

Сосновский Л. Концепции поврежденности материалов / Сосновский Л., Щербаков С. // Вісник ТНТУ. — 2011. — Спецвипуск — частина 1. — С.14-23. — (механіка та матеріалознавство).

УДК 539.538

Л. Сосновский¹, докт. техн. наук; С. Щербаков², канд. техн. наук

¹Межведомственная Лаборатория «ТРИБОФАТИКА»,
г. Гомель, Республика Беларусь

²Учреждение образования «Белорусский государственный университет»,
г. Минск, Республика Беларусь

КОНЦЕПЦИИ ПОВРЕЖДЕННОСТИ МАТЕРИАЛОВ

Резюме. Дано краткий обзор известных понятий повреждаемости материалов при сопротивлении усталости. Разработан новый подход к оценке повреждаемости трибофатических систем, работающих в сложных условиях одновременного действия контактных и объемных нагрузок.

Ключевые слова: параметр поврежденности, модель накопления повреждения, усталость материалов, опасный объем, критерии поврежденности.

L. Sosnovskiy, S. Sherbakov

THE CONCEPT OF DAMAGED MATERIAL

The summary. The short review of known concepts of damageability of materials in fatigue resistance is given. The new approach to a damageability of tribo-fatigue systems working in difficult conditions of simultaneous action contact and extracontact loadings is stated.

Key words: parameter of damage, the model of damage accumulation, fatigue of materials, dangerous volume, the criteria for damage.

Исследование процессов генерирования и развития повреждений – одна из наиболее актуальных проблем усталости материалов, поскольку знание кинетики указанных процессов дает ключ к достоверной оценке долговечности объектов в заданных условиях эксплуатации.

Как отметил Я. Хульт [1], в механике сложились два совершенно различных представления о том, что следует понимать под поврежденностью. Первое из них предложено Пальмгреном, а второе – Л. М Качановым [2, 3] и Ю. Н. Работновым [4, 5].

Согласно Пальмгрёну-Майнеру, мерой D_n усталостного повреждения объекта служит отношение числа циклов нагружения (наработки) n к долговечности (числу циклов до разрушения) N при заданном уровне циклических напряжений σ

$$D_n = n/N(\sigma). \quad (1)$$

Простота и ясность меры (1) сделали ее весьма распространенной. На основе этой меры построен ряд гипотез накопления повреждений, анализ которых дан в работах [6–11]. Прогнозируя линейное или нелинейное суммирование усталостных повреждений, исследователи усовершенствовали меру (1) и сделали ее зависящей как от уровня напряжений σ , так и от физико-механических свойств материала (некоторые параметры m_j)

$$D_n = f\left(\frac{n}{N}, \sigma, m_j, \dots\right). \quad (1a)$$

Однако многочисленные экспериментальные проверки показали, что сумма накопленных повреждений к моменту разрушения не всегда равна единице, как это требует теория, а заключена в интервале (0,2–14). Поэтому исследование причин таких отклонений и совершенствование самой гипотезы продолжаются.

Модель поврежденности Качанова-Работнова постулирует «сильную» зависимость прочности от дефектов и предполагает, что дефекты непрерывным образом распределены (или рассеяны) по объему нагружаемого тела. Основные

положения этой модели разработаны применительно к ползучести материалов и состоят в следующем.

Деформация ползучести часто сопровождается постепенным ухудшением структуры материала: в ней возникают малые несплошности, которые могут соединяться между собой, образуя небольшие трещины. В результате воспринимающая нагрузку площадь уменьшается, хотя это уменьшение может оставаться незаметным. Такого рода ослабления или повреждения, возникают во всем объеме нагружаемого материала. В описанном состоянии обычное определение напряжения $\sigma = Q/F_0$ теряет свой смысл: средняя несущая нагрузка Q , площадь, или «истинная» площадь сечения F_* , меньше номинальной F_0 . Поэтому истинное напряжение $\sigma_s = Q/F_*$ превышает σ . Л. М. Качанов ввел [3] безразмерную величину, называемую сплошностью и определяемую как отношение

$$\Psi = \sigma / \sigma_s. \tag{2}$$

Для неповрежденного материала $\Psi = 1$, а для полностью поврежденного материала $\Psi = 0$. Позднее Ю.Н. Работнов ввел в употребление дополнительную величину

$$\omega_c = 1 - \Psi, \tag{3}$$

которую называют параметром поврежденности (или просто поврежденностью). Этот параметр изменяется от $\omega_c = 0$ для неповрежденного состояния до $\omega_c = 1$ для полностью поврежденного состояния.

