Статистичний метод визначення розподілу показників якості поверхонь, оброблених у товщі газотермічних покриттів на різних глибинах / А. Щехорський, М. Кравченко, О. Козаков, Л. Полонський // Вісник ТНТУ — Тернопіль : ТНТУ, 2014. — Том 76. — № 4. — С. 135-148. — (Машинобудування, автоматизація виробництва та процеси механічної обробки).

УДК 621.793.71 : 519.233.24

# А. Щехорський, канд. фіз.-мат. наук; М. Кравченко; О. Козаков; Л. Полонський, докт. техн. наук

Житомирський державний технологічний університет

# СТАТИСТИЧНИЙ МЕТОД ВИЗНАЧЕННЯ РОЗПОДІЛУ ПОКАЗНИКІВ ЯКОСТІ ПОВЕРХОНЬ, ОБРОБЛЕНИХ У ТОВЩІ ГАЗОТЕРМІЧНИХ ПОКРИТТІВ НА РІЗНИХ ГЛИБИНАХ

Резюме. Проаналізовано статистичну залежність показників якості (на прикладі параметрів шорсткості та мікротвердості) оброблених поверхонь деталей з порошковими газотермічними покриттями системи Ni-Cr-B-Si у діапазоні товщин 0,6...2,4 мм, нанесеними газополуменевим напилюванням, від глибини розташування цих поверхонь (від величини прийнятого припуску). Результати дослідження є основою для визначення припуску на обробку покриттів за допомогою ймовірнісно-статистичного методу, вирішують проблему визначення припусків на оброблення газотермічних порошкових покриттів системи Ni-Cr-B-Si та дозволяють під час механічного оброблення забезпечити найвищі показники якості обробленої поверхні.

**Ключові слова:** ймовірнісно-статистичний метод, модель регресії, метод Кочрена-Оркатта, крива апроксимації, глибина попередньої обробки під покриття, газотермічне покриття, газополуменеве покриття, напилене покриття, напилювання, товщина покриття, шар покриття, прошарок, глибина розташування обробленої поверхні у товщі покриття, припуск, механічна обробка.

## A. Schehorsky, M. Kravchenko, O. Kozakov, L. Polonsky

# STATISTICAL METHOD OF FINDING QUALITY INDICATORS DISTRIBUTION OF SURFACES TREATED IN THICKNESS OF GAS-THERMAL COATINGS IN VARIOUS DEPTHS

Summary. A gas-thermal coatings application in production is not widely spread. The reasons are those, that they have three thickness zones, which differ in quality, and while processing the working surfaces are often formed in areas with worse quality and results in shortening of the parts operating life. It is caused by the fact that the information in technical reference literature on the depth of processing in the coating thickness is not available (in other words, in mechanical engineering production regulations on the fixed allowances for surfaces machining are not available). In monolithic materials processing technologists provide the necessary quality indicators by choosing the optimal values of machining allowances, varying cutting modes and geometric parameters of the instrument. When processing the coatings, which are heterogeneous and differ in great quality indicators dispersion in their volume, to provide the quality only by selection of modes and processing parameters is not possible. It is necessary, first of all, to form a work surface in the most qualitative coating layer. It is obligatory to know the location of this layer in the coating. Due to the heterogeneity of coatings to determine the location of the most qualitative coating layer is possible only by mathematical statistics methods, which allow to process a large amount of experimental data. The article analyzes the statistical relationship of quality indicators (for example, roughness parameters and microhardness) of treated surfaces with sintered gas-thermal coatings of Ni-Cr-B-Si system in the thicknesses range 0,6...2,4 mm, coated with gas-flamed spraying, with location depth of these surfaces (the value of standard allowance). The results of research are the basis for determining an allowance for coatings processing using probabilistic-statistical method. They solve the problem of determining allowances for processing sintered gas-thermal coatings of Ni-Cr-B-Si system and they allow to receive the best indicators of the treated surface, when machining, provide economy of powders and reduce the costs of gases.

**Key words:** probabilistic-statistical method, regression model, Kochren-Orcutt method, approximation curve, depth of pretreatment for coating, gas-thermal coating, gas-flame coating, spraying coating, spraying, coating layer, interlayer, layer depth location in the thickness coating of treated surface, allowance, machining.

#### Умовні позначення

- h товщина покриття;
- *h<sub>a</sub>* глибина розташування обробленої поверхні у товщі покриття;

 $H_{\mu}$  – мікротвердість поверхні;  $HRC_e$  – твердість за шкалою Роквелла; Ra – шорсткість поверхні.

