

А. Левус. Система крайових паралельних тріщин у зоні контакту тіл кочення / А. Левус, О. Дацишин // Вісник ТНТУ. — 2013. — Том 72. — № 4. — С.42-52. — (механіка та матеріалознавство).

УДК 539.375

А. Левус; О. Дацишин, докт. техн. наук

Фізико-механічний інститут ім. Г.В. Карпенка НАНУ

СИСТЕМА КРАЙОВИХ ПАРАЛЕЛЬНИХ ТРІЩИН У ЗОНІ КОНТАКТУ ТІЛ КОЧЕННЯ

Резюме. Записано сингулярні інтегральні рівняння для системи крайових паралельних нерівних нахлених тріщин у пружній півплощині, береги яких контактують без тертя під час переміщення герцівського навантаження вздовж краю півплощини. Запропоновано алгоритм визначення меж ділянок контактування берегів тріщин та коефіцієнтів інтенсивності напружень у їх вершинах. Числові результати отримано для випадку двох паралельних рівних тріщин.

Ключові слова: контактна взаємодія кочення, тертя, система паралельних тріщин, гладкий контакт берегів тріщини, сингулярні інтегральні рівняння, коефіцієнти інтенсивності напружень.

A. Levus, O. Datsyshyn

SYSTEM OF EDGE PARALLEL CRACKS IN CONTACT AREA OF ROLLING BODIES

Summary. The surface (edge) parallel cracks system is one of typical contact fatigue damages of elements of wheel-rail technical pair. So, the important task for estimation of a contact strength and durability of such pair is determination of a stress-strain state or stress intensity factors (SIF) at crack tips under operational conditions.

In given investigation the model scheme, where in a two-dimensional case damaged bodies are simulated by elastic halfplane with cuts, and counterbody action by forward unidirectional movement of model contact load along halfplane boundary, has been used for simulation of contact rolling interaction. Other parameters have been chosen according to operational conditions for wheel-rail pair and typical features of damages.

Singular integral equations of contact problem of elasticity theory for halfplane with the system of parallel inclined cracks, the faces of which are in contact without friction under action of a moving model load (Hertzian pressure with tangential component) have been constructed. The algorithm (iterative procedure) for finding of opened segments of a cracks faces has been developed. Numerical results for the case of two equal parallel cracks, inclined at angle $\beta = 5\pi/6$ to direction of a tangential contact efforts and, respectively, at angle $\pi - \beta = 30^\circ$ to direction of a counterbody movement for different values of a friction coefficient ($f = 0.1$ and $f = 0.3$) in a contact between rolling bodies and different relative distances between cracks $\delta = b/a$ depending on a contact load position in relation to cracks have been obtained. The maps of cracks faces contacting during a contact load movement along halfplane boundary (change of parameter $\lambda = x/a$) have been constructed and stress intensity factors K_I , K_{II} and mixed SIF $K_{I\theta}$ have been calculated.

It was determined that cracks begin to close mainly from the mouth during contact load movement.

The value of $\Delta K_{II} = \max K_{II}(\lambda) - \min K_{II}(\lambda)$ parameter, that controls the fracture by shear mechanism significantly depends on a distance between the cracks and a substantial weakening of rolling body nearsurface area (maximum of ΔK_{II}) is achieved under distance, that commensurable with the contact segment length. Maximum and minimum of $K_{II}(\lambda)$ are realized if both cracks are contacting along all its length. So, partial opening of cracks has little influence on ΔK_{II} range.

The analysis of $K_{I\theta}^* = \max K_{I\theta}(\lambda, \theta)$ parameter, that controls the fracture by opening mechanism, showed: when the contact load is directly above the crack(s) not only shear fracture can occur, but fracture by opening can occur too.

Generally, the presence of a fully closed crack with contacting faces can significantly influence the SIF of another opened crack. Therefore, this influence can not be neglected.

Key words: rolling contact, friction, parallel cracks system, smooth contact of crack faces, singular integral equations, stress intensity factors.

Умовні позначення:

$K_I, K_{II}, K_{I\theta}$ – коефіцієнти інтенсивності напружень (КІН);

L'_j – сукупність відкритих ділянок на j -ій тріщині, на яких її береги не контактують;

L_j^* – сукупність ділянок проковзування на j -ій тріщині;

p_0 – максимальний тиск у центрі ділянки контакту;

$2a$ – довжина ділянки контакту;

f – коефіцієнт тертя Кулона в контактні між тілами під час кочення з проковзуванням;

N^\pm і T^\pm – нормальні й дотичні напруження на берегах тріщини;

v^\pm – нормальні компоненти зміщень берегів тріщини;

β – кут нахилу тріщин;

$\varepsilon = l/a$ – відносна довжина тріщин;

$\delta = b/a$ – відносна відстань між тріщинами;

$F_b, F_{1b}, F_{1\theta}$ – нормовані КІН.

На бігових доріжках елементів пар кочення часто виникає система паралельних крайових (поверхневих) тріщин [1]. Зокрема це характерно для системи колесо-рейка [1, 2]. Тому для оцінювання контактної міцності й довговічності тіл кочення важливо визначити напружено-деформований стан або ж коефіцієнти інтенсивності напружень (КІН) у вершинах тріщин. Для моделювання контактної взаємодії кочення часто використовують модельну схему, запропоновану Л. Кіром і М. Браянтом [3], коли у двовимірному випадку пошкоджене тріщинами тіло моделюють пружною півплощиною з розрізами, а дію контртіла – поступальним однонапрямленим переміщенням герцівського (еліптичного) тиску вздовж краю півплощини. В літературі відомо досить багато досліджень КІН для однієї крайової нахиленої тріщини (див., наприклад, огляди в [4, 5]) як для відкритої, так і для випадків, коли береги тріщини контактують під час переміщення навантаження (проковзування з тертям/защемленням). Однак, в небагатьох роботах [5 – 7] показана кінетика (карта) контактування берегів та описані алгоритми її обчислення. КІН для системи крайових паралельних відкритих тріщин досліджено в роботі [8], а деякі часткові випадки для системи двох паралельних тріщин розглянуто в роботах [9, 10].

