

This project is based on calculation routines used by a single band GPS receiver.

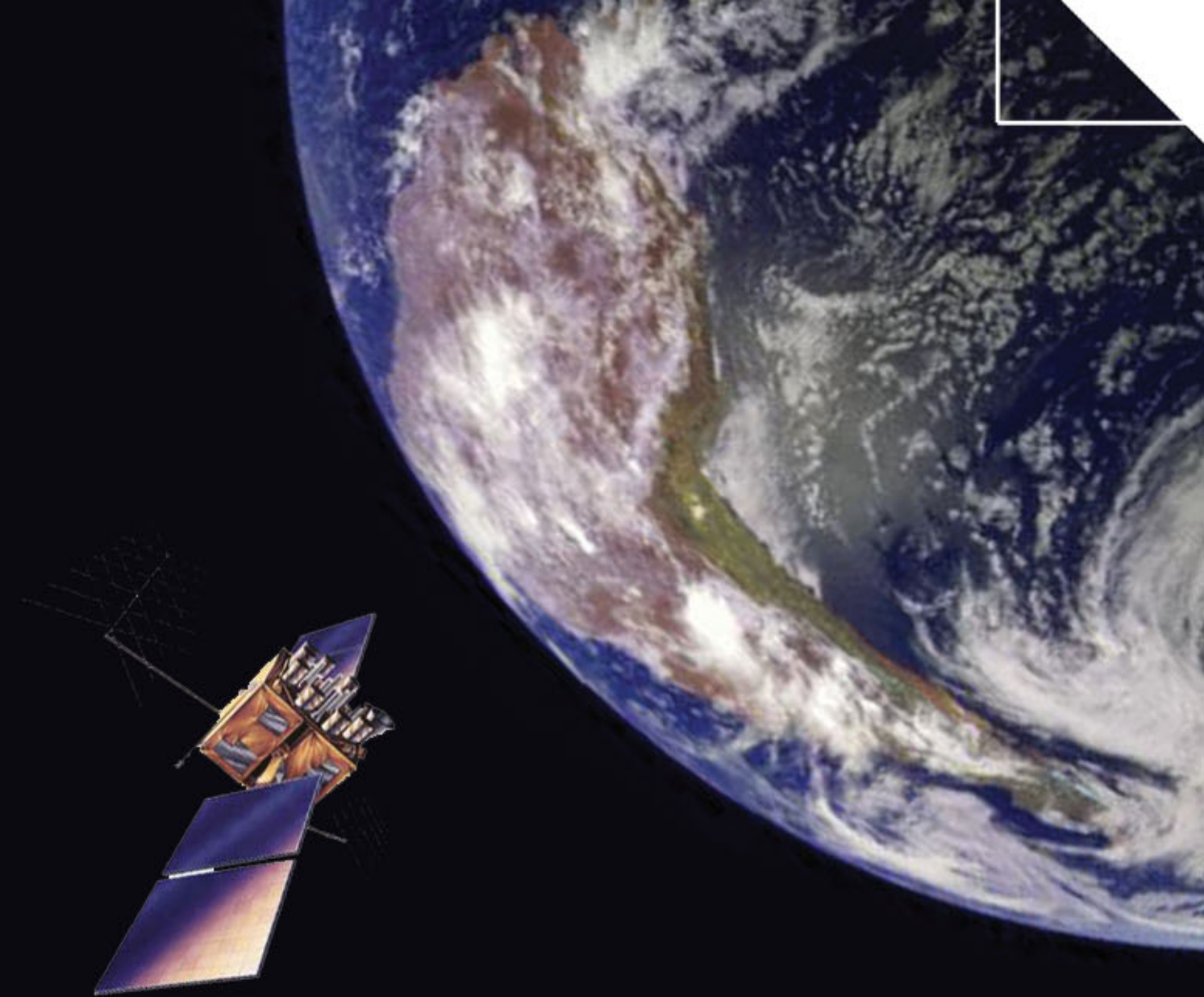
The project group intends to examine, if the field of a handheld receiver can be expanded into the areas of surveying, where submeter positioning accuracies are sufficient.

Data collection is done with an Ashtech Z12 receiver, because the handheld receiver's limited lifetime of the battery and software for collecting data limits the observation time. The raw data is stored in the RINEX format for following data collection.

Collection of data is performed in MatLab, where positioning is done with the C/A-code. The carrier phase is only used for smoothing the C/A code. Initially the necessary procedures for calculating the absolute position are set up. Then the procedures for calculating positions with two receivers are set up, where a distinction between DGPS and relative GPS is made.

At the end the project group get a 0.9 meter standard deviation from relative GPS, where the C/A-code is smoothed using the carrier phase.

GPS - Beregningsrutiner anvendt ved positionering med enkeltfrekvent GPS modtager



GPS

**Beregningsrutiner anvendt ved
positionering med enkeltfrekvent
GPS modtager**

Aalborg Universitet
Landinspektøruddannelsens afgangprojekt
Fibigerstræde 11, 9220 Aalborg Ø

Gruppe L10gi-04
2003



Aalborg Universitet

Institut for Samfundsudvikling og Planlægning
Fibigerstræde 11, 9220 Aalborg Ø



Titel: GPS – Beregningsrutiner anvendt ved positionering med enkeltfrekvent GPS modtager

Periode: Februar 2003 – juni 2003

Gruppe: L10gi-04

Deltagere:

Hans Christian M. Pedersen

Jacob Engberg Pedersen

Kasper Martens J. Wind

Vejledere:

Peter Cederholm

Karsten Jensen

Oplagstal: 10

Sidetal: 126

Bilag: 9

Appendiks: 2

Afsluttet: 12. juni 2003

Synopsis

Dette projekt tager udgangspunkt i beregningsrutinerne anvendt ved positionering med en enkeltfrekvent GPS modtager.

Projektgruppen har fra start et ønske om, at undersøge hvorvidt anvendelsesområderne for en håndholdt GPS modtager kan udvides til at omfatte dele af landmålerens arbejdsopgaver, hvor positionering på sub-meter niveau er tilstrækkeligt.

Dataindsamlingen foretages med en Ash-tech Z12, da den håndholdte modtagers batterilevetid og programmel til indsamling af rådata begrænser observationstiden. Rådata lagres i RINEX-format til efterfølgende databearbejdning.

Databearbejdningen foretages i MatLab, hvor positioneringen foretages vha. C/A koden. Fasen anvendes udelukkende til udglatning af C/A-koden. Indledningsvis opstilles de nødvendige beregningsprocedurer for absolut positionering. Herefter opstilles beregningsprocedurerne for positionering med to modtagere, hvor der skelnes mellem DGPS og relativ GPS.

Projektgruppen opnår afslutningsvis en 3D-spredning på 0,9 meter ved relativ GPS, hvor koden er udglattet vha. fasemåling.

Forside: Billeder fra:

[Mission to Geospace] og [Geo Community].

Forord

Denne rapport er udarbejdet på landinspektørstudiets 10. semester af gruppe L10gi-04 i perioden februar 2003 til juni 2003. Afgangspjektets tema er: GPS.

I rapporten er litteraturhenvisninger angivet ved [Forfatterens efternavn, forfatterens for bogstav., udgivelsesår]. Yderligere information kan findes i litteraturlisten, hvor kilderne er sorteret i alfabetisk orden efter forfatterens efternavn. Ved henvisning til Internetadresser vil forfatterens efternavn erstattes med organisationens navn i de tilfælde, hvor det ikke umiddelbart er muligt at angive forfatteren. Til projektet medfølger en CD, der indeholder MatLab (version 6.0.0.88, release 12) scripts til positionering. CD'en indeholder desuden de indsamlede data i RINEX-format, samt resultaterne af databearbejdningen, der præsenteres gennem rapporten.

I forbindelse med udarbejdelsen af rapporten vil projektgruppen gerne rette en tak til Sam Storm van Leeuwen. Sam Storm van Leeuwen er ansat ved National Aerospace Laboratory og har udarbejdet en GPS software hjemmeside. Projektgruppen har gennem denne hjemmeside opnået et grundlæggende kendskab til GPS beregningsrutiner, og dermed dannet grundlaget for programmeringen af de MatLab scripts der anvendes til positionering, ud fra rådata indsamlet med en GPS modtager.

Hans Christian Mazanti Pedersen

Jacob Engberg Pedersen

Kasper Martens Jakobsen Wind

INDHOLDSFORTEGNELSE

1	INDLEDNING	7
1.1	Emnevalg.....	7
1.2	Initierende problemstilling	9
2	PROJEKTETS OPBYGNING	11
3	FORANALYSE	15
3.1	Anvendelsesområder	16
3.2	Målemetoder.....	19
3.3	Modtagertyper	23
3.4	Dataformat.....	26
3.5	Dataindsamling.....	27
3.6	Afstandsfejl ved GPS	28
4	PROBLEMFORMULERING	39
4.1	Valg af målemetode.....	39
4.2	Datamængde.....	39
4.3	Valg af dataformat.....	40
4.4	Valg af modtager	40
4.5	Endelige problemstilling	42
5	DATAINDSAMLING	45
6	ABSOLUT POSITIONERING	49
6.1	Datagrundlag	49
6.2	Databearbejdning.....	49
6.3	Datapræsentation	59

7	DIFFERENTIEL GPS	75
7.1	Datagrundlag	75
7.2	Databearbejdning (DGPS vha. koordinatkorrektion).....	76
7.3	Datapræsentation (DGPS vha. koordinatkorrektion)	78
7.4	Databearbejdning (DGPS vha. korr. af pseudoafstande)	78
7.5	Datapræsentation (DGPS vha. korr. af pseudoafstande).....	81
7.6	Databearbejdning (Relativ GPS).....	82
7.7	Datapræsentation (Relativ GPS)	84
8	UDGLATNING	91
8.1	Databearbejdning	91
8.2	Undersøgelse af udglatningsrutine	95
8.3	Datapræsentation.....	100
9	KONKLUSION	107
9.1	Beregningsrutiner – absolut	107
9.2	Fejlbidragenes betydning	108
9.3	Beregningsprocedurer og målemetoder	109
9.4	Programmering.....	110
10	PERSPEKTIVERING	113
10.1	GNSS.....	113
10.2	Wide Area DGPS	115
10.3	Afslutning.....	116
11	NOMENKLATURLISTE	119
12	LITTERATURLISTE	121

BILAGSOVERSIGT

B.1 ABSOLUT POSITIONERING - FORMLER	B1
B.2 DGPS - FORMLER	B11
B.3 RELATIV GPS - FORMLER	B13
B.4 NØJAGTIGHEDSFORRINGELSE (DOP)	B15
B.5 UNDERSØGELSE AF UDGLATNING	B19
B.6 DGPS - RESULTATER	B23
B.7 UDGLATNING - RESULTATER	B31
B.8 MATLAB	B37
B.9 RINEX - SPECIFIKATIONER	B45

APPENDIKSOVERSIGT

A.1 DET GLOBALE POSITIONERINGS SYSTEM	A1
A.2 SATELLIT - KONSTELLATION	A17

CD OVERSIGT

- CD
 - Data
 - Datasæt A
 - Datasæt B
 - Datasæt C
 - Datasæt D
 - Rådata
 - Danish GPS Center
 - Fibigerstræde
 - Navigation
 - Dokumenter
 - Hyperlink
 - Litteraturliste
 - Matlab
 - Absolut
 - Differentiel
 - DGPS
 - DGPS koordinat korr
 - DGPS pseudo korr
 - Relativ
 - Udglatning
 - Programmer
 - Resultater
 - Absolut
 - Basislinie
 - Differentiel
 - DGPS
 - DGPS koordinat korr
 - master rover byttet
 - DGPS pseudo korr
 - m interpolation
 - master rover byttet
 - Relativ
 - Udglatning
 - Absolut
 - cs=10 Nmax=10
 - cs=10 Nmax=100
 - Datasæt A (Borre)
 - cs=10 Nmax=10
 - cs=10 Nmax=100
 - Datasæt B (Fib11)
 - cs=10 Nmax=10
 - cs=10 Nmax=100
 - DGPS
 - Relativ
 - vurdering af master og rover
 - Master
 - Rover
 - Sam

1 INDLEDNING

Udgangspunktet for dette afgangsprøveprojekt er geoinformatik, der er temaet for den tekniske specialiseringsmulighed på landinspektør-uddannelsen.

1.1 EMNEVALG

Gennem årtusinder har landmåleren udviklet metoder til at bestemme punkters placering, hvor en af de grundlæggende metoder over længere afstande har været vinkelmåling.

Tænker man på landmålerens hjælpemidler fra det gamle Ægyptens tid, over middelalderen og til i dag, er det stort set de samme principper, der har været anvendt til at bestemme den indbyrdes placering af punkter [Borre, K., 1995, s. 8].

En anden metode blev født gennem udviklingen af radioen, hvor afstandsmåling på radiobølgen blev mulig. I 1960'erne blev et navigations system kaldet "Transit" udviklet af U.S. Navy, og åbnede pludselig op for en helt ny metode til positionering, dog stadig indenfor begrænsede områder.

Transit blev senere udviklet i 1970'erne fra at bestå af radiosendere på jorden, til et globalt omspændende positioneringssystem bestående af satellitter i kredsløb om jorden [Kaplan, D., 1996]. NASA sendte den første satellit i kredsløb i 1978 og systemet *NAVSTAR GPS* blev 15 år senere erklæret fuldt operationelt med mindst 24 satellitter i kredsløb om jorden.

GPS indebærer givetvis den største udvikling der er sket i landmålingen i dennes årtusindgamle historie [Borre, K., 1995, s. 8]

GPS gør det muligt at bestemme punkters placering overalt i verden uanset vejrforhold og tidspunkt med en GPS modtager til få tusinde

kroner. Måling med GPS har dermed fundet anvendelse indenfor næsten alle landmålerens arbejdsområder. Eksempler på anvendelsesområder kan være i forbindelse med:

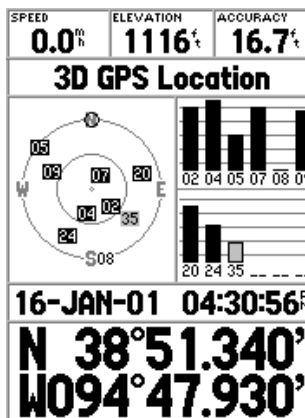
- Matrikulære sager
- Mobil GIS-data indsamling
- Markkort
- Kort ajourføring
- Ledningsregistrering
- Vandløbsregistrering
- Arealberegning
- Søopmåling
- Situationsplaner
- Afsætning
- Fladenivellement
- Deformationsmåling

Indenfor disse anvendelsesområder varierer kravet til nøjagtigheden, hvormed der opmåles fra millimeter- til meterniveau. Det er vanskeligt at inddele ovenstående punktopstilling i klasser af nøjagtighed, idet opmålingskrav til eksempelvis en arealberegning varierer efter den stillede opgave. Dog kan overordnede inddelinger foretages, idet fladenivellement og afsætning af bygninger kræver højere nøjagtighed end opmåling af landbrugsarealer til udfærdigelse af markkort og GIS-dataindsamling. Nøjagtighedskrav til opmålingen opfyldes blandt andet igennem valg af udstyr og målemetode.

