

**Titel** Numeriske løsninger på geotekniske problemer

**Projektperiode** 1. februar, 2008 til 24. juni, 2008.

**Projektdeltagere** Agnethe A. Glud  
Pernille H. Iversen

**Hovedvejleder** Lars Damkilde, Professor, AAUE

**Vejleder** Sven Krabbenhøft, Lektor, AAUE



---

## Forord

Rapporten er udarbejdet som et kort afgangsprøveprojekt på civilingeniørstudiet for Bygge- og anlægskonstruktion ved Aalborg Universitet Esbjerg. Temaet for rapporten er numeriske beregninger af geotekniske problemer.

Rapporten består af en hovedrapport samt en række appendikser. Appendikserne kan læses som et supplement til hovedrapporten, og der bliver refereret til disse i hovedrapporten. Kildehenvisninger er angivet med navn af forfatter og årstal, og hovedrapporten efterfølges af en kildeliste. Figurer, tabeller og ligninger nummereres i numerisk rækkefølge i både hovedrapporten og i appendiks.

Det udarbejdede finite element program i Matlab og de tilhørende kildekoder er vedlagt på medfølgende CD bagerst i rapporten. Herudover er de anvendte finite element modeller vedlagt på CD'en.



---

## Synopsis

Temaet for dette projekt er numeriske beregninger af geotekniske problemer. Igennem tiderne er de fleste geotekniske problemer blevet løst vha. simple håndberegninger. Håndberegninger er dog ikke anvendelige ved mere komplekse problemstillinger, og der kan med fordel anvendes numeriske løsninger, såsom finite element metoden. Ved numeriske beregninger er det bl.a. muligt at løse ikke-lineære problemstillinger samt interaktionen mellem jorden og konstruktionen.

Fra forsøg vides det, at sand er et ikke-lineært materiale, og ved små spændingsniveauer varierer styrken meget. I projektet anvendes den ikke-lineære Hoek Browns brudbetingelse, som tager hensyn til dette. Det vil undersøges, om anvendelsen af Hoek Browns brudbetingelse vil give bedre resultater end den lineære Mohr-Coulombs brudbetingelse ved to applikationer i friktionsjord – fodpæle og skrånninger.

Ved de såkaldte fodpæle haves små spændinger under fodpælen. Det undersøges derfor, om den rigtige brudmekaniske og bæreevne kan fremkomme ved anvendelse af Hoek Browns Brudmekaniske, når fodpælen udsættes for træk.

Når der regnes på skråningsstabilitet, er der små spændinger langs overfladen af skrånningen. I projektet undersøges derfor, om anvendelse af den ikke-lineære Hoek Brown model vil give andre resultater end den lineære Mohr-Coulomb model med den konstante friktionsvinkel.



---

## Abstract

The theme of this project is numerical calculations of geotechnical problems. Throughout the times most geotechnical problems have been solved by simple hand calculations. It is impossible to use hand calculations to solve complex problems. In these cases the numerical solutions, as the finite element method is much better. In numerical solutions it is possible to solve non-linear problems and interacting between soil and buildings.

It is known from test that sand is a non-linear material and the strength varies at the level of small stresses. In the project the non-linear Hoek Brown criterion is used. This criterion considers the strength variation. It will be investigated, if the use of the Hoek Brown criterion will give better results compared to the Mohr-Coulomb criterion for two different applications. The applications are foot piles and slope stability.

Small stresses occur under foot piles. It will be investigated if the use of the Hoek Brown yield criterion will result in the real yield mechanisms and bearing capacities.

In slope stability problems the stresses are small along the surface of the slope. In this project it will be investigated, what the results will be on the safety factor if the non-linear Hoek Brown criterion is used instead of the linear Mohr-Coulomb.





## Indholdsfortegnelse

<b>1</b>	<b>Indledning</b> .....	<b>1</b>
1.1	Trækpåvirket fodpæl.....	3
1.2	Skråningsstabilitet .....	5
1.3	Projektbeskrivelse.....	6
<b>2</b>	<b>Modellering af jord</b> .....	<b>7</b>
2.1	Jord.....	8
2.1.1	Konstitutiv modellering af jord .....	8
2.1.2	Jord som et kontinuum .....	9
2.1.3	Konsolidering .....	9
2.1.4	Dilatationsvinkel .....	10
2.1.5	Friktionsvinkel.....	10
2.2	Flydeteorier.....	11
2.3	Jords brudbetingelser .....	12
2.3.1	Mohr-Coulomb .....	13
2.3.2	Hoek Brown .....	14
2.4	Opsummering .....	16
<b>3</b>	<b>Ikke-linearitet</b> .....	<b>17</b>
3.1	Anvendelse af ikke-linearitet .....	18
3.2	Jord – ikke-lineært materiale .....	19
3.2.1	Hærdning.....	20
3.2.2	Plastiske tøjninger.....	21
3.2.3	Hovedretning.....	21
3.2.4	D-matricen.....	23
3.2.5	Return mapping .....	24
3.3	Ikke-lineær finite element metode.....	25
3.4	Opsummering .....	26
<b>4</b>	<b>Numerisk modellering</b> .....	<b>29</b>
4.1	Mekanisk model .....	29
4.1.1	PLAXIS.....	31
4.1.2	Matlab program.....	33
4.2	Beregninger med og uden fodpæl .....	33
4.3	Eftervisning af Matlab program .....	36
4.4	Eftervisning af Hoek Brown parametre - Matlab.....	38
4.5	Opsummering .....	39
<b>5</b>	<b>Triaksialt forsøg</b> .....	<b>41</b>
5.1	Udførelse.....	41
5.1.1	Prøveemnerne.....	42
5.1.2	Resultater og Fejlkilder .....	42
5.2	Fastlæggelse af Mohr-Coulomb parametre .....	44
5.3	Jordens trykstyrke og Hoek Brown parametre .....	45
5.3.1	Jordens maksimale trykstyrke .....	45
5.3.2	Fastlæggelse af Hoek Brown parametre .....	46
5.4	Usikkerhed på Hoek Brown parametre .....	46
5.5	Opsummering .....	48
<b>6</b>	<b>Brudfigur omkring fodpæl</b> .....	<b>49</b>
6.1	Lokal brudfigur i PLAXIS.....	50

6.2	Lokal brudfigur Matlab – Mohr-Coulomb .....	52
6.3	Lokal brudfigur Matlab – Hoek Brown .....	53
6.4	Brudfigur ved andre Hoek Brown parametre.....	55
6.4.1	a's betydning for brudfiguren .....	55
6.4.2	m's betydning for brudfiguren.....	56
6.4.3	Frembringelse af lokal brudfigur i 0,3 m's dybde .....	56
6.5	Opsummering.....	58
<b>7</b>	<b>Bæreevne af fodpæl .....</b>	<b>59</b>
7.1	Definition af bæreevne .....	59
7.2	Bæreevnen fundet ved forsøg i 2005 .....	60
7.3	Bæreevne i PLAXIS .....	61
7.4	Bæreevne i Matlab program.....	63
7.5	Bæreevne ved HB parametre for lokal brudfigur .....	64
7.6	Opsummering.....	65
<b>8</b>	<b>Ny geometri af fodpæl .....</b>	<b>67</b>
8.1	Ændring af fodpælens diameter.....	67
8.2	Ændring af fodpælens nederste del.....	69
8.3	Ændring af fodpælens øverste del .....	71
8.4	Den mest optimale udformning af fodpæl .....	73
8.5	Lokal brudfigur .....	75
8.6	Opsummering.....	76
<b>9</b>	<b>Skråningsstabilitet.....</b>	<b>77</b>
9.1	Sikkerhedsfaktorer .....	78
9.1.1	Sikkerhedsfaktor - Mohr-Coulombs brudbetingelse.....	79
9.1.2	Sikkerhedsfaktor vha. Hoek Browns brudbetingelse .....	79
9.2	Mekanisk model.....	80
9.3	PLAXIS beregninger .....	80
9.4	Finite element program i Matlab – Mohr-Coulomb.....	81
9.5	Geo-Slope beregninger .....	82
9.6	Eftervisning af Matlab program.....	84
9.7	Sammenligning af Hoek Brown med Mohr-Coulomb.....	86
9.8	Sikkerhedsfaktorens afhængighed af friktionsvinklen .....	87
9.9	Opsummering.....	89
<b>10</b>	<b>Konklusion .....</b>	<b>91</b>
<b>11</b>	<b>Bilag 1 .....</b>	<b>95</b>
<b>12</b>	<b>Bilag 2 .....</b>	<b>96</b>
<b>13</b>	<b>Appendiks 1.....</b>	<b>99</b>
<b>14</b>	<b>Appendiks 2.....</b>	<b>102</b>
<b>15</b>	<b>Appendiks 3.....</b>	<b>103</b>
<b>16</b>	<b>Appendiks 4.....</b>	<b>106</b>
<b>17</b>	<b>Appendiks 5.....</b>	<b>111</b>
<b>18</b>	<b>Appendiks 6.....</b>	<b>112</b>
<b>19</b>	<b>Appendiks 7.....</b>	<b>114</b>
<b>20</b>	<b>Appendiks 8.....</b>	<b>116</b>
<b>21</b>	<b>Appendiks 9.....</b>	<b>118</b>
<b>22</b>	<b>Appendiks 10.....</b>	<b>120</b>
<b>23</b>	<b>Appendiks 11 .....</b>	<b>122</b>



---

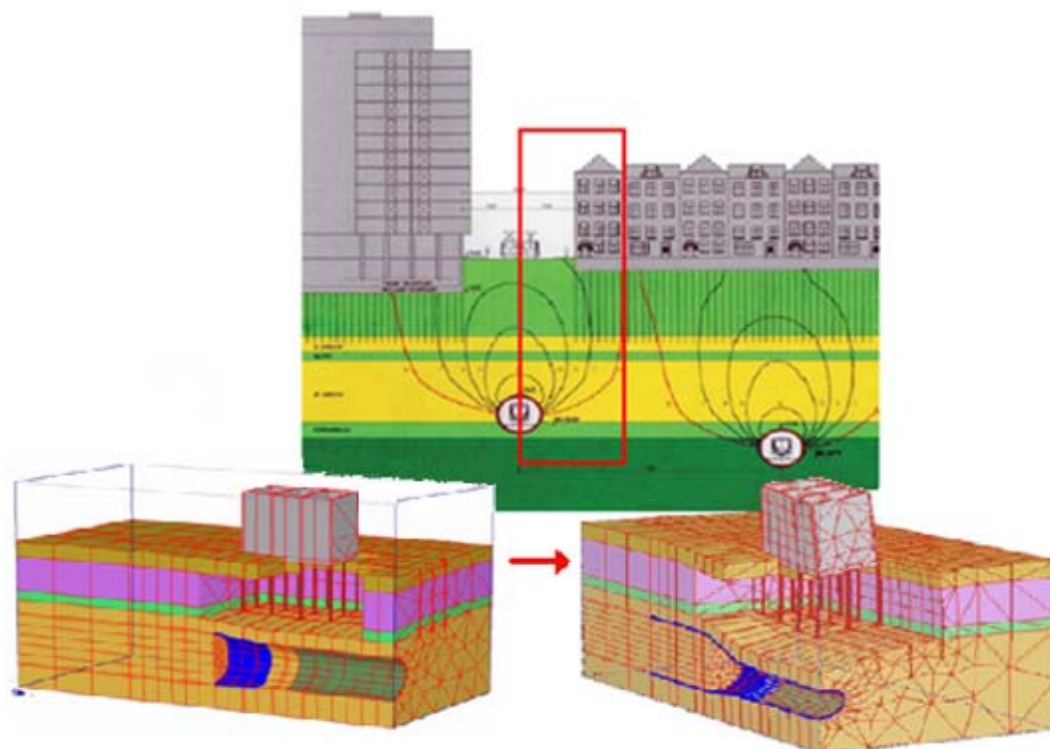
24	Appendiks 12	131
25	Appendiks 13	132
26	Appendiks 14	134
27	Appendiks 15	137
28	Appendiks 16	139
29	Appendiks 17	141
30	Appendiks 18	142
31	Appendiks 19	144
32	Appendiks 20	145
33	Appendiks 21	146
34	Appendiks 22	147
35	Appendiks 23	150
36	Appendiks 24	152



## 1 Indledning

Et stigende antal konstruktioner bliver i dag projekteret på baggrund af computersimuleringer af jordens opførsel. Computersimuleringerne gør det muligt at beskrive jordens opførsel i en lang række tilfælde, hvor empiriske håndberegningmetoder ikke er tilstrækkelige.

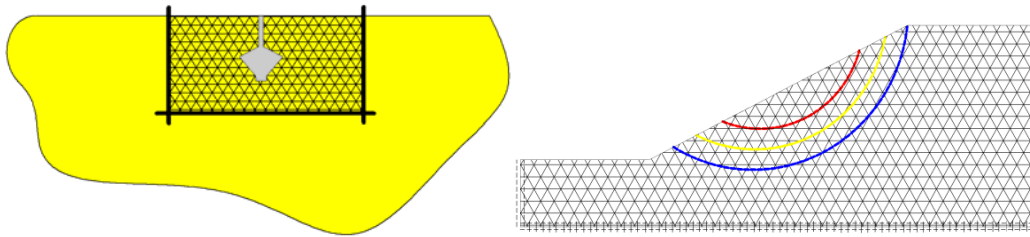
På Figur 1 ses et komplekst geoteknisk problem, som ikke er muligt at løse vha. håndberegninger. Her er det interaktionen mellem en eksisterende bygning og udboring af en metrotunnel, der er simuleret. I dette tilfælde er håndberegninger ikke tilstrækkelige, da det er geometrisk komplekst og tredimensionelt.



**Figur 1: Kompleks geoteknisk finite element beregning af interaktion mellem bygning og boret tunnel i jorden. Nederst til venstre ses selve modellen. Nederst til højre ses de beregnede deformationer.**

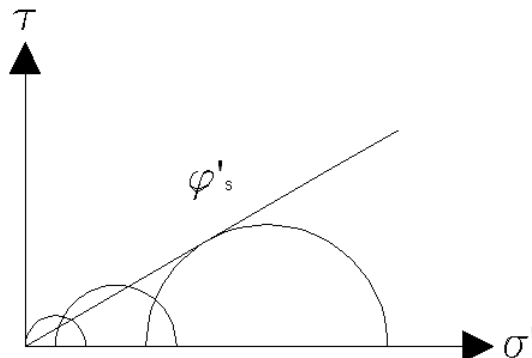
Denne computersimulering er udarbejdet i forbindelse med udboring til en ny metro under en af gaderne i Amsterdam. Formålet med computersimuleringen er at vurdere, hvor store sætninger de bevaringsværdige huse fra 1600-tallet vil få under og efter udboringen. I beregningen indgår både interaktionen mellem jorden og de tilstødende bygninger samt variationen af jordlagene ned gennem dybden. Beregningen er foretaget vha. finite element metoden og havde været umuligt at foretage vha. håndberegning.

I projektet anvendes finite element metoden på to applikationer, hvor håndberegninger ikke er tilstrækkelige. Her undersøges bl.a. interaktionen mellem jord og konstruktionen samt spændingsvariationen ned gennem jordlagene. På Figur 2 ses de to applikationer. En uddybning af de to applikationer findes senere i afsnittet.



Figur 2: De to applikationer som der arbejdes med i projektet. Til venstre ses et udsnit af et jordlegeme med en fodpæl og til højre en skråning.

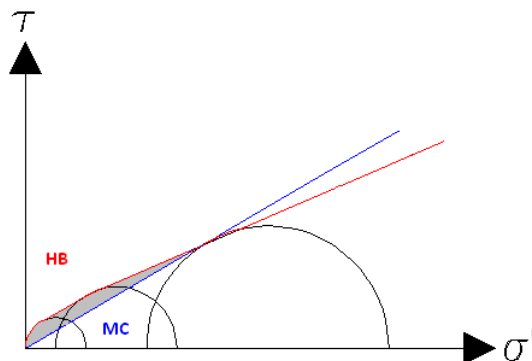
Geotekniske finite element programmer anvender ofte det lineære Mohr-Coulombs brudkriterium. Dette brudkriterium forudsætter en konstant friktionsvinkel, se Figur 3.



Figur 3: Den lineære Mohr-Coulomb brudbetingelse

En stor mængde eksperimentelle data antyder, at jords brudkriterium ikke er lineært i områder med små spændingsniveauer (jf. Bishop 1965, Ponce and Bell 1975 og Maksimovic 1989). Ved små spændingsniveauer kan der derfor med fordel anvendes en ikke-lineær brudbetingelse. Denne vil beskrive den eksperimentelle information bedre (jf. R. Baker 2004).

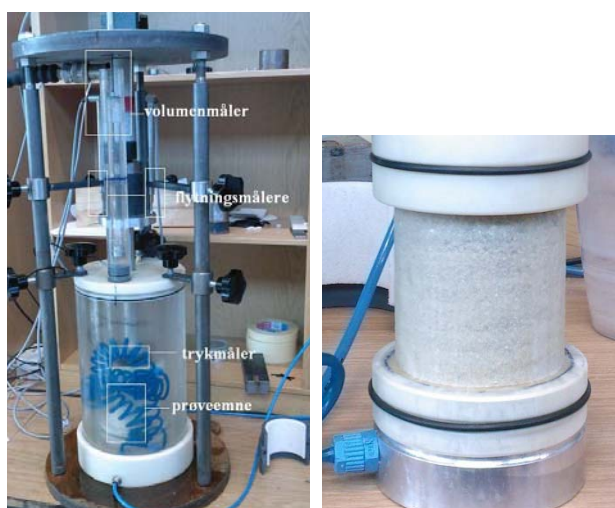
I projektet anvendes det ikke-lineære Hoek Brown brudkriterium. Denne model er oprindeligt udviklet for stenmasser og har gennem årene givet gode resultater. I projektet undersøges, om Hoek Brown med fordel kan anvendes på ren friktionsjord. På Figur 4 er Mohr-Coulombs og Hoek Browns brudkriterier plottet i forhold til hinanden for ren friktionsjord. Det ses, at Hoek Brown tager hensyn til styrkevariationen ved små spændingsniveauer.



Figur 4: Mohr-Coulomb og Hoek Browns brudkriterier.

Der, hvor simplificeringerne i Mohr-Coulombs brudbetingelse særligt giver problemer, er hvor beskrivelsen af styrkeegenskaber ønskes gjort så præcis som muligt fx ved model-forsøg, hvor der haves små spændingsniveauer (jf. Moust Jacobsen 1989).

Fordelen og styrken ved at anvende Mohr-Coulomb er, at materialeparametrene i modellen er lette at bestemme. Hvis Hoek Brown skal kunne anvendes med rimelighed, skal de indgående parametre kunne bestemmes let og med en rimelig nøjagtighed. Derfor fastlægges friktionsjordens reelle styrke ved en række triaksiale forsøg. På Figur 5 ses forsøgsopstillingen til bestemmelse af jordens styrkeparametre samt et af prøveemnerne.



Figur 5: Forsøgsopstilling til bestemmelse af jordens styrkeparametre og et ubelastet prøveemne.

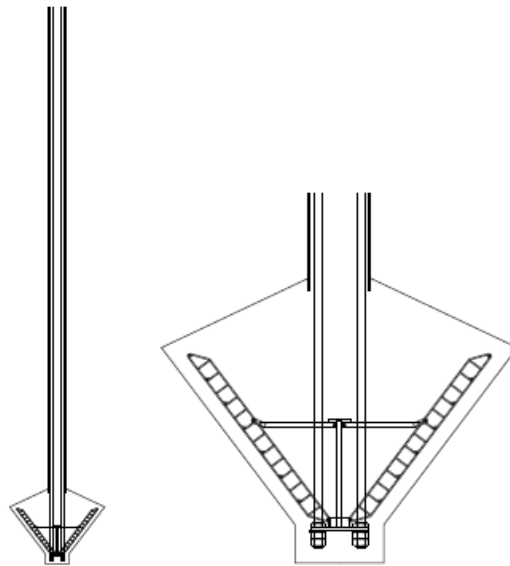
I projektet ønskes betydningen af at anvende Hoek Browns brudkriterium i ren friktionsjord frem for Mohr-Coulombs brudkriterium undersøgt. Da forskellen mellem de to brudkriterier skal findes ved små spændingsniveauer vælges to applikationer, der er både aktuelle og interessante:

- Bæreevne og brudfigur omkring trækpåvirket fodpæl
- Skråningsstabilitet

Ved fodpælen haves små spændinger under fodpælen, og ved skråningen haves små spændinger ved overfladen af skråningen. I det efterfølgende vil de to emneområder blive beskrevet mere indgående.

### 1.1 Trækpåvirket fodpæl

På Ålborg universitet Esbjerg er der i 2005 udført modelforsøg på en ny pæletype, kaldet fodpæle, se Figur 6. I princippet fungerer fodpælen som en ankerplade. En yderligere beskrivelse af fodpælen findes i bilag 1 og bilag 2.



Figur 6: Fodbæle

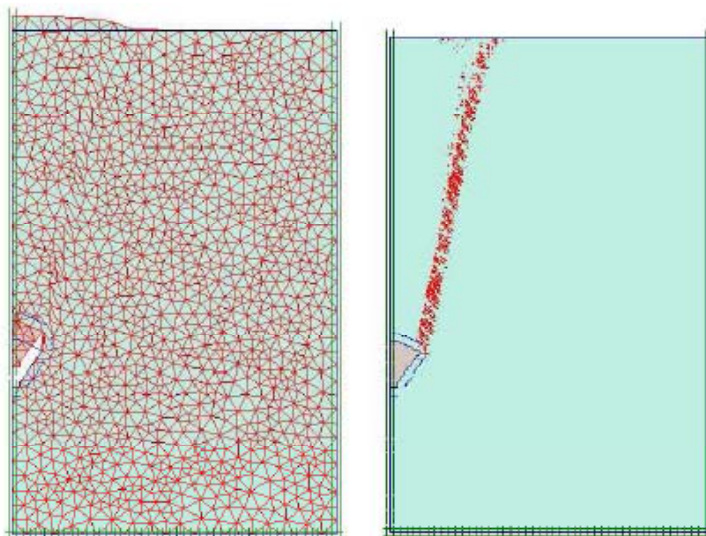
I 2005 er der foretaget plane trækmodelforsøg med en 1:25 model af fodbælen. På Figur 7 ses resultatet af det plane modelforsøg. Til højre ses, hvordan jorden strømmer rundt om den koniskformede plade, og at der forekommer en lokal brudfigur, når der trækkes i fodbælen.



Figur 7: Plan modelforsøg. Til venstre forsøget uden belastning og til højre brudmekanismen under belastning. Kilde: FODPÆLE – Alternativ funderingsmetode til vindmøller

Ud fra forsøg blev både brudfigur og bæreevne for modelpælen bestemt. Til sammenligning blev fodbælen modelleret i PLAXIS, der anvender det lineære Mohr-Coulombs brudkriterium. I 2005 var det hverken muligt at få overensstemmelse mellem de lokale brudfigurer eller bæreevnerne. På Figur 8 ses til sammenligning den brudfigur, der fremkom i PLAXIS. Her går brudlinjen op til jordoverfladen. PLAXIS forudsagde en global brudfigur.



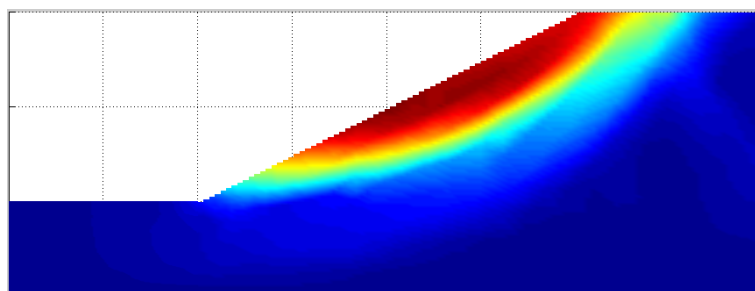


Figur 8: Brudfigur fra PLAXIS beregninger. Til højre ses det deformerede mesh og til venstre incremental strains. Kilde: FODPÆLE – Alternativ funderingsmetode til vindmøller

Det vil det være interessant at undersøge, om anvendelsen af Hoek Browns brudkriterium vil give bedre og mere brugbare resultater end PLAXIS. I projektet findes derfor både bæreevner og brudfigurer vha. Hoek Browns brudkriterium.

## 1.2 Skråningsstabilitet

Det er en meget tidskrævende proces at regne skråningsstabilitet vha. håndberegninger, og resultaterne er til tider unøjagtige. Derfor kan skråningsstabilitet med fordel beregnes numerisk. På Figur 9 ses et eksempel på en numerisk beregning af skråningsstabilitet. Her giver deformationsfiguren en god indikation af brudlinjen.



Figur 9: Brudfigur bestemt i finite element program

En ikke-lineær brudbetingelse har både direkte og indirekte virkninger på skråningsstabilitet. Den direkte påvirkning er, at der fås andre styrker ved anvendelse af den ikke-lineære brudbetingelse frem for den lineære. Den indirekte virkning er, at der fås andre brudfigurer (jf. R. Baker 2004).

Som det ses af Figur 4 undervurderer Mohr-Coulombs brudkriterium styrken ved små spændingsniveauer. Det vil derfor være interessant at undersøge, om Mohr-Colombs brudkriterium også undervurderer sikkerhedsfaktoren, og om Hoek Browns brudkriterium med fordel kan anvendes i ren friktionsjord ved skråningsstabilitet.

---

### 1.3 Projektbeskrivelse

Til at udføre undersøgelserne på de to applikationer anvendes følgende:

- Finite-element program udarbejdet i Matlab baseret på Johan Clausens<sup>1</sup> program.
- Modelforsøg til bestemmelse af jordparametre

Det ikke-lineære finite element program i Matlab er ikke udarbejdet til fodpæle, og programmet skal derfor modificeres. I Matlab programmet er det både muligt at anvende Hoek Browns og Mohr-Coulombs brudkriterier. I Matlab programmet anvendes plasticitetsteori for jord og den ikke-lineære finite elementmetode. Teorien bag disse beskrives dermed. Herudover beskrives kort den generelle teori omkring friktionsjord.

Det kommercielle finite element program PLAXIS anvendes i projektet. PLAXIS anvender det lineære Mohr-Coulomb brudkriterium. Det kontrolleres, om det udarbejdede Matlab program er opbygget korrekt ved at sammenligne resultater med PLAXIS.

Der udføres triaksiale forsøg til bestemmelse af parametrene, der indgår i de to brudkriterier. Parametrene bestemmes for en lejringsstæthed på  $I_d = 0,6$ . Denne lejringsstæthed blev anvendt ved modelforsøgene foretaget i 2005. Ved at anvende samme lejringsstæthed både i forsøg og beregning kan resultaterne med rimelighed sammenlignes.

I 2005 var det ikke mulig at få PLAXIS beregningerne til at stemme overens med forsøgsresultaterne. Det kontrolleres derfor, om de udførte beregninger fra 2005 er korrekte. Herefter undersøges bæreevnen og brudfiguren for fodpælen vha. Hoek Browns brudkriterium. Det formodes, at resultaterne fra det udarbejdede Matlab program vil ligge tættere op ad forsøgsresultaterne end resultaterne fra PLAXIS.

Sikkerhedsfaktoren for en skråning beregnes vha. Hoek Browns brudkriterium. Sikkerhedsfaktoren beregnes også vha. de kommercielle programmer PLAXIS og Geo-Slope. Sikkerhedsfaktorerne fundet ved de 3 programmer vil blive sammenlignet, og det vurderes, om Matlab programmet giver brugbare resultater.

I Matlab programmet vil sikkerhedsfaktoren blive beregnet både på baggrund af Mohr-Coulombs og Hoek Browns brudbetingelse. De to sikkerhedsfaktorer vil blive sammenholdt, og det vurderes, om det er korrekt, at Mohr-Coulomb undervurderer styrken ved små spændingsniveauer og dermed giver mindre sikkerhedsfaktorer i forhold til Hoek Brown.

Det er interessant, om Hoek Browns brudkriterium med fordel kan anvendes for fodpæle og skråninger i friktionsjord

---

<sup>1</sup> Efficient Non-Linear Finite Element Implementation og Elasto-Plasticity for Geotechnical Problems udarbejdet af Johan Clausen, Ph.D. thesis. Esbjerg Institute of Technology.

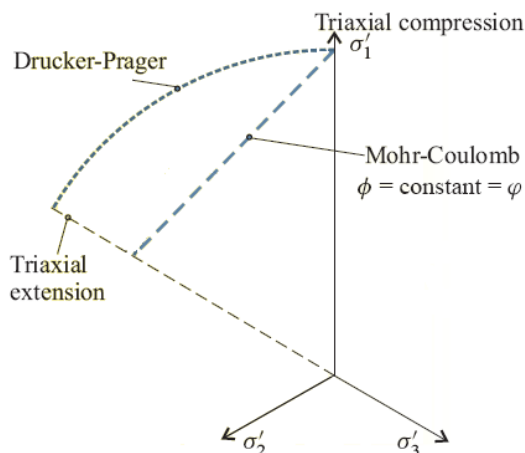
---

## 2 Modellering af jord

Det er utroligt vigtigt at kende jords egenskaber, da næsten alle konstruktioner og anlæg er funderet på jord. I Danmark inddeles jord i to forskellige typer, friktionsjord og kohæsionsjord. Det er friktionsjord, der er fokuseret på i dette projekt. Derfor vil de egenskaber, der kendetegner friktionsjord blive beskrevet.

Jord adskiller sig fra andre konstruktionsmaterialer, da jords styrke varierer med spændingsniveauet. Styrkevariationen er særlig stor ved små spændingsniveauer. Denne variation tages normalt ikke i regning, når der dimensioneres (jf. M. Jacobsen, 1989). Det anses for at være en unødvendig komplikation og uden en væsentlig betydning for resultaterne, da de fleste funderinger på jord bestemmes ved store spændingsniveauer. Skal spændingerne i jorden derimod bestemmes til videnskabelige formål eller i forbindelse med modelforsøg, skal spændingsniveauerne opgøres så præcist som muligt. Det er derfor vigtigt at anvende et brudkriterium, der beskriver den store styrkevariation ved små spændingsniveauer i disse tilfælde.

Flere forskellige kendte brudkriterier kan anvendes i de numeriske beregninger på jord. Det mest almindelige brudkriterium ved jordberegninger er det lineære Mohr-Coulomb kriterium. Et alternativ er Drücker-Pragers brudkriterium, der er cirkelformet. Drücker-Prager er mere simpelt at implementere i finite element programmer end Mohr-Coulombs (jf. J. Clausen 2007). Brudkriterierne er illustreret på Figur 10. Inden for de stiplede linjer opfører jorden sig elastisk, mens den på selve linjen og udenfor den opfører sig plastisk.



Figur 10: Drücker-Pragers og Mohr-Coulombs brudkriterier.

I dette projekt anvendes Hoek Brown brudkriterium til sammenligning med Mohr-Coulombs. Hoek Browns brudkriterium er et ikke lineært brudkriterium, der beskriver styrkerne mere præcist ved små spændingsniveauer. I dette projekt vil det undersøges, om Hoek Browns brudkriterium med fordel kan anvendes på friktionsjord. De forskellige flydeteorier beskrives i dette afsnit.

## 2.1 Jord

Jord består af en samling partikler, der har forskellige former. Porerne mellem jordpartiklerne er enten fyldt med luft eller vand. Jorden inddeles i forskellige klasser alt efter størrelsesfordeling af kornene og indholdet af organisk materiale. I Danmark anvendes den fraktionsinddeling af jordtyper, der fremgår af Tabel 1.

Grusfraktionen	60 - 2 mm
Sandfraktionen	2 - 0,06 mm
Siltfraktionen	0,06 - 0,002 mm
Lerfraktionen	Mindre end 0,002 mm

Tabel 1: Fraktionsinddelingen, der anvendes i praksis i Danmark.

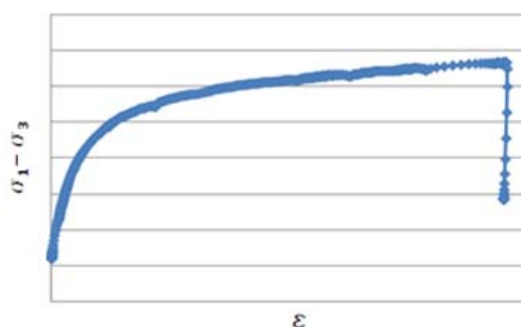
Sandpartikler rører hinanden. Derfor overføres spændinger i sandjord fra partikel til partikel vha. friktion. Porerne mellem partiklerne er relativt store og i forbindelse med hinanden. Derfor kan vandet mellem porerne hurtigt drænes væk. Der er ingen kohæsion mellem sandpartiklerne, og derfor kan sand ikke optage træk.

Lerpartikler rører ikke hinanden direkte. Omkring hver partikel er der en membran af vand. Mellem det vand, der klæber til lerpartiklerne, kan der være enten frit vand eller luft. Da porerne i ler er meget små, drænes porevandet meget langsomt sammenlignet med sand. Det betyder, at ler godt kan optage træk, da trækkræfterne vil give negative poretryk.

I projektet arbejdes der med en drænet sandjord. Der regnes derfor uden kohæsion og uden vandtryk. I afsnit 5 bestemmes styrkeparametrene for sandjorden med en lejringsæthed på 0,6.

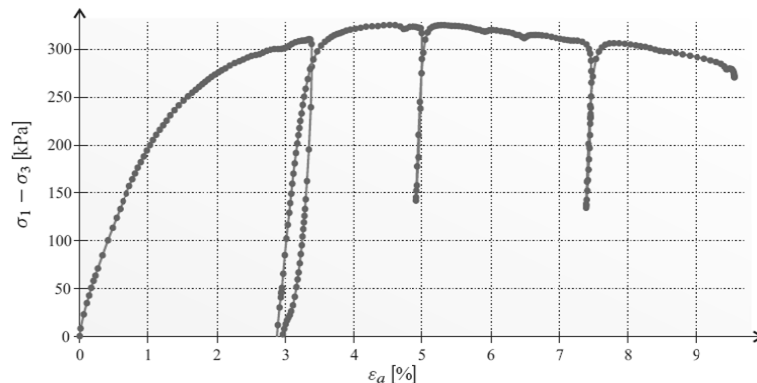
### 2.1.1 Konstitutiv modellering af jord

Jord er et ikke-lineært elastisk materiale. Derfor skal finite element beregningerne også være ikke-lineære. At jord er ikke-lineært, fremgår af jords arbejdskurve. På Figur 11 ses arbejdskurven for den aktuelle sand, der er optegnet på baggrund af de triaksiale forsøgsresultater. Selve forsøget er beskrevet i afsnit 5.



Figur 11: Arbejdskurve for den aktuelle sand.

Det ses, at jorden får blivende deformationer efter endt belastning. På Figur 12 ses det, at sand opfører sig elastisk-plastisk, da aflastnings-belastningskurverne næsten er parallelle.



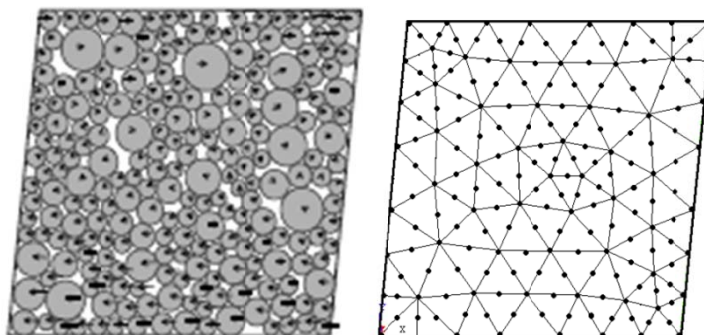
Figur 12: Triaksialt forsøgsresultat for sand med aflastning og belastning.

Kilde: Efficient Non-Linear Finite Element Implementation og Elasto-Plasticity for Geotrchnical Problems udarbejdet af Johan Clausen.

I afsnit 3 beskrives jord som et ikke-lineært materiale mere indgående.

### 2.1.2 Jord som et kontinuum

For at finite element beregninger i jord stemmer helt overens med virkeligheden burde jordpartiklerne modelleres enkeltvis, men dette er en umulig opgave, se Figur 13 til venstre. Til højre på figuren betragtes jord som et samlet hele – et kontinuum. Der begås ikke en decideret fejl ved denne betragtning, da erfaring viser, at resultaterne kommer til at stemme godt overens med eksperimentelle data. Dog skal den anvendte model være meget større end kornene.



Figur 13: Til venstre er jordpartiklerne modelleret enkeltvis og til højre som et kontinuum.

Jorden regnes som et kontinuum ved at fordele lasterne ud over arealelementer. Spændingen i et arealelement er defineret som kraft per areal. Derfor er de spændinger, der refereres til ikke spændingerne mellem kornene, men spændingerne i elementerne.

### 2.1.3 Konsolidering

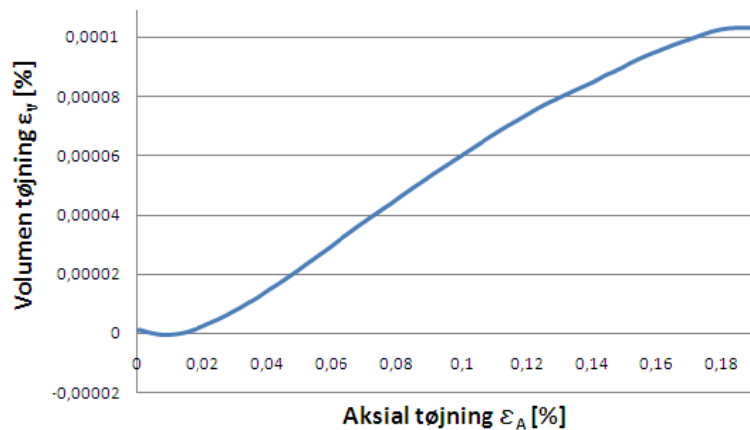
Når jord pludselig belastes, vil det være porevandet, der først vil tage hele belastningen. Dette skyldes, at vand har en meget dårligere sammentrykkelighed end kornskelettet. I sand vil vandet hurtigt bortdrænes, og dermed vil belastningen efter kort tid blive båret af sandkornene. I ler kan der derimod gå meget lang tid, før porevandet bliver bortdrænet. Denne proces kaldes konsolidering og er meget vigtig faktor, når f.eks. deformationer skal beregnes.

Da der i projektet arbejdes med sand, foretages beregningerne for drænet tilstand.

### 2.1.4 Dilatationsvinkel

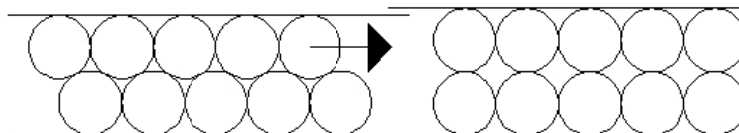
Graden af volumenændringer i friktionsjord kaldes dilatation og er beskrevet vha. dilatationsvinklen  $\psi$ . Dilatationsvinklen regnes positiv ved volumenforøgelse.

Dilatation af friktionsjord kan observeres, når det er udsat for forskydning. Løst sand vil formindske sit volumen under påført belastning, indtil det når et konstant volumen – det specifikke volumen. Fastlejret sand vil først komprimeres lidt, hvorefter det vil begynde at udvide sit volumen. Dette fænomen kan ses på Figur 14, hvor volumentøjningen for den aktuelle sand er optegnet som funktion af længdetøjningen.



Figur 14: Volumenændringer for fastlejret sand fundet ved forsøg.

Princippet ved dilatation er ofte illustreret ved kugleanalogi, som vist på Figur 15.

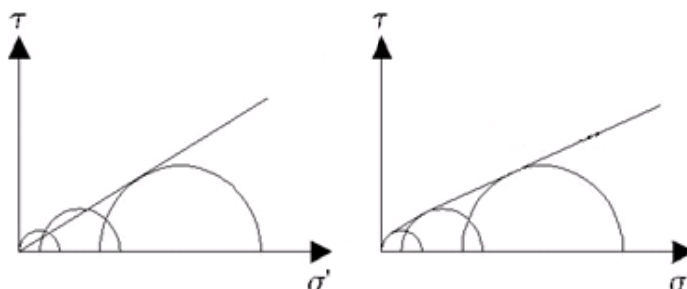


Figur 15: Kugleanalogi af dilatation af friktionsjord.

Til venstre ses en relativ tæt lejrning af korn. Når kornene passere hinanden, øges volumen af jordlegemet. Til højre er derimod en relativ løs lejrning. Her bliver volumen af jordlegemet formindsket, når kornene forskydes i forhold til hinanden.

### 2.1.5 Friktionsvinkel

Ved "simple" håndberegninger anvendes den lineære Mohr-Coulombsbrudbetingelse, der antager, at friktionsvinklen  $\varphi$  er konstant. I virkeligheden varierer friktionsvinklen med spændingstilstanden. På Figur 16 til venstre er det antaget, at friktionsvinklen er konstant, og til højre varierer friktionsvinklen.



Figur 16. Til højre Mohr-Coulombs spændingscirkler med ret brudlinie og til højre med krum brudlinie.

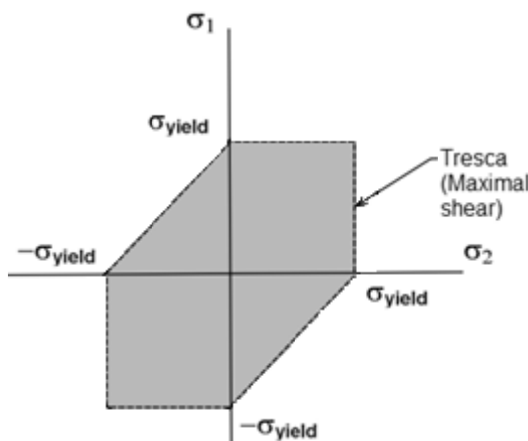
## 2.2 Flydeteorier

Flydeteorierne definerer det plastiske grænseområde af et givent materiale i det 3 dimensionale spændingsrum. På selve flydegrænsen opfører materialet sig plastisk, og indenfor opfører det sig elastisk. I det efterfølgende beskrives de to flydeteorier – Tresca og Drücker Prager. Disse kan begge anvendes på jord.

Trescas flydeteori antager, at flydning opstår, når den maksimale forskydningspænding i et materiale når den kritiske værdi. Dette er formuleret ved:

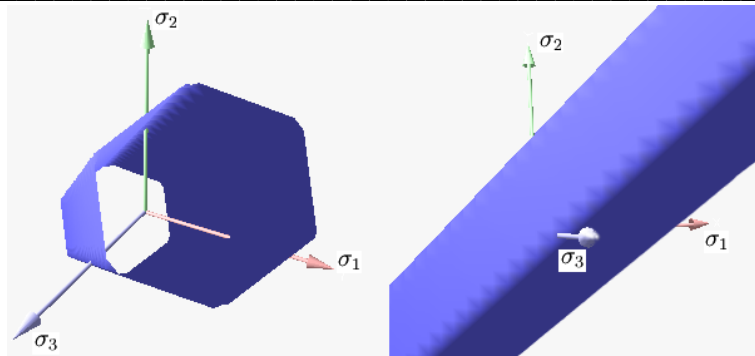
$$\begin{aligned} \tau_{max} &= \max(\frac{1}{2} \cdot |\sigma_1 - \sigma_2|, \frac{1}{2} \cdot |\sigma_2 - \sigma_3|, \frac{1}{2} \cdot |\sigma_3 - \sigma_1|) \\ &= \max(\tau_{12}, \tau_{23}, \tau_{31}) = k \end{aligned} \tag{2-1}$$

Trescas brudflade er illustreret på Figur 17.



Figur 17: Tresca Flydekriterium.

En svaghed ved Trescas flydeteori er, at den kun medtager den maksimale forskydningspænding. På Figur 18 er Tresca optegnet i det 3 dimensionale spændingsrum.



Figur 18: Trescas flydekriterium i det 3 dimensionale spændingsrum.  
Kilde: en.wikipedia.org/

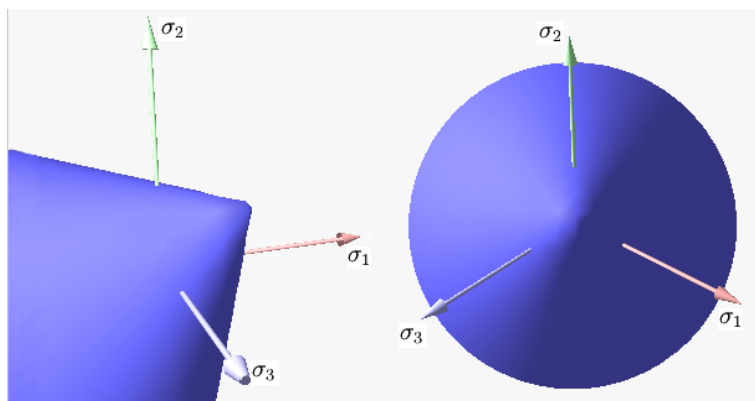
Når Tresca plottes i det 3 dimensionale spændingsrum er brudfladen formet som en cylinder, der ligger parallelt med den hydrostatiske akse  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ . Flydekriteriet er uafhængigt af det hydrostatiske tryk, hvilket ikke er realistisk for jord. Dette er der taget hensyn til i Drücker–Pragers flydeteori:

$$f(\sigma) = \sigma_e + \alpha \cdot \sigma_m - \sigma_0 \quad (2-2)$$

Hvor:

$$\sigma_m = \frac{1}{3} \cdot (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) \quad (2-3)$$

På Figur 19 er Drücker-Pragers flydekriterium optegnet i det 3 dimensionale spændingsrum. Det ses, at flydekriteriet er formet som en kegle.



Figur 19: Drücker-Pragers flydekriterium i det 3 dimensionale spændingsrum.  
Kilde: en.wikimedia.org/

I projektet anvendes disse to flydeteorier ikke. Her anvendes derimod Hoek Browns og Mohr-Coulombs brudkriterium.

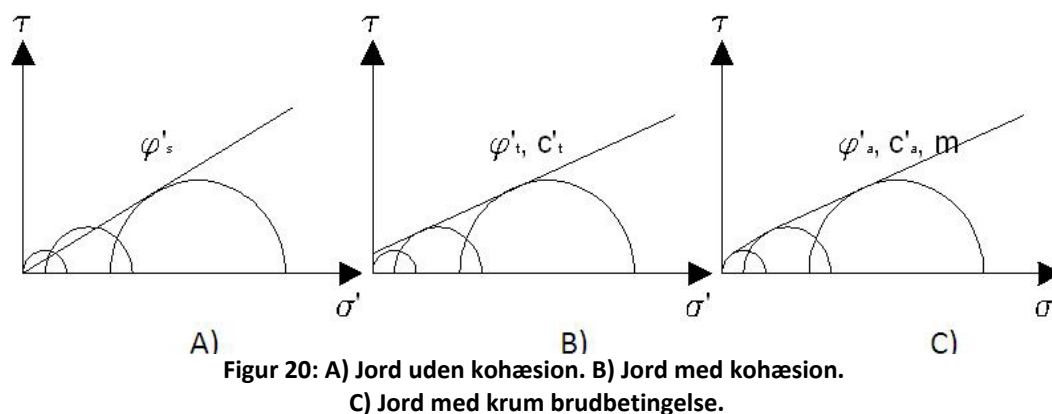
### 2.3 Jords brudbetingelser

I det efterfølgende beskrives henholdsvis Mohr-Coulombs og Hoek Browns brudbetingelser og de sammenlignes. Disse flydeteorier er udviklet specielt for jord. I PLAXIS anvendes Mohr-Coulombs brudbetingelse, mens det udarbejdede Matlab program kan anvende enten Mohr-Coulomb eller Hoek Browns brudbetingelse.



### 2.3.1 Mohr-Coulomb

Den aktuelle spændingstilstand illustreres vha. Mohrs cirkel, der er optegnet på basis af de aktuelle hovedspændinger i jorden. Der forekommer brud i jord, hvis Coulombs brudbetingelse er tangent til Mohrs cirkel. Placeringen af Coulombs brudbetingelse afhænger af, om jorden regnes med eller uden kohæsion, se Figur 20.



Da sand ikke har kohæsion, tvinges Coulombs brudbetingelse tvinges gennem koordinatsættet (0,0). Dette gøres ved at optegne Coulombs brudbetingelse som sekant til Mohr cirklerne. Coulombs brudbetingelse for jord uden kohæsion er:

$$\tau = \sigma' \cdot \tan (\varphi'_s) \tag{2-4}$$

Her refererer s til, at kurven er indtegnet som sekant til Mohr cirklerne.

En anden mulighed var at optegne Coulombs brudbetingelse som tangent til cirklerne. Dette vil medføre, at der medtages et kohæsionsbidrag. Coulombs brudbetingelse for jord med kohæsion er:

$$\tau = c'_t + \sigma' \cdot \tan (\varphi'_t) \tag{2-5}$$

Hvor t refererer til at kurven er indtegnet som tangent til Mohr cirklerne.

I PLAXIS kan både brudbetingelse A) og B) i Figur 20 anvendes. I projektet anvendes brudbetingelse A) i PLAXIS.

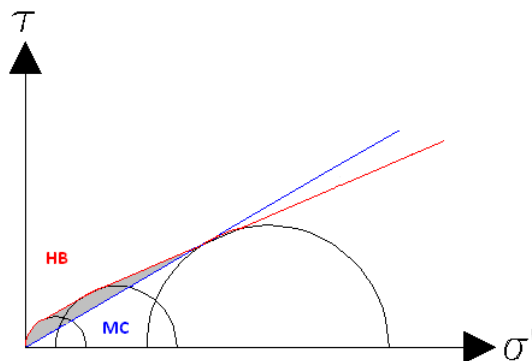
Den bedste løsning fås ved anvendelse af et ikke lineært brudkriterium. Her kan anvendes en krum indhyldningskurve på friktionsjord, hvor følgende brudkriterium fittes til Mohr cirklerne:

$$\tau_r = \frac{\sin (\varphi'_a)}{1-\sin (\varphi'_a)} \cdot \sigma'_{min} \cdot \left(1 + \frac{a_a}{m \cdot \sigma'_{min}}\right)^m \tag{2-6}$$

Hvor a refererer til asymptoteværdien, og m beskriver krumningen. For rent friktionsmateriale er m=0, og m = 1 svarer til rent kohæsionsmateriale. Denne kurve nærmer sig asymptotisk til den lineære Mohr-Coulomb kurve ved store spændingsniveauer.

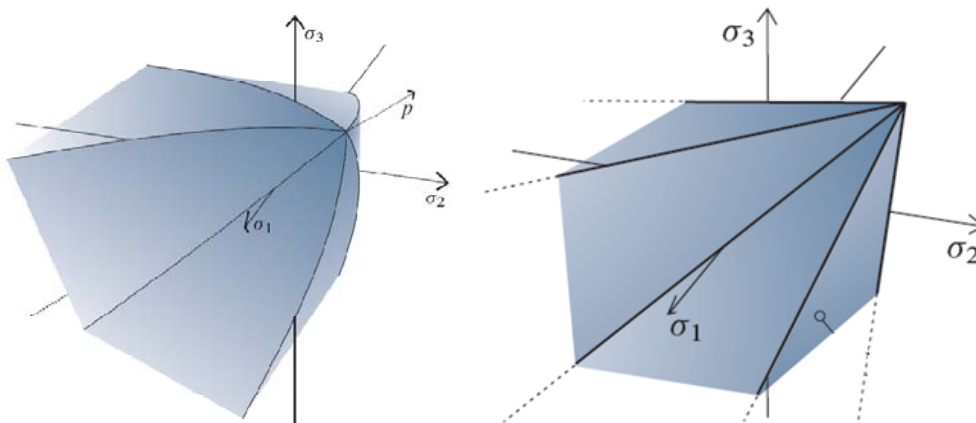
Der kan anvendes mange forskellige ikke-lineære brudkriterier. De har hver især deres fordele og ulemper. I dette projekt anvendes det ikke-lineære Hoek Brown brudkriterium, da det udarbejdede Matlab programmet er udviklet for det.