В даній роботі записано сингулярні інтегральні рівняння (СІР) для системи крайових паралельних прямолінійних тріщин у півплощині, береги яких контактують без тертя (гладкий контакт) під час переміщення герцівського навантаження вздовж краю півплощини, а також запропоновано алгоритм визначення меж ділянок контактування берегів тріщин та коефіцієнтів інтенсивності напружень. Числові результати отримано для випадку двох паралельних рівних нахилених тріщин.

Формулювання задачі. Розглядаємо контактну задачу теорії пружності для півплощини, послабленої системою N прямолінійних крайових паралельних розрізів (тріщин) L_j ($j = \overline{1, N}$), які мають довжину l_j і нахилені до краю півплощини під кутом β (рис. 1). У гирлі першої тріщини поміщаємо основну систему координат xOy , вісь абсцис якої співпадає з краєм півплощини. Усі тріщини зв'язуємо з локальними системами координат $x_jO_jy_j$, осі абсцис яких співпадають із лініями тріщин. Відстань між j -ою і $j+1$ -ою тріщинами позначимо b_j .

Вважаємо, що на краю півплощини діють герцівські контактні зусилля з дотичною складовою. Тоді умови задачі на краю півплощини запишемо у вигляді

$$\sigma_y(x) - i\tau_{xy}(x) = -p_0(1+if)\sqrt{a^2 - (x-x_0)^2} / a, \quad |x-x_0| \leq a, \quad y=0; \quad (1)$$

$$\sigma_y(x) - i\tau_{xy}(x) = 0, \quad |x-x_0| > a, \quad y=0, \quad (2)$$

де x_0 – координата центра ділянки контакту в системі координат xOy , а $2a$ – її довжина; p_0 – максимальний тиск у центрі ділянки контакту; f – коефіцієнт тертя Кулона в контактї між тілами під час кочення з проковзуванням.

Залежно від розташування контактного навантаження на краю півплощини тріщини можуть бути відкритими (береги не контактують), частково або повністю закритими. Вважаємо, що береги тріщин контактують без тертя (гладкий контакт). Позначимо через L'_j сукупність ділянок $A_{jr}B_{jr}$ ($r = \overline{1, R_j}$) на тріщині L_j , уздовж яких її береги не контактують (є відкриті),

$$L'_j = \bigcup_{r=1}^{R_j} L'_{jr} = \bigcup_{r=1}^{R_j} [A_{jr}B_{jr}], \quad (3)$$

а на ділянках $L''_j = L_j \setminus L'_j$ виникає гладкий контакт берегів. Отже, крайові умови на берегах тріщин будуть мати вигляд

$$N(t)^\pm + iT(t)^\pm = 0, \quad t \in L'_j; \quad v(t)^+ - v(t)^- = 0, \quad T(t)^\pm = 0, \quad t \in L''_j; \quad j = \overline{1, N}. \quad (4)$$

Використовуючи підхід, запропонований в роботах [11, 12], та задовільнивши крайові умови (1), (2), (4), задачу зводимо до системи сингулярних інтегральних рівнянь (СІР) відносно похідних від нормальних і дотичних компонент розривів переміщень $g'_n(t)$ та $g'_\tau(t)$ уздовж тріщин

$$\operatorname{Re} \Omega(t') = 0, \quad t' \in L'_j; \quad \operatorname{Im} \Omega(t') = 0, \quad t' \in L_j; \quad j = \overline{1, N}, \quad (5)$$

де

$$\begin{aligned} \Omega(t') = & \sum_{j=1}^N \left[\sum_{r=1}^{R_j} \int_{L'_{jr}} [R(t, t') g'_{n_{jr}}(t) dt + S(t, t') \overline{g'_{n_{jr}}(t)} d\bar{t}] + \right. \\ & \left. + \int_{L_j} [R(t, t') g'_{\tau_j}(t) dt + S(t, t') \overline{g'_{\tau_j}(t)} d\bar{t}] \right] - 2\pi P(t'), \end{aligned} \quad (6)$$

а ядра СІР $R(t, t')$ і $S(t, t')$ та функцію $P(t')$, яка визначається герцівським навантаженням (1), (2), наведено в роботах [5, 13].

