

Моделювання розкриття втомної тріщини в сплаві Д16Т за регулярного навантаження методом скінченних елементів / П.Ясній, Ю.Пиндус, О.Галушчак, В.Фостик // Вісник ТНТУ. — 2013. — Том 70. — № 2. — С.7-14. — (механіка та матеріалознавство).

УДК 539.43

**П. Ясній, докт. техн. наук; Ю. Пиндус, канд. техн. наук;  
О. Галушчак; В. Фостик**

## **МОДЕЛЮВАННЯ РОЗКРИТТЯ ВТОМНОЇ ТРІЩИНИ В СПЛАВІ Д16Т ЗА РЕГУЛЯРНОГО НАВАНТАЖЕННЯ МЕТОДОМ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ**

***Резюме.** Створено модель плоского зразка з центральною тріщиною в пружно-пластичній постановці за допомогою методу скінченних елементів. Обґрунтовано вибір розмірів скінченних елементів в околі вістря тріщини. Змодельовано закриття втомної тріщини за регулярного циклічного навантаження з урахуванням залишкових деформацій та напружень в її околі. Отримано задовільне узгодження результатів моделювання та експериментальних даних.*

***Ключові слова:** закриття тріщини, відкриття тріщини, ефективний коефіцієнт інтенсивності напружень, метод скінченних елементів.*

**P. Yasniy, Y. Pyndus, O. Galushchak, V. Fostyk**

## **SIMULATION OF FATIGUE CRACK OPENING IN ALLOY D16T UNDER CONSTANT AMPLITUDE LOADING USING FINITE ELEMENT METHOD**

***Summary.** The aim of this study was to simulate fatigue crack opening using FE software complex ANSYS and compare it with experimental data. Using the FE simulation software the model of central cracked flat specimen was created. Only half of the specimen with enabled conditions of symmetry was modeled. The true strain diagram of D16T alloy at 20 °C was used for the simulations in order to reproduce the conditions of the experiment. FEM calculations were performed for the plane stress condition.*

*For creation of the accurate computational model the size of finite element mesh in the crack tip was adapted using software experiment. The finite element mesh size for the finite element analysis of the stress strain state of the flat specimen with a central crack under uniaxial tension was found.*

*Fatigue crack closure effect was modeled under constant amplitude cyclic loading considering residual strain and stresses in the crack tip.*

*For software determination of the crack opening a macro that allows to calculate displacement of nodes of the model for a given load step was developed. The node, in which at this moment the crack tip was located, was determined with the help of software and two nodes on both sides of the crack plane at a distance  $r$  from its tip and the base  $b$  were selected. To maintain constant  $b$  and  $r$  during each crack growth the points of measurement were upgraded using software. Previous experiments proved that in order to reduce the error of determining opening stress intensity factor the measurement of the crack opening should be performed at the minimum values of  $b$  and  $r$ . Therefore, according to the experimental data  $r=0,02$  mm and  $b=0$  were used that is, directly on the shore of the crack.*

*The method for determining the moment of crack opening has been chosen. It has been found that the moment of crack opening corresponds to the point of the greatest curvature of diagram efforts – opening of crack tip. For this purpose the derivative approximation by finite differences with a constant increase in stress was used.*

*Results of modeling and experiment were compared.*

***Key words:** crack closure, crack opening, effective stress intensity factor, finite element method.*

**Постановка проблеми.** Для сучасних тенденцій розвитку техніки характерні зростання вимог до міцності, надійності і довговічності елементів машин, конструкцій та споруд з одночасним зниженням їх матеріалоемності.

Відомий феномен передчасного контакту берегів зростаючої втомної тріщини за додатної частини циклу напружень, який називають змиканням або закриттям тріщини (ЗТ) [1, 2], широко використовують для пояснення численних кінетичних ефектів, які супроводжують втомне руйнування конструкційних матеріалів. Поверхні берегів тріщини позаду вістря залишаються замкненими під час частини циклу навантажування розтягом, а контакт втрачається (розпочинається відкриття тріщини) лише за певного навантаження розтягу [3]. ЗТ характеризується коефіцієнтом інтенсивності напружень (КІН) відкриття тріщини  $K_{op}$ .