GPS måling er en integreret del af uddannelsesforløbet på landinspektørstudiet, hvor projektgruppens medlemmer har kunnet anvende GPS udstyr til lignende anvendelsesområder.

Det anvendte GPS udstyr har dog altid været dyre modtagere, der giver mulighed for at bestemme en position med millimeters nøjagtighed afhængig af målemetode. I den forbindelse har det undret projektgruppen, hvorfor billigere modtagere ikke har kunnet finde anvendelse indenfor dele af landmålerens arbejdsområder, hvor nøjagtigheder på fx. submeter niveau er tilstrækkeligt.

For at kunne opnå positionering med GPS, ligger der omfattende matematiske beregninger til grund for, at en koordinat vises på modtageren.



Figur 1: Skærmeksempel fra en håndholdt GPS modtager. Adskillige beregningsrutiner ligger til grund for de viste informationer i skærbilledet [www.garmin.dk].

Som oftest kan der ligge mere end *en* matematisk løsningsmodel til grund for disse beregninger, der foretages i modtageren. Det er derfor vanskeligt for brugeren af GPS, at forholde sig kritisk overfor processeringen af de på modtageren fremkomne koordinater, da det som regel ikke fremgår af den medfølgende dokumentation.

1.2 INITIERENDE PROBLEMSTILLING

Formålet med dette afgangsprøveprojekt er at få et kendskab til den matematik, der ligger til grund for beregning af en GPS position med en billig modtager. Herigennem undersøges om disse modtagere kan anvendes til dele af landmålerens arbejdsopgaver, der kræver nøjagtigheder på submeter-niveau.

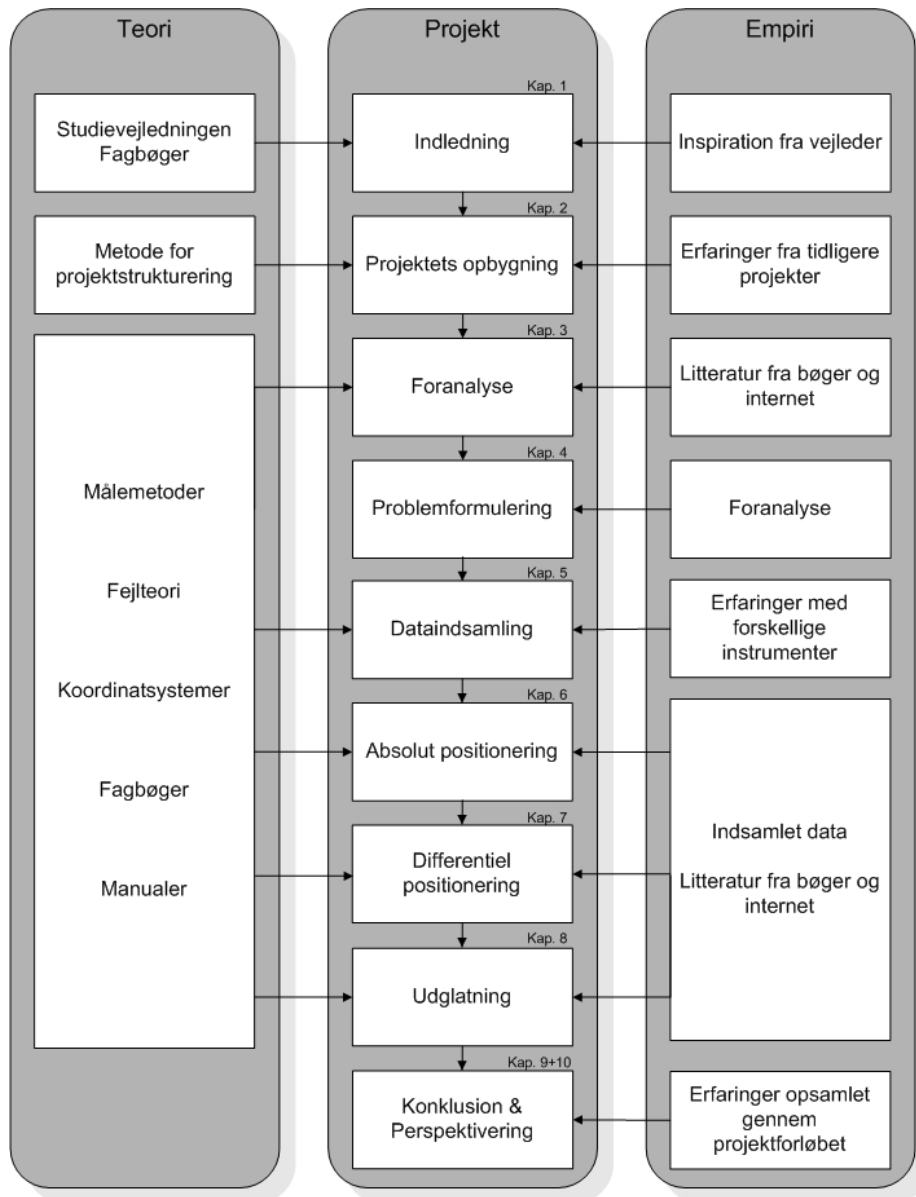
Den initierende problemstilling hedder således:

Kan en billig GPS modtager foretage positionering på submeter niveau?

2 PROJEKTETS OPBYGNING

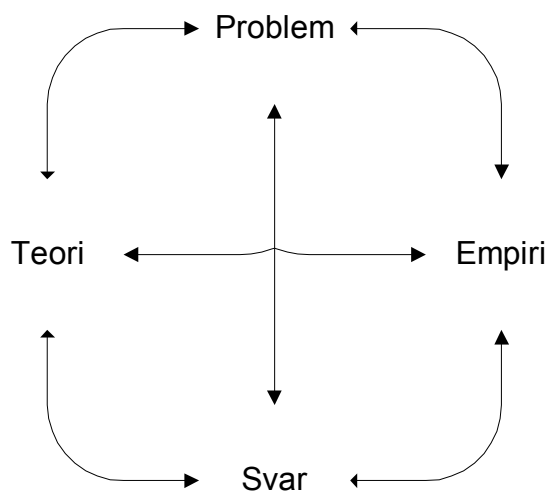
Inden projektets initierende problemstilling søges besvaret, er det vigtigt først at fastlægge, hvilken fremgangsmåde der skal anvendes for at opnå dette. Ved at gøre sig disse indledende overvejelser om hvordan det videre projektforsøg skal opbygges og struktureres, bliver der skabt et overblik over hvilke emner, der skal indgå i den kommende analyse.

Figur 2 illustrerer, på et overordnet niveau, hvorledes projektet vil blive opbygget og, hvilken teori og empiri der benyttes til de enkelte kapitler.



Figur 2: Projektstruktur.

Der kan ligeledes opstilles en model for, hvorledes teorien bag projektstrukturen skal udformes. Modellen fremgår af nedenstående figur og illustrerer sammenhængen mellem de fire grundlæggende delelementer i projektet, hvor koblingerne mellem elementerne er diverse former for analyse [Andersen, I., 1990].



Figur 3: Projektets overordnede struktur [Andersen, I., 1990, s. 23].

Før det initierende problem:

Kan en billig GPS modtager foretage positionering på submeter niveau?

kan besvares, er det nødvendigt, at forholdet mellem teorien og empirien er afklaret. Dette gøres ved at foretage en række analyser, der kobler de enkelte elementer i ovennævnte model sammen. Gruppen har valgt, som nævnt i indledningen, at beskæftige sig med beregning af GPS positioner, dvs. arbejde med den bagvedliggende matematik, der ligger til grund for en position. For at få et mere præcist indblik i, hvad de enkelte kapitler vil indeholde, er Tabel 1 opstillet.

Struktur i projektet	
Indledning	Studieordning Emnevalg Initierende problemstilling
Projektets opbygning	Vidensindsamling Rapportstruktur
Foranalyse	Anvendelsesområder Målemetoder Modtagertyper Dataformat Dataindsamling
Problemformulering	Problemformulering Afgrænsninger
Dataindsamling	Observationsdata Navigationsdata
Absolut positionering	Datagrundlag Databearbejdning Datapræsentation
Differentiel positionering	Datagrundlag Databearbejdning (DGPS + relativ) Datapræsentation (DGPS + relativ)
Udglatning	Absolut positionering Differentiel positionering

Tabel 1: Projektets struktur, der viser indholdet af de enkelte kapitler.

For at afdække den initierende problemstilling, anvendes foranalysen som et værktøj til dette. Først derefter udarbejdes en egentlig problemformulering på baggrund af den indsamlede viden, og endelig vil denne problemformulering danne grundlag for den efterfølgende absolutte og differentielle positionering. Foruden den i Tabel 1 opstillede projektstruktur indeholder projektet ligeledes en konklusion og en perspektivering.

3 FORANALYSE

Formålet med dette kapitel er at klarlægge den initierende problemformulering:

Kan en billig GPS modtager foretage positionering på submeter niveau?

for derefter at kunne udarbejde en endelig problemformulering.

Dette gøres ved at dele den initierende problemformulering i en række underspørgsmål ud fra nøgleordene:

- I. Hvad kan positionering på *submeter niveau* bruges til indenfor landmålerens arbejdsopgaver?
- II. Hvilke *positioneringsmetoder* findes der?
- III. Hvad er en *billig* GPS modtager?

Ad I: Indledningsvis ønsker projektgruppen at undersøge, hvilke anvendelsesområder en position på *submeter niveau* har indenfor landmålerens arbejdsopgaver.

Ad II: Dernæst undersøger projektgruppen, hvilke *positioneringsmetoder* der kan anvendes med en GPS modtager. Projektgruppen har, som nævnt i indledningen, erfaring med GPS måling gennem Landinspektøruddannelsen, hvilket vil blive brugt gennem foranalysen.

Ad III: Der foretages desuden en inddeling af modtagertyper ud fra en række opstillede parametre, med det formål at klarlægge, hvad der forstås ved en *billig* GPS modtager.

Der foretages desuden en analyse af, hvilket format der bør benyttes ved indsamling af rådata. Afslutningsvis vil projektgruppen behandle problematikken omkring indsamlingen af rådata. Projektgruppen ønsker at analysere, hvor meget rådata det er nødvendigt at indsamle for

at kunne foretage en vurdering af den opnåede nøjagtighed ved de enkelte metoder.

Kapitlet tager udgangspunkt i ”Det Globale Positionerings System” beskrevet i Appendiks 1.

3.1 ANVENDELSESOMRÅDER

I dette afsnit undersøges dele af de i indledningen beskrevne anvendelsesområder ved GPS-måling, for at undersøge om disse områder kræver positionering på submeter niveau. Projektgruppen har nogle konkrete områder som ønskes nærmere undersøgt:

- Ajourføring af tekniske kort
- Opmåling af landbrugsarealer
- GIS-data indsamling

Ajourføring af tekniske kort

Kravet til et teknisk korts nøjagtighed er defineret ud fra, hvilken kortstandard der er tale om.

Der er defineret tre tekniske kortstandarder - TK1, TK2 og TK3 - med hvert sit anvendelsesområde:

TK1: Teknisk oversigtskort (åbent land).

TK2: Teknisk kort (landområder).

TK3: Detaljeret teknisk kort (byområder).

[Specifikationer for Tekniske Kort, 2000].

Nøjagtigheden ved de tre korttyper er angivet i nedenstående tabel:

Type	Plan nøjagtighed [cm]
TK1	110
TK2	25
TK3	10

Tabel 2: Krav til objekters plan nøjagtighed ved forskellige tekniske kort.

Det ses ud fra Tabel 2 at ajourføring af TK1 kort kræver en plan nøjagtighed på 110 cm.

Opmåling af landbrugsarealer

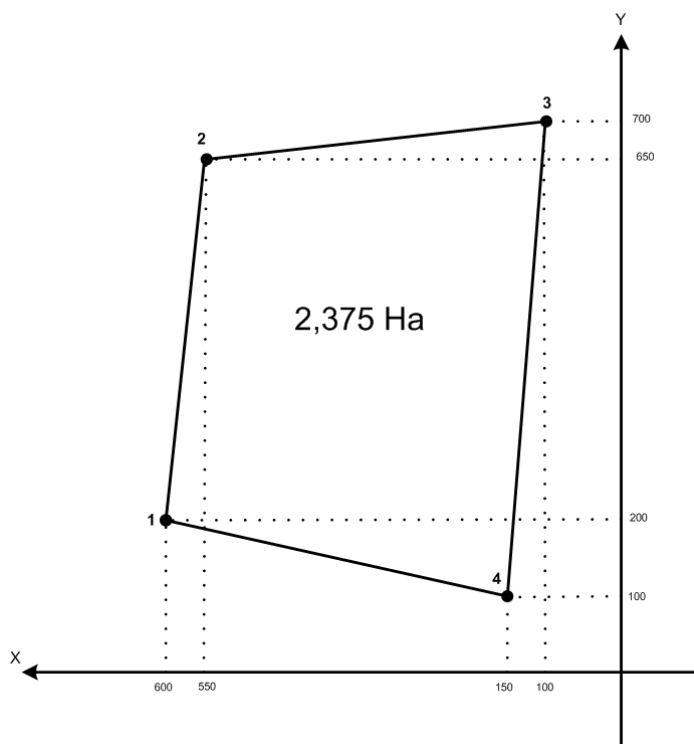
Størrelsen af landbrugsarealer skal bl.a. angives, hvis der søges om hektarstøtte. Arealerne i hektarstøtteansøgningen skal angives i hektar (Ha) med 2 decimaler [Direktoratet for FødevarerErhverv, 2002]:

$$\sigma_{\text{areal}} = 0,01 \text{ hektar} = 100 \text{ m}^2$$

Ovenstående arealspredning kan ud fra punktspredningen og de plane koordinater opstilles som:

$$\sigma_{\text{areal}} = \sqrt{\frac{1}{4} \sigma_p \sum_{i=1}^n [(x_{i-1} - x_{i+1})^2 + (y_{i+1} - y_{i-1})^2]}$$

Som eksempel ses nedenstående figur, hvor et areal ønskes opmålt. Landbrugsarealets sande areal er på 2,375 Ha.



Figur 4: Eksempel på en opmåling af landbrugsareal, hvor det sande areal er 2,375 Ha.

Med en punktspredning på 1 meter og indsættelse af de plane koordinater fås en arealspredning på:

$$\sigma_{areal} = \sqrt{\frac{1}{4} \sigma_p^2 1830000} = \sqrt{457500} = 676 m^2 \approx 0,06 Ha$$

Ved opmåling af yderligere tre punkter i polygonen reduceres arealspredningen med $100 m^2$. En arealspredning på $0,05 Ha$ er dog ikke nok til at opfylde nøjagtighedskravet på $0,01 Ha$ [Direktoratet for FødevarerErhverv, 2002]. Positionering på submeter niveau vurderes derfor ikke at kunne anvendes ved opmåling af landbrugsarealer.

