

Співак І. Оптимізація допусків на параметри радіоелектронних кіл методом допускового еліпсоїдального оцінювання / Співак І., Максимова С. // Вісник ТНТУ. — 2012. — Том 65. — № 1. — С.187-195. — (математичне моделювання. математика. фізика).

УДК 519.24

І. Співак, канд. техн. наук; С. Максимова

Тернопільський національний економічний університет

## ОПТИМІЗАЦІЯ ДОПУСКІВ НА ПАРАМЕТРИ РАДІОЕЛЕКТРОННИХ КІЛ МЕТОДОМ ДОПУСКОВОГО ЕЛІПСОЇДАЛЬНОГО ОЦІНЮВАННЯ

*Резюме.* Розглянуто метод допускового еліпсоїдального оцінювання параметрів радіоелектронних кіл з урахуванням технологічної області розсіювання. Даний метод, у порівнянні з існуючими, забезпечує більше покриття області допусків. Із використанням розробленого методу розв'язано задачу оцінювання допусків параметрів широкопasmового фільтра.

*Ключові слова:* метод допускового еліпсоїдального оцінювання, рекурентність, параметри РЕК.

I. Spivak, S. Maksimova

## OPTIMIZATION OF ADMITTANCES ON PARAMETERS OF RADIO ELECTRONIC CIRCLES BY METHOD OF TOLERANCE OF ELLIPSOID EVALUATION

*The summary.* In this work the method of ellipsoidal tolerance in the estimation of radio electronic circles parameters REC is considered taking into account the technological area of dispersion. This method, compared with existing, provide more coverage tolerance region. Using the developed method solves the problem of estimation parameters tolerances broadband filter.

*Key words:* method of tolerance ellipsoid evaluation, rekurentnist, parameters REC.

**Вступ.** При проектуванні радіоелектронної апаратури високої точності необхідно сформулювати вимоги до точності параметрів компонентів, з яких вона складається. Під точністю радіоелектронних кіл (РЕК) розуміють точність її характеристик, до яких відносять коефіцієнти підсилення, затухання, струми, напруги на визначених ділянках кола тощо. Переважно ці вимоги формуються у вигляді допусків на параметри радіоелементів, для кожного параметра отримуємо нижнє і верхнє допустиме значення або нижнє і верхнє відхилення від номінального значення.

Останнім часом широкого поширення набули інтервальні методи представлення вихідних характеристик систем, а також теоретико-множинний підхід, який дає можливість синтезувати допускову область параметрів у вигляді многогранника. Проте використання підходу, де допускова область представляється у вигляді многогранника, не набуло широкого поширення з двох причин:

– по-перше, отримана область не дає можливості визначити безпосередньо допуски на параметри і вимагає для цих цілей розв'язання надзвичайно складної задачі нелінійного програмування;

– по-друге, при цьому підході не враховується технологічна область розсіювання параметрів РЕК, яка переважно представляється нормальним або логарифмічно-нормальним законом.

Методи еліпсоїдального оцінювання описані в працях Ф.Л. Черноусько, Н.М. Куссуль, М.М. Личака, В.М. Кунцевича, Г.М. Шило, М.П. Дивака та ін. Проте методи, наведені в роботах [1–3], орієнтовані на гарантоване, а не допускне оцінювання, що неприйнятно для задач синтезу й аналізу допусків. Застосування методів еліпсоїдального оцінювання [4, 5] ускладнюється за умов, коли кількість обмежень на характеристики РЕК переважає кількість радіоелементів. Наприклад, коли задано коридор обмежень на форми амплітудно-частотної характеристики. У таких випадках необхідним є застосування методу врахування всіх активних обмежень на

область допусків. Залишається актуальною задача перевірки ефективності та працездатності цього методу для конкретних задач синтезу й аналізу РЕК.

**Мета цієї роботи** – розроблення методу, який би забезпечував менш жорсткі допуски, ніж ті, які розраховуються на основі традиційних методів, зокрема методу Монте-Карло. Для досягнення мети у роботі:

- 1) сформульовано математичну задачу допускового еліпсоїдального оцінювання для синтезу допусків на параметри РЕК;
- 2) удосконалено метод допускового еліпсоїдального оцінювання за напрямом забезпечення ним менш жорстких допусків;
- 3) створено програмне забезпечення і реалізовано приклад застосування методу допускового еліпсоїдального оцінювання для задач синтезу допусків на параметри радіоелементів.

