

УДК 519.2.4; 681.5; 621.382

А. Головатий¹, канд. техн. наук; Б. Артюшенко², канд. техн. наук

¹Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

²Запорізький національний технічний університет

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ ТЕХНІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ІНТЕГРАЛЬНОГО МІКРОСЕНСОРА КУТОВОЇ ШВИДКОСТІ

Резюме. Запропоновано математичну модель для дослідження технічних характеристик інтегрального мікросенсора кутової швидкості, проведено моделювання впливу параметрів його конструкції та матеріалів її виготовлення на технічні характеристики мікросенсора, такі, як частоти робочих і вимірвальних коливань чутливого елемента мікросенсора і його чутливість. На основі змодельованих залежностей резонансних частот від конструктивних параметрів мікросенсора побудовано скінченноелементну модель його конструкції в САПР ANSYS і проведено моделювання її поведінки.

Ключові слова: МЕМС, мікроелектромеханічний гіроскоп, інтегральний мікросенсор кутової швидкості, кутова швидкість, сила Коріоліса, гребінчастий привод, скінченноелементна модель, модальний аналіз.

A Holovaty, B. Artyushenko

MATHEMATICAL MODEL FOR RESEARCH OF TECHNICAL CHARACTERISTICS OF INTEGRATED ANGULAR VELOCITY MICROSENSOR

Summary. In the paper, the mathematical model for research of technical characteristics of the integrated angular velocity microsensor has been proposed. The model of the microsensor is shown as the simplified model "sensing element - damper". By using the proposed mathematical model, the research of influence of construction parameters and fabrication materials of the integrated angular velocity microsensor on its technical characteristics, such as drive and sense oscillations of the sensing element of the microsensor and its sensitivity, is performed. The relationship between the normalized sensitivity of the microsensor S_{dn} and the ratio of (ω_x/ω_y) for different quality Q_y values is simulated and graphically presented. Simulation of the dependency of drive and sense frequencies of the oscillating movement of the sensitive element on the constructive parameters of the spring element, such as its length, width and thickness, for such materials as SiC, Si, SiO₂, Si₃N₄, Ge, SiGe is performed and graphically depicted. It has been researched that the resonant frequency decreases as the length of the spring element increases; resonant frequency increases as the width of the spring element increases; resonant frequency increases as the thickness of the spring element increases; driving mode frequency is more sensitive to the length and width of the spring element and less sensitive to its thickness; the sensing mode frequency is more sensitive to the length and thickness of the spring element and less sensitive to its width. On the base of the performed simulation of the dependency of the resonance frequencies on the constructive parameters of the integrated angular velocity microsensor, the finite element model of its construction in ANSYS is created and the simulation of its behavior is performed. In modal analysis of ANSYS model of the integrated angular velocity sensor, its mode shapes and frequencies are obtained.

The obtained results can be further used for creation of VHDL-AMS, SUGAR models for MEMS computer-aided design subsystem.

Key words: MEMS, microelectromechanical gyroscope, integrated angular velocity microsensor, angular velocity, Coriolis force, comb drive, finite element model, modal analysis.

Умовні позначення:

MEMS (MEMS) – мікроелектромеханічні системи (Micro-Electro-Mechanical Systems);

САПР – система автоматизованого проектування;

m – робоча маса мікросенсора;

k_x, k_y – коефіцієнти жорсткості;

c_x, c_y – коефіцієнти дисипації;

E – модуль Юнга;

I_{b_d} – момент інерції поперечного січення пружного елемента;

x_m – амплітуда робочих коливань чутливого елемента;

y_m – амплітуда вимірювальних коливань чутливого елемента;

f_x – частота робочих коливань чутливого елемента;

f_y – частота вимірювальних коливань чутливого елемента;

F – сила Коріоліса;

Ω – кутова швидкість обертання платформи;

S_d – чутливість мікросенсора.

Вступ. Мініатюризація навігаційних систем потребує створення якісно нових малогабаритних гіроскопічних сенсорів. Пошук нових шляхів створення інерційних сенсорів з необхідними технічними характеристиками і розвиток технологій мікроелектроніки призвели до появи нового класу приладів – інтегральних мікросенсорів кутової швидкості (MEMS - гіроскопів) [1]. Розроблені зразки мікроелектромеханічних гіроскопів характеризуються малими масою і габаритами, низькою собівартістю й енергоспоживанням, високою стійкістю до механічних впливів. Зменшення масогабаритних, вартісних і енергетичних характеристик відкриває нові шляхи використання таких сенсорів у цивільній і військовій областях, де раніше застосування їх було недоцільним через масогабаритні показники або вартість. Серед можливих областей застосування MEMS - гіроскопів у якості сенсорів параметрів руху можна віднести такі: автомобільна промисловість (системи навігації і динамічного контролю безпеки), навігаційне обладнання (безкарданові інерційні навігаційні системи для стабілізації супутникових антен, керування безпілотними літальними апаратами), робототехніка (системи навігації для мобільних роботів), медицина (стабілізація мікроінструментів, діагностична апаратура), побутова електроніка (стабілізація зображень у фото- та відеокамерах, пристрої для віртуальних комп'ютерних ігор тощо) [2].