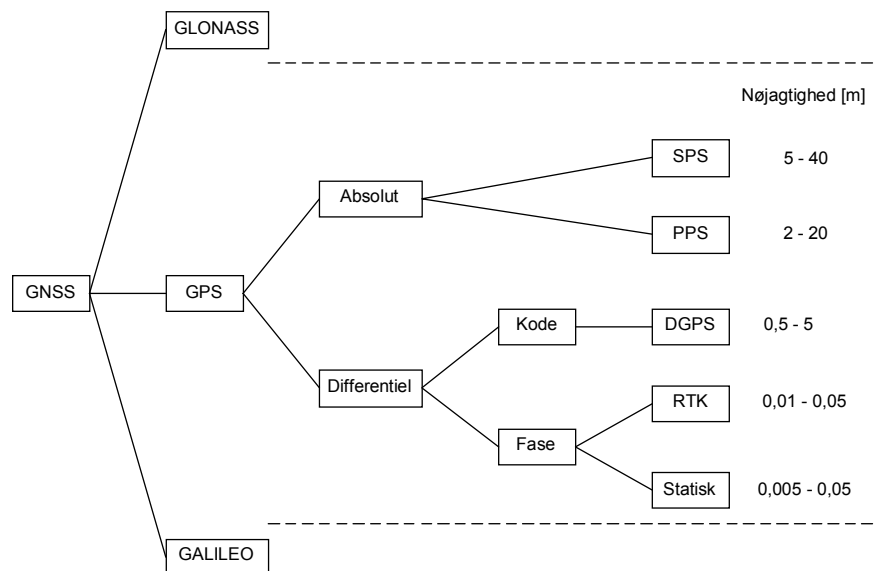
GIS-data indsamling

Ved indsamling og ajourføring af GIS-data varierer nøjagtighedskravet fra opmåling til opmåling. Projektgruppens erfaring med GIS indsam-

ling, er dog at submeter nøjagtigheder på indmålte punkter som regel er tilstrækkeligt. F.eks. udførte COWI – Rådgivende Ingeniører A/S sommeren 2001 GIS dataindsamling for Københavns kommune. Her blev gadeudstyr i form af vejskilte, bænke og skraldespande registreret med enkeltfrekvent GPS og reference fra Spot-FM, af et af projektgruppens medlemmer. Nøjagtighedskravet på de indmålte objekter var her 1 meter.

3.2 MÅLEMETODER

Med GPS er det muligt at benytte flere former for målemetoder, som bl.a. adskiller sig fra hinanden med den nøjagtighed, der kan opnås. Figur 5 viser en oversigt over de generelle termer inden for GPS og de dertil hørende målemetoder og nøjagtigheder.



Figur 5: Skematisk oversigt over målemetoder og nøjagtigheder ved satellitmåling efter S/A's afskaffelse [Jensen, H. V. og Hvolby, M., 2001] og [Dueholm, K. og Laurentzius, M., 2002].

Den overordnede inddeling af målemetoder er absolut og differentiel måling, hvor den absolutte position bestemmes med en enkelt modta-

ger, og den differentielle position bestemmes med to eller flere modtagere.

ABSOLUT POSITIONERING

Den absolutte positionsbestemmelse er, som ovenstående figur illustrerer, inddelt i to målemetoder. Grunden til denne inddeling, er at GPS er en militær service til positionering af høj nøjagtighed, hvor positioneringsmetoden anvendt af militæret kaldes ”Precise Positioning Service” (PPS). Ved PPS, måles der på P-koden, som jf. Appendix 1 har en 10 gange højere opløsning end C/A-koden. P-koden bæres på både L1 og L2, hvilket muliggør dobbeltfrekvent måling. Dobbeltfrekvent måling reducerer den ionosfæriske forringelse af signalet væsentligt [Parkinson, B., og Spilker, J., 1996], og sammen med P-kodens mere nøjagtige bestemmelse af en pseudoafstand, opnås en nøjagtighed på 2-20 meter, jf. Figur 5.

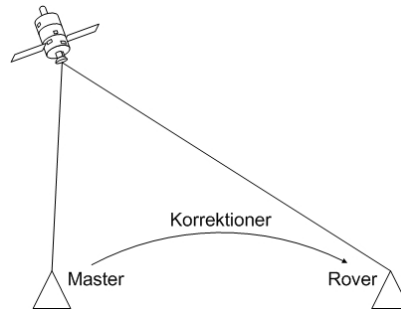
Samtidig var det et ønske fra Det Amerikanske Forsvarsministerium at absolut positionering skulle være tilgængelig for civilt brug. For at sikre nationale interesser skulle denne service ”Standard Positioning Service” SPS dog være med lavere nøjagtighed, [NAVSTAR, 1995]. Denne målemetode foretages ved måling på C/A-koden, som kun er moduleret på L1 bæreølgen. Nøjagtigheden for SPS er derfor også lavere end ved PPS, hvor der ved SPS opnås en nøjagtighed på 5-40 meter.

DIFFERENTIEL POSITIONERING

Denne metode inddeles i differentiel kode- og fasemåling, jf. Figur 5. Anden litteratur såsom [Hoffman-Wellenhof, B. et al, 2001] foretager samme inddeling, blot benævnes fasemålingen, som ”Relativ GPS”, hvilket vurderes til at være en mere dækkende definition, idet ”Relativ GPS” kan indeholde måling på både koden og fasen. Fremover i pro-

jektet anvendes der derfor betegnelserne ”DGPS” og ”Relativ GPS” indenfor differentiell positionering.

Den differentielle kodemåling (DGPS), bygger på princippet hvormed korrektioner fra en modtager i et kendt punkt (master), i real time overføres til en anden modtager i et ukendt punkt (rover), jf. Figur 6.

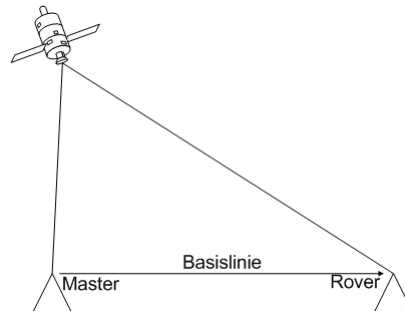


Figur 6: Princippet ved DGPS, hvor korrektioner fra master bliver overført til rover.

Ved DGPS er der to typer af korrektioner, der kan overføres fra master til rover. Ved den ene metode beregnes masterens position ud fra de samme satellitter, der anvendes til beregning af roverens position, hvilket kræver tovejs-kommunikation, hvis metoden skal anvendes real-time. Forskellen på den kendte og beregnede master position overføres som korrektion til roverens beregnede position. Den anden korrektionsmetode er baseret på korrektioner på pseudoafstanden, hvor forskellen på beregnet og observeret pseudoafstand i masteren overføres til roveren. Den sidstnævnte metode giver den højeste nøjagtighed på $\frac{1}{2}$ -5 meter jf. Figur 5, og er derfor den metode, der anvendes hyppigst ved DGPS. Submeter nøjagtigheder opnås ved udglatning af pseudoafstandene vha. fasen, og endnu højere nøjagtigheder opnås ved anvendelse af fasemålingerne [Hoffman-Wellenhof, B. et al, 2001, s. 137]. DGPS foretages oftest real-time, hvor roveren er i bevægelse og korrektioner overføres fra master med et radiolink. Der er udviklet en række DGPS-

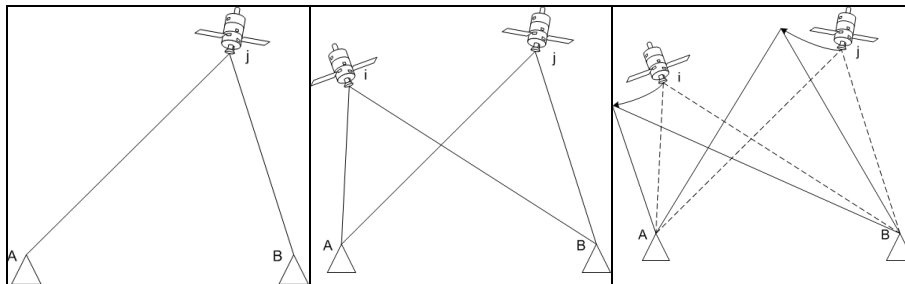
tjenester, hvor det danske system Spot-FM, udsender korrektioner på FM-båndet I RTCM-format¹ fra tre mastere.

Relativ GPS, bygger på princippet, hvormed roverens position bestemmes relativt i forhold til mesterens kendte position, jf. Figur 7.



Figur 7: Princippet ved relativ GPS, hvor en basislinie fra master til rover bestemmes.

Ved relativ GPS foretages der observationer samtidigt fra to modtagere til de samme satellitter. Der findes tre metoder til positioneringen: Enkelt-, dobbelt- og tripeldifferens, jf. Figur 8.



Figur 8: Metoderne til relativ positionering: Enkelt- dobbelt- og tripeldifferens [Mercator GPS-systems].

Enkeltdifferensen bliver dannet når to modtagere foretager observationer til den samme satellit. Ved enkeltdifferensen antages det at satellitens urfejl samt de atmosfæriske forhold er ens fra de to modtagne sig-

¹ RTCM-formatet er et inputformat, der indeholder differentielle korrektioner.

naler i master og rover, og disse fejlbidrag udgår derfor. Enkeltdifferens kan også dannes mellem en modtager og to satellitter, hvorved modtagerens urfejl udgår. Dobbeldifferensen dannes når der observeres samtidig til endnu en satellit, og herved elimineres også modtagerens urfejl. Ved tripeldifferensen observeres der over to epoker, hvorved periodekonstanten, jf. Appendiks 1, som er konstant i tiden, udgår.

I praksis anvendes kun dobbeltdifferensen til relativ GPS [Dueholm, K. og Laurentzius, M., 2002], [Leick, A., 1995], og afhængigt af målemetode opnås der nøjagtigheder på under centimeter-niveau.

Relativ GPS foretages oftest real-time (RTK), hvor roveren er i bevægelse og observationer overføres fra master med et radiolink eller telefon. Der er udviklet en række RTK-tjenester, hvor et af de danske systemer GPSnet, udsender korrektionsdata fra en virtuel master i RTCM-format beregnet på grundlag af flere kontrolstationer [GPSnet.dk].

3.3 MODTAGERTYPER

GPS modtageren klassificeres efter hvilke signaler den benytter til positionering [Borre, K., 1995, s. 19]:

1. C/A-kode,
2. C/A-kode og L1 bærebølge,
3. C/A-kode og L1 og L2 bærebølge,
4. C/A-kode, P-kode, L1 og L2 bærebølge,
5. L1 bærebølge
6. L1, L2 bærebølge

[Borre, K., 1995] giver ikke en yderligere forklaring til de angivne modtagertyper, hvor projektgruppen undrer sig over (5) og (6), da må-

ling på bærebølge uden en påmoduleret kode, ikke umiddelbart er mulig.

En simplere inddeling findes i [Hoffman-Wellenhof, B. et al, 2001], hvor modtageren inddeles i følgende fire kategorier:

1. C/A-kode pseudoafstand
2. C/A-kode og L1 (og kodefri L2) bærebølge
3. P-kode, L1 og L2 bærebølge
4. Y-kode, L1 og L2 bærebølge

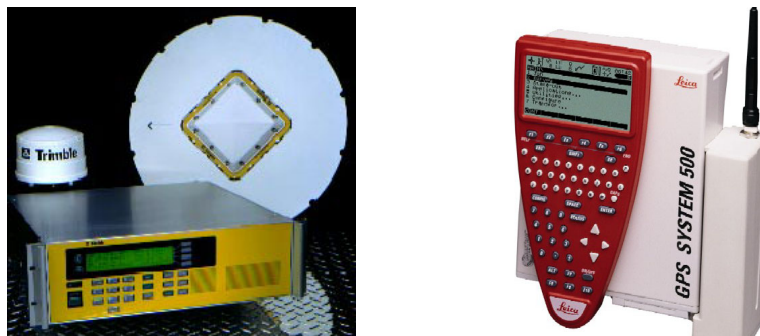
Idet der ikke umiddelbart findes en entydig definition af modtagertyper, defineres tre overordnede typer af projektgruppen. I projektgruppens inddeling, som vil blive anvendt i den efterfølgende beskrivelse af modtagere, vil (1) og (2) modtagere opstillet af [Hoffman-Wellenhof, B. et al, 2001] beskrives samlet som Type 1, og (3) vil indeholde C/A-koden, beskrevet som Type 2. Sammenlægningen af (1) og (2) begrundes ud fra at C/A-koden altid vil være påmoduleret L1, ændringen af (3) foretages ud fra projektgruppens kendskab til modtagere på landinspektøruddannelsen. Projektgruppens inddeling er altså:

- | | |
|---------|--------------------------------------|
| Type 1. | C/A-kode og L1 bærebølge |
| Type 2. | C/A-kode, P-kode, L1 og L2 bærebølge |
| Type 3. | Y-kode, L1 og L2 bærebølge |



Figur 9: Eksempler på Type 1 håndholdte modtagere [Garmin] og [Trimble].

Type 1 defineres som værende en billig håndholdt modtager til SPS (og enkelte til DGPS) måling jf. Figur 5. Modtageren bliver typisk brugt til navigation i biler og både. Den håndholdte modtager anvendes også indenfor GIS, hvor indsamling og registrering af geografiske data som oftest kun kræver en nøjagtighed, hvormed data kan lokaliseres i marken, dvs. meterniveau. Type 1 er ifølge Garmin, der er verdens førende producent af denne modtagertype, også den mest udbredte, og vil i fremtiden indgå som en integreret del i adskillige produkter såsom telefoner, kalendere, biler mm. [Garmin].

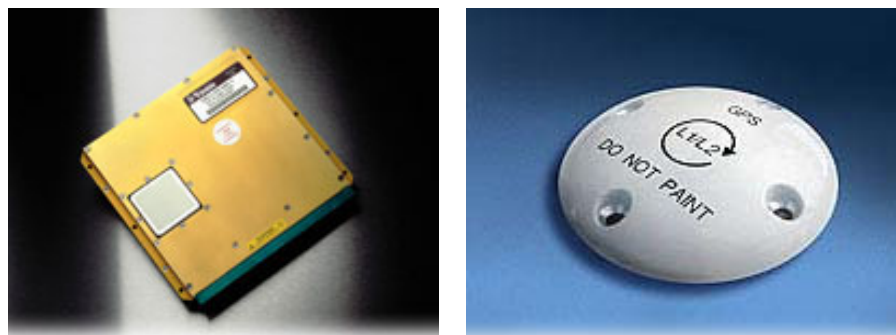


Figur 10: Eksempler på Type 2 modtagere [Trimble] og [Leica Geosystems].

