

Ткачук Р. Оцінювання інформативності електроретинографічних систем / Ткачук Р. // Вісник ТНТУ. — 2011. — Том 16. — № 3. — С.203-209. — (математичне моделювання. математика. фізика).

УДК 53.05:617.735

Р. Ткачук, канд. техн. наук

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

ОЦІНЮВАННЯ ІНФОРМАТИВНОСТІ ЕЛЕКТРОРЕТИНОГРАФІЧНИХ СИСТЕМ

Резюме. Наведено результати розроблення ентропійного методу оцінювання інформативності електроретинографічної системи на основі гармонізованості електроретиносигналу. Функцію розподілу ймовірності значень спектральної густини потужності електроретинограми по дисперсії цих значень, побудовану при заданій ймовірності помилки, використано для отримання виразу ентропії. Результати використовуються для синтезу ефективних за інформативністю, швидкодіючих електроретинографічних систем.

Ключові слова: електроретинографічна система, гармонізоване представлення електроретиносигналу, статистична теорія ухвалення рішення, ентропія, інформативність.

R. Tkachuk

ESTIMATION OF INFORMATIVITY OF ELECTRORETINOGRAPHY SYSTEMS

The summary. Results of entropy method development for estimation of informativity of an electroretinography system on the base of electroretinosignal harmonizability are given. For entropy expression had been applied the probability distribution function of electroretinogram spectral power density vs. dispersion of power spectral density values was built under given fault probability. Results are using for synthesis of speed electroretinography systems are effective for informativity.

Key words: electroretinography system, harmonizable electroretinosignal representation, statistical theory making decision, entropy, informativity.

Вступ. Для прогнозу зміни функціонального стану систем організму людини набуває поширення електрофізіологічний метод його оцінювання, який базується на використанні електроретинографії. При цьому відібраний із сітківки ока електричний потенціал (електроретиносигнал – ЕРС), викликаний подразненням сітківки джерелом світла (ДС), піддають оптимальному опрацюванню (обробленню), результатом якого є електроретинограма (ЕРГ) [1]. Стандартні методи опрацювання ЕРС базуються на його представленні детермінованою або стохастичною (локально-циклічною) стаціонарною послідовністю [1]. В медичній практиці за інформативні ознаки фахівці використовують морфологічні параметри ЕРГ – часові інтервали між характерними її точками, амплітуди її хвиль тощо. Стандартом регламентовано багатократний відбір ЕРС і відповідне статистичне опрацювання (оцінювання) отриманого таким чином ансамблю (з окремих реалізацій ЕРС). Результатом оцінювання є ЕРГ – математичне сподівання ЕРС, за яким, в інтерактивному режимі, й визначаються потрібні інформативні ознаки [2].

Через фізіологічні обмеження за одне дослідження можна провести лише кілька ЕРГ- експериментів. Але для забезпечення потрібної вірогідності ЕРГ ансамбль ЕРС повинен містити значну кількість реалізацій, отримання яких спричиняє значне зростання затрат часу. Скорочення часу досліджень для стандартної інтенсивності подразнень (ДС) та зменшення їх кількості тягне за собою зменшення точності й роздільної здатності й втрату інформативності ознак. Для підвищення інформативності ЕРГ при значному скороченні затрат часу було висунуто концепцію фотонної

(квантової) електроретинографії [1]. При цьому виникла потреба в означенні та визначенні показника інформативності ЕРГ-системи (ЕРГС) за спектральним зображенням ЕРГ, яке використовується для автоматизованих класифікації та розпізнавання ЕРГ різних станів організму.

