

Євтух П. Побудова моделей сенсорних мереж та їх оцінювання методами теорії графів / Євтух П., Карпінський В., Кінах Я. // Вісник ТНТУ. — 2010. — Том 15. — № 4. — С.146-154. — (математичне моделювання. математика. фізика).

УДК 004.94

П.Євтух<sup>1</sup>, докт. техн. наук; В.Карпінський<sup>1</sup>; Я.Кінах<sup>2</sup>, канд. техн. наук

<sup>1</sup>Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

<sup>2</sup>Тернопільський національний економічний університет

## ПОБУДОВА МОДЕЛЕЙ СЕНСОРНИХ МЕРЕЖ ТА ЇХ ОЦІНЮВАННЯ МЕТОДАМИ ТЕОРІЇ ГРАФІВ

**Резюме.** Розв'язано задачу забезпечення зв'язності для безпроводних сенсорних мереж на основі теорії графів. Грунтуючись на цьому, запропоновано процес формування контролю. Досліджено лідер-повторювану топологію для гетерогенних мереж і представлено достатні та необхідні умови для керуваності й контрольованості мережі.

**Ключові слова:** граф, керування, модель, сенсорна мережа.

P. Evtukh, V. Karpinskyi, I. Kinakh

## CONSTRUCTION OF MODELS OF SENSORY NETWORKS AND THEIR ESTIMATION BY METHODS OF THEORY OF THE GRAPHS

**The summary.** The problem of providing connectivity for wireless sensor networks based on graph theory was solved. Based on this, was proposed the formation control. The leader-follower topology of heterogeneous networks was investigated and were presented necessary and sufficient conditions for control and controllability of the network.

**Key words:** graph, control, model, sensor network.

**Постановка проблеми в загальному вигляді та її зв'язок із важливими науковими чи практичними завданнями.** Зв'язність є однією з важливих умов, які дозволяють здійснювати розподілену координацію в мережі. І все ж, вона була передбачена донедавна лише для великих реалізацій, особливо в засобах неперервного часу. Окрім задач зближення чи зустрічі, так і формування контролю в контексті гомогенної мережі, керуваність гетерогенних мереж є ще одним завданням, яким давно нехтували. Дана робота тісно корелюється з напрямом наукових досліджень кафедри ЕЕ ТНТУ, важливість її обґрунтовується основними тезами глобальної науково-інженерної програми [1].

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Під мережею йдеться про набір автономних агентів, оснащених певним ступенем сприйняття (зчитування), оброблення, зв'язок та можливість маневрування цими діями [2-4]. Поведінка такої мережі залежить не тільки від динаміки кожного окремого носія (посередника), але й від того, як з'єднана мережа, тобто від її топології. Агенти мережі є абстрактними елементами деяких автономних утворень, таких, як інтелектуальні сенсорні вузли, мобільні роботи, безпілотні повітряні транспортні засоби, автономні підводні апарати, вимірювальні системи тощо. Застосування охоплюють формування сумісних сенсорних масивів, сенсорних мереж, систем пересування у тривимірному просторі (у повітряному та водному середовищах) і т.д.

Значний обсяг дослідницької роботи сприяв аналізу та розв'язанню в мережах задачі взаємного узгодження. Насамперед вважають, що  $n$  агентів становлять вузли досліджуваної мережі й стан кожного агента наведено у вигляді  $x \in \mathfrak{R}^n$ . Їх динамічний стан задається нескладним інтегратором

$$\dot{x} = u_i, i = 1, 2, \dots, n, \quad (1)$$

де  $u_i$  – вхідний сигнал для вузла  $\mathcal{G}_i$ .

Задача узгодження, в сенсі контролю (моніторингу, керування) мережі, полягає в тому, щоб деякий залежний від стану параметр приводив до узагальненого значення, тобто

$$x_i(t) \rightarrow x_c, t \rightarrow \infty, i = 1, \dots, n. \quad (2)$$

За різних обставин задача узгодження буде називатися роїнням, навчанням, стадністю (флокуванням) чи зустріччю.