Ved anvendelse af den lineære Mohr-Coulombs brudbetingelse i numeriske beregninger i ren friktionsjord undervurderes jordens styrke i områder med små spændinger pga. den konstante friktionsvinkel, se Figur 21. Hoek Browns brudbetingelse medtager derimod den varierende friktionsvinkel ved små spændingsniveauer og anvendes derfor i projektet.



Figur 21: Den lineære Mohr-Coulombs og den ikke lineære Hoek Browns brudbetingelse.

På Figur 22 til venstre ses Hoek Brown kriteriet i det fulde 3-dimensionale spændingsrum. Det ses her, at brudfladerne ligner en kurvet Mohr-Coulomb pyramide, se Figur 22 til højre.



Figur 22: Til venstre ses Hoek Brown kriteriet i det fulde 3-dimensionale spændingsrum og til højre Mohr Coulomb. Kilde: Efficient Non-Linear Finite Element Implementation og Elasto-Plasticity for Geotrchninal Problems udarbejdet af Johan Clausen.

Hoek Browns brudkriterium beskrives i det efterfølgende.

### 2.3.2 Hoek Brown

Hoek Brown er det brudkriterium, der anvendes i det udarbejdede finite elementprogram i Matlab. Hoek Browns brudkriterium har i lang tid været anvendt til at bestemme bæreevnen og deformationer på stenmasser. En af hovedårsagerne til, at Hoek Brown er så egnet, er at materialeparametrene, der anvendes i modellen, kan bestemmes ved markforsøg. I dette projekt undersøges det, om Hoek Brown er egnet til

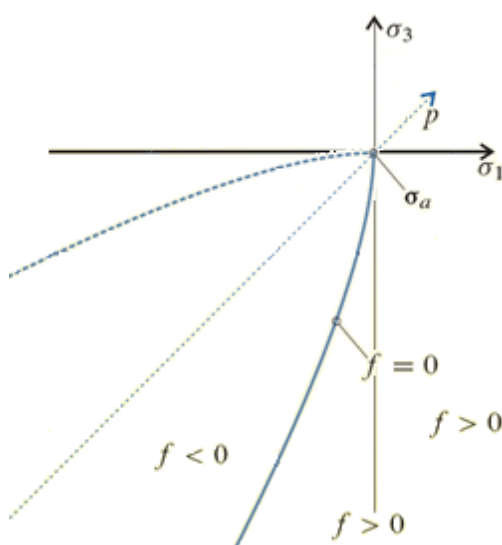
## Numeriske løsninger på geotekniske problemer

numeriske beregninger på ren friktionsjord. Det undersøges derfor, om Hoek Browns brudkriterium kan anvendes til følgende:

- Brudfigurer der stemmer overens med forsøg.
- Bæreevner der stemmer overens med forsøg.
- Skråningsstabilitet

Herudover skal de indgående parametre kunne bestemmes let og præcist for sand.

På Figur 23 ses flydekriteriet som projektion på  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  planet i det effektive spændingsrum.



Figur 23: Projektion af Hoek Brown kriteriet på  $\sigma_1 - \sigma_3$  planet for sand.

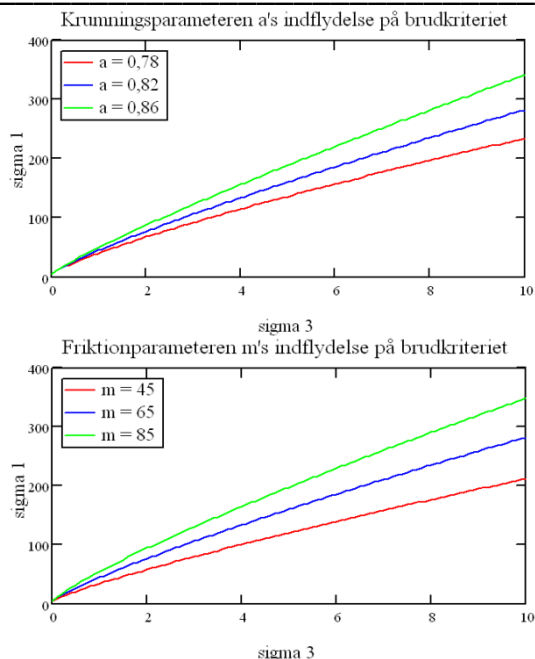
Hoek Browns brudkriterium er følgende:

$$\sigma'_1 = \sigma'_3 + \sigma_{ci} \left( m_b \frac{\sigma'_3}{\sigma_{ci}} + S \right)^a \quad (2-7)$$

Hvor  $\sigma'_1 \geq \sigma'_2 \geq \sigma'_3$  er effektive spændinger. Hvor  $S = 1$ .  $m_b$  og  $a$  er de parametre, der findes ud fra forsøg.

I afsnit 5 er det beskrevet, hvordan Hoek Brown parametrene bestemmes for den aktuelle sand vha. triaksiale forsøg. Parametrene findes ved at fitte Hoek Brown kriteriet til forsøgsværdierne vha. ikke-lineær regression. Før regressionen kan startes, skal der foretages et startgæt. Resultaterne af regressionen er meget afhængige af startgættet. Derfor undersøges det, hvilken betydning de 2 parametre har på selve brudkriteriet.

På Figur 24 ses, hvilken betydningen ændringer af parametrene  $a$  og  $m$  har på selve brudkriteriet.



Figur 24: Parametrene  $a$  og  $m$ 's betydning for Hoek Brown brudkriteriet.

Parameteren  $a$  er en krumningsparameter. Det ses at jo mindre  $a$  er, desto mere krumt er brudkriteriet. Parameteren  $m$  er en friktionsparameter. Det ses, at når  $m$  øges, bliver brudkriteriet mere stejlt. I afsnit 6 og 7 undersøges parametrene indflydelse på brudfigurer og bæreevne mere indgående.

## 2.4 Opsummering

I dette projekt arbejdes der med ren friktionsjord. Det karakteristiske ved friktionsjord er, at det ikke har kohæsion og derfor ikke kan optage trækkræfter.

Jords styrke varierer med spændingsniveauet. Variationen er størst ved små spændingsniveauer. I forbindelse med videnskabelige formål eller modelforsøg, er det lineære Mohr-Coulomb brudkriterium ikke egnet. Det undersøges derfor, om Hoek Browns ikke-lineære brudkriterium med fordel kan anvendes ved små spændingsniveauer. PLAXIS regner med den lineære Mohr-Coulomb model, mens det udarbejdede Matlab program kan regne med enten Mohr-Coulomb eller Hoek Brown.

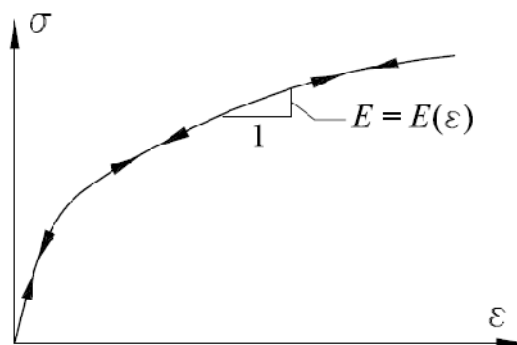
### 3 Ikke-linearitet

I finite element programmer og ved håndberegninger anvendes lineære elastiske analyser ofte. Her formodes flytningerne at være små, og Hooks lov antages gældende. Ved forskellige materialer kan der opstå ikke-linearitet. De mest sædvanlige ikke-lineariteter er følgende:

- Geometrisk ikke-linearitet
- Materiale ikke-linearitet

Ved geometrisk ikke-linearitet kan der være meget store deformationer i materialet, samtidig med at materialet opfører sig lineært elastisk og følger Hoeks lov. Dette er ikke gældende for jord. Et eksempel på geometrisk ikke-linearitet er en fiskestang.

Jord er derimod et meget ikke-lineært materiale, og derfor er materiale ikke-linearitet gældende for jord. Her er spænding-tøjningskurverne ikke-lineære, samtidig med at deformationerne er små. Materiale ikke-linearitet anvendes på strukturer, som gennemgår ikke-lineær elasticitet og plasticitet. På Figur 25 er ikke-lineær elasticitet illustreret.



Figur 25: Eksempel på materiale ikke-linearitet – ikke-lineær elasticitet

I dette afsnit beskrives materiale ikke-linearitet. Hoek Browns brudbetingelse, som anvendes i projektet, tager hensyn til denne materiale ikke-linearitet.

Materiale ikke-linearitet er næsten umuligt at løse analytisk og kræver derfor numeriske beregninger. Metoden, som anvendes i projektet til at simulere jord, er ikke-lineære finite element analyser. Ligevægtsligningen i finite element analyser er  $[K]\{u\} = \{f\}$ , og den ikke-lineære opførsel forekommer, da både stivhedsmatricen  $[K]$  og kraftvektoren  $\{f\}$  er funktioner af flytningerne  $\{u\}$ . Det er dermed nødvendigt at anvende en iterativ proces for at nå frem til  $\{u\}$  og de associerede  $[K]$  og  $\{f\}$ .

Ikke-lineær finite element metode gennemgås ligeledes i dette afsnit. Den ikke-lineære finite element metode vil blive anvendt i de efterfølgende afsnit på forskellige applikationer.

I det følgende gives et eksempel på anvendelse af ikke-lineær finite element analyse. Det illustreres, hvorfor anvendelsen af finite elementmetoden er at foretrække frem for håndberegninger ved nogle geotekniske problemer.

### 3.1 Anvendelse af ikke-linearitet

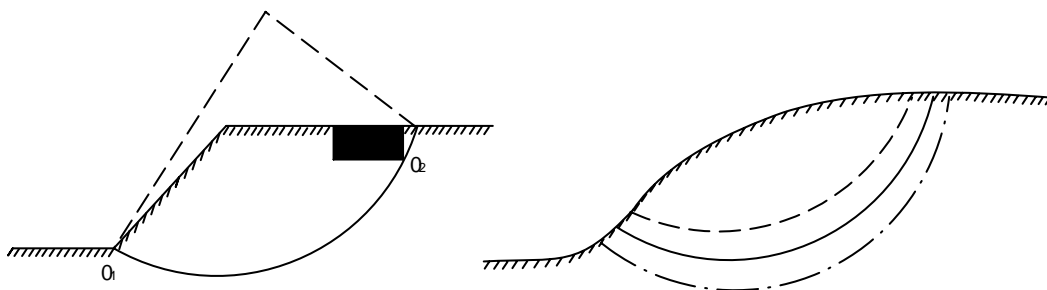
I det efterfølgende vil det blive beskrevet, hvorfor finite element metoden bliver mere og mere anvendt ved geotekniske problemer. Til at illustrere dette anvendes skråningsstabilitet, hvor håndberegninger bliver sammenlignet med finite element metoden.

Når skråningsstabilitet skal løses vha. håndberegninger, er der to metoder – ekstremmetoden og strimmelmetoden. Ved strimmelmetoden anvendes en tilfældig, men sandsynlig brudlinje af vilkårlig form. Hvorimod ved ekstremmetoden er brudlinjen en logaritmisk spiral med en stigningsvinkel lig jordens friktionsvinkel. Herved undgås at de ubekendte spændinger i brudlinjen kommer til at indgå i ligevægtsligningerne.

Ekstremmetoden er den mest anvendte metode ved håndberegninger. Strimmelmetoden anvendes kun, hvis brudlinjerne ikke kan bestemmes vha. logaritmiske spiraler, eller hvis jorden friktionsvinkel varierer indenfor det enkelte lag. En anden grund til at strimmelmetoden ikke anvendes så ofte, er at metoden er meget omfattende, samt at det er svært at vurdere brudfiguren i metoden. I det efterfølgende fokuseres der derfor på ekstremmetoden.

Princippet ved ekstremmetoden er, at momentet om spiralens pol af alle stabiliserende kræfter skal være større end det tilsvarende moment af alle de drivende kræfter. Hvis dette er gældende, antages skråningen at være stabil.

På Figur 26 ses to eksempler på hvor logaritmiske spiraler er anvendt til at bestemme brudlinjen.

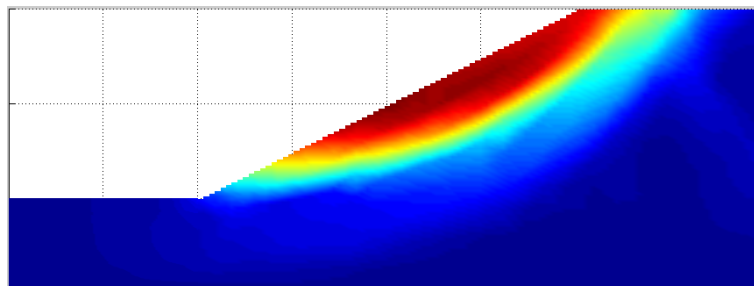


Figur 26: Til venstre ses en tvungen brudlinje og til højre en fri brudlinje

På Figur 26 til venstre går brudlinjen med stor sandsynlighed gennem fundamentets nedre bagkant,  $O_2$  og skråningens fodpunkt,  $O_1$ . Her er placeringen af den logaritmiske spiral ikke så vanskelig. Til højre på Figur 26 er det derimod meget svært at finde placeringen af den kritiske spiral. Her er der ikke på forhånd givet nogle punkter, som spiralen med stor sandsynlighed går igennem. Der skal derfor vælges en tilfældig, men sandsynlig placering af den logaritmiske spiral. Når denne placering er undersøgt for stabilitet, vælges en ny placering af spiralen og for denne findes ligeledes det mindste stabilitetsforhold. Denne fremgangsmåde fortsættes, indtil den mest kritiske placering af spiralen er fundet.

Metoden virker meget usikker, når der ikke er nogle givne punkter, som brudlinjen med stor sandsynlighed går igennem. I dette tilfælde må der være uendelig mange løsninger

at undersøge. Det er dermed ikke særligt sandsynligt at finde den rigtige placering af spiralen og dermed det mindste stabilitetsforhold. I dette tilfælde ville en finite element beregning være meget mere nøjagtigt og hurtigere. Her vil det være muligt at finde brudlinjen hurtigt og dermed undersøge, om skråningen er stabil. På Figur 27 ses brudlinjen af en skråning bestemt vha. det udarbejdede finite element program.



Figur 27: Brudfigur bestemt i finite element program

Finite element programmet er udarbejdet i Matlab og anvender LST elementer samt Hoek Browns brudbetingelse. En yderligere beskrivelse af programmet findes i afsnit 9.

Hvis jorden består af forskellige jordlag med forskellige friktionsvinkler, er det næsten umuligt at beregne skråningsstabilitet vha. håndberegninger. Her skal der gættes på en vilkårlig brudlinje, der varierer igennem de forskellige lag. Her vil det især være en fordel at anvende finite element metoden.

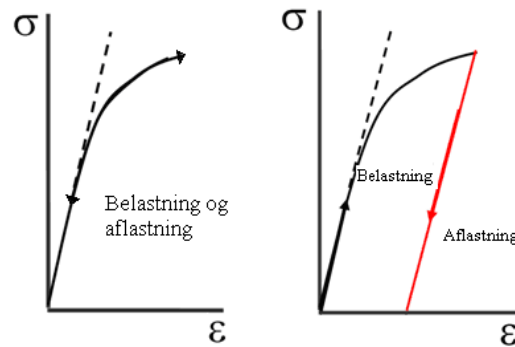
Styrken ved finite element metoden er, at den kan finde tilpas nøjagtige løsninger til problemstillinger, der næsten er umulige at beregne vha. håndberegninger.

Finite element programmer beskriver virkeligheden langt bedre, da de kan medregne jordens ikke lineære del. Ved anvendelse af finite element programmer til jordberegninger kan der regnes på meget mere komplekse problemstillinger som:

- Komplekse geometrier
- Spændingsvariationer
- Interaktion mellem jord og tilstødende bygninger/ anlæg.

### 3.2 Jord – ikke-lineært materiale

Materiale ikke-linearitet kan opdeles i to – ikke-lineær elasticitet og plasticitet. Ved ikke-lineær elasticitet er der et ikke-lineært spændings-tøjnings forhold og ingen blivende deformationer. Det er der derimod ved plasticitet. Når jorden belastes plastisk, vil der opstå irreversible tøjninger. På Figur 28 til venstre ses et eksempel på ikke-lineær elasticitet og til højre plasticitet.



Figur 28: Til venstre ikke-lineær elasticitet og til højre plasticitet

Da der er et ikke-lineært forhold mellem spændinger og tøjninger i jord, varierer D-matricen, da den afhænger af den aktuelle spændingstilstand. Den aktuelle spændingstilstand bestemmes vha. return mapping i dette projekt. Return mapping beskrives i afsnit 3.2.5.

I dette afsnit beskrives plasticitetsteori i jord. Her beskrives de mest vigtige fænomener.

Til at beskrive plasticitetsteori i jord anvendes disse 4 begreber:

- Flydekriteriet
- Flow rule
- Konsistensteorien
- Hardening rule

Flydekriteriet definerer, hvornår jorden bliver plastisk. Flow rule beskriver forholdet mellem spændinger og tøjninger, når jorden er plastisk. Konsistensteorien sørger for, at spændingerne ikke overskrider flydegrænsen. Endelig er der Hardening rule, der forudsiger, at der vil være en ændring i brudfladen ved plastiske tøjninger.

### 3.2.1 Hærdning

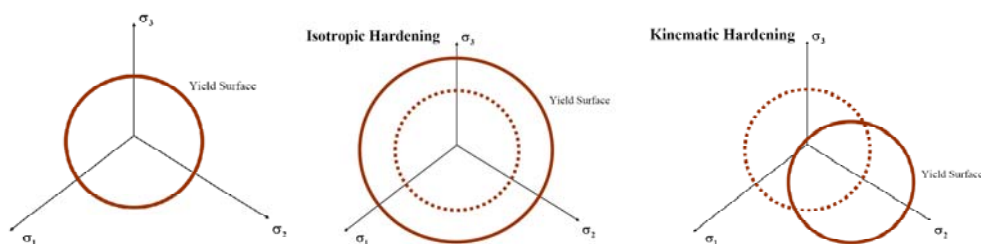
Næsten alle materialer udfører en form for hærdning under plastisk deformation. Ved hærdning forstås, at jorden genvinder styrke. Hærdning medfører at brudfladens form og størrelse ændres ved plastisk belastning. For at simplificere dette antages ofte, at brudfiguren kun ændrer sin størrelse og ikke sin form.

Ændring af brudfladen kan være svært at beskrive nøjagtigt. Derfor opdeles hærdning i 2 former:

- Isotropisk hærdning
- Kinematisk hærdning.

Den isotropiske hærdning medfører en forøgelse af flydespændingen under plastisk belastning, dvs. brudfladens størrelse forøges. Den kinematiske hærdning medfører translation af brudfladen. Dette er illustreret på Figur 29.





Figur 29: Brudflade, isotropisk hærkning og kinematisk hærkning

### 3.2.2 Plastiske tøjninger

Når jorden starter med at blive belastet, er der kun elastiske tøjninger, og sammenhængen mellem tøjninger og spændinger kan bestemmes vha. Hookes lov. Når belastningen på jorden øges, og materialet begynder at flyde, kommer der plastiske tøjninger. Der er ingen sammenhæng mellem spændinger og den totale tøjning i den plastiske zone. Derfor anvendes i stedet en plastisk tøjningstilvækst,  $d\epsilon^p$ . Den totale tøjningstilvækst er summen af den elastiske tøjningstilvækst og den plastiske tøjningstilvækst:

$$d\epsilon = d\epsilon^e + d\epsilon^p \tag{3-1}$$

Spændingstilvæksten kan bestemmes vha. den elastiske tøjningstilvækst ud fra Hookes lov:

$$d\sigma = D \cdot d\epsilon^e = Dd\epsilon - Dd\epsilon^p \tag{3-2}$$

Den plastiske tøjningstilvækst bestemmes ud fra det plastiske potentiale,  $g$  og den positive scalar,  $d\lambda$  også kaldet flow rule:

$$d\epsilon^p = d\lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma} = d\lambda \cdot \nabla g \tag{3-3}$$

$\nabla g$  er en vektor, der står normal på brudfladen  $g=0$ . Det vil sige, at den plastiske tøjningstilvækst er en vektor, som står vinkelret på brudfladen  $g=0$ , og dennes længde kan bestemmes vha.  $d\lambda$ .

Normalt sættes  $g=f$  som et startgæt, da det plastiske potentiale,  $g$  er besværligt at bestemme.

### 3.2.3 Hovedretning

I tilfælde hvor det plastiske potentiale,  $g$  sættes lig brudfladen,  $f$ , bestemmes den plastiske tøjningstilvækst således:

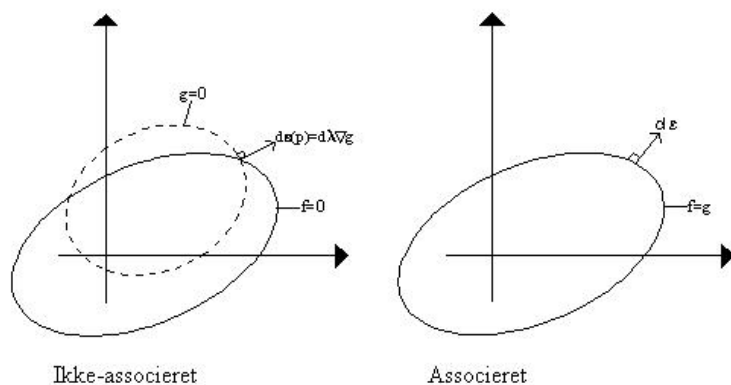
$$d\epsilon^p = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma} = d\lambda \cdot \nabla f \tag{3-4}$$

Den plastiske tøjningstilvækst er bestemt vha. brudfladen,  $f$ , og dette kaldes normalitetsbetingelsen. Denne betingelse er opfyldt, når tøjningstilvæksten  $d\epsilon$  står vinkelret på brudfladen,  $f$ . Dette er kun tilfældet, når  $f=g$ , og dette kaldes den

associerede beregningsmodel. Ved denne beregningsmodel gælder at  $\varphi = \psi$ . Denne model er ofte anvendt for duktile metaller. I jord er den associerede beregningsmodel dog aldrig opfyldt i praksis.

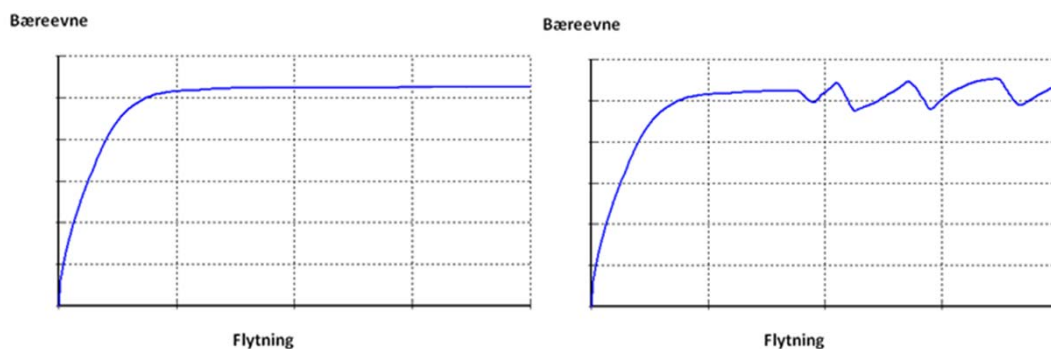
Når  $f \neq g$  haves den ikke-associerede beregningsmodel, og her står tøjningstilvæksten ikke vinkelret på brudfladen,  $f$ . Denne model er bedre egnet til jord eller kornede materialer.

I det udarbejdede finite element program i Matlab anvendes Hoek Browns brudbetingelse, og der regnes ikke-associeret. På Figur 30 er henholdsvis den ikke-associerede og associerede beregningsmodel illustreret.



Figur 30: Den ikke-associerede og associerede beregningsmodel

Om der regnes associeret eller ikke-associeret har en stor indflydelse på kraft-/flytningskurverne. For den aktuelle sand er bæreevnen optegnet som funktion af de påsatte flytninger. Regnes der associeret stiger kurven jævnt. Regnes der derimod ikke-associeret, bliver kurven meget mere uregelmæssig. Dette ses på Figur 31.

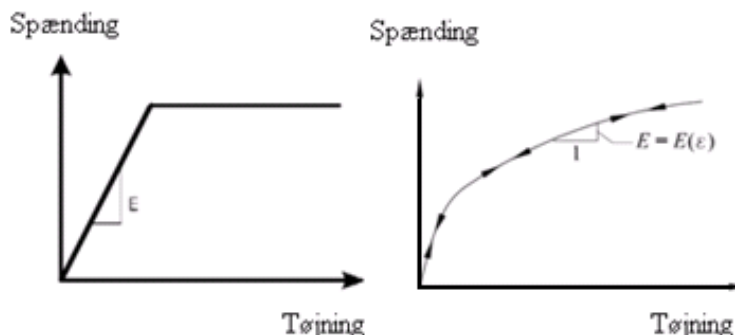


Figur 31: Bæreevnen som funktion af påsat flytning. Til venstre regnet associeret og til højre ikke-associeret.

Det uregelmæssige forløb i den ikke-associerede beregning skyldes, at der opstår en række lokale brud, inden det globale brud indtræffer. Ved hvert lokalt brud sker der en spændingsomlejring, hvor jorden genvinder noget af sin styrke. Det globale brud opstår, når alle elementer i en brudlinie er i det plastiske område.

### 3.2.4 D-matricen

Jords stivhed varierer dermed med den aktuelle spændingstilstand. På Figur 32 til venstre ses et eksempel, hvor der antages lineær elasticitet, og her varierer stivheden ikke. Til højre på Figur 32 ses et eksempel på ikke-lineær elasticitet, og her ses, at stivheden varierer.



Figur 32: Til venstre ses den lineære arbejdskurve og til højre den ikke lineære

Ved triaksiale forsøg er der fundet frem, at jord er elastisk-plastisk, da aflastnings- belastningskurverne næsten er parallelle. Der skal derfor anvendes en elastisk-plastisk konstitutiv matrix,  $D^{ep}$ .  $D^{ep}$  afhænger af den aktuelle spændingstilstand og skal dermed opdateres i finite element programmet i hver iteration.

Spændingstilvæksten kan bestemmes ved det konstitutive forhold mellem spændinger og tøjninger, ligesom ved elasticitetsteori:

$$d\sigma = D^{ep} \cdot d\epsilon \quad (3-5)$$

Konsistensteorien er følgende:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial \sigma}\right)^T d\sigma = 0 \quad (3-6)$$

Ved at indsætte (3.2) ind i (3.6) fås følgende udtryk for  $d\lambda$ :

$$0 = \left(\frac{\partial f}{\partial \sigma}\right)^T d\sigma = \left(\frac{\partial f}{\partial \sigma}\right)^T \left(Dd\epsilon - Dd\lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma}\right) \Leftrightarrow d\lambda = \frac{\left(\frac{\partial f}{\partial \sigma}\right)^T Dd\epsilon}{\left(\frac{\partial f}{\partial \sigma}\right)^T D \frac{\partial g}{\partial \sigma}} \quad (3-7)$$

Det fundne udtryk for  $d\lambda$  indsættes i (3.2):

$$d\sigma = D \left( d\epsilon - \frac{\left(\frac{\partial f}{\partial \sigma}\right)^T Dd\epsilon \frac{\partial g}{\partial \sigma}}{\left(\frac{\partial f}{\partial \sigma}\right)^T D \frac{\partial g}{\partial \sigma}} \right) = \left( D - \frac{D \frac{\partial g}{\partial \sigma} \left(\frac{\partial f}{\partial \sigma}\right)^T D}{\left(\frac{\partial f}{\partial \sigma}\right)^T D \frac{\partial g}{\partial \sigma}} \right) d\epsilon = D^{ep} \cdot d\epsilon \quad (3-8)$$

Ud fra (3.5) ses det, at den konstitutive matrix er følgende:

$$D^{ep} = \left( D - \frac{D \frac{\partial g}{\partial \sigma} \left(\frac{\partial f}{\partial \sigma}\right)^T D}{\left(\frac{\partial f}{\partial \sigma}\right)^T D \frac{\partial g}{\partial \sigma}} \right) \quad (3-9)$$

Ved det elastisk-plastiske konstitutive forhold kan spændingstilvæksten bestemmes, hvis den totale tøjningstilvækst og den aktuelle spændingstilstand er kendt.

Tøjningstilvæksten kan derimod ikke blive bestemt på basis af spændingstilvæksten.

### 3.2.5 Return mapping

Det centrale ved numeriske analyser af elastisk-plastiske materialer er integrationen af de konstitutive ligninger, så de ukendte spændingstilvækster kan bestemmes. Dette kan dog ikke gøres analytisk, da ligningerne er meget ikke-lineære. I projektet anvendes return mapping til at løse problemet.

Den konstitutive matrix,  $D^{ep}$  afhænger af den aktuelle spændingstilstand. Det vil sige, at spændingen skal opdateres i hver iteration.

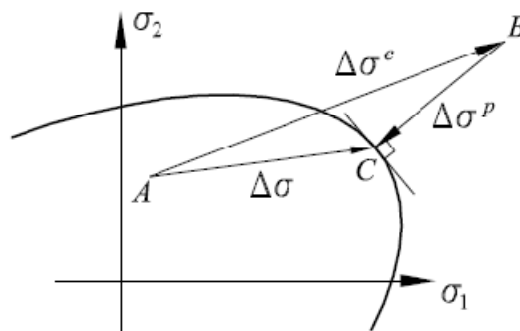
Ved at integrere (3.2) fås følgende finite spændingstilvækst:

$$\Delta\sigma = D\Delta\epsilon - D\Delta\epsilon^p = \Delta\sigma^e - \Delta\sigma^p \quad (3-10)$$

$\Delta\sigma^e$  bliver normalt kaldet den elastiske predictor, og  $\Delta\sigma^p$  den plastiske predictor.  $\Delta\sigma^p$  bestemmes med denne formel:

$$\Delta\sigma^p = \int_{\lambda}^{\lambda+\Delta\lambda} D \frac{\partial g}{\partial \sigma} d\lambda \quad (3-11)$$

Det vil sige, at (3.10) medfører en integration af spændinger langs en "sti" fra et initial spændingspunkt, A til det endelige spændingspunkt, C – se Figur 33.



Figur 33: Princippet ved Return mapping

Denne "sti" kendes selvfølgelig ikke, og det er dermed nødvendigt at lave en tilnærmelse af den plastiske predictor. Denne tilnærmelse er følgende:

$$\Delta\sigma^p \approx \Delta\lambda D \left( \frac{\partial g}{\partial \sigma} \right)_C \quad (3-12)$$

Hvor punktet C er det endelige spændingspunkt. (3.10) kan skrives som:

$$\sigma^C = \sigma^B - \Delta\sigma^p \quad (3-13)$$

De opdaterede spændinger, som illustreret på Figur 33, kan skrives som:

$$\sigma^C = \sigma^A + \Delta\sigma \quad (3-14)$$

$$\sigma^B = \sigma^A + \Delta\sigma^e \quad (3-15)$$

Spændingen  $\sigma^A$  ligger enten indeni eller på brudfladen, og der tilføres en elastisk predictor. Dette medfører en tilstand, hvor spændingen ligger udenfor brudfladen, punkt B. Det er hermed nødvendigt at påføre en plastisk predictor, så spændinger returneres til brudfladen, punkt C.

Spændingen i punkt C er den spænding, som anvendes i den konstitutive matrix,  $D^{ep}$ , og som bliver opdateret i finite element beregningerne.

### 3.3 Ikke-lineær finite element metode

Metoden, som anvendes til at løse materiale ikke-linearitet, er ikke-lineær finite element metode. I dette afsnit vil det blive beskrevet, hvorledes de ikke-lineære finite element beregningerne foretages vha. iteration.

Ved finite element metoden anvendes følgende ligningssystem:

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{u} = \mathbf{f} \quad (3-16)$$

Hvor  $\mathbf{f}$  er den påsatte last, og  $\mathbf{K}$  er stivhedsmatricen givet ved:

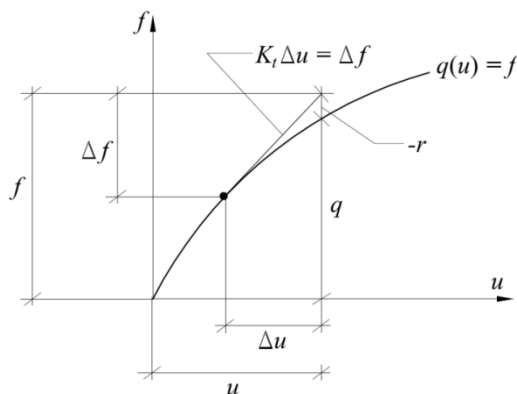
$$\mathbf{K} = \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \cdot \hat{\mathbf{D}}^{ep} \cdot \mathbf{B} d\Omega \quad (3-17)$$

Stivhedsmatricen  $\mathbf{K}$  er ikke-lineær, da den afhænger af  $\hat{\mathbf{D}}^{ep}$ , der afhænger af den aktuelle spændingstilstand, som forklaret i afsnit 3.2.4.

Da systemets respons afhænger af deformationshistorien, eksisterer der et tilvækstforhold mellem flytningerne og kraften givet ved:

$$\mathbf{K}_t \cdot \Delta \mathbf{u} = \Delta \mathbf{f} \quad (3-18)$$

Her er  $\mathbf{K}_t$  den tangentielle stivhedsmatrix, dvs. en linearisering af den eksakte ikke lineære stivhedsmatrix givet i (3.17). Dette er illustreret på Figur 34.



Figur 34: Den tangentielle stivhedsmatrix  $K_t$ .  
Kilde: Basic computational plasticity, Kristian Krabbenhøft

Beregningerne følger nu ved at tilføje  $\Delta f$ , og ud fra (3.18) kan den tilsvarende flytningstilvækst  $\Delta u$  så beregnes. Når flytningstilvæksten er kendt, kan tøjningstilvæksten udregnes på den generelle måde:

$$\Delta \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B} \cdot \Delta \mathbf{u} \quad (3-19)$$

Herefter kan spændingerne beregnes ved (3.5), vha. den elastisk-plastiske konstitutive matrix,  $D^{ep}$  (3.9).

På grund af  $D^{ep}$  er udtrykket ikke-lineært, og derfor er det nødvendigt at anvende en iterativ metode.

Hvis spændingerne er beregnet, kan den interne kraftvektor blive fundet af:

$$\mathbf{q} = \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \cdot \boldsymbol{\sigma} d\Omega \quad (3-20)$$

Den interne kraftvektor,  $\mathbf{q}$  skal være balanceret af den totale påsatte last,  $\mathbf{f}$ , dvs. forskellen mellem disse størrelser  $\mathbf{r}$  skal forsvinde:

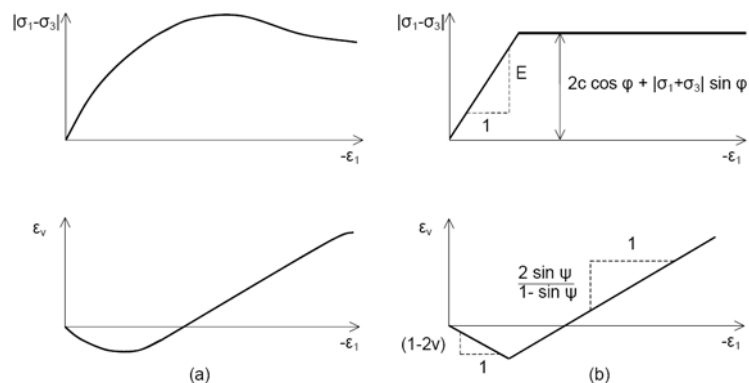
$$\mathbf{r} = \mathbf{q} - \mathbf{f} \quad (3-21)$$

Størrelsen  $\mathbf{r}$  kaldes residualen og er vist på Figur 34. For at få  $\mathbf{r}$  til at "forsvinde" kræves en global iterationsmetode:

1. Påsæt  $\Delta f$  og find flytnings- og tøjningstilvæksterne  $\Delta \mathbf{u}$  og  $\Delta \boldsymbol{\varepsilon}$ .
2. Bestem spændingstilvæksten  $\Delta \boldsymbol{\sigma}$ .
3. Beregn residualen  $\mathbf{r}$ .
4. Hvis  $\|\mathbf{r}\| > \text{"tolerancen"}$ , sættes  $\Delta f = -\mathbf{r}$ , og der startes fra punkt 1.

### 3.4 Opsummering

Jord er et meget ikke-lineært materiale, og spændings-tøjningskurverne er dermed ikke-lineære. Hoek Browns brudbetingelse tager hensyn til materiale ikke-linearitet. I PLAXIS anvendes den simple Mohr-Coulomb model. Denne model tager derimod ikke hensyn til materiale ikke-linearitet. På Figur 35 til venstre ses hvorledes jord opfører sig, og til højre ses den tilnærmede model, som anvendes i PLAXIS.



**Figur 35: Til venstre jords materiale ikke-linearitet og til højre tilnærmet model som anvendes i PLAXIS. Kilde: PLAXIS manual**

Det forventes dermed, at Hoek Browns brudbetingelse vil give bedre resultater end Mohr-Coulomb ved senere applikationer.

Metoden, som anvendes i projektet til at løse materiale ikke-linearitet, er ikke-lineær finite element metode.





## 4 Numerisk modellering

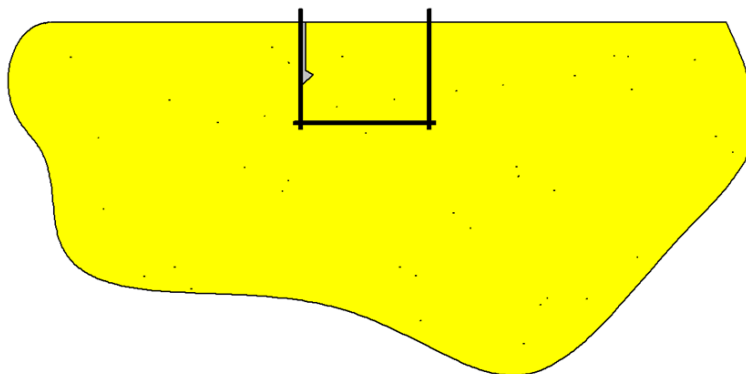
I projektet anvendes det kommercielle finite element program PLAXIS samt det udarbejdede finite element program i Matlab.

En forudsætning for, at de to finite element programmer kan sammenlignes ved senere applikationer er, at der anvendes samme elementtyper samt samme mekaniske model med ens randbetingelser. I det efterfølgende beskrives hvordan den mekaniske model er opbygget, samt hvilke randbetingelser der anvendes. Modelleringen i de to anvendte finite element programmer er ikke helt ens og beskrives dermed særskilt.

Det udarbejdede Matlab program medtager ikke selve fodpælen, og det undersøges i PLAXIS hvor stor en fejl, der begås. Herudover undersøges det, om det udarbejdede Matlab program er opbygget korrekt, så det kan anvendes ved senere applikationer. Slutteligt vil det blive undersøgt, om de fundne Hoek Brown parametre er anvendelige.

### 4.1 Mekanisk model

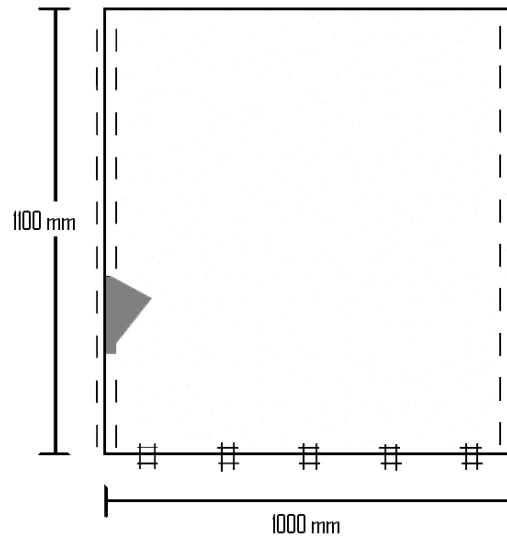
Ved finite element beregninger anvendes et begrænset jordlegeme. I virkeligheden haves som regel ingen begrænsninger på jordlegemet, se Figur 36. Det er dermed nødvendigt at anvende randbetingelser for at sikre, at det modellerede jordlegemes opførsel svarer til virkeligheden.



Figur 36: Eksempel på afgrænsning af jordlegeme

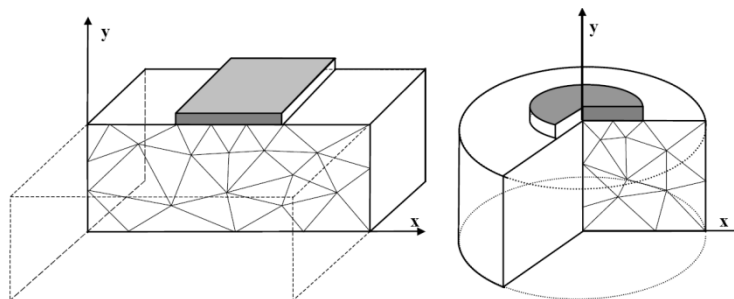
Randbetingelser skal påsættes i en sådan afstand, at de ikke har en betydende indflydelse på spændingerne i jorden, som opstår ved den påførte belastning. Det er dermed vigtigt, at udsnittet af jordlegemet ikke bliver for småt, da randbetingelserne dermed kan påvirke resultaterne. Et for stort jordlegeme kræver derimod mange gennemregninger, hvilket forøger beregningstiden. I Appendix 1 er beregninger til bestemmelse af jordlegemets størrelse foretaget.

I projektet anvendes de randbetingelser, som ses på Figur 37. Flytningerne for den nedre afgrænsning er låst i både vandret og lodret retning. Den lodrette afgrænsning er kun låst i den vandrette retning. Der anvendes et jordlegeme med dimensionerne 1,0 m x 1,1 m.



**Figur 37: Dimensioner og randbetingelser for jordlegemet**

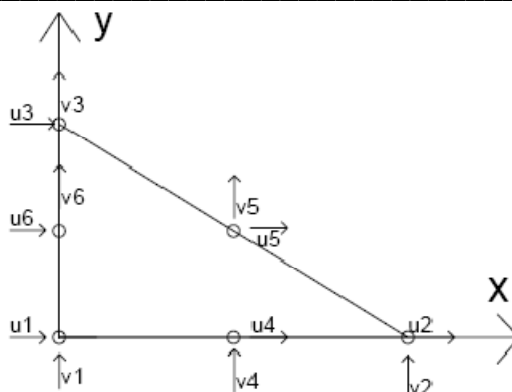
Når fodpælen skal modelleres, anvendes der rotationssymmetri. En rotationssymmetrisk model anvendes for cirkulære strukturer, og her antages at både deformations- og spændingstilstanden er identiske i alle radiale retninger. En anden mulighed ved todimensionelle finite element analyser er at anvende plan tøjning. Her antages deformationerne i z-retningen at være nul, samtidig med at der er spændinger i z-retningen. Ved skråningsstabilitet anvendes plan tøjning. En beskrivelse af randbetingelserne ved skråningsstabilitet findes i afsnit 9.2. På Figur 38 til venstre ses eksempel på plan tøjning og til højre rotationssymmetri.



**Figur 38: Til venstre eksempel på plan tøjning og til højre rotationssymmetri**  
 Kilde: PLAXIS manual

I finite element programmer er det muligt enten at påsætte flytninger eller kræfter. I både det udarbejdede Matlab program og PLAXIS er det valgt at påsætte flytninger. I Appendiks 2 er der fundet frem til, at en flytningsstyret analyse er bedre end en kraftstyret analyse ved små kohæsioner. I projektet haves ren friktionsjord, og en flytningsstyret analyse er dermed at foretrække.

I projektet anvendes 6-knuders trekantede elementer, da de anvendes i det udarbejdede finite element program i Matlab. Elementerne er trekantformede skiveelementer med en knude i hvert hjørne og en knude midt på hver side, dvs. 12 frihedsgrader, se Figur 39.

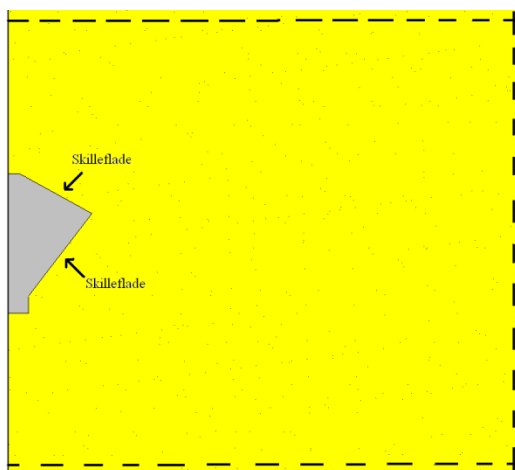


Figur 39: 6-knuders trekantselement

### 4.1.1 PLAXIS

Modellering i PLAXIS adskiller sig fra det udarbejdede Matlab program. Dette drejer sig om interfacelementer og mesh.

I finite element analyser modelleres interaktionen mellem skilleflader vha. interfacelementer. Interfacelementerne styrer, om overfladerne skal regnes ru eller glatte. På Figur 40 ses skillefladerne mellem fodpæl og jordlegeme.



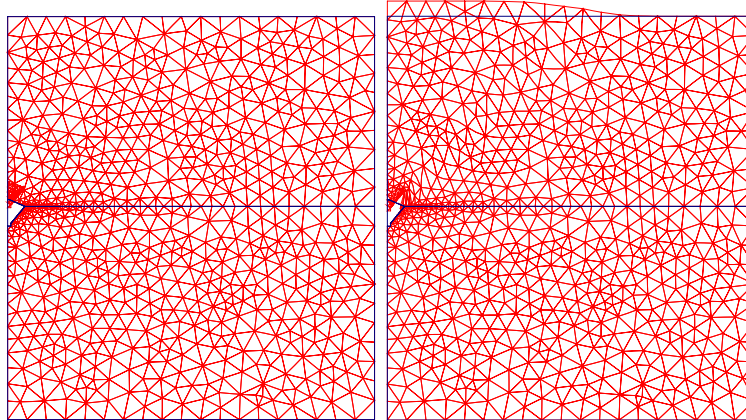
Figur 40: Skilleflader mellem jord og fodpæl

Når fodpælen skal modelleres i PLAXIS, skal der anvendes interfacelementer, så det er muligt at overføre kræfter mellem konstruktionen og jorden. På oversiden af foden udsættes skillefladen for tryk, og her skal interfacelementer sørge for sammenhængen mellem jorden og foden. På undersiden af foden udsættes skillefladen derimod for træk, og her skal interfacelementerne derimod sørge for, at der ikke overføres kræfter. Det er nemlig ikke muligt, at overføre trækkræfter mellem konstruktionen og sandet.

I PLAXIS angiver styrkereduktionsfaktoren  $R_{inter}$  interfacelementernes egenskaber. Styrkereduktionsfaktoren  $R_{inter}$  er tilknyttet hvert datasæt i PLAXIS og kan varieres mellem 0,01 og 1.

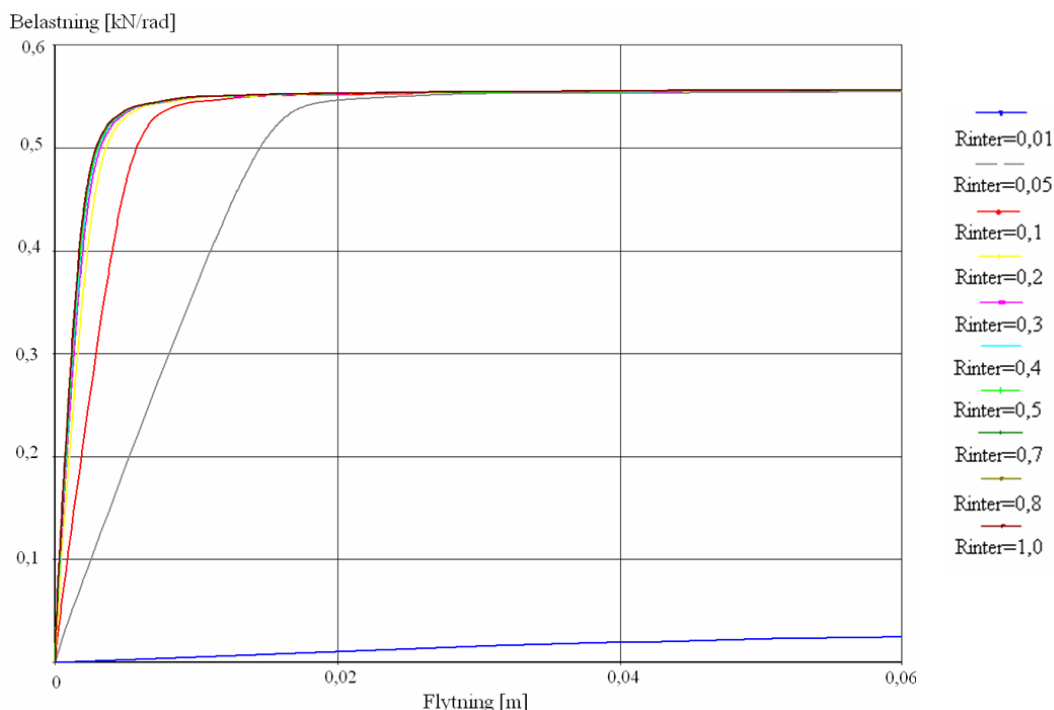
På Figur 41 ses det, hvor vigtig det er at vælge en rigtig værdi af  $R_{inter}$ . På undersiden af fodpælen er  $R_{inter}$  sat til 0,01 i begge tilfælde, mens  $R_{inter}$  er sat til 0,01 på oversiden af

fodpælen venstre og til 0,7 til højre. Fodpælen udsættes for træk. Hvis  $R_{inter}$  er sat til 0,01 på oversiden af fodpælen, er der ingen friktion, og fodpælen føres bare igennem sandet. Hvis  $R_{inter}$  sættes til 0,7, er der friktion mellem skillefladerne, og sandet løftes med op.



Figur 41: Til venstre det deformede mesh med  $R_{inter}=0,01$  og til højre  $R_{inter}=0,7$

Det er undersøgt, hvilken indflydelse interfaceelementet på oversiden af fodpælen har på bæreevnen. På Figur 42 er kraft/flytningskurven optegnet med forskellige værdier af  $R_{inter}$ . Det ses, at bæreevnen er den samme for værdier af  $R_{inter}$ , der er lig eller større end 0,05. Herudover ses, at der ikke er stor forskel på overgangen mellem elastisk og plastisk område, hvis  $R_{inter}$  er lig eller større end 0,4. Det vælges dermed at sætte  $R_{inter}$  til 0,7 på oversiden af fodpælen.



