

Мейш В. Чисельний розв'язок плоских динамічних задач теорії підкріплених циліндричних оболонок еліптичного перерізу при нестационарних навантаженнях / В. Мейш, Н. Кепенач // Вісник ТНТУ — Тернопіль : ТНТУ, 2014. — Том 76. — № 4. — С. 44-52. — (Механіка та матеріалознавство).

УДК 539.3

В. Мейш, докт. фіз.-мат. наук; Н. Кепенач

Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України

ЧИСЕЛЬНИЙ РОЗВ'ЯЗОК ПЛОСКИХ ДИНАМІЧНИХ ЗАДАЧ ТЕОРІЇ ПІДКРІПЛЕНИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБОЛОНОК ЕЛІПТИЧНОГО ПЕРЕРІЗУ ПРИ НЕСТАЦІОНАРНИХ НАВАНТАЖЕННЯХ

Резюме. Розглянуто плоску задачу про вимушені коливання поздовжньо підкріплених циліндричних оболонок еліптичного перерізу під дією розподіленого нестационарного навантаження. Наведено постановку та розроблено чисельний алгоритм розв'язування задачі. Наведено приклади розрахунку плоских задач динамічної поведінки підкріплених оболонок та проведено аналіз отриманих чисельних результатів.

Ключові слова: циліндричні оболонки еліптичного перерізу, теорія оболонок та стержнів типу Тимошенка, плоска задача, вимушені коливання, чисельні методи.

V. Meish, N. Kepenach

NUMERICAL SOLUTION OF PLANE DYNAMIC PROBLEMS OF THE STIFFENED CYLINDRICAL SHELLS ELLIPTICAL CROSS – SECTION THEORY UNDER NON-STATIONARY LOAD

Summary. In this paper, in the framework of the theory of shells and rods of Timoshenko-type, the problem of forced vibrations of longitudinal – cross stiffened cylindrical shells of elliptical cross section is considered. Numerical algorithm for solving the problem is constructed. The results of analysis of nonstationary vibrations of longitudinal - cross stiffened shells are presented.

To derive the vibration equations for stiffened cylindrical shell the variation principle of stationary Hamilton – Ostrogradsky is used. After standard transformations in the variation functional, taking into account the conditions of the contact shell – cross rib, we obtained two groups of equations: 1) the wave equations of smooth cylindrical shell of the elliptical cross – section; 2) the wave equations of longitudinal rib, which is located along the s_1 – axis. The initial wave equations are supplemented by the corresponding boundary and initial conditions.

The numerical algorithm for solving the initial – boundary value problems is based on the integro-interpolation method of constructing difference relations along the spatial coordinate and the explicit approximation of the time coordinate. According to the initial formulation of the problem the solution is constructed in a smooth area and is pasted on the lines of discontinuity (lines of design center of gravity of the cross- ribs on the middle surface smooth shell). Results of theoretical study of the stability conditions of obtained difference equations are presented.

As a numerical example, the problem of the dynamic behavior of longitudinal – cross stiffened cylindrical shell with elliptical cross section under action of a distributed pulse loading is presented. Comparison with similar results of the dynamic behavior of stiffened cylindrical shells of circular cross section is made.

Key words: cylindrical shell with an elliptical cross section, the theory of shells and rods of Timoshenko-type, plane problem, forced vibrations, numerical methods.

Вступ. Задачам визначення напружено деформованого стану підкріплених оболонок із урахуванням дискретного розміщення ребер при динамічних навантаженнях присвячено значну кількість публікацій [1–5]. Розв'язок задач динамічної поведінки підкріплених оболонок із урахуванням дискретного розміщення ребер у рамках класичної моделі детально розглянуто в роботах [1,2,4]. Уточнююча модель теорії підкріплених оболонок при дослідженні динамічної поведінки

неоднорідних конструкцій при нестационарних навантаженнях використовувалася в [3,5–7]. У вказаних роботах, в основному, розглянуто підкріплені оболонки канонічної форми (циліндричні, сферичні та конічні). Поведінка скінчених поздовжньо підкріплених циліндричних оболонок еліптичного перерізу з урахуванням дискретного розміщення ребер при нестационарних навантаженнях розглянуто в публікації [8], поперечно підкріплених оболонок в аналогічній постановці – в [9], поздовжньо-поперечних підкріплених оболонок – у [10].