Перейдемо в системі СІР (5) до безрозмірних координат, використовуючи параметричні рівняння контурів тріщин L_j та їх відкритих ділянок L'_{jr} :

$$t = \omega_j(\eta), \quad |\eta| \leq 1, \quad t \in L_j; \quad t = \omega_{jr}(\eta), \quad |\eta| \leq 1, \quad t \in L'_{jr}. \quad (7)$$

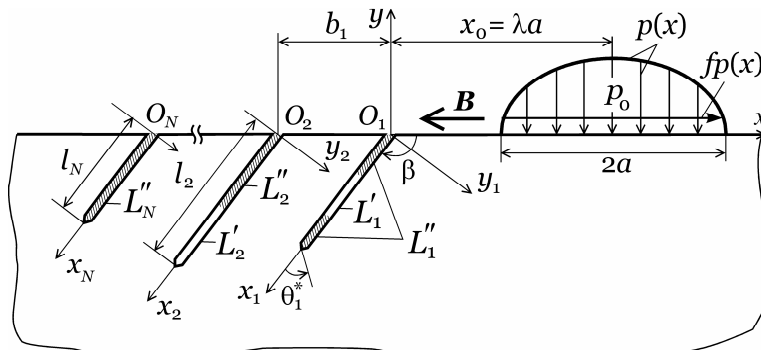


Рисунок 1. Розрахункова схема моделі; \mathbf{B} – напрям руху контртіла

Figure 1. Calculational scheme of the model; \mathbf{B} – counterbody movement direction

Тоді шукані функції набудуть вигляду

$$\varphi_{\tau_j}(\eta) = g'_{\tau_j}(t)\omega'_j(\eta), \quad \varphi_{n_{jr}}(\eta) = g'_{n_{jr}}(t)\omega'_{jr}(\eta), \quad |\eta| \leq 1. \quad (8)$$

Приймаємо, що зсувна компонента шуканої функції має кореневу особливість на кінцях тріщин:

$$\varphi_{\tau_j}(\eta) = \frac{u_{\tau_j}(\eta)}{\sqrt{1-\eta^2}}, \quad |\eta| \leq 1. \quad (9)$$

Такі ж особливості мають функції $g'_{n_{jr}}(t)$ на кінцях відкритих ділянок $A_{jr}B_{jr}$:

$$\varphi_{n_{jr}}(\eta) = \frac{u_{n_{jr}}(\eta)}{\sqrt{1-\eta^2}}, \quad |\eta| \leq 1, \quad r = \overline{1, R_j}. \quad (10)$$

Тут $u_{\tau_j}(\eta)$ і $u_{n_{jr}}(\eta)$ – неперервні на відрізку $[-1;1]$ дійсні функції.

Систему рівнянь (5) доповнюємо умовами [11]:

$$\int_{-1}^1 \varphi_{n_{jr}}(\eta) d\eta = 0 \quad \text{– для внутрішніх ділянок } (x_j(B_r) > 0); \quad (11)$$

$$u_{n_{jr}}(-1) = 0 \quad \text{– для крайових ділянок } (x_j(B_r) = 0); \quad (12)$$

$$u_{\tau_j}(-1) = 0; \quad (13)$$

$$\text{Im} \varphi_{n_{jr}}(\eta) = 0; \quad \text{Re} \varphi_{\tau_j}(t) = 0. \quad (14)$$

Для визначення меж відкритих ділянок L'_{jr} , котрі відраховуємо від вершин тріщин, використовуємо умову обертання в нуль КІН K_I на кінцях інтервалів $A_{jr}B_{jr}$, а саме:

$$K_I(A_{jr}) = 0, \quad r = \begin{cases} \overline{1, R_j}, & \text{якщо перша відкрита ділянка не примикає до вершини;} \\ \overline{2, R_j}, & \text{якщо перша відкрита ділянка примикає до вершини.} \end{cases} \quad (15)$$

$$K_I(B_{jr}) = 0, \quad r = \begin{cases} \overline{1, R_j}, & \text{якщо остання відкрита ділянка не примикає до гирла;} \\ \overline{1, R_j - 1}, & \text{якщо остання відкрита ділянка примикає до гирла.} \end{cases} \quad (16)$$

Додатково на відкритих ділянках берегів тріщин повинна виконуватися умова

$$v^+(t) - v^-(t) = -\frac{1+\kappa}{2G} \text{Re} \left[(g_{n_j}(t) + g_{\tau_j}(t)) \frac{d\bar{t}}{dt} \right] > 0, \quad t \in L'_j. \quad (17)$$

Тут κ і G – пружні сталі. А на ділянках проковзування повинно бути

$$N(t)^\pm = \text{Re}[\mathcal{Q}(t)] < 0, \quad t \in L''_j. \quad (18)$$

Тут $\mathcal{Q}(t)$ визначаємо за формулою (6).

Систему інтегральних рівнянь (5) з додатковими умовами (11) – (14) розв'язуємо методом механічних квадратур Гаусса–Чебишева [11].

Для розв'язання системи рівнянь (5), (11)–(14), в якій межі інтегрування невідомі, застосовуємо метод послідовних наближень. Щоб знайти нульове наближення, розв'язуємо задачу для відкритої по всій довжині тріщини і використовуємо умову (17), щоб з'ясувати, де береги тріщини дійсно є відкриті.

У випадку, якщо вся тріщина є закритою, розв'язуємо задачу для гладкого контакту по всій довжині тріщини і використовуємо умову (18), щоб визначити, де береги тріщини дійсно проковзують. Робимо це, щоб виявити відкриті ділянки, якщо вони можливі на тріщині. Зазначимо, що ми виконуємо ці дії на всіх тріщинах одночасно і можлива поява кількох відкритих ділянок на кожній з тріщин.

Знайшовши за допомогою умов (17), (18) приблизно межі відкритих ділянок на тріщині, далі використовуємо умови (15), (16) для їх уточнення. Зазначимо, що умови (17), (18) також досить точно виконуються в цьому випадку, але збіжність за цими умовами є поганою.