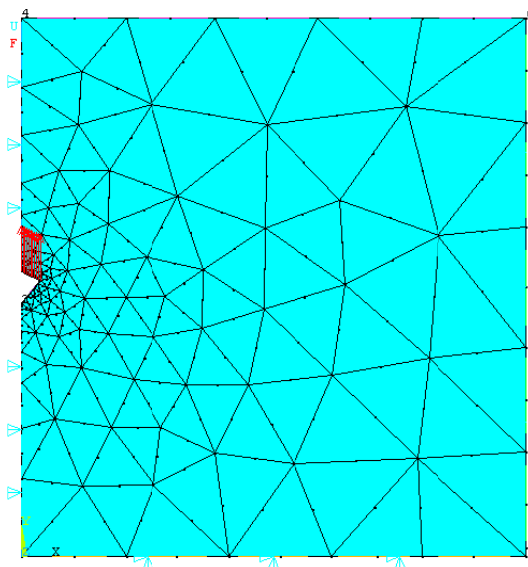
Figur 42: Kraft/flytningskurven optegnet med forskellige værdier af  $R_{inter}$

Det er ikke muligt at genere et mesh manuelt i PLAXIS, men det kan dog forfines manuelt omkring linjer og punkter. I PLAXIS er det muligt at anvende 6- og 15-knuder

trekantede elementer. I Appendiks 3 er nøjagtigheden og konvergensraten af 6- og 15-knuds trekantede elementer sammenlignet. Selvom 15-knuds elementer giver et mere præcist resultat, kan 6-knuds elementerne med fordel benyttes, da beregningstiden er væsentlig mindre, og det giver tilstrækkelige præcise resultater.

### 4.1.2 Matlab program

I Matlab programmet modelleres selve fodpælen ikke. Topologien hentes ind i Matlab programmet fra det kommercielle finite element program Ansys. En anden mulighed er at modellere topologien manuelt. På Figur 43 ses et eksempel på Ansys modellen af fodpælen. Her ses det, at selve fodpælen ikke modelleres, og at flytninger påsættes langs fodpælens overside.



Figur 43: Ansys model

Det udviklede Matlab program er beskrevet i Appendiks 4.

### 4.2 Beregninger med og uden fodpæl

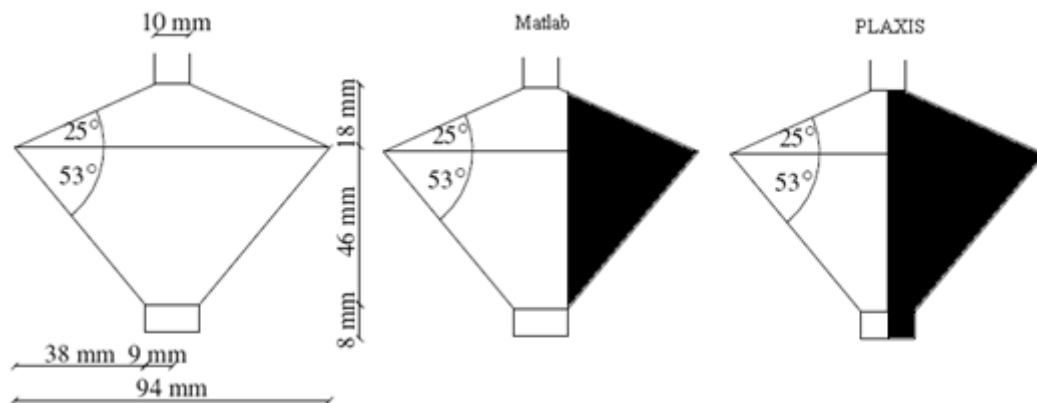
I det udarbejdede finite element program i Matlab er det valgt ikke at modellere selve fodpælen. I dette afsnit vil det blive undersøgt, hvilken indflydelse det har på beregningerne og brudfigurerne. Dette gøres ved at sammenligne den model, som der er anvendt i Matlab programmet, med en model hvor fodpælen er medtaget. Beregningerne foretages i PLAXIS, og der påsættes en flytning på 0,1 m i begge modeller.

Der er anvendt følgende materialeparametre, som er gældende for den anvendte sand, se Tabel 2.

$\psi=8^\circ$	$\varphi=42^\circ$	Kohæsion $\approx 0$	$\nu=0,3$	$\gamma=15\text{kN/m}^3$	$E=20\text{MPa}$
----------------	--------------------	----------------------	-----------	--------------------------	------------------

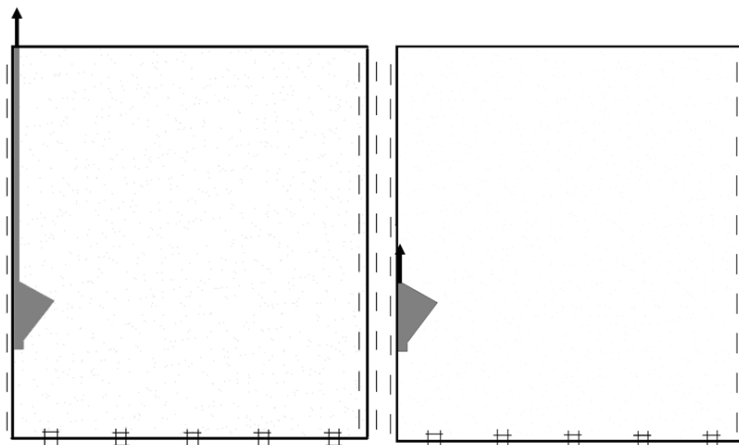
Tabel 2: De anvendte materialeparametre

De to modeller har samme størrelse domæne, og fodpælen er i begge tilfælde placeret i en dybde på 0,5m. Herudover anvendes der axialsymmetri, og der modelleres dermed kun en halv fodpæl. Udformningen af fodpælen er dog ikke den samme i de to modeller. På Figur 44 ses dimensionerne for den fodpæl, der er anvendt i modelforsøgene i 2005. I midten på Figur 44 ses geometrien af fodpælen, som er anvendt i Matlab programmet og til højre ses geometrien af fodpælen, som er anvendt i PLAXIS. De to anvendte geometrier på figuren er markeret med sort.



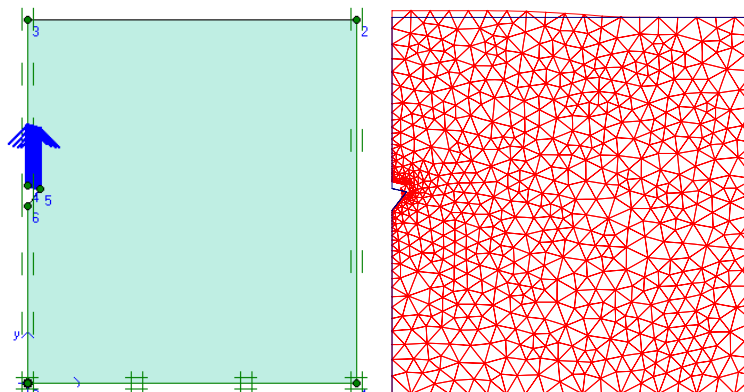
**Figur 44: Dimensioner for den anvendte fodpæl, i midten udsnittet af fodpælen som anvendes i Matlab og til højre udsnittet af fodpælen, som anvendes i PLAXIS**

I PLAXIS beregningerne anvendes den rigtige udformning af foden, men selve pæleskaftet modelleres ikke. Det er valgt at undlade pæleskaftet, da denne ikke bidrager væsentligt til bæreevnen. På Figur 45 til venstre ses den virkelige model af fodpælen og til højre den tilnærmede model, som anvendes i PLAXIS.



**Figur 45: Til venstre den rigtige model og højre den tilnærmede model, som anvendes i PLAXIS**

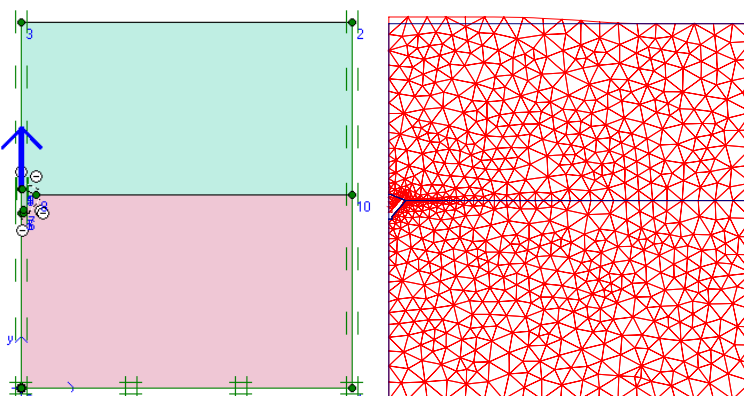
På Figur 46 til venstre ses den model, der er anvendt i Matlab programmet, og til højre ses det deformerede mesh.



Figur 46: Til venstre ses modellen uden fodpæl og til højre det deformerede mesh.

Når fodpælen skal modelleres i PLAXIS, sættes styrkereduktionsfaktoren  $R_{inter}$  til 0,01 på undersiden af foden. Dette medfører, at der ingen stivhed er og dermed ingen sammenhæng mellem sandet og konstruktion. På oversiden sættes  $R_{inter}$  til 0,7, og der er dermed sammenhæng mellem sandet og konstruktionen. En uddybelse af interfacelementer er i Appendiks 5.

På Figur 47 til venstre ses PLAXIS modellen, hvor fodpælen er modelleret, og til højre ses det deformerede mesh. Som det ses på Figur 47, er jorden opdelt i to, da det muligvis er de to forskellige værdier af styrkereduktionsfaktoren,  $R_{inter}$ .



Figur 47: Til venstre ses modellen med fodpæl og til højre det deformerede mesh

Foden modelleres af skivelementer som et lineært elastisk, ikke porøst materiale. Der er benyttet følgende materialeparametre for foden:

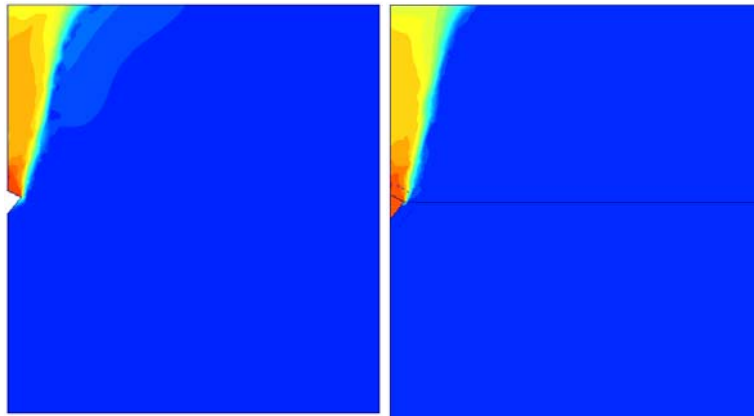
$$E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ MPa}$$

$$\gamma = 140 \text{ kN/m}^3$$

$$\nu = 0,3$$

Disse materialeparametre er lig de parametre, som blev anvendt ved modelforsøgene i 2005.

På Figur 48 ses til venstre brudfiguren for modellen uden fodpæl og til højre for modellen med en fodpæl. Det ses, at der er god overensstemmelse mellem de to brudfigurer.



Figur 48: Til venstre brudfiguren uden fodpæl og til højre med

I Tabel 3 er de største flytninger og spændinger sammenlignet for de to modeller.

	Flytninger [m]	Spændinger [kN/m <sup>2</sup> ]
Uden fodpæl	$3,0 \cdot 10^{-3}$	72,3
Med fodpæl	$3,0 \cdot 10^{-3}$	78,9
Afvigelse	0,5 %	8,3 %

Tabel 3: Største flytninger og spændinger for de to modeller

Som det ses af Tabel 3, er der god overensstemmelse mellem flytningerne og en tilfredsstillende overensstemmelse mellem spændingerne.

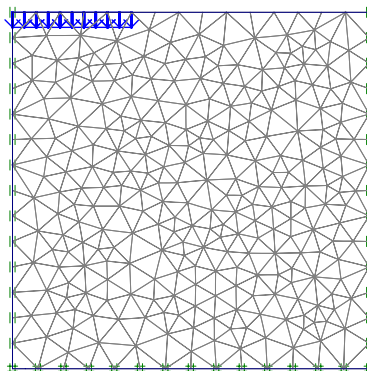
I Appendiks 6 er undersøgelsen foretaget, hvor der anvendes samme geometri af fodpælen. I det ene tilfælde modelleres fodpælen, og i det andet gør den ikke. Der er meget god overensstemmelse mellem spændinger og flytninger.

Det vurderes at den tilnærmelse, der udføres i Matlab programmet mht. modellering af fodpælen, er acceptabel og vil give tilfredsstillende resultater. Det er dermed muligt at anvende Matlab programmet til at finde brudfigurerne og bæreevnen af fodpælen.

### 4.3 Eftervisning af Matlab program

I det efterfølgende sammenlignes finite element programmet i Matlab med PLAXIS, så det kan vurderes om Matlab programmet er udarbejdet korrekt. Til dette anvendes en simpel model, som er illustreret på Figur 49. I bunden er den fastholdt både horisontalt og vertikalt, mens den kun er fastholdt horisontalt i de to lodrette sider. Domænet er 9\*9m, og der påsættes en flytning på 0,6m over et stykke på 3 meter. I Matlab programmet regnes der med Mohr-Coulomb, da PLAXIS ikke kan regne med Hoek Brown.





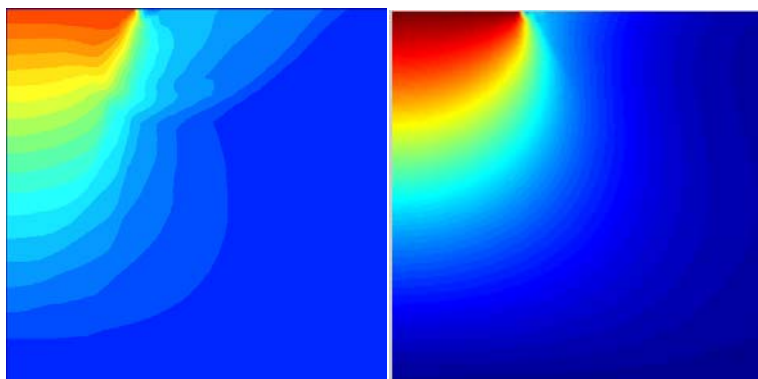
Figur 49: Model til sammenligning mellem PLAXIS og Matlab

Der er anvendt følgende parametre både i Matlab og i PLAXIS, se Tabel 4. Der anvendes axisymmetri i begge programmer.

$\psi=8^\circ$	$\varphi=42^\circ$	Kohæsion $\approx 0$	$\nu=0,3$	$\gamma=15\text{kN/m}^3$	$E=20\text{MPa}$
----------------	--------------------	----------------------	-----------	--------------------------	------------------

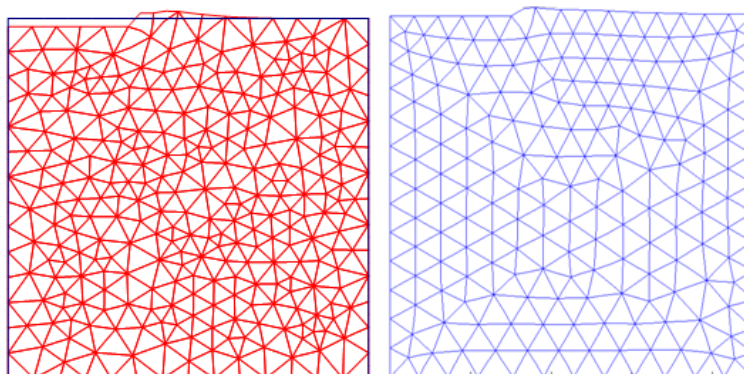
Tabel 4: De anvendte materialeparametre

På Figur 50 til venstre ses et plot af de totale deformationer fundet i PLAXIS og til højre de totale deformationer fra Matlab. Det ses, at der er god overensstemmelse mellem de to figurer.



Figur 50: Til venstre de totale deformationer fra PLAXIS og til højre fra Matlab

På Figur 51 til venstre ses det deformerede mesh fra PLAXIS og til højre fra Matlab programmet. Det er igen god overensstemmelse mellem de to figurer.



Figur 51: Til venstre det deformerede mesh fra PLAXIS og til højre fra Matlab

I Tabel 5 er den maksimale spænding fundet i henholdsvis PLAXIS og Matlab angivet.

Program	Spænding kN/ m <sup>2</sup>
Matlab	5743
PLAXIS	5876
Afvigelse	2,3 %

**Tabel 5: Den maksimale spænding fra PLAXIS og Matlab**

Der er igen god overensstemmelse mellem de to programmer. Afvigelsen mellem programmerne skyldes formentlig de forskellige mesh. I PLAXIS er det ikke muligt at lave et mesh manuelt. Det kan kun forfines enkelte steder. Dette er derimod muligt i finite element programmet ANSYS, som er anvendt til at bestemme topologien til Matlab programmet. Der er dermed prøvet på at modellere et mesh i ANSYS, som svarer til det i PLAXIS. De to mesh er dog ikke identiske, og de kan dermed ikke give samme resultater.

I Appendiks 7 er der udført sammenligninger på det samme domæne, men her er flytningen påsat i højre side, og der anvendes plantøjning. Der er også her god overensstemmelse mellem de to programmer.

Der kan alt i alt konkluderes, at Matlab programmet er opbygget korrekt og kan anvendes i de efterfølgende undersøgelser.

#### 4.4 Eftervisning af Hoek Brown parametre - Matlab

I dette afsnit undersøges det, om de fittede Hoek Brown parametre fra afsnit 5 er rimelige. Dette gøres ved at sammenligne Hoek Browns jordmodel med Mohr-Coulombs jordmodel i det udarbejdede Matlab program. I det forrige afsnit blev det eftervist, at det udarbejdede Matlab program med Mohr-Coulombs jordmodel fungerer. Der skal dermed undersøges, om Matlab programmet med Hoek Browns jordmodel og de fittede parametre er korrekte.

I Tabel 6 er størrelser og parametre, som er gældende for begge jordmodeller angivet.

Højde [m]	Længde [m]	Radius [m]	E-modul [MPa]	$\gamma$ [kN/m <sup>3</sup> ]	$\nu$
1, 1	1,00	0,0375	20	15	0,3

**Tabel 6: Størrelser og parametre gældende for begge modeller**

I Tabel 7 er parametre, som er gældende for Mohr-Coulomb angivet. Disse er fundet ved det triaksiale forsøg.

$\varphi$	Dilation	Kohæsion [kN/m <sup>2</sup> ]
42	8	$\approx 0$

**Tabel 7: Parametre til Mohr-Coulomb**

I Tabel 8 er parametre, som er gældende for Hoek Brown angivet.

m	a	S	$\sigma_c$
66,45	0,8190	1	$\approx 0$

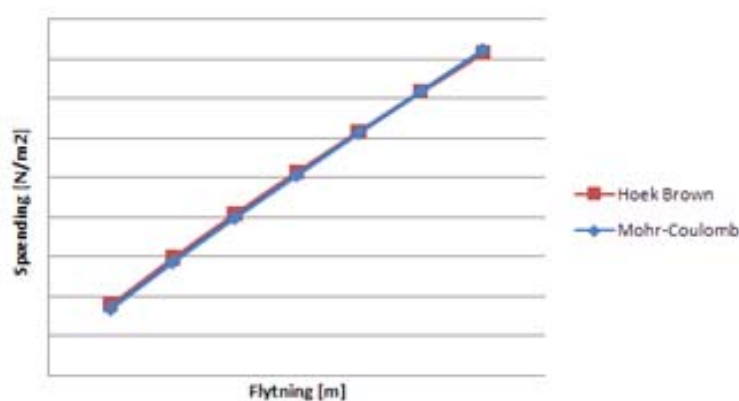
**Tabel 8: De fittede Hoek Brown parametre**

I begge tilfælde påsættes en flytning på 0,0008 m. I Tabel 9 er spændinger i de to programmer angivet. Spændingen er i begge tilfælde den maksimale spænding over fodpælen. Afvigelsen mellem de to er acceptabel.

	Spændinger [N/m <sup>2</sup> ]
Mohr-Coulomb	328.730
Hoek Brown	344.830
Afvigelse	4,5%

Tabel 9: Spændinger for Mohr-Coulomb og Hoek Brown modellen

På Figur 52 ses det, at der er god overensstemmelse mellem Hoek Brown og Mohr-Coulomb. Der er påsat de samme flytninger i de to programmer, og det giver næsten samme spændinger.



Figur 52: Sammenligning af Hoek Browns og Mohr-Coulombs spændinger ved forskellige flytninger

De to modeller skal dog heller ikke give helt samme resultater, og ved små spændingsniveauer er spændingerne fra Hoek Brown større end dem fra Mohr-Coulomb.

Det vurderes, at programmet også er opbygget korrekt, når det anvender Hoek Browns brudkriterium.

## 4.5 Opsummering

I dette afsnit er de randbetingelser og elementtyper, der er anvendt i de to finite element programmer beskrevet. Herudover er det beskrevet, hvorledes der modelleres i de to programmer.

Der er fundet frem til, at der ikke er stor forskel på flytninger og spændinger, når der modelleres med eller uden fodpæl. Denne undersøgelse er foretaget i PLAXIS. Det vurderes dermed at den tilnærmelse, der udføres i Matlab programmet mht. modellering af fodpælen, er acceptabel. Det er dermed muligt at anvende Matlab programmet til at finde brudfigurerne og bæreevnen af fodpælen.

Det er ligeledes eftervist, at Matlab programmet er udarbejdet korrekt, både når Mohr-Coulombs og Hoek Browns brudkriterium anvendes.

Det er undersøgt, om de fittede Hoek Brown parametre fra afsnit 5 er rimelige. Dette er gjort ved at sammenligne Hoek Browns brudbetingelse med Mohr-Coulombs brudbetingelse i det udarbejdede Matlab program. Der er nogenlunde overensstemmelse mellem de to. I de efterfølgende afsnit undersøges, om Hoek Brown parametrene er realistiske ved at sammenligne beregningsresultater med forsøg.

## 5 Triaksialt forsøg

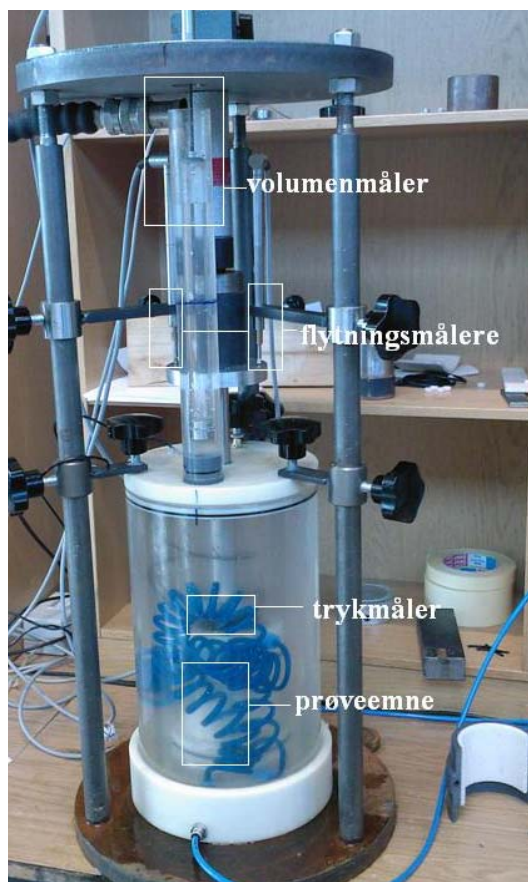
Det er vigtigt, at de Hoek Brown parametre, der anvendes i programmet, er gældende for den aktuelle sand. Dette er en nødvendighed for at brudfigurerne og bæreevne for fodpælene senere kan sammenlignes med modelforsøgene fra 2005.

I dette afsnit vil teorien bag det triaksiale forsøg blive beskrevet. Resultaterne af forsøgene vil blive vurderet, og evt. fejlkilder, der kan have været i forbindelse med forsøget, vil blive beskrevet. Endelig vil de Hoek Brown parametre, der anvendes i programmet, bestemmes. Det undersøges, om det er muligt at bestemme Hoek Brown parametrene entydigt for den aktuelle sand.

Herudover vil friktionsvinklen, som anvendes i Mohr-Coulombs brudkriterium, blive bestemt.

### 5.1 Udførelse

Det triaksiale trykforsøg er ideelt til at måle jords styrke. Her udsættes en cylindrisk formet jordprøve for en aksialsymmetrisk spændingstilstand med  $\sigma_2 = \sigma_3$ . Den største hovedspænding  $\sigma_1$  påsættes lodret på toppen af prøven. På Figur 53 ses den anvendte forsøgsopstilling.



Figur 53: Forsøgsopstilling.

Prøveemnet placeres lodret i trykkammeret. På toppen af selve prøveemnet er der påsat en kraftmåler, der måler deviatorspændingen. Desuden er der påsat 2 flytningsmålere. Disse viser, hvor store flytninger prøven får i lodret retning. Endelig er der påsat en volumenmåler. Det vil sige, at under forsøget er der foretaget følgende målinger:

- Kammertrykket  $\sigma_3$
- Deformation i aksial retning  $u_1$
- Deviatorspændingen (stempeltrykket)  $q = \sigma_1 - \sigma_3$
- Volumenændringen af prøven

Der er udført forsøg ved kammertryk på 5, 10, 15, 20, 40 og 60 kPa. For hvert trykniveau er der udført 2 ens forsøg, a og b.

### 5.1.1 Prøveemnerne

De prøveemner, der er anvendt til forsøget, har både en højde og diameter på 70mm. Til forsøget er der anvendt samme sand, som i forsøgene der er foretaget i 2005. På Figur 54 ses et af prøveemnerne, inden det er påført belastning.



Figur 54: Et prøveemne før belastning.

Prøverne har samme lejringsstæthed som anvendt i 2005. Lejringsstætheden er på  $I_d = 0,6$ . Denne lejringsstæthed er opnået ved at komprimere omkring 450g sand i hver prøve. I Appendiks 8 er det beskrevet, hvordan vægten af sandet er fastsat. I samme appendiks kan den helt præcise vægt af hver enkelt prøve findes.

### 5.1.2 Resultater og Fejlkilder

I Appendiks 9 er der vedlagt fotos af alle prøveemnerne efter endt belastning. Af fotoerne fremgår det, at nogle af prøverne har været skævt belastet. Dette er især gældende for forsøg 10a, se Figur 55. Resultaterne fra dette forsøg er ikke anvendt, da de var for dårlige.



Figur 55: Skævt belastet prøveemne.

Prøveemnet er tæt omsluttet af en latexmembran. På prøvens ender er trykhovederne. For at mindske friktionen og sikre at prøven udvider sig jævnt over hele højden under belastning, er der på trykhovederne placeret 2 latexhinder, der er smurt med vaseline. Hvis latexhinderne ikke er smurt ordentligt, vil der opstå friktion mellem sandet og trykhovederne. Det vil resultere i at prøven vil deformeres som en tøndeform.

Der er en del af prøverne, der ikke har udvidet sig jævnt over hele højden muligvis pga. at latexhinderne ikke har været smurt ordentligt. Dette ser bl.a. ud til at være tilfældet for latexhinderne nederst i prøve 15 a, se Figur 56.



Figur 56: Prøveemne der ikke har udvidet sig jævnt over tværsnittet pga. friktion mellem de nederste latexhinder.

Prøven er omgivet af en tætsluttende latexmembran, der både holder prøven sammen, men som også tillader prøven at udvide sig under belastning. Membranen giver et lille styrkebidrag til prøven. Dette styrkebidrag kan have en betydning for forsøg udført ved små kammertryk. Det er derfor undersøgt, hvor stor en indflydelse latexmembranen har på resultaterne.

Korrektionen der skal foretages i aksialretning kan bestemmes ud fra ligningen (jf. V. Miquel Ponce and James M. Bell, 1971):

$$\Delta\sigma_{am} = - \left\{ \frac{2}{3} \cdot E \cdot \left[ 1 + 2 \cdot \varepsilon_a - \sqrt{\frac{1 - \varepsilon_v}{1 - \varepsilon_a}} \right] \right\} \cdot \frac{2 \cdot t_0}{r_0 \cdot (1 - \varepsilon_v)} \quad (5-1)$$

Hvor,

E er elasticitetsmodulet for latexmembranen, der er 0,3MPa

$t_0$  er tykkelsen af latexmembranen, der er 0,3 mm

$\varepsilon_v$  er volumentøjningen af prøven

$\varepsilon_a$  er aksialtøjningen af prøven

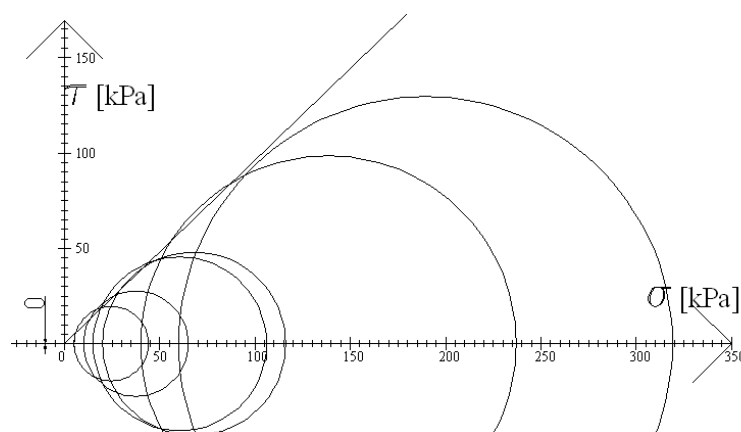
$r_0$  er radius af prøven, der er 35mm

Korrektionen for membranens bidrag er beregnet for forsøg 5a, 10c og 15a i Appendiks 10. Det er her fundet frem til at membranens indflydelse ved et kammertryk på 5KPa er 2% og 0,4% for de øvrige. Derfor er det valgt at se bort fra dette bidrag, hvorved der kun begås en lille fejl.

Andre fejlkilder kan være, at selve tildannelsen af prøven ikke har været god nok, eller at latexmembranen ikke har samme form som prøven.

## 5.2 Fastlæggelse af Mohr-Coulomb parametre

Mohrs cirkler er optegnet ud fra forsøgsresultaterne. Ud fra disse er den bedste rette linie tegnet ind som sekant til cirklerne for at fastlægge sandets friktionsvinkel. Denne vurderingsmetode kan give store variationer af friktionsvinklen alt efter, hvor sekanten indlægges. På Figur 57 er den bedst mulige fællessekant optegnet.



Figur 57: Optegning af Mohrs cirkler.

Værdierne, der er anvendt til optegningen, er de samme, som er anvendt til bestemmelse af Hoek Brown parametrene. Ud fra denne optegning fås friktionsvinklen  $\varphi = 42^\circ$ , ud fra linjens hældning. I ren friktionsjord er der ingen kohæsion, derfor er linjen tvunget gennem (0,0).

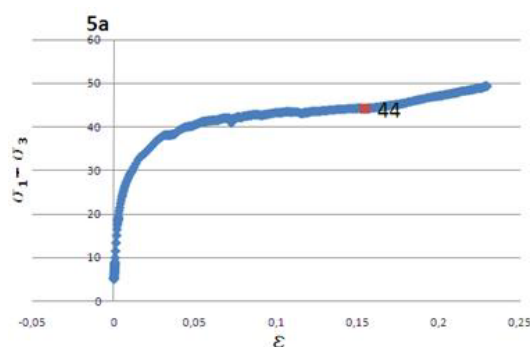


### 5.3 Jordens trykstyrke og Hoek Brown parametre

I dette afsnit vil de Hoek Brown parametrene, der skal anvendes i programmet, blive bestemt. For at bestemme Hoek Brown parametrene, skal jordens maksimale trykstyrker for de forskellige kammertryk findes. Herefter fittes Hoek Brown udtrykket bedst muligt til de fundne værdier vha. ikke-lineær regression.

#### 5.3.1 Jordens maksimale trykstyrke

Jordens maksimale trykstyrke findes ved at plotte de målte spændinger og tøjninger i et  $(\epsilon, \sigma_3)$ -koordinatsystem. På Figur 58 ses arbejdskurven for forsøg 5a, hvor kammertrykket var 5kPa. Her er det vurderet, at jordens maksimale trykstyrke fås i det markerede punkt ved en trykstyrke på 44kPa.



Figur 58: arbejdskurve fra forsøg 5a

Deviatorspændingen udregnes af:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = P/A \tag{5-2}$$

Hvor P er stempelkraften, og A er tværsnitsarealet. Når prøven deformeres, forekommer der relativt store deformationer. Derfor burde man tage hensyn til ændringen af tværsnitsarealet ved beregning af deviatorspændingen.

Alligevel er de værdier af deviatorspændingen, der er anvendt til bestemmelse af Hoek Brown parametrene, divideret med et konstant tværsnitsareal, nemlig det prøven har fra starten.

De maksimale trykstyrker er fundet i Appendiks 11. Det er anvendt følgende værdier for  $\sigma_1$  og  $\sigma_3$ , se Tabel 10.

$\sigma_1$ :	0	44	65	106	116	237	319
$\sigma_3$ :	0	5	10	15	20	40	60

Tabel 10:  $\sigma_1$ - og  $\sigma_3$ -værdier

Værdierne for  $\sigma_3$  er gennemsnitsværdier af de fundne.

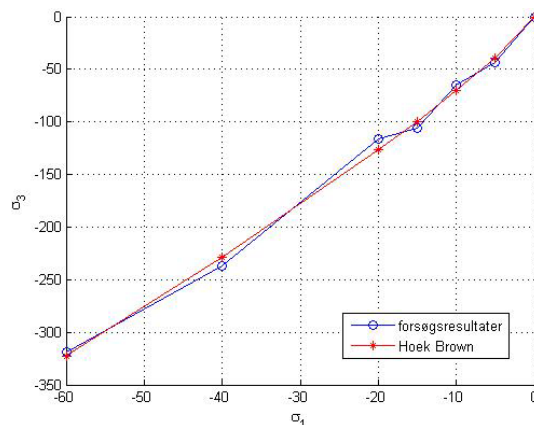
### 5.3.2 Fastlæggelse af Hoek Brown parametre

Når de maksimale trykstyrker er fundet, kan Hoek Brown parametrene fastlægges. Hoek Brown kriteriet fittes til forsøgsresultaterne vha. ikke lineær regression. Hoek Brown kriteriet er:

$$f_{HB} = \sigma_1 - \sigma_3 - \sigma_c \cdot \left(1 - m \cdot \frac{\sigma_1}{\sigma_c}\right)^a = 0 \quad (5-3)$$

Hvor  $\sigma_c$ ,  $m$  og  $a$  er de ukendte parametre. Kildekoderne til regressionen er vedlagt i Appendiks 12.

På Figur 59 ses plottet, der er fremkommet vha. Matlab programmet. De blå værdier er forsøgsværdier, mens de røde ligger på en tilnærmede linie, der er fremkommet ved ikke-lineær regression.



Figur 59: Ikke-lineær regression til bestemmelse af Hoek Brown parametrene.

Ud fra den ikke lineære regression er Hoek Brown parametrene fundet til:

- Den enaksede trykstyrke  $\sigma_c = 0,0012 \text{ kPa}$
- Friktionsparameteren  $m = 66,4533$
- Krumningsparameteren  $a = 0,8190$

For friktionsjord burde  $\sigma_c$  være lig 0.

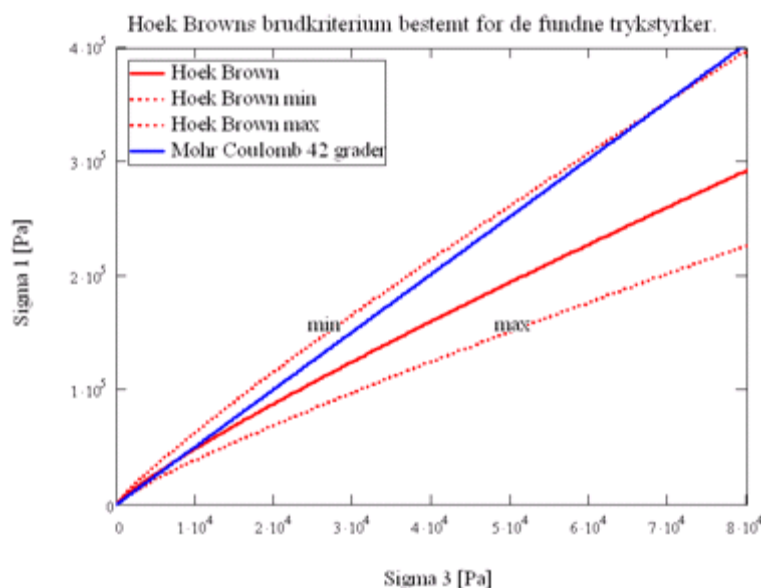
### 5.4 Usikkerhed på Hoek Brown parametre

Der er stor spredning på trykstyrkerne bestemt ved de triaksiale forsøg og derfor stor usikkerhed på bestemmelsen af Hoek Brown parametrene. De parametre, der er anvendt i Matlab programmet, er beregnet ud fra gennemsnittet af de målte trykstyrker. Havde Hoek Brown parametrene været bestemt ud fra henholdsvis de maksimale og minimale trykstyrker for hvert kammertryk havde værdierne været, som fremgår af Tabel 11.

	a	M	$\sigma_c$
Gens.	0,8190	66,45	0,0012
Max.	0,7836	92,60	0,0044
Min.	0,8610	44,46	0,0001

**Tabel 11: Hoek Brown parametre bestemt ud fra henholdsvis de gennemsnitlige, de maksimale og de minimale trykstyrker.**

På Figur 60 er Hoek Browns brudkriterium plottet med rødt ud fra de 3 forskellige sæt parametre fundet for henholdsvis de gennemsnitlige, de største og de mindste trykstyrker. Med blå er Mohr-Coulombs brudkriterium med en friktionsvinkel på 42° plottet.



**Figur 60: Hoek Browns brudkriterium bestemt for de 3 forskellige sæt parametre fundet for henholdsvis de gennemsnitlige, de største og de mindste trykstyrker.**

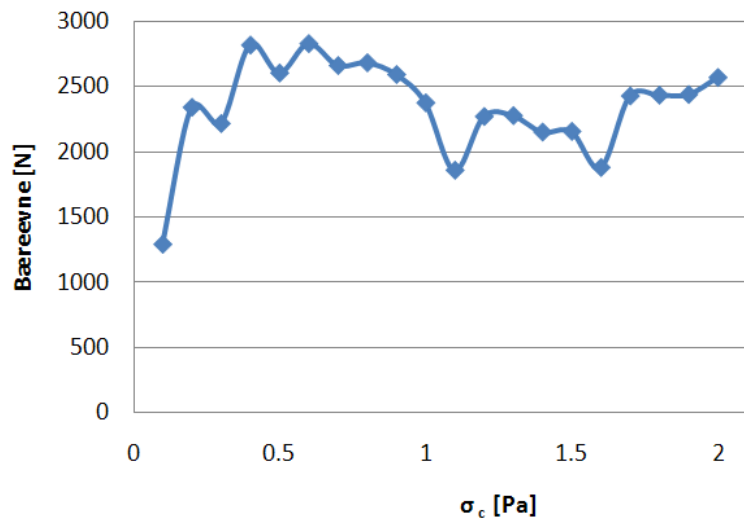
Af figuren ses det, at selv ved små spændingsniveauer har det en stor betydning, hvilke værdier af trykstyrkerne Hoek Brown parametrene er bestemt for.

Hoek Browns brudkriterium bestemt for de største trykstyrker ligger under brudkriteriet bestemt for de mindste. For at få brudkriteriet fittet bedst muligt til de største trykstyrker, skal brudkriteriet være meget krumt og stejlt – dvs. en lille  $a$ , men en stor  $m$ . Parameteren  $a$  har størst indflydelse på brudkriteriets placering, og denne bliver derfor meget styrende for kurven. Derfor kommer Hoek Browns brudkriterium bestemt for de største trykstyrker til at ligge under brudkriteriet bestemt for de mindste. I afsnit 7 er det derfor undersøgt, hvor stor indflydelse variationen af  $a$  og  $m$  har på bæreevnen.

Når både Hoek Browns og Mohr-Colombs brudbetingelse fittes til samme datasæt, vil Hoek Browns brudbetingelse give større styrker end Mohr-Coulomb, i det spændingsområde, der er udført forsøg for. Ved større spændinger, end dem der er udført forsøg for, vil Mohr-Coulomb give større styrker (jf. R Baker 2004).

Den enaksede trykstyrke,  $\sigma_c$  er ved ren friktionsjord lig nul. Af numeriske årsager er det ikke muligt at sætte  $\sigma_c$  lig nul i det udarbejdede Matlab program. Dette skyldes, at når den opdaterede spændingsmatrix og D-matrixen skal bestemmes, bliver der enkelte

steder divideret med  $\sigma_c$ . Det er derfor valgt at køre programmet for så små værdier af  $\sigma_c$  som muligt. Bæreevnen findes ved den mindst mulige værdi af  $\sigma_c$ . Den enaksede trykstyrke,  $\sigma_c$  har en stor indflydelse på bæreevnen. På Figur 61 ses hvorledes bæreevnen varierer ved forskellige værdier af  $\sigma_c$ . Det er dermed vigtigt at køre programmet for den mindst mulige værdi af  $\sigma_c$ , for at få den rigtige værdi af bæreevnen.



Figur 61: Bæreevnen plottet med forskellige værdier af  $\sigma_c$

Det kan tage utrolige mange gennemregninger, før den mindste mulige værdi af  $\sigma_c$  findes. Derfor er det omstændeligt at køre Matlab programmet, når Hoek Browns brudkriterium anvendes.

## 5.5 Opsummering

Der er foretaget en serie af triaksiale forsøg på den aktuelle sand med en lejringsstæthed på 0,6. Ud fra forsøget er de gennemsnitlige værdier i Tabel 10 fundet.

Ved hjælp af ikke-lineær regression er Hoek Brown parametrene bestemt. Der har imidlertid været en del usikkerhed omkring størrelsen af jordens trykstyrker, derfor er der bestemt 3 sæt af Hoek Brown parametre, som fremgår af Tabel 12.

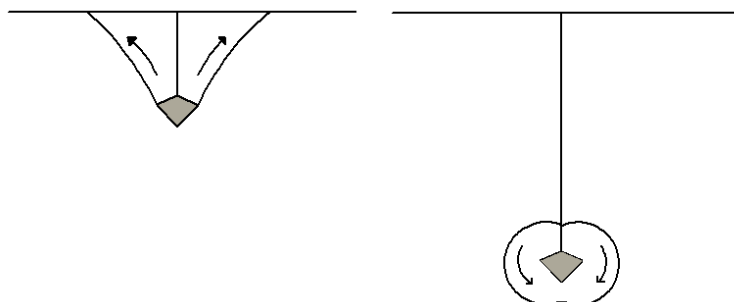
	a	m
Gens.	0,8190	66,45
Max.	0,7836	92,60
Min.	0,8610	44,46

Tabel 12: De fundne Hoek Brown parametre for henholdsvis de gennemsnitlige, de største og de mindste trykstyrker.

I projektet anvendes gennemsnitsværdierne, og der udføres studier for max. og min. værdierne.

## 6 Brudfigur omkring fodpæl

Når fodpælen trækkes op af jorden formodes det, at der ved små dybder vil opstå en global brudfigur, hvor sandet trækkes med op til overfladen. Ved store dybder formodes, at det overliggende jordlag vil forhindre den globale brudfigur. Her vil der i stedet opstå en lokal brudfigur, hvor sandet føres rundt om fodpælen. Dette er illustreret på Figur 62.



Figur 62: Til venstre den globale brudfigur ved små dybder og til højre den lokale brudfigur ved store dybder

Brudmekanismen for en fodpæl kan sammenlignes med brudmekanismen for en ankerplade. Teorien om brudfigurer ved ankerplader er udviklet af Krebs Ovesen, og her antages, at der ved store dybder opstår en lokal brudfigur.

Forsøgene fra 2005 viste, at der opstod en lokal brudfigur om fodpælen med en diameter på 0,094 m i dybden 0,3 m – dvs ved et dybde/diameter-forhold på 3,2, se Figur 63.



Figur 63: Lokalbrudfigur omkring fodpæl observeret ved forsøg i 2005.  
Kilde: FODPÆLE – Alternativ funderingsmetode til vindmøller

I 2005 var det ikke muligt at få samme brudfigurer i PLAXIS som dem fundet ved forsøgene. Derfor vil det undersøges, om det er muligt at finde den lokale brudfigur omkring fodpælen både i PLAXIS og i Matlab programmet. PLAXIS regner med Mohr-Coulombs brudbetingelse, mens det udarbejdede Matlab program både kan regne med Mohr-Coulombs og Hoek Browns brudbetingelse.

Først vil det i begge programmer undersøges, om det er muligt at frembringe den lokale brudfigur. Hvis det er, vil det undersøges for hvilket dybde/diameter forhold den lokale brudfigur fremkommer. Ved fodpælen forekommer der små spændinger i området langs fodens nederste del. Derfor formodes, at Hoek Brown vil give resultater, der ligger mere tæt op ad forsøgsresultaterne, da denne brudbetingelse giver et realistisk billede af styrken ved små spændingsniveauer.

I 2005 var der ikke foretaget triaksiale forsøg til at bestemme materialeparametrene i brudkriterierne for den aktuelle sand. Derfor anvendes de parametre for Mohr-Coulomb og Hoek Brown, der er bestemt ud fra de triaksiale forsøg i beregningerne.

### 6.1 Lokal brudfigur i PLAXIS

I dette afsnit vil det blive undersøgt, i hvilken dybde den lokale brudfigur vil opstå i PLAXIS for en fodpæl med en diameter på 94mm. I Tabel 13 er de undersøgte dybder samt det tilsvarende dybde-/diameterforhold angivet. Desuden er højde og bredde af domænet angivet i tabellen.

Fodpælens dybde [m]	Dybde- /diameterforholdet	Bredde [m]	Højde [m]
0,3	3,2	1,0	1,1
0,5	5,3	1,0	1,1
0,7	7,4	1,0	1,3
1,0	10,6	1,5	1,6

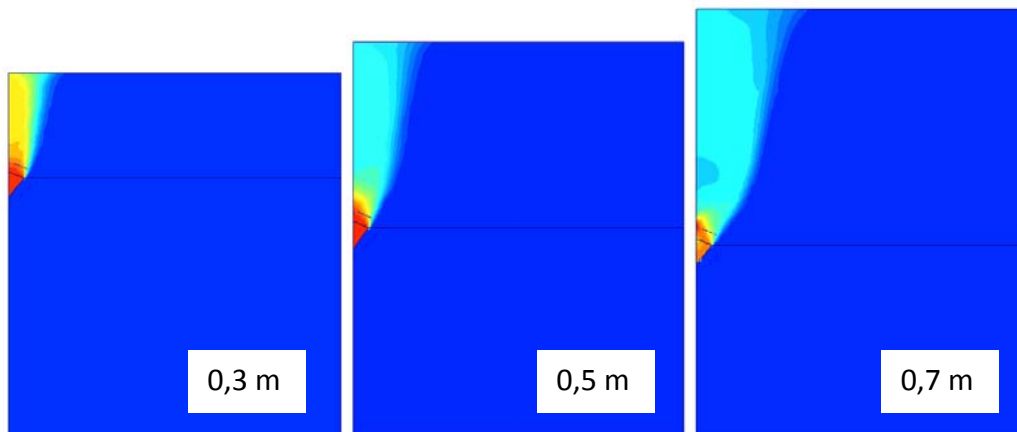
**Tabel 13: Dybde-/diameterforhold for fodpælen samt domænets størrelse**

I Tabel 14 er de anvendte parametre i PLAXIS, som er gældende for den aktuelle sand, angivet:

$\psi=8^\circ$	$\varphi=42^\circ$	Kohæsion $\approx 0$	$\nu=0,3$	$\gamma=15\text{kN/m}^3$	$E=20\text{MPa}$
----------------	--------------------	----------------------	-----------	--------------------------	------------------

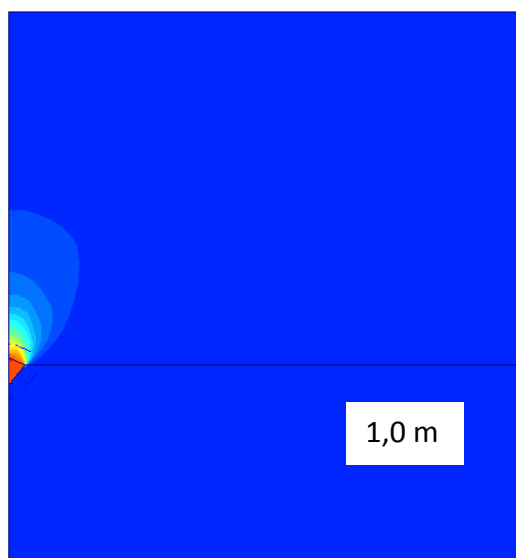
**Tabel 14: De anvendte parametre i PLAXIS.**

I 2005 blev brudfiguren for fodpælen fundet i PLAXIS i en dybde på henholdsvis 0,3 m og 0,5 m. Her fremkom der en global brudfigur. Dette svarede ikke overens med forsøgsresultaterne. På Figur 64 ses brudfigurerne i dybderne 0,3 m, 0,5 m og 0,7 m. Det ses, at der opstår en global brudfigur ved disse 3 dybder.



Figur 64: Brudfigurer ved dybder på henholdsvis 0,3 m, 0,5 m, og 0,7 m

På Figur 65 ses at der opstår en lokal brudfigur 1 m's dybde.



Figur 65: Brudfigurer i 1 m's dybde.

Det er ikke muligt af få den lokale brudfigur i 0,3 m's dybde som ved forsøg i 2005. I afsnit 8 undersøges det derfor, om der kan fremkomme mere realistiske brudfigurer i PLAXIS ved andre geometrier af fodpælen.

Hvis der anvendes en mindre dilationsvinkel, kan den lokale brudfigur fremkomme i 0,7 m's dybde, se Appendiks 13. Denne dilationsvinkel er dog ikke realistisk for den aktuelle sand.

I Appendiks 14 er det undersøgt, hvornår den lokale brudfigur fremkommer, hvis fodpælen ikke modelleres i PLAXIS. Den lokale brudfigur fremkommer her i en dybde på 3,0 m. Det må derfor forventes, at når der regnes med Mohr-Coulombs brudbetingelse i Matlab programmet, må den lokale brudfigur opstå i ca. samme dybde.

Når fodpælen ikke modelleres, og der regnes associeret, fremkommer den lokale brudfigur ikke i de udførte undersøgelser, se Appendiks 15. Dette skyldes, at jorden får mere styrke, når der anvendes en dilationsvinkel lig friktionsvinklen.

## 6.2 Lokal brudfigur Matlab – Mohr-Coulomb

I det efterfølgende undersøges det, om det udarbejdede Matlab program med Mohr-Coulombs brudbetingelse giver samme resultater som PLAXIS.

De undersøgte dybder og tilsvarende dybde-/diameterforhold er angivet i Tabel 15.

