Дивак М. Структурна ідентифікація інтервальних різницевих операторів / Дивак М., Манжула В., Войтюк І. // Вісник ТНТУ. — 2010. — Том 15. — № 4. — С.154-160. — (математичне моделювання. математика. фізика).

УДК 519.876.5

М. Дивак, докт. техн. наук; В. Манжула, канд. техн. наук; І. Войтюк

Тернопільський національний економічний університет

СТРУКТУРНА ІДЕНТИФІКАЦІЯ ІНТЕРВАЛЬНИХ РІЗНИЦЕВИХ ОПЕРАТОРІВ

Резюме. *Розглянуто особливості структурної ідентифікації інтервальних різницевих операторів. Введено основні показники «якості» структури інтервального різницевого оператора, проведено їх аналіз, а також зроблено формальну постановку задачі структурної ідентифікації. Для оцінювання якості структури інтервального різницевого оператора розглянуто критерії адекватності, складності, точності та повноти. На відміну від статичних систем у випадку ідентифікації інтервального різницевого оператора за умов структурної невизначеності задача ускладнюється вибором порядку різницевого оператора.*

Ключові слова: *структурна ідентифікація, інтервальний різницевий оператор, критерії оптимальності структури інтервального різницевого оператора.*

M. Dyvak, V. Manzhula, I. Voytyuk

STRUCTURE IDENTIFICATION OF INTERVAL DIFFERENTIAL OPERATORS

The summary. *The features of structure identification of interval differential operator is considered. The main indicators of "quality" of the structure of interval differential operator is presented, its analysis and the formal raising of task of structure identification is also made. Criteria of adequacy, complexity, accuracy and completeness are considered for evaluation of the quality of structure interval difference operator. In contradiction to static systems in the case of identification of interval difference operator by condition of structure vagueness the task is complicated by the choice of order of difference operator.*

Key words: *structure identification, interval differential operator, criteria of optimal structure of the interval differential operator.*

Вступ. Задача структурної ідентифікації різницевого оператора є складовою проблеми вибору найкращої моделі об’єкта в умовах неповноти інформації, яка характеризується невизначеністю в початкових даних, довільністю вибору кроку дискретизації, відсутністю інформації про параметри моделі. Як правило, це зумовлено похибками вимірювань та заокруглення на ЕОМ, наближеним уявленням і розподіленим характером самого досліджуваного процесу. Невизначеним залишається також вибір ефективного методу структурної ідентифікації, який передусім відповідав би критеріям оцінювання якості генерованих моделей.

Найвагоміші результати розв’язування задач структурної ідентифікації моделей отримано у працях вітчизняних учених А. Г. Івахненка [1], В. С. Степашка [2], Ю. О. Скобцова, М. П. Дивака та їх наукових шкіл, а також зарубіжних А. Рао, Б. Маттеса, Й.-А. Мюллера, Т. Вольберга, К. Бойда. При цьому розглядаються еволютивні методи пошуку структури моделі, тобто в процесі реалізації алгоритму відбувається послідовне покращення властивостей моделі шляхом перебору, включення, виключення її можливих структурних елементів [3]. Однак більшість алгоритмів реалізації цих методів відзначаються комбінаторною складністю та орієнтовані на гіпотези про випадковий характер похибок експериментальних даних. Це звужує їх можливості за умов малих вибірок даних із похибками, обмеженими за амплітудою.

У цих випадках придатнішими є методи аналізу інтервальних даних, які застосовують для розв’язання задач параметричної ідентифікації динамічних об’єктів. Дискретні вимірювання сигналів на вході і виході об’єкта доцільно представляти у вигляді числових інтервалів, які є початковою інформацією для встановлення структури моделі у вигляді дискретної передавальної функції і різницевого рівняння. Таким чином, виникає необхідність пошуку єдиної, оптимальної для кожної вибірки моделі за допомогою повного перебору всіх можливих моделей-претендентів та їх послідовного відбору за певними критеріями.