Постановка проблеми. Результати досліджень газотермічних напилених покриттів (ГТНП) свідчать, що фізико-механічні властивості останніх по товщині (та й за об'ємом) мають значне розсіювання, а межі коливання їх значень залежать від товщини покриття й умов напилювання. Відомо, що всередині товщі покриття є прошарок, щільність та інші показники якості якого вищі порівняно з верхніми прошарками і тими, що прилягають до основи [1]. Оскільки остаточна механічна обробка деталей з покриттями (основа + покриття) здійснюється, насамперед, з метою досягнення заданих показників якості обробленої поверхні (точності, Ra, H<sub>µ</sub> тощо), то робочу поверхню необхідно формувати на такій глибині у товщі покриття, яка б забезпечила отримання найвищих показників якості (призначати такий припуск на обробку, зняття якого дозволить сформувати робочу (оброблену) поверхню у найякіснішому прошарку покриття). Оскільки собівартість деталей з ГТНП пропорційна вартості прошарку матеріалу, товщина якого дорівнює глибині залягання робочої поверхні у товщі покриття або, що те ж саме – величині припуску, то раціональні величини останніх дозволять забезпечити економію матеріалів і енергії під час обробки. Завищені припуски на обробку покриттів гарантують точність розміру і форми. Зважаючи на те, що їх вибирають інтуїтивно, не завжди можна отримати необхідні показники якості поверхні (наприклад, тих же Ra або  $H_{\mu}$ ). Занижені припуски також не забезпечують якості оброблених поверхонь і, крім цього, спричиняють брак за розмірними характеристиками. При обробці ГТНП розмиваються такі усталені поняття, як максимальний припуск, мінімальний припуск, номінальний припуск, середній припуск тощо [2]. Коливання значення припуску обмежене протяжністю по товщині (глибині) покриття якісної зони та її розміщенням у товщі покриття.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. На жаль, розроблений і забезпечений вихідними даними, які є результатом багатолітніх досліджень, розрахунково-аналітичний метод визначення припуску (а для випадку обробки покриттів це є і глибина формування у товщі покриття робочої поверхні), який базується на врахуванні факторів, що впливають на припуски попереднього та виконуваного переходів процесу обробки, і зв'язує припуск із граничними розмірами оброблюваної поверхні, не дозволяє гарантовано отримувати задані показники якості при обробці покриттів [2]. Це зумовлено тим, що величина найякіснішого прошарку (протяжність усередині покриття по h) та його розміщення невідомі. Крім того, необхідно враховувати співвідношення товщини покриття і глибини попередньої обробки основи під покриття, величину хвилястості поверхні покриття, а також слід зважати, що діапазон використовуваних на практиці товщин ГТНП (а це покриття, в основному, у межах h=0,5...3,0 мм), за наявності інструментів із полікристалічних надтвердих матеріалів на основі кубічного нітриду бору, забезпечує можливість їх обробки за один прохід (насамперед, це стосується газополуменевих покриттів). А саме́ визначення припуску на 1-й прохід (стосовно обробки ГТНП він, як правило, єдиний) при обробці заготовок із покриттями має свою специфіку – необхідно враховувати як допуск на товщину покриття і допуск на розмір основи [3,4]. У системі ж розрахунково-аналітичного методу визначення припусків практично відсутні бази даних і нормативні матеріали на механічну обробку ГТНП. Відомі лише поодинокі публікації з цієї проблеми [4–7]. Їх рекомендації ґрунтуються на практичному досвіді авторів, а теоретичне обґрунтування за його наявності висвітлено відповідно до концепції розрахунково-аналітичного методу.

У таких умовах при визначенні припусків на обробку покриттів (глибини розташування у товщі покриття обробленої поверхні) доцільно переходити на використання ймовірнісно-статистичного методу, в основу якого покладено ймовірнісний підхід. Математичні статистичні методи дають можливість узагальнити результати значної кількості експериментів та забезпечити високий рівень точності визначення складових (верхніх і нижніх меж розташування у товщі покриття найякіснішого прошарку) і самого припуску. Але такі дослідження на сьогодні практично відсутні.

Мета роботи. Визначити протяжність по товщині та розміщення найякіснішого прошарку в товщі покриття, отриманого газополуменевим напилюванням порошків системи Ni-Cr-B-Si (h=0,6...2,4 мм), для того, щоб надалі, шляхом знаходження за допомогою ймовірнісно-статистичного методу припуску на обробку, отримати можливість формувати у ньому поверхні з заданими Ra і  $H_{\mu}$ .

**Постановка задачі.** За результатами експериментів дослідити статистичну залежність отриманих показників якості оброблених поверхонь зразків із порошковими покриттями системи *Ni-Cr-B-Si* (*HRCe* 35...62) (порошки *ПГ-12H-01* (*HRCe* 35...40), *ПГ-CP4* (*HRCe* 45...55), *ПГ-10H-01* (*HRCe* 55...62) (ТУ 48-4206-158-82, BAT "Торезтвердосплав" – м. Торез Донецької обл.); h=0,6...2,4 мм, розміщених на різних ha, і на її основі методами математичної статистики визначити верхню та нижню межі розміщення у товщі покриттів цього виду найякіснішого прошарку, формування робочих поверхонь, в якому забезпечить отримання найкращих *Ra* і  $H_{\mu}$  (вони ж – найкращі експлуатаційні показники).

Результати дослідження. Для визначення протяжності по товщині та розміщення найякіснішого прошарку в порошкових газополуменевих покриттях із оплавленням h=0,6...2,4 мм, нанесеним на основу зі сталі 45, проведено дослідження Ra і  $H_{\mu}$  пошарово оброблених на різних глибинах усередині покриття поверхонь 70-ти відповідних зразків, імітаторів циліндричних деталей габаритами Ø44,8...45,0 мм × 100,0...150,0 мм [8,9].

Після експериментів із обробки зразків, згідно з поставленим завданням, у комп'ютерній системі *Mathcad Pro* на основі моделей регресії було проаналізовано статистичні дані показників якості *Ra* і *H*<sub>µ</sub> отриманих поверхонь.

Покрокове представлення статистичних даних показників Ra і  $H_{\mu}$ , в яких кроком є різниця між наступною і попередньою ha, та його детермінація дозволяють моделі регресії показників Ra і  $H_{\mu}$  розглядати як трендові. Завдання статистичного аналізу для кожної товщини покриття полягало у:

1) статистичній оцінці істинного значення *Ra* і *H*<sub>µ</sub> залежно від розташування обробленої поверхні;

2) знаходженні оцінки значення ha, що відповідає істинному значенню Ra і  $H_{\mu}$ , виходячи з його статистичної оцінки.

Побудова моделі лінійної регресії проводилась за відомого схемою.

Формування статистичної бази показників *Ra* і *H*<sub>µ</sub> завершується побудовою їх полігонів.

Графічний аналіз показників Ra і Hµ вказує на їх коливальність. Тому виникла необхідність усунення коливальних складових (фільтрації) процесу методом ковзної середньої третього порядку. Застосування ковзної середньої третього порядку звужує базу вихідних статистичних даних на дві статистичні одиниці – відкидають першу і останню. Це не обмежує загальності досліджуваного процесу, оскільки основне його завданням – орієнтація на мінімальну шорсткість і максимальну мікротвердість. На графіках значення глибини обробки за мінімальної Ra і максимальної H<sub>µ</sub> знаходиться далеко від значень глибин обробки, що відповідають початковому й останньому їх значенню.