В даній роботі в рамках теорії оболонок і стержнів типу Тимошенка наведено постановку плоскої задачі про вимушені коливання циліндричної оболонки еліптичного перерізу, побудовано чисельний алгоритм розв'язку задачі й проаналізовано чисельні результати.

Постановка задачі. Розглядається нескінченна поздовжньо підкріплена циліндрична оболонка еліптичного перерізу при дії розподіленого внутрішнього навантаження $P_3(s_2, t)$, де s_2 і t – просторова та часова координати. При постановці враховується дискретне розміщення поздовжніх ребер [2–4]. Схематично це має вигляд як на рис.1.

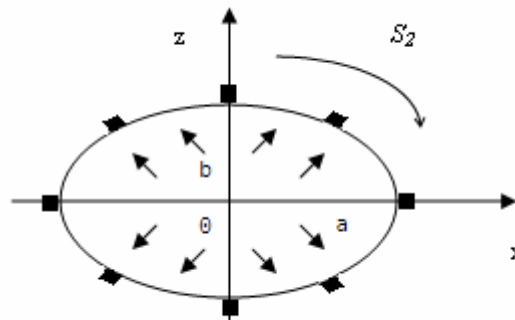


Рисунок 1. Схематичне зображення підкріпленої циліндричної оболонки еліптичного перерізу у випадку плоскої задачі

Figure 1. Schematic representation of stiffened cylindrical shell elliptical cross section for the case of the plane problem

Коефіцієнти першої квадратичної форми та кривизни координатної поверхні вихідної оболонки записано таким чином:

$$\begin{aligned}
 A_1 &= 1, & k_1 &= 0, & (1) \\
 A_2 &= (a^2 \cos^2 \alpha_2 + b^2 \sin^2 \alpha_2)^{1/2}, \\
 k_2 &= ab(a^2 \cos^2 \alpha_2 + b^2 \sin^2 \alpha_2)^{-3/2}, \\
 s_1 &= A_1 \alpha_1, & s_2 &= A_2 \alpha_2,
 \end{aligned}$$

де a і b – півосі еліпса, який характеризує поперечний зріз циліндричної оболонки.

Для виведення рівнянь коливань підкріпленої циліндричної оболонки використовується варіаційний принцип стаціонарності Гамільтона – Остроградського [1,3,5]. Після стандартних перетворень у функціоналі, з урахуванням умов контакту оболонка – ребро [1,3,5], отримуємо дві групи рівнянь [8,10]: 1) рівняння коливань гладкої циліндричної оболонки еліптичного перерізу; 2) рівняння коливань дискретного i -го ребра, розміщеного вздовж осі s_1 . Для випадку плоскої задачі ці рівняння мають вигляд:

–
– в гладкій області

$$\frac{\partial T_{22}}{\partial s_2} + k_2 T_{23} = \rho h \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial T_{23}}{\partial s_2} - k_2 T_{22} + P_3(s_2, t) = \rho h \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2},$$

$$\frac{\partial M_{22}}{\partial s_2} - T_{23} = \rho \frac{h^3}{12} \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial t^2};$$

– на i -й лінії просторового розриву (лінія проектування центру ваги поперечного перерізу i -го ребра на серединну поверхню циліндричної оболонки)

$$[T_{22}]_i = \rho_i F_i \left(\frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} \pm h_{ci} \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial t^2} \right), \quad (3)$$

$$[T_{23}]_i = \rho_i F_i \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2},$$

$$[M_{22}]_i = \rho_i F_i \left[\pm h_{ci} \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} + \left(l_{ci}^2 + \frac{I_{kri}}{F_i} \right) \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial t^2} \right].$$

У рівняннях (2), (3) введено такі позначення: s_2, t – просторова та часова координати; u_2, u_3, φ_2 – компоненти узагальненого вектора переміщень серединної поверхні вихідної оболонки; h – товщина оболонки; k_2 – кривизна оболонки; $P_3(s_2, t)$ – розподілене навантаження; ρ, ρ_i – густина матеріалу оболонки та відповідного i -го ребра; h_{ci}, F_i, I_{kri} – геометричні параметри i -го ребра, $h_{ci} = 0,5(h + h_i)$, h_i – висота i -го ребра.