У моделі стада Рейнольдса кожен агент лише реагує на сусідню групу партнерів, тобто на тих агентів, які розташовані на певній відстані [5]. Крім цього, їм притаманні такі три правила (протоколи) – сепарації, вирівнювання та центрування. В особливих випадках вивчали ситуацію, коли всі агенти переміщуються з постійною швидкістю та доповнюють чи оновлюють свої заголовки наступним правилом найближчих сусідів [6]. Швидка згуртованість і стадна поведінка були помічені в обох випадках. У працях правило найближчих сусідів описується графо-базованим принципом керування. Крім цього, також показано, що за деяких обставин все ще підтримується конвергенція чи збіжність, навіть якщо група найближчих сусідів змінюється з плином часу.

На даному етапі припускається, що група сусідів незмінна в часі. Пізніше  $n_i$  може змінюватися в часі, якщо розв'язується задача обмеження дальності дії давача. Відхилення від цього правила зумовлені загалом ваговими коефіцієнтами. Лінійні часово залежні ваги застосовуються [7, 8], де вивчені неперервні в часі моделі. Також у публікаціях розглянуто дискретні в часі моделі. Нелінійні правила запропоновані в [9]. Крім цього, в [10] представлено стійкий алгоритм зустрічі.

Слід зазначити, що збіжність алгоритму зустрічі загалом ґрунтується на припущенні, що  $n_i$  незмінне або під'єднаний основний граф (підграф). Однак зв'язок може бути втрачений, якщо таке приєднання не розглядається під час проектування контролера. Останнім часом задачі під'єднувальності (чи здатності до під'єднання або, іншими словами, зв'язності вузлів) приділено багато уваги. Поведінку стада для комутованих топологій досліджено раніше та запропоновано теоретичну базу для координованого керування й контролю на підставі теорії графів. У деяких роботах зв'язності були збережені стосовно нелінійних ваг на дугах. Міра локальної зв'язності мережі була введена в [11] і залежить тільки від локальної комунікації, яка формує принцип розподіленої одиниці. В [12] обмеження зв'язності пов'язані з рухом окремих агентів у результаті будови динамічно змінюваної матриці суміжності.

Формування контролю належить до ще однієї важливої задачі моніторингу та керування в мережі. Для формування контролю береться до уваги група мобільних агентів, що рухаються єдиним цілим, дотримуючись низки обмежень щодо конкретних агентів. У реальних застосуваннях агенти наявні в дво- або тривимірному просторі, а обмеження визначається загалом відстанями між агентами. Формування контролю в рамках гомогенної мережі також носить назву безлідерного підходу [13]. Тут контролер зазвичай забезпечує змішування складових – підтримку формування контролю, уникання перешкод, а також рух по заданій траєкторії. Крім цього, в [14] показано особливості моделювання цього підходу гібридним автоматом, а автори запропонували інфраструктуру гібридного контролю для формованої комутації (Axelsson H. та ін., 2003). В [7] запропоновано метод децентралізованого обміну інформацією між агентами, що дозволило забезпечити стабільне формування контролю. Також доведено, що стійкий інформаційний потік у поєднанні з локальним контролером, який стабілізує індивідуальних агентів, призводить до стійкого формування контролю.

Інший помітний внесок у загальну область мережевого системного контролю також можна знайти в [9, 15-16]. Зокрема, відома низка алгоритмів для групи мультироботів з метою досягнення певних геометричних утворень. У [16] вивчено

залежні від стану динамічні графи з комбінаторної точки зору. В [9] розроблено штучні потенціальні функції для забезпечення стабільної поведінки стада у стаціонарних і комутованих мережах. Автори (Muhammad A. та ін., 2004) складність мережевих систем вивчали з теоретико-інформаційної точки зору. Так звана алгебраїчна зв'язність (або величина Фідлера) графа є одним із критичних параметрів, які впливають на стабільність і надійність мережевої системи. Задачу максимізації цього характеристичного власного значення висвітлено у [15].