З розв'язку отриманої системи СР (5) і співвідношень (11) – (14) знаходимо нормовані КІН у вершинах тріщин та на кінцях інтервалів $A_{jr}B_{jr}$

$$F_{IIj}^+ = \sqrt{\pi|\omega'_j(+1)|} \frac{u_{\tau j}(+1)}{\omega'_j(+1)}, \quad F_{Ijr}^\pm = \mp \sqrt{\pi|\omega'_{jr}(\pm 1)|} \frac{u_{n jr}(\pm 1)}{\omega'_{jr}(\pm 1)}, \quad r = \overline{1, R_j}; \quad j = \overline{1, N}. \quad (19)$$

Числові результати. Розрахунки проведено для двох рівних паралельних тріщин ($N = 2$; $l_1 = l_2 = l$) при типових значеннях експлуатаційних параметрів для системи колесо-рейка ($f = 0,1$ і $f = 0,3$) та характерних особливостях пошкоджень ($\beta = 5\pi/6$; $\varepsilon = l/a = 1,0$) для різних відносних відстаней між тріщинами $\delta = b/a$.

Використовуємо систему безрозмірних координат згідно з формулою (7): $\eta_j = 2x_j/l - 1$ ($j = 1, 2$). Тобто на рисунках 2 і 3 значення $\eta = -1$ відповідає гирлу тріщини, а $\eta = +1$ – вершині тріщини. Зазначимо, що під час розрахунку на кожній тріщині виникало по кілька відкритих ділянок, але в кінці ітерацій залишалось не більше однієї.