Поняття оптимальності інтервального різницевого оператора пов’язано з уведенням безпосередніх характеристик, які дозволяють отримати узагальнену оцінку якості опису цим оператором властивостей модельованого об’єкта. Як правило, мова йде про отримання адекватного опису, достатнього для поставленої задачі, а також про оцінку його деяких кількісних характеристик, таких, як точність і складність. Як було показано у праці [4], для оцінювання якості структури інтервальних моделей статичних систем застосовують критерії адекватності, складності, точності та повноти.

У випадку ідентифікації інтервального різницевого оператора за умов структурної невизначеності задача ускладнюється вибором порядку різницевого оператора, який на практиці при застосуванні стохастичного підходу вибирають, виходячи із фізичних міркувань без використання неформального підходу. Такий підхід має суттєвий недолік, оскільки не дозволяє в цілому формалізувати задачу пошуку оптимальної структури різницевого оператора.

Для визначення оптимальності структури інтервального різницевого оператора необхідно сформувати критерії оптимальності. Як правило, кожен критерій включає певні показники, які визначають властивості моделей. Для формалізації задачі пошуку оптимальної структури найскладнішим є процес опису властивостей моделі у вигляді деяких кількісних характеристик. Ця актуальна задача і є предметом даного дослідження.

Постановка задачі. Нехай динамічний об’єкт описуватимемо таким різницевим оператором:

$$v_{j+1,k+1} = \vec{g}^T \cdot \vec{f}(v_{0,0},...,v_{0,k},v_{1,0},...,v_{1,k},v_{j,0},...,v_{j,k},x,y,z,\vec{u}_0,...,\vec{u}_k,\vec{\alpha}), \quad (1)$$
$$k = 0,...,N-1,\ j = 0,...,L-1,$$

де $\vec{f}(v_{0,0},...,v_{0,k},v_{1,0},...,v_{1,k},v_{j,0},...,v_{j,k},x,y,z,\vec{u}_0,...,\vec{u}_k,\vec{\alpha})$ – відомий вектор (розмірністю $m\times 1$) базисних функцій, що задає структуру різницевого оператора; $v_{j+1,k+1}$ – прогнозована характеристика в j+1 точці простору в $k+1$ момент часу; x,y,z – координати простору; $\vec{u}_k = (u_{1,0},...,u_{p,0},u_{1,1},...,u_{p,k})^T$ – відомий вектор (розмірністю $p\times 1$) вхідних змінних в k-й дискретний момент часу; $\vec{\alpha} = (\alpha_1,...,\alpha_s)^T$ – відомий вектор (розмірністю $s\times 1$), що характеризує параметри середовища досліджень; $\vec{g}$ – невідомий вектор (розмірністю $m\times 1$) параметрів різницевого оператора.

Невідомий вектор параметрів $\vec{g}$ різницевого оператора будемо оцінювати за умовами включення прогнозованих значень у відповідний інтервал експериментальних даних. Вказані умови можна формально записати так:

$$[\hat{v}_{j+1,k+1}] = [\hat{v}^-_{j+1,k+1};\hat{v}^+_{j+1,k+1}] \subseteq [v_{j+1,k+1}] = [v^-_{j+1,k+1};v^+_{j+1,k+1}],\ k=0,...,N-1,\ j=0,...,L-1, \quad (2)$$