Важливе значення при виготовленні гетерогенних систем, до яких належать такі мікросенсори, посідають системи автоматизованого проектування мікроелектромеханічних систем, які дозволяють скоротити термін розроблення виробу, зменшити вартість інтегральних пристроїв тощо. На сьогодні процес розроблення САПР мікроелектромеханічних систем потребує нового адекватного математичного забезпечення [3].

Проведений аналіз літературних джерел в області проектування мікроелектромеханічних гіроскопів дозволяє стверджувати, що сучасні MEMS - сенсори кутової швидкості значно поступаються за точністю, чутливістю традиційним. До основних факторів, що впливають на їх технічні характеристики, є конструктивні параметри та матеріали їх виготовлення [4]. Тому розроблення математичних моделей для дослідження впливу параметрів конструкції і матеріалів її виготовлення на технічні характеристики інтегрального мікросенсора кутової швидкості є актуальним завданням сьогодення.

Метою роботи є розроблення математичної моделі для дослідження технічних характеристик інтегрального мікросенсора кутової швидкості, а також моделювання, використовуючи розроблену модель, впливу конструктивних параметрів мікросенсора на його технічні характеристики для таких матеріалів: SiC, Si, SiO₂, Si₃N₄, Ge, SiGe.

Результати досліджень та їх обговорення. MEMS - гіроскопи відносять до вібраційних гіроскопів. Основна відмінність мікромеханічних вібраційних гіроскопів від традиційних полягає в тому, що в конструкціях їх відсутні елементи, які обертаються. Крім того, їх вихідний сигнал носить вібраційний характер. Усі MEMS вібраційні гіроскопи працюють за тим самим фізичним принципом, але мають різний характер власного руху чутливого елемента. Чутливий елемент може здійснювати крутильні (кільцева конструкція) або поступальні коливання (камертонна конструкція) [5].

На рис. 1 зображено спрощену модель вібраційного гіроскопа – чутливий елемент підвішений на двох пружних елементах з двома ступенями вільності.

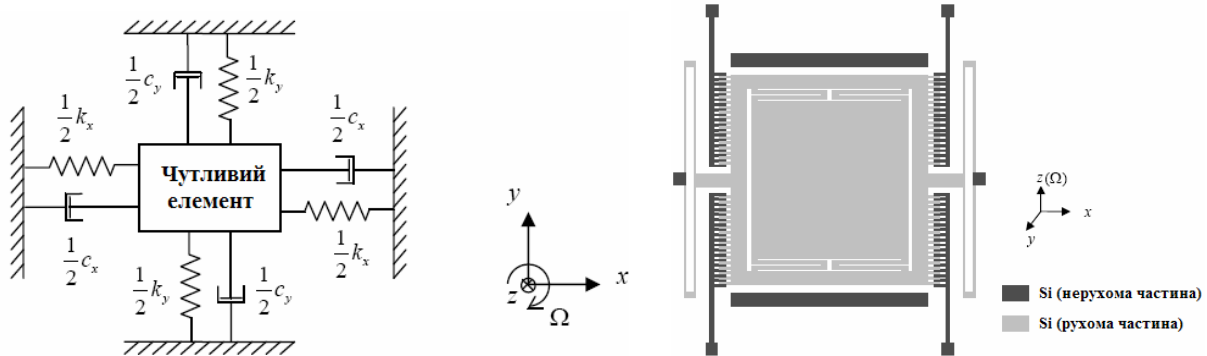


Рисунок 1. Схематичне зображення спрощеної моделі “чутливий елемент – демпфер” (де c_x, c_y – коефіцієнти дисипації, k_x, k_y – коефіцієнти жорсткості пружних елементів у напрямку осей x і y відповідно) і конструкції інтегрального мікросенсора кутової швидкості

Figure 1. Schematic view of the simplified model “sensing element - damper”, (where c_x, c_y – damping coefficients, k_x, k_y – spring constants of the spring elements on x - and y -direction respectively) and construction of the integrated angular velocity microsensor