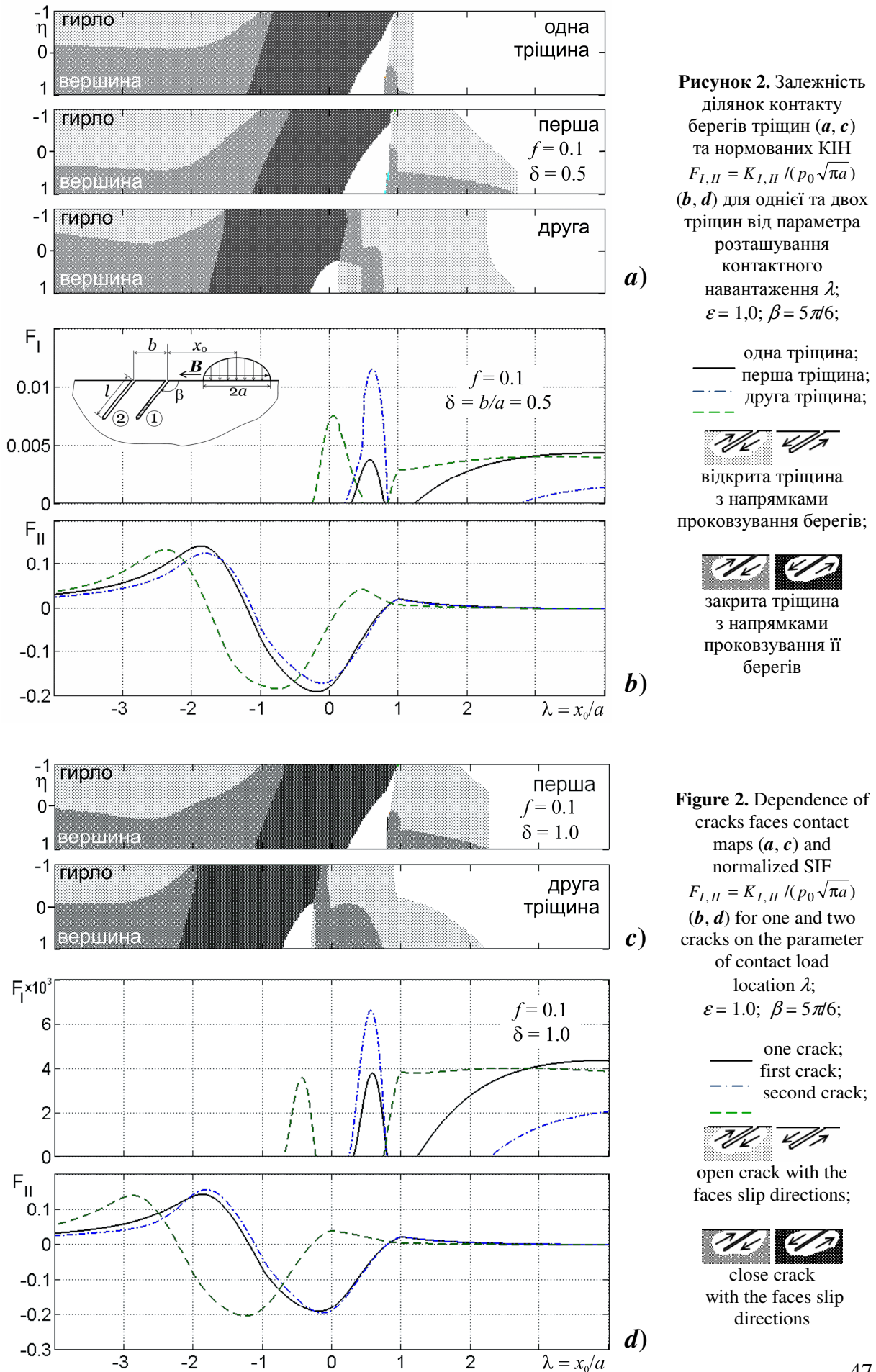
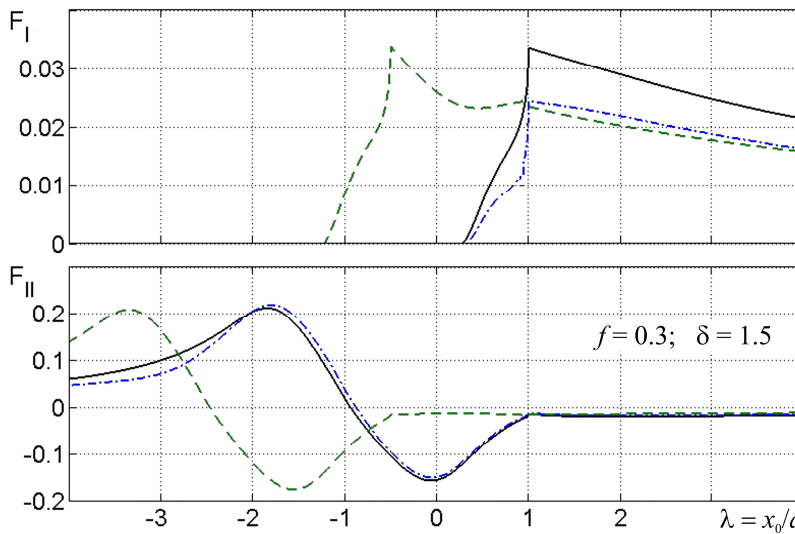
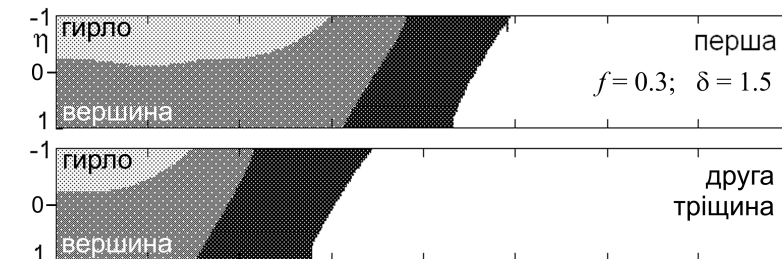
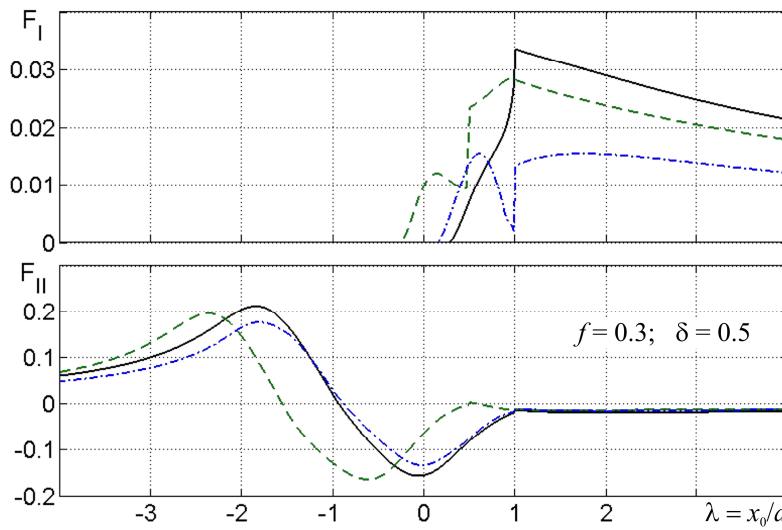
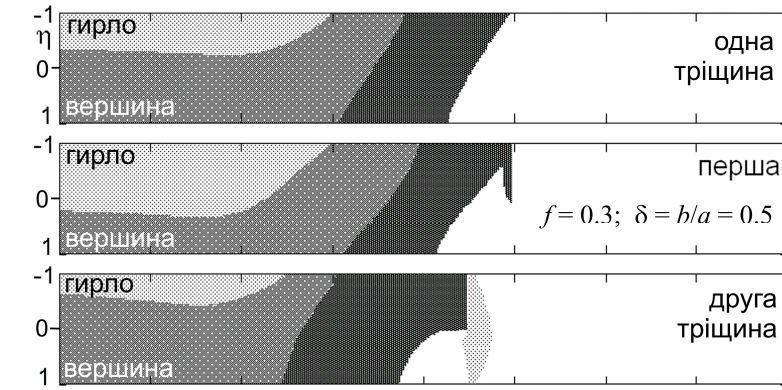


Figure 2. Dependence of cracks faces contact maps (a, c) and normalized SIF $F_{I,II} = K_{I,II} / (p_0 \sqrt{\pi a})$ (b, d) for one and two cracks on the parameter of contact load location λ ; $\varepsilon = 1.0$; $\beta = 5\pi/6$;



a)

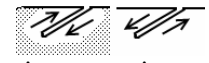
b)

c)

d)

Рисунок 3. Залежність ділянок контакту берегів тріщин (a, c) та нормованих КІН $F_{I,II} = K_{I,II} / (p_0 \sqrt{\pi a})$ (b, d) для однієї та двох тріщин від параметра розташування контактної навантаження λ ; $\varepsilon = 1,0$; $\beta = 5\pi/6$;

— одна;
- - перша;
- - друга;



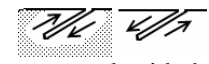
відкрита тріщина з напрямками проковзування берегів;



закрита тріщина з напрямками проковзування її берегів

Figure 3. Dependence of cracks faces contact maps (a, c) and normalized SIF $F_{I,II} = K_{I,II} / (p_0 \sqrt{\pi a})$ (b, d) for one and two cracks on the parameter of contact load location λ ; $\varepsilon = 1.0$; $\beta = 5\pi/6$;

