

Сяський А. Кусково-однорідна ортотропна пластинка з коловим розрізом, береги якого частково контактують при згині / Сяський А., Музичук К. // Вісник ТНТУ. — 2012. — Том 67. — № 3. — С.17-25. — (механіка та матеріалознавство).

УДК 531.3

А. Сяський, докт. техн. наук; К. Музичук

Рівненський державний гуманітарний університет

КУСКОВО-ОДНОРІДНА ОРТОТРОПНА ПЛАСТИНКА З КОЛОВИМ РОЗРІЗОМ, БЕРЕГИ ЯКОГО ЧАСТКОВО КОНТАКТУЮТЬ ПРИ ЗГІНІ

Резюме. Розглянуто задачу згину нескінченної кусково-однорідної ортотропної пластинки з коловим розрізом на лінії розділу матеріалів за умови часткового контактування його берегів. Математичну модель для цієї задачі побудовано у вигляді системи сингулярних інтегрально-диференціальних рівнянь з логарифмічними ядрами. Дослідження впливу ортотропії матеріалу пластинки на розподіл компонент напруженого стану на контурі колового отвору в пластинці і диску здійснено числовими методами механічних квадратур і колокації.

Ключові слова: нескінченна ортотропна пластинка, інтегрально-диференціальні рівняння, зона спаю, гладкий контакт, циліндричний згин, напружений стан.

A. Syasky, K. Muzychuk

PIECEWISE HOMOGENEOUS ORTHOTROPIC PLATE WITH CIRCULAR CUT THE EDGES OF WHICH ARE PARTLY CONTACTING WHEN BENDING

Summary. Solution of the mixed contact problem for the infinite orthotropic plate with the circular hole and the circular elastic isotropic disk which are soldered together in the part of common contour, and in the remaining contour the through cut is available between them, is introduced. Under uniformly distributed bending moments at infinity in the directions of coordinate axes and concentrated bending moments applied in the disk center, the edges of the cut contact partly on the line in the top face of the plate. Frictional forces are considered not to be available on the contact zone. The solving of the problem includes the determination of the stress state components on the contour hole of the plate, the size and the position of the contact zone.

The stress state of the composite plate under of this load is presented as the superposition of the generalized two-dimensional stress state and the bending strain according to the technical theory of the bending plate.

According to the statement of the problem boundary conditions in the contact zone are formulated as equality of the normal displacements of contour points on the top face of the plate and the disk. In the zone of soldered joint the perfect mechanical contact is available that is why the boundary conditions of the problem are written as equality of contact forces and contact moments and also as equality of the displacement vector components and rotation angle of normal line to the mean plane of the plate and the disk.

The expressions for determination of the strain state components of the plate and the disk are presented from the contact stresses on the line of delimiting materials as integral relations with logarithmic kernels and the relations of the hoop stresses, moments and the rotational moments. Their substitution into the boundary conditions results in the system of singular integral-differential equations for finding functions, from which the contact stresses and moments are expressed. This system is enforced by power and moment conditions of equilibrium of the disk and the single-valuedness condition of flexure plate, which being combined determine the mathematical model of the problem, the exact solution of which can not be found. For its approximate solution the structure for finding functions about the ends of the contact zone and the zone of soldered joint was found. At the ends of the zone of soldered joint the contact stresses and moments are of the root feature. The finding functions are similar. In the contact zone solution of the system is chosen in the class of functions limited at its ends. The approximate solution of the problem was built by the method of mechanical quadrature and collocation.

For an infinite orthotropic plate with circular cut, the edges of which partly contact under the unilateral bending at infinity, the influence of material orthotropy of the plate and the size of the zone of soldered joint on the distribution of the force and moment stresses on the line of delimiting materials of the plate and the disk was investigated. The research was conducted for five different orthotropic materials. The results of numerical calculation of the stress state components are illustrated on the graphs. The size and the position of the contact zone are determined by the method of dichotomy. The results of its calculation for different materials are presented in the table.

Key words: *infinite orthotropic plate, integral-differential equations, zone of soldered joint, smooth contact, cylindrical bending, stress state.*

Вступ. Кусково-однорідні пластинки як елементи машин та споруд широко використовуються в машинобудуванні і будівництві. Із конструктивних чи технологічних міркувань вони можуть містити кругові включення з іншого матеріалу. Інтенсивна експлуатація таких конструкцій може призвести до появи тріщин (розрізів) на межі поділу матеріалів, які є причиною їх пластичної деформації та втомного руйнування. Наявність таких дефектів не може забезпечити повноцінної функціональності та міцності конструкції. За дії згинального навантаження береги розрізів будуть контактувати, що призведе до перерозподілу напружень в околі дефекту.