Fodpælens dybde [m]	Dybde-/diameterforholdet	Bredde [m]	Højde [m]
0,3	3,2	1,0	1,1
0,5	5,3	1,0	1,1
0,7	7,4	1,0	1,1
2,5	66,7	5,0	5,0
3,0	80,0	6,0	6,0

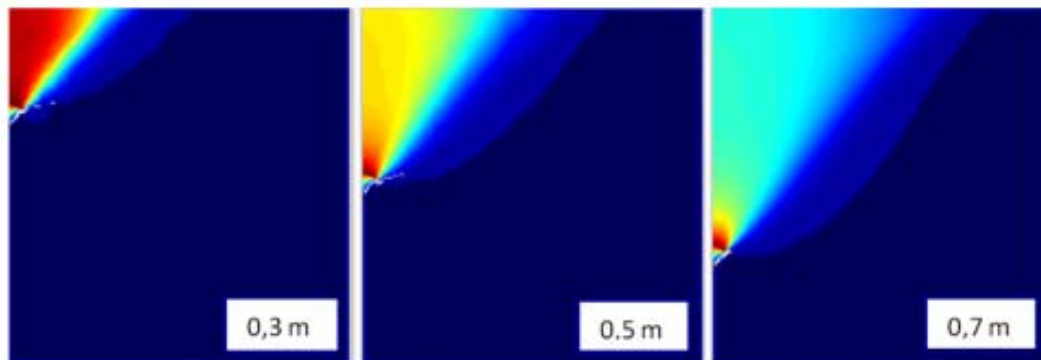
Tabel 15: Dybde/diameterforhold for fodpæl samt domænets størrelse

De parametre, der er anvendt i Matlab programmet, fremgår af Tabel 16.

$\psi=8^\circ$	$\varphi=42^\circ$	Kohæsion $\approx 0$	$\nu=0,3$	$\gamma=15\text{kN/m}^3$	$E=20\text{MPa}$
----------------	--------------------	----------------------	-----------	--------------------------	------------------

Tabel 16: De parametre der er anvendt i Matlab programmet.

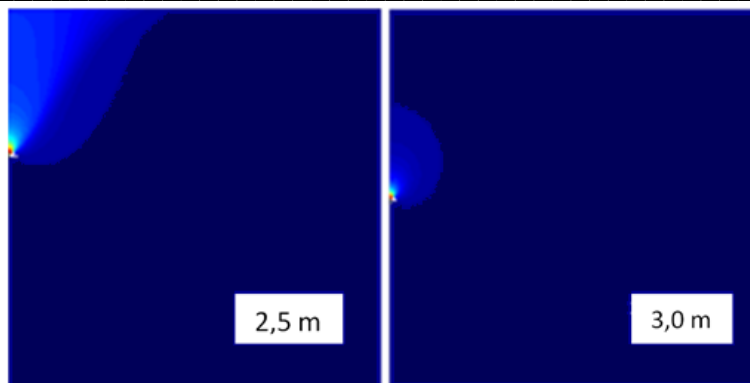
På Figur 66 ses brudfigurerne ved i dybderne på 0,3 m, 0,5 m og 0,7 m. Der er ikke tegn på lokal brudfigur ved disse 3 dybder.



Figur 66: Brudfigurer ved dybder på henholdsvis 0,3 m, 0,5 m, og 0,7 m

På Figur 67 ses brudfigurerne i dybderne 2,5 m og 3,0 m. Det ses, at den lokale brudfigur optræder i 3 m's dybde.





Figur 67: Brudfigurer i dybderne på henholdsvis 2,5 m til venstre og 3 m til højre.

Når fodpælen ikke modelleres i PLAXIS, fremkommer den lokale brudfigur også i en dybde på 3,0 m. Den fundne dybde er meget urealistisk. Når fodpælen ikke modelleres, deformeres meshet ikke korrekt i store dybde, se Appendiks 14.

### 6.3 Lokal brudfigur Matlab – Hoek Brown

I dette afsnit vil det blive undersøgt, i hvilken dybde den lokale brudfigur fremkommer, når Hoek Browns brudkriterium anvendes. Til dette anvendes det udarbejdede finite element program i Matlab igen.

I Tabel 17 er de undersøgte dybder med de tilhørende dybde-/diameterforhold angivet.

Fodpælens dybde [m]	Dybde- /diameterforholdet	Bredde [m]	Højde [m]
0,3	3,2	1,0	1,1
0,5	5,3	1,0	1,1
0,7	7,4	1,0	1,1

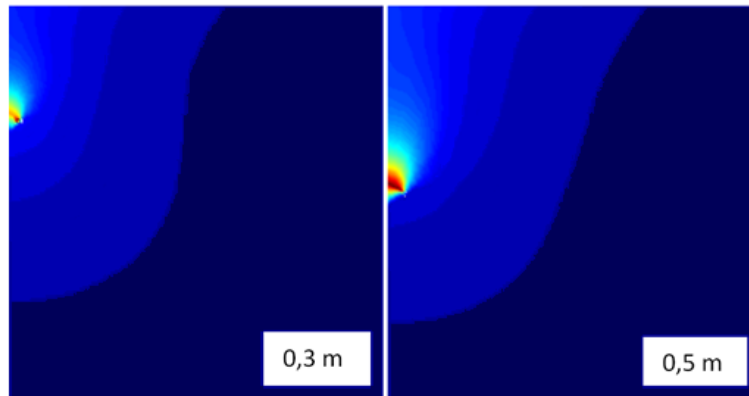
Tabel 17: Dybde/diameterforhold for fodpæl samt domænets størrelse

I Tabel 18 er de Hoek Brown parametre, som er anvendt i Matlab programmet, angivet.

m	a	S	$\sigma_c$
66,45	0,8190	1	$\approx 0$

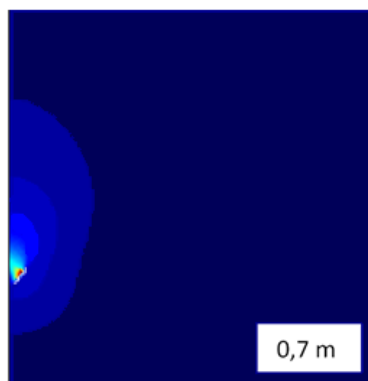
Tabel 18: Hoek Brown parametre

På Figur 68 ses brudfigurerne i dybderne 0,3 m og 0,5 m. Det ses, at der opstår en global brudfigur i begge tilfælde.



Figur 68: Brudfigurer i dybderne på henholdsvis 0,3 m og 0,5 m

På Figur 69 ses brudfigurerne 0,7 m nede i jorden, og her føres jorden rundt om fodpælen. Det vil sige, at der i dette tilfælde opstår en lokal brudfigur.



Figur 69: Brudfigurer 0,7 m nede i jorden.

Den lokale brudfigur fremkommer noget før, når der anvendes Hoek Browns brudkriterium i Matlab programmet frem for Mohr-Coulomb. Dette skyldes formentligt, at Hoek Brown giver et mere realistisk billede af styrken ved små spændingsniveauer, end Mohr-Coulomb gør.

Når fodpælen modelleres i PLAXIS, fremkommer den lokale brudfigur i ca. 1,0 m's, mens den opstår ca. 0,7 m nede i jorden, når der anvendes Hoek Brown brudbetingelse. Anvendelsen af Hoek Browns brudbetingelse giver også mere realistiske brudfigurer end PLAXIS.

I de plane modelforsøg i 2005 fremkom den lokale brudfigur i 0,3 og 0,5m dybde. Det har dog ikke været muligt at få den lokale brudfigurer i disse dybder, hverken når der anvendes det udarbejdede Matlab program eller PLAXIS.

I dette tilfælde giver Hoek Browns brudbetingelse mere realistiske resultater end Mohr-Coulombs. Fælles for begge modeller er at ingen af dem stemmer overens med forsøgsresultaterne fra 2005. Da Hoek Brown har vist mest lovende resultater, vil det undersøges, hvilken indflydelse Hoek Brown parametrene har på brudfiguren.

## 6.4 Brudfigur ved andre Hoek Brown parametre

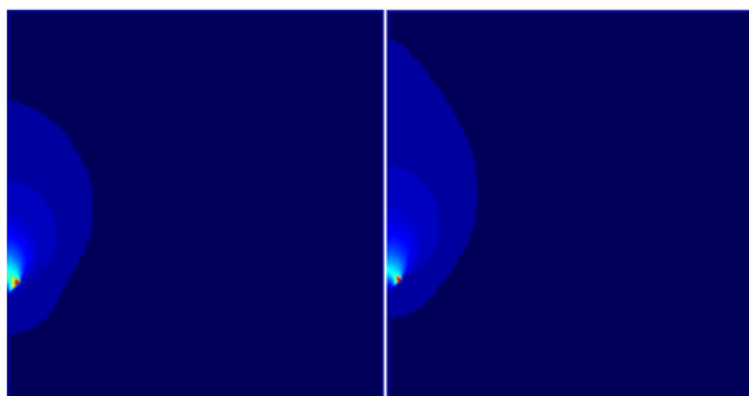
Indtil nu er Hoek Brown parametrene bestemt ud fra et gennemsnit af de fundne trykstyrker. I dette afsnit vil det undersøges, om den lokale brudfigur opstår ved et andet dybde-/diameterforhold, hvis der anvendes andre Hoek Brown parametre. Derfor foretages der beregninger for to nye sæt af Hoek Brown parametre. Et bestemt ud fra de størst fundne trykstyrker og et ud fra de mindste, se Tabel 19.

	a	m
Gens.	0,8190	66,45
Max.	0,7836	92,60
Min.	0,8610	44,46

Tabel 19: De anvendte Hoek Brown parametre.

I Appendiks 16 er brudfigurerne bestemt i 0,3, 0,5 og 0,6 m's dybde for henholdsvis max. og min. værdierne. I alle tilfælde fremkommer en global brudfigur. Det er ikke entydigt, hvilket parametersæt den lokale brudfigur først fremkommer for. Det er dog klart, at den lokale brudfigur fremkommer ved forskellige dybder, alt efter hvilke Hoek Brown parametre der anvendes.

Den lokale brudfigur fremkommer i begge tilfælde i 0,7 m's dybde, se Figur 70.

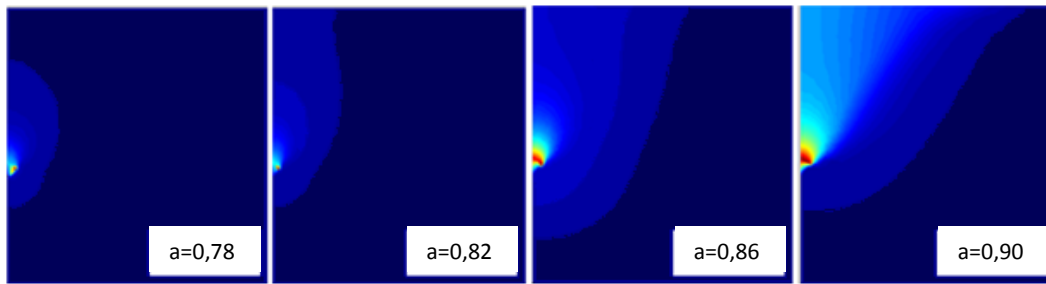


Figur 70: Fodpælen 0,7 m nede i jorden. Til venstre er Hoek Brown parametrene bestemt ud fra de største fundne trykstyrker. Til højre er Hoek Brown parametrene bestemt ud fra de mindste fundne trykstyrker.

Det undersøges, hvilken betydning henholdsvis  $a$  og  $m$  har på brudfiguren. Begge undersøgelser foretages for fodpælen med diameteren på 0,094m placeret i 0,6 m's dybde.

### 6.4.1 $a$ 's betydning for brudfiguren

I denne undersøgelse er Hoek Brown parameteren,  $m$  fastholdt på 66,45, mens  $a$  er varieret. Brudfiguren omkring fodpælen findes for 4 forskellige størrelser af  $a$ : 0,78; 0,82; 0,86 og 0,90. På Figur 71 ses de 4 forskellige brudfigurer.

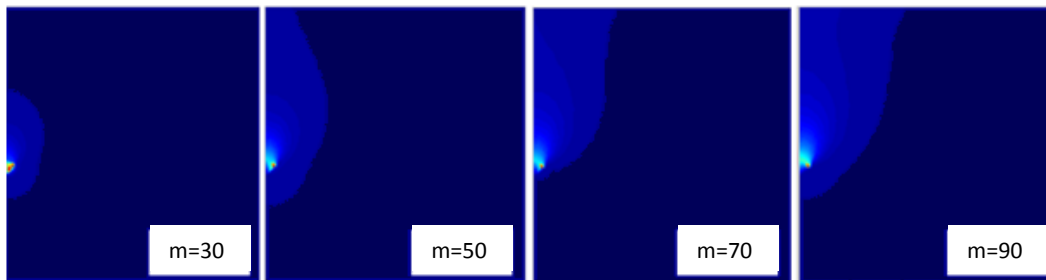


Figur 71: Brudfigurer i 0,6 m's dybde. Fra venstre med  $a = 0,78; 0,82; 0,86$  og  $0,90$ .

Af figuren ses, at den lokale brudfigur fremkommer for en værdi af  $a$  mellem 0,78 og 0,82.

### 6.4.2 $m$ 's betydning for brudfiguren

I denne undersøgelse er Hoek Brown parameteren,  $a$  fastholdt på 0,819, mens  $m$  er varieret. Brudfiguren omkring fodpælen findes for 4 forskellige størrelser af  $m$ : 30; 50; 70 og 90. På Figur 72 ses de 4 forskellige brudfigurer.



Figur 72: Brudfigurer i 0,6 m's dybde. Fra venstre med  $m = 30; 50; 70$  og  $90$ .

Det ses, at den lokale brudfigur opstår for  $m$  mellem 30 og 50.

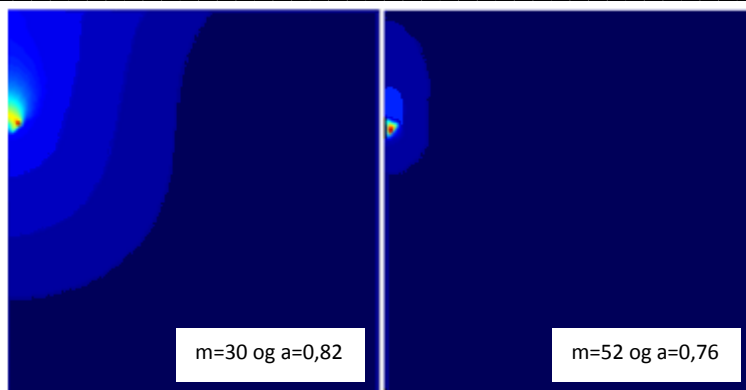
I Appendiks 17 er  $\sigma_c$ 's indflydelse på brudfiguren undersøgt. Det ses, at hvis  $\sigma_c$  vælges tilpas lille, har parameteren stort set ingen indflydelse på brudfiguren.

Det er altså muligt at få en lokalbrudfigur til at fremkomme i 0,6 m's dybde ved at ændre på Hoek Brown parametrene. Den lokale brudfigur fås i begge tilfælde, når parametrene sænkes. Det vil derfor undersøges, om den lokale brudfigur omkring fodpælen i 0,3 m's dybde kan frembringes ved at vælge tilpas små værdier for  $a$  og  $m$ .

### 6.4.3 Frembringelse af lokal brudfigur i 0,3 m's dybde

Det undersøges, om det er muligt at frembringe en lokal brudfigur omkring fodpælen i 0,3 m's dybde ved at skrue på Hoek Brown parametrene  $a$  og  $m$ .

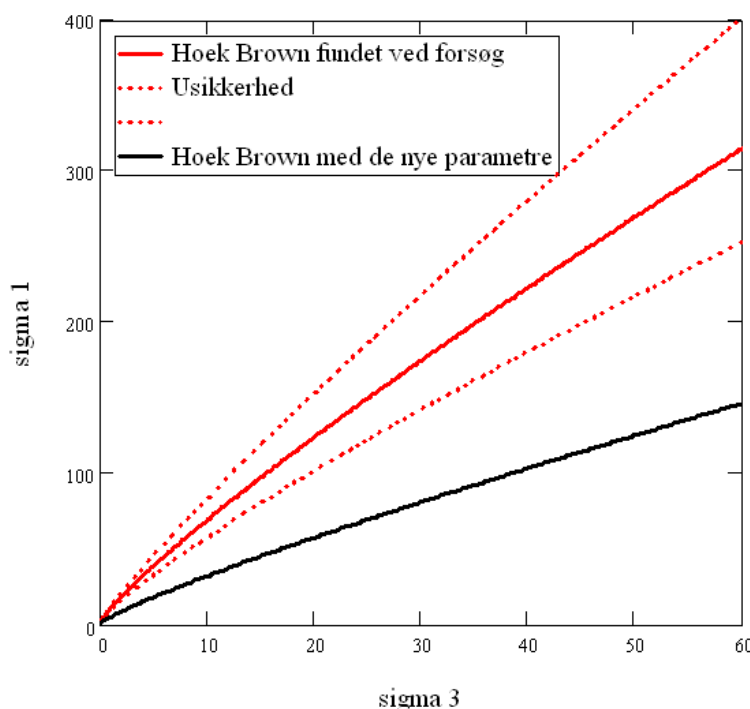
På Figur 73 ses to forskellige brudfigurer om fodpælen. Til venstre er det en global brudfigur, der er fundet for  $m = 50$  og  $a = 0,82$ . Til højre er det en lokal brudfigur fundet ved  $m = 52$  og  $a = 0,76$ .



Figur 73: Fodpælen i 0,3 m's dybde med til venstre en global brudfigur og til højre en lokal brudfigur.

Efter systematisk undersøgelse af brudfiguren omkring fodpælen ved forskellige kombinationer af  $a$  og  $m$  er der fundet frem til, at den lokale brudfigur kun kan frembringes, når  $m$  er omkring 50, samtidig med at  $a$  er omkring 0,75. Disse værdier stemmer slet ikke overens med dem bestemt det triaksiale forsøg.

På Figur 74 er Hoek Browns brudbetingelse plottet for disse værdier. Det ses, at de nye værdier ligger langt uden for det, der er bestemt ved forsøget, selv når usikkerhederne tages med i betragtning. Hoek Browns brudbetingelse fundet ved forsøget er markeret med rødt, mens Hoek Browns brudkriterium med de nye værdier er markeret med sort.



Figur 74: Placeringen af Hoek Brown kriteriet.

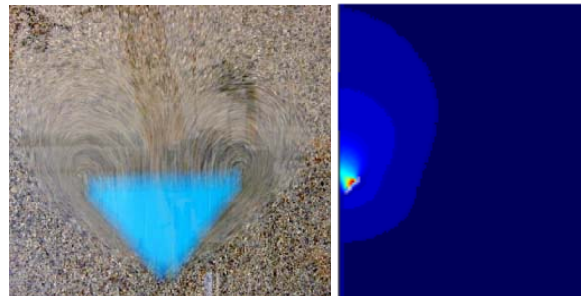
I det efterfølgende afsnit undersøges det, om de fundne Hoek Brown parametre giver bedre resultater mht. bæreevnen.

## 6.5 Opsummering

Der er fundet frem til, at den lokale brudfigur for fodpælen ved anvendelse af Hoek Browns brudbetingelse er i ca. 0,7 meters dybde, mens den fremkommer i ca. 1,0 m's dybde, når fodpælen modelleres i PLAXIS. Hvis fodpælen ikke modelleres i PLAXIS fremkommer brudfiguren først i 3,0 m's dybde, hvilket er meget urealistisk. Det er samme gældende, hvis der anvendes Mohr-Coulombs brudbetingelse i Matlab programmet. Når fodpælen ikke modelleres, deformeres meshet ikke korrekt i store dybder.

I 2005 fremkom den lokale brudfigur ved forsøg i 0,3 meters dybde, og Hoek Browns brudbetingelse giver dermed brudfigurer tættest på forsøgsresultaterne.

På Figur 75 ses til venstre den lokale brudfigur i 0,3 meters dybde fundet ved forsøg i 2005 og til højre den lokale brudfigur i ca. 0,7 meters dybde vha. Hoek Browns brudbetingelse.



Figur 75: Til venstre den lokale brudfigur fra forsøg i 2005 og til venstre fra Hoek Browns brudbetingelse

Hoek Brown parametrene  $a$  og  $m$  har en stor indflydelse på om brudfiguren er global eller lokal for fodpælen. Ved at sænke henholdsvis  $a$  og  $m$  går brudfiguren fra at være global til at blive lokal. Det har været muligt at frembringe en lokal brudfigur om fodpælen 0,3 m nede i jorden, men den er fundet for nogle parametersæt, der ikke tilnærmelsesvist svarer overens med dem fundet ved det triaksiale forsøg.

## 7 Bæreevne af fodpæl

I 2005 blev fodpælens bæreevne målt ved forsøg. I dette afsnit beskrives derfor, hvordan bæreevnen af en fodpæl er defineret, og hvordan bæreevnerne af modelfodpælen blev fastlagt ved forsøgene i 2005.

I 2005 blev fodpælens bæreevne beregnet vha. PLAXIS. De fundne resultater stemte ikke overens med forsøgsresultaterne. For at være sikker på at PLAXIS beregningerne foretaget i 2005 er udført korrekt, foretages en selvstændig beregning af bæreevnen vha. PLAXIS. Denne sammenholdes med PLAXIS resultaterne fra 2005.

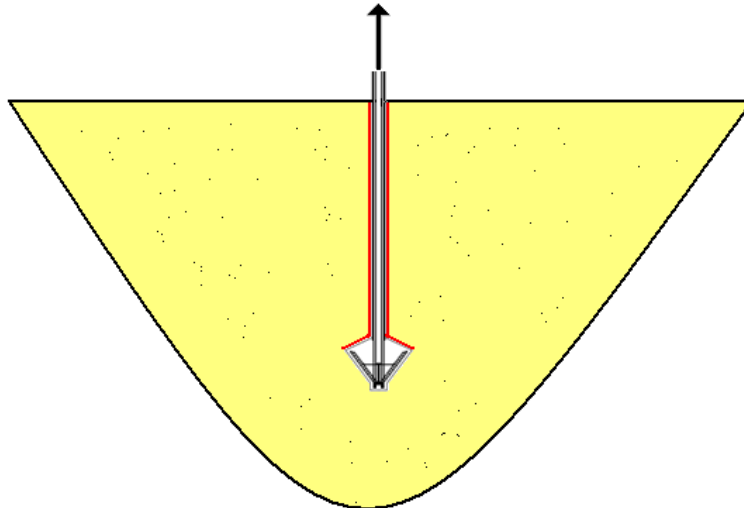
Fodpælen vil blive modelleret i både Matlab programmet og i PLAXIS. PLAXIS regner med Mohr-Coulombs brudbetingelse, mens der i det udarbejdede Matlab program regner med Hoek Browns brudbetingelse. Det forventes, at bæreevnerne beregnet på baggrund af Hoek Brown vil ligge tættere på forsøgsværdierne end beregningerne på baggrund af Mohr-Coulomb i PLAXIS.

I afsnittet "brudfigur omkring fodpælen" var det ikke muligt at få den lokale brudfigur til at fremkomme ved samme dybde-/diameterforhold, som blev anvendt i forsøget, når Hoek Brown parametrene fra det triaksiale forsøg blev anvendt. Derfor blev et nyt sæt parametre fundet, der gav den lokale brudfigur. Derfor vil bæreevnen af fodpælen blive beregnet både vha. Hoek Brown parametrene bestemt vha. forsøg, og de nye parametre fundet i afsnit 6.

### 7.1 Definition af bæreevne

Brudbæreevnen af en trækpæl er defineret, som den styrke som enten selve pælematerialet eller som den omkringliggende jord har. I dette afsnit er det den værdi af belastningen, der fremkalder brud i de omkringliggende jordlag, der undersøges. I denne rapport vil brudbæreevnen af selve pælematerialet ikke blive beregnet, da det er jordens styrke, der ønskes undersøgt.

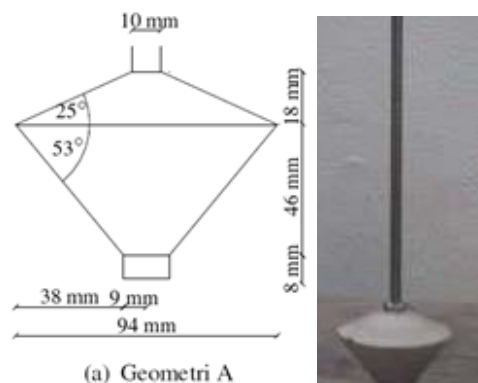
Ved trækpæle er bæreevnen bestemt ved den modstand, pælen yder mod at blive trukket op af jorden. Ved pæle uden fod er der kun overflademodstanden til at bidrage til styrken. Det smarte ved fodpælen er, at selve foden vil give et væsentligt bidrag til styrken, da den i princippet fungerer som en ankerplade se Figur 76.



Figur 76: Trækpåvirket fodpæl – de røde områder yder den største modstand mod at blive trukket op.

## 7.2 Bæreevnen fundet ved forsøg i 2005

I 2005 blev fodpælens træk bæreevne fastlagt ved modelforsøg med en 1:25 skalamodel af den virkelige fodpæl. 1:25 modellen ses på Figur 77. Foden er sammensat af to koniske dele begge drejet i stål. Pæleskaftet består af en gevindstang, hvorpå foden monteres med møtrikker.



Figur 77: 1:25 modellen af fodpælen – geometri A  
Kilde: FODPÆLE – Alternativ funderingsmetode til vindmøller

Forsøget udførtes ved at etablere modelfodpælen i en tønde med en diameter på 1,0 m og en højde på 1,14 m. Tønden fyldtes med sand, der var vibreret for at opnå den ønskede lejringsstæthed. Der blev foretaget forsøg i dybder af hhv. 0,3 m og 0,5 m målt fra fodens maksimale diameter. Forsøgsopstillingen ses på Figur 78.





Figur 78: Førsøgsopstillingen fra 2005.

Kilde: FODPÆLE – Alternativ funderingsmetode til vindmøller

Under forsøgene blev både kraft og flytninger målt. Ud fra disse målinger blev kraft-/flytningskurver optegnet, og bæreevnen bestemt. Bæreevnerne er fundet ved de to dybder og 2 forskellige friktionsvinkler. I Tabel 20 er bæreevnerne fundet i 2005 fra forsøg og fra PLAXIS angivet. Ved PLAXIS beregningerne i 2005 er bæreevnerne fundet ved to beregnede friktionsvinkler i hver dybde. Der er ikke god overensstemmelse.

Fodpælens dybde	Dybde- /diameterforhold	Bæreevne [N] Forsøg i 2005	Bæreevne [N] PLAXIS i 2005	Afvigelse %
0,3 m	3,2	311,1	294	5,5
0,3 m	3,2	311,1	324	9,3
0,5 m	5,3	995	1073	7,3
0,5 m	5,3	995	1339	25,7

Tabel 20: Bæreevner fundet ved forsøg og i PLAXIS i 2005

### 7.3 Bæreevne i PLAXIS

I 2005 blev bæreevnen af fodpælen beregnet vha. PLAXIS. I dette afsnit vil det kontrolleres, om bæreevneberegningen i 2005 i PLAXIS blev udført korrekt. Det undersøges derfor, om det er muligt at få bæreevner af samme størrelsesorden, som dem fundet i PLAXIS i 2005.

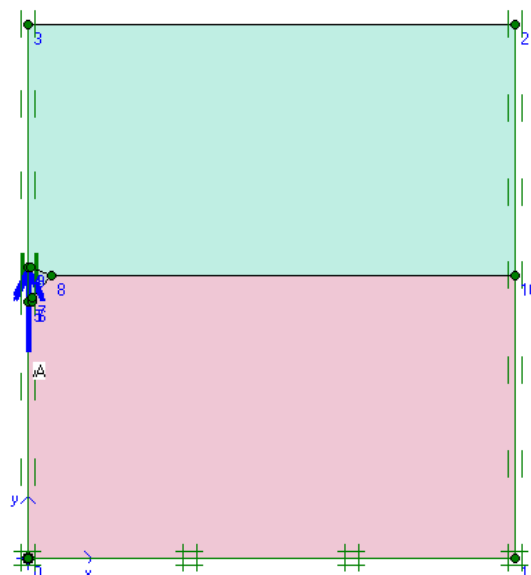
Der anvendes de samme randbetingelser og materialeparametre som i 2005. Det vides dog ikke, hvilket mesh der er anvendt, samt hvilken dilationsvinkel der regnes med. Til

sammenligningen er det valgt at regne associeret. Der forventes dermed ikke helt samme bæreevner som dem i 2005.

I 2005 blev der ikke udført triaksiale forsøg til bestemmelse af jordparametrene, og friktionsvinklen var dermed ikke kendt for den anvendte sand. Friktionsvinklerne blev bestemt vha. Boltens formel, som anvender lejringstæthed og de effektive middelspændinger,  $p'$ . De effektive middelspændinger var ikke kendt og blev skønnet til henholdsvis 25 og 100 kPa. De beregnede friktionsvinkler anvendes i sammenligningen.

I 2005 blev der udført forsøg på fodpælen med den geometri, der er beskrevet i forrige afsnit. Der blev også foretaget beregninger for en anden geometri, som er beskrevet i Appendiks 18. Geometrien fra Appendiks 18 vil dog ikke blive anvendt yderligere i projektet.

På Figur 79 ses randbetingelserne.



Figur 79: Randbetingelser

I Tabel 21 ses bæreevnerne, som blev bestemt i PLAXIS i 2005, samt bæreevnerne fundet i dette projekt vha. PLAXIS. Dybden af fodpælen med en diameter på 94mm, samt de forskellige friktionsvinkler er ligeledes angivet i Tabel 21.

Dybde og friktionsvinkel	Bæreevne fundet i 2005 [N]	Bæreevne beregnet i projekt [N]	Afvigelse %
0,3 m - $\varphi=39,6$	324	318	1,9
0,3 m - $\varphi=36,9$	294	279	5,4
0,5 m - $\varphi=42,5$	1339	1280	4,4
0,5 m - $\varphi=38,1$	1073	1008	6,1

Tabel 21: Bæreevner fundet i PLAXIS I 2005 og i dette projekt

Det ses, at der er fin overensstemmelse mellem bæreevnerne fundet i 2005 og dem i projektet. Forskellen i bæreevnerne skyldes formentlig, at der er anvendt forskellige mesh, samt at det ikke vides, hvilken dilationsvinkel, der er anvendt i 2005.

De fundne bæreevner passer fint overens med PLAXIS resultaterne i 2005 og er dermed også forskellige fra bæreevnerne fundet ved forsøg i 2005.

I Appendiks 19 er bæreevnerne fundet i PLAXIS med de fundne styrkeparametre fra triaksiale forsøg. Disse svarer heller ikke godt overens med forsøgsresultaterne fundet i 2005.

### 7.4 Bæreevne i Matlab program

I dette afsnit bestemmes bæreevnen af fodpælen vha. Hoek Browns brudbetingelse i det udarbejdede Matlab program. Hvis teorien passer, skal bæreevnerne bestemt ved Hoek Browns brudbetingelse give resultater, der er tættere på forsøgsværdierne, end dem fundet i PLAXIS.

Bæreevnerne er bestemt både i dybden 0,3 m og 0,5 m. Her er dybde-/diameterforholdet henholdsvis 3,2 og 5,3. De anvendte Hoek Brown parametre, der er fastsat ved forsøg, er angivet i Tabel 22.

m	a	S	$\sigma_c$
66,45	0,8190	1	$\approx 0$

Tabel 22: De anvendte Hoek Brown parametre

Herudover haves:

- Elasticitetsmodul [Pa]:  $E = 20e6$
- Poissons forhold:  $\nu = 0,3$
- Egenvægt af sand  $\gamma = 15 \text{ kN/m}^3$

Både for fodpælen i 0,3 og 0,5 m's dybde er der anvendt en model med en total højde på 1,1 m og en længde på 1,0 m. Begge modeller er bygget op i Ansys, som beskrevet i Appendiks 4. I begge tilfælde er flytningerne påsat i 11 knuder henover "oversiden" af fodpælen. Størrelsen af de påsatte flytninger er gradvist forøget, indtil der opstår brud i jorden.

I Matlab programmet er der anvendt styrkeparametre fundet ved forsøg, mens der i 2005 i PLAXIS er anvendt beregnede værdier af friktionsvinklerne. Friktionsvinklerne er beregnet ud fra to valgte værdier af de effektive middelspændinger,  $p'$ . Denne tilnærmelse medfører, at beregningerne udført i Matlab programmet, er mere korrekte.

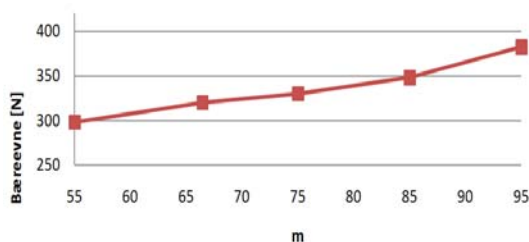
I Tabel 23 ses bæreevnerne fundet ved forsøg i 2005 samt bæreevnerne fundet vha. Hoek Browns brudbetingelse i det udarbejdede Matlab program. Det ses, at afvigelsen mellem de to bæreevner er små. Afvigelserne er noget mindre end dem fundet i 2005, se Tabel 20.

Fodpælens dybde	Dybde-/diameterforhold	Bæreevne [N] Forsøg i 2005	Bæreevne [N] Matlab program	Afvigelse %
0,3 m	3,2	311,1	320	2,8
0,5 m	5,3	995	1019	2,4

Tabel 23: Bæreevner fundet ved forsøg i 2005 og vha. Matlab programmet

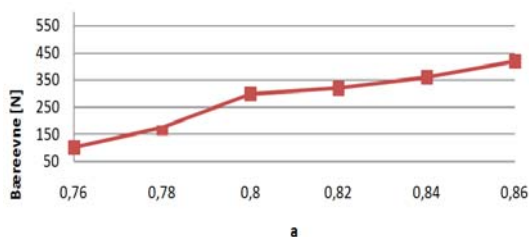
Generelt er bæreevnerne fundet i PLAXIS større end dem, der er fundet ved forsøg og i Matlab programmet. I dette tilfælde giver det udarbejdede Matlab program med Hoek Browns brudbetingelse bedre resultater end PLAXIS. Grunden til dette vurderes at være, at Hoek Browns brudbetingelse medtager de rigtige styrker ved små spændingsniveauer.

Det tyder på, at Hoek Browns brudbetingelse ved trækpåvirkede for fodpæle med fordel kan anvendes til beregning af bæreevne. Det undersøges derfor, hvilken indflydelse parametrene  $m$  og  $a$  har på bæreevnen for fodpælen med dybde-/diameterforholdet på 3,2. På Figur 80 ses indflydelsen af parameteren  $m$ , når den ændres, og alle andre parametre fastholdes.



Figur 80: Indflydelsen på bæreevnen når parameteren  $m$  ændres.

Det fremgår af figuren at spændingerne stiger, når  $m$  øges. Det samme er gældende for parameteren  $a$  se Figur 81.



Figur 81: Indflydelsen på bæreevnen når parameteren  $a$  ændres.

Det ses at en ændring af  $m$  på 10 giver en ændring af bæreevnen på ca. 15 N. En ændring af  $a$  på 0,02 giver en ændring af bæreevnen på ca. 30 N. Det er derfor vigtigt, at de rigtige værdier af  $m$  og  $a$  findes ud fra regressionen, da de har stor indflydelse på bæreevnerne.

## 7.5 Bæreevne ved HB parametre for lokal brudfigur

I afsnit 6.4.3 blev den lokale brudfigur for fodpælen med dybde-/diameterforholdet 3,2 fundet ved et helt andet sæt Hoek Brown parametre end dem fundet vha. det triaksiale

forsøg. Derfor undersøges, det hvilken bæreevne, der fås for fodpælen, hvis der anvendes de parametre, der fremgår af Tabel 24.

m	a	S	$\sigma_c$
52	0,76	1	$\approx 0$

**Tabel 24: De anvendte Hoek Brown parametre**

Undersøgelsen foretages, da der burde være en sammenhæng mellem brudfigur og bæreevner. De nye beregnede bæreevner fremgår af Tabel 25.

Fodpælens dybde	Dybde- /diameterforhold	Bæreevne [N] Forsøg i 2005	Bæreevne [N] Matlab program	Afvigelse %
0,3 m	3,2	311,1	73.5	76,4
0,5 m	5,3	995	252.5	74,6

**Tabel 25: Bæreevner fundet ved forsøg i 2005 og vha. Matlab programmet med de nye Hoek Brown parametre.**

De nye parametre, der giver den rigtige brudfigur, kan ikke bruges til at beregne bæreevnen for fodpælen med. De parametre, der er fundet ved det triaksiale forsøg, kan derimod med fordel anvendes, når bæreevnen skal beregnes, også selvom den rigtige brudfigur ikke fremkommer.

## 7.6 Opsummering

Bæreevnerne fundet ved hjælp af Hoek Browns brudbetingelse passer bedre overens med forsøgene fra 2005 end PLAXIS beregningerne, der foretages på baggrund af Mohr-Coulombs brudbetingelse.

Det vurderes dermed, at Hoek Brown brudbetingelse med fordel kan anvendes ved denne applikation til at beregne bæreevner, men ikke til at beskrive brudfiguren. Det er dog vigtigt at finde de rigtige Hoek Brown parametre, da disse har stor indflydelse på bæreevnen.



## 8 Ny geometri af fodpæl

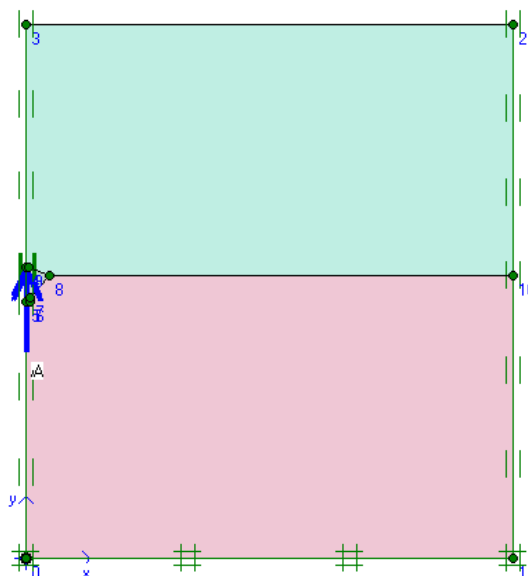
I 2005 viste modellforsøgene, at geometrien havde stor indflydelse på brudfiguren af fodpælen. Udformningen af den øvre del af foden havde ikke en stor indflydelse på trækbæreevnen. Dette havde den nedre del af foden derimod. I dette afsnit undersøges derfor, om andre geometrier af fodpælen kan give bedre bæreevner og mere realistiske brudfigurer.

Alle undersøgelser foretages i finite element programmet PLAXIS. De materialeparametre, der er gældende for den aktuelle sand og anvendes i PLAXIS, ses i Tabel 26.

$\psi=8^\circ$	$\varphi=42^\circ$	Kohæsion $\approx 0$	$\nu=0,3$	$\gamma=15\text{kN/m}^3$	$E=20\text{MPa}$
----------------	--------------------	----------------------	-----------	--------------------------	------------------

Tabel 26: De anvendte materialeparametre

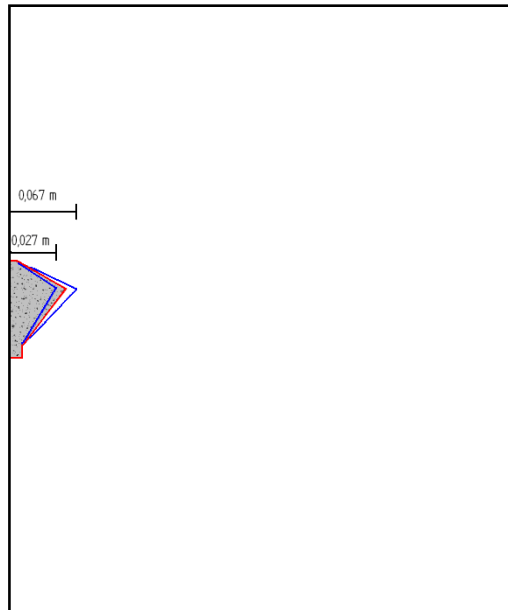
Der er anvendt de randbetingelser som beskrevet i afsnit 4.1. Der påsættes størst mulige belastninger på fodpælen, og bæreevnen bestemmes ud fra dette, se Figur 82. Fodpælen er anbragt i 0,5 m's dybde.



Figur 82: Randbetingelser

### 8.1 Ændring af fodpælens diameter

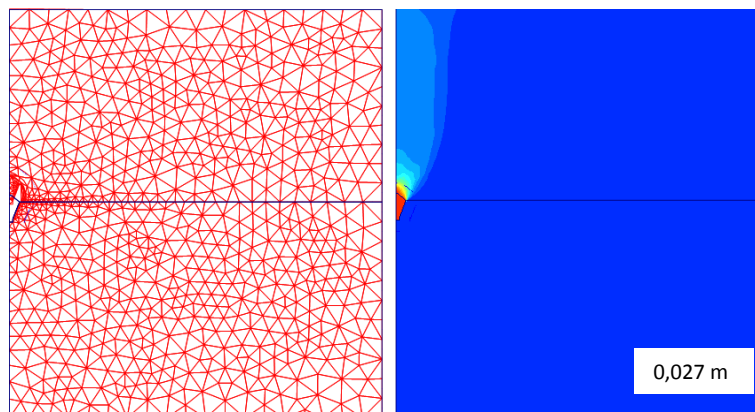
Først ændres diameteren af fodpælen. I PLAXIS bestemmes bæreevnen med 8 forskellige diameter. På Figur 83 ses den største og den mindste radius, der undersøges. Den oprindelige fodpæl er markeret med rødt, mens de ændrede radier er markeret med blå.



**Figur 83: Den største og mindste radius af fodpælen – markeret med blå. Den oprindelige er markeret med rødt.**

Domænets bredde gøres større, når radiussen af fodpælen forøges, så randbetingelserne ikke får indflydelse på bæreevnen.

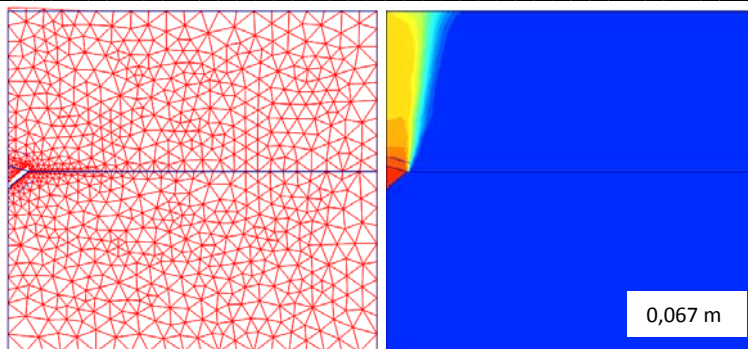
På Figur 84 til venstre ses det deformerede mesh og til højre brudfiguren for fodpælen med den mindste radius.



**Figur 84: Til venstre ses det deformerede mesh for fodpælens radius på 0,027 m dvs. et dybde-/diameterforhold på 6,8. Til højre brudfiguren.**

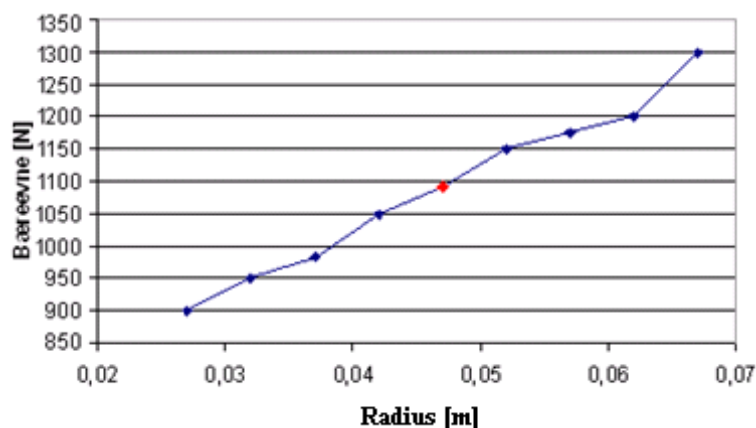
På Figur 85 ses det deformerede mesh og brudfiguren ved den største radius. Det ses, at der ved de to radier opstår en kegleformet brudfigur. Ved den mindste radius er der dog tegn på en lokal brudfigur. Dette er ikke tilfældet ved den største.





Figur 85: Til venstre ses det deforemede mesh for fodpælens radius på 0,067 m dvs. et dybde-/diameterforhold på 3,3. Til højre brudfiguren.

På Figur 86 ses hvorledes bæreevnen varierer, når fodpælens radius formindskes og forøges. Den røde plet på grafen indikerer fodpælens oprindelige radius og den tilhørende bæreevne. Det ses som forventet, at bæreevnen stiger med en større diameter.

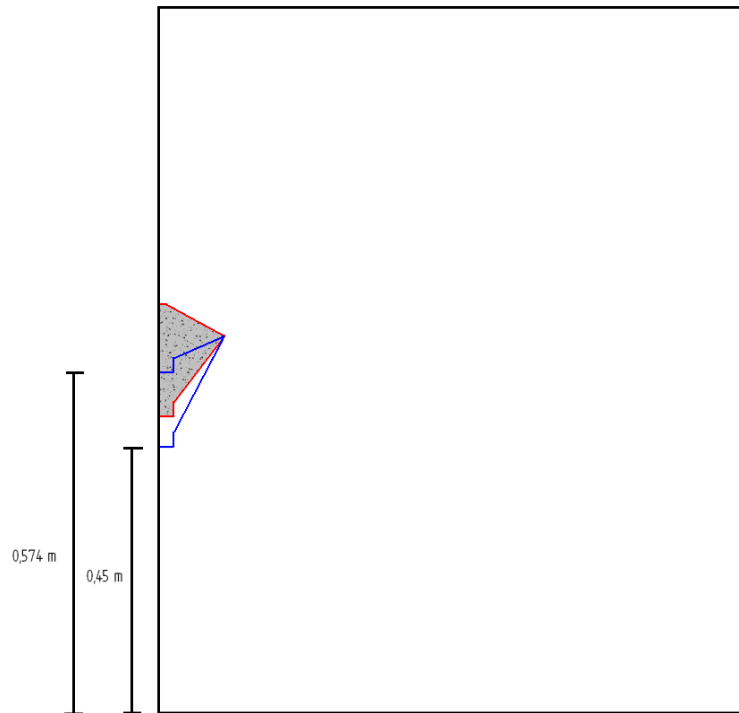


Figur 86: Bæreevner ved mindre og større radier

Det er dermed at foretrække, at forøge fodpælens diameter. Hvis den lokale brudfigur skal frembringes, skal diameteren derimod formindskes.

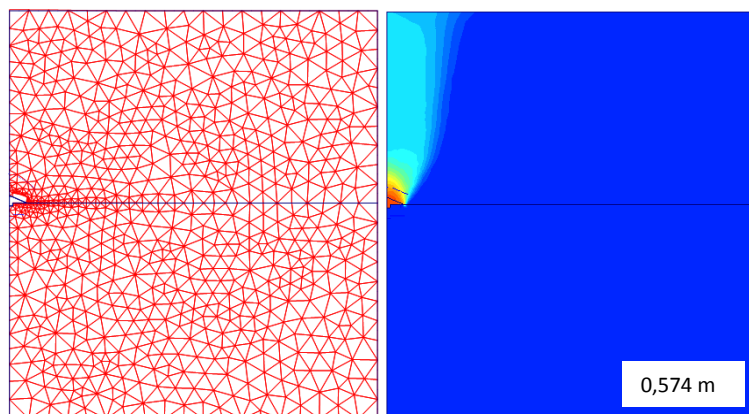
## 8.2 Ændring af fodpælens nederste del

Herefter ændres geometrien af fodpælens nederste del. Den oprindelige fodpæl er igen markeret med rødt, mens den største og den mindste geometri er markeret med blå, se Figur 87.



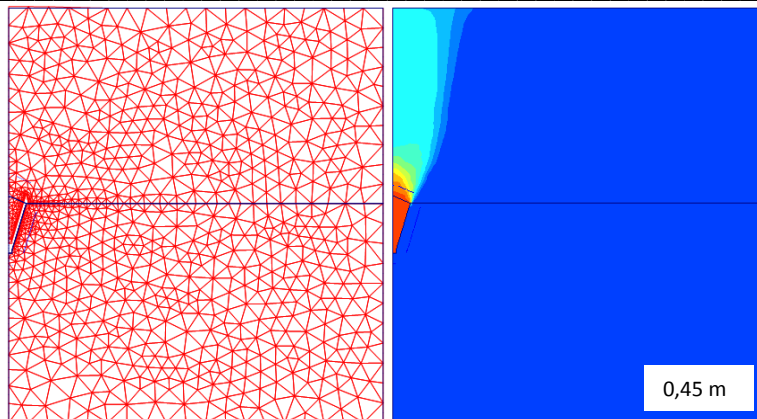
**Figur 87: Den største og mindste geometri af fodpælens nederste del – markeret med blå. Den oprindelige er markeret med rødt.**

På Figur 88 til venstre ses det deformerede mesh og til højre brudfiguren for fodpælen, som starter 0,574 m over overfladen. Der fremkommer igen en kegleformet brudfigur, som er forskellig fra forsøgene i 2005.



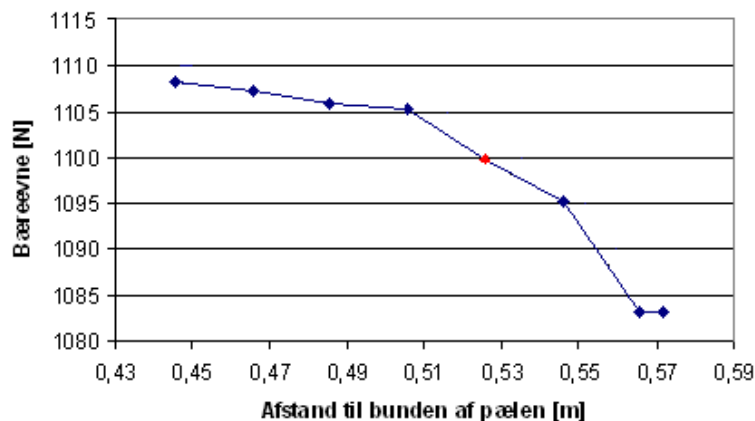
**Figur 88: Til venstre ses det deformerede mesh for den mindste geometri i en højde på 0,574 m fra overflade og til højre brudfiguren**

På Figur 89 ses til venstre det deformerede mesh og til højre brudfiguren for fodpælen, som starter 0,45 m over overfladen. Der opstår igen en global brudfigur.



Figur 89: Til venstre ses det deformede mesh for den største geometri i en højde på 0,45 m fra overflade og til højre brudfiguren

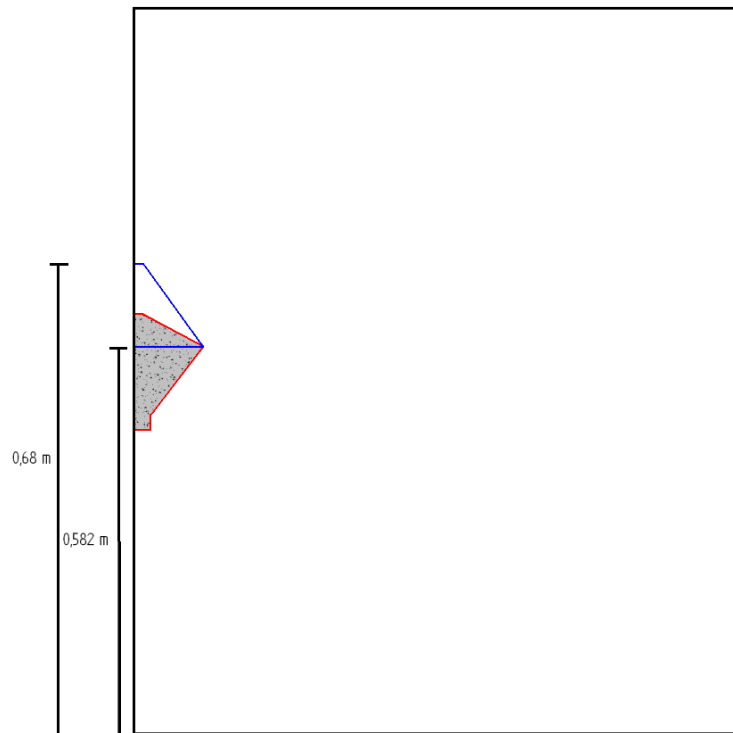
På Figur 90 ses hvorledes bæreevnen stiger, når fodpælens nederste del bliver større. Forøgelsen af bæreevnen er dog ikke så stor, som ved forøgelsen af diameteren. Den røde plet indikerer den oprindelige geometri af fodpælen.