— one crack;
- - first crack;
- - second crack;



open crack with the faces slip directions;



close crack with the faces slip directions

Для ефективного аналізу отриманих результатів вводимо в розгляд параметри механіки руйнування, які відповідають за руйнування за механізмом нормального розриву ($\max K_{I\theta}(\lambda, \theta)$) і за механізмом поперечного зсуву (ΔK_{II}). При переміщенні контактного навантаження вздовж границі півплощини значення мішаного нормованого КІН $F_{I\theta}(\lambda, \theta) = K_{I\theta}(\lambda, \theta) / (p_0 \sqrt{\pi a})$, яке визначається на основі σ_θ -критерію [14] змінюється, приймаючи при λ^* і θ^* своє максимальне значення $F_{I\theta}^*$ [13]. F_I^* і F_{II}^* – значення F_I і F_{II} при λ^* . Розмах нормованого КІН $F_{II} = K_{II} / (p_0 \sqrt{\pi a})$ під час переміщення контактної навантаження в циклі контактування $\Delta F_{II} = \max F_{II}(\lambda) - \min F_{II}(\lambda)$.

Отримані результати показують, що характер кривих $F_{II}(\lambda)$ для кожної із системи двох тріщин подібний до кривих для однієї тріщини. Це спостерігається для різних відстаней між тріщинами, і для різних коефіцієнтів тертя (рис. 2, 3).

На рисунках 3а, б бачимо, що за великого коефіцієнта тертя ($f=0,3$), коли навантаження, рухаючись справа наліво, починає закривати гирло однієї тріщини ($\lambda \leq 1,0$) або по черзі кожної з двох, то береги тріщин починають закриватися від гирла. Водночас вершини тріщин є відкриті і $F_I(\lambda) > 0$ на досить значному діапазоні λ ($0,3 \leq \lambda \leq 1,0$). При малому терті в контакті ($f=0,1$) ще до закриття навантаженням гирла однієї ($\lambda > 1$) чи по чергово двох тріщин вони незначно (нестабільно) закриваються від вершини. Однак як тільки навантаження закриває гирла тріщин, то вони починають закриватися від гирла, а вершини розкриваються і КІН $F_I(\lambda) > 0$ на досить значному діапазоні значень λ як і при великому f . Це важливий результат тому, що показує можливість росту тріщини за розривним механізмом, коли контактне навантаження знаходиться над тріщиною. Далі, коли центр ділянки контакту знаходиться над гирлом однієї або першої тріщини, то вони повністю закриваються ($F_I(\lambda) = 0$) і згодом починають від гирла відкриватися, коли контактне навантаження відкриває гирла ($\lambda < -1$). Однак тоді вершина закрита і $F_I(\lambda) = 0$.

Загалом, величина параметра $F_{I\theta}^* = \max F_{I\theta}(\lambda, \theta)$, який контролює руйнування розривом, залежно від коефіцієнта тертя може мати два максимуми впродовж циклу

Таблиця 1

Залежність нормованих КІН від коефіцієнта тертя f та відносної відстані між тріщинами δ

f	$\delta = b/a$	λ^*		$F_{I\theta}^*$		F_{II}^*		ΔF_{II}	
		Перша	Друга	Перша	Друга	Перша	Друга	Перша	Друга
0,1	Одна	0,30		0,133		-0,1154		0,3318	
		Перша	Друга	Перша	Друга	Перша	Друга	Перша	Друга
	0,25	0,18	-0,06	0,141	0,135	-0,122	-0,117	0,244	0,301
	0,5	0,21	-0,26	0,160	0,127	-0,138	-0,110	0,296	0,317
	1,0	0,23	-0,71	0,162	0,129	-0,140	-0,112	0,350	0,342
	1,5	0,27	-1,21	0,144	0,146	-0,125	-0,127	0,350	0,343
	2,0	0,30	-1,70	0,134	0,143	-0,116	-0,124	0,346	0,346
0,3	Одна	0,28		0,138		-0,120		0,367	
		Перша	Друга	Перша	Друга	Перша	Друга	Перша	Друга
	0,25	0,22	-0,04	0,112	0,133	-0,096	-0,115	0,253	0,339
	0,5	0,14	-0,26	0,143	0,139	-0,124	-0,120	0,309	0,359
	1,0	0,32	-0,72	0,125	0,149	-0,108	-0,129	0,361	0,381
	1,5	0,34	-1,20	0,120	0,153	-0,104	-0,133	0,368	0,382
	2,0	0,32	-1,74	0,126	0,157	-0,109	-0,136	0,375	0,375
2,5	0,32	-2,24	0,127	0,150	-0,110	-0,130	0,372	0,370	

контактування для кожної тріщини: один – невеликий, ще до закриття гирла тріщини навантаженням, другий – значний, коли тріщина частково закрыта від гирла. Другий максимум $F_{I\theta}$ досягається за рахунок великих $|F_{II}|$, коли $F_I > 0$ (рис. 2, 3). Отже, коли контактне навантаження є безпосередньо над тріщиною(ами) можливе руйнування не лише зсувом, а й розривом. Щоб відповісти на запитання, який із механізмів розвитку тріщин у зоні контакту буде превалювати, необхідні ширші дослідження з урахуванням тертя берегів тріщин, їх початкових довжин, характеристик тріщиностійкості матеріалів на поперечний зсув та нормальний розрив тощо.

