Ясній П. Моделювання росту втомної тріщини в сплаві д16т методом скінченних елементів / П. Ясній, Ю. Пиндус, О. Галущак // Вісник ТНТУ — Тернопіль : ТНТУ, 2014. — Том 74. — № 2. — С. 55-65. — (механіка та матеріалознавство).

УДК 620.1: 539.3: 539.4

#### П. Ясній, докт. техн. наук; Ю. Пиндус, канд. техн. наук; О. Галущак

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

# МОДЕЛЮВАННЯ РОСТУ ВТОМНОЇ ТРІЩИНИ В СПЛАВІ Д16Т МЕТОДОМ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ

Резюме. Створено модель плоского зразка з центральною тріщиною в пружно-пластичній постановці за допомогою методу скінченних елементів у програмному комплексі ANSYS. Обґрунтовано довжину проростання тріщини для усталення пластичної зони у вістрі тріщини. Змодельовано ріст втомної тріщини за регулярного циклічного навантаження з урахуванням залишкових деформацій та напружень в околі вістря тріщини та контакту її берегів. Розраховано швидкість росту втомної тріщини з використанням ефективного коефіцієнта інтенсивності напружень, отриманого при моделюванні розкриття тріщини. Отримано задовільне узгодження результатів моделювання та експериментальних даних.

*Ключові слова:* закриття тріщини, ефективний коефіцієнт інтенсивності напружень, ріст втомної тріщини, метод скінченних елементів.

### P. Yasniy, Y. Pyndus, O. Galushchak

## SIMULATION OF FATIGUE CRACK GROWTH IN D16T ALLOY USING FINITE ELEMENT METHOD

**Summary.** The aim of this study was to simulate fatigue crack growth using ANSYS software, determine crack growth rate and compare it with experimental data.

In order to simulate the fatigue crack propagation along the direction of its growth, contact conditions were applied on two separate surfaces – cracks faces. This made it possible to simulate the processes that occur at the crack closure due to the formation of residual plastic deformations, contact and compressive stresses in the crack tip.

In order to simulate crack propagation, the rate of crack growth was determined by the Paris formula. Crack growth rate was determined after application of each cycle of regular loading and summarized using of the «cycle by cycle» technique. When the overall crack growth reached finite element size, the limitation of displacements in Y axis were removed from a pair of nodes that were at one point and modeled crack tip at that time.

The minimal crack growth length which is required for stabilization of plastic zone, stress-strain state and crack tip opening level was determined. For realistic simulation of fatigue crack growth the crack should be grown for 2 mm at least. This can be explained by the stabilization of stress-strain state in the crack tip and plastic deformations on crack faces (behind crack tip).

Results of stress-strain state simulation for each load step, including plastic deformations, were considered during simulation of next load step (cycle). During crack growth on its faces residual plastic deformations (extensions) were formed. Therefore during unloading the crack faces closed up prematurely, before unload if finished. This leads to the crack closure effect. In addition, after premature crack closer, residual contact compressive stress appears on the crack faces. Thus, the created model made possible to take into account the effect of residual plastic deformation (extensions) on crack faces and consequently residual compressive stresses.

The series of FEM simulation experiments of fatigue crack growth that corresponded to the experimental data at different values of maximum stress intensity factor (SIF) and SIF ratios were modeled. It was determined that values of effective SIF ranges are by 15–20% higher than obtained experimentally or by calculations using formulas. Therefore, it was proposed to introduce correction coefficient in order to eliminate these differences in simulation algorithm of effective SIF range calculation.

Corrected values of calculated SIF are in satisfactory conforming to experimentally obtained results. The reasons of overestimation of simulated effective SIF ranges relatively experimentally obtained are – neglecting roughness and accumulation of corrosion products at crack faces. These factors cause increasing of the level of crack tip opening stress and decreasing of effective SIF range. Proposed finite element model takes into account only plastic deformations of material and residual compressive stresses ahead and behind the crack tip. Proposed correction factor integrally takes into account an increasing of roughness and accumulation of corrosion products on crack tip faces. To compare the simulated and experimental results, the  $V \sim \Delta K_{\text{eff}}$  diagram of D16T alloy in effective  $\Delta K_{\text{eff}}$  values was built. The diagram shows satisfactory agreement of experimental and simulated results for each experiment.