В гетерогенній мережі більшість вузлів все ще дотримується узгодженого правила, однак незначна їх кількість не обмежується цим протоколом та бере на себе провідну роль. Цих передових агентів приймають за лідерів, інших – за послідовників. Наведений вид мережевих структур, в яких вузли поділяють на групи лідерів та послідовників, відноситься до структур лідер-послідовник.

Низка підходів формування контролю заснована на лідер-послідовницькій структурі. У цих підходах будь-який реальний [17] або віртуальний агент [18] буде обраний лідером, чий рух обмежується заздалегідь визначеною траєкторією. Інші агенти лише стежать за лідером, поки наступні деякі правила координації підтримують формування. Стійкість стає однією із задач підтримки формування контролю та була заміщена в [19]. Стабільність лідера в утворенні показано в [20], де топологія взаємного зв'язку пов'язана зі стабільністю та швидкодією розширеної структури лідер-послідовник. Крім цього, також запропоновано застосовувати розгалужену топологію лідер-послідовник для підвищення стійкості формування моніторингу та керування [20].

Подальшим продовженням цього напрямку є так звана задача локалізації чи стримування поширення, де б лідери хотіли залишити послідовників усередині меж [21]. Автори (Ferrari-Trecate G. та ін., 2006) використали часткові (неповні) різницеві рівняння над графами для аналізу поведінки гібридної стадної (гуртової) схеми лідер-послідовник. Запропоновано ієрархічну стратегію керування та контролю локалізації для багаторівневих структур лідер-послідовник (Ji M. та ін., 2006). В обидвох цих випадках прийнято стратегію «пуск-стоп» збереження границь, тобто застосування впереміж активних і пасивних циклів.

Останнім часом привернуто увагу до задачі керованості (контрольованості). Це висвітлено в [22], що вперше дає необхідну та достатню умови для поєднання засобів теорії керування й алгебраїчної теорії графів. Для досягнення більш властивого теоретичного пояснення керованості на підставі графів у структурі лідер-послідовник або так званої задачі закріпленого погодження, в [23] відповідно подано необхідну та достатню умови для забезпечення керованості та контрольованості лідер-послідовника. У своїй роботі автори розширили границі шляхом надання менш стійкої необхідної умови на основі об'єктивного поділу графу (Rahmani A. та ін., 2007). До певної міри відносний ефект можна знайти, якщо додати зв'язок між двома агентами, можливо для збитковості щодо продуктивності системи (Gupta V., 2006).

**Формування цілей статті (постановка завдання).** До цілей статті належать: розв'язання задачі забезпечення зв'язності для безпроводних сенсорних мереж (БСМ) на основі нелінійного зваженого підходу, дослідження лідер-повторюваної топології та отримання достатніх і необхідних умов для моніторингу, керованості та контрольованості системи в гетерогенних мережах, ґрунтуючись на методах теорії графів.

**Виклад основного матеріалу дослідження. Розподілена оцінка гетерогенних мереж на основі графів.** БСМ часто застосовується для моніторингу просторово-розподілених параметрів. Кожен сенсорний вузол містить вбудований мікропроцесор для нескладного опрацювання інформації та трансівер для обміну інформацією. Крім цього, сенсорні вузли, один або кілька центральних вузлів під'єднані до мережі для

збору даних і прийняття рішень. Ці центральні вузли наділені ширшими функціональними можливостями щодо комунікування та опрацювання даних, ніж сенсорні вузли.

БСМ – гнучкі платформи для розподіленого сприйняття, зчитування та опрацювання інформації. Однак, як вже згадувалося вище, існуючим методам, а саме базованим на ретрансляційних і мобільних центральних вузлах, притаманні певні власні недоліки. Можна евристично дослідити розподілені багатосенсорні мережі, в яких досягається означеної глобальної поведінки, навіть якщо кожен сенсор виконує свою задачу лише на основі локальної інформації. Сенсори обмінюються локальною інформацією та опрацьовують її таким скоординованим чином, що вона швидко поширюється мережею. Однак, володіючи визначеним ступенем опрацювання, передавання та можливостей накопичування, сенсорний вузол повинен, крім цього, мати змогу поширювати інформацію на основі консенсус-подібного правила розподілу.

