text{с}$ ; 1 –  $X=1,0$  2 –  $X=0,75$ ; 3 –  $X=0,5$ ; 4 –  $X=0,25$ ; 5 –  $X=0,0$

На рис.2 подано профілі зміни безрозмірного тиску  $P_2^*(t, X, Z)$  в середині пористих частинок середовища в часі  $t$  [с] для різних зрізів по ширині частинки ( $X$ ) і зроблені для двох різних середовищ: з більшим (а) та меншим (б) ступенями попередньої руйнації. Чисельне моделювання проведено для частинки, що знаходиться в середовищі ближче до фільтраційної мембрани ( $Z=0,2$ ). Профілі тисків у середині частинки мають більше значення в її центрі ( $X=0,0$ ) і спадають у напрямку екстракції рідини з мікропор у макропори, тобто в напрямку поверхні частинки  $X=1$  ( $x_m = R_m$ ). Також бачимо, що значення тиску падає більш стрімко на поверхні частинки ( $X=1$ ), ніж в її середині ( $X=0,0$ ). Не зважаючи на загальну подібність поведінки характеру профілів тиску в частинці для середовищ з більшим (а) та меншим (б) ступенями попереднього руйнування, чітко бачимо уповільненість падіння тиску рідини для випадку (б), що вимагає значно тривалішого часу виконання процесу відтиску.

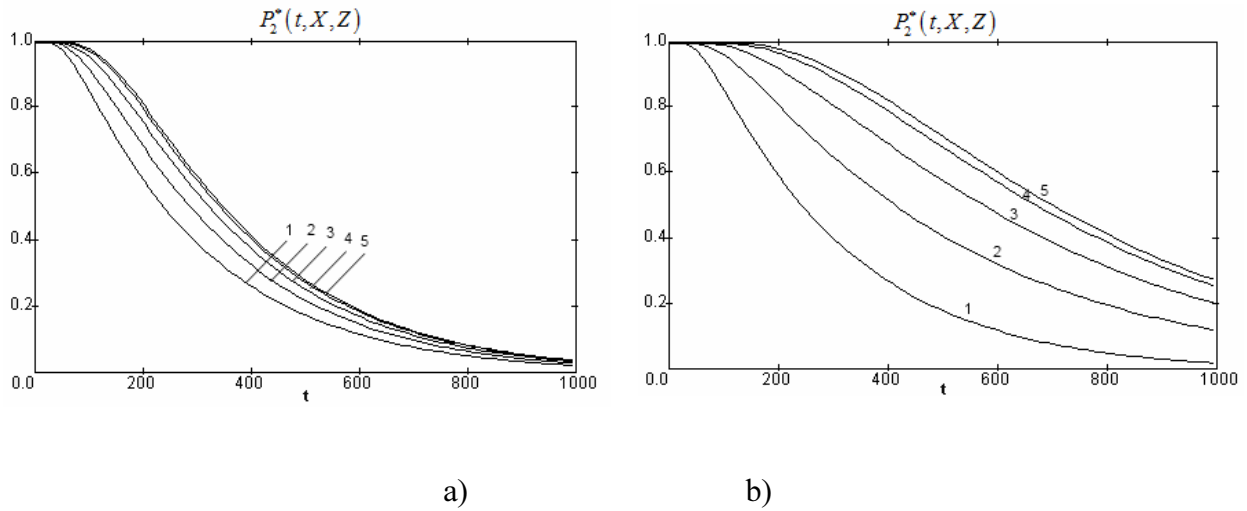


Рисунок 3. Порівняння профілів тиску в середині частинки  $P_2^*(t, X, Z)$  в часі  $t$ [с]

Figure 3. Comparison of pressure profiles inside particle  $P_2^*(t, X, Z)$  versus time  $t$ [s]  
 a)  $b_2 = 1,2 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$  b)  $b_2 = 2,5 \cdot 10^{-8} \text{ м}^2/\text{с}$ ; 1 –  $X=1,0$  2 –  $X=0,75$ ; 3 –  $X=0,5$ ; 4 –  $X=0,25$ ; 5 –  $X=0,0$