В науковій літературі зустрічається мало праць, що стосуються дослідження напруженого стану анізотропних пластин з тріщинами (розрізами), береги яких контактують частково або по всій довжині. Зокрема, робота [1] присвячена розв'язанню контактної задачі для кусково-однорідної ортотропної пластинки із впаяним еліптичним диском, яка перебуває в умовах однорідного узагальненого плоского напруженого стану на нескінченності, за наявності на лінії розмежування матеріалів зон спаю, гладкого контакту і відставання.

У роботі [2] для задачі циліндричного згину ортотропної пластинки з частково підсиленим еліптичним отвором встановлено формули для визначення компонентів кута повороту нормалі до середньої площини в контурних точках цієї пластинки. Її числова реалізація здійснена числовими методами механічних квадратур і колокації.

Дослідження концентрації напружень у пружній ізотропній пластинці з коловим розрізом, береги якого контактують по всій довжині, під дією рівномірно розподілених згинальних моментів на нескінченності або зосереджених згинальних моментів, що діють на серединному перпендикулярі тріщини, здійснено в [3, 4]. Для кусково-однорідних ізотропних чи ортотропних пластин із впаяним круглим пружним диском з іншого матеріалу такі задачі не розглядалися.

Запропоновано метод розв'язання мішаної контактної задачі для нескінченної ортотропної пластинки з круговим отвором і пружного диска за наявності на лінії їх спаю наскрізного розрізу, береги якого частково контактують за дії згинального навантаження.

Постановка задачі. Граничні умови. Розглянемо нескінченну ортотропну пластинку товщиною $2h$ з круговим отвором одиничного радіуса, в який вставлено пружний круглий ізотропний диск такого ж радіуса і товщини. На ділянці $[\pi + \alpha_1; \pi + \beta_1]$ контуру γ диск спаяно з пластинкою, а на решті контуру отвору між ними наявний наскрізний розріз.

Кусково-однорідна пластинка віднесена до декартової $Oxyz$ та полярної (r, λ) системи координат з полюсом в центрі отвору (рис. 1). Осі Ox , Oy розміщені в її середній площині. Вісь Oz спрямована вниз перпендикулярно до середньої площини пластинки. Припускаємо, що головні напрямки ортотропії матеріалу пластинки співпадають з напрямками координатних осей.

На нескінченності пластинка згинається рівномірно розподіленими згинальними моментами M_1 , M_2 , які діють у напрямках координатних осей. У центрі диска прикладено пару сил з моментом (M_y, M_x) . Унаслідок дії такого навантаження береги розрізу частково контактуватимуть на ділянці $[\alpha_0; \beta_0]$, а складена пластинка одночасно перебуває в умовах узагальненого плоского напруженого стану та згину. Тут α_0 , β_0 , $\pi + \alpha_1$, $\pi + \beta_1$ – полярні кути кінців зон контакту і спаю. Вважаємо, що сили тертя в зоні контакту відсутні.

Розв’язок задачі полягає у розрахунку напруженого стану на контурі розділення матеріалів пластинки та диска та визначенні величини і положення зони контакту.

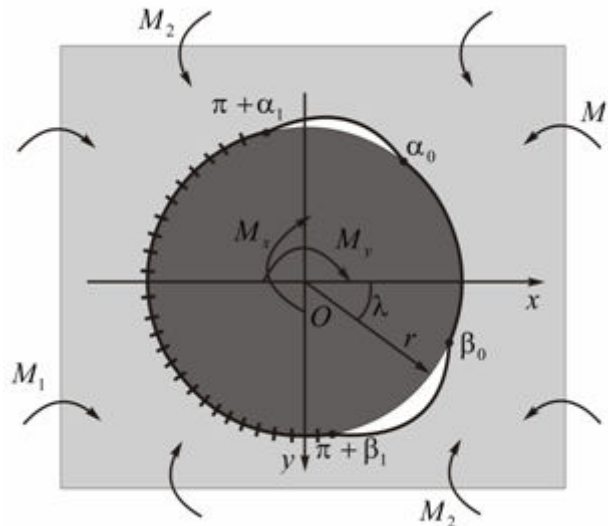


Рисунок 1. Розрахункова схема задачі
Figure 1. Analytical model of the problem

Враховуючи, що гладкий контакт берегів розрізу відбувається вздовж лінії на верхній лицьовій поверхні пластинки, граничні умови задачі на ділянці $[\alpha_0; \beta_0]$ вибираємо у вигляді рівності нормальних зміщень контурних точок пластинки і диска [3]. Згідно з постановкою задачі їх можна записати так:

$$\begin{aligned}
 U + h \frac{\partial w}{\partial x} + tg(\lambda) \left(V + h \frac{\partial w}{\partial y} \right) &= U_1 + h \frac{\partial w_1}{\partial x} + tg(\lambda) \left(V_1 + h \frac{\partial w_1}{\partial y} \right); \\
 f_1'(\lambda) + tg(\lambda) f_2'(\lambda) &= 0; \quad g_1'(\lambda) + tg(\lambda) g_2'(\lambda) = 0; \\
 hf_2'(\lambda) + g_2'(\lambda) - tg(\lambda)(hf_1'(\lambda) + g_1'(\lambda)) &= 0, \quad \lambda \in [\alpha_0; \beta_0].
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

Тут $f_1' + if_2' = ih(T_\rho + iS_{\rho\lambda})e^{i\lambda}$; $g_1' + ig_2' = i(M_\rho + iP)e^{i\lambda}$; T_ρ , $S_{\rho\lambda}$ – нормальні та дотичні контактні зусилля; M_ρ , P – нормальні та узагальнені дотичні згинальні моменти; U , V – компоненти вектора зміщення точок контуру Γ , які належать середній площині

пластинки; $\frac{\partial w}{\partial x}$, $\frac{\partial w}{\partial y}$ – кути повороту нормалі до середньої площини пластинки в цих точках; w – прогин пластинки. Відповідні величини для диска відзначені індексом “1”.

На ділянці спаю $[\pi + \alpha_1; \pi + \beta_1]$ має місце ідеальний механічний контакт, тому граничні умови задачі вибираємо у вигляді рівності компонент вектора зміщення контурних точок та кутів повороту нормалі до середньої площини пластинки і диска [1]

$$U = U_1; V = V_1; \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial w_1}{\partial x}; \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial w_1}{\partial y}, \lambda \in [\pi + \alpha_1; \pi + \beta_1]. \quad (2)$$

Інтегральні рівняння задачі. Вирази для компонентів вектора зміщення контурних точок пластинки (U, V) та пружного диска (U_1, V_1) при заданому навантаженні запишемо у вигляді [1]

$$U = \frac{1}{2E_x h} \left[(\beta_1 \beta_2 - \nu_x) f_1(\lambda) + \frac{\beta_1 + \beta_2}{\pi} \oint_{\gamma} f_2'(t) \ln \sin \frac{\lambda - t}{2} dt + C_1 \right];$$

$$V = \frac{1}{2E_x h} \left[(\beta_1 \beta_2 - \nu_x) f_2(\lambda) - \frac{\beta_1 \beta_2 (\beta_1 + \beta_2)}{\pi} \oint_{\gamma} f_1'(t) \ln \sin \frac{\lambda - t}{2} dt + C_2 \right]; \quad (3)$$

$$U_1 = \frac{1}{2E_1 h} \left[(1 - \nu_1) f_1(\lambda) - \frac{2}{\pi} \oint_{\gamma} f_2'(t) \ln \sin \frac{\lambda - t}{2} dt - \frac{\cos \lambda}{\pi} \oint_{\gamma} (f_2'(t) \cos t - f_1'(t) \sin t) dt + \tilde{C}_1 \right];$$

$$V_1 = \frac{1}{2E_1 h} \left[(1 - \nu_1) f_2(\lambda) + \frac{2}{\pi} \oint_{\gamma} f_1'(t) \ln \sin \frac{\lambda - t}{2} dt - \frac{\sin \lambda}{\pi} \oint_{\gamma} (f_2'(t) \cos t - f_1'(t) \sin t) dt + \tilde{C}_2 \right],$$

$$\lambda \in \gamma,$$

де β_1, β_2 – корені характеристичного рівняння [5]; E_x, ν_x – модуль Юнга і коефіцієнт Пуассона матеріалу пластинки в напрямку осі Ox ; $C_1, C_2, \tilde{C}_1, \tilde{C}_2$ – довільні сталі.