Key words: crack closure, stress intensity factor, fatigue crack growth, finite elements method.

Постановка проблеми. Багато конструкцій машин та механізмів перебувають під впливом циклічних експлуатаційних навантажень, які спричиняють зародження та поширення в матеріалах втомних пошкоджень. Тому широкого розмаху набули дослідження процесу втомного руйнування конструкційних матеріалів під дією експлуатаційних циклічних навантажень. В останні десятиліття приділяється велика увага дослідженням поширення втомних тріщин з урахуванням попереднього накопичення пошкоджень та деформування матеріалів (передісторії навантаження), які околі вістря тріщини внаслідок дії нерегулярних випадкових виникають в послідовностей навантаження [1, 2]. В таких послідовностях присутні цикли перевантажувань розтягом та стиском, які призводять до затримки або прискорення росту втомних тріщин (PBT). Ці ефекти є наслідком пластичного деформування матеріалу спереду та позаду вістря тріщини і їх необхідно враховувати при оцінюванні залишкового ресурсу та прогнозуванні РВТ у конструкційних елементах із втомними пошкодженнями. Одним із ефективних шляхів розв'язання таких задач є використання чисельних методів, зокрема методу скінченних елементів (МСЕ).

Відомо, що при ступінчастому зростанні амплітуди циклічного навантаження відбувається пришвидшення РВТ [1, 2, 3]. Цей ефект триває від кількох десятків до сотень циклів навантаження сталої амплітуди і завершується усталенням швидкості РВТ до рівня, який визначається кінетичною діаграмою втомного руйнування (КДВР), за сталоамплітудного циклічного навантаження. Зазвичай при оцінюванні РВТ за сталої амплітуди чи за ступінчатого зростання амплітуди навантаження вказаним ефектом нехтують. Це призводить до зниження достовірності оцінки РВТ та залишкового ресурсу елементів конструкцій.

Дана робота присвячена розробленню та апробації методики скінченноелементного моделювання РВТ за умов сталоамплітудного навантаження, яка враховує вплив пластичних деформацій у вістрі та на берегах втомної тріщини. Ця методика базується на визначенні напруження відкриття тріщини і, відповідно, ефективного розмаху коефіцієнта інтенсивності напружень (КІН) кожного циклу навантаження.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Для оцінювання міцності та ресурсу роботи елементів конструкцій часто використовуються підходи лінійної механіки руйнування, в основу яких покладена концепція КІН. Для пояснення численних кінетичних ефектів, які супроводжують втомне руйнування конструкційних матеріалів, використовують концепцію закриття тріщини (ЗТ) [4, 5]. Поверхні берегів тріщини позаду вістря залишаються замкненими під час частини циклу навантажування розтягом, а контакт втрачається (розпочинається відкриття тріщини) лише за певного розтягуючого навантаження [6]. ЗТ характеризується КІН відкриття тріщини  $K_{op}$ . Частка циклу навантаження нижче  $K_{op}$  не пошкоджує матеріалі і не призводить до росту втомної тріщини (PBT). Для врахування ЗТ при аналізі напружено-деформованого стану (НДС) використовують ефективний розмах КІН [5]

$$\Delta K_{\rm eff} = K_{\rm max} - K_{\rm op}, \qquad (1)$$

де K<sub>max</sub> – найбільший КІН циклу навантаження.

Ефект ЗТ кількісно оцінюється коефіцієнтом відкриття тріщини U [7]

$$U = \left(K_{\max} - K_{op}\right) / \left(K_{\max} - K_{\min}\right) = \Delta K_{eff} / \Delta K, \qquad (2)$$

де  $K_{\min}$  – найменший КІН циклу навантаження.