Принимая соответствующий закон роста поврежденности (табл.1), можно получить формулы для расчета времени до разрушения при ползучести. Меры сплошности (2) и поврежденности (3) нашли применение и при исследовании кинетики усталостных повреждений (см. табл. 1). Таким образом, основная идея механики рассеянной поврежденности состоит в описании образования внутренних разрывов при помощи непрерывно изменяющейся переменной состояния, т. е. величины поля поврежденности, которая для простоты определена как скаляр.

Таблица 1. Модели накопления повреждений при ползучести и при усталости

| Уравнение | Автор |
|--|----------------------------|
| $v_1 = \frac{d\omega}{dt} = C_1 \left(\frac{\sigma}{1-\omega} \right)^m$ | Л.М. Качанов |
| $v_2 = \frac{d\omega}{dt} = C_2 \left(\frac{\sigma}{1-\omega} \right)^m \omega^\beta$ | Ю.Н. Работнов |
| $v_3 = \frac{d\omega}{dt} = C_3 \left(\frac{\sigma}{1-\omega} \right)^m$ | А.С. Шестериков |
| $v_4 = \frac{d\omega}{dt} = C_4 \left(\frac{\sigma}{1-\omega} \right)^m \frac{1}{1-\omega^q}$ | Дж. Леметр |
| $v_5 = \frac{d\omega}{dt} = C_5 \left(\frac{\sigma}{1-\omega} \right)^m \left(\frac{1}{1-\omega} \right)^{\Omega(\sigma)}$ | В.П. Голуб А.В. Романов |
| $v_I = \frac{d(1-\omega_{nT})}{dn} = -C_N \left(\frac{\Delta\sigma}{1-\omega_{nT}} \right)^{m_c}$ | Л.А. Сосновский |
| $v_{II} = \frac{d(1-\omega_{nT})}{dn} = -C_K \left(\frac{\Delta K}{1-\omega_{nF}} \right)^{m_k}$ | |

Обозначения: C, m, q, r, β – параметры материала; $\Omega(\sigma)$ – некоторая функция напряжений; $\Delta\sigma = \sigma_a - \sigma_{Rmin}$; $\Delta K = K_{max} - K_{th}$; σ_{Rmin} – нижняя граница рассеяния предела выносливости; K_{max}, K_{th} – максимальное и пороговое значения коэффициента интенсивности напряжений

В последнее время особенно интенсивно развивается в рамках линейной механики разрушения третья модель поврежденности, впервые предложенная Гриффитсом [12]. Ее основное представление состоит в том, что свободная от дефектов среда содержит по меньшей мере одну остроконечную трещину. Кинетика развития такой трещины-дефекта и определяет долговечность тела. Мерой поврежденности здесь служит длина трещины

$$\omega_l = l, \tag{4}$$

которую можно связать с долговечностью.

Нетрудно видеть, что основные представления о поврежденности в механике рассеянной поврежденности и в линейной механике разрушения противоположны. Тем не менее их можно применить для описания одних и тех же процессов в одинаковых объектах с практически одинаковой целью. Неудивительно, что в некоторых случаях известные модели не удовлетворяют практическим запросам. Так, В. П. Когаев показал [8], что долговечность, оцененная по известной формуле линейной механики разрушения, почти не зависит от конечной длины повреждающей трещины, если ее начальная длина достаточно мала.