Об'єктом дослідження виступає процес синтезу допусків на параметри пристроїв, а предметом дослідження – оптимізація допусків на параметри РЕК на основі допускового еліпсоїдального оцінювання.

**Постановка завдання.** Розглянемо РЕК у вигляді чорної скриньки (див. рис.1), яке має вихідні характеристики. Цими вихідними характеристиками можуть бути, наприклад: амплітудно-частотна характеристика, певні напруги на радіоелементах, певні задані значення струму, коефіцієнти загасання на певній частоті тощо.



Рисунок 1. Модель РЕК у вигляді “чорної скриньки”

Традиційно при синтезі допусків задаються обмеження на ці вихідні характеристики в інтервальному вигляді

$$y_i \in [y_i^-, y_i^+], i = 1, \dots, N, \quad (1)$$

причому обмеження задаються на множину вихідних характеристик. Як що казати про амплітудно-частотні характеристики, то в даному випадку мова може йти і про вхідні змінні, зокрема частоту, на якій вимірюється коефіцієнт передавання.

Повинна бути відома залежність між значеннями параметрів та відповідними вихідними характеристиками

$$y_i \in [y_i^-, y_i^+], i = 1, \dots, N, \quad (2)$$

Як правило, при проектуванні РЕК за відповідними методами розраховуються їх номінальні значення. Тоді при синтезі допусків головне знайти допускові відхилення на параметри радіоелементів в околі номінальної точки, яка розрахована за відповідними методом, тобто в околі номінальних значень параметрів. Тому нелінійні характеристики лінеаризують в околі номінальних шляхом розкладання функції в ряд Тейлора [6], у результаті чого доходимо до системи

$$y_i^- \leq y_{i0} + \sum_{j=1}^n \left. \frac{\partial g_i(\vec{b})}{\partial b_j} \right|_{\vec{b}_0} \cdot (b_j - b_{0j}) \leq y_i^+, i = 1, \dots, N. \quad (3)$$

Виконаємо перепризначення:  $\partial y_i^- = y_i^- - y_{i0}, \partial y_i^+ = y_i^+ - y_{i0}, \partial b_j = \frac{b_j - b_{0j}}{b_j},$

$$S_{ij} = b_j \cdot \left. \frac{\partial g_i(\vec{b})}{\partial (b_j)} \right|_{\vec{b}_0} \quad (4)$$

Тоді система (3) матиме такий вигляд:

$$\delta y_i^- \leq \sum_{j=1}^m S_{ij} \cdot \delta b_j \leq \delta y_i^+, i = 1, \dots, N, \quad (5)$$

або в матричному вигляді

$$\delta \vec{Y}^- \leq S \cdot \delta \vec{b} \leq \delta \vec{Y}^+, \quad (6)$$

де  $\delta \vec{Y}^- = \{\delta y_i^-, i = 1, \dots, N\}$ ,  $\delta \vec{Y}^+ = \{\delta y_i^+, i = 1, \dots, N\}$  – вектори, складені із верхніх та нижніх меж інтервалів відхилень вихідної характеристики від номіальної;  $S = \{S_{ij}, i = \overline{1, N}, j = \overline{1, m}\}$  – відома матриця значень похідних функцій  $g_i(\vec{b})$  у точці  $\vec{b}_0$ ;  $\delta \vec{b} = (\delta b_1, \dots, \delta b_m)^T$  – вектори відносних відхилень параметрів РЕК [5].