Коефіцієнт відкриття тріщини для сплаву Д16Т, з урахуванням коефіцієнта асиметрії циклу навантаження *R*, визначається за формулою [8]

$$U = 0.5 + 0.4 \cdot R - 0.1 \cdot R^2, \tag{2}$$

де  $R = K_{\min} / K_{\max}$ .

У літературі описано різноманітні механізми, які пояснюють ефект ЗТ [5, 7, 9– 13]. ЗТ оцінюють експериментально [14] та аналітично, з використанням чисельних методів [1, 2, 15, 16, 17].

Відомо, що експериментальні дослідження ефекту закриття тріщини є дуже трудомісткими, а отримані результати часто суперечливі [17]. На результати експериментального оцінювання напруження відкриття тріщини впливають: база вимірювання; відстань від вістря тріщини до бази вимірювання; невідповідність фронту тріщини з її виходом на поверхню та місцем встановлення тензодавачів; попередні пластичні деформації в околі вістря тріщини (передісторія навантаження) тощо. Тому різні підходи щодо оцінювання рівня відкриття тріщини мають обмеження у застосуванні [17].

В даний час все ширшим стає застосування комп'ютерного моделювання для проведення та аналізу експериментів. Для потреб та задач механіки деформівного твердого тіла широко набув МСЕ. Суть даного методу полягає в апроксимації досліджуваного тіла деякою моделлю, котра являє собою сукупність елементів із заданими властивостями матеріалу та скінченною кількістю ступенів свободи [18]. МСЕ дає змогу відтворювати реалістичні моделі об'єктів досліджень із заданими властивостями матеріалу та умовами навантаження.

Дана робота спрямована на розв'язання актуальної задачі, а саме створення та апробацію реалістичної скінченноелементної моделі плоского прямокутного зразка з центральною тріщиною (сплав Д16Т) для дослідження кінетики НДС матеріалу в околі вістря втомної тріщини та симуляцію її росту з урахуванням умов навантаження.

Метою роботи є розроблення методики моделювання РВТ у плоских прямокутних зразках з центральною тріщиною, яка базується на оцінці напруження  $\sigma_{op}$ , КІН розкриття тріщини  $K_{op}$  та розмаху ефективного КІН  $\Delta K_{eff}$  у вістрі втомної тріщини методом скінченних елементів. Моделювання РВТ виконується у пружно-пластичні постановці, 3 урахуванням умов плоского напруженого стану та за дії сталоамплітудного циклічного навантаження. Розроблення методики базується на результатах досліджень впливу дискретизації сітки скінченних елементів та вибору відстані й бази вимірювання на точність оцінки напруження  $\sigma_{op}$  відкриття тріщини [19]. Крім того, враховується відстань проростання тріщини, яка необхідна для усталення НДС спереду та формування пластичних утяжок позаду її вістря. Методика є придатною для оцінювання PBT за умов нерегулярного навантаження і враховує взаємовплив навантажень змінної амплітуди (передісторії навантаження).

Результати досліджень. У роботі [19] запропоновано методику визначення розкриття втомної тріщини з допомогою оптичного методу координатних сіток. За цією методикою побудовано кінетичні діаграми втомного руйнування (КДВР) в ефективних координатах. Отримано задовільне узгодження КДВР, побудованих в ефективних координатах за різних асиметрій циклу навантаження, з поправкою Елбера та експериментальних даних, отриманих з допомогою методу координатних сіток (рис.1).



Рисунок 1. КДВР сплаву Д16Т в ефективних координатах: 1 – експеримент з поправкою Елбера; 2 – апроксимація експериментальних даних; 3 – експеримент, метод координатних сіток

**Figure 1.** Fatigue crack growth diagram of D16T alloy in effective coordinates: 1 – experiment with Elber correction; 2 – approximation; 3 – experimental data (optic method of coordinate grids)

У праці [20] описано побудову моделі прямокутного зразка з центральною тріщиною (рис.2), використовуючи програмне забезпечення ANSYS. Матеріал зразка – алюмінієвий сплав Д16Т. Обґрунтовано, що для скінченноелементної оцінки НДС за двовісного розтягу плоскої пластини з центральною тріщиною достатньо використовувати сітку скінченних елементів розміром 10 мкм. Описано методику вимірювання розкриття тріщини та методику визначення моменту відкриття тріщини і відповідного йому  $\sigma_{op}$ . Описана модель була також використана та доповнена у даному дослідженні.