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Відомо кілька механізмів, які пояснюють ефект ЗТ:

- наявність на берегах тріщини пластично здеформованого матеріалу. Таке ЗТ найхарактерніше для матеріалів підвищеної пластичності, навантажуваних за умов плоского напруженого стану [2];
- окиснення поверхонь тріщини в корозійному середовищі, яке спричиняє розклинювання берегів тріщини продуктами корозії[4];
- шорсткість поверхонь берегів тріщини, спричинена ростом тріщини через відповідні кристалографічні площини зерен, що призводить до деформування берегів тріщини по типу II [5, 6];
- збільшення об'єму матеріалу в зоні передруйнування внаслідок локальних фазових перетворень, спричинених механічними напруженнями [7];
- в'язкість середовища, що перешкоджає переміщенню берегів тріщини [8];
- залишкові стискувальні напруження спереду вістря втомної тріщини зумовлені стисканням локальної зони пластично здеформованого матеріалу при розвантаженні зразка. Такий механізм принципово відрізняється від попередніх, оскільки враховує процеси, що відбуваються спереду вістря тріщини, а перелічені вище механізми зумовлені процесами позаду вістря тріщини [9].

У роботі [10] запропоновано методику визначення розкриття втомної тріщини з допомогою оптичного методу з використанням координатних сіток. На рис. 1 наведено типову криву  $P-\delta$ , отриману оптичним методом з допомогою координатної сітки, яка складається із 3-х ділянок. Дві майже прямолінійні ділянки  $ac$  і  $a'c'$  мають кут нахилу відповідно  $\beta$  і  $\alpha$  до осі абсцис і відповідають закритій та відкритій тріщині. Ділянка  $ca'$  показує зміну піддатливості зразка з частково відкритою тріщиною. Слід зазначити, що ділянка  $ac$  вертикальна. Це зумовлено малою базою вимірювання  $b=0,2$  мм (рис. 2), наслідком чого є незначні пружні деформації основного металу, розміщеного між точками вимірювання. За величину зусилля  $P_{op}$  приймали ординату точки  $d$ , що лежить на перетині продовжень апроксимуючих прямих  $ac$  і  $a'c'$  (рис. 1). Розмах розкриття тріщини за такого способу вимірювання визначали залежністю  $\Delta\delta = \delta_{max} - \delta_{op}$ . У розглянутому випадку  $\delta_{op}=0$  і  $\Delta\delta = \Delta\delta_{eff}$ . Достовірність такого підходу обґрунтована в працях [9, 11].

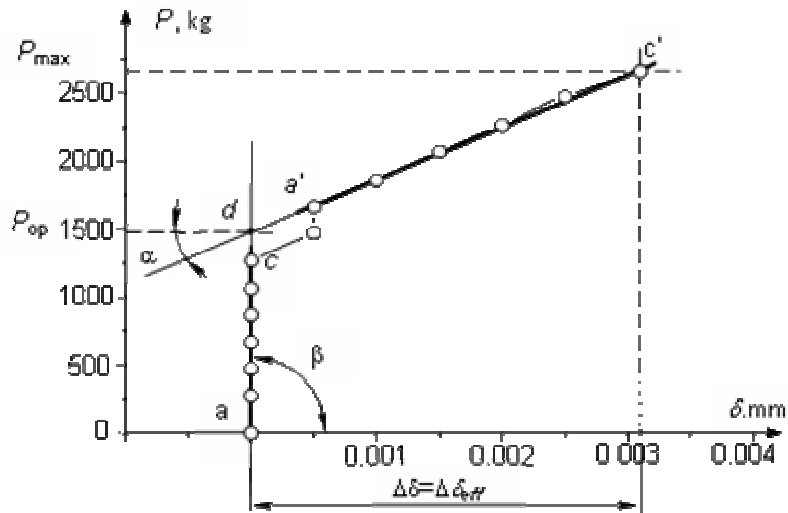


Рисунок 1. Типова діаграма P- $\delta$ , побудована з використанням методу координатних сіток

Figure 1. Typical crack opening diagram P- $\delta$  built using the coordinate grids method

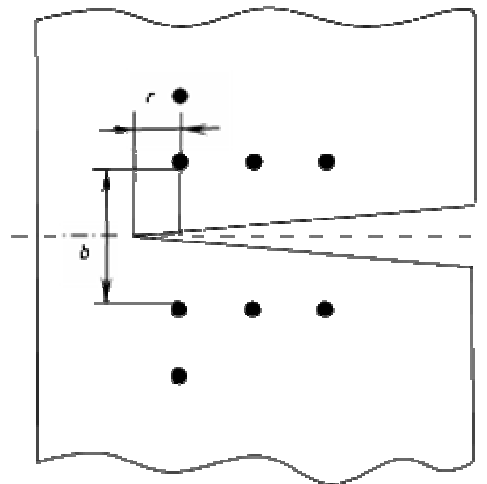


Рисунок 2. Схема вимірювання розкриття вершини тріщини оптичним методом координатних сіток