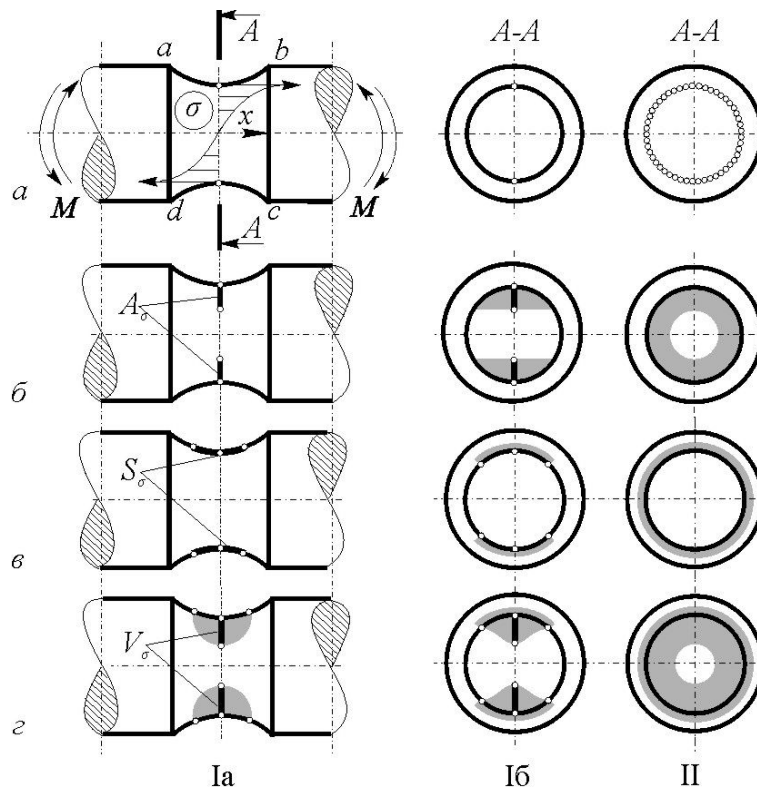


Рисунок 1. Схематическая иллюстрация моделей деформируемого твердого тела с опасной точкой (а), опасным сечением (б), опасной поверхностью (в) и опасным объемом (г) при статическом (Ia, Ib) и циклическом (II) нагружении

В сопротивлении усталости материалов и элементов конструкции предложена обобщенная мера поврежденности – в рамках статистической модели деформируемого твердого тела с опасным объемом [13]. Ее разработка иллюстрирует рис.1 на

простейшем примере изгиба вала. Когда стало ясно, что в условиях усталости *модель тела с опасной точкой* (рис.1, а) несостоятельна, были предложены две новые модели – *тела с опасным сечением Серенсена – Когаева* (рис.1, б) и *тела с опасной поверхностью Ваганова* (рис.1, в) [14, 15]. Первая из них учитывала то обстоятельство, что первичные усталостные повреждения (в том числе и микротрещины) возникают не только в точке на поверхности, но и на некоторой глубине циклически деформируемого твердого тела. Вторая из них принимала во внимание тот факт, что указанные повреждения обнаруживаются не только в опасном сечении (с *максимальным* уровнем напряжения), но и на прилегающей к нему поверхности, где напряжения на 5...15 % меньше максимального.

Естественным обобщением этих частных моделей и стала *модель тела с опасным объемом Сосновского* (называемая моделью ТОПО) (рис.1, г), согласно которой *абсолютная мера поврежденности*

$$V_{P\gamma} = \iiint_{\sigma \geq \sigma_{-1\min}} dx dy dz \quad (5)$$

определяется как объем материала с критическим уровнем напряжений в нем. Критериемограничения опасного объема (5) служит условие

$$\sigma \geq \sigma_{-1\min}, \quad (6)$$

где $\sigma_{-1\min}$ – нижняя граница рассеяния пределов выносливости (σ_{-1}). В случае плоского изгиба мера (5) является, по существу, статической, или, лучше сказать, квазистатической (рис.1, Ia и Ib), а при изгибе вала с вращением – динамической, поскольку она формируется за один его оборот (рис.1, II). На рис.1, I и 1, II дано сравнение конфигураций опасных объемов в обоих случаях.

Если V_0 – рабочий объем элемента конструкции, то вводится *относительная мера поврежденности*

$$0 \leq \frac{V_{P\gamma}}{V_0} = \omega_\sigma \leq 1, \quad (7)$$

в соответствии с которой необратимая повреждаемость отсутствует, если

$$\omega_\sigma = \frac{V_{P\gamma}}{V_0} = 0, \quad (7a)$$

так что (7a) рассматривается как обобщенное условие надежности (неразрушения) элемента конструкции по критерию сопротивления усталости. Когда

$$\omega_\sigma = \frac{V_{P\gamma}}{V_0} = 1, \quad (7б)$$

наступает *предельное состояние по критерию усталостного разрушения* (разделение элемента конструкции на части). Любые состояния поврежденности описываются неравенством

$$0 < \omega_\sigma = \frac{V_{P\gamma}}{V_0} < 1. \quad (7в)$$

В трибологии представление о том, что износ определяется «слоем интенсивно деформируемого материала», является общепризнанным (см., например, [16, 17]), однако критерии ограничения такого слоя не формулируются, поэтому строгая методика определения опасного объема при трении отсутствует. И только в трибофатике дано обоснованное решение этой задачи.