Розв’язком математичної задачі синтезу допусків на параметри РЕК є задача оцінювання розв’язків інтервальної системи лінійних алгебраїчних рівнянь (ІСЛАР). Система (6) може не мати жодного розв’язку, тобто бути не сумісною, або мати безліч розв’язків. Несумісність системи означає, що в задачах аналізу інтервальних даних не виконуються припущення методу, тобто або невірно задано вигляд самої функції, або невірно визначені інтервали. За умови сумісності системи (6) областю її розв’язків буде область параметрів  $\Omega$  такого вигляду [7]:

$$\Omega = \left\{ \delta \vec{b} \in R^m \mid \delta \vec{y}^- \leq S^T \cdot \delta \vec{b} \leq \delta \vec{y}^+ \right\} \quad (7)$$

де  $\delta \vec{y}^- = \{y_i^-, i = 1, \dots, N\}$ ,  $\delta \vec{y}^+ = \{y_i^+, i = 1, \dots, N\}$  – вектори верхніх та нижніх меж інтервалів для відхилень характеристик РЕК від номінальних;  $S = \{g_j(\vec{x}_i), i = \overline{1, N}, j = \overline{1, m}\}$  – відома матриця значень функцій чутливості.

На рисунку 2 наведено розв’язок цієї задачі для двох параметрів, показано, що даний розв’язок є опуклим многогранником.

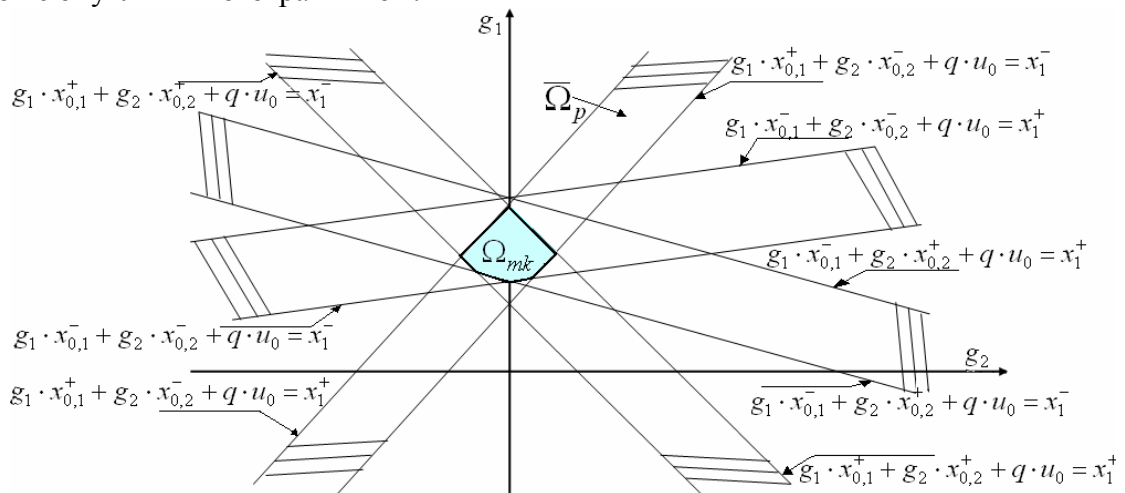


Рисунок 2. Ілюстрація області  $\Omega$  для  $m=2, N=4$

Але допуски в загальному вигляді повинні представлятись нижньою та верхньою межею, тому оцінювання реальних допусків у даній допусковій області здійснюють за допомогою вписування прямокутного паралелепіпеда в дану область. Як бачимо, такий підхід, особливо у випадку витягнутості допускової області, дає дуже жорсткі допуски, оскільки

область допусків є дуже маленькою. Тому зручніше використовувати допускові еліпсоїдальні оцінювання, тобто вписані еліпсоїди в цю область, особливо у випадку, коли параметри радіоелементів розподілені за нормальним законом. Методи оцінювання багатовимірними еліпсоїдами дозволяють отримати кращі оцінки області параметрів, оскільки забезпечують більше покриття допусковою областю області параметрів РЕК, представленої у вигляді многогранника [5, 7].

Тоді допускову еліпсоїдальну оцінку будемо шукати у вигляді

$$Q_m = \left\{ \vec{\delta b} \in R^m \mid \vec{\delta b}^T \cdot H \cdot \vec{\delta b} \leq r \right\} \quad (8)$$

де  $H$  – додатно визначена симетрична матриця конфігурації еліпсоїда;

$r$  – радіус еліпсоїда.