Figure 2. Scheme of crack tip opening using the coordinate grids method

У праці [10] проаналізовано вплив вибору бази вимірювання  $b$  та відстані від вістря тріщини до бази вимірювання  $r$  (рис. 2) на оцінку ЗТ. Доведено, що для зменшення похибки визначення  $K_{op}$  слід проводити вимірювання розкриття тріщини при мінімальних значеннях  $b$  і  $r$ .

**Мета роботи** – за допомогою програмного комплексу ANSYS змоделювати ефект відкриття втомної тріщини та порівняти його кількісні характеристики з експериментальними даними.

**Постановка задачі.** ЗТ оцінюють експериментально [12], аналітично, а також із використанням чисельних методів [13, 14].

Одним з найефективніших сучасних підходів до розв'язання таких задач є використання методу скінченних елементів (МСЕ). Суть даного методу полягає в апроксимації досліджуваного тіла деякою моделлю, котра являє собою сукупність елементів зі скінченною кількістю ступенів свободи [15]. При обчисленні МСЕ знаходять розв'язки інтегральних та диференціальних рівнянь у часткових похідних. МСЕ добре підходить для моделювання складних середовищ та коли бажану точність (дискретизацію) можна змінювати на різних ділянках середовища.

Зважаючи, що експериментальні методики є складними, вимагають значних витрат ресурсів і часу, то важливого значення набуває моделювання та відтворення експериментів з допомогою МСЕ.

**Результати дослідження.** Використовуючи ANSYS, обчислювали напружено-деформований стан (НДС) прямокутного зразка з центральною тріщиною, виготовленого з алюмінієвого сплаву Д16Т згідно з ГОСТом 25.506-85 за деформування одновісним розтягом. Моделювали лише половину зразка з урахуванням умов симетрії (рис. 3).

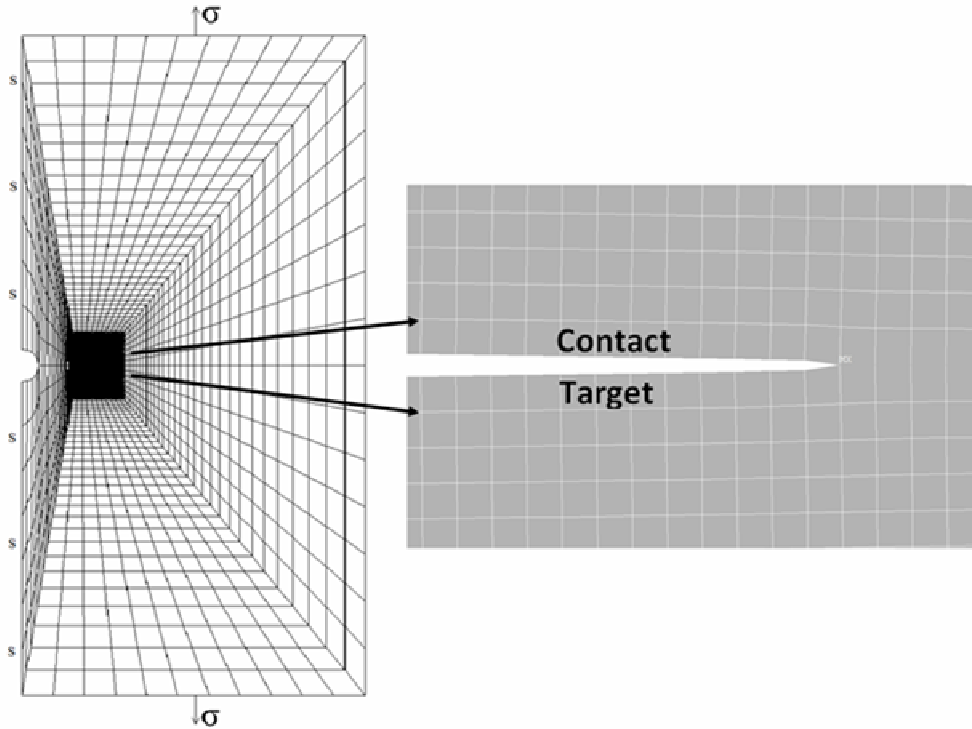


Рисунок 3. Скінченноелементна модель плоского прямокутного зразка з центральною тріщиною