Величина параметра $\Delta F_{II} = \max F_{II}(\lambda) - \min F_{II}(\lambda)$, який відповідає за руйнування зсувом, суттєво залежить від відстані між тріщинами (табл. 1), і при відстані, сумірній з довжиною ділянки контакту ($b \approx a \div 2a$), досягається найбільше зменшення поверхні кочення (ΔF_{II} – максимальне). Цей висновок корелює з експериментальними даними, наведеними Зербстом [2].

Загалом, числові результати в табл. 1 свідчать про значний взаємовплив двох паралельних тріщин у зоні контакту тіл кочення: за малих відстаней між ними спостерігається досить значне зміцнення поверхні кочення (ΔF_{II} малі) у порівнянні з випадком однієї тріщини, а зі збільшенням відстані – зменшення (ΔF_{II} зростають). Також наявність однієї закрытої тріщини із системи двох тріщин у процесі переміщення контактного навантаження може суттєво вплинути на КІН $F_I(\lambda)$ у вершині відкритої тріщини (див., наприклад, рис. 2b і 2d для F_I ($\lambda = 0,6$)). Максимальні значення КІН $F_{I\theta}(\lambda, \theta)$ для $f = 0,1$ залежно від відстані між тріщинами досягаються здебільшого на першій тріщині тоді, як для $f = 0,3$ – на другій.

Максимальні й мінімальні $F_{II}(\lambda)$ досягаються тоді, коли обидві тріщини контактують по всій довжині. Отже, часткове розкриття тріщин мало впливає на ΔF_{II} . Також наведені на рис. 2, 3 графіки $F_{II}(\lambda)$ загалом дуже близькі до значень, отриманих при гладкому контакті по всій довжині тріщини. Це дозволяє визначати ΔF_{II} лише за розв'язком задачі про контакт тріщин по всій довжині.

Додамо, що в роботі проведено розрахунки для порівняння з результатами Бовера [6] при $\beta = 155^\circ$ ($\pi - \beta = 25^\circ$); $\varepsilon = 0,5$; $f = \pm 0,05$, які показали задовільну кореляцію отриманих результатів.

Висновки. Досліджено коефіцієнти інтенсивності напружень та кінетику контактування без тертя берегів однієї та двох крайових паралельних тріщин у пружній півплощині залежно від переміщення модельного контактного навантаження (герцівського тиску з дотичною складовою) вздовж межі півплощини. Тріщини нахилені під кутом $\beta = 5\pi/6$ до напрямку дотичних контактних зусиль і відповідно під кутом $\pi - \beta = 30^\circ$ до напрямку переміщення контактного навантаження (рис. 1). Така схема моделює контактну взаємодію тіл кочення з проковзуванням у системі колесо-рейка, а значення кута β є характерним для системи поверхневих тріщин (checks) у рейках. Числові результати отримано при значеннях коефіцієнта тертя $f = 0,1$ і $f = 0,3$ в контактні між тілами кочення, відносній довжині тріщин $\varepsilon = l/a = 1,0$ та різних відстанях між ними. Установлено, що:

1. При малому коефіцієнті тертя проковзування між тілами кочення ($f = 0,1$) тріщини починають закриватися від вершин під час переміщення контактного навантаження (контртіла) ще до закриття гирла тріщин контртілом, чого не спостерігається при великих значеннях коефіцієнта тертя ($f = 0,3$). Коли ж контртіло закриває гирла тріщин, вони починають закриватися від гирла незалежно від значення коефіцієнта тертя.
2. Розмах КІН K_{II} під час переміщення навантаження вздовж краю півплощини (при зміні параметра $\lambda = x_0/a$) $\Delta K_{II} = \max K_{II}(\lambda) - \min K_{II}(\lambda)$, який відповідає за руйнування за механізмом поперечного зсуву, суттєво залежить від відстані між тріщинами.

При відстаннях, сумірних із довжиною ділянки контакту ($d \approx a \div 2a$), досягається найбільше зменшення поверхні кочення (ΔK_{II} – максимальне; див. табл. 1), що корелює з експериментальними даними, наведеними Зербстом [2].

3. Максимальні й мінімальні $K_{II}(\lambda)$ реалізуються тоді, коли обидві тріщини контактують по всій довжині. Отже, часткове розкриття тріщин мало впливає на ΔK_{II} .
4. Величина КІН $K_{I\theta}^* = \max K_{I\theta}(\lambda, \theta)$, який контролює руйнування за механізмом нормального розриву, при малому значенні коефіцієнта тертя може мати два максимуми для кожної тріщини: один – невеликий, ще до закриття гирла тріщини контактним навантаженням, другий – більший, коли контактне навантаження закриває гирло і тріщина є частково закрита від гирла, а її вершина залишається відкритою. Більший максимум досягається за рахунок великих у той час $|K_{II}|$. Таким чином, коли контактне навантаження є безпосередньо над тріщиною(ами), можливе руйнування не лише зсувом, а й розривом.
5. Наявність повністю закритої тріщини з контактуючими берегами може суттєво впливати на КІН іншої, відкритої тріщини. Тобто нехтувати впливом закритої тріщини неможна.