Величини $\frac{\partial w}{\partial x}, \frac{\partial w}{\partial y}$ на контурі γ для пластинки і $\frac{\partial w_1}{\partial x}, \frac{\partial w_1}{\partial y}$ для диска визначаємо за формулами [2, 6]

$$\frac{\partial w}{\partial x} = \frac{k}{\tilde{\Delta}} \left[(\beta_1 \beta_2 + \nu_x) g_1(\lambda) - \frac{\beta_1 + \beta_2}{\pi} \oint_{\gamma} g_2'(t) \ln \sin \frac{\lambda - t}{2} dt - \frac{(\beta_1 + \beta_2) M_1}{\tilde{\Delta}_1} (\tilde{\Delta} + \tilde{\Delta}_1) \cos \lambda - \right.$$

$$\left. - \frac{L_1 M_2}{\tilde{\Delta}_1} \tilde{\Delta}_2 \cos \lambda + \frac{\beta_1 \beta_2 + \nu_x}{2\pi} M_x \lambda - \tilde{C} (\beta_1 + \beta_2 + (\beta_1 \beta_2 + \nu_x)) \sin \lambda + C_3 \right];$$

$$\frac{\partial w}{\partial y} = \frac{k}{\tilde{\Delta}} \left[(\beta_1 \beta_2 + \nu_x) g_2(\lambda) + \frac{L_1}{\pi} \oint_{\gamma} g_1'(t) \ln \sin \frac{\lambda - t}{2} dt - \frac{L_1 M_1}{\tilde{\Delta}_1} \tilde{\Delta}_2 \sin \lambda - \right.$$

$$\left. - \frac{L_1 M_2}{\tilde{\Delta}_1} (\beta_1 \beta_2 \tilde{\Delta} + \tilde{\Delta}_1) \sin \lambda + \frac{\beta_1 \beta_2 + \nu_x}{2\pi} M_y \lambda + \tilde{C} (\beta_1 \beta_2 (\beta_1 + \beta_2) + (\beta_1 \beta_2 + \nu_x)) \cos \lambda + C_4 \right];$$

$$\frac{\partial w_1}{\partial x} = \frac{k_1}{3+\nu_1} \left[(1+\nu_1)g_1(\lambda) + \frac{2}{\pi} \oint_{\gamma} g_2'(t) \ln \sin \frac{\lambda-t}{2} dt + \sin \lambda \frac{1-\nu_1}{2\pi} \oint_{\gamma} (g_1'(t) \cos t + g_2'(t) \sin t) dt + \right. \\ \left. + \frac{1+\nu_1}{2\pi} M_x \lambda - \frac{1-\nu_1}{2\pi} (M_x \sin 2\lambda - M_y \cos 2\lambda) + \tilde{C}_3 \right]; \quad (4)$$

$$\frac{\partial w_1}{\partial y} = \frac{k_1}{3+\nu_1} \left[(1+\nu_1)g_2(\lambda) - \frac{2}{\pi} \oint_{\gamma} g_1'(t) \ln \sin \frac{\lambda-t}{2} dt + \sin \lambda \frac{\chi_1}{\pi} \oint_{\gamma} (g_1'(t) \sin t - g_2'(t) \cos t) dt - \right. \\ \left. - \cos \lambda \frac{1-\nu_1}{2\pi} \oint_{\gamma} (g_1'(t) \cos t + g_2'(t) \sin t) dt + \frac{1+\nu_1}{2\pi} M_y \lambda + \frac{1-\nu_1}{2\pi} (M_x \cos 2\lambda + M_y \sin 2\lambda) + \tilde{C}_4 \right]. \\ \lambda \in \gamma.$$

$$\text{Тут } k = \frac{\beta_1^2 \beta_2^2}{D}; \quad D = \frac{2E_x h^3}{3(1-\nu_x \nu_y)}; \quad k_1 = \frac{1}{D_1(1-\nu_1)}; \quad D_1 = \frac{2E_1 h^3}{3(1-\nu_1^2)}; \quad \chi_1 = \frac{1-\nu_1}{1+\nu_1};$$

$$L_1 = \beta_1 \beta_2 (\beta_1 + \beta_2); \quad \tilde{\Delta}_2 = (\beta_1^2 - \nu_x)(\beta_2^2 - \nu_x); \quad \tilde{\Delta} = \beta_1 \beta_2 (\beta_1 + \beta_2)^2 - (\beta_1 \beta_2 + \nu_x)^2; \\ \tilde{\Delta}_1 = (\beta_1 + \beta_2)(\beta_1 \beta_2 - \nu_x)(\beta_1 \beta_2 + \nu_x); \quad C_3, C_4, \tilde{C}_3, \tilde{C}_4, \tilde{C} - \text{довільні сталі.}$$

Підставивши (3), (4) у граничні умови (1), (2), отримаємо систему восьми сингулярних інтегрально-диференціальних рівнянь з логарифмічними ядрами для визначення функцій f'_j , g'_j ($j=1,2$) на ділянках спаю і контакту.