Figure 3. Finite element model of central cracked plate specimen

Для моделювання використовували істинну діаграму деформування сплаву Д16Т при температурі 20°C та відтворювали умови експерименту. Механічні властивості та хімічний склад алюмінієвого сплаву Д16Т наведено в роботі [16]. Розрахунки МСЕ проводили для плоского напруженого стану з урахуванням ефекту Баушінгера. Для створення скінченноелементної сітки використали двомірний елемент PLANE182, який визначається чотирма вузлами з двома ступенями вільності в кожному вузлі, може набувати чотирикутну або трикутну форми. Елемент має властивості пружності, пластичності, жорсткості, значних переміщень і деформацій.

Для створення достовірної розрахункової моделі розміри сітки скінченних елементів у вістрі тріщини адаптували шляхом програмного експерименту, який полягав у розрахунку НДС та розподілі нормальних напружень у вістрі тріщини за різних розмірів елементів скінченноелементної сітки з подальшим інтегральним оцінюванням відносної похибки отриманих кривих. У кожному програмному експерименті розмір елемента послідовно зменшували від 250 мкм до 1 мкм. Для кожного комп'ютерного експерименту будували графіки розподілу нормальних  $\sigma_y$  напружень спереду вістря тріщини (рис. 4).

Для оцінювання точності розрахунків криві розподілу нормальних напружень спереду вістря тріщини інтегрували за формулою Сімпсона [17]

$$S_N = \int_c^d f(x) dx \approx \frac{h}{3} (\sigma_0 + \sigma_n + 4(\sigma_1 + \sigma_3 + \dots + \sigma_{n-1}) + 2(\sigma_2 + \sigma_4 + \dots + \sigma_{n-2})), \quad ((1))$$

де  $h$  – крок інтегрування;  $N$  – розмір сітки скінченних елементів;  $\sigma_0, \dots, \sigma_n$  – нормальне напруження у точці  $n$ ; кількість кроків інтегрування  $n = 100$ ; числові значення області інтегрування – від  $c=0$  до  $d=5$  мм.

Таким чином обчислювали площу, обмежену кожною кривою. Для кожного розміру сітки скінченних елементів знаходили абсолютну похибку відносно наступного експерименту з детальнішою сіткою

$$\Delta_N = S_N - S_{N+1}. \quad ((2))$$

Відносну похибку інтегрального оцінювання обчислювали за формулою

$$\delta_N = \frac{\Delta_N}{S_N}. \quad ((3))$$

За результатами розрахунків побудували криву залежності відносної похибки  $\delta_N$  інтегрального оцінювання від розміру сітки  $N$  (рис. 5).

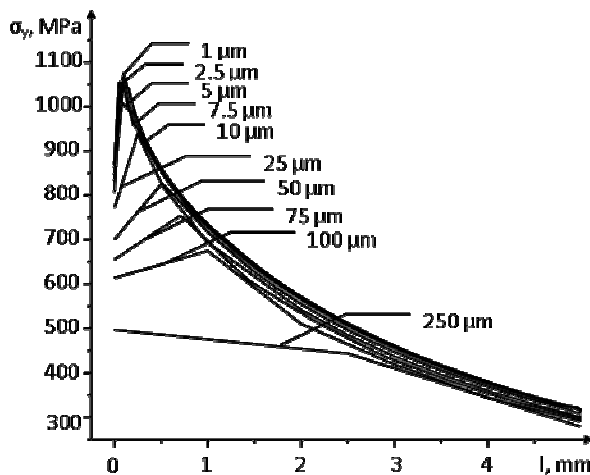


Рисунок 4. Розподіл нормальних напружень спереду вістря тріщини за різних розмірів скінченних елементів

Figure 4. Normal stress distribution behind crack tip for different sizes of finite elements mesh