Рисунок 2. Скінченноелементна модель плоского прямокутного зразка з центральною тріщиною

Figure 2. Finite element model of central cracked specimen

Для моделювання поширення втомної тріщини вздовж напрямку її росту, на дві відокремлені поверхні – береги тріщини (рис.3) накладали умови контакту. Це дало змогу змоделювати процеси, що виникають при закритті тріщини внаслідок утворення залишкових пластичних деформацій, контактних та стискувальних напружень в околі вістря тріщини. Контактні поверхні створювали елементами CONTA171 і TARGE169. Ці елементи знаходяться на поверхні основних двовимірних скінченних елементів PLANE182 і мають ті ж геометричні характеристики. Контакт відбувається, коли елементи CONTA171 однієї (контактуючої) поверхні стикаються з елементами TARGE169 цільової поверхні.

У зразку створювали тріщину певної довжини. Вузлові точки вздовж лінії росту тріщини від концентратора (отвору) напружень до обраного вузла (вістря тріщини) не обмежувалися в переміщеннях (рис.3,а). Попереду вістря тріщини моделювали цілісний матеріал, через який може відбуватися РВТ (рис.3Рисунок, b). Для цього вузлові точки на продовженні лінії тріщини обмежували у переміщеннях уздовж осі дії прикладених зусиль (вісь Y).



Рисунок 3. Схема берегів тріщини та суцільного матеріалу спереду вістря тріщини: а) вузли без обмежень (береги тріщини); b) обмежені по переміщеннях у напрямку дії зусиль розтягом вузли (суцільний матеріал); c) контактні поверхні

Figure 3. Modeling of crack faces behind and solid material in front of the crack tip: a) nodes without limitation (crack faces); b) restricted nodes on displacement in tensile force direction (solid material); c) contact surfaces

До модельного зразка прикладали циклічні навантаження розтягом сталої амплітуди, які спричиняли у ньому напруження брутто, що дорівнювали експериментальним. Швидкість РТВ спочатку визначали за формулою Періса

$$V = C \left(\Delta K_{\rm eff}\right)^n,\tag{4}$$

де *C*=2,5·10<sup>-10</sup> (м/цикл)/(МПа√м); *n*=3,8 – експериментальні сталі матеріалу [19].

Ефективний розмах  $\Delta K_{\rm eff}$  обчислювали з урахуванням ефективного розмаху напруження (брутто) циклу навантаження  $\Delta \sigma_{\rm eff}$  за формулою

$$\Delta K_{\rm eff} = \Delta \sigma_{\rm eff} \cdot \sqrt{\pi l} \cdot Y \,, \tag{5}$$

де *l* – половина довжини тріщини; *Y* – поправкова функція, що обчислюється за формулою [19]

$$Y = \left[1 - 0,025 \left(\frac{l}{W/2}\right)^2 + 0,06 \left(\frac{l}{W/2}\right)^4\right] \sqrt{\sec \frac{\pi \cdot l}{W}},$$
(6)

у якій W – ширина зразка.

Ефективний розмах  $\Delta \sigma_{\rm eff}$  обчислювали за формулою

$$\Delta \sigma_{\rm eff} = \sigma_{\rm max} - \sigma_{\rm op}, \qquad (7)$$

де  $\sigma_{\max}$  – найбільше напруження циклу навантаження;  $\sigma_{op}$  – напруження відкриття тріщини.