Принцип роботи такого гіроскопа полягає в наступному [6]. Чутливий елемент приводять у вимушені гармонійні коливання з частотою, близькою до резонансу в напрямі осі x за допомогою зовнішньої сили $F(t) = F_0 \cos \omega_d t$. При обертанні платформи, на якій встановлено гіроскоп, відносно осі чутливості приладу (осі вимірювання z) з кутовою швидкістю Ω виникає Коріолісова сила інерції. Сила інерції Коріоліса ($F_c(t) = 2m\Omega \frac{dx(t)}{dt}$) змінюється з частотою вимушених коливань, а її модуль пропорційний кутовій швидкості вимірювання Ω . Коріолісова сила інерції викликає поступальні коливання чутливого елемента в напрямі осі y . Амплітуда цих коливань є пропорційною величині кутової швидкості обертання платформи Ω , а їх фаза – в напрямі обертання платформи. Рух чутливого елемента може бути описаний наступною системою диференціальних рівнянь:

$$m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + c_x \frac{dx(t)}{dt} + k_x x(t) = F_0 \cos \omega_d t, \quad (1)$$

$$m \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + c_y \frac{dy(t)}{dt} + k_y y(t) = 2m\Omega \frac{dx(t)}{dt}, \quad (2)$$

де m – робоча маса мікросенсора;

c_x, c_y – коефіцієнти дисипації;

k_x, k_y – коефіцієнти жорсткості пружних елементів у напрямку осей x і y відповідно;

$x(t)$ і $y(t)$ – переміщення чутливого елемента в напрямку x та y відповідно.

Розв’язавши наведену вище систему диференціальних рівнянь (1, 2), отримаємо коливальний рух у напрямку x і y :

$$x(t) = \frac{F_0}{c_x \omega_x} \sin \omega_x t, \quad (3)$$

$$y(t) = \frac{2F_0\Omega}{c_x} \cdot \frac{1}{\sqrt{(\omega_y^2 - \omega_x^2)^2 + (c_y \omega_x / m)^2}} \cdot \sin(\omega_x t + \theta), \quad (4)$$

де $\theta = \arctan \frac{\omega_y^2 - \omega_x^2}{c_y \omega_x / m}$; ω_x і ω_y – резонансні частоти по напрямках x і y відповідно. Взявши

x_m і y_m амплітуди коливань у резонансі по x і y напрямках та добротність по x і y

напрямах $Q_x = \frac{m\omega_x}{c_x}$, $Q_y = \frac{m\omega_y}{c_y}$, отримаємо

$$x_m = \frac{F_0 Q_x}{k_x} \quad (5)$$

$$y_m = \frac{2x_m \Omega}{\omega_x} \cdot \frac{\omega_x / \omega_y}{\sqrt{[1 - (\omega_x / \omega_y)^2]^2 + \frac{1}{Q_y^2} (\omega_x / \omega_y)^2}}, \quad (6)$$

$$\theta = \arctan \frac{1 - (\omega_x / \omega_y)^2}{\frac{1}{Q_y} \cdot (\omega_x / \omega_y)} \quad (7)$$

Якщо резонансні частоти в напрямках осей x і y співпадають, що означає $\theta = 0$, тоді чутливий елемент коливається прямолінійно під кутом до осі x (див. рис.2).

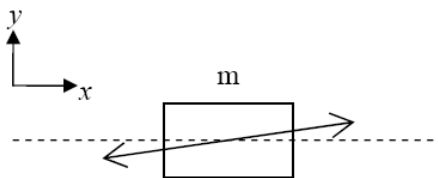


Рисунок 2. Схематичне зображення коливального руху чутливого елемента при $\theta = 0$

Figure 2. Schematic view of the oscillating movement of the sensing element when $\theta = 0$

Чутливість до вимірювальних переміщень чутливого елемента

$$S_d = \frac{dy_m}{d\Omega} = \frac{2x_m}{\omega_x} \cdot \frac{\omega_x / \omega_y}{\sqrt{[1 - (\omega_x / \omega_y)^2]^2 + \frac{1}{Q_y^2} (\omega_x / \omega_y)^2}} \quad (8)$$

Нормована чутливість до вимірювальних переміщень чутливого елемента

$$S_{dn} = \frac{\omega_y}{2x_m} \cdot S_d = \frac{\omega_x / \omega_y}{\sqrt{[1 - (\omega_x / \omega_y)^2]^2 + \frac{1}{Q_y^2} (\omega_x / \omega_y)^2}} \quad (9)$$

На рис. 3 зображено взаємозв'язок між нормованою чутливістю S_{dn} і (ω_x/ω_y) для різних значень коефіцієнта добротності Q_y .