В рівняннях (3) знаки \pm відповідають зовнішньому (знак плюс) або внутрішньому (знак мінус) випадкам підкріплення. Вирази в квадратних дужках

$$[T_{22}]_i = T_{22}^+ - T_{22}^-, \quad [T_{23}]_i = T_{23}^+ - T_{23}^-, \quad [M_{22}]_i = M_{22}^+ - M_{22}^-$$

відповідають реакції відповідних зусиль та моментів на i -те ребро.

Зв'язок між зусиллями-моментами та відповідними деформаціями записується згідно з формулами

$$T_{22} = B_{22} \varepsilon_{22}, \quad T_{23} = B_{23} \varepsilon_{23}, \quad M_{22} = D_{22} \kappa_{22}, \quad (4)$$

$$B_{22} = \frac{E_2 h}{1 - \nu_1 \nu_2}, \quad B_{23} = G_{23} h, \quad D_{22} = \frac{E_2 h^3}{12(1 - \nu_1 \nu_2)},$$

де $E_2, G_{23}, \nu_1, \nu_2$ – фізико-механічні параметри ортотропного матеріалу оболонки.

Деформації $\varepsilon_{22}, \varepsilon_{23}, \kappa_{22}$ пов'язані з компонентами узагальненого вектора переміщень серединної поверхні співвідношеннями

$$\varepsilon_{22} = \frac{\partial u_2}{\partial s_2} + k_2 u_3, \quad \varepsilon_{23} = \varphi_2 + \frac{\partial u_3}{\partial s_2} - k_2 u_2, \quad \kappa_{22} = \frac{\partial \varphi_2}{\partial s_2}. \quad (5)$$

Крайові умови для розв'язку рівнянь (2)–(5) задаються, виходячи з постановки задачі.

Початкові умови при $t = 0$ мають вигляд

$$u_2 = u_3 = \varphi_2 = 0, \quad \frac{\partial u_2}{\partial t} = \frac{\partial u_3}{\partial t} = \frac{\partial \varphi_2}{\partial t} = 0. \quad (6)$$

Чисельний алгоритм розв'язку задачі. Для побудови чисельного алгоритму розв'язку рівнянь (2)–(4) будемо використовувати інтегро-інтерполяційний метод побудови явних скінчено-різницевих схем [3,5,11] для гіперболічних рівнянь. Згідно з цим підходом, рівняння (2) представимо у вигляді в області $\{s_{2l-1/2} \leq s_2 \leq s_{2l+1/2}, t_{n-1/2} \leq t \leq t_{n+1/2}\}$

$$\int_{t_{n-1/2}}^{t_{n+1/2}} \int_{s_{2l-1/2}}^{s_{2l+1/2}} \left[\frac{\partial T_{22}}{\partial s_2} + k_2 T_{23} \right] ds_2 dt = \int_{t_{n-1/2}}^{t_{n+1/2}} \int_{s_{2l-1/2}}^{s_{2l+1/2}} \rho h \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} ds_2 dt, \quad (7)$$

$$\int_{t_{n-1/2}}^{t_{n+1/2}} \int_{s_{2l-1/2}}^{s_{2l+1/2}} \left[\frac{\partial T_{23}}{\partial s_2} - k_2 T_{22} + P_3(s_2, t) \right] ds_2 dt = \int_{t_{n-1/2}}^{t_{n+1/2}} \int_{s_{2l-1/2}}^{s_{2l+1/2}} \rho h \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} ds_2 dt,$$

$$\int_{t_{n-1/2}}^{t_{n+1/2}} \int_{s_{2l-1/2}}^{s_{2l+1/2}} \left[\frac{\partial M_{22}}{\partial s_2} - T_{23} \right] ds_2 dt = \int_{t_{n-1/2}}^{t_{n+1/2}} \int_{s_{2l-1/2}}^{s_{2l+1/2}} \rho \frac{h^3}{12} \frac{\partial^3 \varphi_2}{\partial t^2} ds_2 dt.$$