Матрицю конфігурації в даній роботі ми вибираємо, орієнтуючись на ті  $m$  обмеження в ІСЛАР (6), які найбільшою мірою визначають конфігурацію еліпсоїда.

$$\left( \prod_{i=1}^m (\delta y_i^+ - \delta y_i^-)^2 \right) \cdot \det(S_m \cdot S_m^T)^{-1} \xrightarrow{S_m} \min. \quad (9)$$

Співвідношення (9) є ніщо інше, як об'єм еліпсоїда. За умови, коли матриця конфігурації попередньо не визначена, її шукаємо за формулою

$$H = S_m^T \cdot E^{-2} \cdot S_m, \quad (10)$$

де  $S_m$  – матриця значень базисних функцій чутливості;

$$E = \text{diag}(0.5 \cdot (\delta y_1^+ - \delta y_1^-), \dots, 0.5 \cdot (\delta y_i^+ - \delta y_i^-), \dots, 0.5 \cdot (\delta y_m^+ - \delta y_m^-)).$$

На основі формули (8) обчислюємо значення радіуса

$$r = \min_{i=1, \dots, N} \left\{ \frac{(\Delta_i)^2}{\vec{S}_i^T \cdot H^{-1} \cdot \vec{S}_i} \right\}, \quad (11)$$

де  $\Delta_i = \min \{ -\delta y_i^-; \delta y_i^+ \}, i = 1, \dots, N$ .

Допуски на параметри радіоелементів обчислюємо за формулою

$$\delta b_i = \frac{r}{\sqrt{h_{ii}}} \cdot 100\%, i = 1, \dots, m. \quad (12)$$

де  $h_{ii}$  – діагональні елементи матриці  $H$ .

Для реалізації запропонованого методу розроблено програмне забезпечення в середовищі Microsoft Visual Studio 2010 мовою C#, причому вибір конфігурації задається таким чином, аби бути найближче до конфігурації еліпсоїда розсіювання.

Розглянемо застосування даного програмного забезпечення на прикладі смугового фільтра (див. рис. 3), який має такі елементи: резистор, конденсатор та котушку індуктивності.

Вихідна характеристика – це відношення вихідної напруги до вхідної для змінного струму на різних частотах, тобто це є амплітудно-частотна характеристика фільтра. Вхідними даними виступають номінальні значення параметрів:  $L_0 = 10 \text{ мГн}$ ,  $C_0 = 0,5 \text{ мкФ}$ ,  $R_0 = 1 \text{ кОм}$  та задано  $\varepsilon = 20\%$  коридор відхилень від амплітудно-частотної характеристики фільтра.

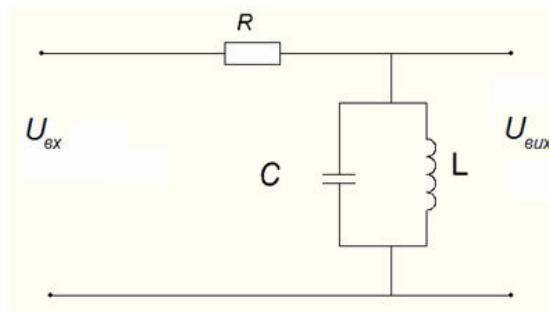


Рисунок 3. Схема смугового фільтра

Амплітудно-частотна характеристика смугового фільтра для номінальних значень матиме такий вигляд:

$$y_{0i} = K_{0i} = K_0(f_i) = \frac{1}{\sqrt{R_0^2 \cdot \left(\frac{1}{2\pi \cdot f_i \cdot L_0} - 2\pi \cdot f_i \cdot C_0\right)^2 + 1}}, i = 1, \dots, N. \quad (13)$$

Межі коридорів смугового фільтра шукають на основі формул

$$\begin{aligned} K_i^- &= K_i - \varepsilon \cdot K_i \\ K_i^+ &= K_i + \varepsilon \cdot K_i \end{aligned} \quad (14)$$

де  $\varepsilon$  – коридор вимірювань передатної характеристики фільтра.

На рисунку 4 синіми лініями показано коридор відхилень вихідної характеристики  $K_i^-$  та  $K_i^+$ , розрахованих відносно формул (14), а червоною лінією – номінальні значення вихідної характеристики.