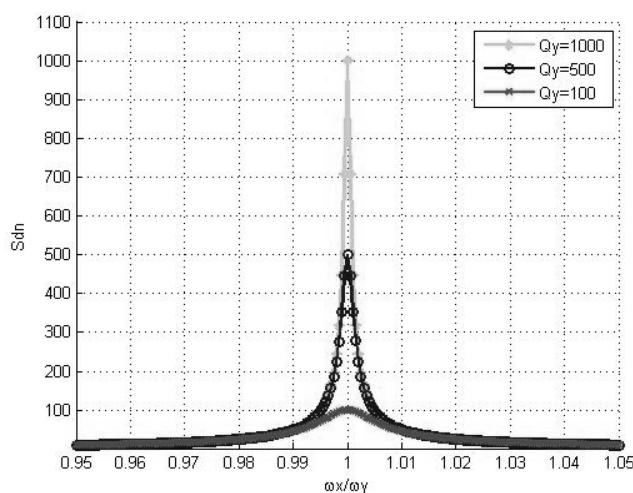


Рисунок 3. Залежність нормованої чутливості переміщень мікросенсора S_{dn} від (ω_x/ω_y) для різних значень коефіцієнта добротності Q_y

Figure 3. Dependence of the normalized displacement sensitivity on the microsensor S_{dn} on (ω_x/ω_y) for different quality Q_y values

З рівняння (4) чутливість переміщень у режимі вимірювання визначається з резонансних частот ω_x , ω_y і коефіцієнтів дисипації c_x , c_y . Тому для дослідження технічних характеристик гіроскопа необхідно провести аналіз цих параметрів.

У даній конструкції підвіс з чутливим елементом і пружні елементи, що з'єднують чутливий елемент з підвісом, а підвіс з анкерами, можна розглядати як модель “чутливий елемент – демпфер”. Чотири вигнутих пружних елементи можна розглядати як чотири пружини, з'єднані паралельно.

Коефіцієнт жорсткості k_{b_d} однієї секції пружного елемента для робочих коливань обчислюють за формулою [5]

$$k_{b_d} = \frac{12EI_{b_d}}{L_{b_d}^3},$$

де I_{b_d} – момент інерції пружного елемента для робочих коливань

$$I_{b_d} = \frac{1}{12} t_{b_d} W_{b_d}^3$$

Дві секції вигнутого пружного елемента з'єднані послідовно, звідси коефіцієнт жорсткості одного вигнутого пружного елемента обчислюємо за формулою

$$k_{fold_d} = \frac{1}{2} k_{b_d} = \frac{6EI_{b_d}}{L_{b_d}^3}$$

Чотири вигнутих пружних елементи з'єднані паралельно і мають однаковий розмір. Тому коефіцієнт жорсткості системи для робочих коливань обчислюємо за формулою

$$k_x = 4k_{fold_d} = \frac{24EI_{b_d}}{L_{b_d}^3} = \frac{2Et_{b_d}W_{b_d}^3}{L_{b_d}^3} \quad (10)$$

Сумарний коефіцієнт жорсткості для вимірювальних коливань визначаються таким самим шляхом, лише $t_{b_d}W_{b_d}^3$ змінюється в чисельнику на $W_{b_s}t_{b_s}^3$, тому що пружні елементи вигинаються в напрямку товщини.

$$k_y = \frac{2EW_{b_s}t_{b_s}^3}{L_{b_s}^3} \quad (11)$$

Резонансна частота коливальної системи може бути визначена через коефіцієнти жорсткості й робочу масу мікросенсора. Відповідно до визначення резонансної частоти для моделі “чутливий елемент – демпфер” отримаємо

$$f_x = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_x}{M_d}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2Et_{b_d}W_{b_d}^3}{M_d L_{b_d}^3}} \quad (12)$$

$$f_y = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_y}{M_s}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2EW_{b_s}t_{b_s}^3}{M_s L_{b_s}^3}}, \quad (13)$$

де M_d – робоча маса (включає підвіс, пружні елементи, чутливий елемент); M_s – маса чутливого елемента.

Аналіз формул (12) – (13) вказує на те, що резонансна частота зменшується, коли довжина пружного елемента зростає; резонансна частота зростає, коли ширина пружного елемента зростає; резонансна частота зростає, коли товщина пружного елемента зростає; частота робочих коливань чутливіша до довжини і ширини пружного елемента і менш чутлива до ширини пружного елемента. На рис. 4 – 9 показано залежність між резонансними частотами в x/y напрямках і розмірами пружного елемента для таких матеріалів їх виготовлення, як SiC, Si, SiO₂, Si₃N₄, Ge, SiGe.