Зміст наступного етапу статистичного аналізу (розроблення специфікації моделі в загальному вигляді) полягає у виділенні трендової складової процесу. Тренд f(x) знаходять як лінійну комбінацію елементарних функцій  $f_1(x), f_2(x), ..., f_n(x)$  (тут  $f_1(x) = const = 1$ ):  $f(x, \beta) = \beta_1 f_1(x) + \beta_2 f_2(x) + ... + \beta_n f_n(x)$ . У зв'язку з цим модель регресії  $y_t = f(x_b, \beta) + u_t \epsilon$  багатофакторною лінійною моделлю регресії

$$y_t = \beta_1 f_1(x_t) + \beta_2 f_2(x_t) + \dots + \beta_n f_n(x_t) + u_t,$$
(1)

де  $u_t$  – випадкова складова, не ідентифікована з показником  $h_a$ ; t=1, 2, ..., 24 – порядковий номер поверхні, оброблюваної на  $h_a$ ), в якій кожен *j*-ий фактор (*j*=1, 2, ..., n) уявний за статистичними даними, що є значенням функції  $f_j(x_i)$ (тут  $x_i$  – значення глибини розташування обробленої поверхні на *i*-му кроці).

У *Mathcad Pro* тренд подано, як вектор-функцію, в якості компонент якої заносяться функції  $f_i(x)$  (i = 1, 2, ..., n)

$$f(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x)).$$
(2)

Тренд (2), який задовольняє за всіма критеріями моделі нормальної регресії, був знайдений шляхом підбору (імітації) на основі методу найменших квадратів кривої апроксимації, тобто підбором функцій  $f_2(x), ..., f_n(x)$  за такими показниками:

1. Коефіцієнтами асиметрії й ексцесу.

2. Рівнем значущості моделі.

3. Рівнями значущості коефіцієнтів моделі.

4. Коефіцієнтом детермінації.

5. Автокореляцією (присутня або відсутня).

6. Статистикою Дарбіна-Уотсона до перетворення інформації.

7. Статистикою Дарбіна-Уотсона після перетворення інформації.

8. Розрахунковими (середніми) значення коефіцієнтів моделі після перетворення інформації (якщо вона виявиться доцільною).

9. Середньою мінімальною (максимальною)  $h_a$ , на якій досягається найменше (найбільше) значення показників якості Ra і  $H_{\mu}$ .

10. Середньою мінімальною (максимальною) *Ra* (*H*<sub>µ</sub>).

11. Довірчим інтервалом мінімальної (максимальної) *Ra* (*H*<sub>µ</sub>).

12. Інтервалом  $h_a$ , на якому досягається найменше (найбільше) значення показників якості  $Ra(H_u)$ .

Найпростішими функціями апроксимації f(x) виявилися степеневі функції  $f(x) = x^a$  (a > 0). У табл. 1 для деяких h (покриття ПГ-12H-01, ПГ-СР4, ПГ-10H-01), як приклад, наведено рівняння кривих апроксимації (трендів) за статистичними даними Ra і  $H_{\mu}$  залежно від  $h_a$ .

Таблиця 1

#### Рівняння кривих апроксимації Ra

Table 1

### Equation of approximation curves Ra

<i>h</i> , мм	Покриття ПГ-12Н-01				
0,6	$1,2809 - 7,88652h_a + 585,27528h_a^{3,6} - 3092,37h_a^{4,6} + 2675,23h_a^{5,0}$				
	Покриття ПГ-СР4				
2,4	$1,69301 - 3,04168h_a + 4,43574 h_a^3 - 3,30448h_a^4 + 0,72258h_a^5$				
Покриття ПГ-10Н-01					
1,2	$1,2847-3,47147h_a + 34.96837 h_a^{3,6} - 90,48144h_a^{4,6} + 59,14272h_a^{5,0}$				
Рівняння кривих апроксимації Н <sub>µ</sub>					
Покриття ПГ-12Н-01					
2,4	$545,62429 + 349,89858h_a - 802,32666h_a^{3,6} + 1107,29h_a^{4,6} - 559,81463h_a^{5,0}$				
	Покриття ПГ-СР4				
0,6	$637,16542 + 1212,45h_a - 152515 h_a^{3,6} + 910768h_a^{4,6} - 825784h_a^{5,0}$				
Покриття ПГ-10Н-01					
1,2	$600,21896 - 700,82489h_a^{0,2} + 3694,37h_a^{0,8} - 7886,22h_a^{1,8} + 6003,52h_a^{2,8} - $				
	$-1205,68h_a^{4,8}$				

Із результатів апроксимації (див. табл.1) можна зробити висновок, що для зразків з покриттями ПГ-12Н-01 і ПГ-10Н-01 вид кривої апроксимації Ra (тренд) за статистичними даними має такий вигляд:

$$f(h_a, \beta) = \beta_1 + \beta_2 h_a + \beta_3 h_a^{3,6} + \beta_4 h_a^{4,6} + \beta_5 h_a^{5},$$
(3)

а для зразків ПГ-СР4 –

$$(h_a, \beta) = \beta_1 + \beta_2 h_a + \beta_3 h_a^3 + \beta_4 h_a^4 + \beta_5 h_a^5.$$

Інша картина спостерігається стосовно апроксимації  $H_{\mu}$ . Для зразків із покриттям ПГ-12H-01 залежність для h = 0.9; 1,2; 1,5; 1,8; 2,4 мм визначається за формулою (3). Для h = 0.6 мм і h = 2.1 мм вид кривих визначається відповідно за формулами

$$f(h_a, \beta) = \beta_1 + \beta_2 h_a^{1,4} + \beta_3 h_a^{3,6} + \beta_4 h_a^{4,4} + \beta_5 h_a^{4,6}$$