Після стандартних перетворень у співвідношеннях (7) отримаємо апроксимації рівнянь (2)

$$\frac{T_{22l+1/2}^n - T_{22l-1/2}^n}{\Delta s_{2l}} + k_{2l} \frac{T_{23l+1/2}^n + T_{23l-1/2}^n}{2} = \rho h (u_{2l}^n)_{\bar{t}t}, \quad (8)$$

$$\frac{T_{23l+1/2}^n - T_{23l-1/2}^n}{\Delta s_{2l}} - k_{2l} \frac{T_{22l+1/2}^n + T_{22l-1/2}^n}{2} + P_3(s_{2l}, t_n) = \rho h (u_{3l}^n)_{\bar{t}t}$$

$$\frac{M_{22l+1/2}^n - M_{22l-1/2}^n}{\Delta s_{2l}} - \frac{T_{23l+1/2}^n + T_{23l-1/2}^n}{2} = \rho \frac{h^3}{12} (\varphi_{2l}^n)_{\bar{t}t}.$$

У співвідношеннях (8) позначення дискретних функцій і похідних введено згідно з [11].

Як бачимо з представлення (8), величини переміщень узагальненого вектора переміщень серединної поверхні гладкої оболонки u_2, u_3, φ_2 відносяться до цілих вузлів різницевої сітки по просторовій та часовій координатах, а величини зусиль і моментів співвідносяться до різницевих точок у напівцілих точках по просторовій координаті і в

цілих точках по часовій координаті, тобто $(T_{22}, T_{23}, M_{22}) \rightarrow (T_{22l\pm 1/2}^n, T_{23l\pm 1/2}^n, M_{22l\pm 1/2}^n)$.
Такий підхід дозволяє виконати закон збереження повної енергії системи на різницевому рівні. Виходячи з цього, рівняння (4,5) інтегруються в областях $\{s_{2l-1} \leq s_2 \leq s_{2l}, t_{n-1/2} \leq t \leq t_{n+1/2}\}$ і $\{s_{2l} \leq s_2 \leq s_{2l+1}, t_{n-1/2} \leq t \leq t_{n+1/2}\}$. Після операції інтегрування в рівняннях (3) отримуємо різницеві співвідношення

$$T_{22l\pm 1/2}^n = B_{22}\varepsilon_{22l\pm 1/2}^n, \quad T_{23l\pm 1/2}^n = B_{23}\varepsilon_{23l\pm 1/2}^n, \quad M_{22l\pm 1/2}^n = D_{22}\kappa_{22l\pm 1/2}^n. \quad (9)$$

Різницеві співвідношення для величин деформацій через дискретні величини узагальненого вектора переміщень $u_{2l}^n, u_{3l}^n, \varphi_{2l}^n$ мають вигляд

$$\varepsilon_{22l+1/2}^n = \frac{u_{2l+1}^n - u_{2l}^n}{\Delta s_{l+1/2}} + k_{2l+1/2} \frac{u_{3l+1}^n + u_{3l}^n}{2}, \quad \varepsilon_{22l-1/2}^n = \frac{u_{2l}^n - u_{2l-1}^n}{\Delta s_{l-1/2}} + k_{2l-1/2} \frac{u_{3l}^n + u_{3l-1}^n}{2}, \quad (10)$$

$$\varepsilon_{23l+1/2}^n = \frac{\varphi_{2l+1}^n + \varphi_{2l}^n}{2} + \frac{u_{3l+1}^n - u_{3l}^n}{\Delta s_{l+1/2}} - k_{2l+1/2} \frac{u_{2l+1}^n + u_{2l}^n}{2},$$

$$\varepsilon_{23l-1/2}^n = \frac{\varphi_{2l}^n + \varphi_{2l-1}^n}{2} + \frac{u_{3l}^n - u_{3l-1}^n}{\Delta s_{l-1/2}} - k_{2l-1/2} \frac{u_{2l}^n + u_{2l-1}^n}{2},$$

$$\kappa_{22l+1/2}^n = \frac{\varphi_{2l+1}^n - \varphi_{2l}^n}{\Delta s_{2l+1/2}}, \quad \kappa_{22l-1/2}^n = \frac{\varphi_{2l}^n - \varphi_{2l-1}^n}{\Delta s_{2l-1/2}}.$$