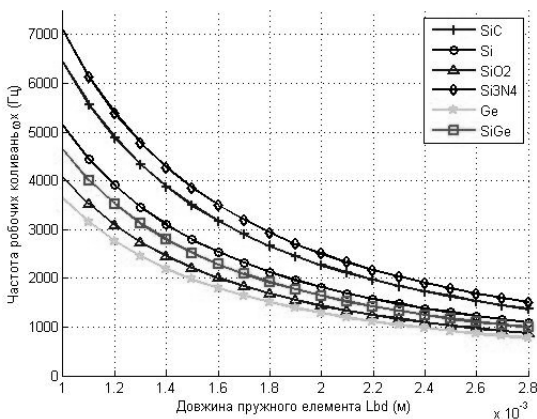


Рисунок 4. Залежність частоти робочих коливань від довжини пружного елемента

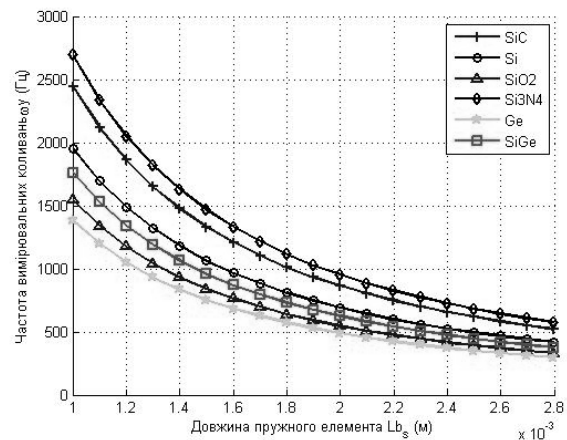


Рисунок 7. Залежність частоти вимірювальних коливань від довжини пружного елемента

of the spring element

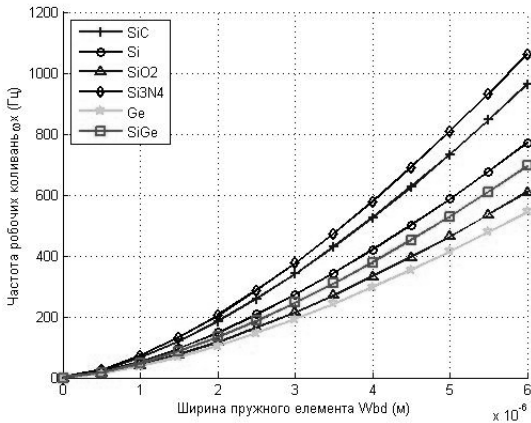


Рисунок 5. Залежність частоти робочих коливань від ширини пружного елемента

Figure 5. Dependence of the drive frequency on the width of the spring element

the spring element

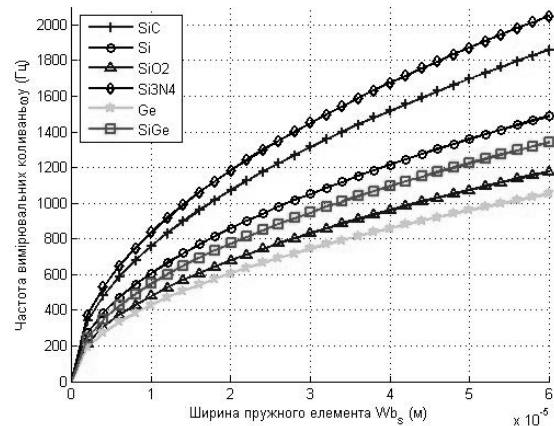


Рисунок 8. Залежність частоти виміррювальних коливань від ширини пружного елемента

Figure 8. Dependence of the sense frequency on the width of the spring element

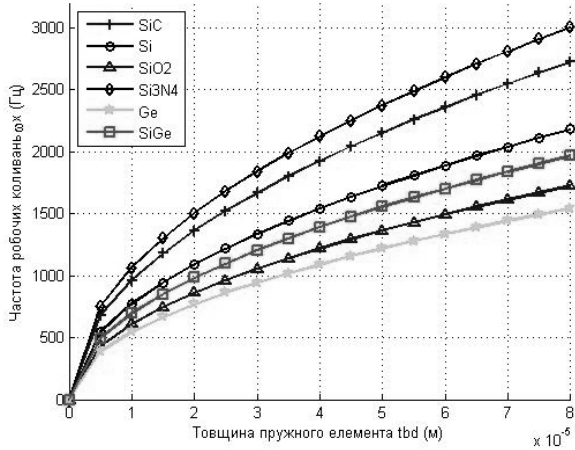


Рисунок 6. Залежність частоти робочих коливань від товщини пружного елемента

Figure 6. Dependence of the drive frequency on the thickness of the spring element