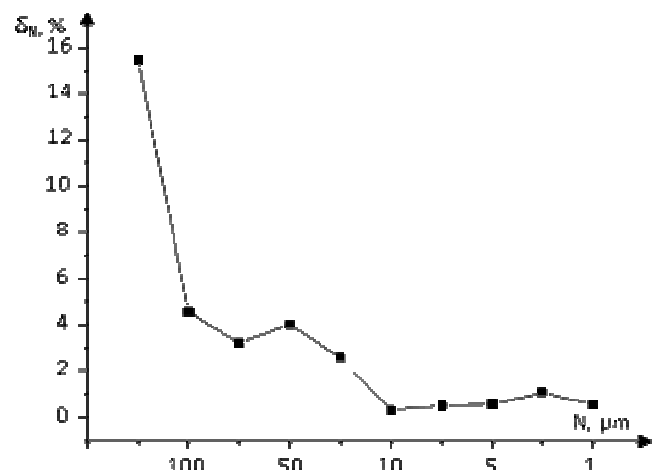


Рисунок 5. Відносна похибка між кривими розподілу нормальних напружень за різних розмірів скінченних елементів

Figure 5. Relative error between the curves of normal stresses distribution for different sizes of finite elements mesh

При зменшенні розміру скінченних елементів зростає точність отриманих результатів (рис. 5). Відносна похибка між програмними експериментами з розмірами сітки від 10 мкм до 1 мкм виходить на плато й залишається майже сталою. Це дозволило зробити висновок, що для скінченноелементного оцінювання НДС плоского зразка з центральною тріщиною за одновісного розтягу у пружно-пластичній постановці та за умов плоского напруженого стану достатньо використовувати сітку скінченних елементів розміром 10 мкм. Сітку скінченних елементів вказаного розміру створювали вздовж напрямку росту тріщини на відстані до 5 мм від берегів тріщини (рис. 3).

Для визначення розкриття тріщини розробили макрос, який дає змогу обчислювати переміщення вузлів моделі для заданих підкроків циклу навантаження. Програмно визначали вузол, у якому в цей момент знаходилася вершина тріщини та вибирали два вузли з двох боків від площини тріщини на відстані  $r$  від її вершини та з базою  $b$  (рис. 6). Для збереження  $b$  та  $r$  сталими, при підростанні тріщини точки виміру програмно оновлювали. Згідно з експериментальними даними [10] вимірювали розкриття тріщини на відстані  $r = 0,02$  мм при  $b=0$ , тобто безпосередньо на берегах тріщини.

Навантаження ступінчасто прикладали до горизонтальних торців моделі. З допомогою спеціально створеного макросу після кожного підкроку приросту навантаження визначали різницю між положенням контрольних вузлів (рис. 6) при мінімальному та поточному зусиллі. Значення переміщення вузлів на кожному кроці навантаження зберігали в окремому файлі. На рис. 7 зображено залежності розкриття  $\delta$  від нормальних напружень бруто в зразку  $\sigma_y$ .