Використання поняття інформативності для порівняння інформаційних можливостей відомих варіантів реалізації складних систем, для оптимального (за інформативністю) синтезу структури їх тощо, відомі. При цьому встановлено зв'язок поняття інформативності з функціями розподілу імовірності результатів експерименту (що властиво статистичній теорії ухвалення рішень про достовірність цих результатів) [3, 4]. Обґрунтовано використання поняття інформативності за критерій для розбиття множини інформаційно-вимірювальних систем, представлених математичною структурою категорії, за відношенням їх еквівалентності. Оскільки на множині заданого класу систем, що складається з підмножин еквівалентних систем, за цим критерієм існує й відношення порядку, то за значенням інформативності систем з цих підмножин можна вибрати підмножину більш інформативних систем [5]. Проте клас систем, до якого належить синтезована система, не є пріоритетною ознакою для визначення інформативності, а перевагу має математична модель сигналу (для дослідження якого система синтезується). Обґрунтування вибору інформативнішої функції-моделі сигналу зводиться до пошуку відповідного функційного базису для представлення цієї функції. Для спектральних представлень циклічно стаціонарних випадкових процесів розроблено ентропійний критерій цього вибору. Тоді досягається мінімальна ентропія (максимальна інформативність) коефіцієнтів спектрального розкладу при максимальній компресії представлення (мінімальній кількості коефіцієнтів) [6]. Цей метод вибору базису поширено на випадок побудови ефективних (максимально інформативних при мінімальній кількості базисних функцій) спектральних представлень сигналів при синтезі біотехнічних та радіомоніторингових систем [7, 8].

У статті наведено результати побудови міри інформативності для синтезу ефективних за швидкодією та достовірністю ЕРГС та оцінювання цієї ефективності. Обґрунтовано вибір функції з притаманній такій мірі властивостями. Означено міру інформативності ЕРГС – ентропію, виражену через розподіл імовірності дисперсії спектрального представлення ЕРГ.

Інформативність ЕРГС. Для означення інформативності вимірювальних систем використовують поняття статистичної теорії ухвалення рішень – ентропія, ймовірність, дисперсія інформативної ознаки. Найчастіше зустрічається умовна ентропія H , обґрунтована Шенноном для означення кількості інформації у комунікаційних системах:

$$H(K / X) = -\sum_x p(x) \sum_k P(k / x) \log P(k / x). \quad (1)$$

Для пристосування виразу (1) до ЕРГС прийнято таку інтерпретацію його позначень: K – множина класів ЕРГ, X – множина інформативних ознак класів ЕРГ, k – номер класу, x – інформативні ознаки ЕРГ, представленої в просторі X , $p(x)$ – густина розподілу імовірності x , $P(k/x)$ – апостеріорна ймовірність належності ЕРГ до класу k . Коли ознаки X забезпечать безпомилкове ухвалення рішення про належність до класу, умовна ентропія дорівнює нулю. При порівнянні двох наборів ознак більш інформативним є той, який характеризується меншою умовною ентропією. На практиці застосування цього виразу ускладнене через апріорну невідомість розподілів та ймовірностей $p(x)$ і $P(k/x)$. Для означення цих розподілів та ймовірностей обґрунтовано вибір ймовірнісних характеристик спектрального представлення ЕРГ, які

використовуються при автоматизованому ухваленні рішень про віднесення ЕРГ до певного класу, оскільки інформативність набору морфологічних ознак ЕРГ не відрізнятиметься від інформативності її спектру.

Тільки у випадку, коли ознаки окремих класів незалежні, інформативність набору ознак дорівнює сумі інформативності окремих ознак. На цій підставі можна складати інформативні набори (вектори) інформативності. Якщо ознаки залежні, інформативність не виражається через інформативність окремих ознак, а вибір інформативних наборів інформативності окремих ознак є неможливим.

Побудовою виразу міри інформативності ЕРГС на базі спектральних представлень ЕРГ враховано властивості, які вона набуває у тракці відбору ЕРС, його АЦП обробки та ухвалення рішення про віднесення отриманої ЕРГ до відповідного класу.

Означення функцій розподілу імовірності для визначення інформативності ЕРГС. Носієм інформації при ЕРГ-дослідженнях з низькою інтенсивністю подразнення сітківки є ЕРГ, отримана шляхом адаптивної калманівської фільтрації відібраного та оцифрованого ЕРС [1, 2]. Використано адаптивну калманівську фільтрацію з моделюванням кожної хвилі базової ЕРГ шляхом розв'язку відповідного різницевого рівняння, поданого у просторі змінних стану [2]. Шуми відбору (системи електрод-підсилювач) та спостереження (АЦП) вважаються локально-стаціонарними, де відрізки локальності визначаються хвилями ЕРГ. Отримані ЕРГ вважаються ансамблем, являють собою випадковий локально-стаціонарний процес.

