

Визначення початкових швидкостей руху розплавленого металу в технологічному тигелі / Шаблій О., Пулька Ч., Цимбалюк Л., Король О. // Вісник ТНТУ. — 2011. — Том 17. — № 2. — С.202-208. — (математичне моделювання. математика. фізика).

УДК 621.791.927.7

**О. Шаблій, докт. фіз.-мат. наук; Ч. Пулька, докт. техн. наук;
Л. Цимбалюк, канд. фіз.-мат. наук, О. Король**

*Тернопільський національний технічний університет імені Івана
Пулюя*

ВИЗНАЧЕННЯ ПОЧАТКОВИХ ШВИДКОСТЕЙ РУХУ РОЗПЛАВЛЕННОГО МЕТАЛУ В ТЕХНОЛОГІЧНОМУ ТИГЕЛІ

Резюме. Розроблена математична модель визначення та формування початкових швидкостей руху розплавленого металу в технологічному тигелі, створення початкових і граничних умов, необхідних для відновлення робочих поверхонь кочення залізничних вагонних та локомотивних коліс, а саме його нарощування.

Ключові слова: відновлення, граничні умови, динамічна в'язкість, пондемоторна сила, дотичні зусилля, гідравлічний тиск, дотичні напруження.

O. Shabliy, Ch. Pulka, L. Tsymbalyuk, O. Korol

CALIBRATION REQUIRED FOR STUDYING TRAFFIC SMELT IN THE TECHNOLOGICAL CRUCIBLES

The summary: The mathematical model of the formation and initial velocities to study the movement of molten metal in the crucible of technology, creation of initial and boundary conditions needed to restore the working surfaces of rolling railway wagon and locomotive wheels, namely its capacity.

Key words: restoration, boundary conditions, dynamic viscosity, pondemotorna force tangential efforts, hydraulic pressure, shearing stress.

Постановка проблеми. При відновленні робочих поверхонь спрацьованих залізних коліс методом заливки рідкого металу в тигель і з'єднання його з робочою поверхнею колеса, важливе значення має визначення початкових швидкостей, необхідних для вивчення руху розплавленого металу в технологічному тигелі.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. В роботах [1,2,3,4,5,6] описано різні обладнання та пристосування для механізації та автоматизації технологічних процесів для відновлення робочих поверхонь залізних коліс. Вони є складними та громіздкими в конструюванні, вимагають значних матеріальних затрат, пов'язаних з виготовленням, і при цьому мають обмежені технологічні можливості. Ці всі фактори спонукають до їх модернізації та пошуку нових технологічних процесів при розв'язанні даної проблеми.

Метою роботи є розробка математичної моделі для формування початкових швидкостей, необхідних для вивчення руху розплавленого металу в технологічному тигелі.

Постановка задачі. Розрахунок початкових швидкостей, необхідний для вивчення швидкостей руху розплавленого металу в технологічному тигелі.

Методи та результати досліджень. Проблеми нарощування зношеного механізму чи конструкції, ми зводимо до розв'язання низки науково-технічних, технологічних, конструкторсько-технологічних та економічних проблем.

Розв'язання цих проблем буде здійснюватися з допомогою методів фізичного та математичного моделювання з використанням фундаментальних законів електрофізики, теплофізики, електродинаміки, гідродинаміки та сучасних методів економіки.

Послідовність дій при цьому є такою:

- 1) конструювання, виготовлення тигеля разом з індуктором, які розміщуємо біля зношеної частини [7];
- 2) з допомогою індукційної тигельної печі розплавляємо метал і заливаємо його в тигель біля зношеної деталі (технологічний тигель);
- 3) з метою кращої сумісності зношеної частини з розплавленим металом та сумісного їх остигання, а також розплаву в технологічному тигелі [8], попередньо їх підігріваємо з допомогою індуктора;
- 4) з допомогою вібратора, приєднаного до нарощуваної частини, створюємо переносну кутову швидкість, яка має також вібраційний характер. Використовуючи її та відносну швидкість частинок, яка створюються активною частиною пондеomotorної сили, знаходимо Коріолісові сили інерції, направлені в напрямку пазів на поверхні нарощуваного колеса [9];
- 5) відносну реактивну силу компенсуємо конденсатором або конденсаторною батареєю;
- 6) після трьоххвилинної вібраційної обробки вздовж пазів, відключаємо вібратор і колесо знаходиться під дією імпульсів тиску в напрямку підготовленої поверхні механізму для відновлення. Дія імпульсів активної частини пондеomotorної сили сприяє з'єднанню розплавленого металу з цією поверхнею. Після трьоххвилинної дії імпульсів, виключаємо індуктор;
- 7) розплав разом з колесом вільно остигає;
- 8) після повного остигання проводимо необхідне шліфування, лабораторні дослідження визначення якості нарощування (структура приєднаного металу, з'єднання основного та приєднаного металу, рентгеноскопію, випробування в експлуатаційних умовах);
- 9) порівнюємо матеріальні затрати виготовлення нового та відновлення зношеного коліс.