На рис.3 наведено профілі зміни безрозмірного тиску  $P_2^*(t, X, Z)$  в середині пористих частинок, що знаходяться на вершині середовища ( $Z=0,9$ ), в часі  $t$ [с]. Як і для випадку частинок, що знаходяться неподалік фільтрувальної мембрани, бачимо суттєве уповільнення падіння тисків для середовища (б) зі значенням коефіцієнта консолидації  $b_2 = 2,5 \cdot 10^{-8} \text{ м}^2/\text{с}$  в порівнянні з середовищем (а), з коефіцієнтом консолидації  $b_2 = 1,2 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$ . Таким чином, можна стверджувати, що ступінь руйнування клітинної тканини може впливати на профілі тиску й уповільнення їх падіння в середині пористих частинок.

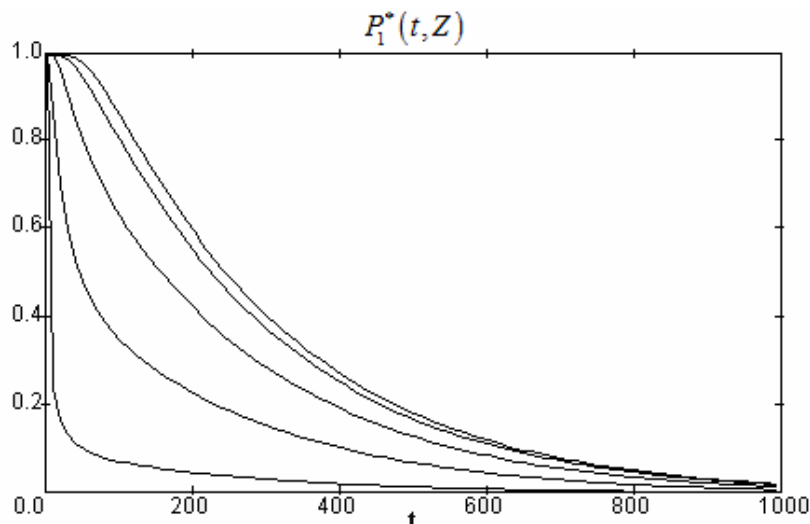


Рисунок 4. Зміна профілю тиску в міжчастинковому просторі  $P_1^*(t, Z)$  в часі  $t$ [с]

Figure 4. Model profiles of pressures in extraparticle space  $P_1^*(t, Z)$  versus time  $t$ [s]  
 1 –  $Z = 0,05$ , 2 –  $Z = 0,25$ , 3 –  $Z = 0,5$ , 4 –  $Z = 0,75$ ; 5 –  $Z = 1,0$



На рис.4 наведено профілі зміни безрозмірних тисків у макропорах біпористого середовища (міжчастинковий простір)  $P_1^*(t, Z)$  в часі  $t$ [с]. Тиск спадає стрімкіше на нижньому краю середовища, яке межує з фільтраційною мембраною і деякою мірою корелюється зі зміною тиску у верхній частині середовища ( $Z=1$ ). Також варто відзначити, що тиск у  $P_2^*(t, X, Z)$  частинці при  $X=1$  відповідає тиску в міжчастинковому просторі  $P_1^*(t, Z)$  навколо цієї частинки.

Профілі тисків у міжчастинковому просторі  $P_1^*(t, Z)$  для попередньо більш зруйнованого ( $b_2 = 1,2 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$ ) середовища та менш зруйнованого ( $b_2 = 2,5 \cdot 10^{-8} \text{ м}^2/\text{с}$ ) мають подібну поведінку на відміну від профілів тисків у частинці  $P_2^*(t, X, Z)$ . З цього випливає, що проникність міжчастинкового простору є достатньою для відбирання рідини як з менш зруйнованих, так і більш зруйнованих частинок.