Ізоморфним зображенням автокореляційних зв'язків ансамблю ЕРГ є спектральна густина потужності (СГП) його автокореляційної функції. Оцінювання СГП є інваріантом однотипних ЕРГ-досліджень. Врахування дисперсії оцінки СГП для ЕРГ використано процедури визначення розподілу імовірності достовірних значень оцінки СГП заданими пороговими значеннями цієї дисперсії. Для базових ЕРГ різного типу коефіцієнти моделі стану цих ЕРГ і статистики, зокрема кореляційні функції шумів, визначалися апріорно. Для заданих медичною практикою ймовірностей помилкового вибору рішення про тип ЕРГ визначалися порогові значення дисперсії. Таким чином отримувалися розподіли ймовірності [2].

Для детермінованого ЕРС ймовірність відтворення вірогідної ЕРГ теоретично дорівнює одиниці (оцінкою якості цього відтворення буде його точність, величина якої визначається адитивною сумішшю методичної, інструментальної, стохастичної тощо складових похибки).

Для стохастичного ЕРС ймовірність відтворення вірогідної ЕРГ відрізняється від одиниці залежно від ступеня адекватності математичної моделі ЕРС, а звідси й методу відтворення з нього ЕРГ до самого ЕРС. Величину цієї вірогідності оцінюватимемо ймовірністю відхилення відтвореної ЕРГ у межах заданої точності при заданій ймовірності хибного вибору ЕРГ з похибкою, яка перевищує задану величину (відповідно вимогам діючого стандарту, на базі статистичної теорії вибору рішень, теорії виявлення сигналів). При цьому застосуємо окремий випадок критерію середнього ризику вибору рішення – критерій Неймана-Пірсона. За аргумент цього критерію вибрано таку характеристику оцінки ЕРГ, яка є її метричним інваріантом до зсуву по часовій осі чи до номера експерименту. Для ЕРС, як гармонізованого випадкового процесу, таким інваріантом є його спектральна густина потужності, або, зокрема, його середня потужність. Оскільки результати визначення середньої потужності для зразкового (еталонного) ЕРС чи для відповідної йому оцінки ЕРГ при статистичних випробуваннях також є стохастичними, то аргумент критерію Неймана-Пірсона побудовано як практично інтерпретований комплекс з моментів функції густини розподілу ймовірностей значень середньої потужності. Для гаусових функцій густини розподілу ймовірностей цей комплекс будується з математичного сподівання,

дисперсії чи середньо-квадратичного відхилення середньої потужності так, щоби дотриматися практично корисної, зрозумілої його інтерпретації.

Під час експерименту автоматизоване ухвалення вибору ЕРГ виконується шляхом порівняння дисперсії оцінки середньої СГП її порогового значення ν , визначеним за заданою величиною ймовірності P_f того, що цей вибір хибний. Порогові значення ν дисперсії оцінок спектральної густини потужності для визначення ймовірності P_d рішення того, що оцінка ЕРГ вірогідна для заданих ймовірностей P_f знайдено за значеннями дисперсії D_0 середньої повної потужності базової ЕРГ

$$\nu = \sqrt{D_0} \Phi^{-1}(P_f) + M_0, \quad (2)$$

де $\Phi(z) = \int_{-\infty}^z \exp(-t^2/2) dt$ – інтеграл ймовірності, M_0 – середнє значення математичного сподівання. Для обчислень застосовано функцію *norminv* з Matlab; функція розподілу оцінки середньої повної потужності у моделі ЕРС припускалася гаусовою.