Математичне моделювання створення початкових умов, необхідних для розв'язання задачі в цілому.

Рух розплавленого металу в технологічному тигелі, що сконструйований навколо підготовленого зношеного колеса, описується рівняннями Нав'є-Стокса, які мають вигляд [10]:

$$\begin{cases} \frac{dV_x}{dt} = F_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 V_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_x}{\partial z^2} \right) + \left(\frac{\xi}{\rho} + \frac{\nu}{3} \right) \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_x}{\partial z} \right) + \frac{Q_x(x)}{\rho}, \\ \frac{dV_z}{dt} = F_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 V_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_z}{\partial z^2} \right) + \left(\frac{\xi}{\rho} + \frac{\nu}{3} \right) \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_z}{\partial z} \right) + \frac{Q_z(x)}{\rho}, \end{cases} \quad (1)$$

де

$$\begin{cases} \frac{Q_x(x)}{\rho} = \frac{1}{\rho} \mu_0 \mu_3 K_3 H_{m23}^2 \left[\frac{\bar{M}_{13} (M_{13} + M_{23}) - \bar{M}_{23} (M_{13} - M_{23})}{N_{13}^2 + N_{23}^2} \right], \\ \frac{Q_z(x)}{\rho} = -\rho + \frac{1}{\rho} \mu_0 \mu_3 K_3 H_{m23}^2 \left[\frac{\bar{M}_{13} (M_{13} - M_{23}) + \bar{M}_{23} (M_{13} + M_{23})}{N_{13}^2 + N_{23}^2} \right]. \end{cases} \quad (2)$$

тут $Q_x(x)$ і $Q_z(x)$ – проекції подемоторної сили на осі x і z відповідно;

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} \text{ – кінематичний коефіцієнт в'язкості;}$$

η – динамічний коефіцієнт в'язкості;

ρ – густина розплаву;

ζ – коефіцієнт зміни густини в залежності від концентрації домішок, або друга в'язкість.

Для проекцій швидкостей V_x і V_z повинно також виконуватися рівняння сумісності

$$\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0. \quad (3)$$

Введено позначення [7]:

$$M_{13} = (1 + \sqrt{\mu_{42}}) e^{-[(K_{42} - K_3)x_k + K_3x]} \cos[(K_{42} - K_3)x_k + K_3x] - (1 - \sqrt{\mu_{42}}) e^{-[(K_{42} + K_3)x_k - K_3x]} \cos[(K_{42} + K_3)x_k - K_3x];$$

$$M_{23} = (1 + \sqrt{\mu_{42}}) e^{-[(K_{42} - K_3)x_k + K_3x]} \sin[(K_{42} - K_3)x_k + K_3x] - (1 - \sqrt{\mu_{42}}) e^{-[(K_{42} + K_3)x_k - K_3x]} \sin[(K_{42} + K_3)x_k - K_3x];$$

$$N_{13} = (1 + \sqrt{\mu_{42}}) e^{-[(K_{43} - K_3)x_k + K_3x_{23}]} \cos[(K_{42} - K_3)x_k + K_3x_{23}] - (1 - \sqrt{\mu_{42}}) e^{-[(K_{42} + K_3)x_k - K_3x_{23}]} \cos[(K_{42} + K_3)x_k - K_3x_{23}];$$

$$N_{23} = (1 + \sqrt{\mu_{42}}) e^{-[(K_{43} - K_3)x_k + K_3x_{23}]} \sin[(K_{42} - K_3)x_k + K_3x_{23}] - (1 - \sqrt{\mu_{42}}) e^{-[(K_{42} + K_3)x_k - K_3x_{23}]} \sin[(K_{42} + K_3)x_k - K_3x_{23}];$$