У кожному циклі навантаження (навантаження-розвантаження) обчислювали значення приросту тріщини за цикл (4). Підростання тріщини за кожен цикл підсумовували. Коли загальний приріст досягав кроку сітки, знімали обмеження переміщень уздовж осі Y з пари вузлових елементів, що знаходилися в одній точці й моделювали вістря тріщини у цей момент (рис.3,b). При подальшому навантаженні описану процедуру повторювали. Таким чином, моделювали РТВ з урахуванням ефективного розмаху КІН.

Наступним етапом роботи було визначення найменшого приросту тріщини, яка забезпечує усталення НДС в околі її вістря. Зокрема, це формування циклічної пластичної зони спереду та пластичних утяжок позаду вістря тріщини і, відповідно, усталення напруження її відкриття. До моделі прикладали віднульове циклічне навантаження, яке створювало в ній максимальне нормальне напруження брутто  $\sigma_{max} = 83M\Pi a$ . За цих умов, із використанням описаної вище методики, пророщували тріщину на 5 мм зі швидкістю, що відповідає КДВР сплаву Д16Т. У результаті отримали залежність  $\sigma_{op}$  від довжини проростання тріщини (рис.4). Як бачимо з рис.4, після підростання тріщини на довжину 2 мм значення  $\sigma_{op}$  виходить на плато і зберігається сталим. Це можна пояснити усталенням НДС в околі вістря тріщини. Аналогічні результати отримано при моделюванні циклічного навантаження за інших значень напружень та асиметрій циклу навантаження. Отже, можна зробити висновок, що для достовірного програмного відтворення НДС та моделювання РВТ необхідно програмно попередньо проростити тріщину мінімум на 2 мм.



**Рисунок 4.** Усталення напруження розкриття тріщини  $\sigma_{op}$  при проростанні тріщини за постійного напруження брутто в зразку

Figure 4. Stabilization of the crack opening stress  $\sigma_{op}$  during crack growth under constant amplitude loading

Результати розрахунку НДС кожного кроку навантаження, зокрема пластичні деформації, враховували при розрахунку на наступному кроці (циклі). На рис.5 наведено результати скінченноелементного розрахунку нормальних напружень і нормальних пластичних деформацій в околі вістря тріщини та на її берегах, після пророщування тріщини на 2 мм. З рис.5,а, в бачимо, що при пророщуванні тріщини на її берегах утворюються залишкові пластичні деформації (утяжки). Завдяки цьому при

розвантажуванні береги тріщини змикаються дочасно, до повного розвантаження, що й зумовлює ефект закриття тріщини. Крім цього з рис.5, бачимо, що після дочасного змикання на берегах тріщини виникають контактні залишкові стискувальні напруження. Таким чином, розроблена модель дає можливість враховувати вплив залишкових пластичних деформацій (утяжок) на берегах тріщини і, відповідно, залишкових стискувальних напружень.



Рисунок 5. НДС у вістрі та на берегах пророщеної на 2 мм тріщини:
 а) нормальні пластичні деформації при σ = 84 МПа; b) нормальні пластичні деформації при розвантаженні, σ = 0 МПа; c) нормальні напруження при σ = 84 МПа; d) нормальні напруження після розвантаження, σ = 0 МПа

**Figure 5.** Stress-strain state in tip and on faces of grown for 2 mm crack a) normal plastic deformation at  $\sigma = 84$  MPa; b) normal plastic deformation after unloading,  $\sigma = 0$  MPa; c) normal stress  $\sigma = 84$  MPa; d) normal stress after unloading,  $\sigma = 0$  MPa

Змодельовано серію програмних експериментів, які відповідають експериментальним даним за різних значень  $K_{\max}$  середньоамплітудної ділянки КДВР. У всіх програмних експериментах півдовжина тріщини становила 21,5 мм. До зразка прикладали віднульове циклічне навантаження (сталої амплітуди), яке створювало в ньому максимальні напруження брутто і відповідні значення КІН:

• 
$$\sigma_{\text{max}} = 62 \text{ M}\Pi a$$
,  $K_{\text{max}} = 11.8 \text{ M}\Pi a \sqrt{M}$ ;

•  $\sigma_{\rm max} = 74 \,{\rm M\Pi a}$ ,  $K_{\rm max} = 13.8 \,{\rm M\Pi a} \sqrt{{\rm M}}$ ;

•  $\sigma_{\text{max}} = 84 \text{ M}\Pi a$ ,  $K_{\text{max}} = 15.8 \text{ M}\Pi a \sqrt{M}$ .