де $[\hat{v}_{j+1,k+1}] = [\hat{v}^-_{j+1,k+1};\hat{v}^+_{j+1,k+1}]$ – прогнозований інтервал, який у загальному випадку обчислюємо за формулою

$$[\hat{v}_{j+1,k+1}] = \hat{\vec{g}}^T \times \vec{f}([\hat{v}_{0,0}],...,[\hat{v}_{0,k}],[\hat{v}_{1,0}],...,[\hat{v}_{1,k}],[\hat{v}_{j,0}],...,[\hat{v}_{j,k}],x,y,z,\vec{u}_0,...,\vec{u}_k,\vec{\alpha}), \quad (3)$$

$$k=0,...,N-1,\ j=0,...,L-1,$$

де $\hat{\hat{g}}$ – вектор оцінок параметрів різницевого оператора, який отримуватимемо із умов включення (2), а $[\hat{v}_{0,0}],...,[\hat{v}_{0,k}],[\hat{v}_{1,0}],...,[\hat{v}_{1,k}],[\hat{v}_{j,0}],...,[\hat{v}_{j,k}]$ – задані чи обчислені інтервальні оцінки початкових дискретних значень прогнозованої характеристики.

Оскільки для отримання інтервалу прогнозованої характеристики $[\hat{v}_{j+1,k+1}]$ за формулою різницевого оператора (3) необхідно проводити обчислення за правилами інтервальної арифметики, то такий оператор називатимемо інтервальним різницевим оператором.

Підставляючи інтервальні оцінки $[\hat{v}_{j+1,k+1}]$, обчислені за формулою (3) за наявності початкових наближень $[\hat{v}_{0,0}],...,[\hat{v}_{0,k}],[\hat{v}_{1,0}],...,[\hat{v}_{1,k}],[\hat{v}_{j,0}],...,[\hat{v}_{j,k}]$, у вирази (2), отримаємо таку інтервальну систему алгебричних рівнянь:

$$v^{-}_{j+1,k+1} \le \hat{\hat{g}}^{T} \cdot \vec{f}([\hat{v}_{0,0}],...,[\hat{v}_{0,k}],[\hat{v}_{1,0}],...,[\hat{v}_{1,k}],[\hat{v}_{j,0}]...,[\hat{v}_{j,k}],x,y,z,\vec{u}_0,...,\vec{u}_k,\vec{\alpha}) \le v^{+}_{j+1,k+1}, \tag{4}$$
$$k=0,...,N-1,\ j=0,...,L-1.$$

Отже, інтервальний різницевий оператор дозволяє побудувати адекватну модель із заданою структурою, що визначається вектором базисних функцій $\vec{F}(\bullet)=\vec{f}([\hat{v}_{0,0}],...,[\hat{v}_{0,k}],[\hat{v}_{1,0}],...,[\hat{v}_{1,k}],[\hat{v}_{j,0}],...,[\hat{v}_{j,k}],x,y,z,\vec{u}_0,...,\vec{u}_k,\hat{\hat{g}},\vec{\alpha})$, якщо побудована інтервальна система (4) є сумісною. Позначимо розв'язок такої системи Ω.

Тоді формально правило, яке визначає адекватність моделі, побудованої на основі різницевого оператора, матиме такий вигляд:

якщо $\Omega\Big|_{\tilde{v}_{j,k},\vec{F}(\bullet)} \ne \varnothing$, то модель у вигляді різницевого оператора є адекватною.

У праці [5] показано, що у випадку включення початкових умов в ІСЛАР (4) і для виконання умов включень (2) сформована інтервальна система є нелінійною, що суттєво ускладнює її розв'язок.

Область параметрів різницевого оператора отримуємо з розв'язку інтервальної нелінійної системи алгебраїчних рівнянь із застосуванням методу, наведеного у праці [5].

Критерій структурної складності й точності лінійного інтервального різницевого оператора. Точність моделі, побудованої на основі лінійного різницевого оператора (1), визначається прогностичними властивостями цієї моделі. На відміну від випадку інтервальних статичних систем, при оцінюванні точності інтервального різницевого оператора можемо казати тільки про ширину прогнозованого коридору для початково заданих інтервальних даних. Розглянемо, у який спосіб можливо визначити ширину цього коридору.