та

$$f(h_a, \beta) = \beta_1 + \beta_2 h_a + \beta_3 h_a^{3,6} + \beta_4 h_a^{4,6} + \beta_5 h_a^{5,0}.$$

Для зразків із покриттям ПГ-10Н-01 для кожної з h = 0,9...2,4 мм залежність інша, у тому розумінні, що вона має свій набір показників степеневих функцій  $f(x) = x^a$  (a > 0). Для зразків із покриттям ПГ-СР4 апроксимація  $H_{\mu}$  для h = 0,6; 0,9; 1,2; 1,5 мм проводиться за формулою (3), а для h = 1,8; 2,1; 2,4 мм – за

$$f(x, \beta) = \beta_1 + \beta_2 h_a^{1,4} + \beta_3 h_a^{3,6} + \beta_4 h_a^{4,4} + \beta_5 h_a^{4,6}.$$
 (4)

Як приклад графічного зображення у *Mathcad Pro*, на рис. 1, 2 представлені криві апроксимації Ra і  $H_{\mu}$  для зразка з покриттям ПГ-12H-01, h = 0,6 мм.



Рисунок 1. Крива апроксимації  $Ra(h_a)$  для зразка з покриттям ПГ-12H-01 (h = 0,6 мм)

Figure 1. Approximation curve  $Ra(h_a)$  for the sample with coating PG-12N-01 (h = 0.6 mm)



Рисунок 2. Крива апроксимації  $H_{\mu}(h_a)$  для зразка з покриттям ПГ-12H-01 (h = 0,6 мм)

**Figure 2.** Approximation curve  $H_{\mu}(h_a)$  for the sample with coating PG-12N-01 (h = 0.6 mm)

Дамо пояснення до кожного зі згаданих вище критеріальних показників 1–12:

1. Коефіцієнти асиметрії й ексцесу характеризують близький до нормального закону розподілу показника  $Ra(H_{\mu})$ , а також залишків лінійної моделі регресії, що задається рівнянням (1). Якщо обидва коефіцієнти не перевищують 1,5 (правило «1,5»), то закон розподілу вказаних показників асимптотично близький (наприклад, закон розподілу Ст'юдента) до нормального закону розподілу. Наприклад, для зразка з покриттям ПГ-12H-01 (h = 0,6 мм) коефіцієнти асиметрії та ексцесу становлять 0,24146 і 0,71006 відповідно.

Правило «1,5» дозволяє проводити статистичні оцінювання невідомих параметрів лінійної моделі регресії. Необхідно зауважити, що коефіцієнти асиметрії й ексцесу були отримані для випадків, коли статистичні дані являють собою часові ряди. Оскільки статистичні дані показників мають покрокове представлення, то з допомогою лінійного перетворення їх можна звести до часових рядів. Таке перетворення не буде істотно впливати на побудову моделей.

2. Неперевершення рівня значущості моделі 5% дає можливість стверджувати, що в 95% (або з гарантією 95%) усіх вибірок має місце залежність (1), тобто така залежність статистично істотна. Як приклад, для зразка з покриттям ПГ-12H-01 (h = 0.6 мм) рівень значущості моделі становить 6,99441×10<sup>-15</sup> %.

3. Однією з вимог лінійної моделі регресії, рівняння якої задається формулою (1), є рівність нулю математичного сподівання залишків моделі (Mu = 0). Ця вимога забезпечується меншими за 5 % рівнями значущості розрахункових коефіцієнтів моделі. Для зразків із покриттям ПГ-12H-01 (h = 0.6 мм) рівні значущості розрахункових коефіцієнтів моделі становлять 6,73694×10<sup>-10</sup>%, 1,20717×10<sup>-5</sup>%, 5,01061×10<sup>-4</sup>%, 3,46694×10<sup>-3</sup>%, 6,46948×10<sup>-3</sup>% відповідно.

4. Коефіцієнт детермінації визначає ступінь підгонки кривої апроксимації до статистичних даних результуючого показника  $Ra(H_{\mu})$ . Нормативне його значення має становити не менше 0,95. У нашому дослідженні коефіцієнт детермінації знаходиться у необхідних межах, зокрема для зразка з покриттям ПГ-12H-01 (h = 0,6 мм) він має значення 0,98338.

5. Відсутність або наявність автокореляції першого порядку в залишках моделі регресії (4) діагностується за статистикою Дарбіна-Уотсона. Автокореляція має негативний вплив на побудову довірчих інтервалів невідомих параметрів моделі, вони можуть бути як надто широкими, так і надто вузькими стосовно їхнього істинного діапазону.

6. Побудова моделі регресії (1) за присутності автокореляції в залишках моделі здійснювалася за удосконаленим авторами методом Кочрена-Оркатта на основі методу Ейткена (методу перетворення вихідної інформації).

7. Як відомо, інколи автокореляцію усунути неможливо, а можливо істотно зменшити її вплив (поліпшити статистичні оцінки параметрів моделі регресії) шляхом застосування модифікованого методу Кочрена-Оркатта. Якщо після його застосування виявиться, що статистика Дарбіна-Уотсона наблизиться до її ідеального значення 2 (значення, за якого автокореляція завжди відсутня), то метод Кочрена-Оркатта дозволить поліпшити модель регресії (розрахункові коефіцієнти моделі можуть бути уточнені). Потрібно звернути увагу на ще одну обставину. Стосовно діагностики автокореляції статистика Дарбіна-Уотсона не є універсальною – існують так звані зони невизначеності автокореляції. Їх можна обійти тоді, коли після застосування методу Кочрена-Оркатта статистика Дарбіна-Уотсона покаже відсутність автокореляції. Для зразка з покриттям ПГ-12H-01 (h = 0,6 мм) автокореляція не може бути усунена. Внаслідок застосування методу Кочрена-Оркатта статистика Дарбіна-Уотсона покаже відсутність автокореляції. Для