Для достовірного відтворення НДС, а також для усталення відкриття тріщини, її спочатку пророщували на довжину 2 мм відповідно до описаної вище методики. Момент та напруження відкриття тріщини визначали за методикою, описаною в праці [19]. Ефективний розмах напруження (брутто)  $\Delta \sigma_{\rm eff}$  та ефективний розмах КІН  $\Delta K_{\rm eff}$  обчислювали за формулами (7) та (5) відповідно.

Отримані з використанням МСЕ значення  $\Delta K_{\rm eff}$  порівнювали з результатами експериментів та розрахунковими даними, обчисленими за формулою

(2) (рис.6).



**Рисунок 6.** Порівняння розмаху ефективного КІН, отриманого експериментально (d), з допомогою розрахунків (a), при моделюванні в ANSYS без поправки  $\varphi$  (b) та з урахуванням  $\varphi$  (c)

Обчислені МСЕ значення  $\Delta K_{eff}$  (рис.6,b) на 15–20% перевищують  $\Delta K_{eff}$ , отримані експериментально або з допомогою розрахунків за формулою

(2). Відповідно, для усунення розбіжностей в алгоритм обчислення  $\Delta K_{\rm eff}$  при моделюванні запропоновано ввести коефіцієнт  $\varphi = 0.85$ :

$$\Delta K'_{\rm eff} = \Delta K_{\rm eff} \times \varphi. \tag{3}$$

Figure 6. Comparison of the magnitude of effective stress intensity factor obtained experimentally (d), by calculation (a), by the simulation in ANSYS without coefficient  $\varphi$  (b) and multiplied by  $\varphi$  (c)

Як можна побачити з рис.6,с та табл.1, з урахуванням поправкового коефіцієнта  $\varphi$  значення  $\Delta K'_{eff}$  задовільно узгоджуються з результатами, отриманими експериментально та з допомогою розрахунків із поправкою U (3). Завищення розрахованих МСЕ значень  $\Delta K_{eff}$  можливе через неврахування у моделі шорсткості поверхонь руйнування та накопичення продуктів окиснення на берегах тріщини, які додатково збільшують напруження відкриття тріщини  $\sigma_{op}$ . У моделі враховуються лише пластичні деформації в околі втомної тріщини та залишкові стискувальні напруження. Таким чином, коефіцієнт  $\varphi$  у формулі (3) є поправкою, яка інтегрально враховує зростання шорсткості зламу та накопичення продуктів корозії на берегах та у вістрі тріщини.

В подальшому швидкість РВТ V у кожному із комп'ютерних експериментів обчислювали за формулою (4) з урахуванням  $\Delta K'_{eff}$ ,

$$V = C \left( \Delta K_{\text{eff}} \right)^n.$$
(4)

Таблиця 1

Значення ефективного розмаху КІН та швидкості РВТ, отримані експериментально та моделюванням

$K_{\max}$ ,	Розрахунок		Експеримент		ANSYS		ANSYS 3 урахуванням коефіцієнта <i>ф</i>	
МПа√м	$\Delta K_{ m eff}$ , МПа $\sqrt{ m M}$	<i>V,</i> м/цикл	∆K <sub>eff</sub> , МПа √м	<i>V,</i> м/цикл	$\Delta K_{ m eff}$ , МПа $\sqrt{ m M}$	<i>V,</i> м/цикл	<i>∆K′</i> <sub>eff</sub> , МПа√м	<i>V,</i> м/цикл
11,8	5,9	2,12E-7	6,25	2,38E-7	6,9	3,75E-7	5,8	2,02E-7
13,8	6,9	3,85E-7	6,95	2,5E-7	8	6,76E-7	6,8	3,65E-7
15,8	7,9	6,44E-7	7,90	4,71E-7	9,2	1,13E-6	7,8	6,11E-7

Для порівняння змодельованих та експериментальних даних побудовано кінетичну діаграму сплаву Д16Т в ефективних координатах (рис.7). На ній зображено дані, які отримали експериментально (з поправкою Елбера U (3)) (рис.7,а), методом координатних сіток [19] (рис.7,с) та запропонованою методикою моделювання в ANSYS (рис.7 Помилка! Джерело посилання не знайдено.,d). З діаграми бачимо задовільне узгодження експериментальних та змодельованих значень для кожного з експериментів.