Цю систему необхідно доповнити силовими і моментними умовами рівноваги диска та умовою однозначності прогину пластинки [1, 2]

$$\oint_{\gamma} f_1'(t) dt = 0; \quad \oint_{\gamma} f_2'(t) dt = 0; \quad \oint_{\gamma} g_1'(t) dt = 0; \quad \oint_{\gamma} g_2'(t) dt = 0; \quad (5)$$

$$\frac{b_2 - b_1}{2\pi} \oint_{\gamma} g_1'(t) \cos t dt + \frac{b_1 + b_2}{2\pi} \oint_{\gamma} g_2'(t) \sin t dt = b_2 \tilde{C}, \quad (6)$$

де $b_1 = (\beta_1 + \beta_2)(1 - \beta_1 \beta_2)$; $b_2 = (\beta_1 + \beta_2)(1 + \beta_1 \beta_2) + 2(\beta_1 \beta_2 + \nu_x)$.

$$\text{Рівності (5) служать для визначення сталих } \bar{C}_1 = C_1 - \frac{E_x}{E_1} \tilde{C}_1; \quad \bar{C}_2 = C_2 - \frac{E_x}{E_1} \tilde{C}_2;$$

$$\bar{C}_3 = 2E_x h \frac{k}{\tilde{\Delta}} C_3 - 2E_x h \frac{k_1}{3+\nu_1} \tilde{C}_3; \quad \bar{C}_4 = 2E_x h \frac{k}{\tilde{\Delta}} C_4 - 2E_x h \frac{k_1}{3+\nu_1} \tilde{C}_4, \text{ а (6) - сталої } \tilde{C}.$$

Система рівнянь (1)–(4) та умови (5), (6) визначають математичну модель поставленої задачі.

Контактні зусилля T_{ρ} , $S_{\rho\lambda}$ та моменти M_{ρ} , P на контурі γ визначаємо зі співвідношень [1]

$$T_{\rho} + iS_{\rho\lambda} = (f_2'(\lambda) + if_1'(\lambda))(\cos(\lambda) - i\sin(\lambda)); \quad (7)$$

$$M_{\rho} + iP = (g_2'(\lambda) + ig_1'(\lambda))(\cos(\lambda) - i\sin(\lambda)), \lambda \in \gamma.$$

Кільцеві зусилля T_{λ} , моменти M_{λ} та крутні моменти $H_{\rho\lambda}$ на контурі отвору пластинки в позначеннях [6] визначаємо за формулами

$$T_{\lambda}(\lambda) = -T_{\rho}(\lambda) - \frac{(1+\beta_1)(1+\beta_2)}{4\Delta_1\Delta_2} [B_1(\lambda)R_1 + B_2(\lambda)R_2] - \frac{(1-\beta_1)(1-\beta_2)}{4\Delta_1\Delta_2} [B_3(\lambda)R_3^* + B_4(\lambda)R_4^*];$$

$$M_{\lambda} = -M_{\rho} - 2(Q_1R_5 + Q_2R_6); H_{xy} = (\beta_1^2 + \beta_2^2 - 2\nu_1)(\tilde{Q}_2R_5 - \tilde{Q}_1R_6); \quad (8)$$

$$H_{\rho\lambda} = \frac{(M_{\lambda} - M_{\rho})\sin 2\lambda + 2H_{xy}}{2\cos 2\lambda}, \lambda \in \gamma,$$