Поскольку в области контакта напряженно-деформированное состояние является существенно трехмерным, то модель (5) трансформируется таким образом:

$$V_{ij} = \iiint_{g_{ij}(V) \geq 1} dV, \quad (8)$$

где $g_{ij} = \sigma_{ij} / \sigma_{ij}^{*lim}$ – повреждающие напряжения, σ_{ij}^{*lim} – предельные напряжения.

Модель (8) разработали Л. А. Сосновский, М. А. Журавков и С. С. Щербаков [18-20].

Согласно (8) в паре трения можно вычислить целый ряд характеристик (мер) поврежденности, которые определяются, например, компонентами контактных напряжений, главными или октаэдрическими напряжениями, тензором напряжений и т. д. При этом, как и с помощью модели (5), определяются и статические, и динамические опасные объемы. Если указанные частные опасные объемы пересекаются в заданных условиях испытания или эксплуатации, образуется совмещенный опасный объем, в котором наиболее вероятно возникновение первоначальных микротрещин – источников поверхностного и подповерхностного разрушения (износа) при трении.

Применительно к трибофатическим системам [18] процедура расчета опасных объемов предполагает, во-первых, знание трехмерного напряженного состояния элементов, вызванного как локальным нагружением, так и объемным деформированием, и, во-вторых, определения критических (предельных) напряжений, которые служат критерием для ограничения соответствующих опасных областей.

Критериальные условия для ограничения опасных объемов имеют вид

$$V_{ij} = \left\{ dV / |\sigma_{ij}| \geq \sigma_m^{*lim}, dV \subset V_k \right\}, i, j = x, y, z, m = \begin{cases} n, & \text{при } i = j, \\ \tau, & \text{при } i \neq j, \end{cases} \quad (9)$$

$$V_i = \left\{ dV / |\sigma_i| \geq \sigma_i^{*lim}, dV \subset V_k \right\}, i = 1, 2, 3, \quad (10)$$

$$V_{int} = \left\{ dV / \sigma_{int} \geq \sigma_1^{*lim}, dV \subset V_k \right\} \quad (11)$$

Поскольку применительно в трибофатической системе может исследоваться процесс ее повреждения при контактной усталости, то в выражениях (9)-(11) рабочий объем V_k представляет собой не весь объем деформируемого твердого тела, а лишь объем предельно допустимого износа (рис.2).

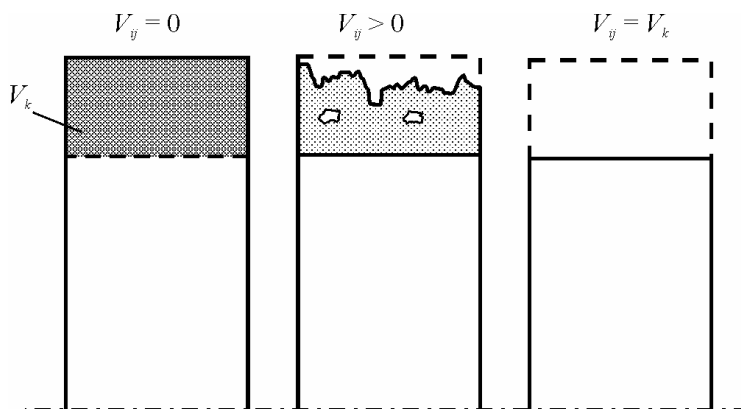


Рисунок 2. Схема рабочего и опасного объемов при контактной усталости

Для описания характера и уровня повреждений в области контакта вводится представление о типах опасных объемов. Определения, обозначения и формулы для расчета статических и динамических опасных объемов, а также сводка

соответствующих (относительных) мер поврежденности приведены в табл.2 и 3.

Поскольку опасные объемы могут иметь произвольную и сложную форму, то их аналитическое определение согласно формулам (табл. 2 и 3) может быть затруднено; в таких случаях их вычисляют методом Монте-Карло.