Type 2 bruges derimod til mere nøjagtig positionering idet C/A- og P-koden og især fasen fra L1 og L2 benyttes i denne type. C/A-koden er kun moduleret på L1, men ved hjælp af P-koden kan fasen på L2 anvendes til beregning af pseudoafstande. Ved differentiell positionering

med denne type, opnås en høj nøjagtighed, hvilket medfører en række andre anvendelsesområder end den tidligere nævnte Type 1.

Især indenfor landmålingen er denne type modtagere særdeles anvendelige, hvor de bruges til eksempelvis statiske og RTK målinger med nøjagtigheder jf. Figur 5.



Figur 11: Eksempler på en Type 3 modtager og dens antenne [Trimble].

Type 3 modtagere foretager dobbeltfrekvent positionering ud fra Y-koden, og PPS er denne types primære anvendelsesområde. Positionering på Y-koden er kun forbeholdt militæret. P-koden er krypteret med en W-kode for at undgå at en fjende vil have mulighed for at udsende falske signaler og dermed skabe forvirring og fejlpositionering i en krigssituation [Hofmann-Wellenhof, B. et al 2001]. Resultatet af krypteringen, også kaldet A-S (Anti-Spoofing), er en Y-kode (Type 3), som erstatter P-koden. For at få adgang til P-koden kan Y-koden dekrypteres med tilladelse fra Det Amerikanske Forsvarsministerium [Dueholm, K., Laurentzius, M., 2002].

3.4 DATAFORMAT

Der findes et rå-data format for næsten hver producent af modtagere. Som eksempel kan nævnes Ashtech's Type 2 modtager, der lagrer data i to binære observations- og efemeridefiler og en ASCII site-fil.

RINEX (Receiver INdependent Exchange) er dog et internationalt anerkendt udvekslingsformat, som næsten alle modtagertyper kan benytte. Formatet blev udviklet sidst i 1980'erne, med det formål at lette udvekslingen af GPS data, der blev indsamlet under etableringen af EU-REF89 [Gurtner, W., 2001]. Den store fordel ved dette format er, at samme format anvendes uanset modtagertype.

RINEX formatet består af seks ASCII filer [Gurtner, W., 2001]:

1. Observation Data File,
2. Navigation Message File,
3. Meteorological Data File,
4. GLONASS Navigation Message File,
5. GEO Navigation Message File og
6. Satellite and Receiver Clock Date File,

hvor kun de to øverste er nødvendige for at foretage GPS-beregninger. For nærmere beskrivelse af RINEX, jf. Bilag 9.

3.5 DATAINDSAMLING

Formålet med dette afsnit er at analysere, hvor meget rådata det er nødvendigt at indsamle for at kunne foretage en vurdering af den opnåede nøjagtighed ved de enkelte beregningsrutiner.

I den forbindelse er der adskillige parametre, der har indvirkning på, hvor meget dataindsamling der kræves:

- Antallet af tilgængelige satellitter
- Satelliternes elevationsvinkel over horisonten
- Interval hvormed data indsamles (epokeinterval)
- Målemetode
- Antal modtagere

Det er derfor vanskeligt at give et bud på, hvor meget dataindsamling der kræves, og projektgruppen har i den forbindelse søgt inspiration i et projekt, hvor der har været indsamlet GPS-data til undersøgelse af forskellige metoders nøjagtighed.

Ved en undersøgelse af nøjagtigheden af SPS [Shih, T., et al 2001], blev to datasæt indsamlet, jf. Tabel 3:

	1. datasæt	2. datasæt
Tidsrum (dage)	29	2
Epokelængde (sek.)	30	30
Antal målinger (stk.)	1	5
Målemetode	SPS	SPS

Tabel 3: To datasæt indsamlet ved undersøgelse af nøjagtigheden af SPS.

Undersøgelsen viste at nøjagtigheden ved SPS er forskellig hver dag, dog med en døgncyklus, der angiveligt kan være det ionosfæriske fejlbidrag.

Udover at have søgt inspiration i ovenstående undersøgelse, som indikerer at et døgn dataindsamling er passende pga. døgncyklusen, kan en beskrivelse af fejlbidragene på bestemmelse af afstanden mellem satellit og modtager også bidrage til en analyse af hvor meget rådata, det er nødvendigt at indsamle.

3.6 AFSTANDSFEJL VED GPS

Et GPS-signal påvirkes af en række forhold under transmissionen fra satellit til modtager. Påvirkningen medfører en fejlagtig bestemmelse af afstanden mellem satellit og modtager. I det følgende beskrives fejlkilderne på denne afstand, som opstilles til at være:

- Banefejl
- Urfejl
- Atmosfæriske forstyrrelser

- Multipath

BANEFEJL

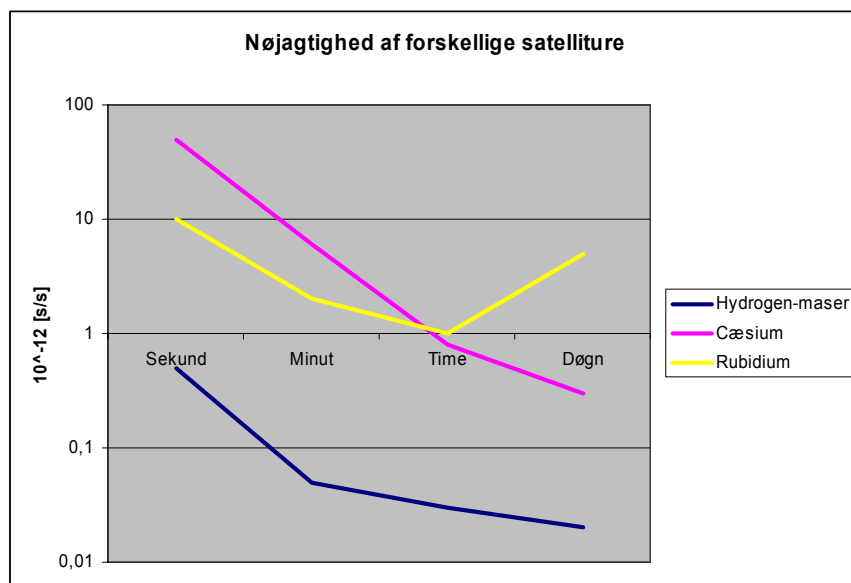
Broadcastede efemeridedata, som indeholder oplysninger om satellittens bane, kan anvendes til beregning af satellittens position med en nøjagtighed indenfor ca. 2 m [Parkinson, B., Spilker, J., 1996]. Denne nøjagtighed påvirker måling af afstanden mellem satellit og modtager med dens projektion ind på afstanden, hvilket kan medføre samme unøjagtighed på op til 2 meter. Hvis højere nøjagtighed er påkrævet kan *præcise* efemeridedata anvendes, der indeholder oplysninger om satellittens bane på decimeter niveau [Strang & Borre, 1997]. De præcise efemeridedata beregnes ved efter processering, og er tilgængelige på internettet [National Geodetic Survey – CORS] 14 dage efter observationerne er modtaget.

URFEJL

Afstanden mellem satellit og modtager er jf. Appendiks 1, beregnet på baggrund af tidsmålinger mellem satellittens og modtagerens ure. Da der i gennemsnit går 0,075 sekund fra signalet afsendes i satellitten, til det modtages på jorden, stilles der høje krav til urenes stabilitet. Urfejlen for hhv. satellit og modtager beskrives således i følgende afsnit.

Satellittens urfejl

Urene i satellitterne er af meget høj kvalitet, og for at sikre sig mod ursvigt er der installeret to cæsium og to rubidium ure i hver satellit. Grunden, til at der både anvendes cæsium og rubidium ure, er at rubidium har størst stabilitet i korte tidsintervaller og cæsium har størst stabilitet over længere tidsintervaller, jf. Figur 12. Det ses også ud fra Figur 12 at hydrogen ure har langt den største nøjagtighed. Disse ure anvendes ikke grundet deres høje pris.



Figur 12: Atomures stabilitet over tid [Dueholm, K., Laurentzius, M., 2002].

Urene bliver jævnligt kontrolleret af kontrolstationer på jorden jf. Appendix 1, og restfejlen efter korrektion er derfor næsten ubetydelig, idet en afvigelse på 10^{-11} sekund jf. Figur 12 medfører en fejl på afstanden mellem satellit og modtager på ca. 3 mm.

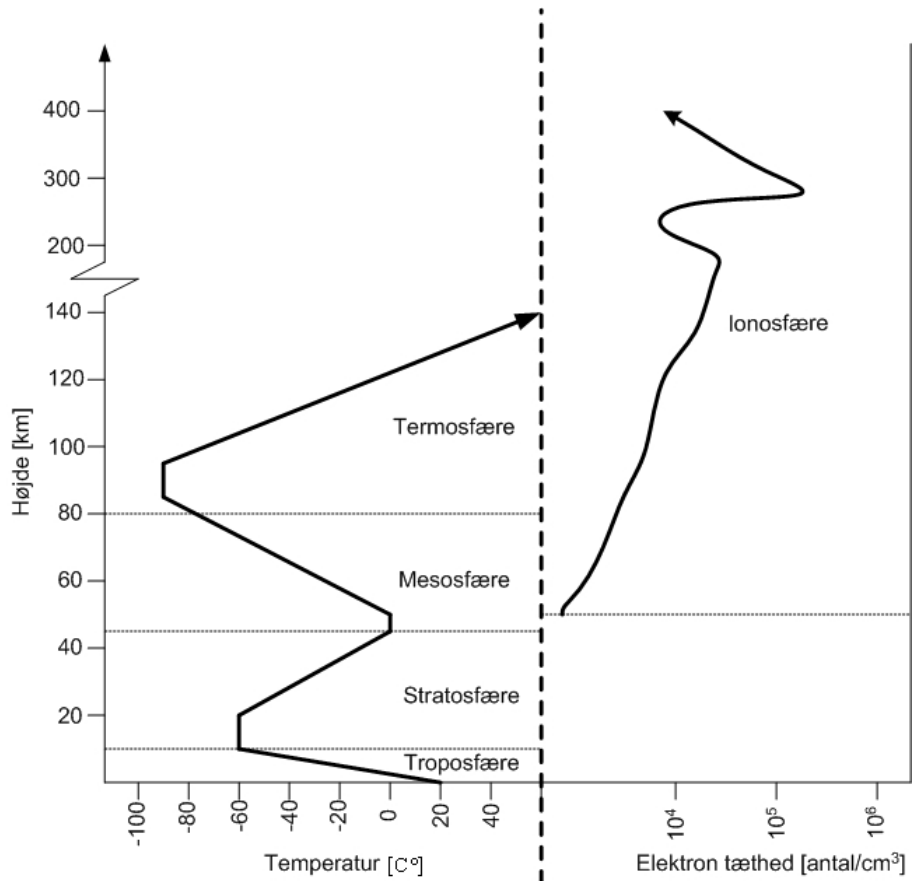
Modtagerens urfejl

Urene i modtagerne er normalt quartz-ure [Dueholm, K., Laurentzius, M., 2002]. Disse ure afviger ca. 1 mikrosekund (10^{-6} s.), hvor en fejl på 10^{-6} sekund medfører en fejl på afstanden mellem satellit og modtager svarende til 300 m ($300.000\text{km/s} \cdot 10^{-6}$).

Urene bliver ikke løbende korrigeret efter satelliternes ure, hvilket medfører at urfejlen vokser under opmålingen. Modtagerens urfejl bliver dog estimeret ved måling til mindst fire satellitter, og elimineret ved relativ måling, hvor der beregnes dobbeltdifferenser.

ATMOSFÆRISKE FORSTYRRELSER

Atmosfæren varierer i temperatur og ionisering og når den beskrives i litteraturen inddeles den ofte i områder efter disse parametre, se også Figur 13.



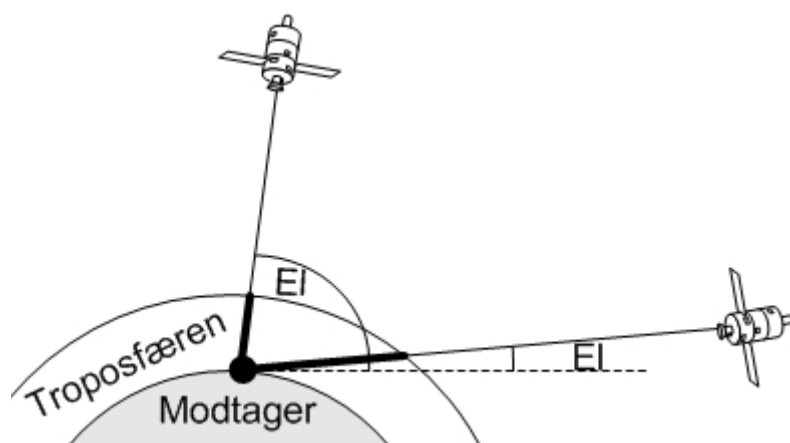
Figur 13: Opdeling af atmosfæren ud fra temp. og elektron tæthed. Inspireret af [Leick, A., 1995].

Ved atmosfæriske forstyrrelser af satellit signaler, er det troposfæren og ionosfæren, der påvirker transmissionen af signalet mest. Disse fejl kan dog fjernes ved at foretage dobbeltfrekvent eller differentiell måling.

Troposfæren er beliggende fra Jordens overflade og op til 10 - 20 km over Jorden. Troposfæren er det lag i atmosfæren, hvor størstedelen af

atmosfærens masse er beliggende. De øvrige lag indenfor temperatur terminologien jf. Figur 13, har for lav molekyltæthed, til at kunne påvirke signalet. Troposfæreforsinkelsen mellem satellit og modtager kan bestemmes ved at opstille en model ud fra oplysninger om temperatur, tryk og luftfugtighed. Der findes flere metoder til at bestemme denne fejl, bl.a. kan troposfæren inddeles i flere underlag. Oftest er det tilstrækkeligt at anvende standardværdier for temperatur, tryk og luftfugtighed, idet fx. en målt temperatur ved jordoverfladen, ikke giver et fyldestgørende indtryk af temperaturen gennem hele troposfæren [Dueholm, K., Laurentzius, M., 2002].

Troposfærefejlen bliver større jo lavere elevationsvinklen er mellem satellit og modtager, på grund af den afstand signalet tilbagelægger i troposfæren jf. Figur 14.