Figur 90: Bæreevner ved forøgelse af fodpælens nederste del

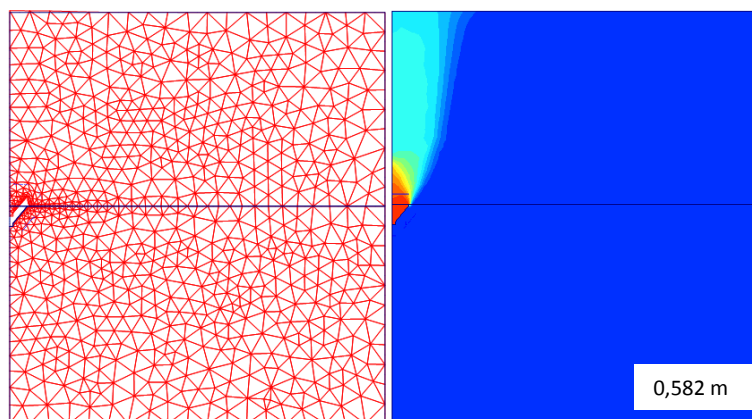
### 8.3 Ændring af fodpælens øverste del

På Figur 91 ses hvorledes geometrien af fodpælen øverste del ændres.



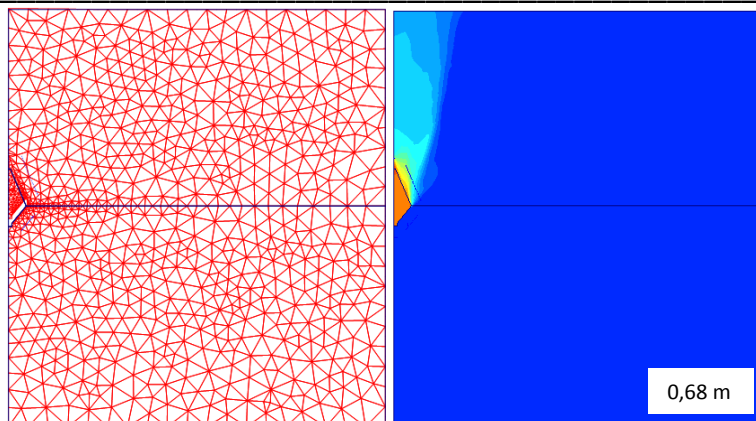
**Figur 91: Den største og mindste geometri af fodpælens øverste del – markeret med blå. Den oprindelige er markeret med rødt.**

På Figur 92 til ses det deformerede mesh og brudfiguren for fodpælen, som slutter 0,582 m over overfladen. Dennes brudfigur svarer heller ikke overens med forsøgene i 2005.



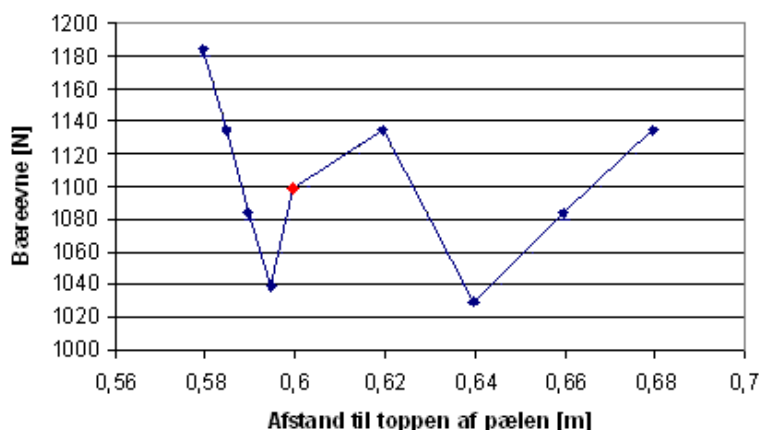
**Figur 92: Til venstre ses der deformere mesh og til højre brudfiguren for den mindste geometri i en højde på 0,582 m fra overfladen.**

På Figur 93 ses det deformerede mesh og brudfiguren for fodpælen, som slutter 0,68 m over overfladen. Her opstår en global brudfigur.



Figur 93: Til venstre ses der deformere mesh og til højre brudfiguren for den største geometri i en højde på 0,68 m fra overfladen.

På Figur 94 ses hvorledes bæreevnen varierer, når geometrien af fodpælens øverste del ændres. Den oprindelige diameter, er markeret med rødt. Her kan det ikke entydigt vurderes, om en formindskelse eller forøgelse ville give bedre bæreevner. Bæreevnerne varierer dog ikke ret meget ved de forskellige udformninger af den øverste del af fodpælen.



Figur 94: Bæreevner ved formindskelse af fodpælens øverste del

De ændrede geometrier af fodpælen har ikke givet nogle lokale brudfigurer. Hvis fodpælens diameter gøres mindre, vil den lokale brudfigur fremkomme før. Ved den mindste radius på 0,027 fås den lokale brudfigur i 0,7 m's dybde, se Appendiks 20.

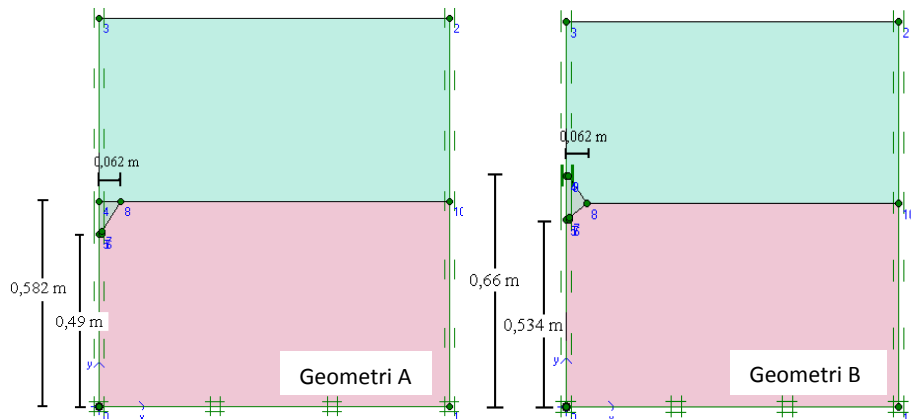
Som fundet frem til ved forsøg i 2005 har en ændring af fodens nederste del en entydig indflydelse på bæreevnen. Det er ikke tilfældet ved ændring af fodens øverste del. Ved at ændre på diameteren fås en betydelig større bæreevne.

De ændrede geometrier har givet en god indikation af, hvordan fodpælens geometri kan ændres, for at få bedre bæreevner.

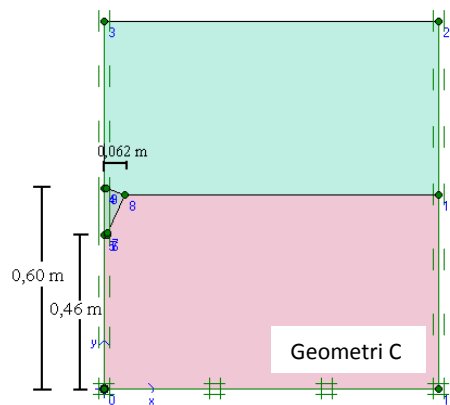
### 8.4 Den mest optimale udformning af fodpæl

I det efterfølgende optimeres udformningen af fodpælen mht. bæreevne. I forrige afsnit blev der fundet frem til, at små ændringer i fodpælens geometri vil forøge bæreevnen betydeligt. Fodpælen skal dog optimeres, så den stadigvæk er realistisk at lave. Ud fra

overstående afsnit vides det, hvilke ændringer i geometrien der medfører en forøgelse af bæreevnen. Det er valgt at udarbejde 3 forskellige modeller af fodpælen, som der formodes at give bedre bæreevner end den oprindelige fodpæl. På Figur 95 og Figur 96 ses de forskellige geometrier af fodpælen, som der undersøges.

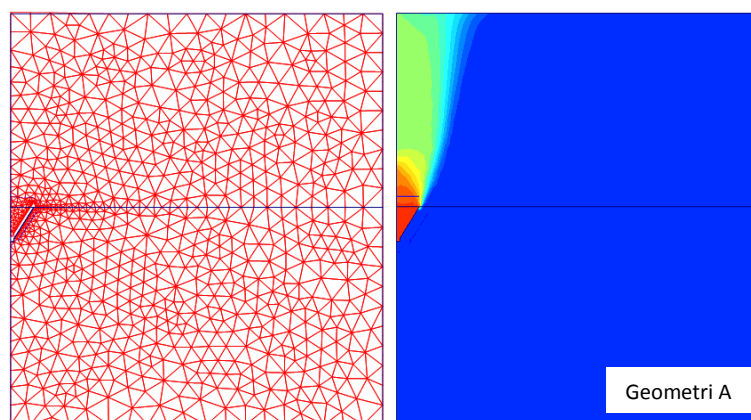


Figur 95: De nye geometrier – geometri A og B



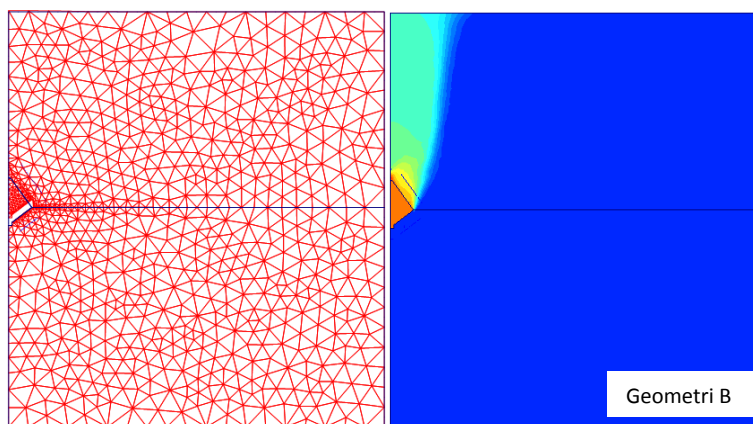
Figur 96: De nye geometrier – geometri C

På Figur 97 ses det deformerede mesh og brudfiguren for geometri A. Der opstår her en global brudfigur, og der fås en bæreevne på 1,21 kN. Denne bæreevne er ca. 0,110 kN større end den oprindelige fodpæls bæreevne.



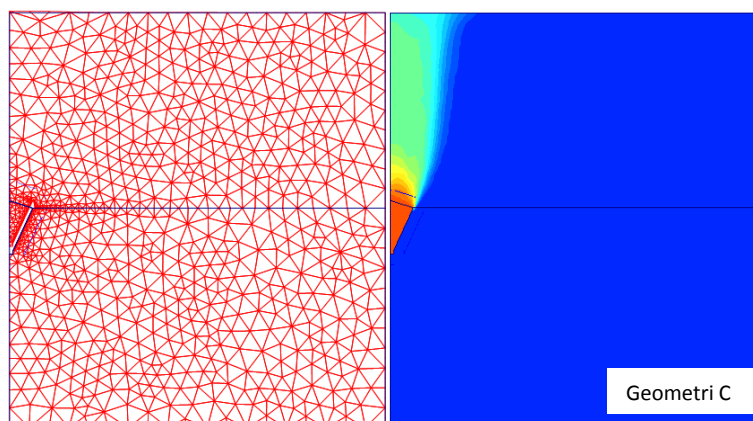
Figur 97: Deformeret mesh og brudfigur for geometri A

Det deformerede mesh og brudfiguren for geometri B ses på Figur 98. Bæreevnen for geometri B er på 1,18 kN. Denne bæreevne er noget større end den oprindelig fodpæls bæreevne. Der fås igen en kegleformet brudfigur.



Figur 98: Deformeret mesh og brudfigur for geometri B

På Figur 99 ses det deformerede mesh og brudfiguren for geometri C. Her fås en bæreevne på 1,19 kN.

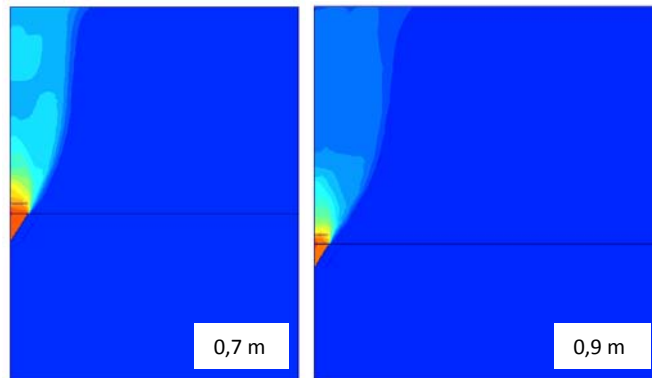


Figur 99: Deformeret mesh og brudfigur for geometri C

De 3 nye geometrier af fodpælen giver alle større bæreevner end den oprindelige fodpæl. Geometri A giver den største bæreevne. Denne nye geometri er dermed at foretrække. Det vides dog ikke, om disse 3 nye geometrier er mulige at udføre i praksis. Yderligere undersøgelser udføres dog ikke i projektet.

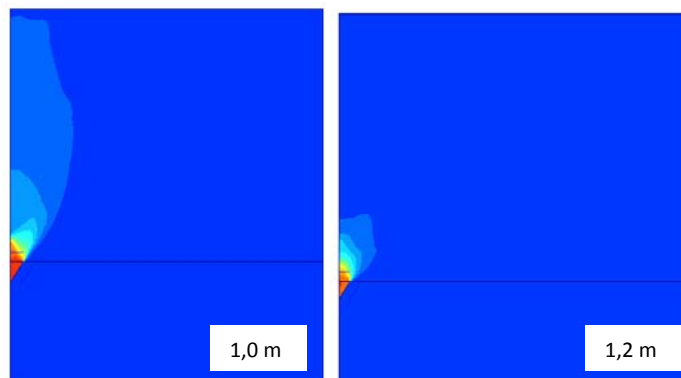
### 8.5 Lokal brudfigur

I dette afsnit vil det blive undersøgt, hvornår den lokale brudfigur opstår ved de 3 nye geometrier af fodpælen. Det vil blive undersøgt, om PLAXIS ved disse 3 geometrier giver mere realistiske brudfigurer end dem fundet i afsnit 6. De nye geometrier af fodpælen er undersøgt i dybderne 0,7, 0,9, 1,0 og 1,2 m. På Figur 100 ses brudfigurerne for geometri A i 0,7 og 0,9 m's dybde. Der opstår ingen lokal brudfigur i de to dybder. Der er dog tegn på en lokal brudfigur i 0,9 m's dybde.



Figur 100: Brudfigur i 0,7 og 0,9 m's dybde – Geometri A

På Figur 101 ses brudfiguren i 1,0 og 1,2 m's dybde. I 1,2 m's fremkommer den lokale brudfigur. Ved geometri A fremkommer den lokale brudfigur ca. 0,2 m længere nede end den oprindelige fodpæl.



Figur 101: Brudfigur i 1,0 og 1,2 m's dybde

Brudfigurerne for de to andre geometrier er angivet i Appendiks 21. Her fås i begge tilfælde brudfigurer i 1,0 m's dybde. De nye geometrier af fodpælen giver ikke mere realistiske brudfigurer end dem fundet i afsnit 6.

## 8.6 Opsummering

Der er fundet frem til, at en lille ændring i fodpælen geometri forøger bæreevnen væsentligt. Den bedste bæreevne fås ved at anvende Geometri A, se Figur 95. Ved denne geometri fremkommer den lokale brudfigur i den største dybde. Der er ligeledes fundet frem til, at de tre nye geometrier ikke giver et mere realistisk billede af den lokale brudfigur. Dog fremkommer den lokale brudfigur i 0,7 m's dybde ved den mindste radius af fodpælen på 0,027 m.

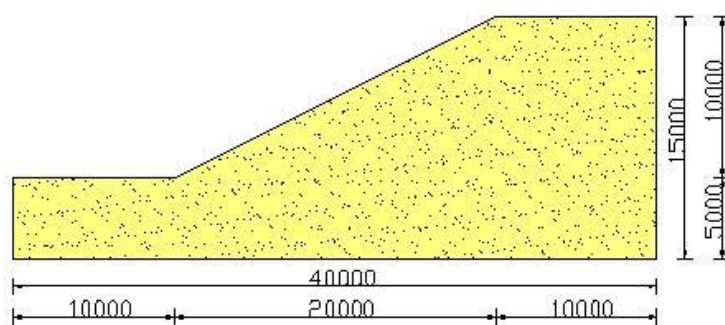


## 9 Skråningsstabilitet

Når skråningsstabilitet skal løses vha. håndberegninger, er det en meget tidskrævende proces, og resultaterne er til tider unøjagtige. Dette fremgår af afsnit 3.1.

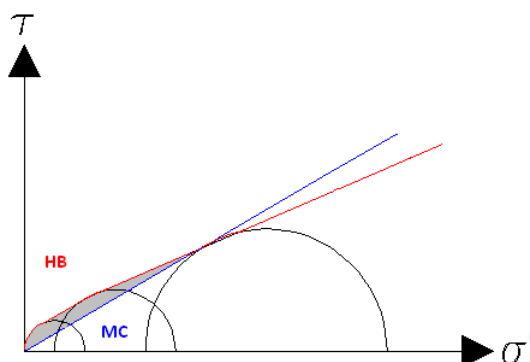
Numeriske beregninger af stabiliteten af skråninger regnes normalt på baggrund af Mohr-Coulombs brudbetingelse. Mohr-Coulombs brudbetingelse regner med, at jorden har en konstant friktionsvinkel, der er uafhængig af spændingsniveauet. Da friktionsvinklen ikke er konstant ved små spændinger, og skråningsbrud ofte er forbundet med små spændinger, er det ikke helt korrekt.

I dette afsnit vil sikkerhedsfaktoren for en skråning som vist på Figur 102 blive beregnet vha. henholdsvis Plaxis, Geo-Slope og Matlab-programmet. Resultaterne vil blive sammenlignet og vurderet.



Figur 102: Skråning med mål i mm. Hældning 1:2.

I Matlab programmet vil sikkerhedsfaktoren blive bestemt både ud fra Mohr-Coulombs og Hoek Browns brudbetingelse. På Figur 103 er Hoek Browns brudbetingelse optegnet i forhold til Mohr-Coulombs. Ved små spændingsniveauer er Mohr-Coulomb konservativ og ved store spændingsniveauer er Hoek Brown derimod konservativ.



Figur 103: Hoek Browns brudbetingelse ift. Mohr-Coulombs brudbetingelse

I Appendiks 22 er det illustreret, hvor Hoek Browns brudbetingelse krydser Mohr-Coulombs brudbetingelse. Dette er både illustreret for de gennemsnitlige Hoek Brown parametre, som anvendes i projektet, samt for max. og min. værdierne. I projektet anvendes gennemsnitværdier, og det vurderes dermed, at Mohr-Coulombs brudbetingelse vil være på den sikre side.

Det bliver undersøgt, om det udarbejdede Matlab program er opbygget korrekt. Dette gøres ved at sammenligne sikkerhedsfaktorer fra Matlab programmet med sikkerhedsfaktorer fra henholdsvis PLAXIS og Geo-Slope.

I Tabel 27 ses materialeparametrene som anvendes både ved Mohr-Coulombs og Hoek Browns brudbetingelse i Matlab programmet. Disse anvendes også i PLAXIS.

Egenvægt [kN/m <sup>3</sup> ]	Elasticitetsmodul [MPa]	Poissons forhold
15	20	0,3

**Tabel 27: Materialeparametre som anvendes i Mohr-Coulomb og Hoek Brown**

I Tabel 28 ses materialeparametrene som anvendes ved Mohr-Coulombs brudbetingelse i Matlab programmet og i PLAXIS.

$\phi$	Dilation	Kohæsion [kN/m <sup>2</sup> ]
42	8	$\approx 0$

**Tabel 28: Materialeparametre som anvendes i Mohr-Coulomb**

I Tabel 29 ses materialeparametrene som anvendes ved Hoek Brown brudbetingelse i Matlab programmet.

m	A	S	$\sigma_c$
66,4533	0,8190	1	$\approx 0$

**Tabel 29: Materialeparametre som anvendes i Hoek Brown**

## 9.1 Sikkerhedsfaktorer

Den mest anvendte definition af sikkerhedsfaktoren ved numeriske beregninger er følgende:

$$\text{sikkerhedsfaktor} = \frac{S_{\text{max tilgængelig}}}{S_{\text{nødvendig for ligevægt}}} \quad (9-1)$$

Hvor S er forskydningsstyrken. Sikkerfaktoren er altså lig den aktuelle styrke i jorden divideret med minimum styrken, som er nødvendig for ligevægt.

Brudlinjen er ikke endeligt bestemt ved finite elementberegninger, men findes ved plotning af deformationerne eller af de plastiske tøjninger ved brud. Derfor er det nødvendigt at sænke jordparametrene, indtil bruddet er fuldt udviklet. I det efterfølgende forklares, hvordan jordparametrene reduceres.

Jordparametrene sænkes efter følgende fremgangsmåde:

1. Den nuværende sikkerhedsfaktor  $F_i$  er valgt:

$$F_i > F_{i-1} \geq 1$$

2. De reducerede materialeparametre fås ud fra  $F_i$ . Dette forklares i det efterfølgende.

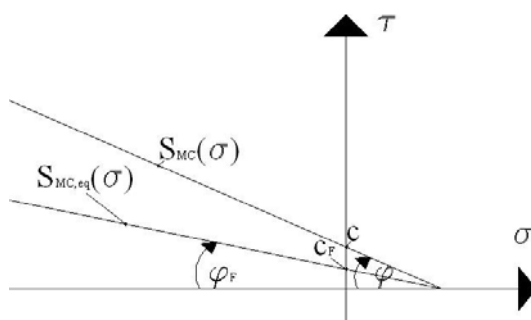
3. Ligevægtsiterationer udføres:
  - IF global ligevægt kan opfyldes, gå til punkt 1
  - ELSE Sikkerhedsfaktoren er  $F = F_i$
  - END

### 9.1.1 Sikkerhedsfaktor - Mohr-Coulombs brudbetingelse

Både i PLAXIS og i det udarbejdede Matlab program anvendes Mohr-Coulombs brudbetingelse. Ved Mohr-Coulombs brudbetingelse haves følgende sikkerhedsfaktor:

$$\text{sikkerhedsfaktor} = \frac{c - \sigma_n \tan \varphi}{c_r - \sigma_n \tan \varphi_r} \quad (9-2)$$

Hvor  $c$  og  $\varphi$  er de anvendte styrkeparametre, og  $\sigma_n$  er den aktuelle normalspændings komponent. Parametrene  $c_r$  og  $\varphi_r$  er de reducerede styrkeparametre, som lige netop er store nok til at opretholde ligevægt, se Figur 104.



Figur 104: Mohr-Coulomb kriteriet  $S_{MC}(\sigma)$ , og det tilsvarende brudkriterium  $S_{MC,eq}(\sigma)$  til opretholdelse af ligevægt.

I PLAXIS kaldes denne metode phi/c- reduktions metoden. Reduktionen af styrkeparametrene styres af parameteren  $\sum Msf$ , som forøges gradvist, indtil der opstår brud.

### 9.1.2 Sikkerhedsfaktor vha. Hoek Browns brudbetingelse

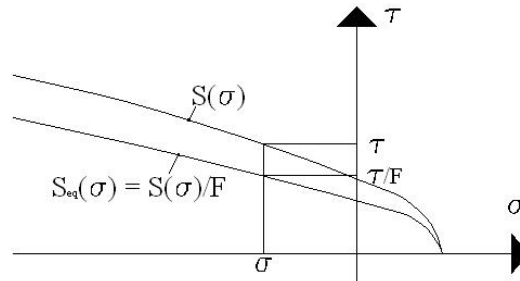
Det udarbejdede Matlab program anvender også Hoek Browns brudbetingelse. Hvis denne materialemodel anvendes, skal programmet både kende Mohr-Coulomb og Hoek Brown parametrene. Det er nødvendigt at anvende den ikke-lineære Mohr-Coulomb model ved parameter reduktionen, da sikkerhedsfaktoren er defineret ved forskydningsstyrken, jf. formel (9.1).

I hver iteration reduceres Mohr-Coulomb parametrene først mht. den nye sikkerhedsfaktor. Herefter fittes Hoek Brown kriteriet så til den nye Mohr-Coulomb brudlinie, hvormed Hoek Brown parametrene er blevet reduceret. Sikkerhedsfaktorens størrelse fås ved netop det nye sæt parametre, hvor der ikke længere kan opnås ligevægt.

Der anvendes følgende ikke-lineær Mohr-Coulombs brudbetingelse, da denne er tæt på Hoek Browns brudbetingelse.

$$S_{HB}(\sigma) = A \sigma_c \left( \frac{\sigma_t - \sigma}{\sigma_c} \right)^B \quad (9-3)$$

Hvor A og B er dimensionsløse parametre,  $\sigma_c$  er den enaksede trykstyrke, og  $\sigma_t$  er størrelsen af normalspændingen, hvor  $S_{HB}(\sigma_t) = 0$ . Brudkriteriet ses på Figur 105.



Figur 105: Det ikke lineære brudkriterium  $S(\sigma)$ , og det tilsvarende brudkriterium  $S_{eq}(\sigma)$  til opretholdelse af ligevægt.

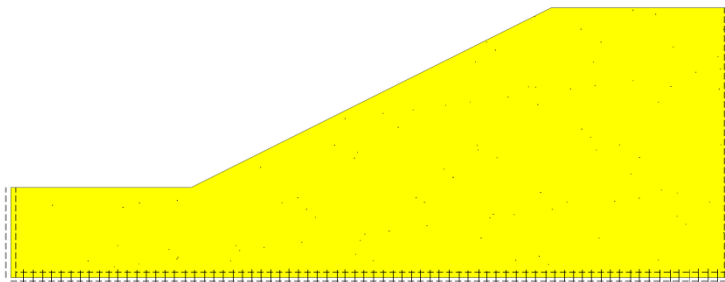
Det reducerede brudkriterium, der skal bidrage til ligevægt, er:

$$S_{HB,eq}(\sigma) = \frac{S_{HB}(\sigma)}{F} = A_F \sigma_c \left( \frac{\sigma_t - \sigma}{\sigma_c} \right)^B, \quad A_F = \frac{A}{F} \quad (9-4)$$

Hvor  $A_F$  er den reducerede parameter. Resten af parametrene er uændrede.

## 9.2 Mekanisk model

Der anvendes de randbetingelser, som ses på Figur 106. Her er flytningerne for den nedre afgrænsning låst i både vandret og lodret retning. Den lodrette afgrænsning er kun låst i den vandrette retning.

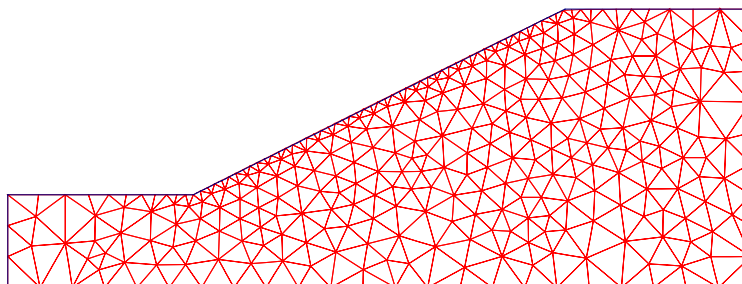


Figur 106: Randbetingelser for den anvendte skrånning

I det udarbejdede Matlab program og i PLAXIS anvendes 6-knuds trekantede elementer og plan tøjning. Ved plan tøjning antages deformationerne i z-retningen at være nul, samtidig med at der er spændinger i z-retningen.

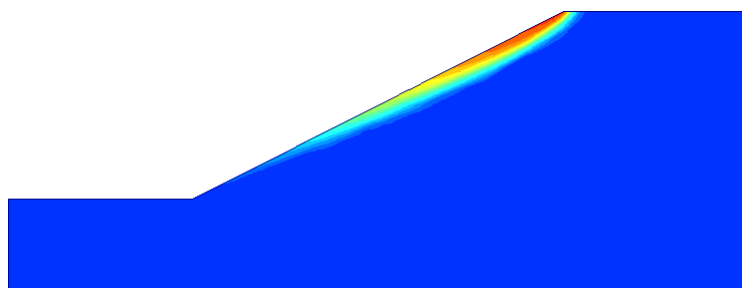
## 9.3 PLAXIS beregninger

I det efterfølgende findes sikkerhedsfaktoren for den valgte skrånning vha. finite element programmet PLAXIS. Det er valgt at beregne sikkerfaktoren i PLAXIS, så det kan eftervises, at det udarbejdede Matlab program er bygget rigtigt op. På Figur 107 ses det anvendte mesh.



Figur 107: Det deformerede mesh for den valgte skrånning

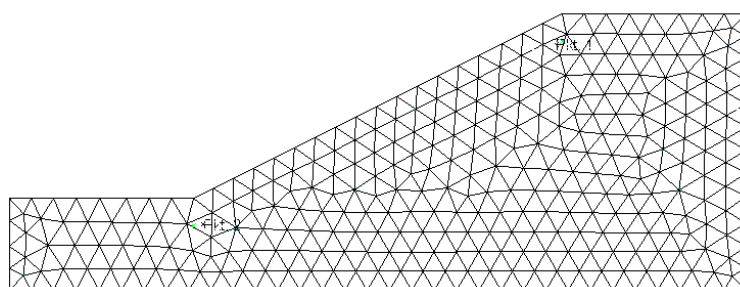
På Figur 108 ses deformationsfiguren af skrånningen. Denne giver en god indikation af brudlinjen. I PLAXIS fås en sikkerhedsfaktor på 1,81.



Figur 108: Deformationsfiguren for den valgte skrånning

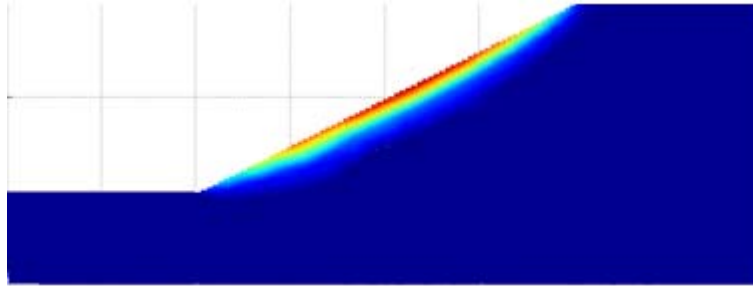
### 9.4 Finite element program i Matlab – Mohr-Coulomb

Det udarbejdede Matlab program for skrånninger er primært bygget op, så egenlasten først påføres inkrementalt, hvorefter flytningerne nulstilles. Bagefter sænkes materialeparametre inkrementalt for at bestemme sikkerhedsfaktoren. På Figur 109 ses meshet for den valgte skrånning.



Figur 109: Det anvendte mesh

På Figur 110 ses deformationsfiguren. Det ses, at brudlinjen ikke stemmer helt overens med den, der er fundet i PLAXIS. Dette kan skyldes forskel i mesh. Der fås en sikkerhedsfaktor på 1,88.



Figur 110: Deformationsfiguren for den valgte skrånning

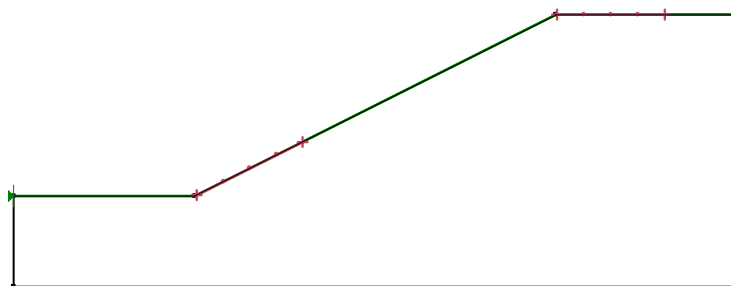
## 9.5 Geo-Slope beregninger

Det er også valgt at finde sikkerhedsfaktoren for den valgte skrånning vha. finite element programmet Geo-Slope. Sikkerfaktoren fra Geo-Slope vil ligeledes blive anvendt ved sammenligningen i afsnit 9.6.

Geo-Slope anvender ikke finite element analyser til at finde den kritiske brudlinje, men derimod strimmelmetoden (limit equilibrium). Når den kritiske brudlinje er fundet, kan finite element analyser anvendes til at bestemme spændinger og deformationer.

Ifølge strimmelmetoden er skrånningen stabil, når de stabiliserende kræfter er større end de drivende. Når skrånningen netop er i brudtilstand, er der ligevægt mellem de drivende og de stabiliserende kræfter.

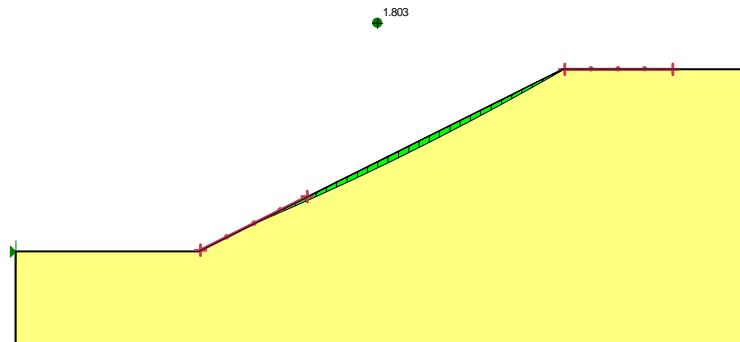
For at finde brudlinjen og sikkerhedsfaktoren i Geo-Slope skal det angives, hvor brudlinjen med stor sandsynlighed vil gå igennem. På Figur 111 ses de punkter (markeret med rødt), som der er valgt at brudlinjen kan gå igennem. Disse punkter er valgt på baggrund af brudfiguren fundet i PLAXIS.



Figur 111: Punkter som brudlinjen vil gå igennem

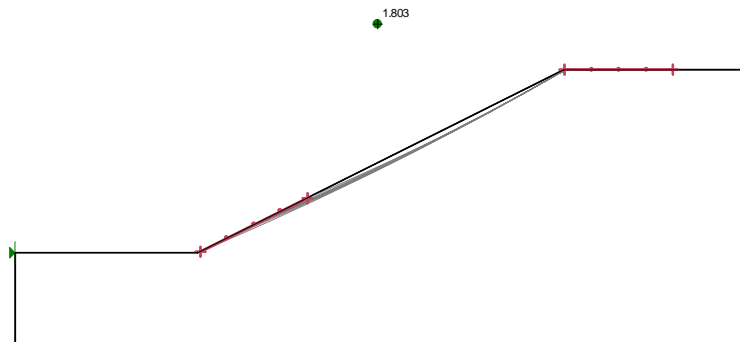
Der anvendes samme materialeparametre og dimensioner som angivet i øverst i afsnittet.

Programmet har gennemregnet 125 forskellige placeringer af brudlinjen, og den mest kritiske placering af brudlinjen er illustreret på Figur 112.



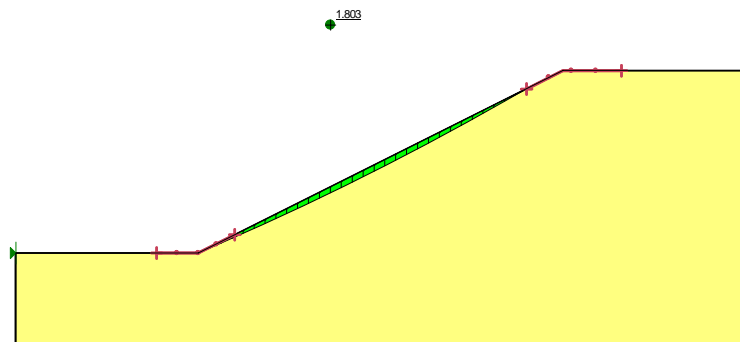
Figur 112: Den mest kritiske placering af brudlinjen fundet i Geo-Slope

På Figur 113 ses placeringerne af de 5 mest kritiske brudlinjer. Der er en lille forskel mellem brudlinjernes placering, men størrelsen af sikkerhedsfaktoren er næsten den samme i de 5 tilfælde. For den mest kritiske spiral er der fundet en sikkerhedsfaktor på 1,803.



Figur 113: De 5 mest kritiske placering af brudlinjen fundet i Geo-Slope

Hefter er det valgt at lave en model, der svarer bedre overens med brudfiguren fundet i det udarbejdede Matlab program. Det vælges dermed, at brudfiguren i Geo-Slope skal kunne gå igennem punkter, som svarer til Matlab beregningerne, se Figur 114.



Figur 114: De nye 5 mest kritiske placeringer af brudlinjen

Her fås også en sikkerhedsfaktor på 1,803.

Metoden, som er valgt til at beregne sikkerhedsfaktoren, kaldes "ordinary". Programmet har dog 3 andre metoder til at beregne sikkerhedsfaktoren, og disse giver alle større værdier. Her fås værdier op til 1,85. Den valgte metode giver dermed den mest kritiske brudlinje og sikkerhedsfaktor.

---

## 9.6 Eftervisning af Matlab program

I dette afsnit undersøges det, om det udarbejdede Matlab program for skråningsstabilitet er opbygget rigtigt. Sikkerhedsfaktoren fra Matlab programmet sammenlignes med sikkerhedsfaktorerne fundet i henholdsvis PLAXIS og Geo-Slope. Geo-Slope er dog ikke et finite element program, men giver en god indikation af sikkerhedsfaktoren

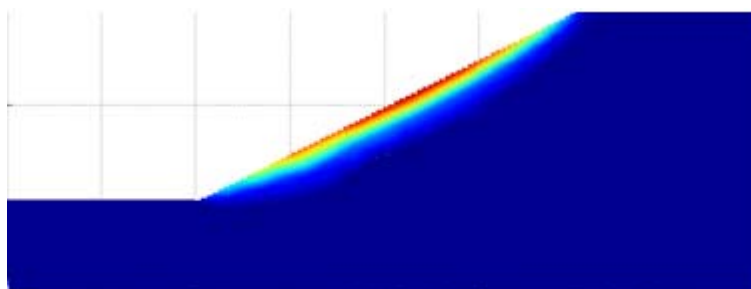
Eftervisning foretages kun for Mohr-Coulomb, da PLAXIS regner med det.

På Figur 115 ses brudfigurerne for de 3 programmer. Øverst ses brudfiguren fra Matlab programmet, i midten fra PLAXIS og nederst fra Geo-Slope. Brudfiguren fra Matlab programmet og PLAXIS passer ikke helt overens. Dette kan skyldes forskel i mesh. Disse deformationsfigurer indikerer, hvorledes brudlinjen vil være.

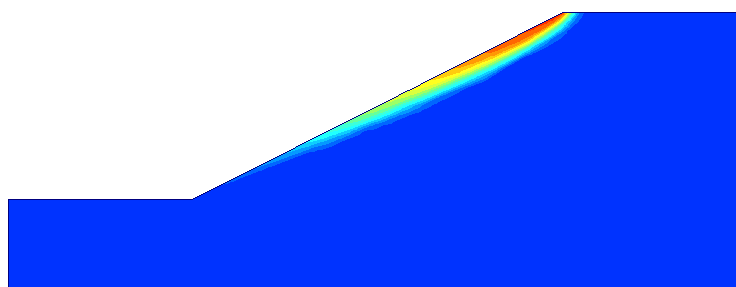
Brudlinjerne fra Geo-Slope passer alt i alt fint overens med finite element simuleringerne. Dette er dog også forventeligt.



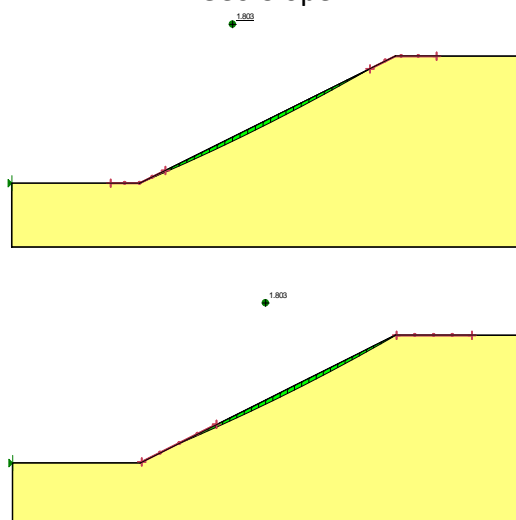
Matlab program



PLAXIS



Geo-Slope



Figur 115: Øverst brudfigur fra Matlab, i midten fra PLAXIS og nederst fra Geo-Slope

I Tabel 30 ses sikkerhedsfaktorerne fra de tre programmer.

Programmer	Sikkerhedsfaktorer	Afvigelse fra Matlab program %
Matlab program	1,88	----
PLAXIS	1,81	3,7
Geo-Slope	1,803	4,1

Tabel 30: Sikkerhedsparametre fra de 3 programmer

Det ses, at der er god overensstemmelse mellem de 3 programmer. Der er kun 3,7 % forskel mellem sikkerhedsfaktoren i Matlab programmet og PLAXIS. Denne forskel kan skyldes forskel i mesh.

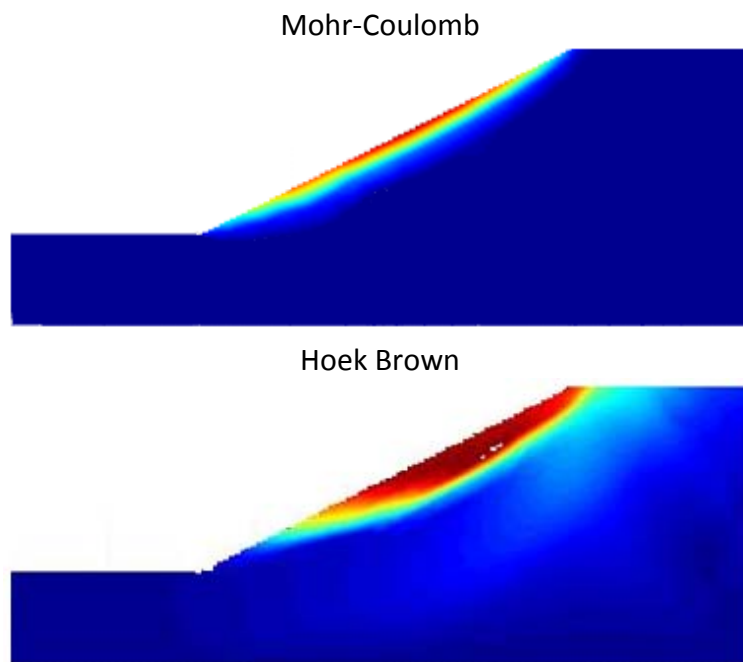
Sikkerhedsfaktoren fra Geo-Slope passer fint overens med de to finite element programmer. Denne beregningsmetode giver dermed en god indikation af sikkerhedsfaktoren. Dog er det nødvendigt at have en god fornemmelse af, hvor brudlinjen vil gå.

Det vurderes, at det udarbejdede finite element program giver rigtige resultater, da det giver sikkerhedsfaktorer, der passer fint overens med de to andre programmer.

### 9.7 Sammenligning af Hoek Brown med Mohr-Coulomb

I dette afsnit vil sikkerhedsfaktoren fundet ved Mohr-Coulomb blive sammenholdt med Hoek Brown. Det skal undersøges, om Mohr-Coulomb undervurderer styrken af jorden ved små spændingsniveauer og i så fald, hvilken indflydelse det har på sikkerhedsfaktoren.

Sammenligningen er foretaget med et mesh med 902 knuder og 3818 frihedsgrader. Der regnes med plan tøjning. På Figur 116 ses øverst deformationsfiguren når der anvendes Mohr-Coulomb, og nederst når der anvendes Hoek Brown.



Figur 116: Øverst deformationsfigur ved anvendelse af Mohr-Coulomb og nederst Hoek Brown

Som det ses på figuren er der ikke helt overensstemmelse mellem de to deformationsfigurer. Hoek Browns brudlinie er noget større end Mohr-Coulombs.

I Tabel 31 er sikkerhedsfaktoren angivet for henholdsvis Mohr-Coulomb og Hoek Brown.

Mohr-Coulomb	1,88
Hoek Brown	2,17
Afvigelse %	13,4

**Tabel 31: Sikkerhedsfaktorer**

Som det ses, af tabellen er sikkerhedsfaktoren fundet ved Mohr-Coulombs brudbetingelse 13,4 % mindre end den der er fundet ved Hoek Browns. Dette formodes at skyldes, at Mohr-Coulombs brudbetingelse undervurderer styrken ved små spændingsniveauer, som fundet frem til ved forsøg.

At der forekommer forskellige sikkerhedsfaktorer og brudfigurer ved den lineære og den ikke-lineære brudbetingelse passer fint overens med R. Bakers teori (jf. R. Baker 2004).

Det tyder på, at den simple Mohr-Coulomb model med konstant friktionsvinkel giver sikkerhedsfaktorer, der er på den sikre side. Dette er dog kun tilfældet ved små spændingsniveauer i ren friktionsjord. Derimod formodes det, at styrken ved kohæsionsjord vil overvurderes, og det vil resultere i for store sikkerhedsfaktorer. Her vil Mohr-Coulomb være på den usikre side.

I dette tilfælde giver Hoek Brown et bedre billede af virkeligheden ved små spændingsniveauer og giver et mere realistisk billede af sikkerhedsfaktoren.

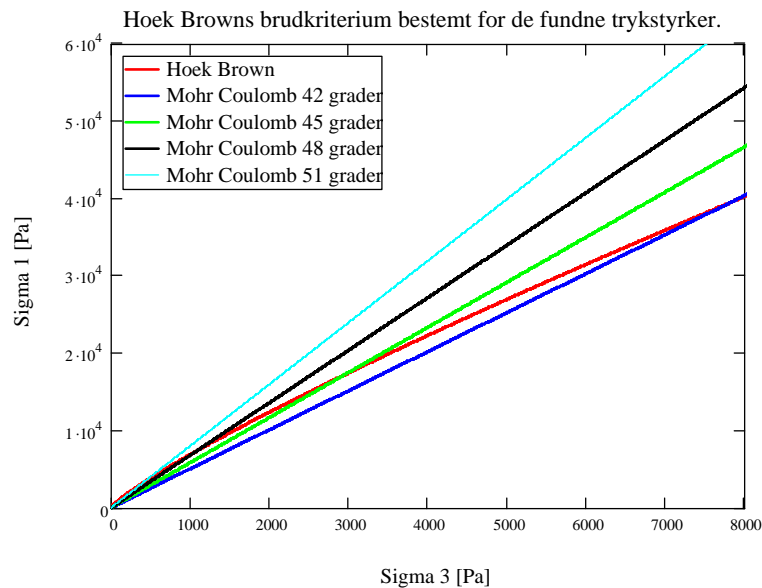
I Appendix 23 er Hoek Brown parametrenes indflydelse på sikkerhedsfaktoren undersøgt. Ved at øge parametrene  $a$  eller  $m$  opnås en større sikkerhedsfaktor. Det er dermed vigtigt at bestemme de rigtige Hoek Brown parametre.

I efterfølgende afsnit undersøges om andre værdier af friktionsvinklen vil give sikkerfaktorer, der er tættere på den, der er fundet ved Hoek Browns brudbetingelse.

## 9.8 Sikkerhedsfaktorens afhængighed af friktionsvinklen

Ved ren friktionsjord findes friktionsvinklen ved at indlægge den bedst mulige fællessekant, der skal gå igennem koordinatsystemets nulpunkt (jf. Moust Jacobsen 1989). Denne vurderingsmetode kan give meget forskellige friktionsvinkler, alt efter hvor sekanten indlægges. I det efterfølgende undersøges det, hvilken indflydelse friktionsvinklen har på brudlinien og sikkerhedsfaktoren. I projektet er der fundet en friktionsvinkel på  $42^\circ$ , og denne kan blive 10 grader større alt efter, hvor sekanten indlægges.

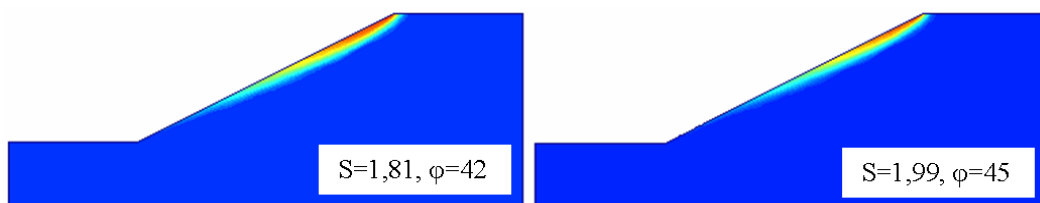
På Figur 117 er Mohr-Coulombs brudbetingelse plottet med forskellige friktionsvinkler i forhold til Hoek Browns brudbetingelse. Hoek Browns brudbetingelse er plottet med rødt. Ved små spændingsniveauer passer Mohr-Coulombs brudbetingelse med friktionsvinkler på henholdsvis  $45^\circ$  og  $48^\circ$  grader fint overens med Hoek Browns brudbetingelse.



**Figur 117: Hoek Browns brudbetingelse og Mohr-Coulombs brudbetingelse ved forskellige friktionsvinkler**

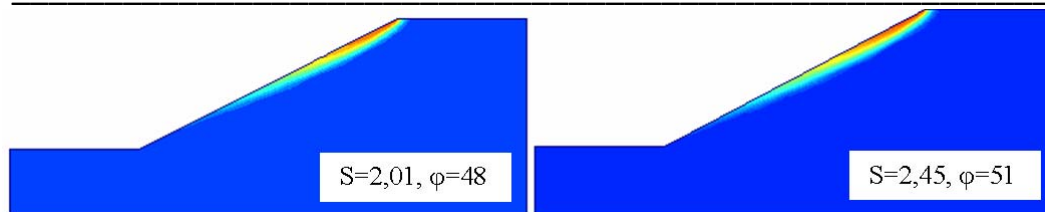
I Appendix 24 er Hoek Browns brudbetingelse med max. og min. værdier af parametrene  $a$  og  $m$  plottet i forhold til Mohr-Coulombs brudbetingelse med forskellige friktionsvinkler. Her ses, hvornår henholdsvis Mohr-Coulombs og Hoek Browns brudbetingelse er mest konservativ.

På Figur 118 til venstre ses brudlinien med en friktionsvinkel på  $42^\circ$  og til højre med en friktionsvinkel på  $45^\circ$ . Der er ikke stor variation i brudlinierne, men det er der dermed i sikkerhedsfaktorer. Ved en friktionsvinkel på  $42^\circ$  fås en sikkerhedsfaktor på 1,81, og ved  $45^\circ$  fås en sikkerhedsfaktor på 1,99.