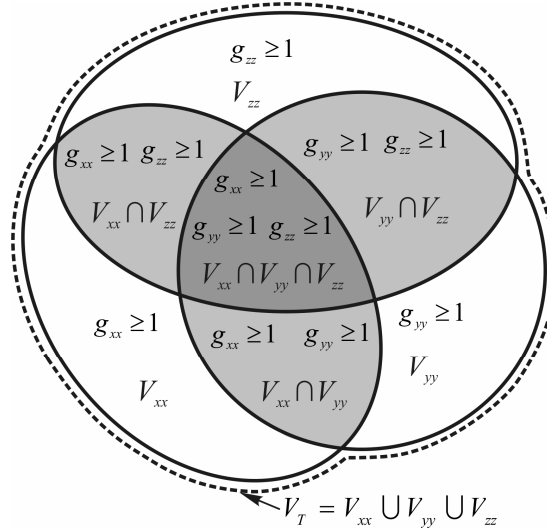


Рисунок 3. Схема объединения (пунктирная линия) и пересечений (затемнено) опасных объемов, обусловленных нормальными напряжениями

Таблица 2. Классификация статических опасных объемов

| Тип опасного объема | Определение | Расчетная формула | Относительная мера поврежденности |
|---------------------|--|--|-----------------------------------|
| Компонентный | $V_{ij} = \{dV / \psi_{ij} \geq 1, dV \subset V_k\}$ Область нагруженного тела, в каждой точке которой величина соответствующей компоненты тензора напряжений не меньше предельного значения | $V_{ij} = \iiint_{ \psi_{ij}(V) \geq 1} dV$ | $\omega_{ij} = V_{ij} / V_k$ |
| Главный | $V_i = \{dV / \psi_i \geq 1, dV \subset V_k\}$ Область нагруженного тела, в каждой точке которой величина соответствующего главного напряжения не меньше предельного значения | $V_i = \iiint_{ \psi_i(V) \geq 1} dV$ | $\omega_i = V_i / V_k$ |
| Шаровой | $V_S = \{dV / \psi_S \geq 1, dV \subset V_k\}$ Область нагруженного тела, в каждой точке которой величина компоненты шаровой части тензора напряжений не меньше предельного значения | $V_S = \iiint_{ \psi_S(V) \geq 1} dV$ | $\omega_S = V_S / V_k$ |
| Девiatorный | $V_D = \{dV / \max_{i,j} \psi_{ij}^D \geq 1, dV \subset V_k\}$ Область нагруженного тела, в каждой точке которой величина хотя бы одной компоненты девиаторной части тензора напряжений не меньше предельного значения | $V_D = \iiint_{\max_{i,j} \psi_{ij}^D(V) \geq 1} dV$ | $\omega_D = V_D / V_k$ |

| | | | |
|----------------|---|---|--|
| Совмещенный | $V_C = \bigcap_{i=p, j=m}^{q, n} V_{ij},$ $i, j, p, q, m, n = x, y, z,$ $V_C = \bigcap_{i=p}^q V_i, i, p, q = 1, 2, 3$ <p>Пересечение двух или более опасных объемов</p> | $V_C = \iiint_{\bigwedge_{i=p, j=m}^{q, n} \psi_{ij}(V) \geq 1} dV$ $V_C = \iiint_{\bigwedge_{i=p}^q \psi_{ij}(V) \geq 1} dV$ | $\omega_C = V_C / V_k$ |
| Октаэдрический | $V_{\text{int}} = \{dV / \psi_{\text{int}} \geq 1, dV \subset V_k\}$ <p>Область нагруженного тела, в каждой точке которой значение интенсивности напряжения не меньше предельного</p> | $V_{\text{int}} = \iiint_{\psi_{\text{int}}(V) \geq 1} dV$ | $\omega_{\text{int}} = V_{\text{int}} / V_k$ |
| Тензорный | $V_T = \bigcup_{i=p, j=m}^{q, n} V_{ij},$ $i, j, p, q, m, n = x, y, z,$ $V_T = \bigcup_{i=p}^q V_i,$ $i, p, q = 1, 2, 3$ <p>Объединение двух или более опасных объемов</p> | $V_T = \iiint_{\bigvee_{i=p, j=m}^{q, n} \psi_{ij}(V) \geq 1} dV$ $V_T = \iiint_{\bigvee_{i=p}^q \psi_{ij}(V) \geq 1} dV$ | $\omega_T = V_T / V_k$ |

Графическая иллюстрация компонентных опасных объемов V_{xx}, V_{yy}, V_{zz} , их пересечений (совмещенных опасных объемов) $V_{xx} \cap V_{yy}, V_{yy} \cap V_{zz}, V_{xx} \cap V_{zz}, V_{xx} \cap V_{yy} \cap V_{zz}$ и объединения $V_{xx} \cup V_{yy} \cup V_{zz}$ (тензорного опасного объема) представлена на рис.3. Там же показан тензор $\psi_{ij}(dV)$ относительных повреждающих напряжений. Видно, что при равновеликом значении компонент тензора $\psi_{ij}(dV)$ наиболее опасной зоной, где ожидается зарождение разрушения, является пересечение трех компонентных объемов $V_{xx} \cap V_{yy} \cap V_{zz}$.