Рисунок 7. Кінетична діаграма сплаву Д16Т в ефективних координатах за асиметрії циклу навантаження R=0: а) експеримент з поправкою Елбера; b) апроксимація експериментальних даних, ф-ла (4); c) експеримент, метод координатних сіток [15]; d) моделювання MCE в ANSYS

Figure 7. Fatigue crack growth rates diagram of D16T alloy in effective coordinates at ratio R=0:
a) experimental data with the Elber correction; b) Paris approximation (4); c)
experimental data (optic technique [15]); d) ANSYS FEM simulation

Висновки. З використанням МСЕ (ANSYS) розроблено модель прямокутної пластини з центральною тріщиною в пружно-пластичній постановці (кінематичне зміцнення) та з урахуванням умов плоского напруженого стану. Опрацьовано методику скінченноелементного моделювання PBT, яка базується на поцикловому підрахунку приросту тріщини з урахуванням напруження відкриття тріщини, розмаху ефективного напруження та ефективного КІН циклу навантаження. При програмному моделюванні PBT враховували вплив залишкових пластичних деформацій і стискувальних напружень в околі вістря тріщини на її закриття. Показано, що для підвищення достовірності обчислення напруження відкриття тріщини і ефективного КІН потрібно враховувати дані моделювання після усталення НДС в околі вістря тріщини, тобто після її підростання на  $\Delta l \ge 2$  мм. Запропоновано, окрім пластичного деформування матеріалу в околі тріщини, враховувати шорсткість поверхні руйнування та накопичення продуктів корозії на берегах та у вістрі тріщини шляхом введення поправкового параметричного коефіцієнта. Отримані результати моделювання кінетики тріщини задовільно узгоджуються з експериментальними даними.

**Conclusions.** Using FEM the model of center cracked flat rectangular specimen in elastic-plastic formulation (kinematic hardening) and plane stress conditions was developed. The FEM technique for cycle-by-cycle calculation of fatigue crack growth under constant amplitude loading was proposed. This technique takes into account the effect of crack opening stress, effective stress range and effective SIF range of each loading cycle on crack growth rate. The effect of residual plastic deformations and compressive stresses on the crack closure level was taken into account. It is shown that for realistic estimation of the crack opening stress and effective SIF is important to stabilize stress-strain state in crack tip region. This requires growing crack at a distance of 2 mm at least. It has been shown in this study that adequate FE modeling of fatigue crack growth requires to take into account the roughness and accumulation of corrosion products on crack tip faces. This was achieved by introducing parametric constant. Obtained simulation results are in satisfactory agreement with experimental data.