Нижче наведено алгоритм оцінки, згідно з яким, замість моніторингу параметра кожного сенсорного вузла, лише спостерігаються стани підмножини вузлів і використовується ця інформація для відновлення просторового розподілу параметрів. В ідеальному випадку лише невелика кількість вузлів необхідна для відновлення розподілу. Наведений в подальшому матеріал упорядкований таким чином: спочатку представлена модель БСМ на основі графу, а потім подається концепція розподіленої оцінки, заснована на алгоритмі зустрічі, а наприкінці досліджується спостережуваність в БСМ і дається необхідна умова.

**Оцінка безпроводних сенсорних мереж на підставі графів.** Математично здійснення моніторингу БСМ можна подати, беручи до уваги правило найближчого суміжного вузла з урахуванням умовного позначення керування на основі графу, а саме:

$$\begin{cases} \dot{x} = -L(G_s)x, x(0) = u, \\ y = Mx, \end{cases} \quad (3)$$

де  $L(G_s)$  – лапласівська матриця графу, що відповідає БСМ,

$M \in \mathfrak{R}^{q \times n}$  – матриця даних моніторингу,

$q$  – наявна кількість центральних вузлів у БСМ.

Алгоритм моніторингу на основі (3) та нескладний спосіб відновлення інформації, виходячи з наявних статичних параметрів або параметрів, що змінюються дуже повільно, полягає у розв'язанні системи

$$y(t) = M \exp(-tL_s) x(0), t \geq 0 \quad (4)$$

або в дискретному часовому поданні

$$\begin{bmatrix} y(0) \\ y(1) \\ \vdots \\ y(T-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M \\ -ML_s \\ \vdots \\ \underbrace{M(-L_s)^{T-1}}_{O_T} \end{bmatrix} x(0), \quad (5)$$

де  $O_T$  стає матрицею моніторингу (спостереження), якщо  $T = n$ .

Отже, запропонований підхід до оцінювання БСМ ґрунтується на одному важливому припущенні: система  $(-L_s, M)$  монітується. В подальшому переглянуто теорему спостереження з точки зору теорії керування. Для цього запишемо лінійну стаціонарну в часі систему у вигляді

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax, x(0) = x_0, \\ y = Mx, \end{cases} \quad (6)$$

де  $A$  – матриця суміжності графу, причому ранг  $rk$  визначається згідно з виразом

$$rk = \begin{bmatrix} A - \lambda I_n \\ C \end{bmatrix}, \quad (7)$$

в якому  $I_n$  – одинична матриця,  $\lambda$  – власне значення матриці ( $\forall i, \lambda_i \geq 0, \lambda_0 = 0$ ).

Подана лема гласить (Жі М., 2007), що для цієї системи справджується наступне:

- система (6) спостерігається;
- ранг матриці спостереження ( $O(n)$ )  $\in n$ ;
- ранг  $rk$  дорівнює  $n$  для кожного власного значення  $\lambda$  в  $A$ .

Завжди можна перевірити стан рангу для здійснення моніторингу мережі. Однак цього не можна здійснити, якщо кількість вершин (вузлів) є дуже великою. Потрібно забезпечити можливість спостережуваності під час будови мережі та, задля цього, доцільно дослідити вплив топології мережі на здатність спостереження. В подальшому показано зв'язок спостережувальної здатності з топологією БСМ.

**Дослідження спостережуваності БСМ.** Спочатку розглянемо випадок єдиного центрального вузла, позначивши цей вузол  $C_{n+1}$ . Водночас  $M$  є вектор-рядок і  $u$  являє собою скаляр, що дорівнює сумі станів вершин, приєднаних до центрального вузла. Оскільки  $M \in (0, 1)$ -матрицею, вона не може належати до ортогонального доповнення  $C$ . Якщо це станеться, то отримаємо характерний вектор нетривіальних сот, деякі стани будуть немоніторованими.