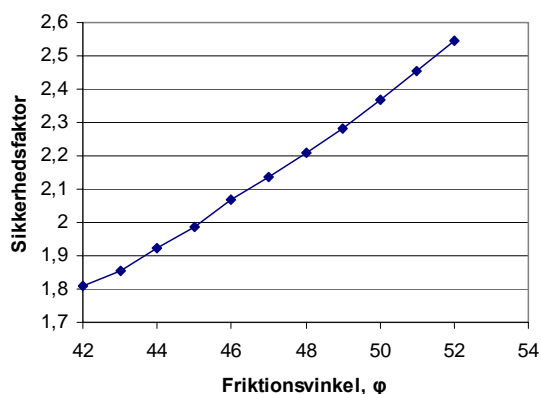
**Figur 118: Til venstre ses brudfiguren og den tilhørende sikkerhedsfaktor for  $\varphi=42$  og til højre for  $\varphi=45$**

På Figur 119 ses brudlinierne ved friktionsvinklerne på henholdsvis  $48^\circ$  og  $51^\circ$ . Ændringen i friktionsvinklerne medfører ikke store ændringer i brudlinien. Ved en friktionsvinkel på  $48^\circ$  fås en sikkerhedsfaktor på 2,01, og ved  $51^\circ$  fås en sikkerhedsfaktor på 2,45.



Figur 119: Til venstre ses brudfiguren og den tilhørende sikkerhedsfaktor for  $\phi=48$  og til højre for  $\phi=51$

På Figur 120 ses hvorledes sikkerhedsfaktoren stiger med friktionsvinklen. Det er dermed vigtigt, at bestemme den rigtige friktionsvinkel for den pågældende sand, da den har stor indflydelse på sikkerhedsfaktoren. I projektet kan friktionsvinklen variere med  $10^\circ$ , og dette medfører en variation på sikkerhedsfaktoren på ca. 0,8.



Figur 120: Friktionsvinklen i forhold til sikkerhedsfaktoren

For at finde den friktionsvinkel i Mohr-Coulombs brudbetingelse der passer bedst overens med Hoek Browns brudbetingelse, skal der fås samme sikkerhedsfaktorer ved de to metoder. Ved en friktionsvinkel på  $47,5^\circ$  fås en sikkerhedsfaktor på 2,169. Denne sikkerhedsfaktor svarer fuld overens med den fundet vha. Hoek Browns brudbetingelse. Det vil derfor være mere nøjagtigt at anvende en friktionsvinkel på  $47,5^\circ$  i stedet for  $42^\circ$ . Det er dog umuligt at vurdere denne friktionsvinkel ud fra en fælleskant, og Hoek Browns brudbetingelse er dermed at foretrække i sådanne beregninger.

### 9.9 Opsummering

Der er fundet frem til, at det udarbejdede Matlab program for skråningsstabilitet er udført korrekt. Her er sikkerhedsfaktorerne fundet vha. Mohr-Coulomb i Matlab programmet og ved PLAXIS og Geo-Slope. Der er fin overensstemmelse mellem de 3 programmer. Geo-Slope er ikke et finite element program, men giver en god indikation af brudfiguren og sikkerhedsfaktoren. Dog er det nødvendigt at have en god fornemmelse af, hvor brudlinjen vil gå.

Herefter er der fundet frem til, at sikkerhedsfaktorerne fundet ved Hoek Browns brudbetingelse er større end dem fundet ved Mohr-Coulombs brudbetingelse. Det tyder på, at Mohr-Coulombs brudbetingelse undervurderer styrkerne ved små spændingsniveauer, og det medfører mindre sikkerhedsfaktorer end Hoek Brown.

Størrelsen af Hoek Brown parametrene  $a$  og  $m$  har stor indflydelse på sikkerhedsfaktoren.

Slutteligt er der fundet frem til, at friktionsvinklen ved Mohr-Coulomb beregninger har stor indflydelse på sikkerhedsfaktoren. Det er dermed vigtigt at have den rigtige værdi af friktionsvinklen. Med en friktions vinkel på  $47,5^\circ$  ved Mohr-Coulomb beregninger fås en sikkerhedsfaktor, der er lig den fundet ved Hoek Browns brudbetingelse.

Det er usikkerheder ved anvendelse af begge brudkriterier, men det vurderes dog at Hoek Brown er mest korrekt, da den medtager styrkevariationen.

## 10 Konklusion

I finite element programmer simplificeres jords opførsel ved at anvende det lineære Mohr-Coulomb brudkriterium. Dette er en god tilnærmelse i en lang række tilfælde. Denne rapport beskæftiger sig med to applikationer, hvor det derimod ikke er en god tilnærmelse.

Jord har en stor styrkevariation ved små spændingsniveauer. Mohr-Coulomb ser bort fra dette ved at antage, at jord er et lineært materiale. I dette projekt er det ikke lineære Hoek Brown brudkriterium sammenholdt med det traditionelle Mohr-Coulomb brudkriterium. Hoek Browns brudkriterium anvendes i dag til finite element beregninger på stenmasser. I dette projekt er brudkriteriets anvendelighed på friktionsjord undersøgt.

Der er foretaget triaksiale trykforsøg på den aktuelle sand. Formålet er at bestemme materialeparametrene, der indgår i de to brudkriterier. Materialeparametrene i Mohr-Coulomb blev fundet ved optegning af Mohrs cirkler. Herefter blev den bedst mulige sekant skønnet. Ud fra dette skøn blev friktionsvinklen bestemt. Hoek Brown parametrene blev fundet ved ikke-lineær regression. Det er de gennemsnitlige værdier, der er anvendt i projektet, og der er foretaget parameterstudier for  $a$  og  $m$ .

I det udarbejdede Matlab program blev brudfiguren rundt om fodpælen undersøgt ved varierende dybde-/diameterforhold. I 2005 fremkom en lokal brudfigur rundt om fodpælen ved dybde-/diameterforhold på 3,2 og 5,2. Det har ikke været muligt at få det tilsvarende ved anvendelse af Mohr-Coulombs eller Hoek Browns brudkriterium. Hoek Browns brudkriterium har givet de bedste resultater i forhold til forsøgene fra 2005. Ved Hoek Browns brudkriterium fremkom den lokale brudfigur ved et dybde-/diameter forhold på 7,4.

Det lykkedes, at frembringe den lokale brudfigur ved forholdet 3,2 ved at sænke Hoek Brown parametrene, dvs. ved at give jorden en urealistisk lille styrke. Helt generelt er det jordens styrke, der bestemmer, hvordan brudfiguren kommer til at se ud. Dette kommer også til udtryk ved, at den lokale brudfigur fremkommer langt før ved en ikke associeret beregning frem for en associeret beregning.

Sammenlignet med Mohr-Coulombs brudkriterium lå bæreevnerne fundet vha. Hoek Browns brudkriterium tættere op ad forsøgsresultaterne, som forventet. Hoek Browns ikke-lineære brudkriterium kan derfor med fordel anvendes til beregning af bæreevnen af fodpæle i friktionsjord ved lave dybder. Der er ikke lavet forsøg for større dybde-/diameterforhold end 5,2. Derfor har det ikke været muligt at undersøge, for hvilket dybde-/diameterforhold det gælder, at Hoek Brown er mere præcis end Mohr-Coulomb, da der ikke er nogen sammenligningsgrundlag. Mohr-Coulombs brudkriterium kan muligvis være mere egnet ved større dybde-/diameterforhold, hvor der haves større spændinger i jorden. Dette kunne være interessant at undersøge i fremtiden.

Ved anvendelse af Hoek Browns brudkriterium fås resultater, der ligger tæt op ad forsøgene fra 2005. Der er dog usikkerheder på Hoek Brown parametrene  $a$  og  $m$ , og disse skal dermed bestemmes korrekt for at få brugbare resultater.

Både bæreevne og brudfigur er undersøgt for nye geometrier af fodpælen. Helt i overensstemmelse med forsøgene foretaget i 2005, har udformningen af den nederste del af fodpælen stor indflydelse på bæreevnen. Det var dog heller ikke muligt at frembringe den lokale brudfigur ved dybde-diameterforhold på 3,2 for de ændrede geometrier.

Anvendes finite elementmetoden til beregning af skråningsstabilitet, giver Hoek Browns brudkriterium større sikkerhedsfaktorer end Mohr-Coulombs med en friktionsvinkel på  $42^\circ$ . Størrelsen af friktionsvinklen er svær at fastlægge. Den skønnede friktionsvinkel har en stor betydning, da den kommer til at afgøre, om sikkerhedsfaktoren regnes på den sikre eller usikre side. I eksemplet i rapporten blev friktionsvinklen skønnet til  $42^\circ$ , hvor den sammenlignet med Hoek Browns brudkriterium burde være  $47,5^\circ$ . I dette tilfælde var skønnet af friktionsvinklen konservativt. Det kunne ligeså godt være modsat. Usikkerheden på forsøgsresultaterne har indflydelse på bestemmelsen af Hoek Brown parametrene.

Der er usikkerheder på begge brudkriterier, men det vurderes, at anvendelsen af Hoek Browns brudkriterium ved små spændingsniveauer er mest korrekt, da den medtager styrkevariationen.

Det er meget omstændeligt at køre det udarbejdede Matlab program på dets nuværende form, da den enaksede trykstyrke  $\sigma_c$ , ikke kan sættes til nul. Derfor skal programmet køres for den mindst mulige værdi af  $\sigma_c$ . Dette kan tage utroligt mange gennemregninger, før den mindst mulige værdi af  $\sigma_c$  findes.

Ud fra de undersøgelser, der er foretaget i rapporten, tyder alt på, at Hoek Browns brudkriteriums med fordel kan anvendes til bestemmelse af bæreevneberegninger af fodpæle og stabilitetsberegninger af skråninger i friktionsjord.



---

## Kildeliste

Bishop (1965), "Undisturbed samples of London Clay from the Ashford Common Shaft: Strength – effective normal stress relationship." *Geotechnique*, 15 (1), 1-31.

E. Hoek and P. Marinos (2007), "A Brief history of the development of the Hoek-Brown failure criterion". Significant papers. *Soils and Rocks*, No. 2., November 2007.

Harremöes, K. Ovesen og M. Jacobsen (1998). Lærebog i geoteknik 2, 4. Udgave, Polyteknisk Forlag, Danmark.

J. Clausen (2007), Efficient Non-Linear Finite Element Implementation og Elasto-Plasticity for Geotechnical Problems. Ph.D. thesis. Esbjerg Institute of Technology.

M. Jacobsen (1989), "Lærebog i videregående geoteknik 1 - Brud i jord, Aalborg Universitet, Danmark.

M. Jacobsen (1993), "Lærebog i videregående geoteknik 2 - sætninger, Aalborg Universitet, Danmark

M. Jacobsen (1992), "Bearing capacity and settlements of piles, Aalborg Universitet, Danmark

M. Maksimovic (1972), " Nonlinear failure envelope for soils". *Jour. Geotech. Eng.* 115(4), 581-586.

N.K. Ovesen (1975), "Optrækningsmodstanden af cirkulær ankerplader i sand", s.72-85, Polyteknisk Forlag, Danmark.

N. V. Frandsen og A. M. Mikkelsen (2005), "FODPÆLE–alternativ funderingsmetode til vindmøller". Afgangprojekt på civilingeniørretningen, Bygge og anlægskonstruktion ved Aalborg Universitet Esbjerg.

PLAXIS 7 Reference Manual (1998), A.A Balkema, Holland.

Ponce and Bell (1975), "Shear strength of sand at extremely low pressures, *Jour. Geotech. Eng.*, 9(4), 625-638.

R. Baker (2004), "Nonlinear Mohr Envelopes Based on Triaxial Data" *Jour. Geoth. And Geoenv. Eng.*

V. Miquel Ponce and James M. Bell (1971) "Shear strength of sand at extremely low pressure". *Journal of the soil mechanics and foundations division. Proceedings of the American society of civil engineers.*

## EDB referenceliste

Adobe Acrobat 5.0

ANSYS 11.0

AutoCad 2007

Excel 2007

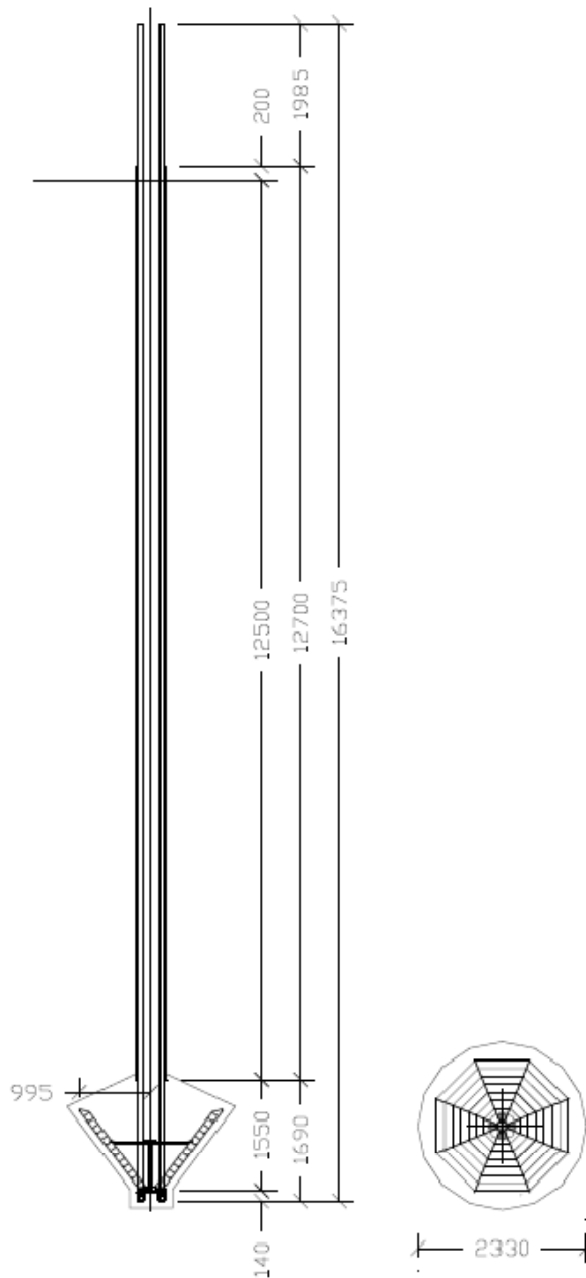
MathCad 13

Matlab 7.0

PLAXIS 7.2

## 11 Bilag 1

Udarbejdet af: Nanna Vesterlund Frandsen og Agnethe Mai Mikkelsen<sup>2</sup>



<sup>2</sup> Afgangprojekt på civilingeniørretningen, Bygge og anlægskonstruktion ved Aalborg Universitet Esbjerg. FODPÆLE-alternativ funderingsmetode til vindmøller. N. V. Frandsen og A. M. Mikkelsen

## 12 Bilag 2

**Skrevet af: Nanna Vesterlund Frandsen og Agnethe Mai Mikkelsen<sup>3</sup>**

Det nyskabende ved fodpælen er metoden, der muliggør støbningen af det dybtliggende betonfundament under grundvandsspejlet. I det efterfølgende beskrives installationsproceduren for fodpælen.

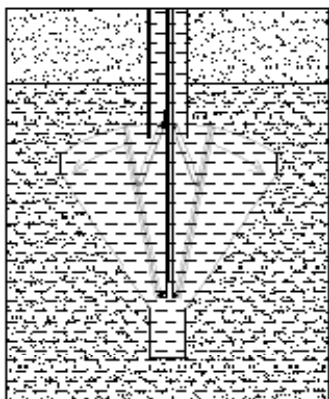
Indledningsvist vibreres et foringsrør ned i jorden, hvorefter jorden heri snegles op. For at muliggøre udgravningen af hullet til foden, er det nødvendigt, at stabilisere den ovenliggende jordmasse, således at denne forhindres i at falde ned i hullet. Dette gøres, ved at injicere gelatine i jordmassen for enden af foringsrøret, hvilket bevirker, at jorden bliver stivere og mere sammenhængende. Injektionen sker gennem 3 mindre injektionsrør, der er monteret på foringsrøret, se Fig. 1.4. Dette har dog ingen betydning for bæreevnen på længere sigt, eftersom gelatine er et organisk materiale.



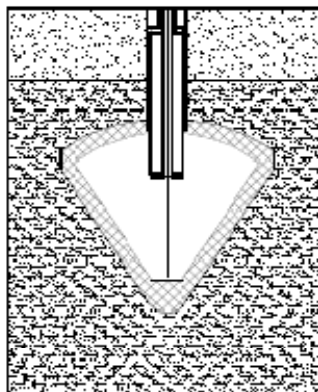
**Figur 1-4** Foringsrør med injektionsrør

Under udgravningen til foden nedsænkes en skraber, der benyttes til at løsne jorden, se Fig. 1.5. I tilfælde med udgravning under grundvandsspejlet anvendes samtidigt et overtryk af vand. Overtrykket skal sikre, at der udelukkende sker en vandstrømning bort fra udgravningen, hvilket forhindrer de omkringliggende jordmasser i at falde ind i udgravningen. Foden støbes af to gange, hvor der i første omgang støbes en forskalling, hvorved der skabes et hulrum til senere støbning af foden. Forskallingen er illustreret på Fig. 1.6. Støbningen af betonsforskalling til foden giver mulighed for, at foretage såvel en inspicering af om hulrummet har den korrekte geometri som at kontrollere at armeringen er placeret og udfoldet korrekt. At dette kan kontrolleres inden selve foden støbes overflødiggjør kontrollerende belastningsforsøg, hvilket er en væsentlig besparelse.

<sup>3</sup> Afgangsprojekt på civilingeniørretningen, Bygge og anlægskonstruktion ved Aalborg Universitet Esbjerg. FODPÆLE-alternativ funderingsmetode til vindmøller. N. V. Frandsen og A. M. Mikkelsen

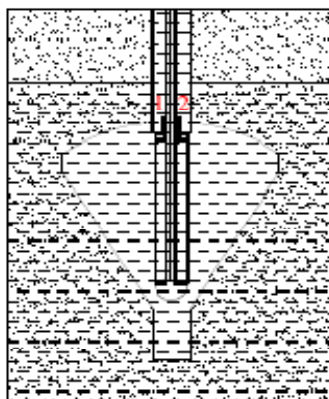


Figur 1-5 Udgravning til fod ved brug af skraber

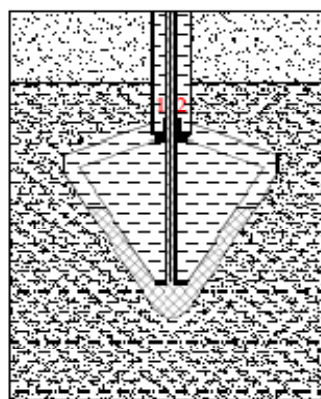


Figur 1-6 Forskalling af hulrum til udstøbning af fod

For at styre udstøbningen af betonforskallingen benyttes 3 trykballoner, der nedsænkes i hulrummet. Først fyldes den midterste ballon med vand gennem ventil 1, se Fig. 1-7, indtil yderste og midterste ballon er fuldt udspilet. Herefter fyldes den inderste ballon med vand gennem ventil 2, indtil denne er udspilet og har opnået den ønskede form. Herefter pumpes betonen gennem sugerøret ind mellem yderste og midterste ballon, se Fig. 1.8. Dette sker samtidig med, at vandet fra den midterste ballon fortrænges gennem ventil 1.

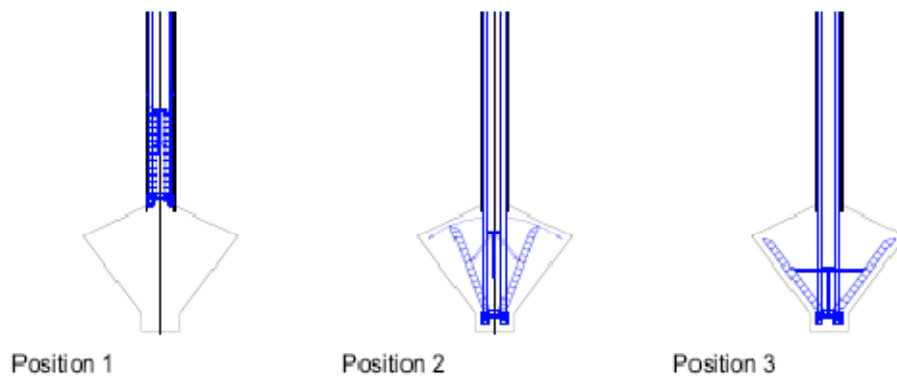


Figur 1-7 Ventiler til opfyldning af balloner



Figur 1-8 Støbning af forskalling

Ca. et døgn efter støbningen af betonforskallingen er denne hærdet tilstrækkeligt til, at den inderste og mellemste ballon kan fjernes. Herefter installeres armeringen. Denne føres ned gennem foringsrøret, hvorefter denne foldes ud, som en omvendt paraply. Dette er illustreret på Fig. 1.9. Efter placeringen af armeringen og inspektionen er udført, kan foden og pælen støbes.



**Figur 1-9** Installering af armering

## 13 Appendiks 1

### - Jordlegemets størrelse

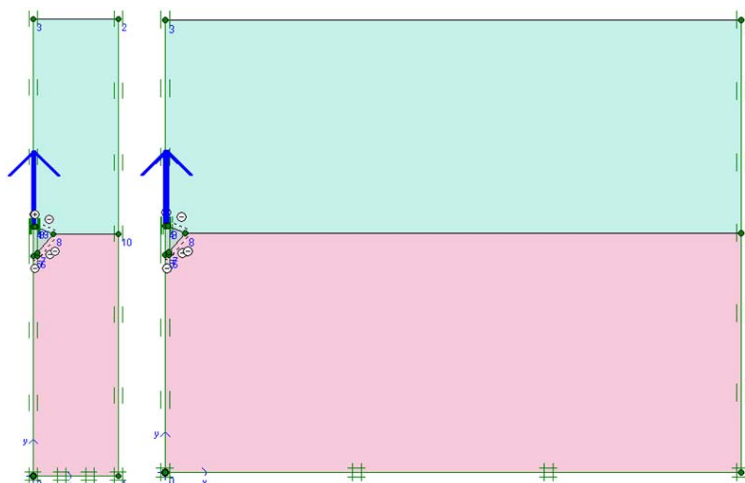
I dette appendiks beskrives hvorledes jordlegemets størrelse er valgt. Randbetingelserne må ikke have indflydelse på resultaterne. Det er valgt at bestemme jordlegemets størrelse vha. PLAXIS, og der regnes med rotationssymmetri.

Der er anvendt følgende materialeparametre, som er gældende for den anvendte sand, se Tabel 32.

$\psi=8^\circ$	$\varphi=42^\circ$	Kohæsion $\approx 0$	$\nu=0,3$	$\gamma=15\text{kN/m}^3$	$E=20\text{MPa}$
----------------	--------------------	----------------------	-----------	--------------------------	------------------

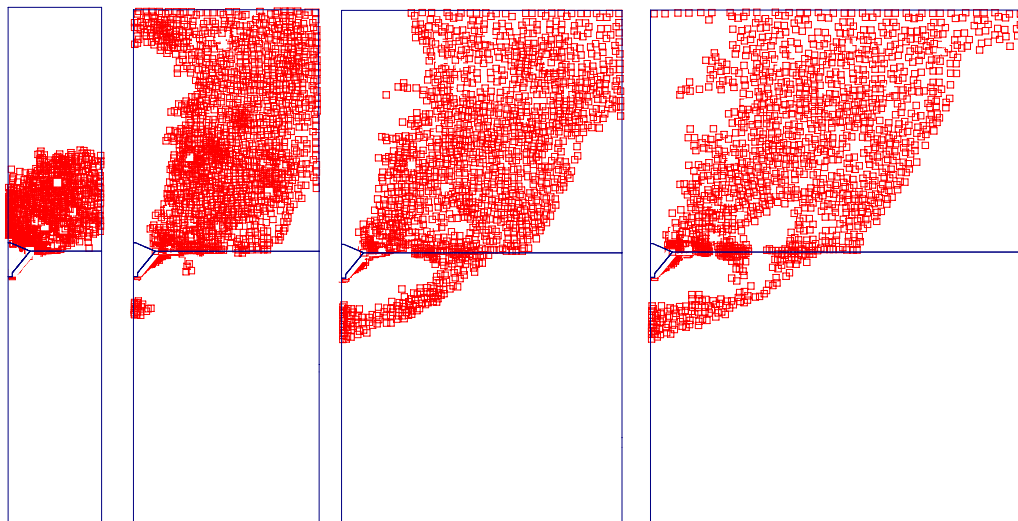
Tabel 32: De anvendte materialeparametre

Højden af jordlegemet holdes konstant på 1,1 m, mens bredden varieres. På Figur 121 ses den mindste og den største bredde af jordlegemet. Disse er henholdsvis 0,2 og 1,4 m bredde.



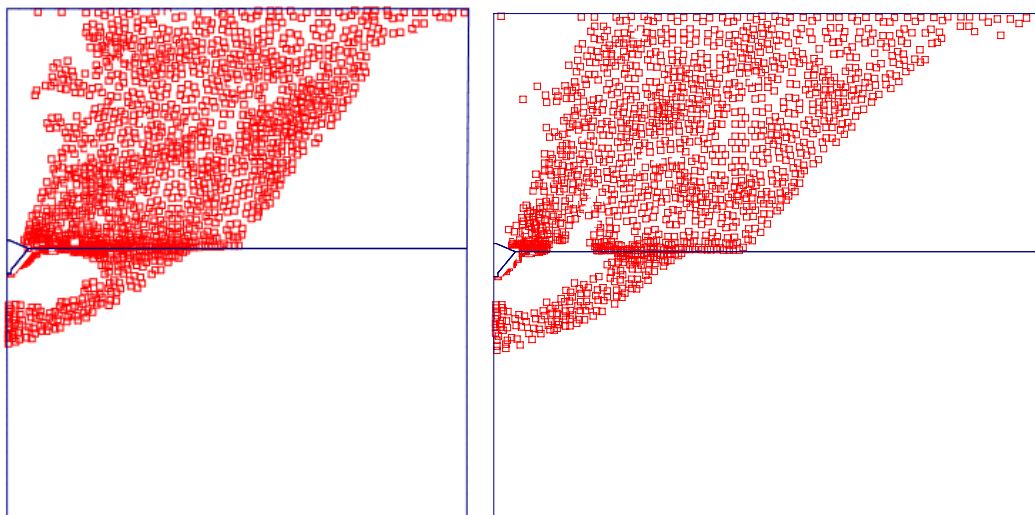
Figur 121: Den mindste og den største bredde af jordlegemet

I det efterfølgende undersøges, om der opstår plastiske punkter langs højre rand ved de forskellige bredder. På Figur 122 er de plastiske punkter plottet for jordlegemebredderne 0,2, 0,4, 0,6 og 0,8 m. Der er plastiske punkter langs randen i alle de 4 tilfælde. Dette indikerer, at bredderne er for små. Ved 0,8 m er der dog ikke en stor udbredelse af de plastiske punkter langs randen.



**Figur 122: Plastiske punkter ved jordlegeme bredderne 0,2, 0,4, 0,6 og 0,8 m**

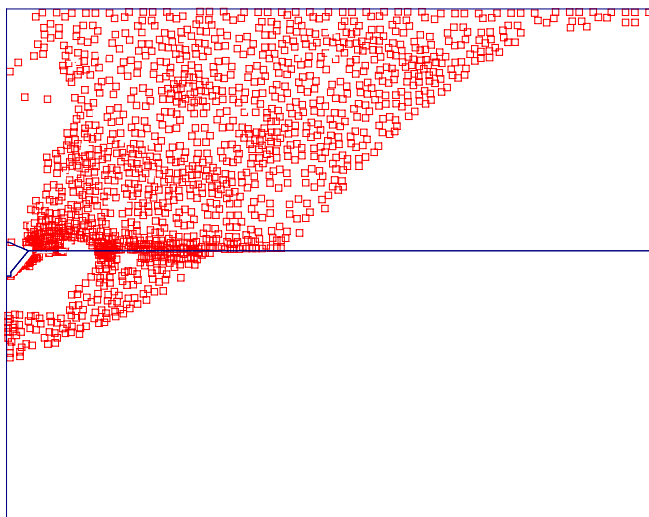
På Figur 123 ses de plastiske punkter langs randen ved bredderne 1,0 og 1,2 m. I begge tilfælde er der næsten ingen plastiske punkter langs randen.



**Figur 123: Plastiske punkter ved jordlegeme bredderne 1,0 og 1,2 m**

På Figur 124 ses de plastiske punkter langs randen ved en bredde på 1,4 m. Der er næsten ingen plastiske punkter langs randen. Der er dog stadigvæk enkelte punkter øverst langs randen.

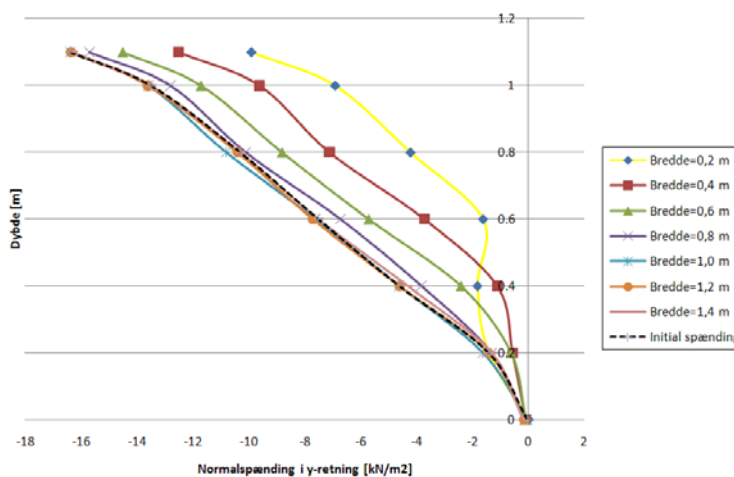




Figur 124: Plastiske punkter ved jordlegeme bredden 1,4 m

Det vurderes, at den korrekte brudfigur fremkommer ved bredderne 1,0 m til 1,4 m, og at de enkelte plastiske punkter øverst i højre rand ved disse bredder ikke har nogen betydende indflydelse.

Dette undersøges dog yderligere. Her undersøges spændingsfordelingen langs højre rand. Spændingerne ned langs højre rand efter belastning skal være de samme som initialspændingerne. Hvis dette er tilfældet er jordlegemet stort nok. Initialspændingerne bestemmes vha. Ko-princippet. På Figur 125 ses de vandrette normalspændinger langs randen ned gennem jordlegemet ved de forskellige jordlegemebredder. Herudover er initialspændingen plottet med sort. Det ses tydeligt, at der ved de største bredder er bedst overensstemmelse med initialspændingerne. Det vurderes, at en bredde på 1,0 m er tilstrækkelig, og denne anvendes i projektet.



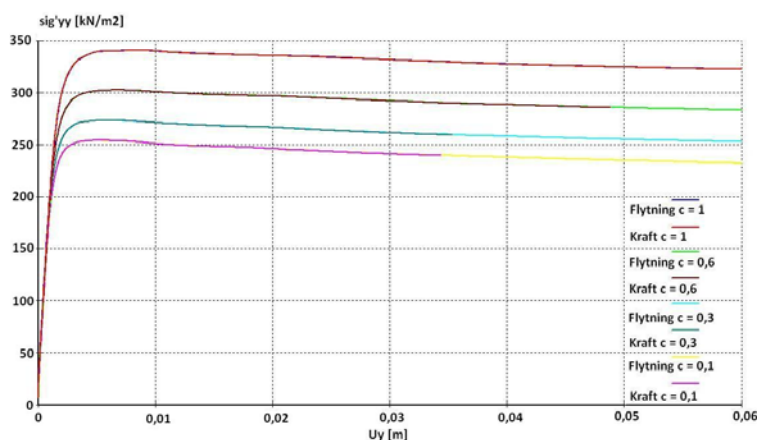
Figur 125: Normalspændingerne langs randen ved varierende jordlegemebredder

## 14 Appendiks 2

### - *Kraftstyret vs. flytningsstyret beregninger*

I PLAXIS er det muligt at påsætte en kendt flytning på sin model eller en kendt kraft. I dette appendiks undersøges det, hvilken forskel det har på resultaterne at køre en flytningsstyretberegning frem for en kraftstyret beregning. Denne undersøgelse foretages i PLAXIS.

Modellen beskrevet i afsnit. 4.1 belastes til brud ved forskellige størrelser af kohæsionen. Da alle beregninger er foretaget på friktionsjord, skal kohæsionen være 0. Det er imidlertid ikke muligt at sætte kohæsionen til 0 i PLAXIS, men til en lille størrelse. De målte spændinger i y-retningen er plottet på Figur 126 som funktion af flytningerne.



**Figur 126: Spændingerne i y-retningen som en funktion af flytningerne i y-retningen. Flytning refererer til at beregningen er foretaget som flytningsstyret. Kraft refererer til at beregningen er foretaget som kraftstyret. C er størrelsen på kohæsionen.**

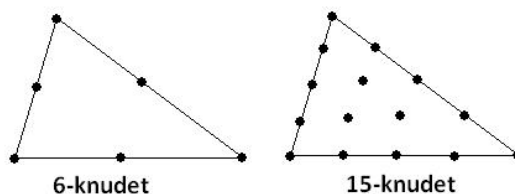
Det fremgår af figuren, at den største forskel er at finde ved små værdier for kohæsionen, c. Årsagen til, at resultaterne ikke er ens ved en lille kohæsion, skyldes forskellen i beregningsmetoden. Ved en flytningsstyret beregning findes flytningen i det øjeblik, der er ligevægt. Ved en kraftstyret beregning skal der derimod beregnes en flytning for hver krafttilvækst indtil ligevægt. Denne ligevægt er svær at fastlægge ved små kohæsioner.

Når c bliver større end 1, er det uden betydning for resultaterne, om der regnes kraft- eller flytningsstyret. Er c derimod mindre end 1, undervurderes jordens styrke ved en kraftstyret beregning. Det vurderes derfor, at det er bedst at regne flytningsstyret.

## 15 Appendiks 3

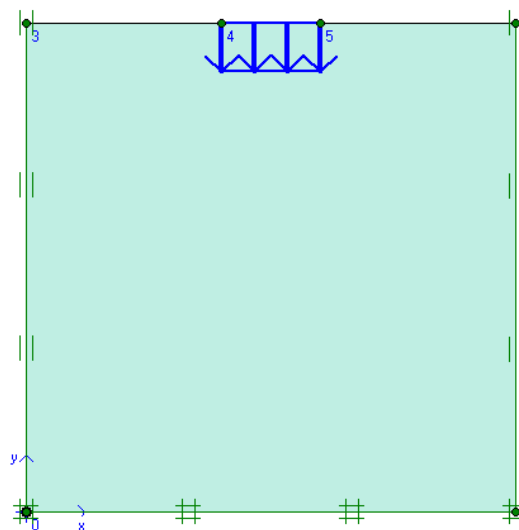
### - Konvergensstudie

I dette afsnit vil der bliver foretaget et konvergensstudie mellem de 6 knudede og 15 knudede trekantselementer, der kan anvendes i PLAXIS. Trekantselementerne ses på Figur 127.



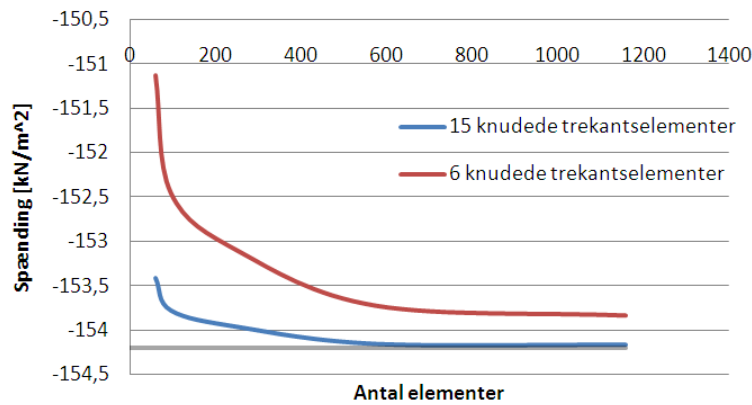
Figur 127: Illustration af 6-knudet og 15-knudet trekantselementer.

Valg af elementtype har en indflydelse på nøjagtigheden af resultaterne og selve beregningstiden. Derfor foretages en sammenligning af beregningsnøjagtigheden og beregningshastigheden af de to elementer i dette afsnit. Konvergensstudiet foretages på et simpelt firkantet jordlegeme, der er påført en linielast øverst på midten se Figur 128.



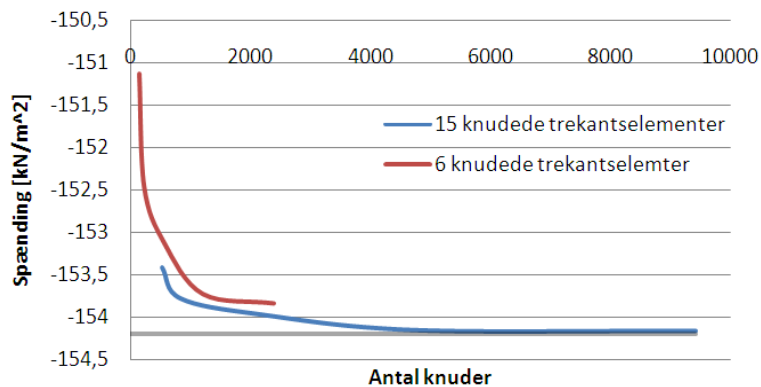
Figur 128: Emne konvergensstudiet foretages på.

På Figur 129 er der foretaget en sammenligning af de totale spændinger, der er fremkommet ved anvendelse af det samme antal elementer. Det ses, at det 6-knudede trekantselement konvergerer langsommere end det 15-knudede.



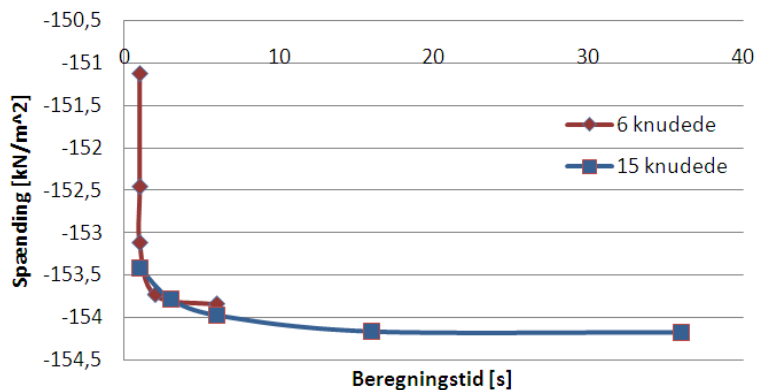
Figur 129: De totale spændinger som funktion af antal elementer.

På Figur 130 er de beregnede spændinger som funktion af antal knuder sammenlignet. Igen ses det, at det 6-knudedede trekantselement konvergerer langsommere end det 15-knudedede.



Figur 130: De totale spændinger som funktion af antal knuder.

Sammenlignes spændingerne som funktion af tiden, ses det, at det beregningshastigheden er væsentligt forøget for de 15-knudedede elementer med et fint mesh, se Figur 131.



Figur 131: de beregnede spændinger som funktion af beregningstiden.

## Numeriske løsninger på geotekniske problemer

---

Nøjagtigheden af beregningerne er proportional med beregningshastigheden. Det vurderes, at der godt kan opnås tilstrækkelig nøjagtige resultater i projektet ved anvendelse af de 6-knodede trekantselementer.

## 16 Appendiks 4

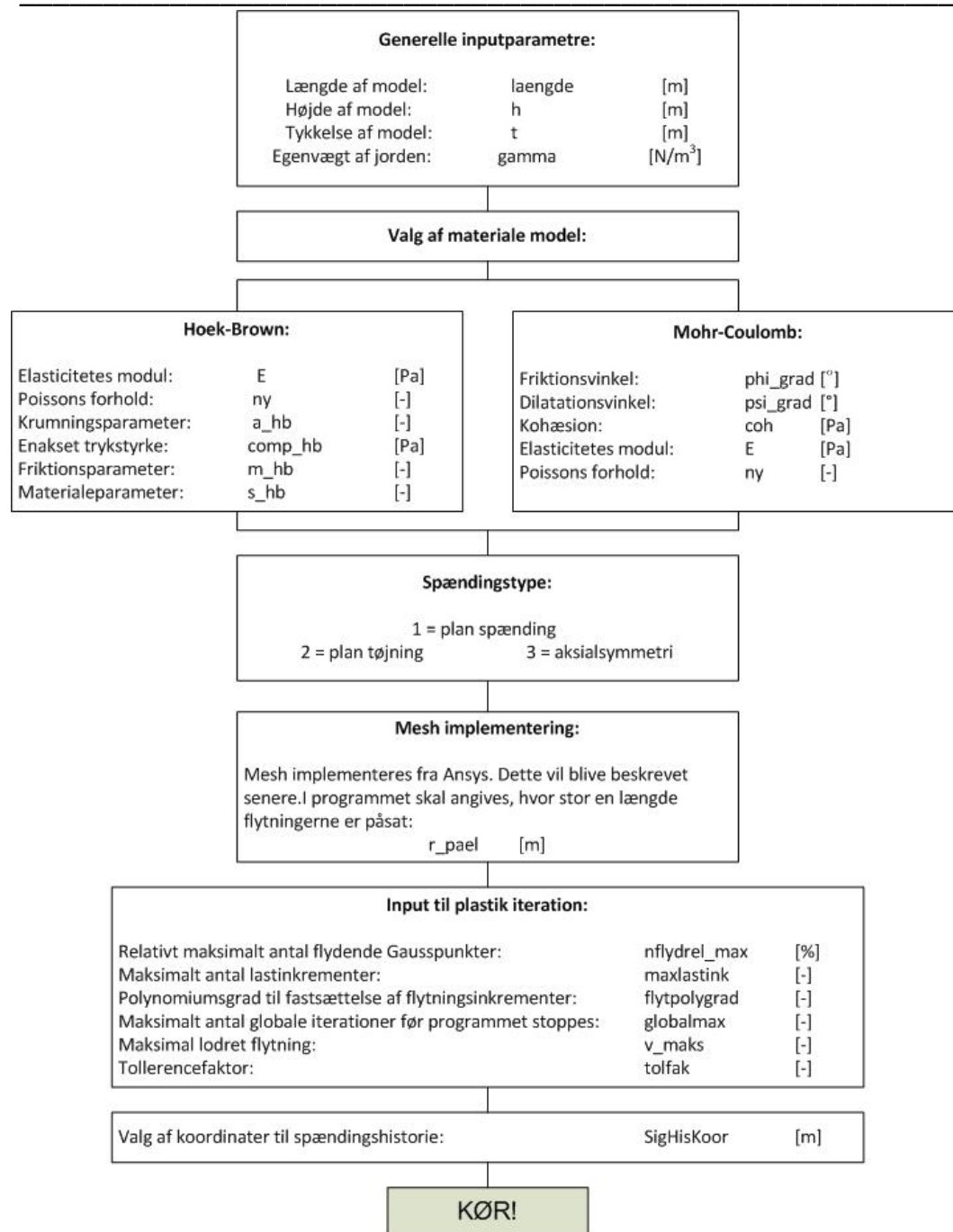
### - *Beskrivelse af det udarbejdede Matlab program*

I dette appendiks vil det udviklede program blive beskrevet. Afsnittet er inddelt i 3. I det første afsnit er der beskrevet, hvilke inputs brugeren skal give programmet. Herunder er det forklaret, hvordan topologien er hentet ind fra Ansys. I andet afsnit er det beskrevet, hvordan selve programmet kører, og i tredje afsnit er det beskrevet, hvilke outputs programmet giver.

### **De nødvendige inputs**

På Figur 132 er der en oversigt over de inputs, programmet skal kende, for at kunne udføre de ønskede beregninger.

## Numeriske løsninger på geotekniske problemer



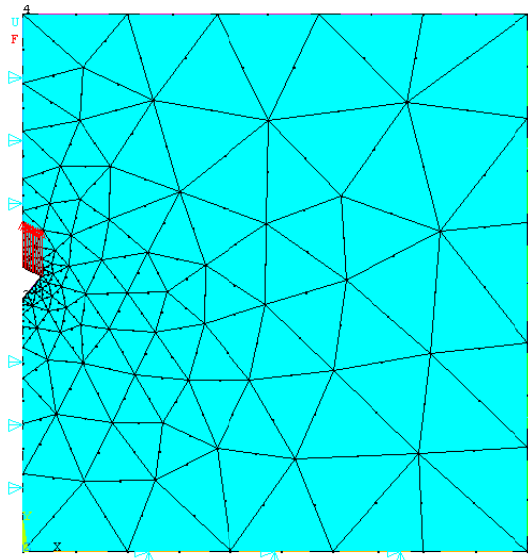
**Figur 132: Input der skal defineres i Matlab-programmet.**

Først skal programmet have generelle inputs om størrelsen af modellen. Det næste er valg af materialemodel Hoek Brown eller Mohr-Coulomb. Den pågældende models parametre skal indtastes. Der skal vælges hvilken spændingstype, programmet skal regne med. Meshet skal implementeres. Der skal vælges input til den plastiske iteration, og endelig skal der vælges koordinater, hvori spændingshistorien ønskes kendt.

Som det fremgår af tabellen, er det valgt at bygge selve modellen op i Ansys og derefter hente topologien ind.

## Topologi fra Ansys

I det kommercielle finite element program Ansys bygges modellen op med knuder, linier og areal. Arealet inddeles i LST-elementer vha. af mesh-funktionen, der er indbygget i Ansys. I Ansys påsættes de ønskede randbetingelser også. På Figur 133 ses et eksempel på Ansys modellen af fodpælen.



Figur 133: Ansysmodel af fodpælen

Når modellen ser ud som ønsket, skal der hentes 3 filer ud, der indeholder topologien, som matlab-programmet skal bruge. Disse 3 filer er:

- Knudekoordinaterne
- Elementerne
- Knuder hvor der er påsat flytninger. Det gælder også knuderne, der er fastholdt

Det sidste skridt er at angive den korrekte sti inde i matlab-programmet, der kan finde de 3 nye topologi filer.

## Opbygning af programmet

Når programmet har fået de nødvendige inputs, og topologien er implementeret, kan programmet køres. Kildekoderne til programmet er vedlagt på CD.

Lasten initieres først elastisk. Når spændingerne når ud i det plastiske område, skal de sendes tilbage til flydefladen. Da der regnes med en Hoek Brown model, er der indlagt 4 returneringsregioner i programmet.

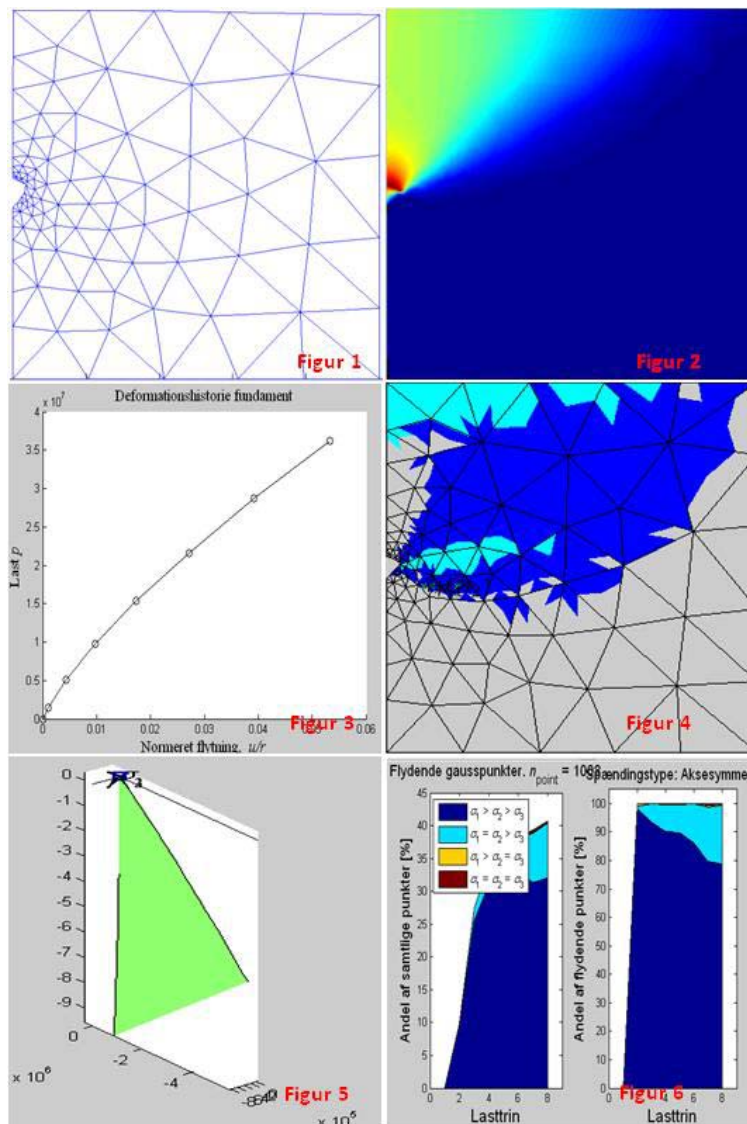
Lasten påsættes i inkredimenter. I hvert inkrediment er der opnået ligevægt ved at lade residualen, forskellen mellem de ydre og indre kræfter, gå mod nul. De globale ligevægtsiterationer bliver i praksis ved med at køre, indtil residualen er mindre end tolerancefaktoren "toIfak". Til at foretage denne iteration er Newton-Raphson anvendt. Med Newton-Raphson opdateres stivhedsmatricen I hver iteration. Spændingerne og stivhedsmatricerne opdateres vha. Return Mapping. Metoden, der giver spændingerne ud fra tøjningsinkredimenterne, er den konstitutive lov.



Endelig har programmet foretaget de nødvendige beregninger, der giver programmets outputs

### Outputs

Når matlab-programmet er kørt popper 6 plots op. Disse 6 plots ses på Figur 134.



Figur 134: Output fra matlab-programmet.

- På Figur 1 er det deformede elementnet for de 6-knudedede trekantelementer plottet. Her ses det at fodpælen er trukket opad.
- Figur 2 viser jordens deformationer.
- Figur 3 viser et registreret punkts flytning. Antallet af punkter på grafen, afhænger af antal inkremitter.
- Figur 4 viser de elementer, der flyder. På figuren er det muligt at markere de Gausspunkter, der anvendes til optegning af spændingshistorien.

- På Figur 5 er spændingshistorien for en række spændingspunkter i det tredimensionelle hovedspændingsrum plottet. Anvendes Hoek Brown, plottes Hoek Brown-kriteriet i hovedspændingsrummet.
- Figur 6 viser historien for antal flydende elementer.

## 17 Appendiks 5

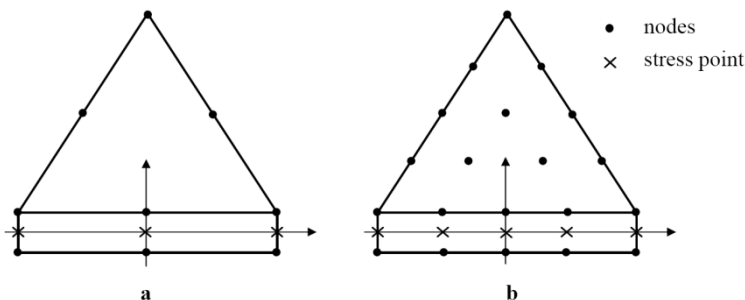
### - *Interfaceelementer*

Når interaktionen mellem jorden og konstruktionen skal modelleres i PLAXIS, anvendes interfaceelementer. Hermed kan der i modellen vælges, om der skal anvendes ru eller glatte overflader. Ruheden af interaktionen modelleres ved at vælge en passende værdi af styrkereduktionsfaktoren  $R_{inter}$ . Styrkereduktionsfaktoren  $R_{inter}$  vælges sammen med jordens styrkeparametre i hvert datasæt.