$$\bar{M}_{13} = M_{13} + 2(1 - \sqrt{\mu_{42}}) e^{-d(x)} \cos d(x); \quad \bar{M}_{23} = M_{23} + 2(1 - \sqrt{\mu_{42}}) e^{-d(x)} \sin d(x);$$

$$d(x) = (K_{23} + K_{13})x_k - K_{13}x. \quad (4)$$

Важливо описати початкове положення (початкових стаціонарних) систем (1) в такій формі, щоб в початковий момент часу мали місце рівняння:

$$\frac{\partial^2 V_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_x}{\partial z^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 V_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_z}{\partial z^2} = 0, \quad (5)$$

для яких виконуються граничні умови:

$$\text{на стороні } x=0: V_x=0, \tau_1 = \eta_1 \frac{\partial V_z}{\partial x}; \quad \text{на стороні } x=b: V_x=0, \tau_2 = \eta_2 \frac{\partial V_z}{\partial x}; \quad (6)$$

$$\text{на стороні } z=0: V_z=0, \tau_4 = \eta_4 \frac{\partial V_x}{\partial z}; \quad \text{на стороні } z=a: V_z=0, \tau_3 = \eta_3 \frac{\partial V_x}{\partial z}; \quad (7)$$

де τ_1, τ_2 – дотичні зусилля, які мають напрям по осі x ;

τ_3, τ_4 – дотичні зусилля, які мають напрям по осі z ;

$\eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4$ – в'язкість розплавленого металу на відповідних межах;

V_x – швидкість по осі x ;

V_z – швидкість по осі z ;

$\frac{\partial V_z}{\partial x}$ – швидкість зсувної деформації в напрямку осі x ,

$\frac{\partial V_x}{\partial z}$ – швидкість зсувної деформації в напрямку осі z .

В виразах (6), (7) динамічну в'язкість (η) можна вважати всюди однаковою, гідравлічні напруження $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4$ визначаються через гідравлічний тиск (P) та коефіцієнти гідравлічного тертя [10].

Спочатку визначаємо гідравлічний тиск, який задовольняє рівнянням гідравлічної рівноваги:

$$\frac{1}{\rho_3} \frac{\partial P}{\partial x} = 0; \quad \frac{1}{\rho_3} \frac{\partial P}{\partial z} + g = 0. \quad (8)$$

Враховуючи надлишковий і атмосферний тиски при $z=a$, а також те, що в напрямку осі x тиск в усіх точках буде однаковий, маємо:

$$P(z) = -\rho_3 g(a - z) - P_a - P_n,$$

де $P_a = 1 \text{ Ат}$ [11],

$P_n = -7,063 \cdot 10^4$ — надлишковий тиск в технологічній трубці.

Тоді при $x=0$, і $x=l$ тиск буде відповідно рівний:

$$P_1 = -\rho_3 g(a - z) - P_a - P_n; \quad P_2 = \rho_3 g(a - z) + P_a + P_n. \quad (9)$$

при $z=a$ і $z=0$, відповідно отримаємо:

$$P_3 = P_a + P_n, \quad P_4 = -\rho_3 g a - P_a - P_n, \quad (10)$$

Розв'язки першого та другого з рівнянь (5) мають вигляд :

$$V_x = (A_1 \cos n_1 x + A_2 \sin n_1 x)(A_3 e^{n_1 z} + A_4 e^{-n_1 z});$$

$$V_z = (B_1 \cos n_2 z + B_2 \sin n_2 z)(B_3 e^{n_2 x} + B_4 e^{-n_2 x}).$$

Визначивши невідомі сталі та задовольнивши граничні умови (6), (7), отримаємо вирази для проекцій початкових швидкостей V_x^0 і V_z^0 на осі Ox і Oz відповідно:

$$V_x^0 = \frac{b(\eta_4 \tau_3 ch \frac{\pi n z}{b} - \eta_3 \tau_4 ch \frac{\pi n}{b} (z - a))}{\pi n \eta_3 \eta_4 sh \frac{\pi n a}{b}},$$

$$V_z^0 = \frac{a(\eta_1 \tau_2 ch \frac{\pi n x}{a} - \eta_2 \tau_1 ch \frac{\pi n}{a} (x - b))}{\pi n \eta_1 \eta_2 sh \frac{\pi n b}{a}},$$
(11)