а відповідні величини на контурі диска зі співвідношень [7, 8]

$$T_{\lambda}^1(\lambda) = T_{\rho}(\lambda) - \frac{1}{\pi} \oint_{\gamma} S_{\rho\lambda}(t) \operatorname{ctg} \frac{\lambda-t}{2} dt;$$

$$M_{\lambda}^1(\lambda) = \nu_1 M_{\rho}(\lambda) - \frac{1+\nu_1}{3+\nu_1} \left[(1+\nu_1)M_{\rho}(\lambda) - \frac{2}{(1+\nu_1)\pi} \oint_{\gamma} M_{\rho}(t) dt + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{\pi} \oint_{\gamma} P(t) \operatorname{ctg} \frac{\lambda-t}{2} dt + \frac{5-\nu_1}{2\pi} M_y \cos \lambda \right]; H_{\rho\lambda}^1(\lambda) = \frac{1}{3+\nu_1} \left[(1+\nu_1)P(\lambda) - \frac{1+\nu_1}{2\pi} \oint_{\gamma} P(t) dt - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{\pi} \oint_{\gamma} M_{\rho}(t) \operatorname{ctg} \frac{\lambda-t}{2} dt - \frac{1+3\nu_1}{2\pi} M_y \sin \lambda \right], \lambda \in \gamma. \quad (9)$$

Розглянемо часткові випадки задачі:

- при $\beta_1 = \beta_2 = 1$ система рівнянь (1)–(6) визначає розв’язок задачі для кусково-однорідної ізотропної пластинки з дуговим розрізом, береги якого частково контактують;
- якщо прийняти $\sqrt{E_x E_y} / E_1 \rightarrow 0$, то з (1)–(6) отримаємо розв’язок задачі для випадку, коли диск абсолютно жорсткий, а при $E_x = E_y = E_1$ – розв’язок задачі для однорідної ізотропної пластинки з коловим розрізом [3, 4].

Наближений розв’язок задачі. Знаходження точного розв’язку задачі пов’язано зі значними математичними труднощами, тому будемо шукати його наближеними методами. Для цього потрібно встановити структуру функцій f'_j, g'_j ($j = 1, 2$) на кінцях зони спаю і контакту.

В околі кінців зони спаю величини $hT_{\rho}, hS_{\rho\lambda}, M_{\rho}, P$ мають кореневу особливість [1], на яку накладається локальна осциляція. Таку ж особливість на підставі (7) мають функції $f'_1(\lambda), f'_2(\lambda), g'_1(\lambda), g'_2(\lambda)$. Структура величин $hT_{\rho}, hS_{\rho\lambda}, M_{\rho}, P$ у зоні гладкого контакту залежить від величини розрізу між пластинкою і диском та характеру їх взаємодії. Оскільки розглядається задача неповного контактування берегів розрізу, то в його межах виникатиме дві зони відставання, які прилягають до ділянки спаю, та одна ділянка контакту. За таких умов контактні напруження в зоні контакту обмежені, а на її кінцях дорівнюють нулю. У цьому випадку функції $f'_1(\lambda), f'_2(\lambda), g'_1(\lambda), g'_2(\lambda)$ також будуть обмеженими.

Враховуючи [1, 2], наближений розв’язок задачі можна визначити методами механічних квадратур і колокації. Величину і положення зони контакту визначаємо методом дихотомії.

Для нескінченної кусково-однорідної ортотропної пластинки з коловим розрізом, береги якого частково контактують при дії згинального навантаження $M_1 = M_1$ на нескінченності в напрямку осі Ox , досліджено вплив ортотропії матеріалу і величини зони спаю на розподіл силових і моментних напружень по контуру γ . Числову реалізацію задачі здійснювали при $-\alpha_1 = \beta_1 = 90^\circ$, $\frac{\sqrt{E_x E_y}}{E_1} = 1$. Дослідження проводили

для п'яти ортотропних матеріалів пластинки (МП): графіт-епоксид (ГЕ), скло-епоксид (СЕ), ізотропний матеріал (ІМ), епоксид-скло (ЕС), епоксид-графіт (ЕГ). Характеристики цих матеріалів і лінії, що їм відповідають на рисунках, наведено в таблиці 1. Крім цього, в таблиці наведено величину ділянки контакту $-\alpha_0 = \beta_0$ для розглядуваного випадку та значення контактних зусиль hT_ρ у центрі ділянки контакту й моментів M_ρ у центрі зони спаю. Результати числового розрахунку компонентів напруженого стану наведено на рис. 2–6.