Оцінки ймовірності рішення про те, що оцінка СГП отриманої ЕРГ вірогідна для різних її дисперсій визначали за виразом

$$P_d = 1 - \Phi\left(\frac{\nu - M_\gamma}{V_\gamma}\right), \quad (3)$$

де M_γ та V_γ – математичне сподівання і дисперсія середньої густини потужності експериментальної ЕРГ (для обчислень застосовано функцію Matlab *normcdf*).

Визначення параметрів функції розподілів ймовірності СГП ансамблів ЕРГ. СГП – розклад „потужності сигналу по частотах”. Максимальна компресія інформації (інакше – мінімальна ентропія) досягаються для розкладу у базисі Карунена-Лоева (тоді всю інформацію несуть найбільш представимі координати (частоти), а дисперсії їх значень визначають їх значимості). Базисні функції $\varphi(t, \lambda)$ для представлення ЕРГ у базисі Карунена-Лоева є власними функціями кореляційного оператора, ядром якого є автокореляційна функція ЕРГ [6].

ЕРС (рис. 1а) з ансамблю реалізацій стохастичній та водночас заспокійливо-коливної [1]. Такі випадкові процеси є гармонізованими [6]. Оцінка ЕРГ (рис. 1б), отримана з ЕРС шляхом калманівської фільтрації, є також гармонізовною. Тому вважатимемо, що ансамбль Ω ЕРГ $s(t, \omega), t \in nT_d, n = \overline{0, N-1}, \omega \in \Omega$, де t – час, T_d – період дискретизації АЦП, гармонізовна стохастична функція.