Conclusions. Stress intensity factors and kinetics of cracks faces contacting without friction have been investigated for the case of one and two edge parallel cracks in elastic halfplane depending on model contact load (hertzian pressure with tangential component) movement along halfplane edge. The cracks are inclined at angle $\beta = 5\pi/6$ to direction of a tangential contact efforts and, respectively, at angle $\pi - \beta = 30^\circ$ to direction of a contact load movement. Such scheme is modeling a contact interaction of rolling bodies with sliding in wheel-rail system, and β angle is typical for surface cracks system (checks) in rail. Numerical results have been obtained for $f = 0.1$ and $f = 0.3$ friction coefficient values in a contact between the rolling bodies, crack relative length $\varepsilon = l/a = 1,0$ and various distances between cracks. It has been found that:

1. The cracks begin to close from the tip before the closing of the crack mouth by counterbody under small sliding friction coefficient between the rolling bodies ($f = 0.1$) during a contact load (counterbody) movement, that is not observed under large value of friction coefficient ($f = 0,3$). The cracks begin to close themselves from the mouth when a counterbody closed the crack mouth regardless of the friction coefficient value.
2. The K_{II} SIF range $\Delta F_{II} = \max F_{II}(\lambda) - \min F_{II}(\lambda)$ during a load movement along a halfplane edge (with $\lambda = x_0/a$ parameter changes), that controls the fracture by shear mechanism, significantly depends on a distance between the cracks. The significant weakening of rolling surface (maximum of ΔK_{II} ; see Table 1) is achieved under distance, that is commensurable to contact segment length ($d \approx a \div 2a$), that is correlated with experimental data, presented by Zerbst [2].
3. Maximum and minimum of $K_{II}(\lambda)$ are realized if both cracks are contacting along all its length. So, partial opening of cracks has little effect on ΔK_{II} .
4. The value of SIF $K_{I\theta}^* = \max K_{I\theta}(\lambda, \theta)$, that controls the fracture by normal opening mechsniism, can have two maximums for each cracks under small friction coefficient: one – small, before closure of a crack mouth by contact load, the second – larger, when a contact load closes a cracks mouth and crack is partially closed from the mouth, and its tip is open. Larger maximum has been arrived due to large $|K_{II}|$ at this moment. Thus, when the contact load is directly above the crack(s) not only fracture by shear can occur, but fracture by opening can occur too.
5. The presence of a fully closed crack with contacting faces can significantly influence the SIF of another opened crack. Therefore, this influence can not be neglected.

Список використаної літератури

1. Miller, K.J. Structural integrity – whose responsibility? / K.J. Miller // The 36th John Player Memorial Lecture presented at an Ordinary Meeting of the Institution of Mechanical Engineers. – London: Inst. Mech. Engn, 2001. – 24 p.
2. Zerbst, U. Fracture mechanics in railway applications – an overview / U. Zerbst, K. Madler, H. Hintze // Engng Fract. Mech. – 2005. – 72, Is. 2. – P. 163 – 194.
3. Keer, L.M. A pitting model for rolling contact fatigue / L.M. Keer, M.D. Bryant // Trans. ASME: J. Lubric. Technol. – 1983. – 105, № 2. – P. 198 – 205.
4. Ekberg A. Fatigue of railway wheels and rail under rolling contact and thermal loading – an overview / A. Ekberg, E. Kabo // Wear. – 2005. – 258. – P. 1288 – 1300.
5. Дацишин, О.П. Кінетика контактування берегів крайової тріщини під дією рухомого герцівського навантаження [Текст] / О.П. Дацишин, А.Ю. Глазов, А.Б. Левус // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2013. – № 4. – С. 69 – 80.
6. Bower, A.F. The influence of crack face friction and trapped fluid on surface initiated rolling contact fatigue cracks / A. F. Bower // J. Trib., ASME. – 1988. – 110. – P. 704 – 711.
7. Левус, А.Б. Кінетика контактування берегів тріщини при коченні [Текст] / А.Б. Левус // Зб. праць ХХ Відкритої наук.-техн. конфер. молодих науковців і спеціалістів ФМІ НАНУ «Проблеми корозійно-механічного руйнування, інженерія поверхні, діагностичні системи» (КМН-2007). – Львів: ФМІ НАНУ, 2007. – С. 79 – 82.
8. Дацишин, О. Коефіцієнти інтенсивності напружень для системи крайових паралельних тріщин у півплощині під дією герцівських зусиль на її межі [Текст] / О. Дацишин, А. Левус // Машинознавство. – 2000. – № 11. – С. 9 – 15.
9. Goshima, T. Mutual interference of two surface cracks in a semi-infinite body due to rolling contact with frictional heating by a rigid roller / T. Goshima, Y. Kamishima // JSME Int. J., Series A. – 196. – 39, No. 1. – P. 26 – 33.
10. Goshima, T. Thermomechanical effects on crack propagation in rolling contact fatigue failure / T. Goshima // J. Thermal Stresses. – 2003. – 26. – P. 615 – 639.
11. Саврук, М.П. Двумерные задачи упругости для тел с трещинами [Текст] / М.П. Саврук. – К.: Наук. думка, 1981. – С. 72 – 77.
12. Дацишин, О. Оцінка періоду росту поверхневої тріщини за механізмом зсуву при контакті кочення [Текст] / О. Дацишин, Г. Марченко // Машинознавство. – 2003. – № 7. – С. 21 – 28.
13. Дацишин, О.П. До теорії розвитку тріщин при коченні [Текст] / О.П. Дацишин, Г.П. Марченко, В.В. Панасюк // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 1993. – № 4. – С. 49 – 61.
14. Панасюк, В.В. Определение предельных усилий при растяжении пластины с дугообразной трещиной [Текст] / В.В. Панасюк, Л.Т. Бережницький // Вопросы механики реального твердого тела; отв. ред. Г.В.Карпенко. – К.: Наук. думка, 1964. – С. 3 – 19.

Отримано 21.08.2013