Виходячи із умови (2), ширина цього коридору є меншою або дорівнює ширині інтервалів для експериментальних даних. Спираючись на співвідношення (3), точність різницевого оператора будемо визначати за формулою

$$\Delta\psi = \max_{k=0,...,N-1;\,j=0,...,L-1}\left\{v^{+}_{j+1,k+1} - v^{-}_{j+1,k+1}\right\} =$$
$$= \max_{k=0,...,N-1;\,j=0,...,L-1}\left\{\max_{\hat{\hat{g}}\in\Omega}\left\{\hat{\hat{g}}^{T}\cdot\vec{f}(v_{0,0},...,v_{0,k},v_{1,0},...,v_{1,k},v_{j,0},...,v_{j,k},x,y,z,\vec{u}_0,...,\vec{u}_k,\vec{\alpha})\right\} -\right.$$
$$\left. - \min_{\hat{\hat{g}}\in\Omega}\left\{\hat{\hat{g}}^{T}\cdot\vec{f}(v_{0,0},...,v_{0,k},v_{1,0},...,v_{1,k},v_{j,0},...,v_{j,k},x,y,z,\vec{u}_0,...,\vec{u}_k,\vec{\alpha})\right\}\right\}. \tag{5}$$

Як бачимо у даному випадку, показник точності на відміну від випадку статичних систем не є визначальним, оскільки, як випливає з виразу (5), в умовах структурної невизначеності більше значення $\Delta\psi$ дає більшу ступінь свободи при виборі адекватності структури.

До визначення адекватності структури слід здійснити перетворення на основі показників складності. Очевидно, що чим буде нижча складність структури різницевого оператора, тим модель буде простішою і відповідно простіше з обчислювальної точки зору буде оперувати цією моделлю.

Аналіз структури базових функцій у лінійному різницевому операторі у вигляді (1) дозволяє визначити вимоги до показників складності, а саме: складність структури лінійного різницевого оператора буде визначатися:

- кількістю вхідних змінних p у заданий дискретний момент часу;
- порядком різницевого оператора, який визначається кількістю величин із набору $[\hat{v}_{0,0}],...,[\hat{v}_{0,k}],[\hat{v}_{1,0}],...,[\hat{v}_{1,k}],[\hat{v}_{j,0}],...,[\hat{v}_{j,k}]$. Позначимо цю кількість η;
- кількістю базисних функцій $f_{j,k,1},...,f_{j,k,i},...,f_{j,k,m}$ та параметрів $g_1,...,g_m$, яку позначимо m.

Якщо базисні функції є поліноміальними, то складність також можна визначати степенем d поліноміальних базисних функцій, які входять у структуру лінійного різницевого оператора.

Зауважимо, що у структуру лінійного різницевого оператора входять змінні x, y, z і $\vec{\alpha}$, які визначають, виходячи з фізичних міркувань, і які не потребують розгляду при формальній постановці задачі структурної ідентифікації.

Із урахуванням зроблених зауважень поточна структура різницевого оператора характеризуватиметься такими підмножинами:

$U_p^s = \left\{\vec{u}_k \in R^p \middle| \left\{u_{k,1},...,u_{k,p}\right\}\right\}$ – підмножина вхідних змінних (управлінь), яка визначається на множині усіх можливих компонент вектора управлінь $\vec{u}_k$;

$V_\eta^s = \left\{\hat{v}_{j,k} \in R^\eta \middle| \left\{[\hat{v}_{0,0}],...,[\hat{v}_{0,k}],[\hat{v}_{1,0}],...,[\hat{v}_{1,k}],[\hat{v}_{j,0}],...,[\hat{v}_{j,k}]\right\}\right\}$ – підмножина дискретних значень прогнозованої величини, яка визначається на множині усіх можливих компонент із набору $[\hat{v}_{0,0}],...,[\hat{v}_{0,k}],[\hat{v}_{1,0}],...,[\hat{v}_{1,k}],[\hat{v}_{j,0}],...,[\hat{v}_{j,k}]$ і характеризує порядок різницевого оператора;

$G_m^s = \left\{\vec{g}_m \in R^m \middle| \left\{g_1,...,g_m\right\}\right\}$ – множина параметрів різницевого оператора, яка визначається компонентами вектора $\hat{\vec{g}}$;

$F_{m,d}^s = \left\{\vec{f}_{j,k,m} \in R^m \middle| \left\{f_{j,k,1},...,f_{j,k,i},...,f_{j,k,m}\right\}\right\}$ – підмножина базисних функцій різницевого оператора, яка визначається вектором базисних функцій $f_{j,k,1},...,f_{j,k,i},...,f_{j,k,m}$.