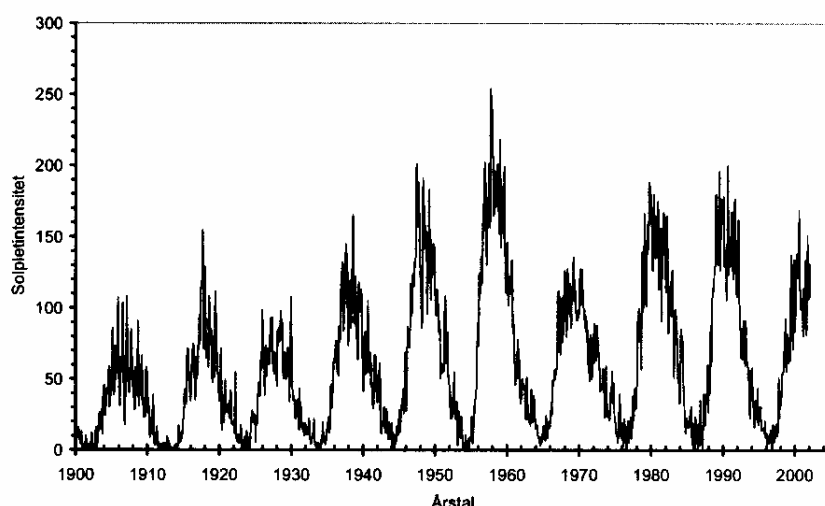


Figur 14: Troposfærefejlen bliver større jo lavere elevationsvinkel mellem satellit og modtager, da signalets transmissionstid i troposfæren bliver forlænget.

Derfor indføres som regel en grænse for, hvor lavt satellitterne må stå over horisonten, hvis de skal anvendes til positionering. Ved observationer fra en satellit i zenit, er troposfærefejlen omkring $\frac{1}{2}$ -1 meter [Dueholm, K., Laurentzius, M., 2002], dog skal der påregnes fejl på op til 5

meter på bestemmelsen af afstanden mellem satellit og modtager afhængig af satellittens elevationsvinkel.

Ionosfæren, som er beliggende fra 50 til 1500 km over jordens overflade, er karakteriseret ved at have en høj koncentration af frie elektroner. Disse frie elektroner påvirker udbredelsen af radiobølger og dermed også transmissionssignalet fra en satellit, så en fejl på bestemmelsen af afstanden mellem satellit og modtager opstår. Årsagen til denne høje koncentration af frie elektroner skyldes primært ultraviolet stråling fra solen [Leick, A., 1995]. Derfor har solens placering i forhold til jorden og dens aktivitet stor betydning for koncentrationen af frie elektroner i ionosfæren og dermed størrelsen af ionosfærefejlen. Solens aktivitet beskrives ofte som funktion af observerede mørke pletter på solens overflade, også kaldet solpletter. Disse solpletter har en levetid fra få dage til en måned, og aktiviteten af disse varierer over en periode på 11 år. Det ses at solpletaktiviteten er faldende, og forventes at nå et minimum i år 2006. Den faldende solpletaktivitet medfører faldende ultraviolet stråling og dermed en mindre ionosfærefejl [Dueholm, K., Laurentzius, M., 2002].

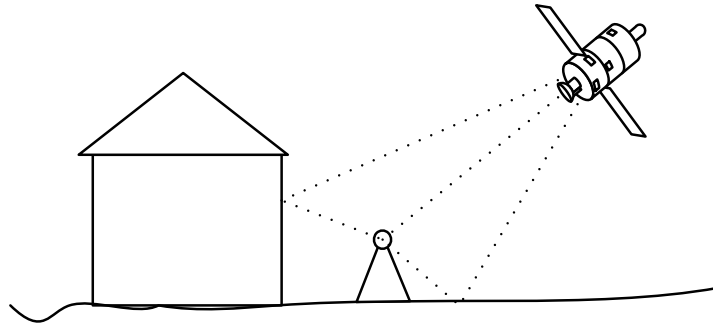


Figur 15: Antallet af solpletter i det sidste århundrede. Antallet varierer over en periode på ca. 11 år [Dueholm, K., Laurentzius, M., 2002].

Ionosfæreforsinkelsen mellem satellit og modtager er det største fejlbidrag til den absolutte position. Udover kendskabet til antallet af de frie elektroner i ionosfæren, som anvendes til modellering af ionosfærefejlen, må der påregnes en restfejl på 2-10 meter på afstanden mellem modtager og satellit, idet den opstillede model kun reducerer ionosfærefejlen med 50% [Navstar, 2000], [Dueholm, K., Laurentzius, M., 2002]. Fuldstændig reduktion af denne fejl opnås ved at foretage dobbeltfrekvent eller differentiell måling, hvormed fejlen udgår.

MULTIPATH

Multipath skyldes, at radiosignalet kan modtages via refleksion fra flader i omgivelserne. Multipath-signalet medfører forstyrrelser på korreleringen af C/A- og P-koden og vil altid være forsinket i forhold til det direkte signal på grund af den længere rejselængde via refleksionfladerne [Dueholm, K., Laurentzius, M., 2002, s. 43], jf. Figur 16:



Figur 16: Signalet fra satellit til modtager reflekteres på objekter nær modtageren, og forårsager multipath.

Det er særdeles vanskeligt at opstille en model for fejlbidraget ved multipath på en absolut position, idet fejlbidraget varierer ud fra modtagerens skiftende omgivelser. Derfor har producenterne af modtagerne løbende udviklet og forbedret modtageren med afskærmning af antennen, for at fjerne multipath fra objekter, der ligger lavere end modtageren.

Satellittens elevationsvinkel i forhold til modtageren er også en vigtig faktor i multipath. Derfor kan mange fejlbidrag ved multipath fjernes ved blot at fravælge satellitter med lav elevationsvinkel. Hermed undgås mange refleksionsflader. Dog skal der påregnes et fejlbidrag på op til 5 meter på en afstand mellem satellit og modtager [Dueholm, K., Laurentzius, M., 2002].

3.6.1 OPSUMMERING AF FEJLBIDRAG

Fejltype	Størrelse afhængig af	Mulighed for kompensation	Nøjagtighed før korrektion (meter)	Nøjagtighed efter korrektion (meter)
Bane	Tid	Reduktion ved differentiel måling	2	2
Satellit	Urets kvalitet	Differens	N/A	< 1
Modtagerur	Variationen af tryk, temp. og fugtighed	1. ≥ 4 satellitter 2. Differens	N/A	elimineres
Troposfære	Variationen af antallet af frie elektroner	1. Opstille matematisk model 2. Differens	$\frac{1}{2}$ -5	$\frac{1}{2}$ -1
Ionosfære	Variationen af antallet af frie elektroner	1. Opstille matematisk model 2. Differens 3. Dobbeltefrekvent	5-20	4
Multipath	Modtagerens omgivelser Satellittens elevationsvinkel	Afskærmning af antenne	0-5	0-5
Ialt:			N/A	3 - 6 meter

Tabel 4: I tabellen ses de i afsnittet opstillede fejlbidrag på afstanden mellem modtager og satellit [Dueholm, K., Laurentzius, M., 2002].

Fejlbidragene på afstanden mellem modtager og satellit opsummeres til Tabel 4. Det ses at ionosfærefejlen er det mest dominerende fejlbidrag.

Denne fejl samt troposfærefejl og satellittens urfejl kan der dog opstilles en model for, så fejlene kan estimeres.

4 PROBLEMFORMULERING

Gennemgangen af problemformuleringen vil tage udgangspunkt i foranalysen. Indledningsvis i foranalysen blev målemetoderne indenfor GPS beskrevet, hvor den relative metode vha. dobbeltdifferensen gav den mest nøjagtige position.

Der blev desuden undersøgt om positionering på submeter niveau kan finde anvendelse indenfor landmålerens arbejdsområder.

En inddeling af GPS modtagerne blev foretaget, hvor Type 1 modtagere blev beskrevet som den type, der giver den mindst nøjagtige positionsbestemmelse, men samtidig er den mest anvendte modtager i øjeblikket.

Endvidere blev der undersøgt hvilket dataformat, der bør benyttes til indsamling af rådata, samt størrelsen på datamængden, der bør indsamles.

I det følgende vil projektgruppens forskellige valg på baggrund af foranalysen blive gennemgået.

4.1 VALG AF MÅLEMETODE

Ved valg af målemetode vælger projektgruppen at beskæftige sig med de differentielle beregningsrutiner, dvs. *både* DGPS og relativ GPS. Projektgruppen vurderer dog, at den absolutte positionering er grundlæggende for den efterfølgende differentielle positionering, hvorfor der indledningsvis fokuseres på de absolutte beregningsrutiner. Desuden vil projektgruppen undersøge yderligere muligheder for forbedring af nøjagtigheden af en beregnet position.

4.2 DATAMÆNGDE

Projektgruppen vælger at indsamle data i 24 timer ud fra analysen af fejlbidragene på en afstand mellem satellit og modtager samt erfaringer

fra lignende undersøgelser. Desuden sættes epokeintervallet til 30 sekunder for at reducere datamængden.

4.3 VALG AF DATAFORMAT

Det er vigtigt, når der vælges dataformat ved dataindsamlingen, at observationerne, der er sendt fra satellitten til modtageren, lagres på PC'en, ubehandlet i sit "rå" format.

Den indsamlede data lagres i RINEX-format, idet dette format leverer de "rå" data fra modtageren, og kan læses i enhver teksteditor.

4.4 VALG AF MODTAGER

Med hensyn til valg af GPS modtagere afgrænses der indledningsvis i forhold til, hvilke modtagere der er til rådighed i landinspektørstudiets instrumentsamling og internt i projektgruppen.

Studiet råder over modtagerne Ashtech Z-12 og Leica SR530, se Figur 17. Derudover råder projektgruppen over en Garmin eTrex Vista.



Figur 17: De tilgængelige modtagere, fra producenterne Ashtech, Leica og Garmin. Ashtech's og Leica's modtager er her vist uden batteri og antenne.

Ud fra den generelle klassificering og beskrivelse af modtagere i foranalysen, klassificeres modtagerne fra Ashtech og Leica til Type 2, og Garmin's til Type 1. Udover forskellen, på hvilke signaler modtageren

benytter til positionering, er der desuden også en prismæssig forskel på de to typer. Type 1 indeholder modtagere til priser fra ca. 2000 kroner og opefter, hvorimod Type 2 modtagerne er betydelig dyrere. En nyere model af Ashtech Z12 modtageren, Ashtech Z-Xtreme Survey system koster således 15140 euro (prisliste modtaget ved Aalborg Universitet).

Projektgruppens krav til modtageren er, at der er hukommelse til, at der kan indsamles tilstrækkeligt rådata. Projektgruppen vurderer ud fra foranalysen at et døgn dataindsamling er tilstrækkeligt, for at kunne foretage analyse af fejlkilder mm. Det vil medføre omfattende data-mængder, hvilket stiller yderligere krav til modtageren der skal vælges. Dette krav opfylder alle tre tilgængelige modtagere, idet de kan tilkobles en PC'er, så en løbende overførsel af indsamlet data kan foretages.

Umiddelbart falder valget af modtager på Garmin eTrex Vista, idet projektgruppen finder det interessant at arbejde med denne type modtagere, der hører til de billigste på markedet, men samtidig dækker det største marked indenfor salg af modtagere, og i fremtiden vil blive anvendt som integrerede dele i mange nye produkter. Projektgruppen vælger derfor kun at foretage positionering ved enkeltfrekvent måling, da de valgte Garmin modtagere kun måler på L1 bærebølgen.

Det viser sig dog at denne modtagers batterilevetid og programmel til indsamling af rådata begrænser observationstiden. Projektgruppen vælger derfor at anvende data udelukkende indsamlet med Ashtech's Z-12. Projektgruppen anvender dog kun data, som svarer til signalet, der opsamles i en Type 1 modtager, for dermed at fastholde det oprindelige valg af modtager.

4.5 ENDELIGE PROBLEMSTILLING

Med udgangspunkt i foranalysen og projektgruppens gennemgåede valg opstilles derfor følgende endelige problemformulering:

Med hvilke beregningsrutiner foretages differentiell positionering med en type 1 modtager?

Dette søges besvaret ud fra følgende underpunkter:

1. Hvilke beregningsrutiner ligger til grund for absolut positionering?
2. Hvorledes programmeres og opstilles beregningsprocedurerne?
3. Hvor store er de enkelte fejlbidrags betydning for den samlede nøjagtighed ved positionering?
4. Hvilke beregningsprocedurer og målemetoder kan anvendes til forøget nøjagtighed ved positionering med GPS ?

Ad 1: For at kunne få et indgående kendskab til de beregningsrutiner, der ligger til grund for differentiell positionering, tages der udgangspunkt i beregningsrutinerne for den absolutte positionering. Derefter kan en undersøgelse af de differentielle beregningsrutiner foretages.

Ad 2: Projektgruppen havde fra starten et ønske om at foretage programmeringen selv, for derigennem at få kendskab til beregningsrutinerne og de forskellige måder at opstille beregningsprocedurerne på.

Ad 3: Ved programmeringen af beregningsprocedurerne kunne det samtidig være interessant, at undersøge om den opstillede fejlteori i foranalysen stemmer overens med de enkelte fejlbidrag på de indsamlede data.

Ad 4: Udover de traditionelle beregningsprocedurer indenfor absolut og differentiell positionering ønsker projektgruppen at undersøge, hvil-

ken indflydelse yderlig filtrering eller behandling af data kan have på nøjagtigheden.

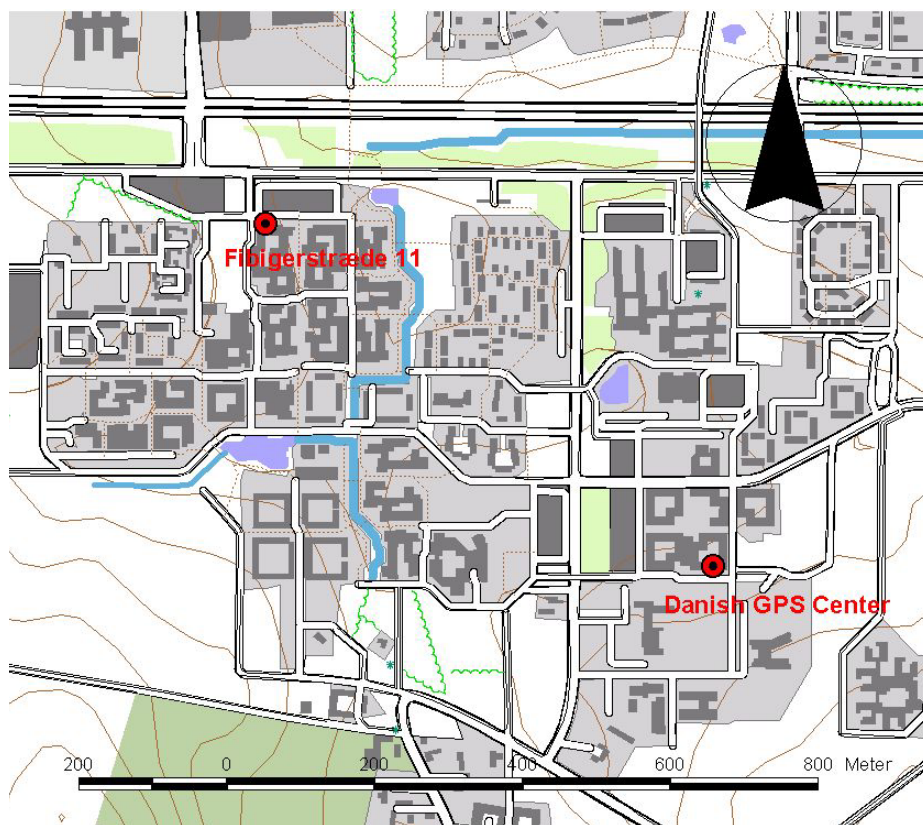
Disse problemstillinger vil blive behandlet løbende igennem projektet med en kapitelstruktur, der tager udgangspunkt i de målemetoder, der ønskes behandlet:

- Absolut positionering
- Differentiel positionering
 - DGPS (koordinat+pseudoafstand)
 - Relativ GPS (kodemåling)

Der vil efterfølgende være et kapitel, der beskriver hvorledes en yderligere behandling af data kan medføre en forbedring af nøjagtigheden.