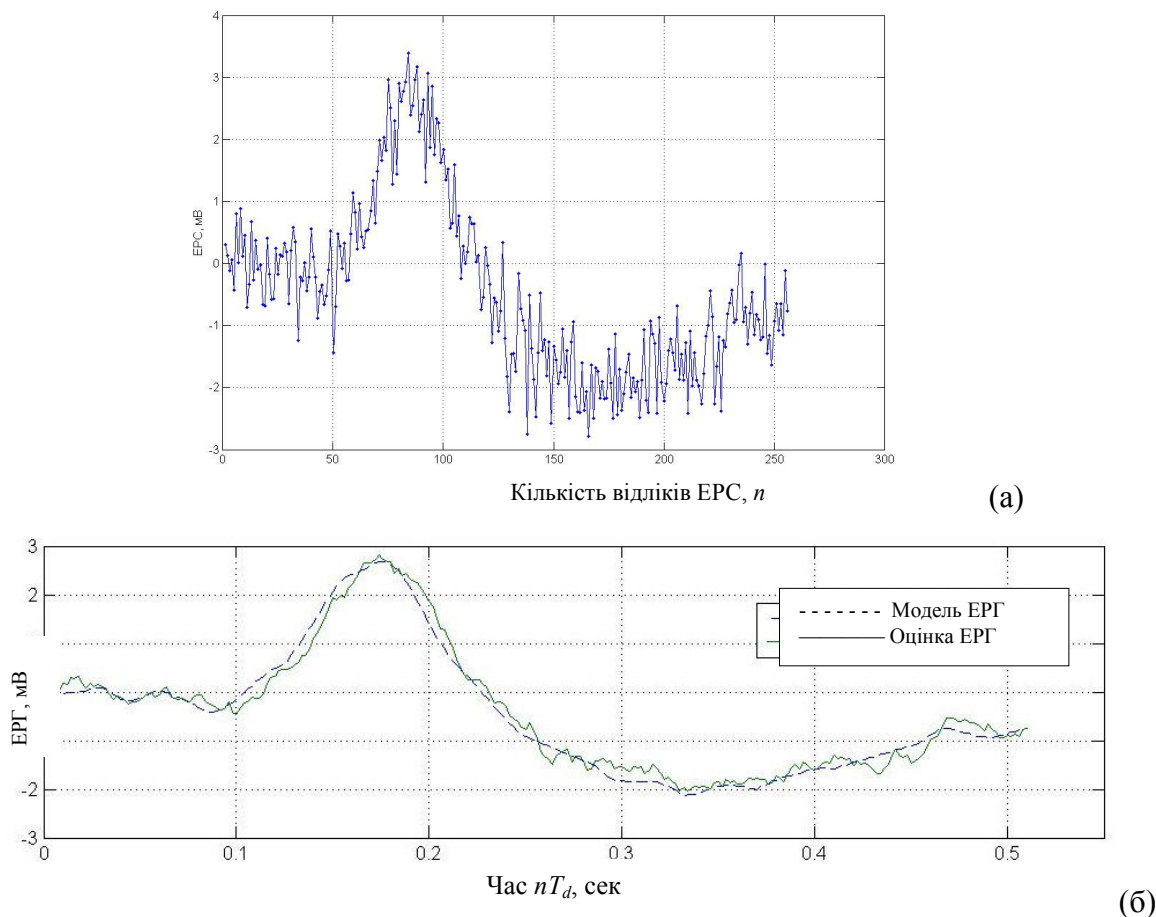


Рисунок 1. (а) – EPG, (б) – графіки моделі EPG для фільтра Калмана та оцінки EPG

Гармонізовані стохастичні функції (випадкові процеси) мають зображення (Крамера-Колмогорова)

$$s(t) = \int_{\Lambda} \exp(j\lambda t) Z_s(d\lambda), \quad (4)$$

де $Z_s(d\lambda)$ – випадкова міра, $j = \sqrt{-1}$ [6]. Представлення (4) випадкового процесу отримано за умови, що $s(t) = T^t s(0)$, де T^t – оператор зсуву: $T^t s(t) = s(t + \tau)$, а $\xi(0)$ – деяка „початкова” випадкова величина. За розкладом (М. Стоуна) оператора зсуву $T^t = \int_{\Lambda} \exp(j\lambda t) \Pi(d\lambda)$ (він є унітарним оператором). Тому $Z_s(d\lambda) = \Pi(d\lambda) \xi(0)$, де Π – оператор проектування.

Кореляційна функція гармонізованого випадкового процесу

$$R(t, \tau) = M(s(t) \overline{s(\tau)})_{L^2(\Lambda, F_s)} = \iint_{\Lambda \times \Lambda} \exp(j(\lambda\tau - \mu t)) F_s(d\lambda, d\mu), \quad (5)$$

де $\overline{s(t)} = \overline{s(t) - M\xi(t)}$, $F_s(d\lambda, d\mu) = M(Z(d\lambda) \overline{Z(d\mu)})$ – спектральна міра (біміра), а риска означає комплексну спряженість, M – оператор математичного сподівання (скалярний добуток $(\cdot; \cdot)_{L^2(\Lambda, F_s)}$ у гільбертовому просторі $L^2(\Lambda, F_s)$) [6].

Якщо кореляційний оператор переставний (комутує) з оператором зсуву, то його власними функціями є функції $\exp(jt\lambda)$, $\lambda \in \Lambda \times \Lambda$, функція $F_s(\Delta, \Delta')$ зосереджена на головній діагоналі простору $\Lambda \times \Lambda$ (тоді процес стаціонарний), або на його

діагоналях $\lambda = \mu \pm 2l\pi T_R^{-1}$, $k = \overline{0, L-1}$ (де T_R – період корельованості) для періодично стаціонарного процесу. Таким чином, уся інформація про ЕРС зосереджена в кореляційній функції (5).

Зображення (представлення) діагонального вигляду є канонічними – лінійними формами, які містять уся інформацію у малій кількості їх членів. Для спектрального аналізу ЕРГ використано компонентну статистику [див., наприклад, 6]. Тоді, за означенням, оцінка кореляційної функції набуває вигляду

$$\widehat{R}_s(t, \tau) = \int_0^{t-\tau} s(t-u)s(t-u, \tau)h(u)du, \quad (6)$$

де $h(u)$ – імпульсна функція фільтра стаціонарних компонент [2]. Тоді оцінка математичного сподівання визначається за виразом $\hat{m}(t) = \int_0^{t-t_0} s(t-u)h(u)du$.