#### Список використаної літератури

- 1. Richard, H.A. Numerical investigations of the fatigue crack growth under service loading [In: CD-ROM]: Proceedings of ECF 15 / Richard H. A.; Sander M. Stockholm, 2004.
- T. Mottitschka, G. Pusch, H. Biermann, L. Zybell, M. Kuna. Fatigue crack growth in nodular cast iron -Influences of graphite spherical size and variable amplitude loading / T. Mottitschka, G. Pusch, H. Biermann, L. Zybell, M. Kuna // 15th International Conference on the Strength of Materials (ICSMA-15). – 16–21 August, 2009, Dresden, Germany. - Journal of Physics: Conference Series 240 (2010).
- 3. Ясній, П.В. Пластично деформовані матеріали: втома і тріщинотривкість [Текст] / П.В. Ясній. Львів: Світ, 1998. 292 с.
- 4. Elber, W. Fatigue crack closure under cyclic tension / Elber W. // Eng. Fract. Mech. 1970. 2, №1. P.37–45.
- 5. Elber, W. The significance of fatigue crack closure / Elber W. // Damage tolerance in Aircraft structures. Philadelphia (PA): ASTM STP №486. 1971. P.230–242.
- Anderson, T.L. Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications / Anderson T.L. // Boca Raton: CRC Press. – 1991. – P.793.
- 7. Романив, О.Н. Эффект закрытия трещин и оценка циклической трещиностойкости конструкционных сплавов [Текст] /О.Н. Романив, Г.Н. Никифорчин, Б.Н. Андрусив // Физ.-хим. мехаиника материалов. 1983. №3. С.47–61.
- 8. Newman, J.C. Mechanics of Fatigue Crack Closure / Edited by Newman J. C., Elber W. ASTM International, 1988.
- 9. Benoit, D. Oxidation of fatigue fracture surface at low crack growth rate / Benoit D., Namdar-Irani R., Tixier R. // Mater. Sci. and Eng. 1980 45, №1. P.1–7.
- 10. Minakawa, K. On crack closure in near threshold region / Minakawa K., McEvely A. J. // Scr. Met. 1981. 15, №6. P.633–636.
- 11. Ткач, А.Н. Влияние частоты, асимметрии нагружения и структуры стали 10ГН2МФА на закрытие и рост трещин вблизи порога [Текст] / А.Н. Ткач, Ю.Н. Ленец // Физ.–хим. мехаиника материалов. 1986. №4. С.60–67.

- 12. Norubogen, E. Martensitic trans formation at a propagation crack / Norubogen E. // Ibid. 1978. 26, №1. P.147–152.
- 13. Tzou, J.L. Fatigue crack propagation in oil environments. I. Crack growth behaviour in silicone and paraffin oils / Tzou. J.L., Suresh S., Ritchie R.O. // Acta met. 1985. 33, №1. P.105–116.
- Методика и некоторые результаты исследования раскрытия трещины усталости [Текст] / В.Т. Трощенко, П.В. Ясний, В.В. Покровский, П.В. Токарев //Проблемы прочности. – 1987. – №10. – С.8–13.
- 15. Newman, J.C. Elastic–plastic analysis of propagating crack under cyclic loading / Newman J.C., Armen H. // AIAA Journal. 1975. 13, №8.– P.1017–1023.
- 16. Newman, J.C. A crack–closure model for predicting fatigue crack growth under aircraft spectrum loading / Newman J.C. // Methods and Models for Predicting Fatigue Crack Growth under Random Loading. – ASTM STM 748. – 1981. – P.53–84.
- 17. Advances in Fatigue Crack Closure Measurement and Analysis: Second Volume, Випуск 1343R. Craig McClung, J. C. Newman ASTM International, 1 січ. 1999 479 стор.
- Giuseppe, P. The finite-element method, Part I. / Giuseppe P. // Antennas and Propagation Magazine, IEEE. - 2007. - P. 180-182.
- 19. Моделювання розкриття втомної тріщини в сплаві Д16Т за регулярного навантаження методом скінченних елементів [Текст] / П. Ясній, Ю. Пиндус, О. Галущак, В. Фостик // Вісник Тернопільського державного технічного університету. 2013. №2. С.7–14.
- 20. Ясній, П. Методика дослідження ефекту закриття втомної тріщини з допомогою оптичного методу координатних сіток [Текст] / П. Ясній, Ю. Пиндус, В. Фостик. // Вісник Тернопільського державного технічного університету. – 2009. – Т.14 – №2. – С.7–14.
- 21. Johnson W. S. Multi-Parameter Yield Zone Model for Predicting Spectrum Crack Growth / Johnson W. S. // Methods and Models for Predicting Fatigue Crack Growth under Random Loading. Philadelphia (Pa) ASTM STP №748 1981. P.85–102.

Отримано 18.03.2014