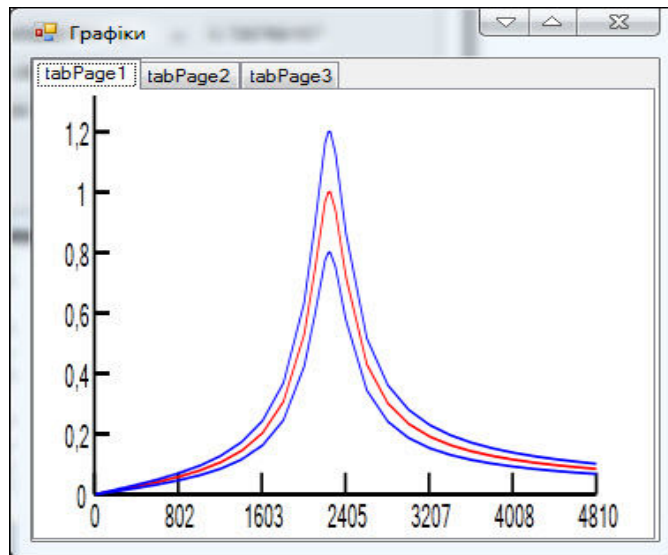


Рисунок 4. Коридор амплітудно-частотної характеристики смугового фільтра

Використовуючи номінальні значення амплітудно-частотної характеристики, при фіксованих значеннях частот, за формулами  $\delta K_i^- = -0.2 \cdot K_{i0}$ ,  $\delta K_i^+ = 0.2 \cdot K_{i0}$ , отримаємо симетричний коридор допусків характеристики смугового фільтра, що графічно представлено на рисунку 5.

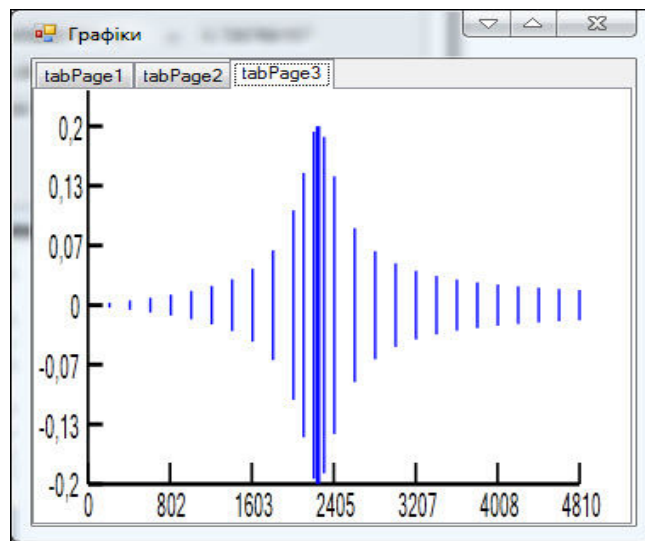


Рисунок 5. Допуски амплітудно-частотної характеристики смугового фільтра

Далі, використовуючи формули розкладів у ряд Тейлора, розраховані функції чутливості вихідної характеристики до вхідної.

$$\begin{aligned}
 S_{i1} &= R_0 \cdot \left. \frac{\partial K_i}{\partial R} \right|_{\vec{b}_0} = - \frac{R_0^2 \cdot \left( \frac{1}{2\pi \cdot f_i \cdot L_0} - 2\pi \cdot f_i \cdot C_0 \right)^2}{\left( R_0^2 \cdot \left( \frac{1}{2\pi \cdot f_i \cdot L_0} - 2\pi \cdot f_i \cdot C_0 \right)^2 + 1 \right)^{\frac{3}{2}}}; \\
 S_{i2} &= C_0 \cdot \left. \frac{\partial K_i}{\partial C} \right|_{\vec{b}_0} = \frac{R_0^2 \cdot 2\pi \cdot f_i \cdot C_0 \cdot \left( \frac{1}{2\pi \cdot f_i \cdot L_0} - 2\pi \cdot f_i \cdot C_0 \right)}{\left( R_0^2 \cdot \left( \frac{1}{2\pi \cdot f_i \cdot L_0} - 2\pi \cdot f_i \cdot C_0 \right)^2 + 1 \right)^{\frac{3}{2}}}; \\
 S_{i3} &= L_0 \cdot \left. \frac{\partial K_i}{\partial L} \right|_{\vec{b}_0} = \frac{\frac{R_0^2}{2\pi \cdot f_i \cdot L_0} \cdot \left( \frac{1}{2\pi \cdot f_i \cdot L_0} - 2\pi \cdot f_i \cdot C_0 \right)}{\left( R_0^2 \cdot \left( \frac{1}{2\pi \cdot f_i \cdot L_0} - 2\pi \cdot f_i \cdot C_0 \right)^2 + 1 \right)^{\frac{3}{2}}},
 \end{aligned} \tag{15}$$