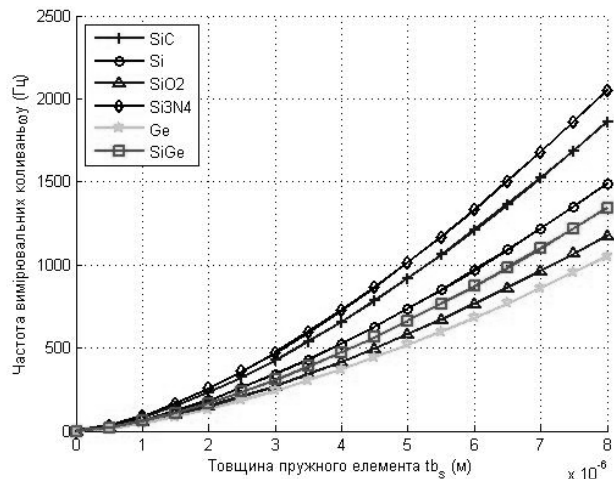


Рисунок 9. Залежність частоти виміррювальних коливань від товщини пружного елемента

Figure 9. Dependence of the sense frequency on the thickness of the spring element

Для реєстрації переміщень чутливого елемента в напрямку осі z MEMS - гіроскоп використовує диференційну конденсаторну пару (див. рис. 10).

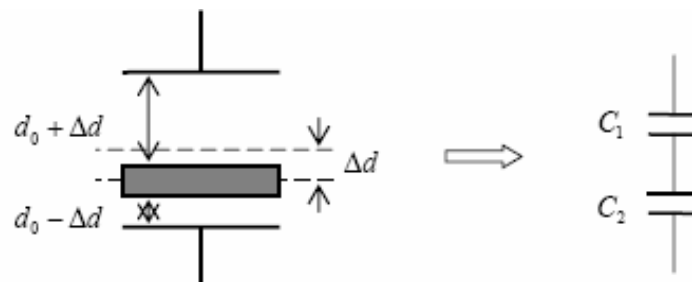


Рисунок 10. Диференційна конденсаторна пара мікросенсора кутової швидкості

Figure 10. Differential capacitance pair in the angular velocity microsensor

За відсутності робочої напруги змінного струму або кутової швидкості статична вимірювальна ємність MEMS - гіроскопа обчислюють за формулою

$$C_0 = \frac{\varepsilon S}{d_0},$$

де ε – діелектрична стала для повітря; S – площа електрода; d_0 – відстань між чутливим елементом і електродом для статичної ємності. Нехай сила Коріоліса змушує чутливий елемент опускатися на відстань Δd (див. рис. 10). Враховуючи, що прогин $\Delta d \ll d$, то верхній і нижній конденсатори змінюють ємність на

$$C_1 = \frac{\varepsilon S}{d_0 + \Delta d} = \frac{\varepsilon S}{d_0(1 + \Delta d / d_0)} \approx \frac{\varepsilon S}{d_0} \left(1 - \frac{\Delta d}{d_0}\right),$$

$$C_2 = \frac{\varepsilon S}{d_0 - \Delta d} = \frac{\varepsilon S}{d_0(1 - \Delta d / d_0)} \approx \frac{\varepsilon S}{d_0} \left(1 + \frac{\Delta d}{d_0}\right)$$

Зміну ємності диференційного конденсатора обчислюють за формулою

$$\Delta C = C_2 - C_1 = \frac{2\varepsilon S}{d_0} \cdot \left(\frac{\Delta d}{d_0}\right) = 2C_0 \left(\frac{\Delta d}{d_0}\right) \quad (14)$$

З формул (8) і (14) ємнісну чутливість мікросенсора кутової швидкості можна обчислити за формулою

$$S_c = \frac{dC}{d\Omega} = \frac{4C_0 x_m}{d_0 \omega_y} \cdot \frac{\omega_x / \omega_y}{\sqrt{\left[1 - (\omega_x / \omega_y)^2\right]^2 + \frac{1}{Q_y^2} (\omega_x / \omega_y)^2}} \quad (15)$$

На основі проведеного моделювання залежності резонансних частот від конструктивних параметрів пружних елементів було побудовано скінченноелементну модель конструкції мікросенсора (див. табл. 1) в САПР ANSYS [7] і проведено моделювання її поведінки (див. рис. 11 – 16).