5 DATAINDSAMLING

Ved dataindsamling skelnes mellem observationsdata og navigationsdata. Som observationsdata benyttes en kombination af egne indsamlede data ved Fibigerstræde 11, samt data fra Danish GPS Center ved Aalborg Universitet.



Figur 18: Punkternes geografiske placering ved Aalborg Universitet.

Danish GPS Center har installeret en referencestation, der kontinuerligt logger data med et epokeinterval på 30 sekunder. GPS referencen består af en Ashtech Z12 modtager, der af projektgruppen betegnes som en Type 2 modtager. Data kan frit downloades fra Danish GPS Centers

hjemmeside [Danish GPS Center] i RINEX formatet, bestående af 24 timers data logget i tidsrummet 00:00:00 til 23:59:30 GPST.

Idet der arbejdes med differentiel GPS, er det derudover nødvendigt med data fra en anden modtager til samme tidspunkt. Disse data indsamles af projektgruppen ved Fibigerstræde 11 på Aalborg Universitet. Der benyttes en modtager identisk med referencen ved Danish GPS Center. Data logges med epokeinterval på 1 sekund i tidsrummet fra 09:37:07 d. 24 april 2003 til 10:01:08 d. 25 april 2003 GPST.

Idet det indsamlede data skal benyttes til forskellige databearbejdnings og præsentationer, opstilles fire datasæt ud fra ovenstående to dataindsamlinger

Datasæt	Master	Rover	Epoke	Mængde
A	-	GPS Center	30 sek.	2879 epoker (24 timer)
B	-	Fibigerstræde	1 sek.	88441 epoker (24,5 timer)
C	Fibigerstræde	GPS Center	30 sek.	1720 epoker (14,5 timer)
D	GPS Center	Fibigerstræde	30 sek.	1720 epoker (14,5 timer)

Tabel 5: Beskrivelse af anvendte datasæt.

Til bestemmelse af koordinaten ved Fibigerstræde, udregnes en basislinie mellem de to punkter ud fra datasæt D. Basislinien udregnes i programmet SKI-Pro fra Leica Geosystems, ved brug af præcise efemerider. Følgende koordinater benyttes efterfølgende for de to punkter, hvor punktet ved Fibigerstræde er udregnet på baggrund af givne koordinater til referencen ved Danish GPS Center. Resultat af beregningen findes på vedlagte CD under \Resultater\Basislinie\.

Punkt	X	Y	Z
Fibigerstræde	3427696,44 m	603002,39 m	5327039,20 m
GPS Center	3427985,87 m	603660,70 m	5326788,90 m

Tabel 6: Kendte koordinater for benyttede punkter i WGS84.

Som navigationsdata benyttes broadcastet efemeridedata fra NGS (National Geodetic Survey). Data kan frit downloades fra deres hjemmeside [National Geodetic Survey - CORS] i RINEX formatet bestående af navigationsdata for hver anden time.

Navigations- og observationsdata forefindes på vedlagte CD under mappen \Data\.

6 ABSOLUT POSITIONERING

I dette kapitel beskrives dataindsamlingen, -bearbejdningen og – præsentationen af data til absolut positionering. I afsnittet ”Dataindsamling” gives en kort beskrivelse af de indsamlede data, hvorefter hovedafsnittet vedrørende databearbejdning følger. I dette afsnit beskrives de beregningsrutiner, der ligger til grund for den absolutte positionering. Til slut præsenteres data i afsnittet ”Datapræsentation”, hvor plan- og højdenøjagtighed sammenlignes med lignende undersøgelser.

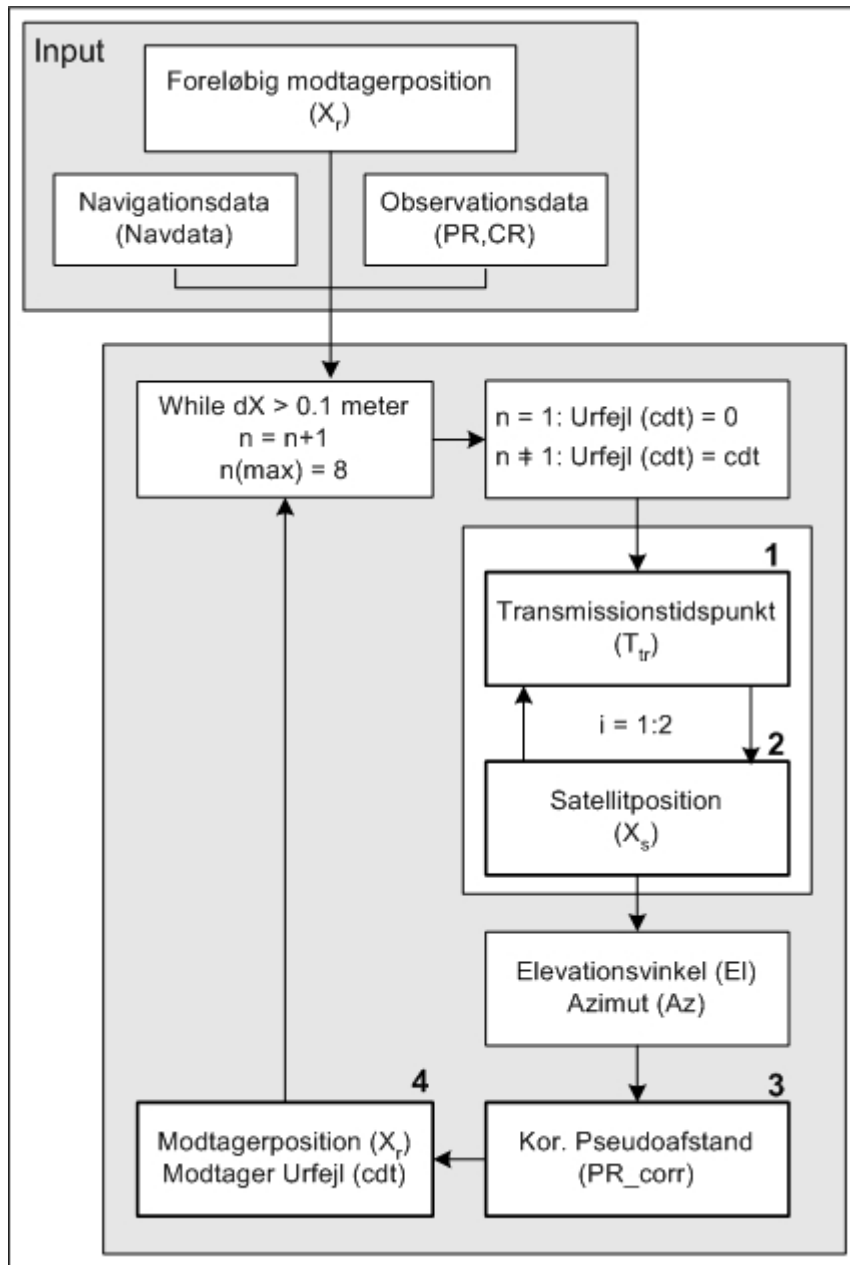
Kapitlet danner samtidig grundlag for den efterfølgende differentielle positionering.

6.1 DATAGRUNDLAG

Som datagrundlag for databearbejdning og datapræsentation af absolut positionering benyttes datasæt A jf. Tabel 5.

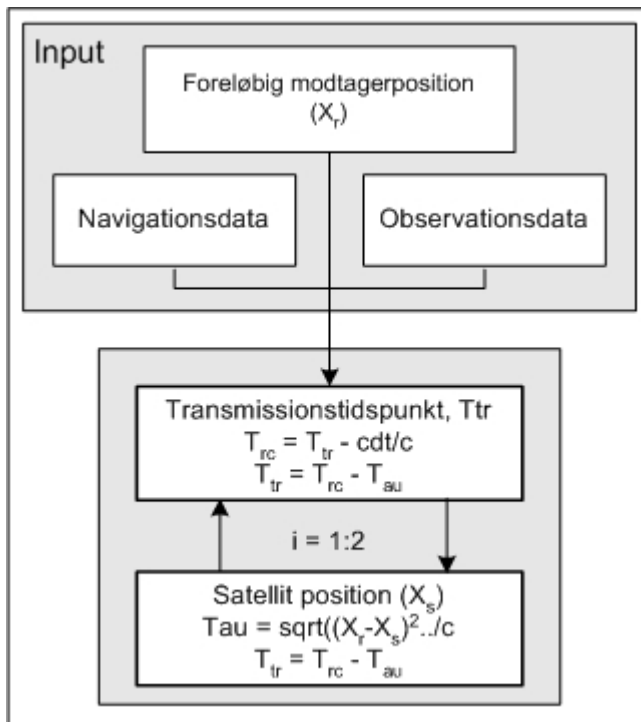
6.2 DATABEARBEJDNING

I dette afsnit beskrives beregningsrutinerne for udregning af modtagerens position til en epoke. Figur 19 viser den overordnede beregningsgang, hvor navigationsdata, observationsdata og den foreløbige modtager position (X_r) fra observationsfilens header jf. Bilag 9 er input til beregningerne. En alternativ løsning for brug af foreløbige koordinater kan være Bancrofts metode [Borre, K. 1995, s. 60-67]. Indledningsvis beregnes ud fra observationsfilen tidspunktet, hvorfra et givet signal er sendt fra en satellit, også kaldet transmissionstidspunktet (T_{tr}) for signalet. Når denne størrelse er bestemt, kan satellitpositionen (X_s) til transmissionstidspunktet bestemmes, hvorefter elevationsvinkelen (E_l) og azimut (A_z) mellem modtager og satellit beregnes. Dernæst korrigeres epokens pseudoafstande for fejlbidrag.



Figur 19: Den overordnede beregningsgang for beregning af GPS modtagerens position ved absolut positionering. De fire delprocesser er nummereret.

Epokens korrigerede pseudoafstande (PR_corr) mellem modtager og satellitter anvendes sammen med satellitpositionerne til beregning af modtagerpositionen og dennes urfejl (cdt) gennem udjævning. Receiverposition og –urfejl indgår dernæst som nye parametre til genberegning af transmissionstidspunktet (1), satellitpositioner (2), korrigeret pseudoafstand (3) og til slut et nyt estimat på receiverposition og –urfejl (4). Denne løkke itereres indtil $dX < 0,1$ meter, dog max 8 gange [Borre, K. 1996, recpos.m]. De fire nummererede delprocesser vil i det følgende blive beskrevet i særskilte afsnit. Der vil løbende blive henvist til en matematisk beskrivelse af delprocesserne, som er samlet i Bilag 1. MatLab-filer til beregning af absolut position findes på vedlagte CD under \MatLab\absolut\.

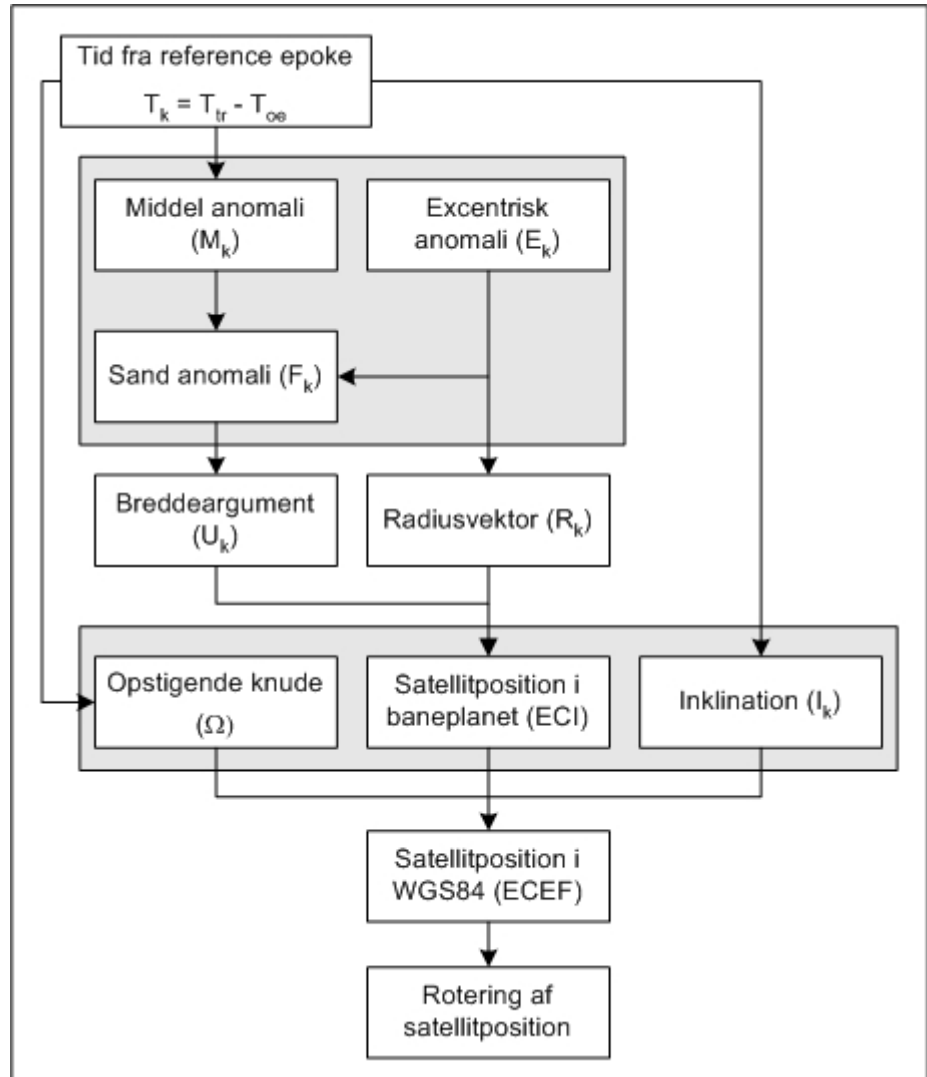
TRANSMISSIONSTIDSPUNKT

Figur 20: Beregning af transmissionstidspunkt foregår iterativt med beregning af satellitposition, som en del af processen, idet en mere nøjagtig værdi for transmissionstiden, Tau, dermed kan opnås.