де $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4$ — значення дотичних напружень на границях $x=0, x=b, z=0, z=a$, які дорівнюють:

$$\tau_1 = \lambda_1 P_1; \tau_2 = \lambda_2 P_2; \tau_3 = \lambda_3 P_3; \tau_4 = \lambda_4 P_4. \quad (12)$$

При цьому

$$\lambda_{1,3,4} \in [0,00132 ; 0,00134], \lambda_2 = 0,03. \quad (13)$$

Приймаємо також, що

$$\eta = \eta_1 = \eta_2 = \eta_3 = \eta_4 = 0,0047 \text{ МПа}\cdot\text{с}. \quad (14)$$

Прийнявши $a=0,11\text{м}, b=0,035\text{м}, n=1, h=1\text{м}, P=1 \text{ КГ/м}^2$, з допомогою (11) знайдемо початкові значення V_x^0, V_z^0 : $V_x^0(z=0) = -2.131 \times 10^{-4} \text{ м/сек}, V_x^0(z=a) = -2.394 \times 10^{-4} \text{ м/сек}, V_z^0(x=0) = -1.637 \cdot 10^{-6} \text{ м/сек}, V_z^0(x=a) = -1.825 \cdot 10^{-5} \text{ м/сек}$. На рис. 1, 2 наведенні залежності початкових швидкостей від координат при конкретних значеннях фізичних і геометричних величин.

Дослідження, які залежать від часу, будуть проводитись на основі рівнянь руху Нав'є-Стокса та складатимуть розв'язання всіх згаданих вище проблем і будуть окремими дослідженнями.

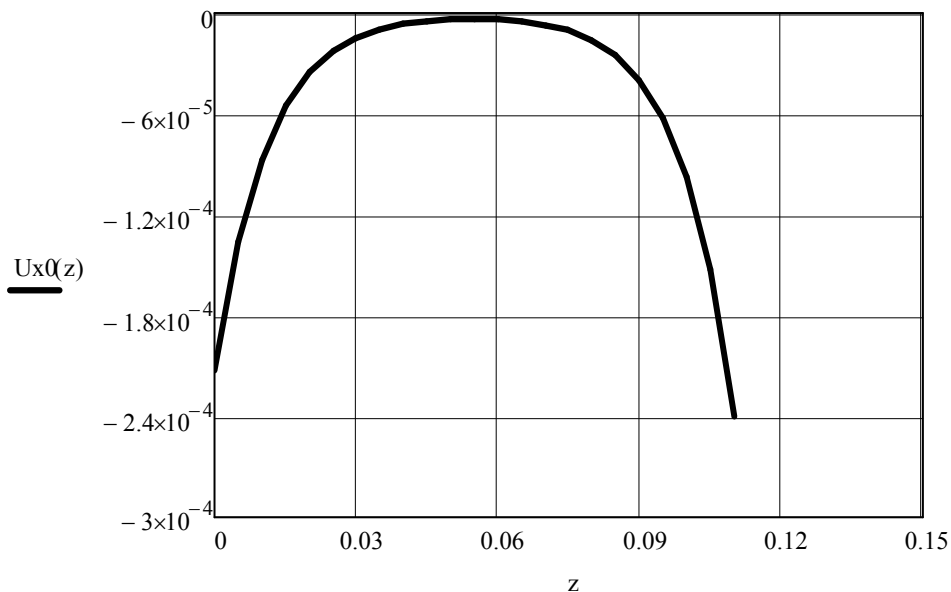
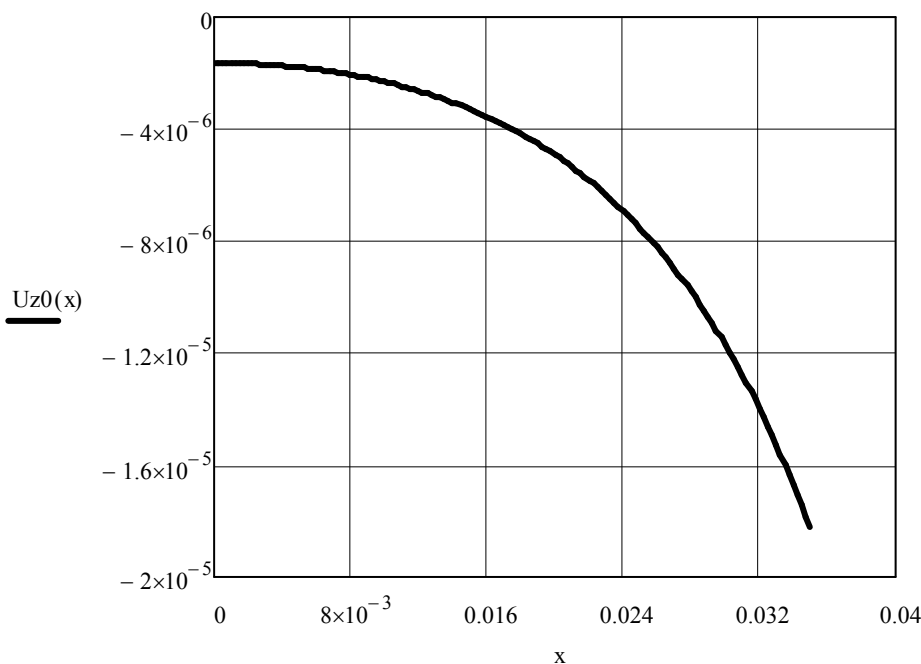