Таблиця 1.
Конструктивні параметри моделі мікросенсора кутової швидкості,
використані для моделювання в ANSYS

| <i>Конструктивний параметр</i> | <i>Значення</i> |
|---|-------------------|
| Розміри чутливого елемента | 400 мкм × 400 мкм |
| Товщина конструкції | 2 мкм |
| Довжина внутрішнього пружного елемента | 400 мкм |
| Ширина внутрішнього пружного елемента | 10 мкм |
| Зазор між внутрішнім пружним елементом і чутливим елементом | 10 мкм |
| Зазор між внутрішнім пружним елементом і підвісом | 20 мкм |
| Ширина підвісу | 600 мкм |
| Висота підвісу | 600 мкм |
| Товщина підвісу | 50 мкм |
| Довжина зовнішнього пружного елемента | 30 мкм |
| Висота зовнішнього пружного елемента | 200 мкм |
| Товщина зовнішнього пружного елемента | 5 мкм |
| Розміри анкера | 30 мкм × 30 мкм |

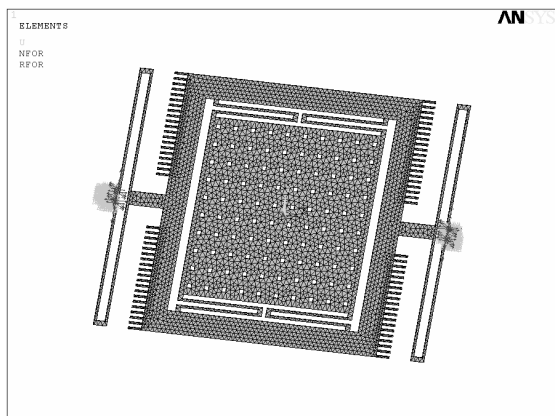


Рисунок 11. Скінченноелементна модель мікросенсора кутової швидкості, побудована в ANSYS

Figure 11. Finite element model of the angular velocity microsensor designed in ANSYS

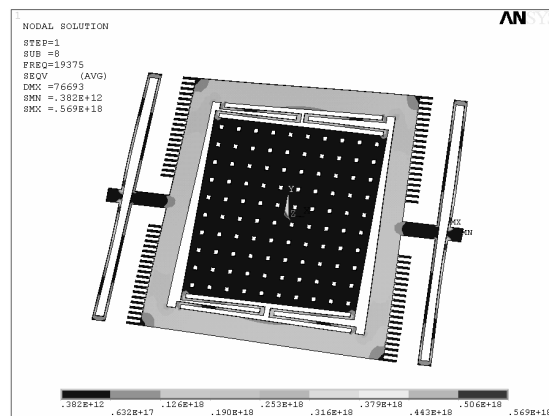


Рисунок 14. Коливання чутливого елемента при частоті 19375 Гц, змодельовані в ANSYS

Figure 14. Oscillations of the sensing element at the frequency of 19375 Hz simulated in ANSYS

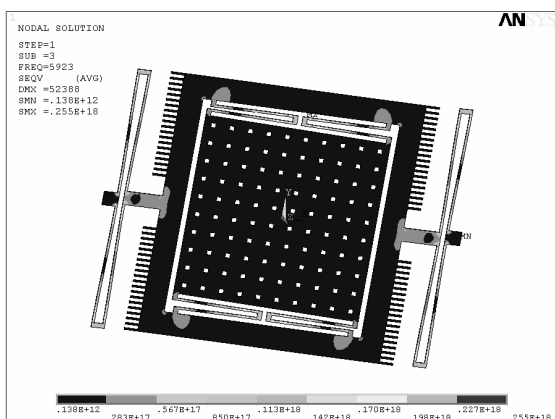


Рисунок 12. Коливання пружного підвісу при частоті 5923 Гц, змодельовані в ANSYS

Figure 12. Oscillations of the spring suspension at the frequency of 5923 Hz simulated in ANSYS

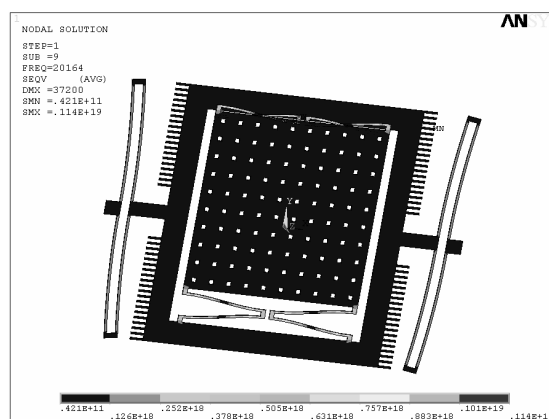


Рисунок 15. Коливання чутливого елемента при частоті 20164 Гц, змодельовані в ANSYS

Figure 15. Oscillations of the sensing element at the frequency of 20164 Hz simulated in ANSYS