Різницеві співвідношення на лініях розривів записуються у вигляді

$$[T_{22}]_i^n = \rho_i F_i \left[(u_{2i}^n)_{\bar{t}t} \pm h_{ci} (\varphi_{2i}^n)_{\bar{t}t} \right], \quad [T_{23}]_i^n = \rho_i F_i (u_{3i}^n)_{\bar{t}t}, \quad (11)$$

$$[M_{22}]_i^n = \rho_i F_i \left[\pm h_{ci} (u_{2i}^n)_{\bar{t}t} + \left(h_{ci}^2 + \frac{I_{kri}}{F_i} \right) (\varphi_{2i}^n)_{\bar{t}t} \right].$$

Виходячи з отриманих різницевих формул (8)–(11), чисельний алгоритм розв'язку поставленої задачі полягає в послідовності виконання таких операцій:

– на n -му часовому шарі в гладкій області по просторовій координаті s_2 обчислюються величини відповідних деформацій і зусиль-моментів за формулами (9), (10);

– за обчисленими величинами зусиль-моментів на n -му часовому шарі обчислюються величини узагальненого вектора переміщень u_2, u_3, φ_2 у гладкій області на $n+1$ -му часовому шарі згідно з формулами (8);

– згідно з формулами (11) обчислюються величини компонент узагальненого вектора переміщень для i -го дискретного елемента на лініях розриву $s_2 = s_{2i}$.

Отримана різницева схема згідно з формулами (8)–(11) є явною по часовій координаті [3,5,11], і, виходячи з цього, є умовно стійкою по просторовій і часовій координатах, тобто існує залежність величини Δt від величини Δs_2 залежно від

геометричних і фізико-механічних параметрів обшивок і підкріплюючих елементів. При розгляді чисельного розв'язку задач коливань, будемо виходити з формул для величин різницевих кроків Δs_2 і Δt .

У матрично-векторному вигляді різницеві рівняння (8)–(10) можна представити у вигляді $[C]\bar{U} + [M]\frac{\partial^2 \bar{U}}{\partial t^2} = \bar{F}(t)$, де $[M]$ і $[C]$ – матриці мас і жорсткості дискретної різницевої системи; \bar{U} і \bar{F} – вектори дискретних переміщень і зовнішнього навантаження. Вважаючи, що матриця $[M]$ не вироджена, запишемо останнє рівняння у вигляді $[D]\bar{U} + \frac{\partial^2 \bar{U}}{\partial t^2} = [M]^{-1}\bar{F}(t)$, де матриця $[D] = [M]^{-1}[C]$.

У роботі [12] встановлено, що при використанні явної скінчено-різницевої схеми для інтегрування рівнянь необхідною умовою стійкості різницевих рівнянь є умова вигляду $\Delta t \leq 2/\Omega_{\max} = 2\sqrt{\beta(D)}$, де Ω_{\max} – максимальна частота власних коливань різницевої системи; $\beta(D)$ – верхня межа спектра матриці $[D]$.

Використовуючи для оцінки значення $\beta(D)$ зверху теорему Гершгоріна [12], отримаємо $\beta = \Omega_{\max}^2 \leq \max_j \sum_i |d_{ij}|$, де d_{ij} – елементи матриці $[D]$.

Згідно з позначеннями в різницевих рівняннях умова стійкості дискретних рівнянь має вигляд

$$\Delta t \leq 2/\Omega_{\max}, \quad (12)$$

де Ω_{\max} визначається, виходячи з нерівностей $\Omega_{\max}^2 \leq \max(\Omega_{\max 0}^2, \Omega_{\max i}^2)$,

$$\Omega_{\max 0}^2 \leq \max([\Omega_1]^2, [\Omega_2]^2, [\Omega_3]^2), \quad \Omega_{\max i}^2 \leq \max \Omega_{1i}^2, \quad i = \overline{1, I}.$$