Згідно з теоремою система (3) не є цілком спостережуваною, якщо центральний вузол комунікується зі всіма вершинами (вузлами) в одній або кількох сотах (комірках), тобто

$$n(n+1) = \left\{ \bigcup_{i=1}^k M_{i_j} \right\}, k, i_j \in \{1, \dots, r\}. \quad (8)$$

При цьому  $G$  – граф, покладений в основу БСМ, та  $p$  є тільки одним нетривіальним об'єктивним розділенням (НОР) над  $G_s$ . Звідси впливає такий наслідок:

- Нехай  $G_s$  – граф, який становить основу БСМ. Якщо (8) справджується для всіх НОР над  $G_s$  та  $w_{ij} = const$ , система (3) не є повністю спостережуваною.

Для випадку кількох центральних вузлів, безпосереднє застосування вищезазначеної леми, що описується (8), до кожного лідера не призводить до правильного висновку. З дуалізму відомо, що система (6) спостерігається, якщо і тільки якщо  $(A^T, M^T)$  піддається контролю.

Дослідимо БСМ, в якій центральні вузли виконують функції лідерів в топології лідер-послідовник і результуючий граф є розширеним сенсорним графом  $G$ . При цьому – це доповнення сенсорного графа  $G_s$  центральними вершинами та додання в  $G_s$  дуг, які являють собою потоки інформації від сенсорних вузлів до центрального вузла. Сенсорний граф  $G_s$  відіграє роль, аналогічну до повторюваного графа  $G_f$  в топології лідер-послідовник (рис. 1).

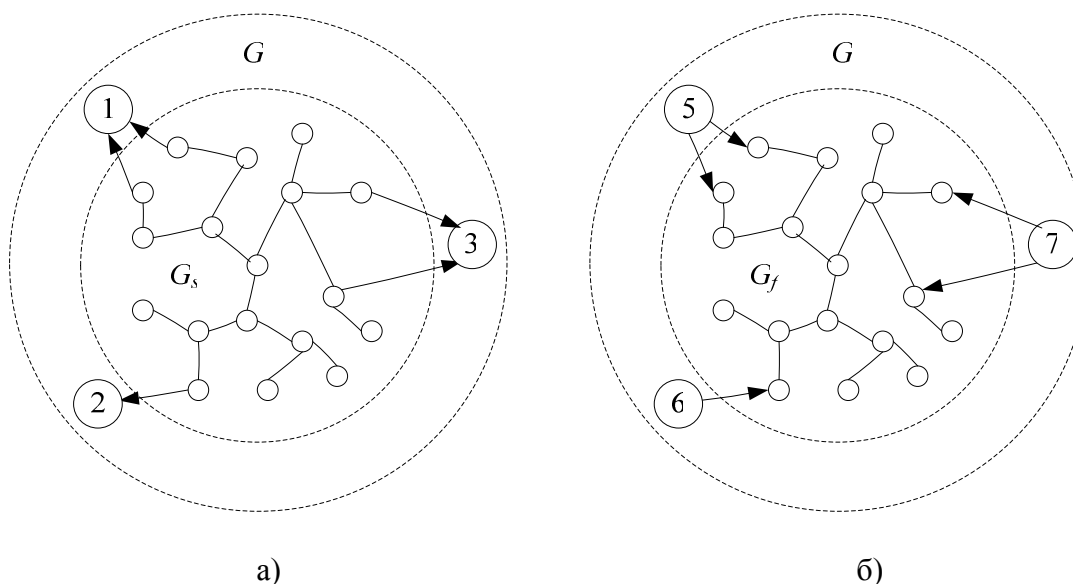


Рисунок 1. Графи БСМ: а) асоційований з БСМ граф  $G_s$  та доповнений граф  $G$ ; 1, 2, 3 – центральні вузли; б) граф взаємодії  $G$  топології лідер-послідовник з ідентичною до БСМ архітектурою; 5, 6, 7 – вузли-лідери

Слід зазначити, що зображений на рисунку 1 повторюваний граф  $G_f$  аналогічний до графа  $G_s$ , однак інформаційні потоки спрямовані від лідера до послідовника.