Styrkereduktionsfaktoren  $R_{inter}$  antager normalt værdier i intervallet  $[0,01;1]$ . Der regnes med, at interfaceelementerne er svagere og mere fleksible end det tilstødende jordlag.

I projektet er det valgt at sætte Styrkereduktionsfaktoren  $R_{inter}$  til 0,01 ved en glat overflade, og til 0,7 når interaktionen mellem beton og jord skal modelleres. Hvis Styrkereduktionsfaktoren  $R_{inter}$  sættes til 0,01, er der slet ingen interaktion mellem jorden og konstruktionen.

I PLAXIS skelnes der mellem 6- og 15-knuds elementer. Ved brug af 6-knuds elementer er det tilsvarende interfaceelement defineret ved tre knudepar. Interfaceelementet for 15-knuds elementet er defineret ved fem knudepar. Alt dette er illustreret på Figur 135.



Figur 135: Interfaceelementer ved 6- og 15-knuds elementer

Interfaceelementet har ikke en egentlig tykkelse, da knuden for interfaceelementet og det tilstødende element er sammenfaldende.

## 18 Appendiks 6

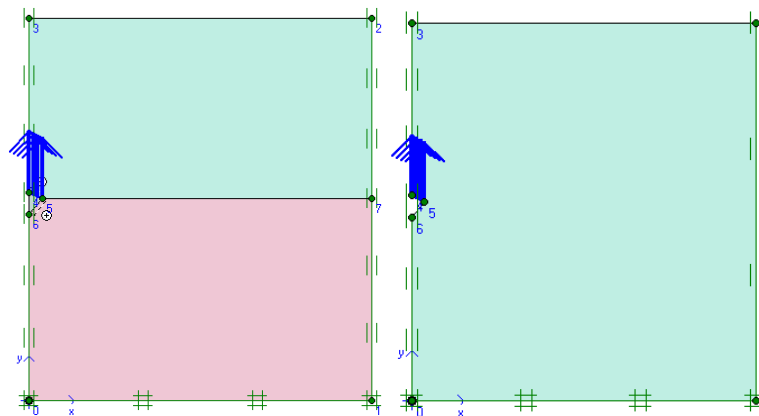
### - Sammenligning af resultater med og uden fodpæl i PLAXIS

I dette appendiks undersøges det, hvor stor forskellen er, når der modelleres med og uden fodpæl. Der anvendes de samme geometrier af fodpælen ved de to modeller. Undersøgelsen foretages i PLAXIS. Der er anvendt de materialeparametre, som ses i Tabel 33.

$\psi=8^\circ$	$\varphi=42^\circ$	Kohæsion $\approx 0$	$\nu=0,3$	$\gamma=15\text{kN/m}^3$	$E=20\text{MPa}$
----------------	--------------------	----------------------	-----------	--------------------------	------------------

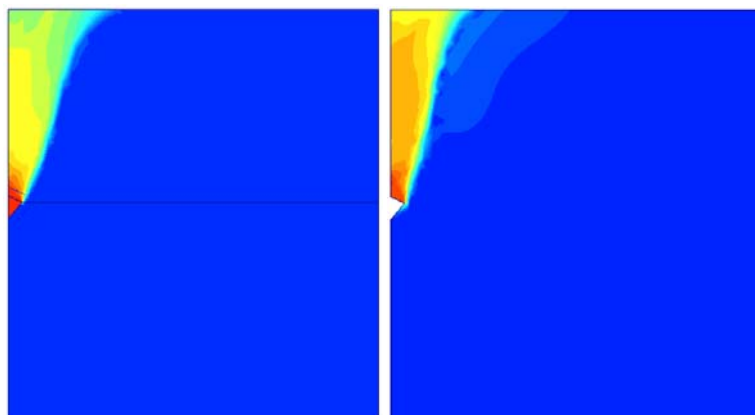
Tabel 33: De anvendte materialeparametre

På Figur 136 ses til venstre modellen med fodpæl og til højre uden fodpæl.



Figur 136: Til venstre modellen med fodpæl og til højre uden fodpæl

På Figur 137 ses til venstre brudfiguren for modellen med fodpælen og til højre uden fodpælen. Der er fin overensstemmelse mellem de to brudfigurer.



Figur 137: Til venstre brudfiguren med fodpæl og til højre uden fodpæl

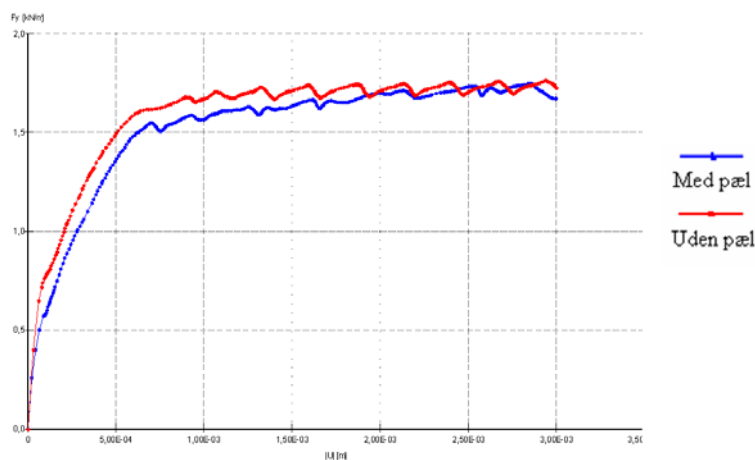
Idet der anvendes samme geometrier af fodpælen, bør de totale flytninger og spændinger næsten være ens for de to modeller. I Tabel 34 er de totale flytninger og

spændinger angivet for de to modeller. Det ses, at der er god overensstemmelse mellem dem som forventet.

	Med fodpæl	Uden fodpæl	Afvigelse %
Totale flytninger [m]	$3,00 \cdot 10^{-3}$	$3,00 \cdot 10^{-3}$	0,00
Totale spændinger [kN/m <sup>2</sup> ]	-71,5	-72,3	1,11

**Tabel 34: Totale flytninger og spændinger for de to modeller**

På Figur 138 er kraften plottet i forhold til deformationerne. Her er modellen med fodpælen plottet med blå og modellen uden fodpælen med rødt. Kraften og deformationer er i begge tilfælde fundet i et punkt over fodpælen. Det ses, at modellen med fodpæl giver lidt mindre kræfter end den uden fodpæl.



**Figur 138: Kraften,  $F_y$  plottet i forhold til deformationerne ved de to modeller.**

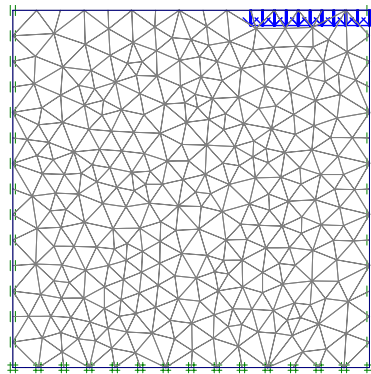
Det vurderes, at det udarbejdede Matlab program kan anvendes ved de forskellige undersøgelser i projektet.

## 19 Appendiks 7

### - *Sammenligning af udarbejdet Matlab program med PLAXIS*

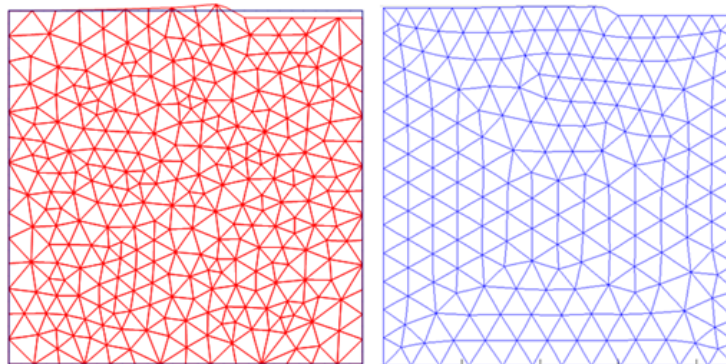
I dette appendiks undersøges om Matlab programmet er udarbejdet korrekt. Dette gøres ved at sammenligne spændinger og brudfigurer fra Matlab programmet med PLAXIS beregninger. Modellen som anvendes ses på Figur 139.

I bunden er modellen fastholdt både horisontalt og vertikalt, mens den kun er fastholdt horisontalt i de to sider. Domænet er 9\*9m, og der påsættes en flytning på 0,6m over et stykke på 3 meter. Der regnes med plan tøjning.



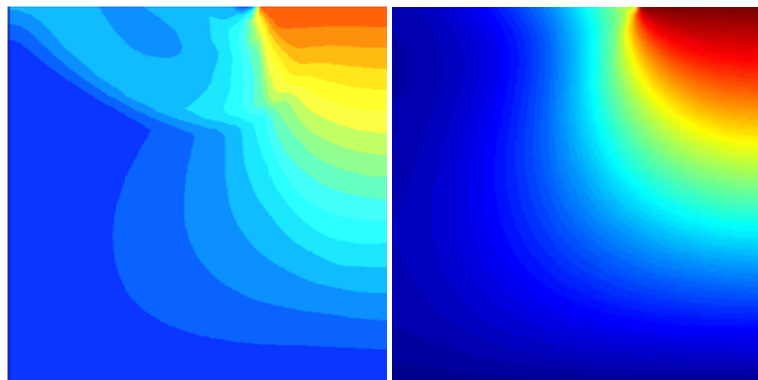
Figur 139: Model som anvendes til sammenligning mellem PLAXIS og Matlab

På Figur 140 til venstre ses et plot af de totale deformationer fundet i PLAXIS og til højre de totale deformationer fra Matlab. Det ses, at der er god overensstemmelse mellem de to figurer.



Figur 140: Til venstre det deformerede mesh fra PLAXIS og til højre fra Matlab

På Figur 141 til venstre ses det deformerede mesh fra PLAXIS og til højre fra Matlab programmet. Det er igen god overensstemmelse mellem de to figurer.



Figur 141: Til venstre den totale deformation fra PLAXIS og til højre fra Matlab

I Tabel 35 er den maksimale spænding fundet i henholdsvis PLAXIS og Matlab angivet.

Program	Spænding kN/ m <sup>2</sup>
Matlab	94,0
PLAXIS	93,6
Afvigelse	0,4 %

Tabel 35: Den maksimale spænding fra PLAXIS og Matlab

Der er god overensstemmelse mellem de to programmer.

## 20 Appendiks 8

### - Lejringsstæthed og vægt af prøver

For at testresultaterne skal kunne sammenlignes, skal der anvendes en lejringsstæthed af samme størrelse, som den der blev anvendt i 2005. Der anvendes en lejringsstæthed på  $I_D=0,6$ . Den relative lejringsstæthed,  $I_D$ , kan herefter bestemmes ved:

$$I_D = \frac{e_{\max} - e_{\text{insitu}}}{e_{\max} - e_{\min}}$$

I 2005 var poretallerne  $e_{\max}$  og  $e_{\min}$  for henholdsvis den løseste og den mest faste lejrings for den aktuelle sand blevet bestemt:

$$e_{\max} = 0,733 \qquad e_{\min} = 0,449$$

Heraf fås:

$$e_{\text{insitu}} = 0,733 - 0,6 \cdot (0,733 - 0,449) = 0,5626$$

$e_{\text{insitu}}$  er sandets naturlige poretal, dvs. for hver enkelt prøve:

$$e_{\text{insitu}} = \frac{\text{porevolumen}}{\text{kornvolumen}} = \frac{\text{samlet volumen} - \frac{\text{tyngden}}{\gamma_s}}{\frac{\text{tyngden}}{\gamma_s}}$$

Hvor  $\gamma_s$ , er jordens rumvægt og er  $2621 \text{ kg/m}^3$ .

Volumen af prøveemnet er:

$$V = \pi \cdot (35 \text{ mm})^2 \cdot 70 \text{ mm} = 269392 \text{ mm}^3$$

Sandmaterialets relative lejringsstæthed ønskes at ligge på omkring  $I_D = 0,6$ . For at opfylde det, skal vægten af prøven ligge omkring 450 g:

$$0,5626 = \frac{2,7 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 - \frac{\text{tyngden}}{2621 \text{ kg/m}^3}}{\frac{\text{tyngden}}{2621 \text{ kg/m}^3}} \rightarrow \text{tyngden} = 450 \text{ g}$$

De forskellige jordprøver har haft følgende vægte:

60A:	457,00 g
60B:	449,40 g
40A:	450,02 g
40B:	450,12 g



## Numeriske løsninger på geotekniske problemer

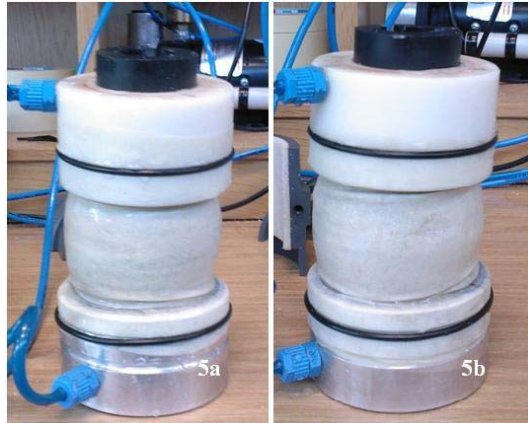
---

20A:	450,10 g
20B:	450,14 g
15A:	450,08 g
15B:	450,07 g
10A:	450,80 g
10B:	450,05 g
10C:	450,10 g
5A:	450,07 g
5B:	450,10 g

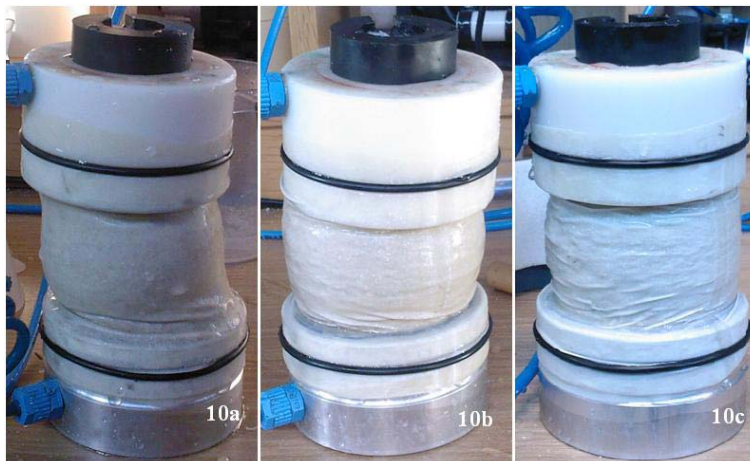
## 21 Appendiks 9

### - Prøveemner efter end belastning

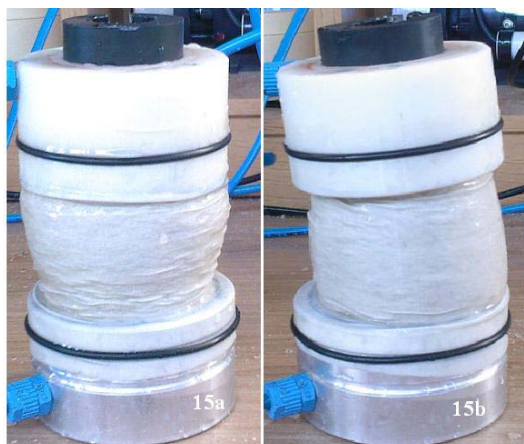
I dette appendiks er der vedlagt fotos af prøveemnerne efter endt belastning.



Figur 142: Prøveemner ved et kammertryk på 5kPa



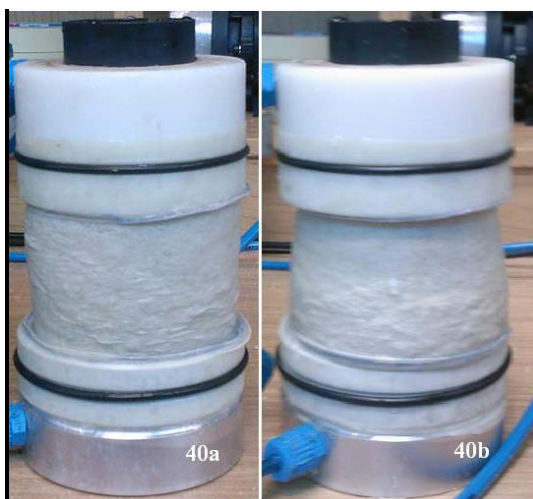
Figur 143: Prøveemner ved et kammertryk på 10 kPa



Figur 144: Prøveemner ved et kammertryk på 15kPa



Figur 145: Prøveemner ved et kammertryk på 20kPa



Figur 146: Figur 147: Prøveemner ved et kammertryk på 40kPa



Figur 148: Prøveemner ved et kammertryk på 60kPa

## 22 Appendiks 10

### - Styrkebidrag fra latexmembran

Prøven er omgivet af en tætsluttende latexmembran, der både holder prøven sammen, men som også tillader prøven at udvide sig under belastning. Membranen giver et lille styrkebidrag til prøven. Dette styrkebidrag kan have en betydning for forsøg udført ved små kammertryk. Det er derfor undersøgt, hvor stor en indflydelse latexmembranen har på resultaterne.

Korrektionen for styrkebidrag af latexmembran kan bestemmes ud fra ligningen:

$$\Delta\sigma_{am} = - \left\{ \frac{2}{3} \cdot E \cdot \left[ 1 + 2 \cdot \varepsilon_a - \sqrt{\frac{1 - \varepsilon_v}{1 - \varepsilon_a}} \right] \right\} \cdot \frac{2 \cdot t_0}{r_0 \cdot (1 - \varepsilon_v)}$$

Hvor,

$E$  er elasticitetsmodulet for latexmembranen, der er 0,3MPa

$t_0$  er tykkelsen af latexmembranen, der er 0,3mm

$\varepsilon_v$  er volumentøjningen af prøven

$\varepsilon_a$  er aksialtøjningen af prøven

$r_0$  er radius af prøven, der er 35mm

**Styrkebidraget ved brud ved et kammertryk på 5kPa og trykstyrke på 44 kPa:**

$$\Delta\sigma_{am} = - \left\{ \frac{2}{3} \cdot 0,3MPa \cdot \left[ 1 - 2 \cdot 0,146879 - \sqrt{\frac{1 - 7,65421 \cdot 10^{-5}}{1 + 0,146879}} \right] \right\} \cdot \frac{2 \cdot 0,3mm}{35mm \cdot (1 - 7,65421 \cdot 10^{-5})} = 0,78kPa$$

$$100 - \frac{44kPa - 0,8kPa}{44kPa} \cdot 100 = \underline{2\%}$$

**Styrkebidraget ved brud ved et kammertryk på 10kPa og trykstyrke på 65 kPa:**

$$\Delta\sigma_{am} = - \left\{ \frac{2}{3} \cdot 0,3MPa \cdot \left[ 1 - 2 \cdot 0,050314286 - \sqrt{\frac{1 - 2,33348 \cdot 10^{-5}}{1 + 0,050314286}} \right] \right\} \cdot \frac{2 \cdot 0,3mm}{35mm \cdot (1 - 2,33348 \cdot 10^{-5})} = 0,26kPa$$

$$100 - \frac{65kPa - 0,26kPa}{65kPa} \cdot 100 = \underline{0,4\%}$$

**Styrkebidraget ved brud ved et kammertryk på 15kPa og trykstyrke på 121 kPa:**

$$\Delta\sigma_{am} = - \left\{ \frac{2}{3} \cdot 0,3MPa \cdot \left[ 1 - 2 \cdot 0,090771 - \sqrt{\frac{1 - 5,79488 \cdot 10^{-5}}{1 + 0,090771}} \right] \right\} \cdot \frac{2 \cdot 0,3mm}{35mm \cdot (1 - 5,79488 \cdot 10^{-5})} = 0,48kPa$$

$$100 - \frac{121kPa - 0,48kPa}{121kPa} \cdot 100 = \underline{0,4\%}$$

Korrektionen for membranens bidrag er beregnet for forsøg 5a, 10c og 15a. Membranens indflydelse ved et kammertryk på 5kPa er 2% og 0,4% for de øvrige. Derfor er det valgt at se bort fra dette bidrag, hvorved der kun begås en lille fejl.

## 23 Appendiks 11

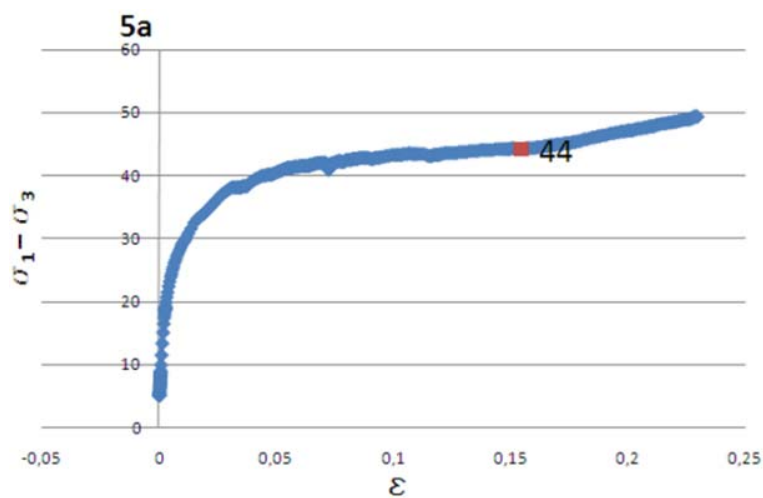
### - Fastlæggelse af $\sigma_3$ - værdier

Når Hoek Brown parametrene skal findes, fittes  $\sigma_3$  som funktion af  $\sigma_1$ . Værdierne af  $\sigma_3$  er skønnet for hver enkelt  $\sigma_1$  ud fra arbejdskurverne, der er vedlagt i dette appendiks på Figur 149 til Figur 173. Det er anvendt følgende værdier for  $\sigma_1$  og  $\sigma_3$ :

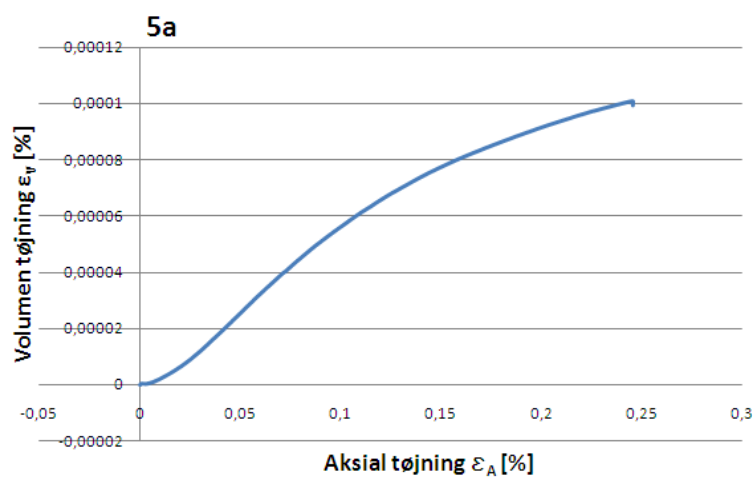
$\sigma_1$ : 0; 44; 65; 106; 116; 237 og 319

$\sigma_3$ : 0; 5; 10; 15; 20; 40 og 60

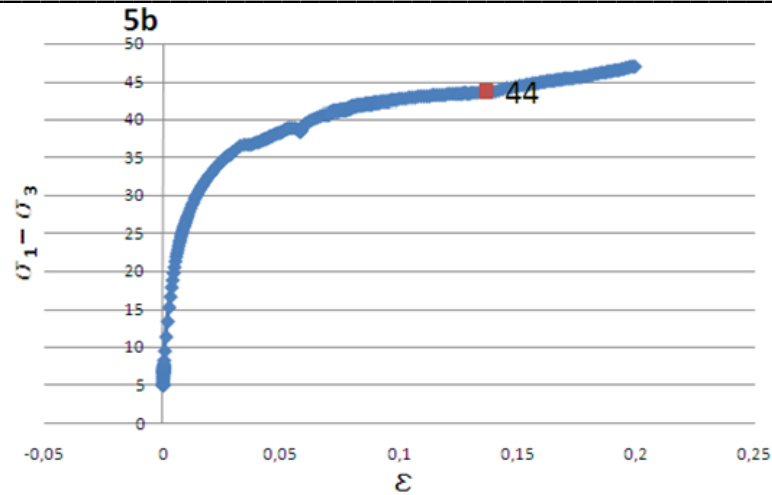
Værdierne for  $\sigma_3$  er gennemsnitsværdier.



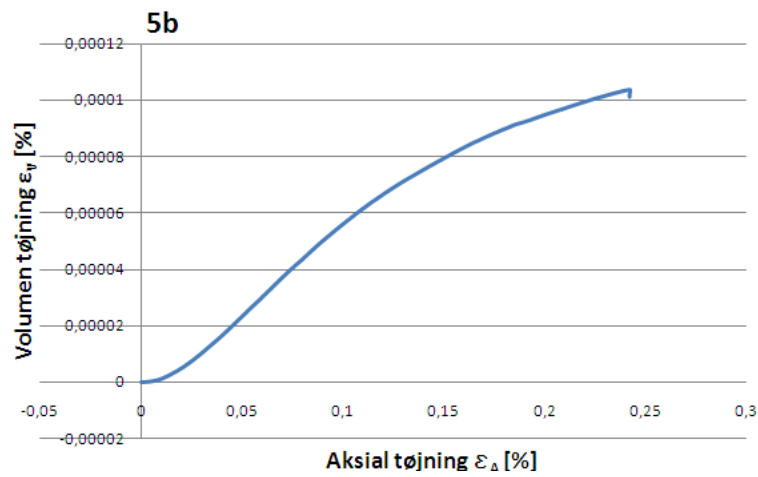
Figur 149: arbejdskurve fra forsøg 5a.



Figur 150: Dilatation - forsøg 5a.

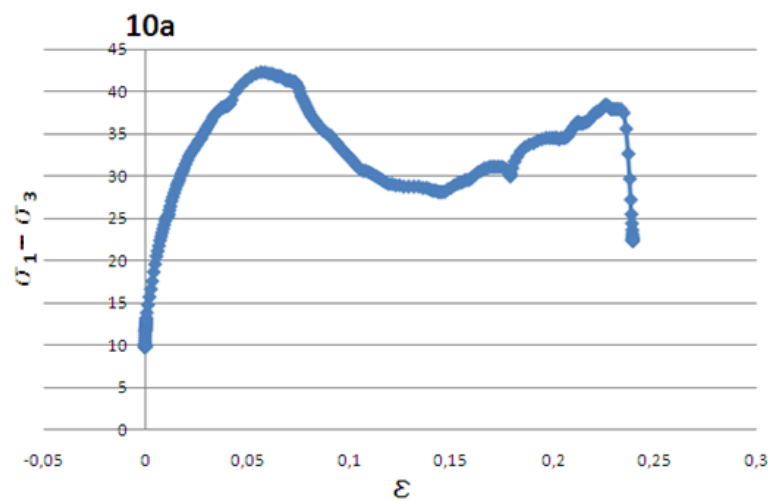


Figur 151: arbejdskurve fra forsøg 5b.



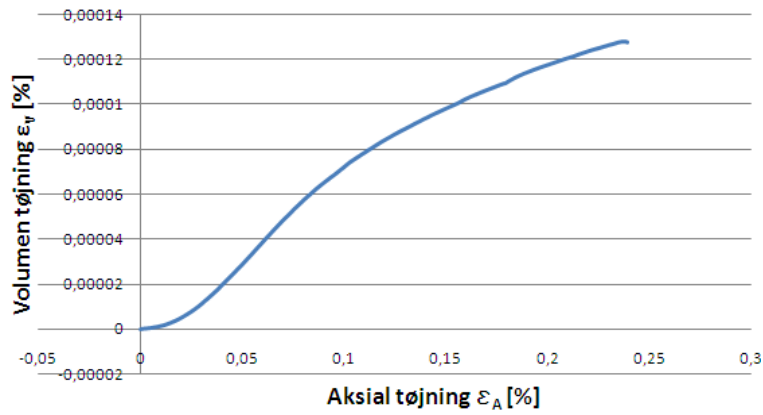
Figur 152: Dilatation – forsøg 5b.

Der er ikke anvendt værdier fra arbejdskurverne for forsøgene 10a og 10b, da de ikke giver rimelige værdier.

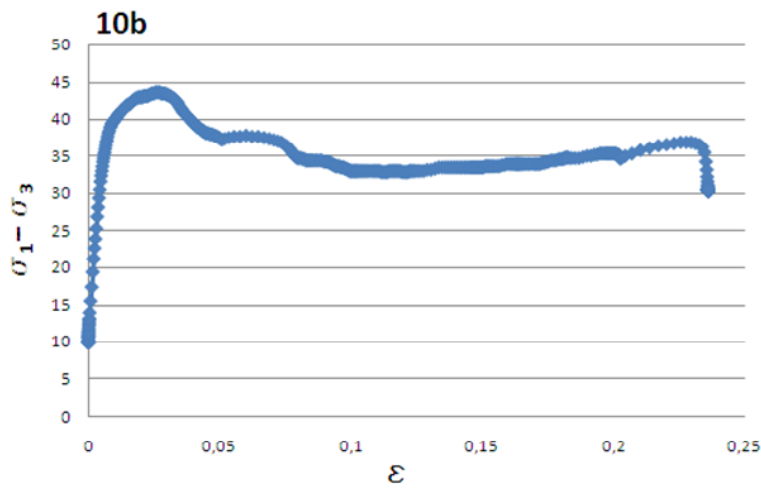


Figur 153: arbejdskurve fra forsøg 10a.

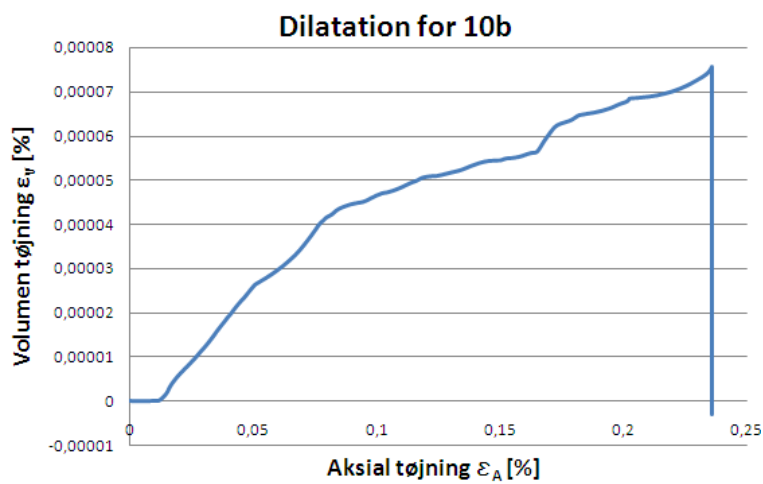
Dilatation for 10 a



Figur 154: Dilatation – forsøg 10a.

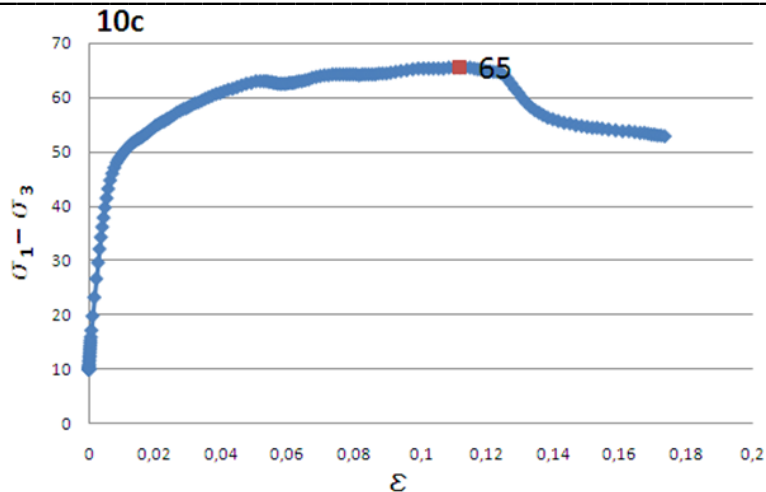


Figur 155: arbejdskurve fra forsøg 10b.

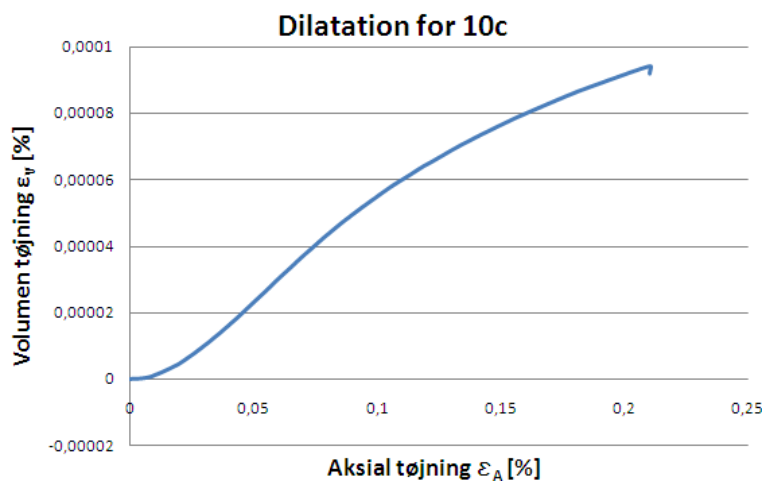


Figur 156: Dilatation – forsøg 10b.

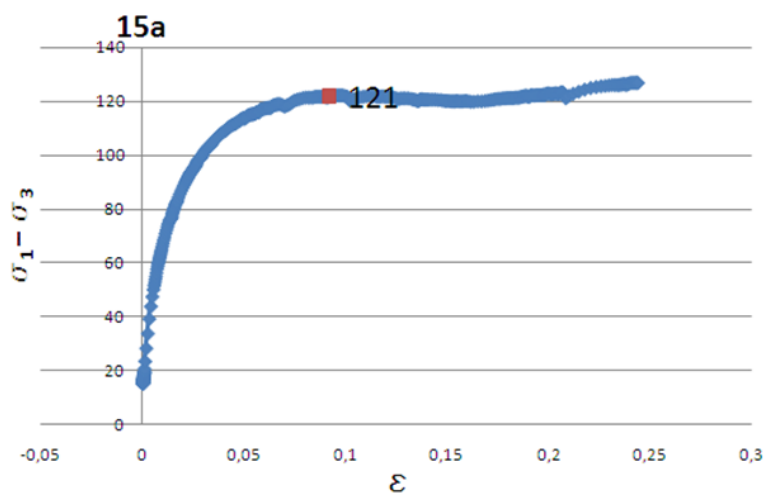




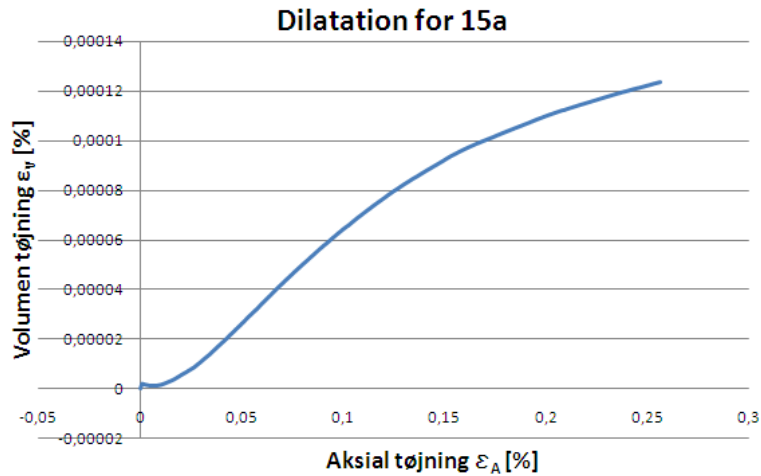
Figur 157: arbejdskurve fra forsøg 10c.



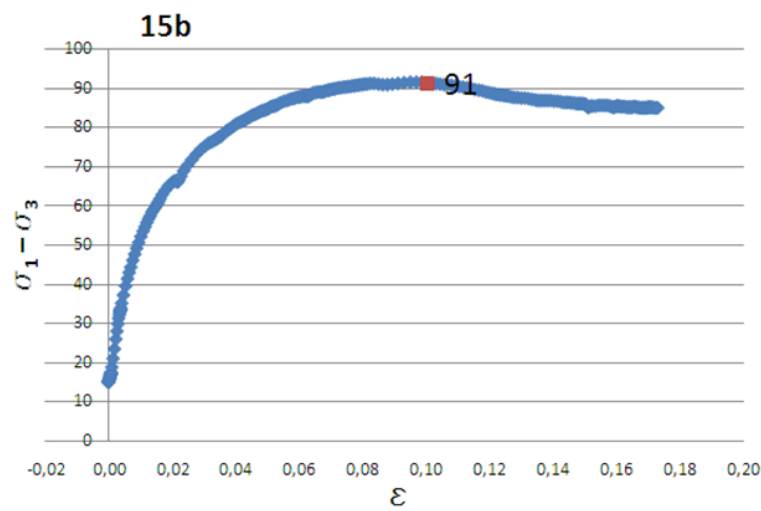
Figur 158: Dilatation – forsøg 10c.



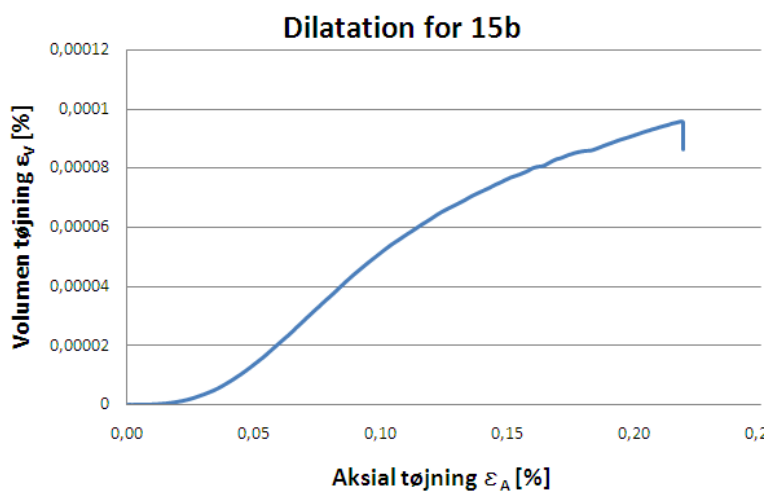
Figur 159: arbejdskurve fra forsøg 15a.



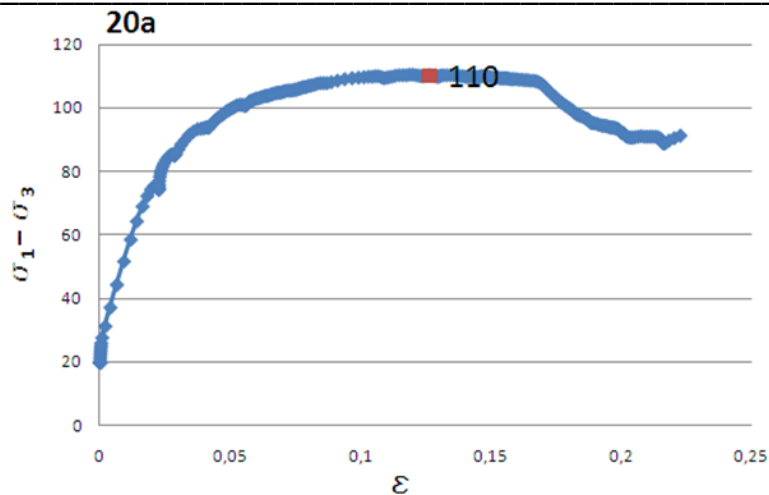
Figur 160: Dilatation – forsøg 15a.



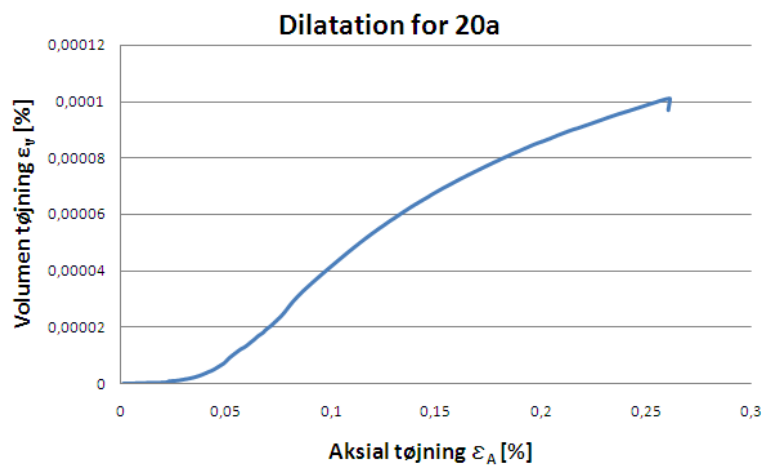
Figur 161: arbejdskurve fra forsøg 15b.



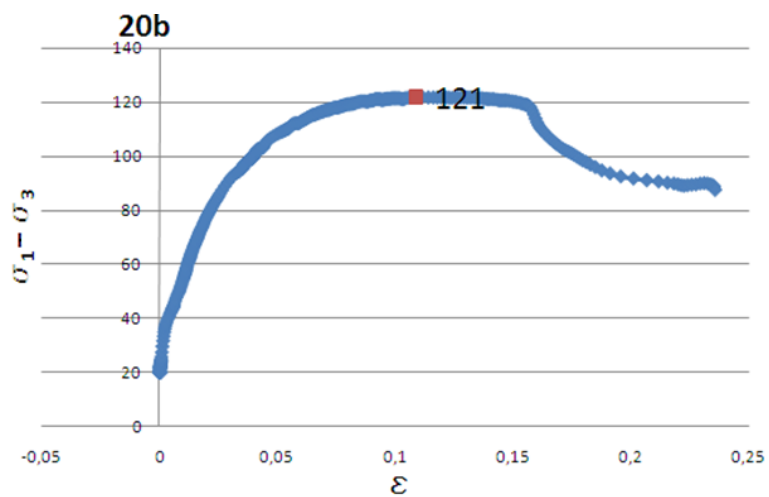
Figur 162: Dilatation – 15b.



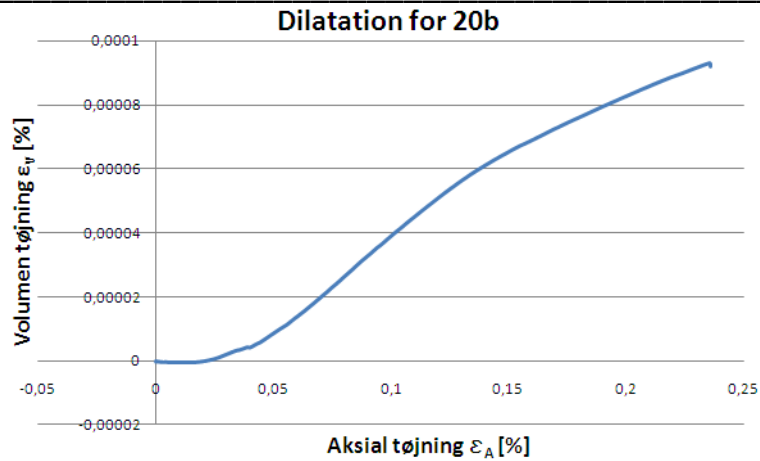
Figur 163: arbejdskurve fra forsøg 20a.



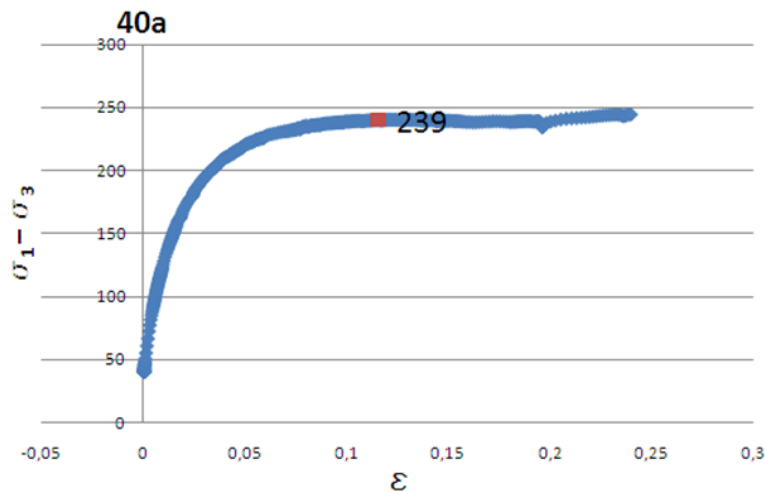
Figur 164: Dilatation – 20a.



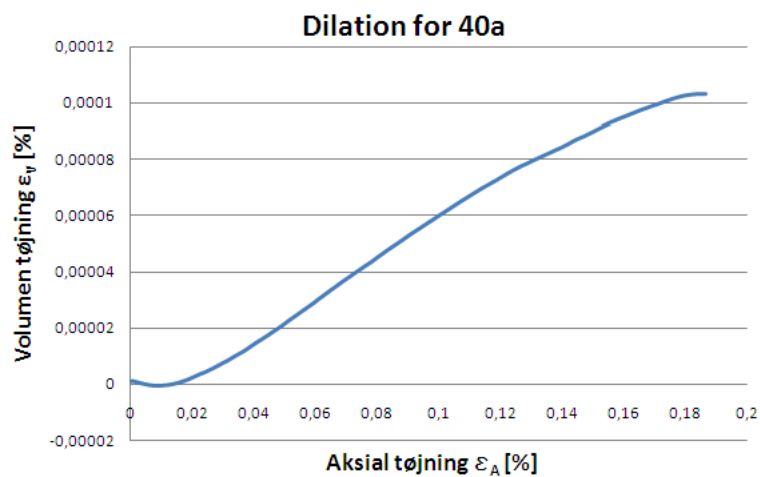
Figur 165: arbejdskurve fra forsøg 20b



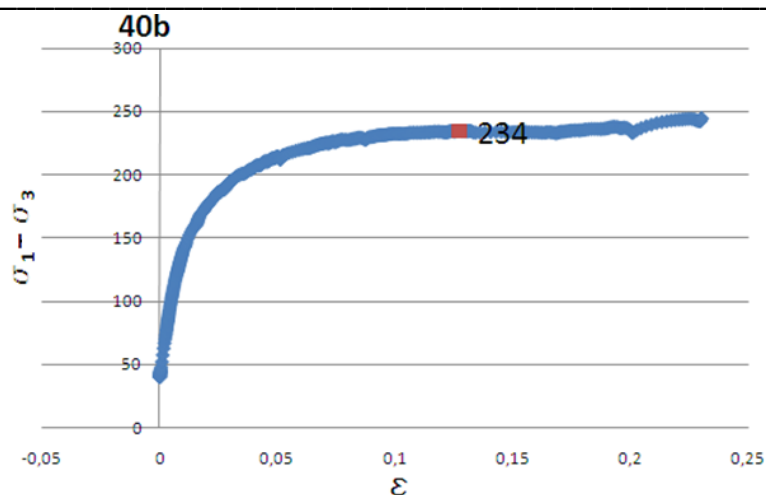
Figur 166: Dilatation – 20b.



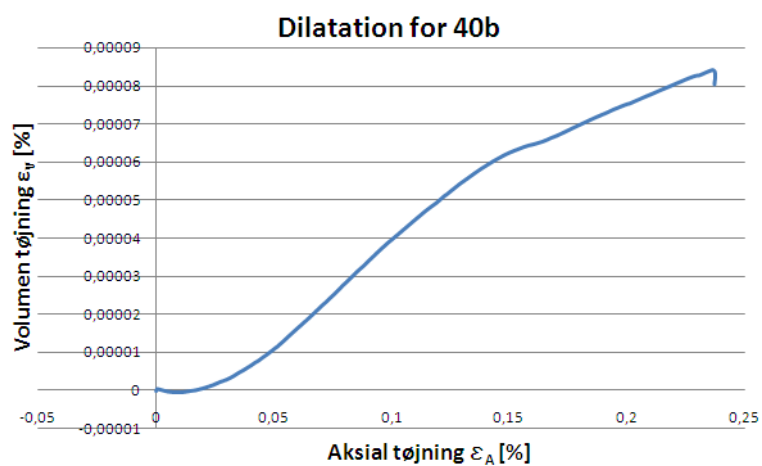
Figur 167: arbejdskurve fra forsøg 40a.



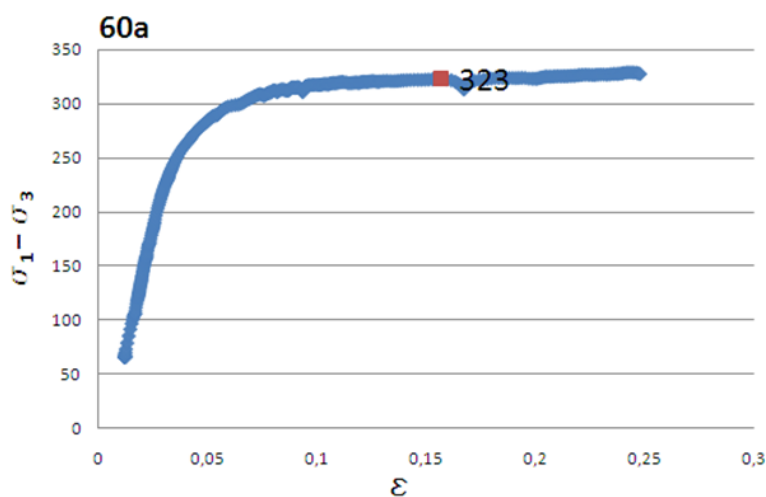
Figur 168: Dilatation – 40a.



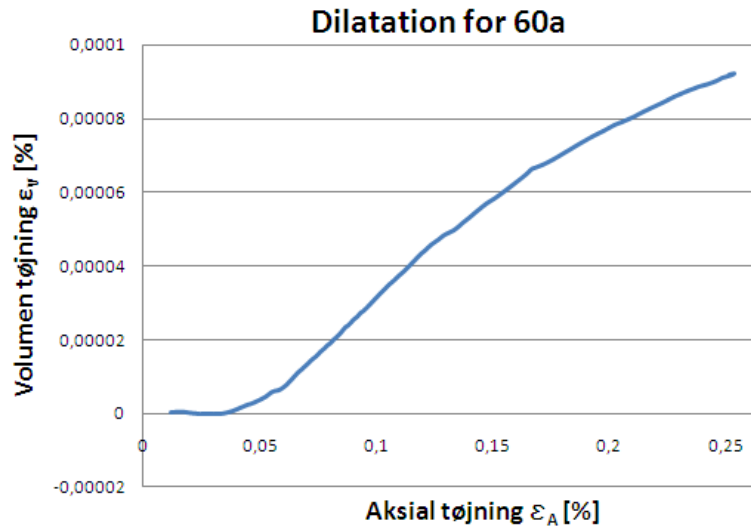
Figur 169: arbejdskurve fra forsøg 40b.