Величини $[\Omega_1]^2, [\Omega_2]^2, [\Omega_3]^2$ визначаються згідно зі співвідношеннями

$$[\Omega_1]^2 = \frac{B_{11}}{I_1} \left[\frac{4}{(\Delta s_2)^2} + v_{21} \left(\frac{1}{k_2 \Delta s_2} \right) \right],$$

$$[\Omega_2]^2 = \frac{B_{31}}{I_1} \left[\frac{1}{\Delta s_2 h} + \frac{4}{(\Delta s_2)^2} \right] + \frac{B_{22}}{I_1} \left[\frac{1}{k_2^2} + v_{12} \frac{1}{k_2 \Delta s_2} \right],$$

$$[\Omega_3]^2 = \frac{D_{11}}{I_3} \frac{4}{(\Delta s_2)^2} + \frac{B_{31}}{I_3} \left[\frac{1}{\Delta s_2 h} + \frac{1}{h^2} \right],$$

де $k_2, \Delta s_2$ – відповідні максимальні значення величин на різницевій сітці.

Чисельні результати. Як числовий приклад розглянуто плоску задачу динамічної поведінки поздовжньо підкріпленої ребрами циліндричної оболонки еліптичного перерізу при дії розподіленого внутрішнього навантаження. Поздовжні ребра розташовані в перерізах $\alpha_{2i} = \frac{\pi}{4}i$, $i = \overline{0, 7}$ (оболонка підкріплена 8-ма ребрами).

Розподілене імпульсне навантаження $P_3(s_2, t)$ задавалося таким чином:

$$P_3(s_1, s_2, t) = A \cdot \sin \frac{\pi t}{T} [\eta(t) - \eta(t - T)],$$

де A – амплітуда навантаження, T – тривалість навантаження. Задачу розв’язували при таких геометричних та фізико-механічних параметрах оболонки: $E_1 = E_2 = 7 \cdot 10^{10}$ Па; $\nu_1 = \nu_2 = 0,3$; $b/h = 10$; $E_1/A = 7 \cdot 10^4$; $T = 2,5b/c_1$; $c_1^2 = E_1/[\rho(1-\nu_1^2)]$. Для підкріплюючих ребер покладалося $E_i = E_1$; $F_i = a_i h_i$; $a_i = h$; $h_i = 2h$. Параметри еліптичності такі: 1) $a/b = 1$; 2) $a/b = 1,1$; 3) $a/b = 1,2$.

Розрахунки проводили на часовому інтервалі $0 \leq t \leq 80T$.

На рис.1,2 наведено результати чисельних розрахунків для величин u_3 та ε_{22} відповідно вздовж координати s_2 , $0 \leq s_2 \leq A_2\pi/2$ (в міру симетрії розташування ребер). Враховуючи динамічний характер розподілу шуканих величин по просторовій координаті s_2 та часу t , проведено аналіз напружено-деформованого стану вихідної конструкції для часу досягнення ними максимальних за модулем величин. На рис.2 крива 1 відповідає величині переміщення u_3 в момент часу $t = 7T$ для варіанта $a/b = 1$. Крива 2 відповідає величині u_3 в момент часу $t = 10,25T$ для варіанта $a/b = 1,1$. Як бачимо, невелике збільшення величини a/b призводить до значного збільшення величини u_3 по максимальних величинах. На рис.3 наведені залежності величини ε_{22} по просторовій координаті. Крива 1 відповідає часу $t = 13,75T$ ($a/b = 1$), крива 2 – $t = 4,25T$ ($a/b = 1,1$), крива 3 – $t = 11,5T$ ($a/b = 1,2$). На рис.4 наведено залежності величин прогину u_3 по часу t в точці $s_2 = 0$ на часовому інтервалі $0 \leq t \leq 20T$. Крива 1 відповідає випадку $a/b = 1$; крива 2 – випадку $a/b = 1,1$; крива 3 – $a/b = 1,2$. Чітко спостерігається збільшення величини переміщення u_3 при збільшенні величини відношення a/b .