де  $\vec{b} = (R_0, C_0, L_0)$  – вектор номінальних значень параметрів РЕК.

Використовуючи спосіб обчислення матриці конфігурації еліпсоїда, знайдемо спочатку в матриці значень чутливості підматрицю розмірністю  $m \times m$ , тобто знайдемо насичений блок. Для пошуку насиченого блоку потрібно пройти в циклі такий алгоритм:

Крок 1. Сформувані на основі матриці чутливості  $S$  підматрицю  $S_m$ , яка формується на основі вибору з матриці  $S$  стрічок у кількості  $m$  та відповідно до взятих стрічок, з векторів нижніх та верхніх меж витягнути ті значення, які відповідають позиціям (індексам рядків) витягнутих стрічок.

Крок 2. Підставляємо отримані значення у формулу (9) та знаходимо поточний результат.

Крок 3. Якщо з матриці чутливості вибрані всі можливі підматриці та обчислено згідно з формулою (9) їхні результати, то перейти до кроку 4, інакше – до кроку 1.

Крок 4. Порівняти всі отримані в результаті виконання обчислень, результати й вибрати серед них найменший.

Звідси випливає, що насиченим блоком буде та підматриця  $S_m$  та відповідні до неї межі коридору амплітудно-частотної характеристики, яка забезпечила найменший результат обчислення.

$$S_m = \begin{pmatrix} -0,0413 & 0,0033 & 0,0445 \\ -0,1051 & 0,0427 & 0,1479 \\ -0,1041 & -0,1458 & -0,0417 \end{pmatrix} \quad (16)$$

На основі отриманого насиченого блоку ІСЛАР розрахували матрицю конфігурації згідно з формулою (10) та радіус еліпсоїда згідно з формулою (11), і зайшли допускову еліпсоїдну оцінку такого вигляду:

$$Q_m = \left\{ \delta \bar{b} \in R^3 \left| (\delta \bar{b})^T \cdot \begin{pmatrix} 73,8015 & 22,3255 & -51,476 \\ 22,3255 & 52,1294 & 29,8039 \\ -51,476 & 29,8039 & 81,2799 \end{pmatrix} \cdot (\delta \bar{b}) \leq 0,7268 \right. \right\} \quad (17)$$

Результат виконання програми наведено на рисунку 6, де представлені вже розраховані на основі методу допускового еліпсоїдального оцінювання допуски.

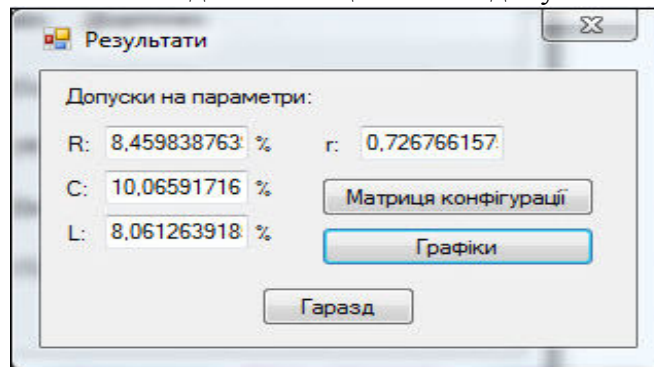


Рисунок 6. Результуюче вікно програми

З рисунка 6 бачимо, що допуски розраховані на основі методу допускового еліпсоїдального оцінювання:

- 8,45% – для резистора;
- 10,06% – для конденсатора;
- 8,06% – для котушки індуктивності.