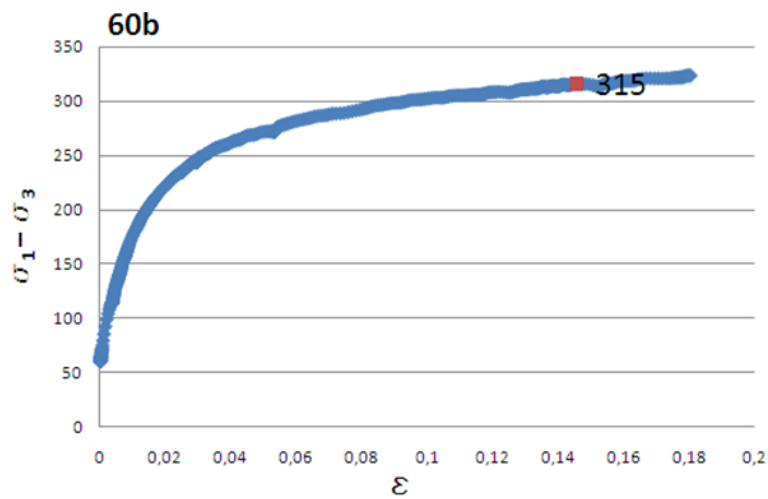
Figur 170: Dilatation – 40b.



Figur 171: arbejdskurve fra forsøg 60a.



Figur 172: Dilatation – 60a.



Figur 173: arbejdskurve fra forsøg 60b.

## 24 Appendiks 12

### - *Kildekoder til Hoek Brown parametre*

I dette appendiks er kildekoderne for filerne til bestemmelse af Hoek Brown parametrene vedlagt.

#### Hovedprogram:

```
x = -1*[0 5 10 15 20 40 60];           %værdier af sigma1
y = -1*[0 44 65 106 116 237 319];      %værdier af sigma3

bet = [30 15 0.5];                      %startværdier af sigmac, m, a
[til,resnorm] = nlinfit(x, y, 'hb', bet) %ikke linear regression til at finde Hoek
Brown parametrene

sigma = x-til(1)*(1-til(2)*x/til(1)).^til(3); %de fittede værdier af sigma3

%plot af resultater:

hold on
plot(x,y,'b*-')
plot(x,sigma,'r*-')
grid on
xlabel('\sigma_1')
ylabel('\sigma_3')
```

#### Rutine:

```
function faktor = hb(bet,x)

sigmac = bet(1);
m = bet(2);
a = bet(3);
% Hoek Brown
faktor = x-sigmac*(1 - m*x/sigmac).^a;
```

## 25 Appendiks 13

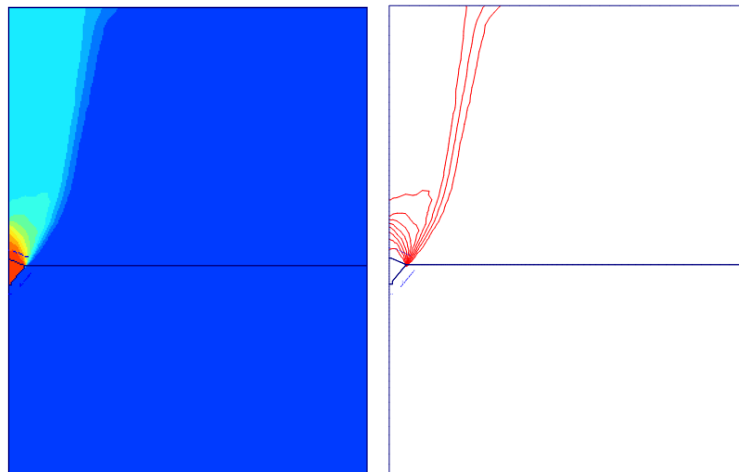
### - Brudfigur i PLAXIS ved andre dilationsvinkler

I dette appendiks undersøges om den lokale brudfigur kan fremkomme før, når der ændres på dilationsvinklen. Undersøgelsen foretages i 0,7 m's dybde. Der er anvendt de materialeparametre som ses i Tabel 36.

$\psi =$ varieres	$\varphi = 42^\circ$	Kohæsion $\approx 0$	$\nu = 0,3$	$\gamma = 15 \text{ kN/m}^3$	$E = 20 \text{ MPa}$
-------------------	----------------------	----------------------	-------------	------------------------------	----------------------

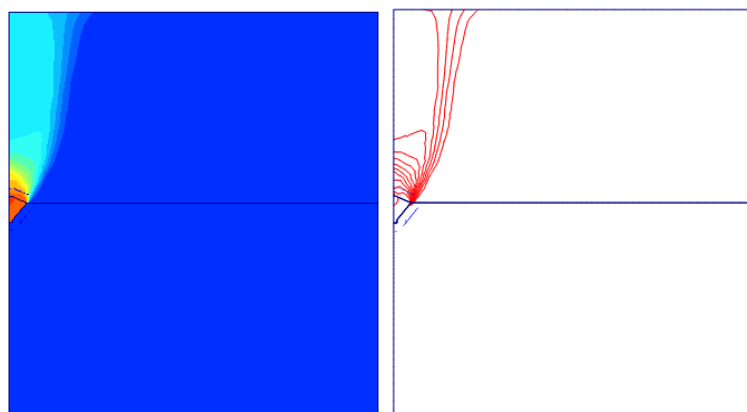
Tabel 36: De anvendte materialeparametre

For den anvendte sand haves en dilationsvinkel på  $8^\circ$ . På Figur 174 ses brudfiguren med en dilationsvinkel på  $11^\circ$ . Her fremkommer en global brudfigur.



Figur 174: Brudfigur ved en dilationsvinkel på  $11^\circ$

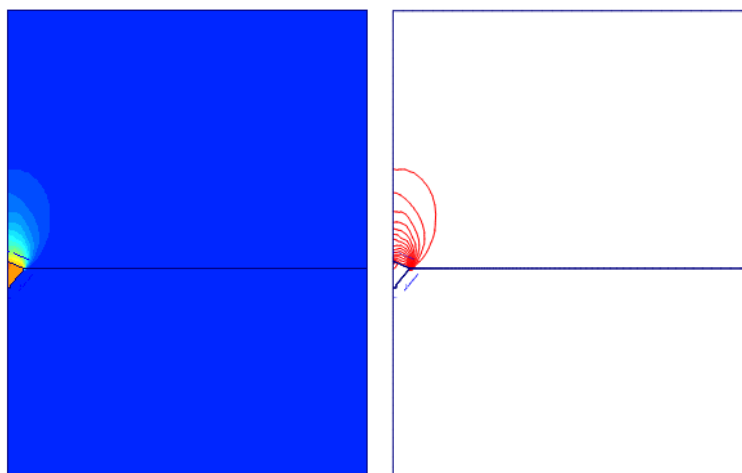
I det efterfølgende gøres dilationsvinklen mindre. På Figur 175 ses brudfiguren med en dilationsvinkel på  $5^\circ$ . Her fremkommer igen en global brudfigur.



Figur 175: Brudfigur ved en dilationsvinkel på  $5^\circ$

På Figur 176 ses brudfiguren med en dilationsvinkel på  $2^\circ$ . Her fremkommer der er en lokal brudfigur.





Figur 176: Brudfigur ved en dilationsvinkel på  $2^\circ$

Med en dilationsvinkel på  $2^\circ$  fås der en lokal brudfigur i 0,7 m's dybde. Denne dilationsvinkel er dog ikke aktuel for den anvendte sand.

## 26 Appendiks 14

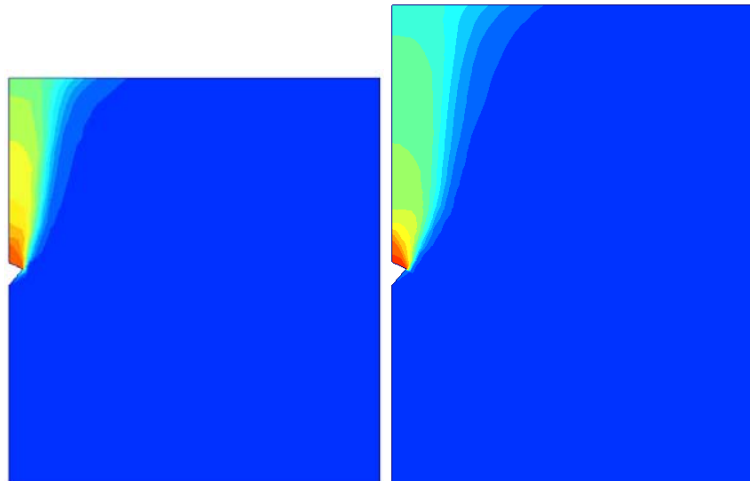
### - Brudfigur uden fodpæl i PLAXIS – ikke-associeret

I dette appendiks undersøges hvornår den lokale brudfigur opstår, når fodpælen ikke modelleres i PLAXIS. Der er anvendt følgende materialeparametre, som er gældende for den anvendte sand, se Tabel 37.

$\psi=8^\circ$	$\varphi=42^\circ$	Kohæsion $\approx 0$	$\nu=0,3$	$\gamma=15\text{kN/m}^3$	$E=20\text{MPa}$
----------------	--------------------	----------------------	-----------	--------------------------	------------------

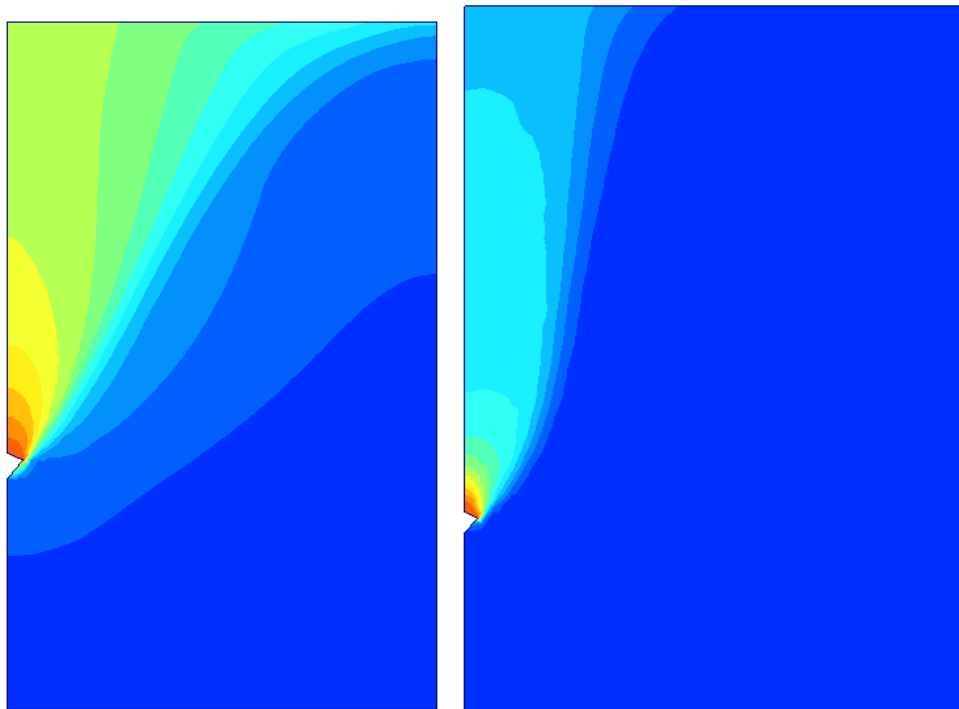
Tabel 37: De anvendte materialeparametre

På Figur 177 ses brudfiguren i 0,5 m's dybde og til venstre i 0,7 m's dybde. Det ses, at der i begge tilfælde opstår en global brudfigur.



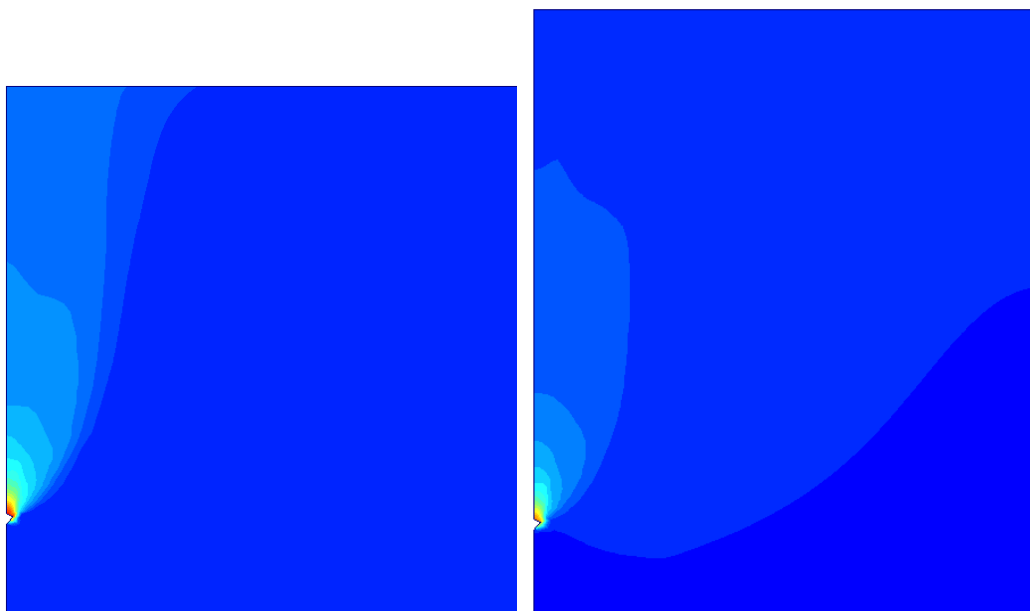
Figur 177: Til venstre brudfigur i 0,5 m's dybde og til højre i 0,7 m's dybde

På Figur 178 ses brudfiguren i 1,0 m's dybde og til venstre i 1,5 m's dybde. Der opstår igen globale brudfigurer.



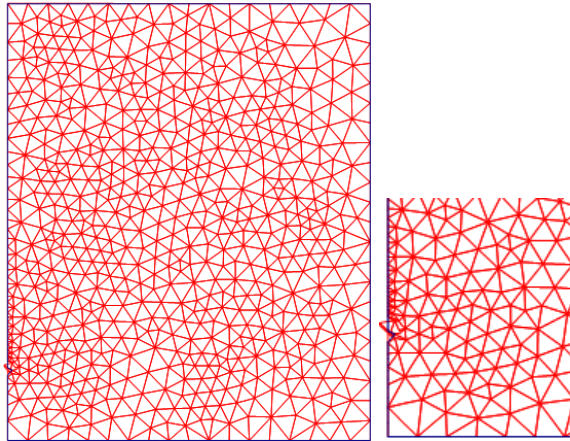
**Figur 178:** Til venstre brudfigur i 1,0 m's dybde og til højre i 1,5 m's dybde

På Figur 179 ses, at der næsten er opstået en lokal brudfigur i 2,5 m's dybde, og i 3,0 m's dybde er den lokale brudfigur fremkommet.



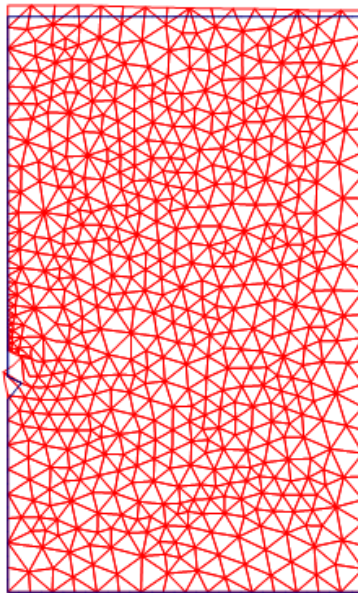
**Figur 179:** Til venstre brudfigur i 2,5 m's dybde og til højre i 3,0 m's dybde

Når fodpælen modelleres i PLAXIS, fås den lokale brudfigur i en dybde på 1,0 m. Når fodpælen ikke modelleres i store dybder, deformeres meshet ikke korrekt. På Figur 180 ses hvorledes meshet bliver deformeret, når fodpælen er i 3,0 m's dybde. Disse to mesh er dog begge skaleret op, så det er muligt at se fejlen.



Figur 180: Deformeret mesh i 3,0 m's dybde. Begge er skaleret op.

Allerede i 1 m's dybde begynder meshet at blive deformeret forkert. Dette er formentligt grunden til, at det ikke er muligt at frembringe den lokale brudfigur i samme dybde, som når fodpælen modelleres. På Figur 181 ses hvorledes fodpælen deformeres i 1,0 m's dybde. Det deformerede mesh er dog skaleret op med en faktor 40.



Figur 181: Deformeret mesh i 1,0 m's dybde. Skaleret op med en faktor 40

## 27 Appendiks 15

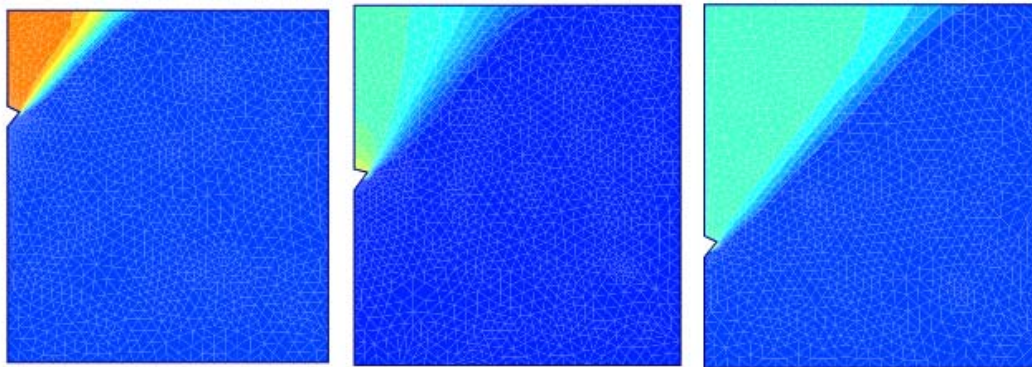
### - *Brudfigur uden fodpæl i PLAXIS – associeret*

I dette appendiks undersøges i hvilken dybde den lokale brudfigur fremkommer, når fodpælen ikke modelleres, og der regnes associeret. Der er anvendt følgende materialeparametre, se Tabel 38.

$\psi = 42^\circ$	$\varphi = 42^\circ$	Kohæsion $\approx 0$	$\nu = 0,3$	$\gamma = 15 \text{ kN/m}^3$	$E = 20 \text{ MPa}$
-------------------	----------------------	----------------------	-------------	------------------------------	----------------------

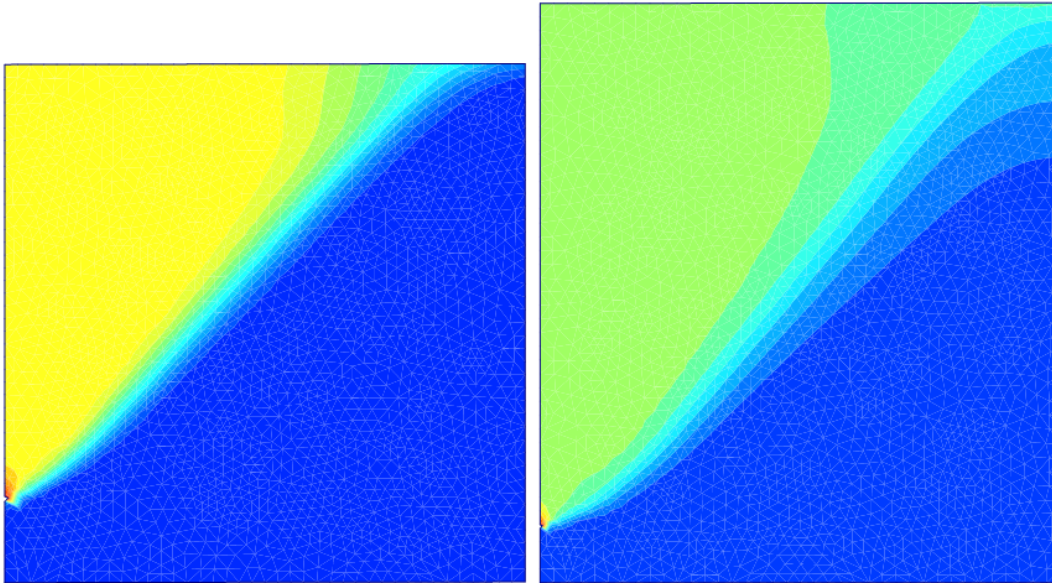
Tabel 38: De anvendte materialeparametre

På Figur 182 ses brudfigurerne i dybderne 0,3 m, 0,5 m og 0,7 m. Det ses, at der opstår en global brudfigur ved disse 3 dybder.



Figur 182: Brudfigurer ved dybder på henholdsvis 0,3 m, 0,5 m, og 0,7 m

Heller ikke i dybderne 5 m og 9 m fremkommer den lokale brudfigur, se Figur 183. Dette er mod forventning, da den globale brudfigur ikke burde kunne fremkomme pga. den store mængde af overliggende jord.



Figur 183: Brudfigurer i til venstre 5 m's dybde og til højre 9 m's dybde.

I de undersøgte dybder er det ikke muligt at frembringe en lokal brudfigur, når der regnes associeret.

## 28 Appendiks 16

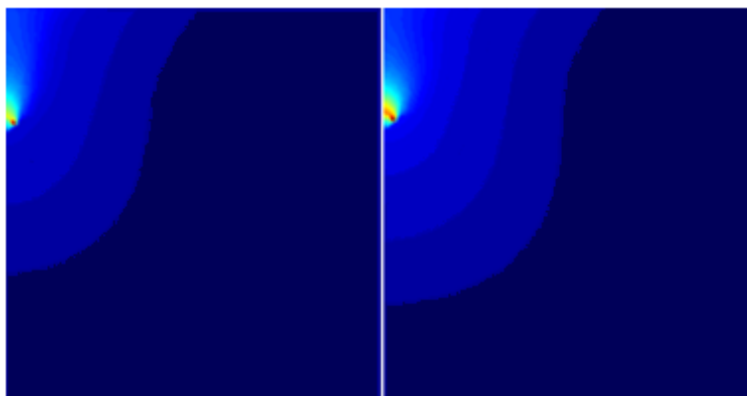
### - *Brudfigurer med andre Hoek Brown parametre*

Indtil nu er Hoek Brown parametrene bestemt ud fra et gennemsnit af de fundne trykstyrker. I dette appendiks vil det undersøges, om den lokale brudfigur opstår ved et andet dybde-/diameterforhold, hvis der anvendes andre Hoek Brown parametre. Derfor foretages der beregninger for 2 nye sæt af Hoek Brown parametre. Et bestemt ud fra de største fundne trykstyrker og et ud fra de mindste. De 2 nye sæt Hoek Brown parametre fremgår af Tabel 39.

	a	m
Gens.	0,8190	66,45
Max.	0,7836	92,60
Min.	0,8610	44,46

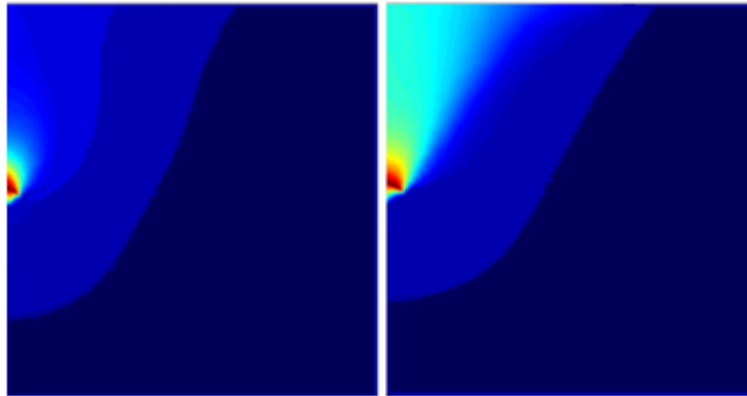
Tabel 39: De anvendte Hoek Brown parametre.

På Figur 184 ses brudfiguren om fodpælen, når den er 0,3 m nede i jorden. For begge sæt af Hoek Brown parametre er brudfiguren global.



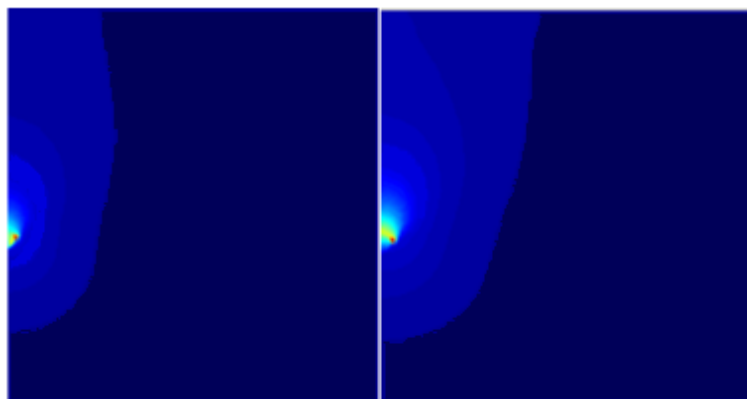
Figur 184: Fodpælen 0,3 m nede i jorden. Til venstre er Hoek Brown parametrene bestemt ud fra de største fundne trykstyrker. Til højre er Hoek Brown parametrene bestemt ud fra de mindste fundne trykstyrker.

På Figur 185 ses brudfiguren om fodpælen, når den er 0,5 m nede i jorden. Der er en tendens til, at den lokale brudfigur vil opstå omkring fodpælen til venstre, før den opstår for fodpælen til højre.



**Figur 185:** Fodpælen 0,5 m nede i jorden. Til venstre er Hoek Brown parametrene bestemt ud fra de største fundne trykstyrker. Til højre er Hoek Brown parametrene bestemt ud fra de mindste fundne trykstyrker.

På Figur 186 ses brudfiguren om fodpælen, når den er 0,6 m nede i jorden. Her er det tæt på, at der optræder en lokal brudfigur om fodpælen. Dette er mest markant ved fodpælen til venstre.



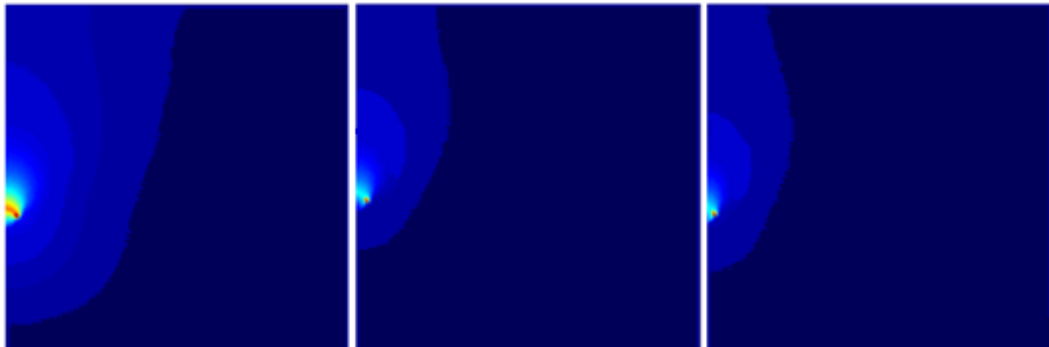
**Figur 186:** Fodpælen 0,6 m nede i jorden. Til venstre er Hoek Brown parametrene bestemt ud fra de største fundne trykstyrker. Til højre er Hoek Brown parametrene bestemt ud fra de mindste fundne trykstyrker.



## 29 Appendiks 17

### – $\sigma_c$ 's betydning for brudfiguren

I denne undersøgelse er Hoek Brown parametrene,  $a$  fastholdt på 0,819 og  $m$  fastholdt på 66,45, mens  $\sigma_c$ 's er varieret. Brudfiguren omkring fodpælen findes for 3 forskellige størrelser af  $\sigma_c$ : 0,5; 0,1; 0,05. På Figur 187 ses de 3 forskellige brudfigurer.



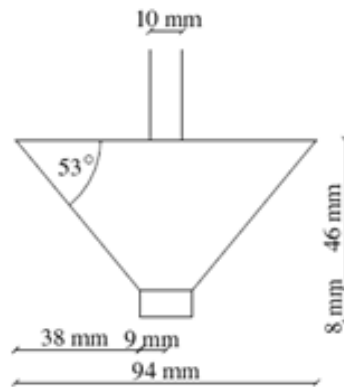
Figur 187: Brudfigurer i 0,6 m's dybde. Fra venstre med  $\sigma_c = 0,5$ ; 0,1 og 0,05.

Denne parameter har også indflydelse på brudkriteriet, men ikke lige så stor indflydelse som  $a$  og  $m$ . Det ses, at hvis  $\sigma_c$  vælges tilpas lille, har parameteren stort set ingen indflydelse på brudfiguren.

## 30 Appendiks 18

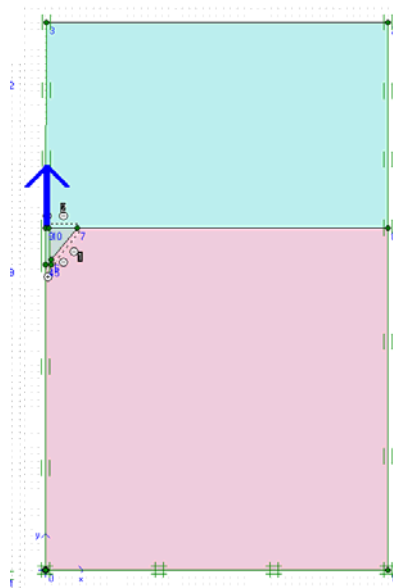
### - Bæreevne af geometri B i PLAXIS

I 2005 blev der beregnet bæreevner for 2 forskellige geometrier af fodpælen. I dette appendiks er bæreevnen for geometrien som ses Figur 188 beregnet.



Figur 188: Geometri

På Figur 189 ses randbetingelserne.



Figur 189: Randbetingelse

Endelig er bæreevnerne beregnet og sammenlignet med resultaterne fundet i 2005. Disse er opgjort i Tabel 40.

Geometri	Bæreevne fundet i 2005 [N]	Bæreevne beregnet i projekt [N]	Afvigelse %
0,3 m - $\varphi = 40,1$	320	320	0,0
0,3 m - $\varphi = 27,1$	307	287	6,5
0,5 m - $\varphi = 51,9$	1322	1255	5,1
0,5 m - $\varphi = 36,6$	1066	1010	5,3

**Tabel 40: Bæreevner fundet i PLAXIS I 2005 og i dette projekt.**

For denne geometri passer PLAXIS beregninger fint overens med PLAXIS resultaterne fundet i 2005.

## 31 Appendiks 19

### - Bæreevne i PLAXIS

I dette appendiks undersøges det, hvilke bæreevner der fås af fodpælen, når PLAXIS anvendes med styrkeparametrene fra det triaksiale forsøg. Bæreevnen er fundet i 0,3 og 0,5 m dybde. De anvendte materialeparametre ses i Tabel 41.

$\psi=8^\circ$	$\varphi=42^\circ$	Kohæsion $\approx 0$	$\nu=0,3$	$\gamma=15\text{kN/m}^3$	$E=20\text{MPa}$
----------------	--------------------	----------------------	-----------	--------------------------	------------------

Tabel 41: De anvendte materialeparametre

I Tabel 42 er bæreevnen angivet fra forsøg i 2005 og fra PLAXIS.

Fodpælens dybde	Bæreevne [N] Forsøg i 2005	Bæreevne [N] PLAXIS	Afvigelse %
0,3 m	311,1	280	9,82
0,5 m	995	1100	22,9

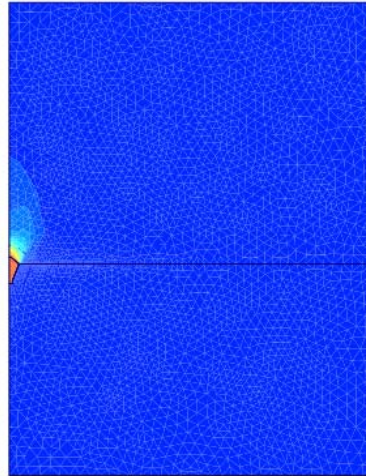
Tabel 42: Bæreevner fundet ved forsøg i 2005 og vha. PLAXIS

Der er stor forskel mellem bæreevnerne fra forsøg og PLAXIS. Bæreevnerne fundet i PLAXIS med de rigtige styrkeparametre er ikke bedre end dem, der er fundet i PLAXIS i 2005.

## 32 Appendiks 20

### - Lokal brudfigur ved en radius på 0,027 m

I dette appendiks undersøges hvornår den lokale brudfigur fremkommer, når der anvendes en radius på 0,027 m. I 0,5 m's dybde var der allerede tegn på den lokale brudfigur, og på Figur 190 ses at den fremkommer i 0,7 m's dybde.



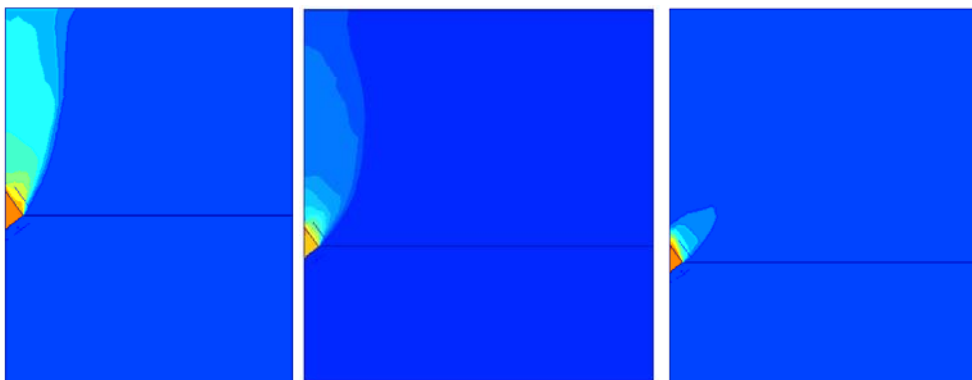
Figur 190: Lokal brudfigur i 0,7 m's dybde

## 33 Appendiks 21

### - *Brudfigurer af nye geometrier*

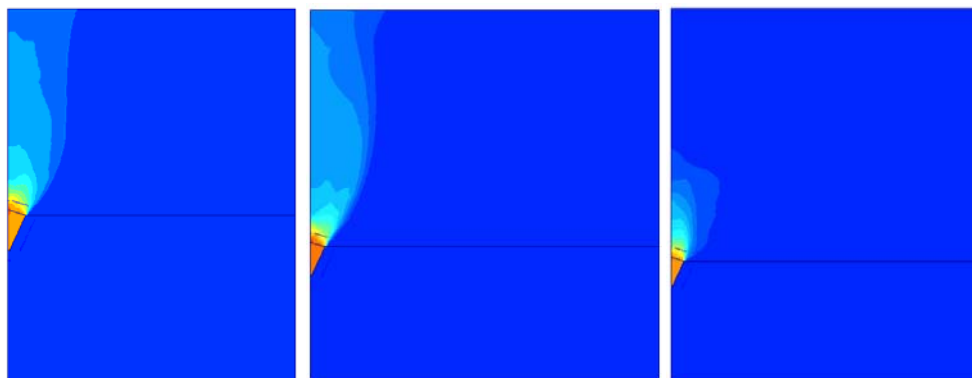
I dette appendiks undersøges hvornår den lokale brudfigur vil fremkomme for geometri A og B.

På Figur 191 ses brudfigurerne for geometri B i dybderne 0,7, 0,9 og 1,0 m. I 1,0 m' s dybde fremkommer den lokale brudfigur.



Figur 191: Brudfigurer for geometri B

På Figur 192 ses brudfigurerne for geometri C i dybderne 0,7, 0,9 og 1,0 m. I 1,0 m' s dybde fremkommer den lokale brudfigur.



Figur 192: Brudfigurer for geometri C

## 34 Appendiks 22

### - Hoek Browns brudbetingelse i forhold til Mohr-Coulombs

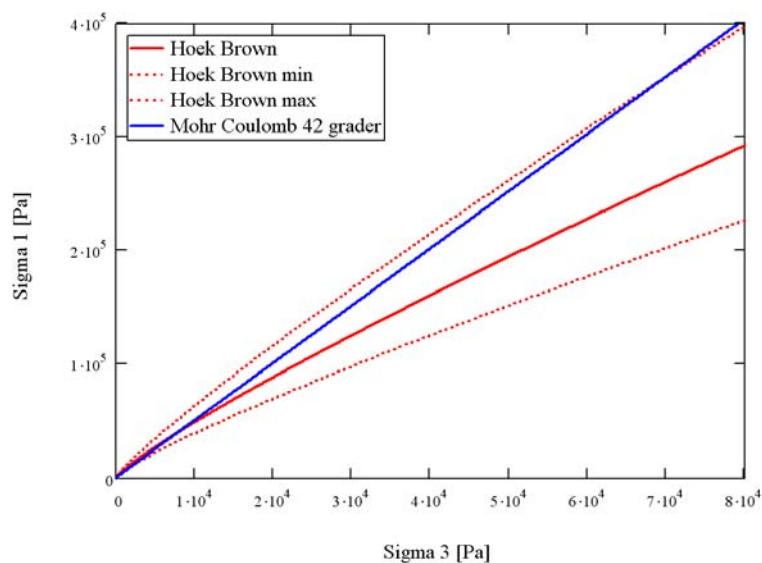
I dette appendiks illustreres det, hvordan Hoek Browns brudkriterium er placeret i ( $\sigma_3$ ,  $\sigma_1$ )-rummet alt efter hvilke parametre, der er anvendt. I projektet er det valgt at bestemme Hoek Brown parametrene fra et gennemsnit af trykstyrkerne fundet ved det triaksiale forsøg. Desuden er Hoek Brown parametrene fundet ud fra henholdsvis de største af trykstyrkerne og de mindste af trykstyrkerne.

I Tabel 43 er Hoek Brown parametrene, som figurerne er optegnet for, oplyst.

	<i>a</i>	<i>m</i>
Gens.	0,8190	66,45
Min.	0,8610	44,46
Max.	0,7836	92,60

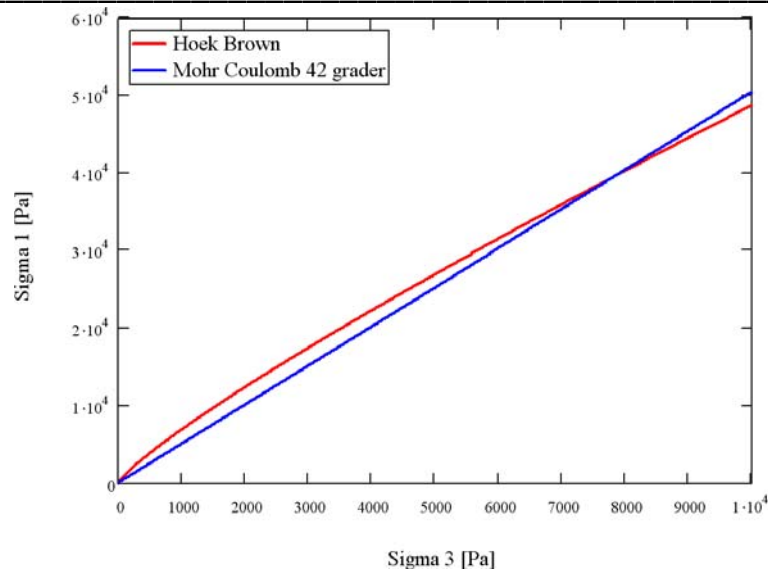
Tabel 43: De fundne Hoek Brown parametre.

På Figur 193 er Hoek Browns brudkriterium plottet for disse 3 forskellige sæt parametre. Desuden er Mohr-Coulombs brudkriterium indtegnet for en friktionsvinkel på 42°.



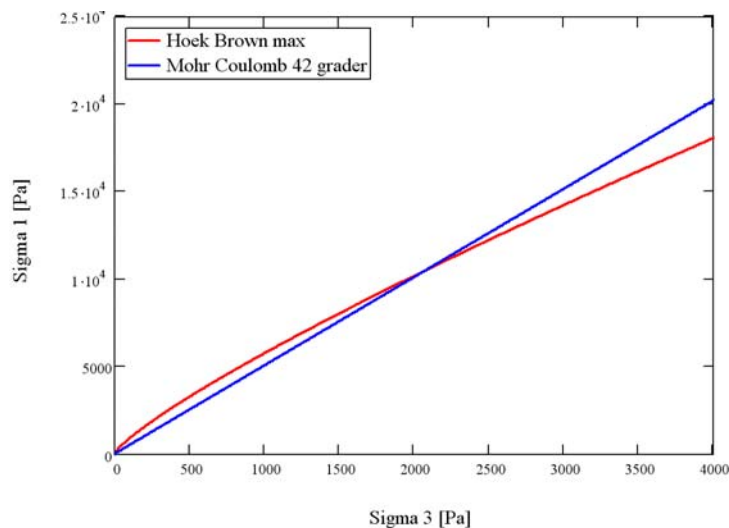
Figur 193: Plot af Hoek Brown og Mohr-Coulombs brudkriterier.

Af figuren er det svært at se, hvor Hoek Brown og Mohr-Coulomb kurverne skærer hinanden. På Figur 194 er dette illustreret for Hoek Brown brudkriteriet bestemt på baggrund af de gennemsnitlige trykstyrker, og Mohr-Coulomb optegnet for en friktionsvinkel på 42°.



**Figur 194: Skæring mellem Hoek Brown og Mohr-Coulombs brudkriterier.**

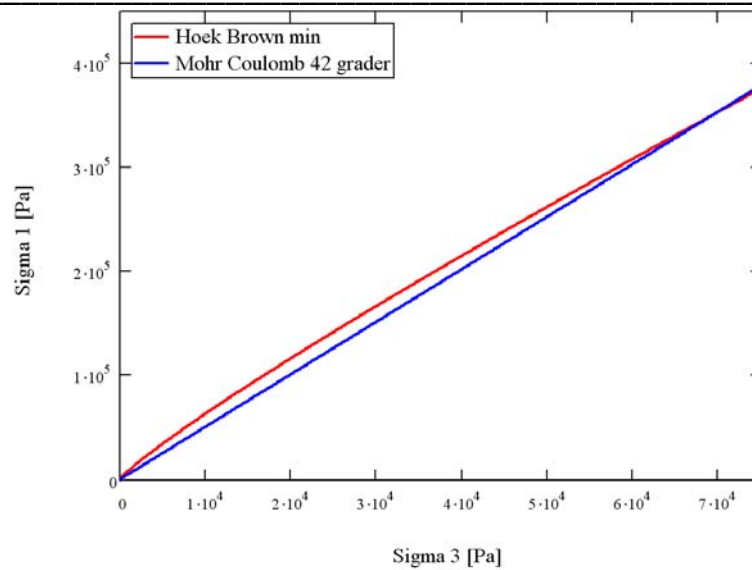
På Figur 195 ses skæringen for Hoek Brown brudkriteriet bestemt på baggrund af de største trykstyrker og Mohr-Coulomb optegnet for en friktionsvinkel på 42°.



**Figur 195: Skæring mellem Hoek Brown og Mohr-Coulombs brudkriterier.**

På Figur 196 ses skæringen for Hoek Brown brudkriteriet bestemt på baggrund af de mindste trykstyrker og Mohr-Coulomb optegnet for en friktionsvinkel på 42°.



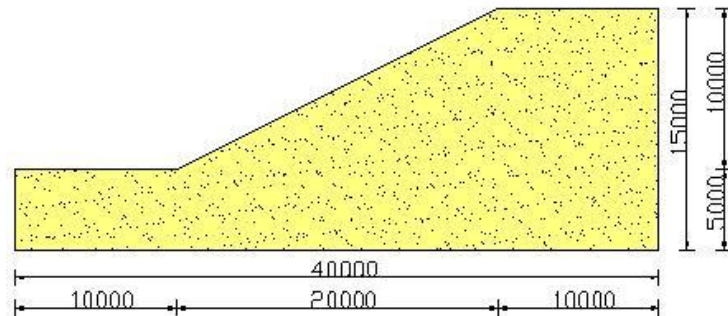


Figur 196: Skæring mellem Hoek Brown og Mohr-Coulombs brudkriterier.

## 35 Appendiks 23

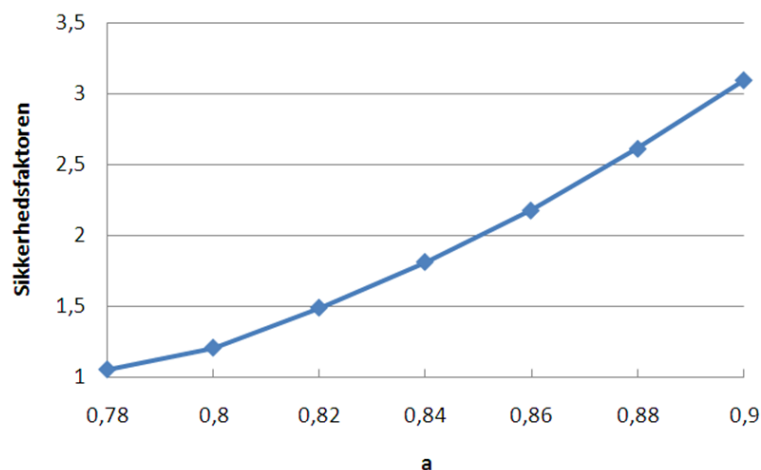
### - Sikkerhedsfaktors afhængighed af $a$ og $m$

I dette appendiks foretages der en parameteranalyse af Hoek Brown parametrene  $a$  og  $m$ 's indflydelse på sikkerhedsfaktoren for skråningen på Figur 197.



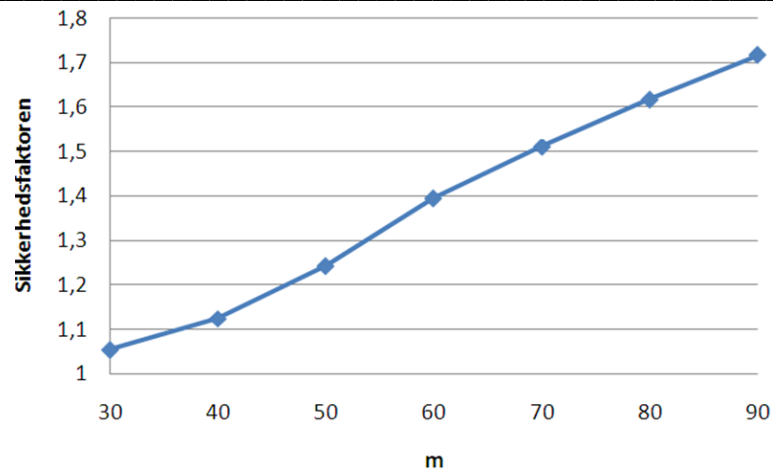
Figur 197: Skråning med mål i mm. Hældning 1:2.

Sikkerhedsfaktoren er først beregnet for  $m = 66,45$ , mens  $a$  er varieret. På Figur 198 ses, hvordan sikkerhedsfaktoren stiger med  $a$ .



Figur 198: Sikkerhedsfaktoren som funktion af parameteren  $a$ .

Herefter er sikkerhedsfaktoren beregnet for  $a = 0,82$ , mens  $m$  er varieret. På Figur 199 ses, hvordan sikkerhedsfaktoren stiger med  $m$ .



Figur 199: Sikkerhedsfaktoren som funktion af m

Som forventet giver programmet større sikkerhedsfaktorer for skråningen, når  $a$  og  $m$  øges dvs. når jordens styrke øges. Det er dermed vigtigt at bestemme de rigtige Hoek Brown parametre.

## 36 Appendiks 24

### - Hoek Browns brudbetingelse i forhold til Mohr-Coulombs ved forskellige friktionsvinkler

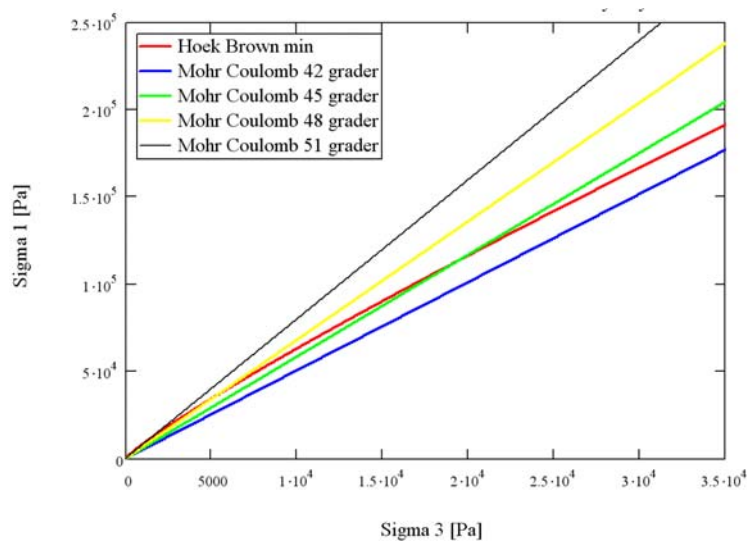
I dette appendiks er Hoek Brown brudkriteriet plottet i forhold til Mohr-Coulomb brudkriteriet, der er optegnet for forskellige friktionsvinkler, for at give en fornemmelse af hvordan brudkriterierne er placeret i forhold til hinanden i  $(\sigma_3, \sigma_1)$ -rummet.

I Tabel 44 er Hoek Brown parametrene, som figurerne er optegnet for, oplyst.

	a	m
Gens.	0,8190	66,45
Min.	0,8610	44,46
Max..	0,7836	92,60

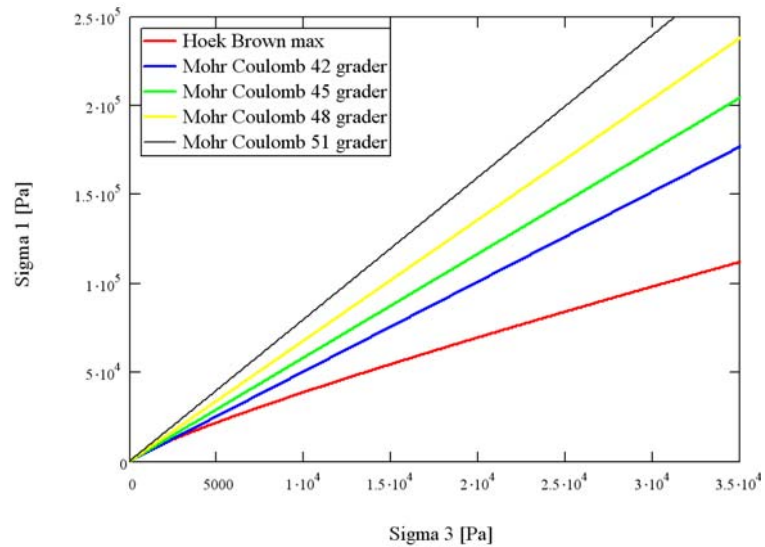
**Tabel 44: De fundne Hoek Brown parametre.**

På Figur 200 er Hoek Brown brudkriteriet for de mindste trykstyrker optegnet med rødt. Det er plottet i forhold til Mohr-Coulombs brudkriterium med forskellige friktionsvinkler.



**Figur 200: Det mindste Hoek Brown kriterium plottet med rødt i forhold til Mohr-Coulombs brudkriterium optegnet for forskellige friktionsvinkler.**

På Figur 201 er Hoek Brown brudkriteriet for de største trykstyrker optegnet med rødt. Det er plottet i forhold til Mohr-Coulombs brudkriterium med forskellige friktionsvinkler.



**Figur 201: Det største Hoek Brown kriterium plottet med rødt i forhold til Mohr-Coulombs brudkriterium optegnet for forskellige friktionsvinkler.**

Det fremgår tydeligt af de 2 figurer, at der er stor variation af Hoek Brown brudkriteriets placering alt efter hvilke parametre, det er optegnet for. Anvendes brudkriteriet på Figur 201, er Hoek Brown meget mere konservativ en Mohr-Coulomb. I projektet anvendes gennemsnitværdier og her er Mohr-Coulombs brudkriterium konservativ.