Denne proces beregnes iterativt ud fra en gennemsnitlig transmissions-tid (T_{au}) på 0,075 sekund mellem satellit og modtager. Denne tid subtraheres modtagelsestidspunktet i modtageren, hvormed transmissions-tidspunktet estimeres. Dernæst beregnes en satellitposition, (X_s), til transmissionstidspunktet, hvorefter en mere nøjagtig værdi for transmissionstiden kan opnås, ved at beregne den geometriske afstand mellem satellit og modtager. Den nye værdi for transmissionstiden indgår dernæst i en genberegning af transmissionstidspunktet. Efter to iterationer opnås et bud på transmissionstidspunktet og transmissionstiden [Milbert, D], hvorefter de endelige satellitkoordinaterne kan udregnes.

For nærmere matematisk beskrivelse henvises til Bilag 1. MatLab script for beregning af T_{tr} og T_{au} findes på vedlagte CD under \MatLab\Absolut\Ttr2.m.

SATELLIT POSITION



Figur 21: Beregningen af satellitposition, hvor tiden fra referenceepoken er grundlæggende.

Først beregnes den tid (T_k), der er forløbet siden referencetidspunktet (T_{oe}) i efemeridedata ved at subtrahere transmissionstidspunktet (T_{tr}).

Dernæst beregnes middel og excentrisk anomali, som anvendes til beregning af den sande anomali, jf. Bilag 1.

Anomalierne anvendes til beregning af satellittens position i baneplanet, som nævnt i Bilag 1, hvorefter breddeargumentet, radiusvektorens længde og inklinationen kan beregnes.

Med det beregnede breddeargument og radiusvektoren kan satellittens position i ECI-systemet nu bestemmes. For at få satellittens position over i ECEF-systemet, anvendes den korrigerede opstigende knude samt inklinationen, og WGS84 koordinaterne til satellitten kan nu beregnes.

Satellitkoordinaterne beregnes ved det tidspunkt satellitten afsender signalet (transmissionstidspunktet). Da der i gennemsnit går 0,075 sekund før signalet når jorden, skal satellittens koordinater afslutningsvis roteres svarende til den rotation jorden har nået at foretage om sin egen akse.

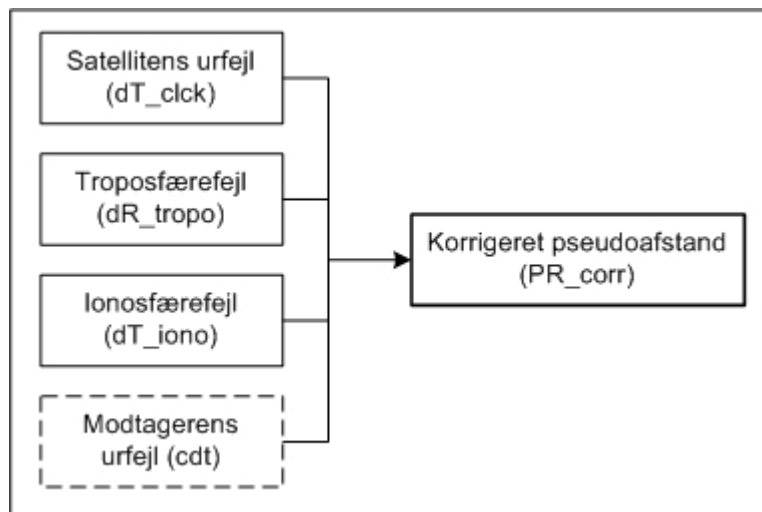
For nærmere matematisk beskrivelse henvises til Bilag 1. MatLab script til beregning af satellitpositionen findes på vedlagte CD under \MatLab\Absolut\satpos.m.

KORRIGERET PSEUDOAFSTAND

Den observerede pseudoafstand, fra modtageren til de tilgængelige satellitter, indeholder en række fejl jf. afsnit 3.6. Fejlene bestemmes som korrektioner til pseudoafstanden, så en højere nøjagtighed opnås, og omfatter følgende (Se også Figur 22):

- Satellittens urfejl
- Ionosfærefejl
- Troposfærefejl

- (Modtagerens urfejl)



Figur 22: Ved korrektion af den rå pseudoafstand, indgår satellittens urfejl, troposfærefejl, ionosfærefejl samt modtagerens urfejl.

Satelliternes elevationsvinkel har betydning for størrelsen af fejlbidraget fra troposfæren og ionosfæren. Jo lavere elevationsvinkel satellitten har over horisonten, desto større er fejlbidraget. Derfor defineres et elevationsfilter hvor observationer til satellitter med lav elevationsvinkel frasorteres. Elevationsfiltret er en vægtning mellem hvor mange satellitter der minimum ønskes observationer fra, samt hvor stort et fejlbidrag der kan accepteres fra ionosfæren og troposfæren. Tillige kan en lav vinkel forårsage multipath jf. afsnit 3.6, samt blokering af signalet fra bygninger og træer.

With the full constellation, the space segment provides global coverage with four to eight simultaneously observable satellites above 15° elevation at any time of day. If the elevation mask is reduced to 10°, occasionally up to 10 satellites will be visible, and if the elevation mask is further reduced to 5°, occasionally 12 satellites will be visible [Hofmann-Wellenhof, B. et.al. 2001, s. 12].

Projektgruppen vælger at sætte elevationsfiltret til 15 grader idet der ved denne vinkel altid er minimum 4 satellitter til rådighed.

For at beregne ionosfærefejlen, skal elevations- og azimutvinkel til satellitten i forhold til modtager estimeres. Disse parametre estimeres umiddelbart efter ”Delproces 2”, da elevationsvinkelen anvendes i elevationsfiltret, til at frasortere observationer til satellitter under 15 grader over horisonten. Der findes andre fejlmodeller til estimering af ionosfærefejlen. De varierer efter, hvorledes antallet af frie elektroner (TEC) kan estimeres eller måles [Hofmann-Wellenhof, B. et al 2001]. Projektgruppen har valgt at anvende fejlmodellen til ionosfærefejlen, som Navstar anbefaler [Navstar, 2000], jf. Bilag 1.

Ved beregning af troposfærefejlen kan der enten anvendes standardværdier, eller indsættes aktuelle målinger af tryk, temperatur og fugtighed. Ved indsættelse af aktuelle målinger, kan der yderligere inddeles i våd og tør atmosfære. Projektgruppens model for løsning af troposfærefejlen, baseres på anvendelse af standardværdier. Elevationsvinkelen, til hver satellit i forhold til modtager, anvendes også her som input.

Der findes adskillige fejlmodeller til korrektion for troposfærefejlen, se [Hofmann-Wellenhof, B. et al 2001, afsnit 6.3.3] for en gennemgang. Grunden til de mange fejlmodeller skyldes blandt andet vanskeligheden i at måle luftfugtigheden, idet måling ved jordens overflade ikke er tilstrækkelig.

For korrektion af satellitrets fejl findes derimod en eksakt fejlmodel, hvor satellittens urfejl beregnes til transmissionstidspunktet, som er estimeret i ”Delproces 1” ud fra oplysninger i efemeridedata og ”Delproces 2”.

Selve modtagerens urfejl estimeres gennem udjævning ved beregning af modtagerens position, og er i første iteration derfor nul.

Slutteligt kan den korrigerede pseudoafstand, PR_{corr} , bestemmes:

$$PR_{corr} = PR + dT_{clck} \times c - dT_{iono} \times c - dR_{trop} + cdt, \text{ hvor}$$

PR beskriver den rå pseudoafstand mellem satellit og modtager, og c er lysets hastighed.

Dernæst kan beregningen af modtagerpositionen påbegyndes.

For nærmere matematisk beskrivelse henvises til Bilag 1. MatLab script til beregning af de atmosfæriske fejl findes på vedlagte CD under \MatLab\Absolut\iono.m, \MatLab\Absolut\tropo.m. samt satelliturets fejl under \MatLab\Absolut\clck.m,

MODTAGER POSITION

Når den korrigerede pseudoafstand er beregnet til alle satellitter i epoken kan modtagerpositionen og urfejlen beregnes. Som minimum kræves observationer til fire satellitter, idet modtagerens X, Y og Z koordinat samt dens urfejl (cdt) ønskes bestemt.

Foreligger der mere end de fire nødvendige observationer, vil det være naturligt at bestemme positionerne gennem en mindste kvadraters udjævning [Borre, K. 1993, s. 56].

Denne løsningsmetode vælges hvor observationerne udjævnes i MatLab scriptet recpos.m. Af andre metoder til bestemmelse af modtagerpositionen, kan dog nævnes Kalman filteret udviklet af Rudolph Emil Kalman i 1960.

Det smarte ved Kalman filteret er, at det estimerer positionen vha. en optimal vægtning mellem det man kan prediktere ud fra modellen og det som målingen giver. Kalman filteret er i øvrigt i stand til at tage højde for andre variationer i usikkerheden som f.eks. den der opstår pga. et varierende antal tilgængelige satellitter. Endvidere kan Kalman filteret levere et skøn over usikkerheden på positionen, hvilket er meget nyttigt

[Knudsen, T. & Kruse, S., Positions bestemmelse af landbrugsmaskiner vha. GPS].

Kalman filterets svaghed er at det er kompliceret fordi det har mange parametre. De mange parametre er dog samtidig dets styrke da de muliggør at filtret bliver skræddersyet til problemet [Knudsen, T, 2000, s. 8].

Hvis der kun forekommer observationer til fire satellitter, kan en direkte løsning i stedet benyttes (Fire ligninger med fire ubekendte). For nærmere matematisk beskrivelse af udjævningen henvises til Bilag 1.

6.3 DATAPRÆSENTATION

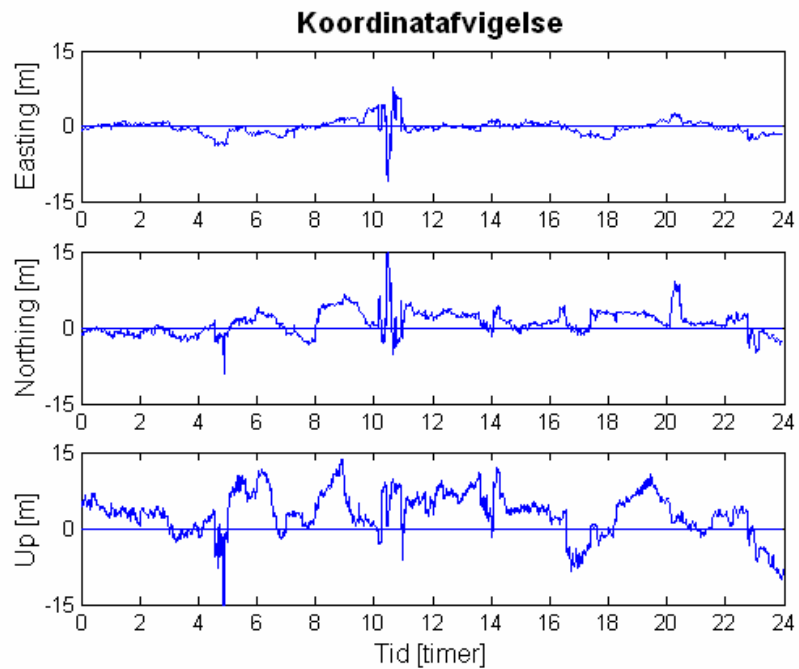
Gennem datapræsentationen analyseres resultaterne af de estimerede positioner vha. en beregnet afvigelse og spredning fra den sande position jf. afsnit 5. Resultaterne af databehandlingen, anvendt i dette afsnit, findes på vedlagte CD under mappen \Resultater\Absolut.

3D afvigelsen beregnes ud fra Pythagoras ved følgende formel:

$$\Delta_{xyz} = \sqrt{(X_{sand} - X_{beregnet})^2 + (Y_{sand} - Y_{beregnet})^2 + (Z_{sand} - Z_{beregnet})^2}$$

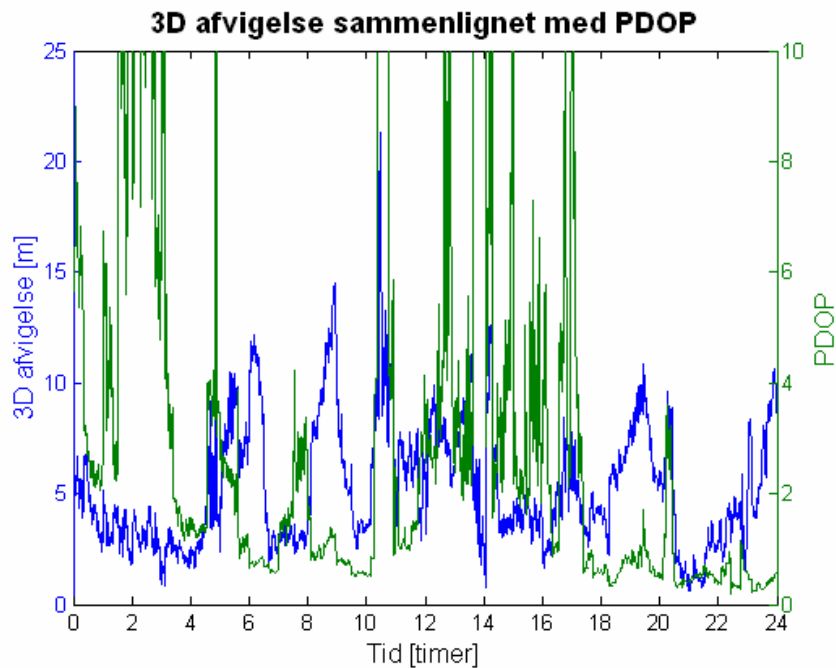
3D spredningen beregnes ved følgende formel:

$$\sigma_{xyz} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_{sand} - X_{beregnet(i)})^2 + (Y_{sand} - Y_{beregnet(i)})^2 + (Z_{sand} - Z_{beregnet(i)})^2}{n}}$$



Figur 23: Koordinatafvigelse for Easting, Northing og Up.

Ovenstående graf viser koordinatafvigelsen for henholdsvis Easting, Northing og Up. Det ses at afvigelseerne er forskellige over dagen, hvilket i det følgende vil blive undersøgt. PDOP'en sammenlignes nedenfor med 3D afvigelsen, for at kontrollere satellitgeometriens indflydelse på den varierende afvigelse.



Figur 24: 3D afvigelse på udregnet positioner.

Figur 20 illustrerer at der ikke er nogen sammenhæng mellem størrelsen på 3D afvigelseerne og størrelsen på PDOP'en, og det kan derved udelukkes, at de voksende afvigelser skyldes forringet satellitgeometri.

Tabel 8 viser den udregnede spredning for datasæt A.