Графіки ансамблю оцінок СГП однієї зі стаціонарних компонент з ансамблю ЕРГ (4), отримані за перетворенням Фур'є оцінки (6) автокореляційної функції (5) цієї стаціонарної компоненти, зображено на рис. 2.

За ансамблем оцінок СГП визначалися математичні сподівання та дисперсії M_0, D_0 зразкової ЕРГ (при „навчанні” ЕРГС) та M_γ, V_γ для оцінювання функції розподілу імовірності значень СГП (при визначенні інформативності).

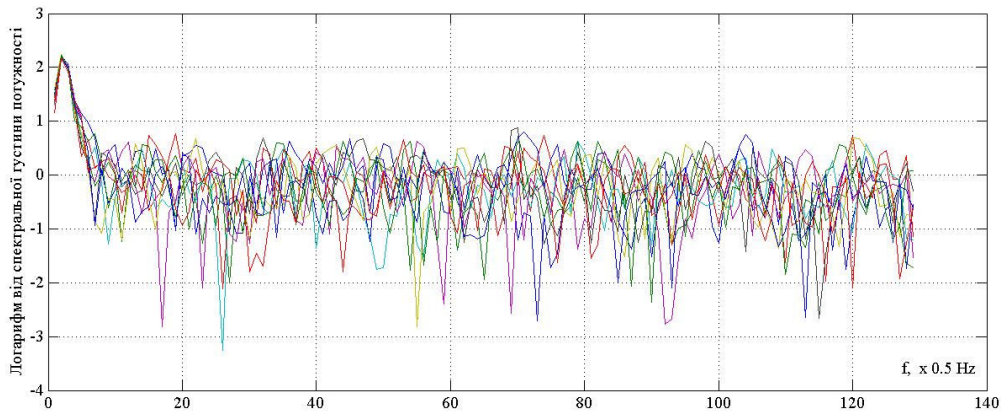
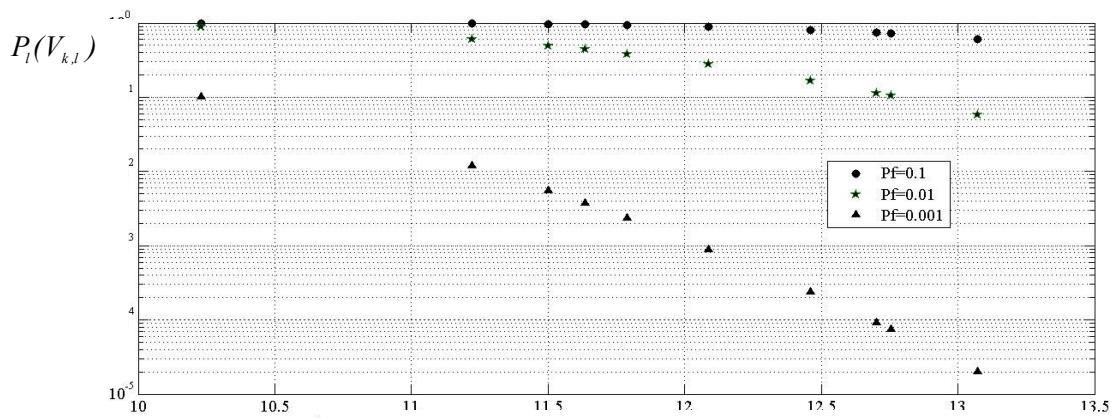


Рисунок 2 Графіки ансамблю СГП однієї зі стаціонарних компонент ЕРГ

На рис. 3 зображено графіки ймовірностей, отримані за виразами (2, 3) для l -ї стаціонарної компоненти СГП для ЕРГ.