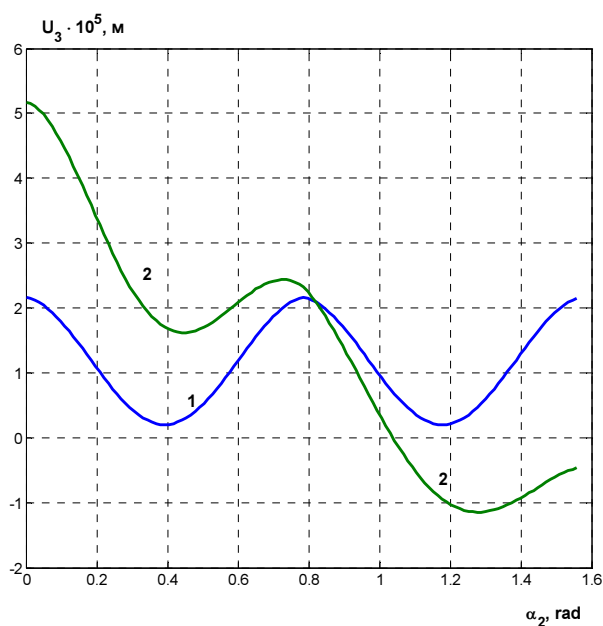


Рисунок 2. Залежність переміщення u_3 від величини α_2

Figure 2. Dependence of displacement u_3 on the value α_2

Як бачимо з наведених результатів, величина a/b у підкріплених оболонках суттєво впливає на розподіл величин u_3 та ε_{22} по просторовій та часовій координаті. Спостерігаються не тільки кількісні зміни відносно до задачі коливаний підкріпленої оболонки кругового перерізу (рис.1, рис.3), але й якісні. На лінії контакту оболонка –

ребро у випадку циліндричної оболонки еліптичного перерізу для величин ε_{22} спостерігається просторовий розрив (рис.2).

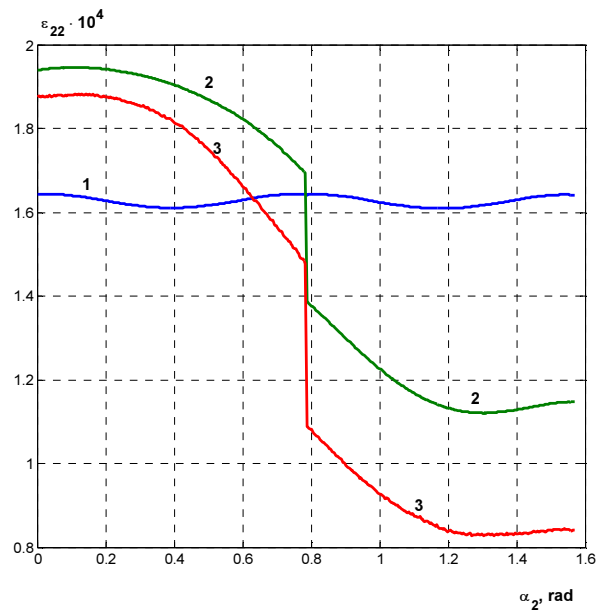


Рисунок 3. Залежність деформації ε_{22} від величини α_2

Figure 3. Dependence of the deformation ε_{22} on the value α_2

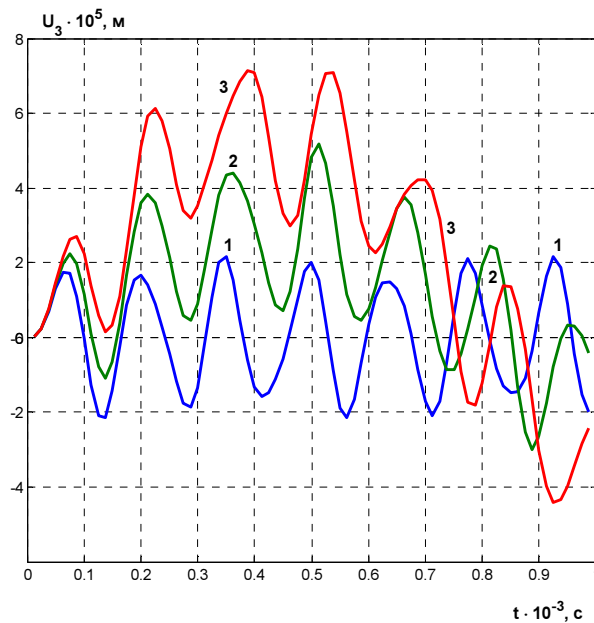


Рисунок 4. Залежність переміщення u_3 від часу в перерізі $\alpha_2 = 0$

Figure 4. Dependence of displacement u_3 on time in cross-section $\alpha_2 = 0$

Висновки. Наведено постановку задачі про вимушені коливання поздовжньо підкріплених циліндричних оболонок еліптичного перерізу при дії нестационарного навантаження. Розвинено чисельний алгоритм розв'язку задач даного класу. Наведено числові результати розрахунків та проведено кількісний та якісний аналізи отриманих

даних. Проведено порівняння з аналогічними результатами динамічної поведінки підкріплених оболонок кругового перерізу.