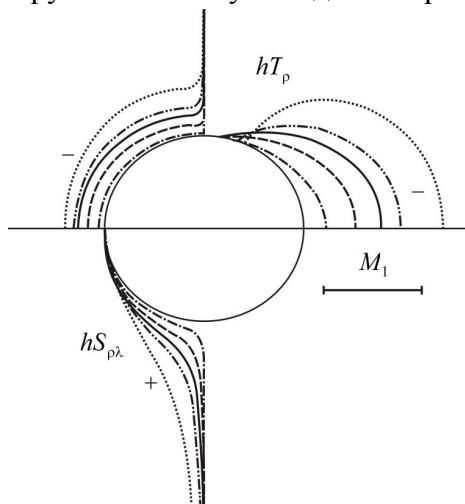


Рисунок 2. Розподіл нормальних і дотичних зусиль
Figure 2. Distribution of the normal and tangent stresses

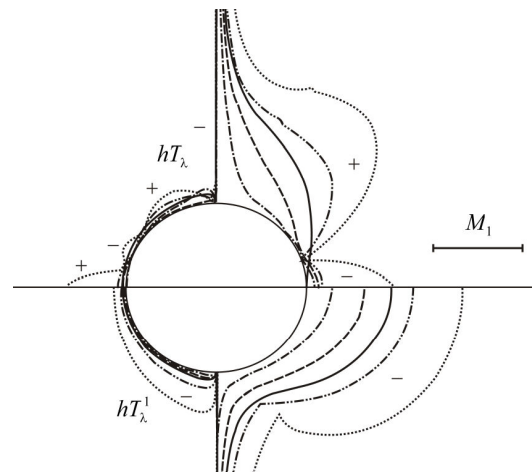


Рисунок 3. Розподіл кільцевих зусиль
Figure 3. Distribution of the hoop

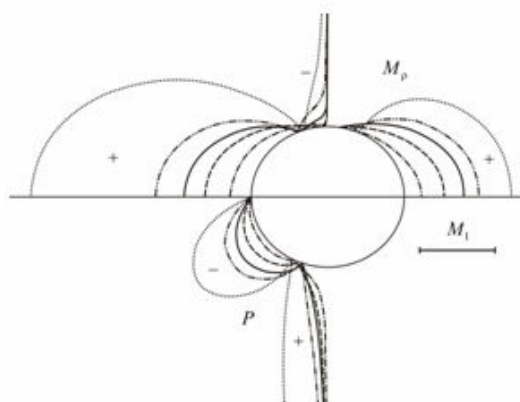


Рисунок 4. Розподіл нормальних і дотичних моментів
Figure 4. Distribution of normal and tangent

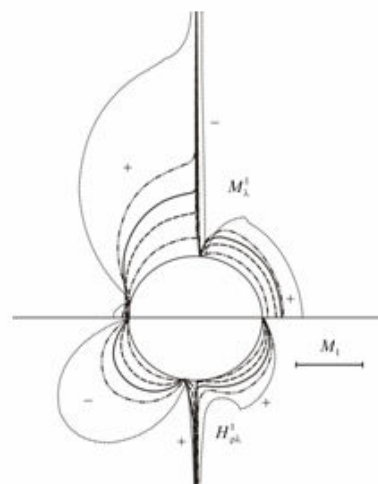


Рисунок 5. Розподіл кільцевих і крутних моментів
Figure 5. Distribution of the hoop and moments torques.

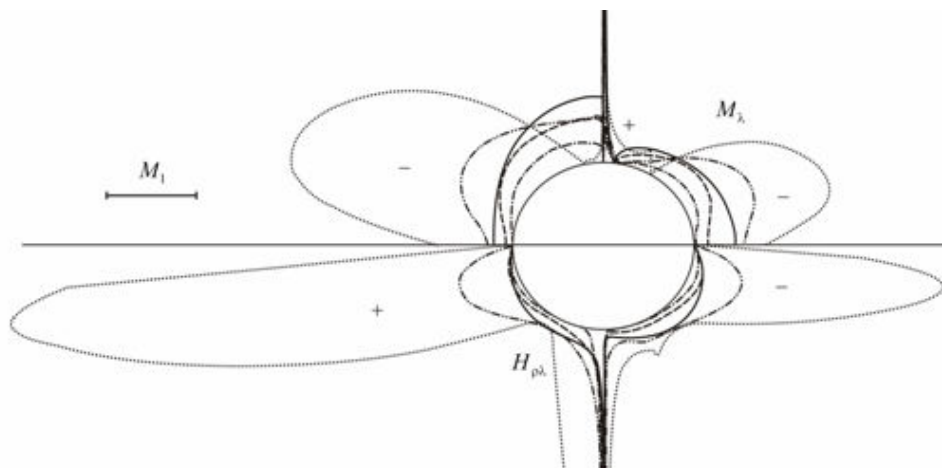


Рисунок 6. Розподіл кільцевих і крутних моментів
Figure 6. Distribution of hoop moments and torques