Рисунок 1 — Графік залежності початкової швидкості V_x^0 від координати z Рисунок 2 — Графік залежності початкової швидкості V_z^0 від координати x

Висновок. Аналізуючи попередні викладки, на рис. 1, 2 бачимо, що початкові значення швидкостей суттєво залежать від граничних умов, в яких знаходиться розплавлений метал. Швидкості врівноважуються можливим тиском, геометрією тигеля та технологічної трубки. Необхідно відзначити, що значення V_x^0 , V_z^0 залежать від граничних умов, за різних умов вони будуть різні. Це дає можливість оптимізації початкових умов.

Література

1. Пат. на корисну модель №42596. Спосіб відновлення спрацьованих сталевих деталей [Текст] / О.М. Шаблій, Ч.В.Пулька, Б.М. Береженко. – № u200901692; заявл. 26.02.09р; опубл. 10.07.09; Бюл. №13.
2. Пат. на корисну модель №45731. Спосіб відновлення спрацьованих сталевих деталей [Текст] / О.М. Шаблій, Ч.В.Пулька, І.І. Стойко, О.І. Король. – №u 200905443; заявл. 29.05.09р. опубл. 25.11.09р; Бюл. №22.
3. Технологічні особливості відновлення спрацьованих залізничних коліс / О.М.Шаблій, Ч.В. Пулька, О.І. Король, В.С. Сенчишин // Вісник ТНТУ. – 2010. – №2. – С.101–110.
4. Відновлення зношених поверхонь залізничних коліс / О.М. Шаблій, Ч.В. Пулька, О.І. Король, В.С. Сенчишин // Матеріали VIII науково-технічної конференції “Фундаментальні та прикладні проблеми сучасної технології ” присвячена 50-річчю заснування ТНТУ та 165-річчю з дня народження Івана Пулюя, ТНТУ імені Івана Пулюя – Тернопіль, 2010. С. – 31– 32.
5. Ishida, M. Face worn profile and lubrication on vehicle. Track interactin. [Text] / M. Ishida, M. Takikawa, F. Aoki // Quarterly Report of RTRI. – 2002. – 43, – №3. – P. 134 – 142.
6. Lwncki, S. Моделирование системы колесо-рельс [Текст] / S. Lwncki. – Ж. д. мира. – 2002. – №12. – С. 63 – 64.
7. Слухоцкий А. Е. Индукторы для индукционного нагрева [Текст] / А.Е. Слухоцкий, С. Е. Рыскин. – Л.: Энергия, 1974. – 263 с.
8. Слухоцкий А.Е. Установки индукционного нагрева [Текст] / А.Е. Слухоцкий. – Л.: Энергия, 1978. – 325 с.

9. Павловський М. А. Теоретична механіка [Текст] / М. А. Павловський. – Київ: Техніка, 2002. – 310 с.
10. Чугаев Р.Р. Гидравлика (Техническая механика жидкости) [Текст] / Р. Р. Чугаев. – Л.: Энергия, 1975. – 598 с.
11. Єресько В.О. Лабораторні роботи з загальної теплотехніки [Текст] / В.О. Єресько, Е. П. Міговк. – Львів: Львівський державний університет, 1960. – 155 с.

Отримано 20.03.2011