**Висновки.** Представлено модель відтиску середовища частинок пористої структури у вигляді біпористої системи, що складається з двох рівнів: міжчастинкового простору та простору в частинках. Сформульовано рівняння консолідації окремо для міжчастинкового простору та простору в частинках, при цьому враховано взаємовпливи між цими просторами. Вважається, що міжчастинковий простір володіє низькою місткістю, в той час як простір у частинці – високою. Проведено числове моделювання профілів тисків для середовищ з різними характеристиками проникності, що відповідає різним станам попередньої зруйнованості рослинних матеріалів. Отримані результати показують відтермінування падіння значення тиску в частинці та уповільнення кінетики консолідації для менш стисненого середовища (за рахунок меншого значення коефіцієнта консолідації).

**Conclusions.** Specific model of solid-liquid expression from liquid containing plant materials is formulated representing the layer of sliced cellular particles as a bi-porous system with extraparticle and intraparticle networks for liquid flowing. The filtration-consolidation equations were formulated for both extraparticle and intraparticle networks considering the pressure profiles. The extraparticle network was supposed to form the first porosity level with low storage capacity, while the intraparticle network form a second porosity with high storage capacity. Numerical and analytical solutions for the temporal pressure profiles and for the consolidation ratio were obtained with two different compressibility-permeability characteristics corresponding to different degrees of tissue destroying. Results show the delayed pressure drop in the intraparticle network and retardation of consolidation kinetics for the less destroyed plant tissue (due to the lower value of consolidation coefficient). Experimental verification of obtained results for the plant tissue is steel needed.

#### Список використаної літератури

1. Suclje, L., 1970. Rheological aspects of soil mechanics, Wiley Interscience, New York.
2. Shirato, M., Murase, T. Iwata, M., Nakatsuka, S., 1986. The Terzaghi-Voigt combined model for constant pressure consolidation of filter cakes and homogeneous semi-solid materials. Chemical Engineering Science, 41, 3213–3218.
3. Lanoiselle, J.-L., Vorobyov, E., Bouvier J.-M., Piar, G., 1996. Modelling of solid / liquid expression for cellular materials, AIChE Journal, 42, N 7, 2057–2067.
4. Schwartzberg, H.G., 1997. Expression of fluid from biological solids. Separation and Purification Methods, 26 (1), 1–213.
5. Kamst, G.F., Bruinsma, O.S.L., De Graauw, J., 1997. Solid-phase creep during the expression of palm-oil filter cakes, AIChE Journal, 43, 665–672.
6. Grimi, N., Vorobiev, E., Lebovka, NI., Vaxelaire, J., 2010. Solid-liquid expression from denaturated plant tissue: Filtration-consolidation behaviour, Journal of Food Engineering, n 96 (1), 29–36.
7. Petryk, M., Vorobiev, E., 2007. Liquid Flowing from Porous particles During the Pressing of Biological Materials. Computer & Chem. Eng., 31(10), 1336–1345.

8. Buyevich, Y.A., Nustrov V.S., 1993. Nonliniar flow in fractured porous media. *Transport in Porous Media*, 12, 1–17.

9. Петрик, М.Р. Математичне моделювання і дослідження фільтраційного відтиску з урахуванням перетоків між вологомісткими частинками і порами дисперсного середовища [Текст] / М.Р. Петрик, К.М. Дабула, Д.М. Михалик // Вісник ТДТУ ім. Ів.Пулюя, 2005. – №4. – С.166–176.

10. Petryk, M. Liquid Flowing from Porous particles During the Pressing of Biological Materials / M.Petryk, E.Vorobiev // *Computer and Chem. Eng.* Elsevier Irland, 2007. – Volume 31, Issue 10. – P.1336–1345.

*Отримано 25.09.2014*