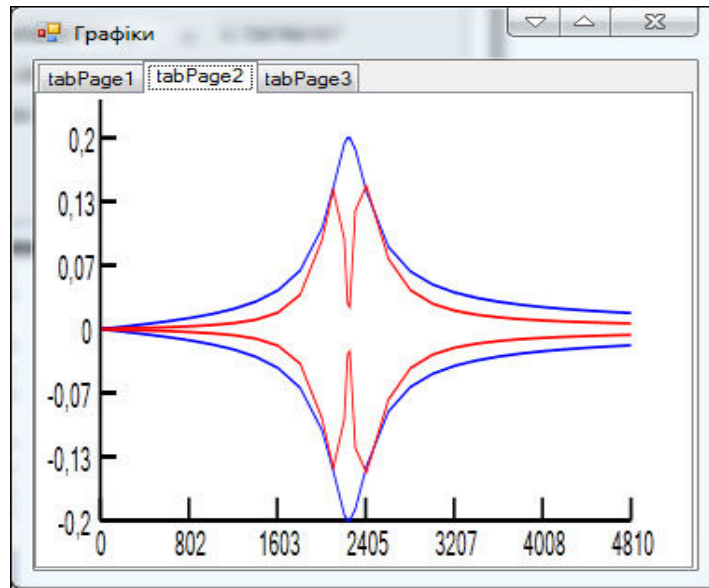


Рисунок 7. Зіставлення оціненого та заданого коридору допусків

Розраховані допуски на ті ж самі параметри радіоелектронних кіл на основі традиційних методів, зокрема методу Монте-Карло, такі:

- 4,96% – для резистора;
- 6,32% – для конденсатора;
- 4,37% – для котушки індуктивності.

Графік, представлений на рисунку 7, показує коридор заданих (сині лінії) відхилень і коридор для відхилень (червоні лінії), які розраховані на основі допускової еліпсоїдальної оцінки.

**Висновки.** Як бачимо з отриманих результатів, допуски, розраховані на основі методу допускового еліпсоїдального оцінювання, менш жорсткі в порівнянні з традиційним методом і при цьому рисунок 7 ще раз підтверджує якість створеного методу, адже отримані в результаті нього допуски входять в область заданих нами на початку допусків.

### Список використаної літератури

1. Бакан, Г.М. Теоретико-множественная идентификация линейных объектов в классе размытых эллипсоидальных множеств [Текст] / Г.М. Бакан, Н.Н. Куссуль // Автоматика. – 1990. – № 4. – С.72–78.
2. Личак, М.М. Идентификация и оценивание состояния объектов управления на основе множественного подхода [Текст] / М.М. Лычак // Проблемы управления и информатики. – 1999. – № 5. – С. 34–41.
3. Черноусько, Ф.Л. Оптимальные гарантированные оценки неопределенностей с помощью эллипсоидов [Текст] / Ф.Л. Черноусько // Изв. АН СССР. Техн. киберн. – 1980. – № 3. – С. 3–11.
4. Гришук, В.М. Інтервальні методи оптимізації допусків [Текст] / В.М. Кришук, Г.М. Шило, М.П. Гапоненко // Вісн. НУ «Львівська політехніка». Комп'ютерні системи проектування: теорія і практика. – 1999. – № 373. – С. 196–201.
5. Дивак, М.П. Оцінювання допусків параметрів статичних систем еліпсоїдними множинами на основі аналізу інтервальних даних [Текст] / М.П. Дивак, А.В. Пукас, О.Л. Козак // Екон.-мат. моделювання соц.-екон. систем. – 2008.
6. Воропай, О.Ю. Математичне забезпечення автоматизованих процедур призначення допусків при проектуванні радіоелектронних пристроїв частотної селекції. Автореф. ... дис. канд. техн. наук [Текст] / О.Ю. Воропай. – Львів, 2008. – 20с.
7. Личак, М.М. Множественная модель неопределенного процесса и ее использование для обработки результатов измерений [Текст] / М.М. Лычак // Проблемы управления и информатики. – 1996. – № 1–2. – С.184–192.

Отримано 30.11.2011