Отже, поточну структуру різницевого оператора опишемо у вигляді кортежу

$$\lambda_s : \left\langle U_p^s, V_\eta^s, G_m^s, F_{m,d}^s \right\rangle. \qquad (6)$$

Структурні елементи із множини U_p^s, V_η^s кортежу λ_s пов'язані вектором базисних функцій $\vec{f}(v_{0,0},...,v_{0,k},v_{1,0},...,v_{1,k},v_{j,0},...,v_{j,k},x,y,z,\vec{u}_0,...,\vec{u}_k,\vec{\alpha})$, множину яких позначимо $F_{m,d}^s$.

Виходячи із наведеного опису структури, на даному етапі можемо побудувати таблицю критеріїв оптимальності структури моделі, побудованої на основі лінійного інтервального різницевого оператора (таблиця 1).

Таблиця 1. Критерії оптимальності інтервального різницевого оператора

Критерій	Формальний запис
Критерії складності	
Мінімізація кількості вхідних змінних	$U_p^s = \left\{\vec{u}_k \in R^p \middle| \left\{u_{k,1},...,u_{k,p}\right\}\right\} \to \min$
Мінімізація кількості параметрів моделі	$F_{m,d}^s = \left\{\vec{f}_{j,k,m} \in R^m \middle| \left\{f_{j,k,1},...,f_{j,k,i},...,f_{j,k,m}\right\}\right\} \to \min$
Критерій адекватності	
Сумісність ІСНАР	$\Omega\Big|_{\tilde{v}_{j,k},\vec{F}(\bullet)} \neq \varnothing$
Критерій точності	
	$\Delta\psi = \left\{\max\limits_{\hat{\vec{g}}\in\Omega}\left\{\hat{\vec{g}}^T \cdot \vec{F}(\bullet)\right\} - \min\limits_{\hat{\vec{g}}\in\Omega}\left\{\hat{\vec{g}}^T \cdot \vec{F}(\bullet)\right\}\right\} \to \max$

Кортеж λ_s зв'язаний лінійним перетворенням $[\hat{v}_{j+1,k+1}] = \hat{\vec{g}}^T \times \vec{F}(\bullet)$. Наприклад, при

$$\lambda_s : \left\langle \{u_1\}, \{v_{k-1}, v_k\}, \{g_1, g_2, g_3\}, \{u_1^2 \cdot v_{k-1}, u_1, v_k^2\} \right\rangle$$

можливий такий варіант формування структури різницевого оператора:

$$\hat{v}_{k+1} = g_1 \cdot u_1^2 \cdot v_{k-1} + g_2 \cdot u_1 + g_3 \cdot v_k^2 .$$

Критерій повноти моделі на основі лінійного інтервального різницевого оператора. Вибір найважливіших управляючих факторів системи для відображення їх у повну множину базисних функцій інтервального різницевого оператора здійснюється на основі критерію повноти [6].