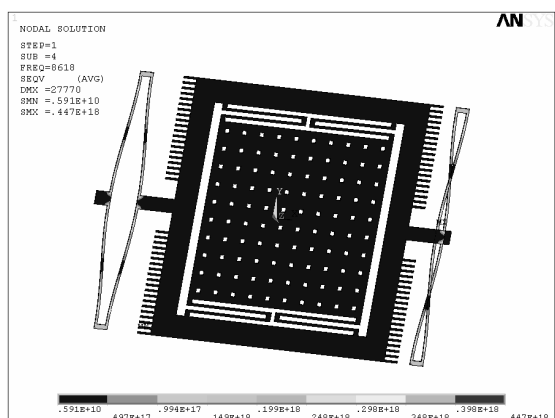


Рисунок 13. Коливання пружного підвісу при частоті 8618 Гц, змодельовані в ANSYS

Figure 13. Oscillations of the spring suspension at the frequency of 8618 Hz simulated in ANSYS

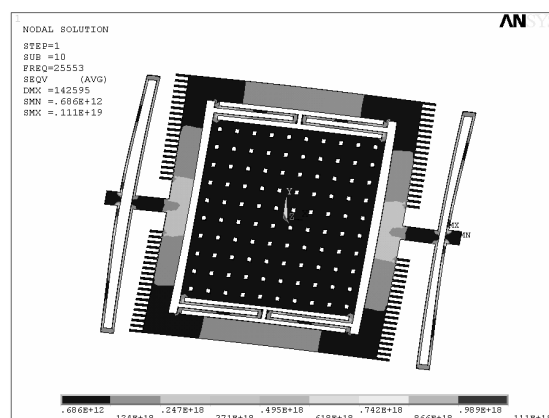


Рисунок 16. Коливання пружного підвісу при частоті 25553 Гц, змодельовані в ANSYS

Figure 16. Oscillations of the spring suspension at the frequency of 25553 Hz simulated in ANSYS

Висновки. Розроблено математичну модель і проведено моделювання впливу параметрів конструкції та матеріалів її виготовлення на технічні характеристики інтегрального мікросенсора кутової швидкості, такі, як частоти робочих і вимірювальних коливань чутливого елемента мікросенсора і його чутливість. На основі отриманих результатів моделювання залежності резонансних частот від конструктивних параметрів мікросенсора побудовано скінченноелементну модель його конструкції в САПР ANSYS і проведено моделювання її поведінки. Отримані результати можуть бути використані для побудови комп'ютерних VHDL-AMS, SUGAR моделей для підсистеми автоматизованого проектування мікроелектромеханічних систем.

Conclusions. The mathematical model for research of technical characteristics of integrated angular velocity microsensor is developed. Simulation of influence of construction parameters and fabrication materials of the microsensor on its technical characteristics, such as drive and sense oscillations of the sensing element of the microsensor and its sensitivity, is performed. On the base of the performed simulation of the dependence of resonance frequencies on the constructive parameters of the microsensor, the finite element model of its construction in ANSYS is created and the simulation of its behavior is performed. The obtained results can be used for creation of VHDL-AMS, SUGAR models for MEMS computer-aided design subsystem.

Список використаної літератури

1. Yazdi, N. Micromachined Inertial Sensors / N. Yazdi, F. Ayazi and K. Najafi. – *Proc IEEE*, Aug. 1998, Vol. 86, No. 8.
2. Huikai, Xie. Gyroscope and Micromirror Design Using Vertical-Axis CMOS-MEMS Actuation and Sensing. Part : MEMS Gyroscope Theory, Modeling, Design and Simulation // Ph.D. dissertation. / Xie Huikai – Carnegie Mellon University, 2002.
3. Bao, M., Analysis and Design Principles of MEMS Devices / M. Bao, *Elsevier Inc.*, San Diego, CA, USA, 2005.
4. Huikai, Xie. Fabrication, Characterization and Analysis of a DRIE CMOS-MEMS Gyroscope / Xie Huikai and Gary K. Fedder // *IEEE Sensors Journal*. – vol. 3, no. 5, October 2003.
5. Huikai Xie. Integrated Microelectromechanical Gyroscopes / Xie Huikai and Gary K. Fedder // *Journal of Aerospace Engineering*, April 2003.
6. Haifeng Dong. Design and Analysis of a MEMS Comb Vibratory Gyroscope / Haifeng Dong, Xingguo Xiong. – Department of Electrical and Computer Engineering. University of Bridgeport. UB – NE ASEE 2009 Conference.
7. Програмне забезпечення ANSYS [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.ansys.com>.

Отримано 02.11.2012