Таблиця 1

Характеристика досліджуваних матеріалів

МП	β_1	β_2	ν_x	E_x/E_y	$-\alpha_0 = \beta_0$ (град.)	$hT_\rho,$ ($\lambda = 0$)	$M_\rho,$ ($\lambda = \pi$)	Вид лінії
ГЕ	6.999	0.714	0.250	25	73,949	-0,237	0,273	— · · ·
СЕ	2.271	0.763	0.250	3	81,530	-0,543	0,618	— — —
ІМ	1	1	0.3	1	82,277	-0,803	0,892	————
ЕС	0.440	1.310	0.083	0,33	70,170	-0,992	1,285	— · · —
ЕГ	0.143	1.401	0.010	0,04	65,577	-1,422	2,959	········

Аналізуючи результати числового експерименту, доходимо таких **ВИСНОВКІВ**:

- ортотропія матеріалу суттєво впливає на розподіл компонентів напруженого стану на коловому контурі як на ділянці спаю, так і в зоні контакту;
- зі зменшенням величини E_x/E_y максимальні значення всіх розрахункових величин різко збільшуються. Особливо це стосується моментних напружень. З огляду на це, найоптимальнішими з точки зору міцності є матеріали, для яких $E_x/E_y > 1$;
- в околі кінців ділянки спаю всі розрахункові величини набувають необмежених значень, а на кінцях розрізу – тільки кільцеві зусилля, кільцеві й крутні моменти.

Conclusions:

- The orthotropy of material influences greatly the distributions of the stress state components of circular contour in the zone of soldered joint as well as in the contact zone;
- With the decrease of value E_x/E_y the maximum values of all calculation value rise sharply, moment stresses in particular. Due to it the most optimal from the strength point of view are the materials for which $E_x/E_y > 1$;
- All calculation values become unlimited at the ends of the zone of soldered joint and at the ends of cut – only the hoop stresses, hoop moments and torques.

Список використаної літератури

1. Сяський, А. Мішана контактна задача для ортотропної пластинки з еліптичним отвором і жорсткого диска [Текст] / А. Сяський, Н. Шинкарчук // Вісник Тернопільського національного технічного університету. – 2010. – Том 15, №4. – С. 7–13.
2. Сяський, А. Розрахунок згинальних напружень в ортотропній пластинці з частково підсиленням еліптичним контуром [Текст] / А. Сяський, В. Кот, К. Музичук // Вісник Тернопільського національного технічного університету. – 2011. – Том 16, № 3. – С. 26–32.
3. Божидарнік, В. Згин ізотропної пластинки, ослабленої розрізом по дузі кола з контактуючими берегами [Текст] / В. Божидарнік, В. Опанасович, П. Герасимчук // Вісник Львівського університету. Серія мех.-мат. – 2006. – Вип. 65. – С. 7–16.
4. Герасимчук, П. Згин пластини з наскрізною тріщиною по дузі кола зосередженими моментами, прикладеними в центрі кола, з урахуванням контакту її берегів [Текст] / П. Герасимчук // Наукові нотатки. Міжвузівський збірник (за напрямом інженерна механіка). – Луцьк: Луцький державний технічний університет, 2005. – Вип. 17. – С. 58-66.
5. Лехницький, С. Г. Анизотропные пластинки [Текст] / С.Г. Лехницький. – М.: Гостехиздат, 1957. – 464 с.
6. Сяський, А. Основні інтегральні залежності в технічній теорії згину ортотропних пластин з еліптичним отвором [Текст] / А. Сяський, Н. Шевцова // Вісник Тернопільського державного технічного університету. – 2006. – Т. 11, №4. – С. 23–29.
7. Сяський, А.А. Напряженное состояние кусочно-однородной пластинки с упругим включением [Текст] / А.А. Сяський, В.А. Сяський // Прикл. механика. – 1983. – Т. 19, №5. – С. 94–99.
8. Сяський, А.А. Метод коллокации в задачах изгиба кусочно-однородных пластин с круговыми включениями [Текст] / А.А. Сяський // XIII Всесоюзная конференция. Теория оболочек и пластин (Таллин, сентябрь, 1983 г.). – Таллин: ТПИ, 1983. – С. 177–182.

Отримано 25.07.2012