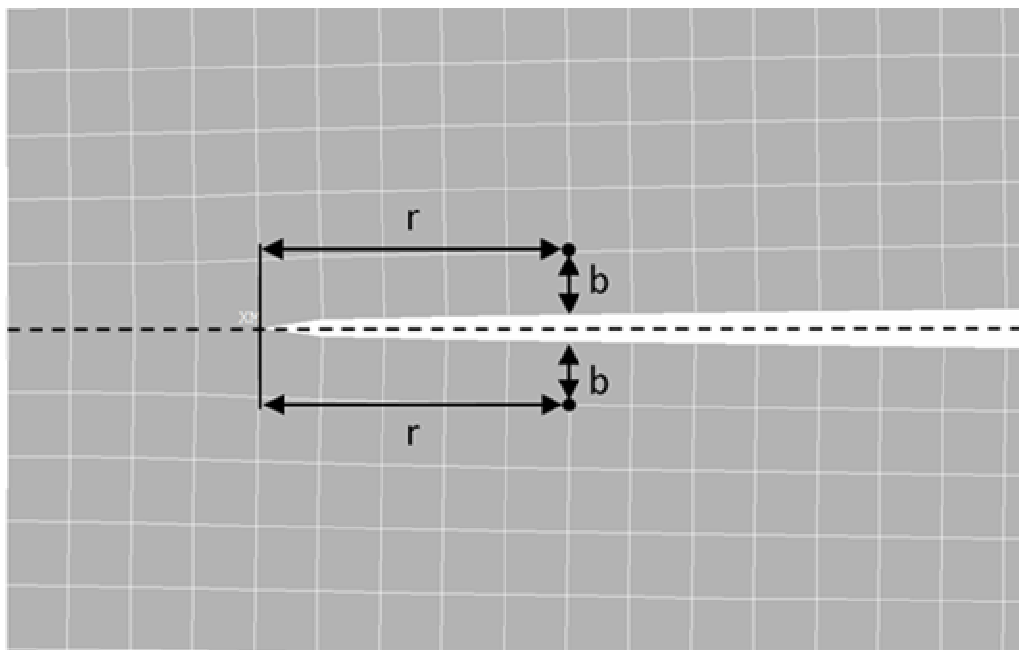


Рисунок 6. Схема вимірювання розкриття вершини тріщини МСЕ

Figure 6. Scheme of crack tip opening measurement using FEM

Для визначення моменту розкриття тріщини обрано метод, описаний у праці [10]. Прийняли, що моменту розкриття тріщини відповідає точка найбільшої кривини діаграми зусилля-розкриття вістря тріщини. Для цього використали апроксимацію похідної кривої діаграми зусилля-розкриття за допомогою методу скінченних різниць зі сталим кроком приросту напруження  $\sigma_y$  [17]

$$\delta_i'' = \frac{\delta_{i+1} - 2\delta_i + \delta_{i-1}}{h^2}, \quad 4)$$

де  $\delta_i$  – розкриття вершини тріщини при  $i$ -му кроці навантаження;  $h$  – крок приросту напруження  $\sigma_y$ .

Максимальне значення  $\delta_i''$  вважали шуканою точкою розкриття тріщини (рис. 7) і

відповідно напруження розкриття тріщини  $\sigma_{op}$ .

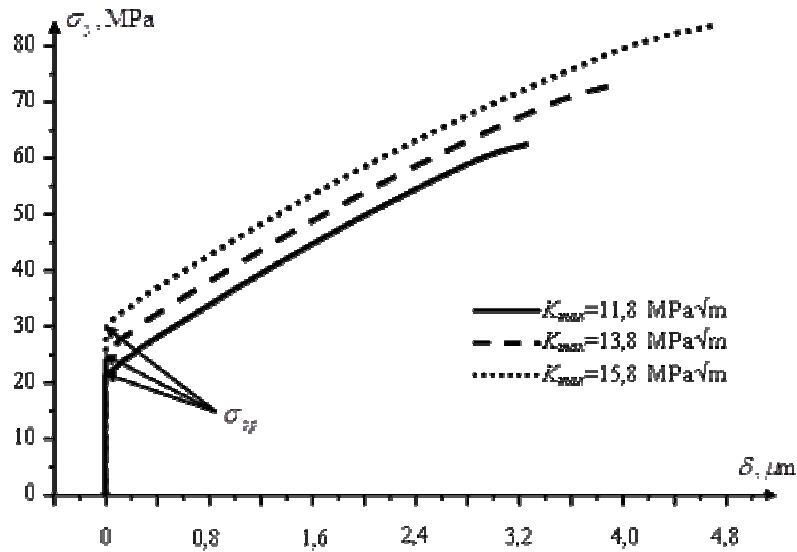


Рисунок 7. Діаграми розкриття вістря тріщини  $\sigma_y - \delta$ , одержані скінченноелементним моделюванням

Figure 7. Crack opening diagrams  $\sigma_y - \delta$  built using FEM

**Висновки.** Створено скінченноелементну модель пластини з центральною тріщиною за одновісного розтягу для визначення напруження відкриття втомної тріщини з урахуванням впливу залишкових пластичних деформацій і стискувальних напружень спереду та позаду її вістря. Моделювання виконували у пружно-пластичній постановці за умов плоского напруженого стану. Проведено оптимізацію розмірів сітки скінченних елементів у вістрі тріщини для забезпечення максимальної точності оцінки НДС. Встановлено, що за одновісного розтягу пластини з центральною тріщиною достатньо використовувати сітку скінченних елементів розміром 10 мкм. Для визначення напруження розкриття тріщини в програмному середовищі комплексу ANSYS розроблено макрос, який дає змогу обчислювати переміщення вузлів моделі для заданих кроків циклу навантаження та апроксимувати похідну отриманої кривої діаграми напруження-розкриття ( $\sigma_y - \delta$ ) за допомогою методу скінченних різниць зі сталим кроком приросту напруження  $\sigma_y$ . Обчислене максимальне значення похідної діаграми напруження-розкриття відповідає точці її найбільшої кривини та шуканому напруженню розкриття тріщини  $\sigma_{op}$ .