Таблица 3. Классификация динамических опасных объемов

| Тип опасного объема | Определение | Расчетная формула | Относительная мера поврежденности |
|---------------------|---|----------------------------------|-----------------------------------|
| Компонентный | $V_{ij}^d = \bigcup_l V_{ij}(t_l)$ <p>Область нагруженного тела, в каждой точке которой величина соответствующей компоненты тензора напряжений не меньше предельного значения хотя бы единожды (в момент времени t_l) за цикл нагружения</p> | $V_{ij}^d = \int_l S_{ij}(l) dl$ | $\omega_{ij}^d = V_{ij}^d / V_k$ |
| Главный | $V_i^d = \bigcup_l V_i(t_l)$ <p>Область нагруженного тела, в каждой точке которой величина соответствующего главного напряжения превышает предельное значения хотя бы единожды (в момент времени t_l) за цикл нагружения</p> | $V_i^d = \int_l S_i(l) dl$ | $\omega_i^d = V_i^d / V_k$ |
| Шаровой | $V_S^d = \bigcup_l V_S(t_l)$ <p>Область нагруженного тела, в каждой точке которой величина компоненты шаровой части тензора напряжений не меньше предельного значения хотя бы единожды (в момент времени t_l) за цикл нагружения</p> | $V_S^d = \int_l S_S(l) dl$ | $\omega_S^d = V_S^d / V_k$ |

| | | | |
|----------------|---|--|------------------------------------|
| Девiatorный | $V_D^d = \bigcup_l V_D(t_l)$ <p>Область нагруженного тела, в каждой точке которой величина хотя бы одной компоненты девиаторной части тензора напряжений не меньше предельного значения хотя бы единожды (в момент времени t_l) за цикл нагружения</p> | $V_D^d = \int_l S_D(t) dl$ | $\omega_D^d = V_D^d / V_k$ |
| Совмещенный | $V_C^d = \bigcap_{i=p, j=m}^{q, n} V_{ij}^d,$ $i, j, p, q, m, n = x, y, z,$ $V_C^d = \bigcap_{i=p}^q V_i^d, i, p, q = 1, 2, 3$ <p>Пересечение двух или более кинематических опасных объемов</p> | $V_C^d = \int_l S_C(t) dl$ | $\omega_C^d = V_C^d / V_k$ |
| Октаэдрический | $V_{int}^d = \bigcup_l V_{int}(t_l)$ <p>Область нагруженного тела, в каждой точке которой величина интенсивности напряжений не меньше предельного значения хотя бы единожды (в момент времени t_l) за цикл нагружения</p> | $V_{int}^d = \iiint_{\psi_{int}(V) \geq 1} dV$ | $V_{int}^d = \int_l S_{int}(t) dl$ |
| Тензорный | $V_T^d = \bigcup_{i=p, j=m}^{q, n} V_{ij}^d,$ $i, j, p, q, m, n = x, y, z,$ $V_T^d = \bigcup_{i=p}^q V_{ij}^d, i, p, q = 1, 2, 3$ <p>Объединение двух или более кинематических опасных объемов</p> | $V_T^d = \int_l S_T(t) dl$ | $\omega_T^d = V_T^d / V_k$ |

В зонах трех компонентных объемов (V_{xx}, V_{yy}, V_{zz}) разрушение скорее начнется там, где тензор $\psi_{ij}(dV)$ является наибольшим по величине. Вообще, рисунки типа рис.3 позволяют проанализировать многообразные возможные особенности прогнозируемого повреждения. Они обнаруживаются, например, в зонах пересечения (наложения) опасных объемов, обусловленных либо только нормальными, либо только касательными напряжениями, либо одновременным воздействием нормальных и касательных напряжений разных знаков. Появляется возможность конкретного анализа роли процессов отрыва и сдвига в формировании комплексного повреждения.