складність функцій  $f(x, \beta)$ аналітичні 8. Через дослідження кривих апроксимації за методами математичного аналізу майже неможливі. Дослідження кожної кривої апроксимації у даному випадку можливе лише за її графічним зображенням. Редактор Mathcad Pro дозволяє це зробити. Графічний аналіз показує, що кожна крива апроксимації  $f(h_a, \beta)$  показника  $Ra(H_u)$  має на проміжку зміни  $h_a$  єдине значення  $h_{amin}$  ( $h_{amax}$ ), за якого Ra ( $H_{u}$ ) набуває мінімальне (максимальне) значення. Наприклад, для зразка з покриттям ПГ-12Н-01 (h = 0,6 мм) робоча поверхня, що забезпечує найбільше значення  $H_{\mu}$ , є на  $h_{amin} = 0,16757$ . Знаходження екстремумів функції f(ha, ß) у Mathcad Pro здійснюється операторами «Minimise» і «Maximise». Крім того, на проміжках  $(0, h_{amin})$  і  $(h_{amin}, maxh_a)$   $((0, h_{amax})$  і  $(h_{amax}, maxh_a))$  функція  $f(h_a, \beta)$ монотонна, а саме, на проміжку (0,  $h_{amin}$ ) ((0,  $h_{amax}$ )) вона монотонно спадає (зростає), а на проміжку  $(h_{amin}, maxh_a)$   $((h_{amax}, maxh_a))$  монотонно зростає (спадає) (тут maxh\_a – межове значення глибини розташування поверхні, на якій визначали показники якості).

9. Оскільки значення  $h_{amin}$  ( $h_{amax}$ ) знаходять за моделлю регресії Ra ( $H_{\mu}$ ), то  $h_{amin}$  ( $h_{amax}$ ) являє собою те значення  $h_a$ , за якого Ra ( $H_{\mu}$ ) має за вибірковими даними середнє мінімальне (максимальне) значення  $f(h_{amin}, \beta)$  ( $f(h_{amax}, \beta)$ ). Істинна мінімальна Ra (максимальна  $H_{\mu}$ ) значення генеральної сукупності, з якої робили вибірку, невідома. Також невідоме значення  $h_{aist}$ , що відповідає істинній мінімальній Ra (максимальній

 $H_{\mu}$ ). Обидва названі параметри моделі повинні підлягати статистичному оцінюванню. Оскільки параметр  $h_{aist}$  невідомий, то статистичне оцінювання, як оцінювання прогнозного значення параметра  $f(h_{aist} \beta)$ , неможливе, проте можливе оцінювання параметра  $h_{aist}$ .

10–12. Для статистичної оцінювання параметра  $h_{aist}$  перш за все оцінимо параметр  $f(h_{amin}, \beta)$  (оцінювання параметра  $f(h_{amax}, \beta)$  здійснюється аналогічно). Його оцінка полягає у побудові 99% прогнозного довірчого інтервалу  $(d_n, d_v)$   $(d_n -$  нижня межа довірчого інтервалу,  $d_v$  – його верхня межа). (Для зразка з покриттям ПГ-12H-01 (h = 0, 6 мм) прогнозний довірчий інтервал – (0,16997; 0,67195)). Для його визначення необхідно знайти абсциси точок перетину прямої  $Ra = d_v$  з кривою апроксимації  $f(h_a, \beta)$ . Що стосується точок перетину прямої  $Ra = d_n$  з кривою  $f(h_a, \beta)$ , то за самим змістом довірчого інтервалу їх не існує. Оскільки функція  $f(h_a, \beta)$  на проміжку  $(0, h_{amin})$ монотонно спадна, а на проміжку  $(h_{amin}, maxh_a)$  монотонно зростаюча, то маємо дві точки перетину  $(h_{avl}, f(h_{avl}, \beta))$  і  $(h_{av2}, f(h_{av2}, \beta))$  прямої  $Ra = d_v$  з кривою апроксимації  $f(h_a, \beta)$  (рис.3). У Mathcad Pro пошуки значень  $h_{avl}$  і  $h_{av2}$  здійснюються ітераційними методами за допомогою ключових слів «Given» і «Find». Для зразка з покриттям ПГ-12H-01  $(h = 0, 6 \text{ мм}) h_{avl} = 0,08424; h_{av2} = 0,25545.$ 



**Рисунок 3.** Крива апроксимації  $H_{\mu}$  залежно від  $h_a$  (покриття ПГ-10H-01, h = 0,6 мм), визначена без використання ковзної середньої

**Figure 3.** Approximation curve H $\mu$  depending on  $h_a$  (coating PG-10N-01, h = 0,6 mm), determined without using the moving average

Як правило, для кривих апроксимації  $H_{\mu}$  у класі степеневих функцій знаходження точки  $(h_{avl}, f(h_{av}, \beta))$  не завжди можливе тоді, коли для апроксимації використовується ковзна середня третього порядку (з причини недостатності статистичної бази даних  $H_{\mu}$ ). Внаслідок цього крива апроксимації  $f(h_a, \beta)$  може мати тільки одну точку перетину з прямою  $Ra = d_v$ . Тому для апроксимації  $H_{\mu}$  (покриття ПГ-10H-01) ковзна середня не може бути використана. Пошук кривих апроксимації у класі степеневих функцій (покриття ПГ-10H-01) без ковзних середніх призводить до кривих апроксимації  $f(h_a, \beta)$ , які можуть мати більше, ніж два проміжки монотонності. У даному випадку для всіх покриттів криві апроксимації  $f(h_a, \beta)$  мають три проміжки монотонності (див. рис. 3). Поява додаткового проміжку монотонності не вносить коректив у процес знаходження точок перетину кривої  $f(h_a, \beta)$  з прямою  $Ra = d_v$  тому, що вони не мають

спільних точок, абсциси яких належали б додатковому третьому проміжку монотонності.