**Conclusions.** The finite element model of central cracked flat specimen under uniaxial tension cyclic loading in order to determine the crack opening stress was created. The effect of residual plastic deformation and compressive stresses in front and ahead of the crack tip was considered. Modeling was carried out under the plane stress conditions. Optimization of the finite elements mesh size in the crack tip for maximum accuracy estimation of the stress-strain state was performed. For uniaxial tension of central cracked flat specimen it is sufficient to use the finite element mesh size of 10 microns.

#### Список використаної літератури

1. Elber W. Fatigue crack closure under cyclic tension / Elber W. // Eng. Fract. Mech. – 1970. – 2, №1. – P. 37 – 45.
2. Elber W. The significance of fatigue crack closure / Elber W. // Damage tolerance in Aircraft structures. – Philadelphia (PA): ASTM STP №486. – 1971. – P. 230 – 242.

3. Anderson T.L. Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications / Anderson T.L. // Boca Raton: CRC Press. – 1991. – P. 793.
4. Benoit D. Oxidation of fatigue fracture surface at low crack growth rate / Benoit D., Namdar-Irani R., Tixier R. // Mater. Sci. and Eng. – 1980 – 45, №1. – P. 1 – 7.
5. Minakawa K. On crack closure in near - threshold region / Minakawa K., McEvelly A. J. // Scr. Met. – 1981. – 15, №6. – P. 633 – 636.
6. Ткач, А.Н. Влияние частоты, асимметрии нагружения и структуры стали 10ГН2МФА на закрытие и рост трещин вблизи порога  $\Delta K_{th}$  [Текст] / А.Н. Ткач, Ю.Н. Ленец // Физ.-хим. механика материалов. – 1986. – №4. – С. 60 – 67.
7. Norubogen E. Martensitic trans formation at a propagation crack / Norubogen E. // Ibid. – 1978. – 26, №1. – P. 147 – 152.
8. Tzou. J.L. Fatigue crack propagation in oil environments. I. Crack growth behaviour in silicone and paraffin oils / Tzou. J.L., Suresh S., Ritchie R.O. // Acta met. – 1985. – 33, №1. – P. 105 – 116.
9. Романив, О.Н. Эффект закрытия трещин и оценка циклической трещиностойкости конструкционных сплавов [Текст] / О.Н. Романив, Г.Н. Никифорчин, Б.Н. Андрусив // Физ.-хим. механика материалов. – 1983. – №3. – С. 47 – 61.
10. Ясний, П. Методика дослідження ефекту закриття втомної тріщини з допомогою оптичного методу координатних сіток [Текст] / П. Ясний, Ю. Пиндус, В. Фостик // Вісник Тернопільського державного технічного університету. – 2009 – Т.14, №2. – С. 7 – 14.
11. Sunder R. System of automated crack growth testing under random loading / Sunder R. // Technical memorandum ТМ-МТ-8-84. – Bangalore: Nat. Aeronat. Lab. – 1984. – P. 23.
12. Методика и некоторые результаты исследования раскрытия трещины усталости [Текст] / В.Т. Трощенко, П.В. Ясний, В.В. Покровский, П.В. Токарев //Проблемы прочности. – 1987. – № 10. –С. 8–13.
13. Newman J.C. Elastic–plastic analysis of propagating crack under cyclic loading / Newman J.C., Armen H. // AIAA Journal. – 1975. – 13, №8. – P. 1017 – 1023.
14. Newman J.C. A crack–closure model for predicting fatigue crack growth under aircraft spectrum loading / Newman J.C. // Methods and Models for Predicting Fatigue Crack Growth under Random Loading. – ASTM STM 748. – 1981. – P. 53 – 84.
15. Giuseppe P. The finite–element method, Part I. / Giuseppe P. // Antennas and Propagation Magazine, IEEE. – 2007. – P. 180 – 182.
16. Ясний, П. Вплив асиметрії циклу навантаження на характеристики циклічної тріщиностійкості алюмінієвого сплаву Д16Т [Текст] / П. Ясний, Ю. Пиндус, В. Фостик // Вісник Тернопільського державного технічного університету. – 2007. – Т. 12, № 1. – С. 7 – 12.
17. Бахвалов, Н.С. Численные методы [Текст] / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков // БИНОМ. Лаборатория знаний. – 2006. – 636 с.

*Отримано 14.05.2013*