Conclusions. The problem of forced oscillations of longitudinal-cross stiffened cylindrical shells with an elliptical cross section under the action of the nonstationary loads is considered. Postulation and numerical algorithm for the solution of the put problem is represented. The system of differential equations is based on the theory of shells and rods of Timoshenko-type. As an example the results of analysis of nonstationary vibrations of longitudinal-cross stiffened cylindrical shells are presented. Comparison with similar results of the dynamic behavior of stiffened cylindrical shells of circular cross section is made.

Список використаної літератури

1. Амиро, И.Я. Методы расчета оболочек. – Т.2. Теория ребристых оболочек [Текст] / И.Я. Амиро, В.А. Заруцкий. – Киев.: Наук. думка, 1980. – 368 с.
2. Амиро, И.Я. Динамика ребристых оболочек [Текст] / И.Я. Амиро., В.А. Заруцкий, В.Г. Паламарчук. – Киев.: Наук. думка, 1983. – 204 с.
3. Головкин, К.Г. Динамика неоднородных оболочек при нестационарных нагрузках: монография [Текст] / К.Г. Головкин, П.З. Луговой, В.Ф. Мейш; под ред. акад НАН Украины А.Н. Гузя. – К.: Изд. полиграф. центр «Киевский ун-т», 2012. – 541 с.
4. Колебания ребристых оболочек вращения; под ред. И.Я. Амиро [Текст]. – К.: Наук. думка, 1988. – 172 с.
5. Луговой, П.З. Нестационарная динамика неоднородных оболочечных конструкций [Текст] / П.З. Луговой, В.Ф. Мейш, Э.А. Штанцель. – К.: Изд. полиграф. Центр «Киевский ун-т», 2005. – 537 с.
6. Мейш, В.Ф. Нелинейное деформирование продольно подкрепленных ортотропных цилиндрических оболочек при нестационарных нагрузках [Текст] / В.Ф. Мейш // Механика композитных материалов. – 1993. – Т.29. – Вып. 2. – С.184–190.
7. Мейш, В.Ф. О численном решении двумерных динамических задач геометрически нелинейной теории дискретно подкрепленных цилиндрических оболочек типа Тимошенко [Текст] / В.Ф. Мейш // Прикладная механика. – 1997. – Т.33, №2. – С.61–67.
8. Мейш, В.Ф. Динамическое поведение продольно-подкрепленных цилиндрических оболочек с эллиптическим поперечным сечением при нестационарных нагрузках [Текст] / В.Ф. Мейш, Ю.А. Мейш, Н.П. Кепенач // Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій: зб. наук. праць. – Д.: Ліра, 2012. – Вип.20. – С.245–252.
9. Мейш, В.Ф. Вынужденные колебания поперечно-подкрепленных цилиндрических оболочек эллиптического сечения при нестационарных нагрузках [Текст] / В.Ф. Мейш, Н.П. Кепенач // Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій: зб. наук. праць. – Д.: Ліра, 2013. – Вип. 21. – С.157–166.
10. Мейш, В.Ф. К расчету вынужденных колебаний продольно-поперечно подкрепленных цилиндрических оболочек эллиптического сечения при нестационарных нагрузках [Текст] / В.Ф. Мейш, Н.П. Кепенач // Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій: зб. наук. праць. – Д.: Ліра, 2014. – Вип. 22. – С.155–168.
11. Самарский, А.А. Теория разностных схем [Текст] / А.А. Самарский – М.: Наука, 1977. – 656 с.
12. Марчук, Г.И. Методы вычислительной математики [Текст] / Г.И. Марчук – М.: Наука, 1977. – 536 с.

Отримано 25.09.2014