Під статистичним оцінювання параметра  $h_{aist}$  слід розуміти можливість його покриття з ймовірністю 0,99 довірчим інтервалом. Перш за все, для оцінювання параметра  $h_{aist}$  побудуємо довірчий (99%) прогнозний інтервал для кожного значення  $h_a$ . Множина нижніх кінців побудованих довірчих інтервалів утворює криву  $d(h_a)$ . Оскільки функція  $f(h_a, \beta)$  монотонна, то, виходячи з відомих принципів побудови функції  $d(h_a)$  [10], вона монотонно спадна на проміжку (0,  $h_{amin}$ ), а на проміжку  $(h_{amin}, h_{amax})$  – монотонно зростаюча.

Складність побудови моделей регресії у даному випадку полягає у статистичному оцінюванні істинних значень ha, при яких мають місце істинні екстремальні значення Ra і  $H_{\mu}$ , а саме — у побудові їх довірчих інтервалів. Пропонується такий шлях їх побудови.

Як відомо, прошарок між кривими (рис.4)  $f(h_a, \beta)$  і  $d(h_a)$  належить до прогнозного, тому у ньому міститься точка  $P(h_{aist}, f(h_{aist}, \beta))$ . Потрібно довести, що точка  $P(h_{aist}, f(h_{aist}, \beta))$  належить області ANBCMD ( $A \ i \ B$  – точки перетину прямої  $Ra = d_v$  з кривою  $f(h_a, \beta)$ ;  $C \ i \ D$  – точки перетину вертикалей у точках  $h_{avl}$  і  $h_{av2}$  з кривою  $d(h_a)$ ; N – точка мінімуму функції  $f(h_a, \beta)$ ; M – точка мінімуму функції  $d(h_a)$ ). Цей факт дозволяє стверджувати, що точка haist покривається 99% довірчим інтервалом.



Рисунок 4. Графічна схема визначення довірчого інтервалу істинного мінімального значення h<sub>а</sub>

Figure 4. Graphical diagram for determining the confidence interval of true minimum value h<sub>a</sub>

Оскільки у прямокутнику  $ABh_{av} lh_{av} 2$  знаходяться точки вибірки, то точка  $P(h_{aisb} f(h_{aisb} \beta))$  не може бути розташована вище прямої  $Ra = d_v$ . Вона також не може знаходитися нижче прямої  $Ra = d_n$ , — у протилежному випадку її не можна буде накрити відповідним довірчим інтервалом. Цю точку не можна буде накрити і тоді, коли вона буде знаходитись у смузі прямих  $Ra = d_v$  і  $Ra = d_n$  крім, наприклад, області *CBK*. Точка  $P(h_{aisb} f(h_{aisb} \beta))$  не може знаходитися в області *CBK* з тієї причини, що вибір кривих апроксимації Ra відбувався таким чином, щоб серед точок вибірки  $(h_a, Ra(h_a))$  існували точки, які знаходяться не вище прямої  $Ra = d_v$  (щоб для них виконувалася нерівність  $Ra(h_a) \leq f(h_{amin}, \beta)$ ). Наприклад, для зразка з покриттям ПГ-12H-01 (h = 0, 6 мм) за статистичними даними  $Ra(h_a) = 0,32000$ , а за розрахунками моделі  $h_{min} = 0,16757$ ;  $f(h_{amin}, \beta) = 0,42096$ . Забезпечення виконання нерівності  $Ra(h_a) \leq f(h_{amin}, \beta)$  гарантує непопадання точки  $P(h_{aisb} f(h_{aisb}, \beta))$  в область *BKC* і забезпечує її попадання в область *ANBCMD*.

Відповідно до вищевикладеного для кожної з товщин покриття (h = 0,6; 0,9; 1,2; 1,5; 1,8; 2,1; 2,4 мм) було побудовано свої довірчі інтервали, які з ймовірністю 0,99 покривають ті істинні значення  $h_{aist}$ , що відповідають істинним екстремальним значенням Ra ( $H_{\mu}$ ). Нижні та верхні межі довірчих інтервалів наведені у табл.2.

Таблиця 2

Нижні та верхні межі довірчих інтервалів

Table 2

High and low boundaries of trust intervals

<i>h</i> , мм	Ra

	ПГ-12Н-01		ПГ-СР4		ПГ-10Н-01	
	Нижня	Верхня	Нижня	Верхня	Нижня	Верхня
	межа	межа	межа	межа	межа	межа
	довірчого	довірчого	довірчого	довірчого	довірчого	довірчого
	інтервалу	інтервалу	інтервалу	інтервалу	інтервалу	інтервалу
0,6	0,08424	0,25545	0,08897	0,27067	0,09547	0,28623
0,9	0,13932	0,41201	0,15409	0,40287	0,19138	0,40148
1,2	0,24776	0,70367	0,21316	0,49480	0,19390	0,57311
1,5	0,23616	0,90580	0,37706	0,64903	0,23030	0,68396
1,8	0,35081	0,8723	0,27077	0,86154	0,30798	0,83017
2,1	0,35850	0,92700	0,34310	0,99800	0,28340	1,00270
2,4	0,36420	1,21981	0,42394	1,18816	0,26840	1,19296
	$H_{\mu}$					
0,6	0,09968	0,20607	0,05513	0,20500	0,06100	0,21986
0,9	0,08610	0,36499	0,15140	0,31884	0,12528	0,45040
1,2	0,07031	0,47464	0,15227	0,54652	0,14661	0,44747
1,5	0,16786	0,70217	0,23305	0,66193	0,20361	1,05333
1,8	0,24166	0,65886	0,23519	0,93025	0,20310	1,00556
2,1	0,20129	1,06791	0,36047	0,79620	0,15362	1,33386
2,4	0,31365	0,97494	0,29224	1,05578	0,26269	1,01207

За визначенням вибірки як поняття, нижні та верхні межі довірчих інтервалів також є вибірковими даними. Тому зміст наступного етапу статистичного аналізу даних полягає у побудові моделей залежності кінців довірчих інтервалів від  $h_a$ . У табл.3 наведені рівняння апроксимації нижніх і верхніх кінців довірчих інтервалів у товщі покриттів h = 0, 6...2, 4 мм за показником Ra.