Відмінність полягає в тому, що в БСМ інформаційні потоки спрямовані від сенсорних вузлів до центрального вузла, тоді як у лідер-повторюваній топології інформаційні потоки напрямлені від лідерів до послідовників.

Нехай  $C_s$  – характеристична матриця, яка відноситься до  $HOP$   $p_s$  у графі  $G_s$ . Беручи до уваги, що

$$L_s \sim \bar{L}_s = \begin{bmatrix} L_{sC} & 0 \\ 0 & L_{sH} \end{bmatrix} \quad (9)$$

є результатом перетворення подібності  $T_s$ , покажемо, що таке ж перетворення на  $M$  може дати необхідну структуру блоку. Іншими словами, слід довести, що

$$MT_s = \bar{M} = [M_0, 0]. \quad (10)$$

Відомо, що  $G_s$  має нульову суму по стовпцях, а стовпці можуть містити ненульові елементи тільки в рядках, що відповідають нетривіальним сотам. З іншого боку, рядок  $i$  в  $M$  позначає, яким чином сенсорні вузли комунікуються з центральним вузлом  $i$ , причому матимемо 1 в  $j$ -му елементі, якщо присутнє ребро між центральним вузлом  $i$  та сенсорним вузлом  $j$ . Звідси, нижче  $p$  всі нетривіальні соти містяться в  $G_s$  і всі центральні вершини є звичайним чи тривіальним розгалуженням, тобто кожен лідер зв'язаний чи ні зі всіма вузлами в  $M_i$  для деяких  $i \in 1, 2, \dots, r_1$ . Таким чином, стовпці  $M^T$  знаходяться в зоні стовців  $C_s$ . Отже, отримується  $M\bar{H}_s = 0$  і перетворену систему можна записати у вигляді

$$\begin{cases} \dot{z} = -\bar{L}_s z, z(0) = T_s^T p, \\ y = \bar{M} z, \end{cases} \quad (11)$$

де  $z = T_s^T x$  – перетворений вектор стану.

Крім цього, можна ствердити, що

$$\begin{cases} \dot{z}^o = -L_{sC} z^o, \\ \dot{z}^{uo} = -L_{sH} z^{uo}, \\ y = M_o z^o, \end{cases} \quad (12)$$

де  $z^o = \overline{C}_s^T x$  – спостережувана складова перетвореного стану, тоді як

$z^{uo} = \overline{H}_s^T x$  – немонітований компонент перетвореного стану.

Зауваження. Якщо прийняти, що  $x^p = C_s^+ x$ , де  $C_s^+ = (C_s^T C_s)^{-1} C_s^T$  є псевдоінверсією  $C_s$ , та помножити обидві сторони другого рівняння в системі (12) на  $(C_s^T C_s)^{-0,5}$ , то отримується  $\dot{x}^p = C_s^+ L_s C_s C_s^+ y = \widehat{L}_s C_s^+ x = \widehat{L}_s x^p$ , причому  $L_s$  – лапсасіан частки  $(G_s/p)$ .

**Висновки за даною роботою і перспективи подальших досліджень у даному напрямку.** Нелінійний зважений підхід, запропонований в цій роботі, розв’язує задачу забезпечення зв’язності. Ґрунтуючись на цьому, висвітлено процес формування топології БСМ.