Таким образом, поскольку многообразные и бесчисленные акты и эффекты взаимодействия повреждений многих типов не могут быть точно описаны и предсказаны, вводится представление о взаимодействии опасных объемов, которое и содержит реальный комплекс необратимых повреждений (дефектов), порождаемых действием соответствующих полей напряжений (деформаций). Опасный объем может служить эквивалентом комплекса повреждений, поскольку его величина пропорциональна уровню напряжений (деформаций) и, следовательно, количеству (концентрации) дефектов (повреждений). Комплексное износоусталостное повреждение – это комплексное повреждение в том смысле, что оно есть результат взаимодействия любых повреждений, обусловленных контактной и неконтактной нагрузками (напряжениями, деформациями) и развивающихся на любых масштабных уровнях (нано-, субмикро-, микро- и макроповреждения) [19].

Литература

1. Хульт, Я. Поврежденность и распространение трещин. Механика деформируемых твердых тел. Направления развития [Текст] / Я. Хульт; пер. с англ. – М., 1983. – С. 230–243.

2. Качанов, Л.М. Время разрушения в условиях ползучести [Текст] / Л.М. Качанов // Проблемы механики сплошной среды. – М., 1961. – С.186–201.
3. Качанов, Л.М. Основы механики разрушения [Текст] / Л.М. Качанов. – М., 1974. – 311 с.
4. Работнов, Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций [Текст] / Ю.Н. Работнов. – М., 1966. – 250 с.
5. Работнов, Ю.Н. О разрушении твердых тел [Текст] / Ю.Н. Работнов // Проблемы механики твердого деформируемого тела. – Л., 1970. – С. 353–357.
6. Биргер, И.А. Детерминирование и статистические модели суммирования повреждений [Текст] / И.А. Биргер // Проблемы прочности. – 1978. № 11. – С. 3–11.
7. Болотин, В.В. Прогнозирование ресурса машин и конструкций [Текст] / В.В. Болотин. – М., 1984. – 312 с.
8. Когаев, В.П. Расчеты на прочность при напряжениях, переменных во времени [Текст] / В.П. Когаев. – М., 1974. – 232 с.
9. Коллинз, Дж. Повреждение материалов в конструкциях. Анализ. Предсказание. Предотвращение [Текст] / Дж. Коллинз; пер. с англ.; под ред. Э.И. Григолюка. – М., 1984. – 624 с.
10. Степнов, М.Н. Усталость легких конструкционных сплавов [Текст] / М.Н. Степнов, Е.В. Гиацинтов. – М., 1973. – 317 с.
11. Трощенко, В.Т. Деформирование и разрушение металлов при многоцикловом нагружении [Текст] / В.Т. Трощенко. – Киев, 1981. – 343 с.
12. Griffith, A.A. The Phenomena of Rupture and Flow in Solids // Phil. Trans. Roy. Soc. of London. A 221. – 1921. – P.163–197.
13. Сосновский, Л.А. Статистическая механика усталостного разрушения [Текст] / Л.А. Сосновский. – Минск, 1987. – 288 с.
14. Серенсен, С.В. Несущая способность и расчеты деталей машин на прочность [Текст] / С.В. Серенсен, В.П. Когаев, Р.М. Шнейдерович. – М. – 488 с.
15. Вагапов, Р.Д. Статистическая теория рассеивания случайной координаты повреждения тела [Текст] / Р.Д. Вагапов // Машиноведение. –1970. – № 4. – С. 63–74.
16. Основы трибологии (трение, износ, смазка); под ред. А.В. Чичинадзе. – М., 2001. – 664 с.
17. Сысоев, П.В. Деформация и износ полимеров при трении [Текст] / П.В. Сысоев, П.Н. Богданович, А.Д. Лизарев. – Минск, 1985. – 239 с.
18. Сосновский, Л.А. Механика износоусталостного повреждения [Текст] / Л.А. Сосновский. – Гомель, 2007. – 434 с.
19. Труды VI-го Международного симпозиума по трибофатике (ISTF 2010), 25 октября – 1 ноября 2010 г., Минск (Беларусь) / Редкол.: М.А. Журавков (пред.) [и др.]. – Минск: БГУ, 2010. – Т.1. – 840 с., – Т.2. – 724 с.
20. Журавков, М.А. Расчет опасных объемов при контактном нагружении [Текст] / М.А. Журавков, С.С. Щербаков // Вестн. БГУ. – Сер. 1. – 2007. – № 1. – С. 117–122.