Таблиця 3

## Рівняння кривих апроксимації кінців довірчих інтервалів

Table 3

### Equation of trust intervals ends approximation curves

Покриття	Рівняння кривих апроксимації нижніх кінців довірчих інтервалів <i>Ra</i>			
ПГ-12Н-01	$\Psi(\mathbf{x}) = 0,059621 + 0,121894\mathbf{x}^{2,1} - 0,016241\mathbf{x}^{4,0}$			
ПГ-СР4	$\Psi(\mathbf{x}) = -0,071549 + 0,609854x^{2,2} - 0,636361x^{3,5} + 0,29955x^{4,0}$			
ПГ-10Н-01	$\Psi(\mathbf{x}) = 0,095315 + 0,092314\mathbf{x}^{2,2} - 0,01402\mathbf{x}^{4,0}$			
	Рівняння кривих апроксимації верхніх кінців довірчих інтервалів <i>Ra</i>			
ПГ-12Н-01	$\mathbf{r}(\mathbf{x}) = -0.025716 + 1.357287 \mathbf{x}^{2,6} - 0.865626 \mathbf{x}^{3,6} + 0.087027 \mathbf{x}^{5,2}$			
ПГ-СР4	$\mathbf{r}(\mathbf{x}) = 0,216074 + 0.095468 \mathbf{x}^{2,0} + 0,180049 \mathbf{x}^{3,0} - 0,074672 \mathbf{x}^{3,8}$			
ПГ-10Н-01	$\mathbf{r}(\mathbf{x}) = 0,20293 + 0,458392\mathbf{x}^{2,6} - 0,22819\mathbf{x}^{3,6} + 0,019638\mathbf{x}^{5,2}$			
	Рівняння кривих апроксимації нижніх кінців довірчих інтервалів $H_{\mu}$			
ПГ-12Н-01	$\Psi(\mathbf{x}) = 0,359711 - 0,903178x^{1,8} + 3,055702x^{4,0} - 6,239319x^{4,6} + 3,784677x^{4,8}$			
ПГ-СР4	$\Psi(\mathbf{x}) = 0,077263 + 0,093318x^{2,8} - 0,035103x^{3,6}$			
ПГ-10Н-01	$\Psi(\mathbf{x}) = 0,110457 - 0,210078x^{1,8} + 1,447565x^{4,0} - 3,263841x^{4,6} + 2,038373x^{4,8}$			
	Рівняння кривих апрокенманії веруніх кіннів дорівних інтерратів $H$			
	тывияния кривих апроксимації верхніх кінців довірчих інтервалів $\Pi_{\mu}$			
ПГ-12Н-01	$r(x) = 0,190638 + 0,448307x^{2,6} - 0,029203x^{5,6}$			
ПГ-12H-01 ПГ-СР4	$r(x) = 0,190638 + 0,448307x^{2,6} - 0,029203x^{5,6}$ $r(x) = -0,356021 + 0,875477x - 0,096553x^{2,4}$			

На рис.5,6 у графічному редакторі *Mathcad Pro*, як приклад, наведено графіки кривих апроксимації верхніх і нижніх меж довірчих інтервалів у товщі покриття ПГ-12H-01 (h = 0, 6...2, 4 мм) за показниками Ra і  $H_{\mu}$  відповідно. Такі ж графіки побудовані й для покриттів ПГ-СР4 та ПГ-10H-01.



Рисунок 5. Крива апроксимації верхніх (*trace* 1, 2) і нижніх (*trace* 3, 4) меж довірчих інтервалів у товщі покриття ПГ-12H-01 (*h* = 0,6...2,4 мм) за показниками *Ra* 

**Figure 5.** Approximation curve of upper (*trace* 1, 2) and lower (*trace* 3, 4) limits of confidence intervals in the coating thicknesses of PG-12N-01 (h = 0, 6...2, 4 mm) by *Ra* indexes



Рисунок 6. Крива апроксимації верхніх (*trace* 1, 2) і нижніх (*trace* 3, 4) меж довірчих інтервалів у товщі покриття ПГ-12H-01 (h = 0, 6...2, 4 мм) за показниками  $H_{\mu}$ 

**Figure 6.** Approximation curve of upper (*trace* 1, 2) and lower (*trace* 3, 4) limits of confidence intervals in the coating thicknesses of PG-12N-01 ( $h = 0.6 \dots 2.4$  mm) by  $H_{\mu}$  indexes

Висновки. Результати дослідження є основою для визначення припуску на обробку ГТНП за допомогою ймовірнісно-статистичного методу, вирішують проблему визначення припусків на обробку газополуменевих напилених порошкових покриттів системи Ni-Cr-B-Si та дозволяють при механічній обробці забезпечити отримання найкращих показників якості обробленої поверхні.

ймовірнісно-статистичним Завдяки методам дослідження результатів експериментів із механічної обробки газополуменевих напилених порошкових покриттів системи Ni-Cr-B-Si у діапазоні h = 0, 6...2, 4 мм найякісніший прошарок у товщі покриття, в якому можна сформувати робочі поверхні з найкращими показниками якості Ra i H<sub>u</sub>, визначається за кривими апроксимації у графічному редакторі Mathcad Pro (за допомогою контекстного меню "Трассировка" (у російськомовній версії)). Наприклад, для покриттів із порошку ПГ-12Н-01 (h = 0, 6...1, 0 мм) нижня і верхня межі розміщення найякіснішого прошарку, при формуванні обробленої поверхні в якому можна отримати найкращі показники *Ra*, відповідно – 0,16 мм і 0,20 мм; для h = 1,0...2,1 мм – 0,40 мм і 0,54 мм; для h = 1, 5...2, 4 мм - 0, 40 мм і 0,86 мм (див. рис.5). Так само можна визначити і нижню та верхню межі найякіснішого прошарку, в якому можна отримати найкращі значення  $H_{\mu}$  обробленої поверхні. Наприклад, для h = 0, 6...1, 7 мм (покриття з порошку ПГ-12H-01) вони відповідно мають значення 0,21 мм і 0,25 мм; для h = 1, 0...2, 4 мм – 0,31 мм і 0,39 мм (див. рис.6). Застосовані методи дозволяють визначити розміщення у товщі покриттів прошарків, формування робочих поверхонь, в яких забезпечить й інші бажані експлуатаційні показники їхньої якості.