Перевагу покращеного методу становлять такі складові:

- вимагається мінімальний обсяг інформації обміну між сенсорними вузлами та центральним вузлом. Відповідно до ретрансляційної концепції з лише одним центральним вузлом БСМ по суті являє собою граф зірки з центральною вершиною в його центрі. В цьому випадку кількість пакетів даних  $n$ , кожен з яких містить інформацію із сенсорного вузла, надходить до центрального вузла безпосередньо або шляхом маршрутизації. Тоді як в покращеному методі кількість отриманих центральним вузлом пакетів визначається лише кількістю під’єднаних до нього сенсорних вузлів. Якщо мережа коректно побудована, то потрібно зчитувати дані тільки з одного вузла для відновлення всього сценарію, – дана мережа є спостережуваною з цим вузлом;

- обсяг інформації обміну між сенсорними вузлами не змінюється залежно від відстані до центрального вузла. В  $n$ -ретрансляційному маршруті наявні  $\sum_{i=1}^{n+1} i$  пакетів

передаються з вихідного до центрального вузла. До того ж, за однакової кількості центральних вузлів зростає розмірність  $n$  відносно масштабу зони (пропорційно квадрату в 2-D та кубу в 3-D вимірі). У запропонованій же концепції для реалізації кожного зв’язку необхідно лише 2 пакети інформації, тому за однакової кількості елементів або відстані  $n$  передається тільки  $(2n+1)$  пакетів. Центральні вузли приймають лише один пакет від кожного комунікованого з ним давача. Мінімум обсягу передавань інформації не досягається без витрат чи недоліків. Кожен вузол має за завдання узагальнити інформацію свого сусіда та центральний вузол повинен передбачити чи інтерполювати область параметрів при розв’язанні системи лінійних рівнянь. І все ж, відносно згаданих обчислень, це суттєво дешевше та супроводжується споживанням набагато менше електроенергії, ніж процес передавання інформації. Тому удосконалений метод все ж володіє суттєвою перевагою у порівнянні з ретрансляційною концепцією. В науковій літературі наводяться аргументи, що комунікація в 2000 разів дорожча, ніж обчислення характеристик процесу для такої самої кількості інформації. Незважаючи на те, що мобільному центральному вузлу необхідно збирати тільки  $n$  пакетів в усій зоні покриття, порівнюючи  $(2g+q)$  за удосконаленим методом, причому  $g$  – наявна кількість каналів комунікації, яка

загалом більша від  $n$ , то цей метод характеризується набагато вищою швидкістю у великому просторі.