Оцінка дисперсії $V_{k,l}$ спектральної густини потужності, $k=1, 2, \dots, 10$

Рисунок 3. Графіки розподілу ймовірностей $P(V_\gamma)$ похибки $|V_\gamma^{0.5}|$ оцінки ЕРГ за умови, що ймовірність більшої похибки дорівнює P_f

Вираз інформативності при стаціонарній моделі ЕРГ набуває вигляду

$$H(K/N) = -\sum_v p_f(v) \sum_k P(V_{\gamma,k}/v) \log P(V_{\gamma,k}/v), \quad (7)$$

де $v \in \mathbb{N}$ визначається виразом (2) для заданих P_f . Для L -компонентних ЕРГ інформативність

$$H(K/N) = -\sum_l \sum_v p_{f,l}(v) \sum_k P_l(V_{\gamma,k}/v) \log P_l(V_{\gamma,k}/v), \quad (8)$$

тобто кожна компонента низки $l = \overline{1, L}$ компонент „додає” інформативності.

Висновок. Експериментально встановлені стохастичність, повторюваність (коливання, циклічність) більшості відомих біосигналів характерні і для ЕРС. Врахування цього факту є підставою обґрунтування вибору гармонізовного випадкового процесу за достатньо інформативну математичну модель для ЕРС. Для гармонізованих процесів та операторів конфігураційне (власне) представлення (у часовій області) і представлення у фазовому просторі (у просторі змінних стану) і їх ізоморфні представлення (спектральні, у частотній області) логічно не суперечливі, еквівалентні математично. Тому отримана в ЕРГС на цих засадах оцінка ЕРГ а) теоретично не змінює інформативність ЕРС; б) практично дає можливість вибору таких методів реалізації операторів у трактах ЕРГС, які враховують нерівноцінність метрологічних характеристик технічної реалізації операторів у відповідних просторах; в) дає можливість побудови функцій розподілу ймовірностей та визначення умовних ймовірностей, потрібних для побудови методу визначення інформативності ЕРГС на основі ентропійного підходу.

Отримані результати відкрили необхідність у низці подальших досліджень. Насамперед це стосувалося обґрунтування вибору а) періоду корельованості гармонізованих періодично корельованих ЕРС; б) відрізків локальності гармонізовного представлення ЕРС; в) методу спектрального аналізу електроретинограми; г) типу розподілів ймовірності спектральної густини потужності оцінки електроретинограми; д) методу побудови виразу ентропії.

Література

1. Ткачук, Р.А. Оптимізація ретинографічної системи для виявлення прихованого біологічного впливу на організм людини [Текст] / Р.А. Ткачук // Оптико-електронні інформаційно-енергетичні технології. – 2009. – №2. – С. 145–152.
2. Ткачук, Р. Метод побудови біотехнічної системи для оцінювання електроретинограм з підвищеною вірогідністю та ефективністю [Текст] / Р. Ткачук, Б. Яворський // Вісник Тернопільського державного технічного університету. – 2009. – №3. – С. 102–110.
3. Голубцов, П.В. Информативность в категории линейных измерительных систем [Текст] / П.В. Голубцов // Проблемы передачи информации. – 1992. – Вып. 2. – Том 28. – С. 30–46.
4. Blackwell, D. Equivalent comparisons experiments// Annals of mathematical statistics. – Vol. 2. – Issue 2, 1953. – P. 265–272.
5. Rényi, A. On Measures of Entropy and Information// Proc. Fourth Berkeley Symp. on Math. Statist. and Prob., Vol. 1 (Univ. of Calif. Press, 1961), P. 547–561.
6. Драган, Я.П. Структура и представление моделей стохастических сигналов [Текст] / Я.П. Драган. – Киев: Наукова думка, 1980. – 384 с.
7. Яворський, Б.І. Критерії вибору базисів зображення випадкових процесів для ергатичних систем [Текст] / Б.І. Яворський, Г.М. Шадріна // Вісник Тернопільського приладобудівного інституту. – 1996. – № 2. – С. 133–137.
8. Dragan, Ya. Shannon's measure of information and signal theory [Текст] / Ya. Dragan, L. Sikora, B. Yavors'kyi // Современные методы цифровой обработки сигналов в системах измерения, контроля, диагностики и управления. – Минск: БГУ, 1999. – С. 102–110.

Дослідження виконувалися за планом фундаментальних досліджень МОНУ, наказ №1177 від 30.11.2010 р., тема ВІ 32-11, номер держреєстрації 0111U002593.

Отримано 30.06.2011