Метод обробки статистичних даних Ra і  $H_{\mu}$  отриманих за результатами експериментів із механічної обробки газополуменевих напилених порошкових покриттів системи *Ni-Cr-B-Si* (завдяки тому, що він дозволяє визначитися з довірчим інтервалом розташування істинних досліджуваних показників) може бути застосований і для аналізу інших процесів, які характеризуються наявністю глобальних екстремальних значень. Застосовуючи його, можна побудувати не тільки довірчий інтервал екстремального значення досліджуваного процесу (за відомими методами), але й побудувати довірчий інтервал істинного значення змінних, від яких залежить даний процес.

**Conclusions.** The results of the research are the basis for determining an allowance for coatings processing using probabilistic-statistical method. They solve the problem of determining allowances for processing sintered gas-thermal coatings of *Ni-Cr-B-Si* system and allow to receive the best indicators of the treated surface when machining.

Due to probabilistic-statistical methods of research the experimental results of machining the gas-flamed sintered coatings of *Ni-Cr-B-Si* system in the range h = 0, 6...2, 4 mm, the most qualitative layer in the coating thicknesses, in which work surfaces with the best quality indicators (*Ra* and  $H_{\mu}$ ) can be formed, is defined by the approximation curves in graphics editor *Mathcad Pro* using the context menu "TpaccupoBka" (in russian version). For example, for sintered coatings PG-12N-01 (h = 0, 6...1, 0 mm) lower and upper limits of the location of the most qualitative coating layer, when formation of the machined surface is possible to get the best *Ra* indexes, are 0,16 mm and 0,20 mm respectively; for h = 1, 0...2, 1 mm – 0,40 mm and 0,54 mm; for h = 1, 5...2, 4 mm – 0,40 mm and 0,86 mm (see fig.5). In the same way it is possible to define upper and lower limits of the most qualitative coating PG-12N-01) they are 0,21 mm and 0,25 mm respectively, for h = 0, 6...1, 7 mm (sintered coating PG-12N-01) they are 0,21 mm and 0,25 mm respectively, for h = 1, 0...2, 4 mm – 0,31 mm and 0,39 mm (see fig.6). Applied methods allow to determine the location of the layers in coating thicknesses and forming work surfaces in them will allow to provide other desired operational quality characteristics.

Method of processing the statistical data of surface quality indicators Ra and H $\mu$ , obtained from the experimental results of machining the gas-flamed sprayed sintered coating of Ni-Cr-B-Si system, due to the fact that it allows to determine the confidence interval of the location of the true studied parameters, can be applied also for analysis of other processes, which are characterized by availability of global extreme values. Using it one can build not only a confidence interval of extreme value of studied process (by known methods), but also to build a confidence interval of the true values of the variables, which the process depends on.

#### Список використаної літератури

1. Пилипенко, О.М. Вібраційна обробка газотермічних покриттів [Текст] / О.М. Пилипенко. – Черкаси: Сіяч, 2000. – 203 с.

2. Справочник технолога-машиностроителя. В 2-х т. Т.1; под ред. А.Г. Косиловой и Р.К. Мещерякова [Текст]. – М.: Машиностроение, 1985. – 656 с.

4. Харламов, Ю.А. Основы технологии восстановления и упрочнения деталей машин: учеб. пособ. В 2-х т. Т.2 [Текст] / Ю.А. Харламов, Н.А. Будагьянц. – Луганск: Изд-во Восточно-укр. национ. ун-та им. В. Даля, 2003. – 480 с.

5. Воловик, Е.Л. Справочник по восстановлению деталей [Текст] / Е.Л. Воловик. – М.: Колос, 1981. – 351 с.

<sup>3.</sup> Газотермические покрытия из порошковых материалов: справ. [Текст] / Ю.С. Борисов, Ю.А. Харламов, С.Л. Сидоренко, Е.Н. Ардатовская. – К.: Наук. думка, 1987. – 544 с.

6. Колев, К.С. Технология машиностроения: учеб. пособ. для вузов [Текст] / К.С. Колев. – М.: Высшая школа, 1977. – 255 с.

7. Газотермическое напыление покрытий: сб. руководящих технич. матер. [Текст]. – К: ИЭС им. Е.О. Патона, 1990. – 175 с.

8. Полонський, Л.Г. Залежність показників якості поверхонь деталей з газотермічними покриттями від припуску на обробку та режимів різання [Текст] / Л.Г. Полонський, М.П. Кравченко, А.Й. Щехорський // Вісник Севастопольського національного технічного університету. – 2012. – Вип.128. – С.190–196.

9. Полонський, Л.Г. Зміна якості оброблених поверхонь газотермічних покриттів при пошаровому точінні [Текст] / Л.Г. Полонський, М.П. Кравченко // Вісник Національного технічного університету України «Київський політехнічний університет». – К.:НТУУ «КПІ». – 2010. – № 59. – С. 92–95.

10. Айвазян, С.А. Прикладная статистика и основы эконометрики [Текст] / С.А. Айвазян, В.С. Мхитарян. – М.: ЮНИТИ, 1998. – 1022 с.

Отримано 25.06.2013