### Література

1. Science and Engineering Beyond Moore's Law. – Режим доступу: [http://www.nsf.gov/about/budget/fy2009/pdf/44\\_fy2009.pdf](http://www.nsf.gov/about/budget/fy2009/pdf/44_fy2009.pdf)
2. Голембо В. Аналіз способів організації переміщення мобільних вимірювальних агентів / В. Голембо, О. Бочкарьов, О. Кусьпісь // Вимірювальна техніка та метрологія. – 2008. – № 69. – С.39–42.
3. Проблема самоорганізації багатоагентної системи виявлення та відстеження порушників / А. О. Мельник, В. А. Голембо, О. Ю. Бочкарьов, О. П. Кусьпісь // Вісник Нац. ун-ту “Львівська політехніка”. “Комп’ютерні системи проектування”. – 2005 – № 548. – С.11–15.
4. Агентный подход в задаче управления динамическим объектом: тезы докл. междунар. науч.-практ. конф. (май 2010) / Р. Н. Чижденко. – Винница, 2010. – С. 68–69.
5. Reynolds C. Flocks, herds and schools: a distributed behavioral model / C. Reynolds // Computer Graphics : ACM SIGGRAPH '87 Conference, July 1987. – Proceedings of Conf. – Vol. 21(4). – Pp. 25–34.
6. Vicsek T. Novel type of phase transitions in a system of self-driven particles / T. Vicsek, A. Czirok, E. B. Jacob [et al.] // Physical Review Letters. – 1995. – Vol. 75. – Pp. 1226–1229.
7. Fax J. Information flow and cooperative control of vehicle formations / J. Fax, R. Murray // IEEE Transactions on Automatic Control. – 2004. – Vol. 49. – Pp. 1465–1476.
8. Lin Z. Local control strategies for groups of mobile autonomous agents / Z. Lin, M. Broucke, B. Francis // IEEE Transactions on Automatic Control. – 2004. – Vol. 49, No 4. – Pp. 622–629.
9. Tanner H. Stable flocking of mobile agents, part II : Dynamic topology / H. Tanner, A. Jadbabaie, G. Pappas // The 42<sup>nd</sup> IEEE Conference on Decision and Control, Dec. 2003 : Proceedings of Conf., vol. 2. – Maui, Hawaii USA, 2003. – Pp. 2016–2021.
10. Cort'es J. Robust rendezvous for mobile autonomous agents via proximity graphs in d dimension / J. Cort'es, S. Mart'inez, F. Bullo // IEEE Transactions on Robotics and Automation. – 2006. – Vol. 51, No 8. – Pp. 1289–1298.
11. Spanos D. Robust connectivity of networked vehicles / D. Spanos, R. Murray // The 43<sup>rd</sup> IEEE Conference on Decision and Control, Dec. 2004 : Proceeding of Conf., vol. 3. – 2004. – Pp. 2893–2898.
12. Zavlanos M. Controlling connectivity of dynamic graphs / M. Zavlanos, G. Pappas // The 44<sup>th</sup> IEEE Conference on Decision and Control 2005 and 2005 European Control Conference (CDC-ECC '05), Dec. 2005 : Proceeding of Conf. – 2005. – Pp. 6388–6393.
13. Lawton J. A decentralized approach to formation maneuvers / J. Lawton, R. Beard, B. Young // IEEE Transactions on Robotics and Automation. – 2003. – Vol. 19. – Pp. 933–941.
14. Egerstedt M. A hybrid control approach to action coordination for mobile robots / M. Egerstedt, X. Hu // Automatica. – 2002. – Vol. 38. – Pp. 125–130.
15. Kim Y. On maximizing the second smallest eigenvalue of a state-dependent graph laplacian / Y. Kim, M. Mesbahi // IEEE Transactions on Automatic Control. – 2006. – Vol. 51. – Pp. 116–120.
16. Mesbahi M. State-dependent graphs / M. Mesbahi // The 42<sup>nd</sup> IEEE Conference on Decision and Control, Dec. 2003 : Proceedings of Conf. – Maui, Hawaii USA, 2003. – Pp. 3058–3063.
17. Desai J. Modeling and control of formations of nonholonomic mobile robots / J. Desai, J. Ostrowski, V. Kumar // IEEE Transactions on Robotics and Automation. – 2001. – Vol. 17. – Pp. 905–908.
18. Leonard N. E. Virtual leaders, artificial potentials and coordinated control of groups / N. E. Leonard, E. Fiorelli // The IEEE Conference on Decision and Control, Dec. 2001 : Proceedings of Conf. – Orlando, Florida, 2001. – Pp. 2968–2973.
19. Eren T. A framework for maintaining formations based on rigidity / T. Eren, P. Belhumeur, B. Anderson, A. Morse // The IFAC Congress, 2002 : Proceedings of Congress. – 2002. – Pp. 2752–2757.
20. Tanner H. Leader-to-formation stability / H. Tanner, G. Pappas, V. Kumar // IEEE Transactions on Robotics and Automation. – 2004. – Vol. 20. – Pp. 443–455.
21. Parker L. E. Heterogeneous mobile sensor net deployment using robot herding and line-of-sight formations / L. E. Parker, B. Kannan, X. Fu, Y. Tang // The IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2003 : Proceedings of Conf. – 2003. – Pp. 681–689.
22. Tanner H. G. On the controllability of nearest neighbor interconnections / H. G. Tanner // The 43<sup>rd</sup> IEEE Conference on Decision and Control, Dec 2004 : Proceedings of Conf. – 2004. – Pp. 2467–2472.
23. Rahmani A. On the controlled agreement problem / A. Rahmani, M. Mesbahi // The American Control Conference, June 2006 : Proceedings of Conf. – 2006. – Pp. 1376–1381.

Отримано 16.11.2010