Розглянемо критерій повноти як ступінь варіації прогнозу та експериментальних даних в міру двох чинників: 1 – набору вхідних змінних у векторі $\vec{u}_k$-управлінь; 2 – наборів значень прогнозованої характеристики $\hat{v}_k$ на попередніх кроках.

$$R(\lambda_s, \Delta) = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\frac{\min\{v_{k+1}^+, \hat{v}_{k+1}^+(\vec{u}_k, \hat{v}_k)\} - \max\{v_{k+1}^-, \hat{v}_{k+1}^-(\vec{u}_k, \hat{v}_k)\}}{\Delta}, \; k = 1,...,N, \qquad (7)$$

де $\hat{v}_k$ – підмножини значень на конкретному кроці; Δ – випадкова обмежена за амплітудою похибка, яка в загальному випадку залежить від координат простору та часу вимірювань; $\hat{v}_{k+1}^-(\vec{u}_k, \hat{v}_k) = \min\limits_{\vec{g}_m\in\Omega_m}\left(\hat{\vec{g}}_m^{\,T} \cdot \vec{f}(\hat{v}_k, x, y, z, \vec{u}_k, \vec{\alpha})\right)$;

$\hat{v}_{k+1}^+(\vec{u}_k, \hat{v}_k) = \max\limits_{\vec{g}_m\in\Omega_m}\left(\hat{\vec{g}}_m^{\,T} \cdot \vec{f}(\hat{v}_k, x, y, z, \vec{u}_k, \vec{\alpha})\right)$ – нижнє та верхнє значення прогнозованого інтервалу вихідної змінної на основі адекватної моделі-претендента з підмножиною структурних елементів λ_s.

Критерій повноти базується на мінімізації варіації прогнозованих інтервалів, отриманих на основі різницевого оператора та експериментальних інтервальних даних. При цьому моделі-претенденти, згенеровані з підмножини структурних елементів λ_s, повинні бути адекватними. Останнього можна досягти шляхом підвищення складності моделі (для поліноміальних базисних функцій підвищення степеня полінома d).

На основі зазначеного вище критерій повноти можна записати у такому вигляді:

$$R(\lambda_s, \Delta) \xrightarrow{\lambda_s, \Delta} \max . \tag{8}$$

Показник повноти заданий формулою (7), на якому побудований критерій (8), дає змогу визначити ступінь наближеності моделі-претендента до оптимальної за критерієм повноти.

Висновки. Запропоновано багатокритеріальний підхід для пошуку оптимальної структури лінійного різницевого оператора. Зроблено формальну постановку задачі структурної ідентифікації інтервального різницевого оператора та розглянуто основні підходи до її розв'язування. Критерії оптимальності структури різницевого оператора визначено на основі аналізу інтервальних даних. Для оцінки якості структури інтервального різницевого оператора на відміну від моделей статичних систем показник складності та повноти визначається, враховуючи порядок різницевого оператора.

Література

1. Ивахненко А. Г. Самоорганизация прогнозирующих моделей / А. Ивахненко, Й. Мюллер. – К.: Техника, 1985. – 223 с.
2. Степашко В. С. Методы и критерии решения задач структурной идентификации / В. С. Степашко, Ю. Л. Кочерга // Автоматика. – 1985. – №5. – С.29–37.
3. Степашко В. С. Порівняння ефективності критеріїв структурної ідентифікації за допомогою тестових випробувань / В.С. Степашко, С.М. Єфіменко // Моделювання та керування станом еколого-економічних систем регіону. – К.: МННЦ ІТіС, 2006. – № 3. – С. 267–274.
4. Дивак М. П. Багатокритеріальний підхід структурної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем / М. Дивак, В. Манжула // Міжнародний науково-технічний журнал "Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія". – 2005. – №2. – С. 37–44.
5. Дивак М. Моделювання лінійних динамічних систем із заданою структурою каналу вимірювання методами аналізу інтервальних даних / М. Дивак, А. Пукас, Є. Марценюк, І. Войтюк // Економіко-математичне моделювання соціально-економічних систем. – К.: МННЦ ІТіС, 2008. – № 4. – С. 79–90.
6. Дывак М. Структурная идентификация интервальных моделей статических систем / М. Дывак, В. Манжула // Международный научно-технический журнал "Проблемы управления и инфоматики". – 2008. –№2. – С. 46–58.

Отримано 25.09.2010