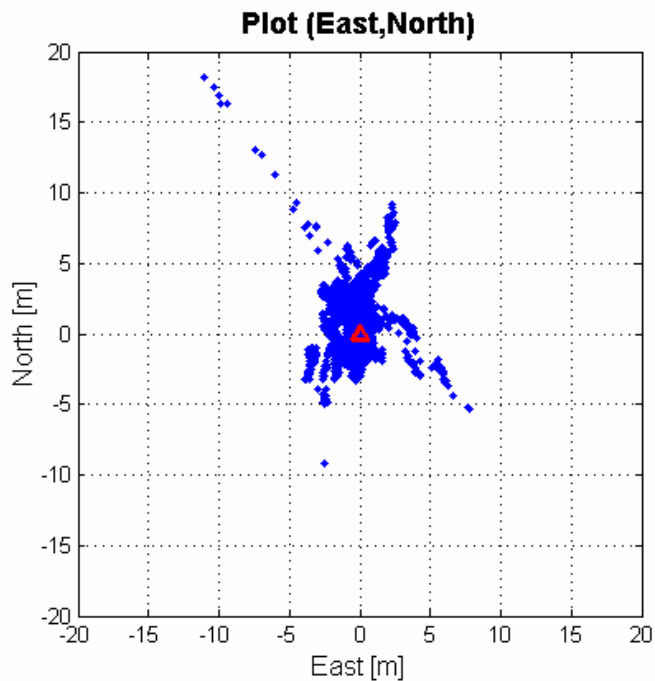
Spredning på Absolut kode-måling [m]	
σ_{East}	1,5
σ_{North}	2,5
σ_{Up}	5,2
$\sigma_{\text{East-North}}$ (Planspredning)	2,9
$\sigma_{\text{East-North-Up}}$ (3D-spredning)	6,0

Tabel 7: Spredning på udregnet position.

Tian-Yuan Shih m.fl. har i en undersøgelse af nøjagtigheden ved absolut positionering efter afskaffelsen af SA, opnået spredninger i Easting, Northing og Up på henholdsvis 9.0, 6.0 og 16.3 meter, med en Trimble 4000SSE modtager [Shin, T. et al. 2001]. Datagrundlaget stammer fra 29 dages målinger, med et epokeinterval på 30 sekunder, hvilket vanskeliggør en direkte sammenligning med projektets resultater. Ovenstående undersøgelse kan derimod benyttes som vejledende værdier, hvor projektets resultater dermed må konkluderes at være særdeles acceptable. Der opnås således en spredning i planen på 2,9 meter, samt en 3D spredning på 6,0 meter.

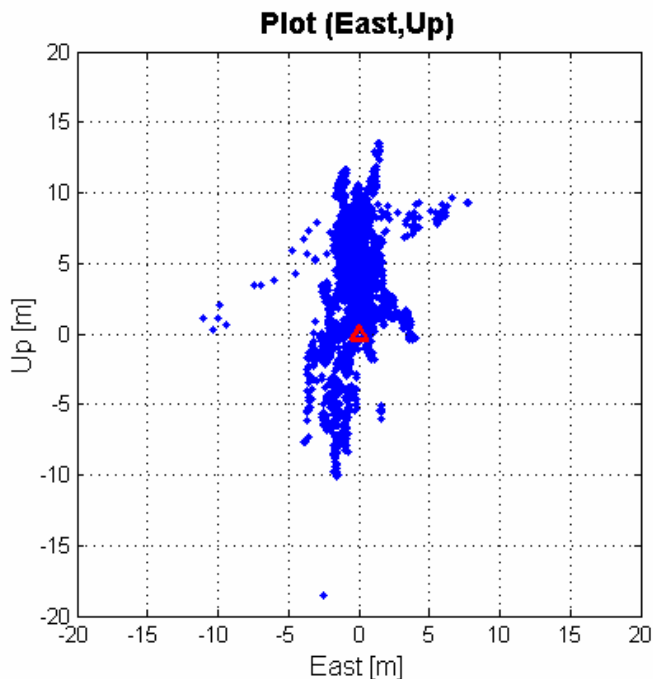
2D-PLOT

Ved at udtegne de beregnede positioner i 2D-plots, er det muligt at vurdere om der forekommer systematiske fejl. For at kunne afvise systematiske fejl, forventes en jævn fordeling rundt om den sande position. Nedenstående plot illustrerer således de beregnede positioner i forhold til sand position.



Figur 25: Planafvigelse af beregnede positioner.

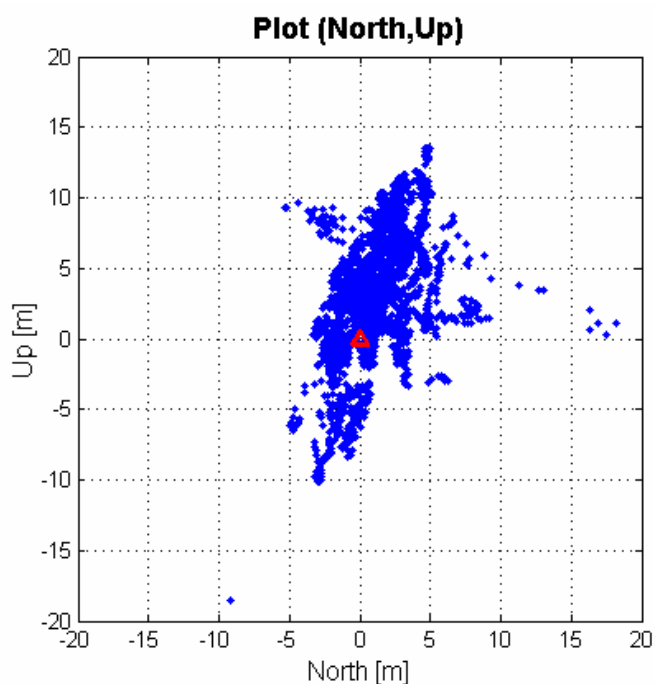
Figur 25 viser den plane fordeling af de beregnede koordinater. Det ses at koordinaterne er spredt omkring den sande position markeret med trekant i (0,0), og at afvigelserne er større i Northing end Easting koordinaten. Dette er ganske normalt idet baneplanernes inklinationsvinkel bevirker at antallet af satellitter reduceres mod polerne. Hermed forringes nøjagtigheden af Northing-koordinaten også mod polegnene.



Figur 26: Up- og Easting-afvigelse af beregnede positioner.

Figur 26 viser variationen af Easting- og Up-kordinaten. Det ses at Easting-kordinaten er bedre bestemt en Up-kordinaten, hvilket er forventet, idet højden altid er dårligere bestemt end plan-kordinaterne. Fordelingen af de beregnede koordinater ligger som forventet rundt om sand position.

Figur 27 viser variationen af Northing- og Up-kordinaten. Northing-kordinaten er ligesom forgående plot bedre bestemt end Up-kordinaten. Fordelingen af de beregnede koordinater ligger som forventet rundt om angivne position.



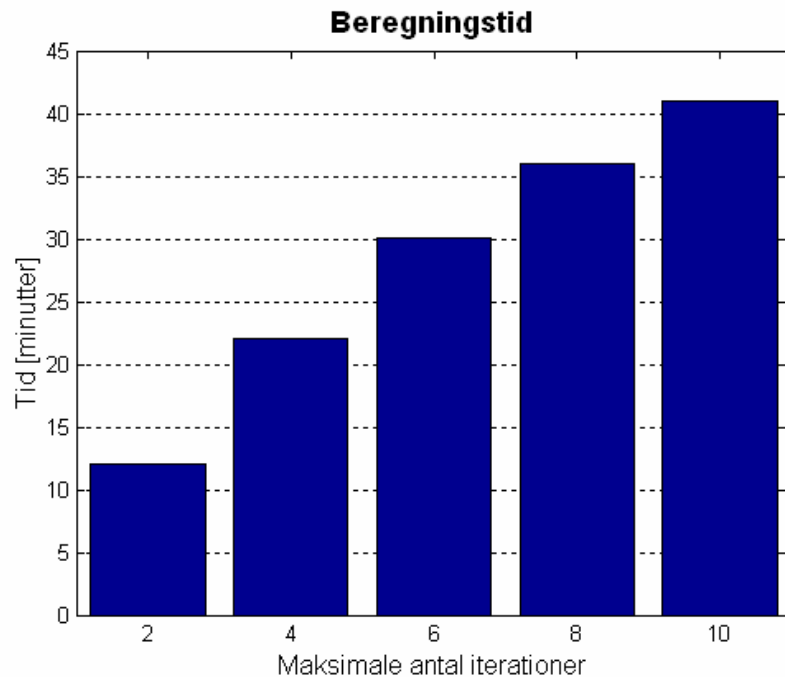
Figur 27: Højde- og Northing-afvigelse af beregnede positioner.

UNDERSØGELSE AF ITERATIONSBEHOV

Programmet til absolut positionering itererer løsningen indtil $dX < 0.1$ meter, dog maksimalt 8 iterationer. Projektgruppen har valgt at benytte dette maksimale iterationsantal på baggrund af [Borre, K. recpos.m]. I litteraturen findes dog mange forskellige bud på antallet af iterationer for absolut positionering, hvor [Sam's GPS software pages] benytter 2 iterationer. Iterationsantallet bør bl.a. vælges på baggrund af om positioneringen foregår realtime eller ved efterprocessering. Ved realtime positionering er beregningstiden en særdeles vigtig faktor for denne positionering form, og i disse tilfælde vurderes iterationsantallet ikke at skulle overstige 2-4 iterationer.

Idet beregningstiden for positioneringen forlænges i takt med antallet af iterationer, undersøges beregningstiden for udvalgte antal iterationer samt nøjagtighedernes sammenhæng med disse iterationer.

Der beregnes absolut positionering ved gennemløb af maksimalt 2, 4, 6, 8 og 10 iterationer på datasæt A. Figur 28 viser beregningstiderne for de fem beregninger, hvor det ses at beregningstiden stiger med antallet af iterationer.



Figur 28: Beregningstid for forskellige maksimale iterationer.

Spredningen for de fem forskellige iterationsforsøg kan nu opstilles i Tabel 8, hvor det ses at spredningen falder med antallet af iterationer. Forbedringen af nøjagtigheden er dog mest markant ved skiftet fra 2 til 4 iterationer.

Antal iterationer	Plan-spredning [m]	Højde-spredning [m]	3D-spredning [m]
2	7,1	13,3	15,1
4	3,4	6,7	7,5
6	3,0	5,5	6,3
8	2,9	5,2	6,0
10	2,9	5,1	5,9

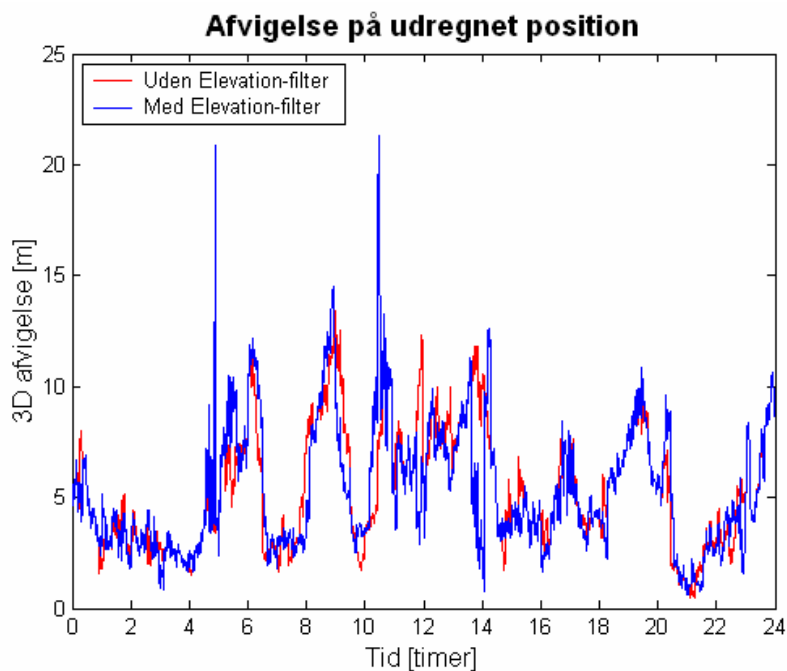
Tabel 8: Spredninger ved forskellige iterationsantal

FEJLKILDER BELYST VED EGNE DATA

I følgende afsnit belyses effekten, af de fejlkilder der korrigeres for i forbindelse med beregning af en absolut position. Korrektioner for fejlkilderne fjernes skiftevis således, at der aldrig er fjernet mere end en korrektion.

Elevationsilter

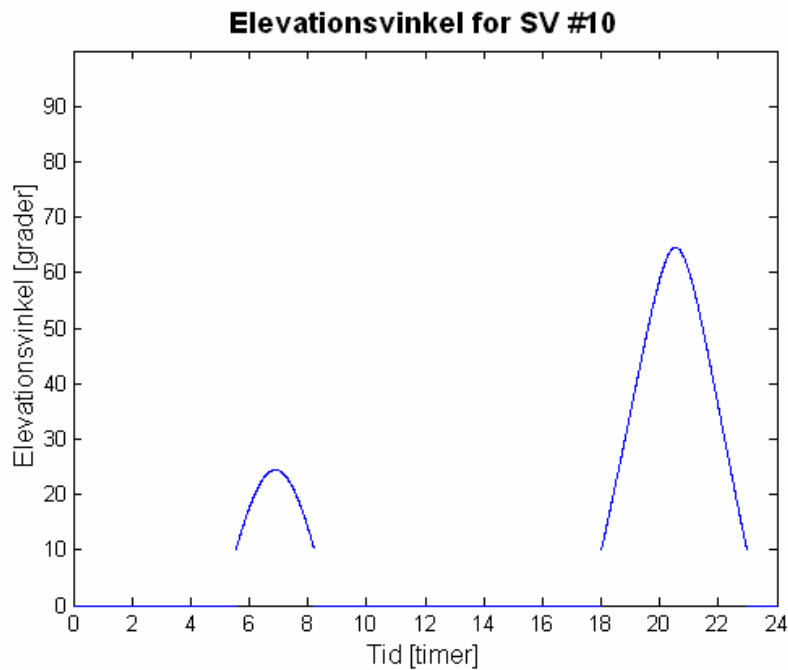
Ved dette forsøg fjernes den nedre grænse for, hvor lavt satellitterne må stå over horisonten. Det forventes at spredningen stiger, idet fejlbidraget fra de atmosfæriske fejl og multipath vil stige.



Figur 29: 3D afvigelse med og uden elevationsfilter.

Figur 29 viser imidlertid ingen forværring af 3D afvigelse, når Elevationsfilteret fjernes. Dette kan evt. skyldes, at observationerne allerede ved selve GPS-målingen er filtreret, idet modtageren normalt indstilles til at frasortere satellitter med en elevationsvinkel under 10° eller 15° . For at kontrollere om GPS modtageren frasorterer observationer, følges elevationsvinklen for satellit nr. 10 gennem datasættet. Figur 30 illustrerer, at der i datasættet ikke forekommer observationer til den aktuelle satellit ved en elevationsvinkel under 10° . GPS modtageren frasorterer dermed satellitter med en elevationsvinkel under 10° .

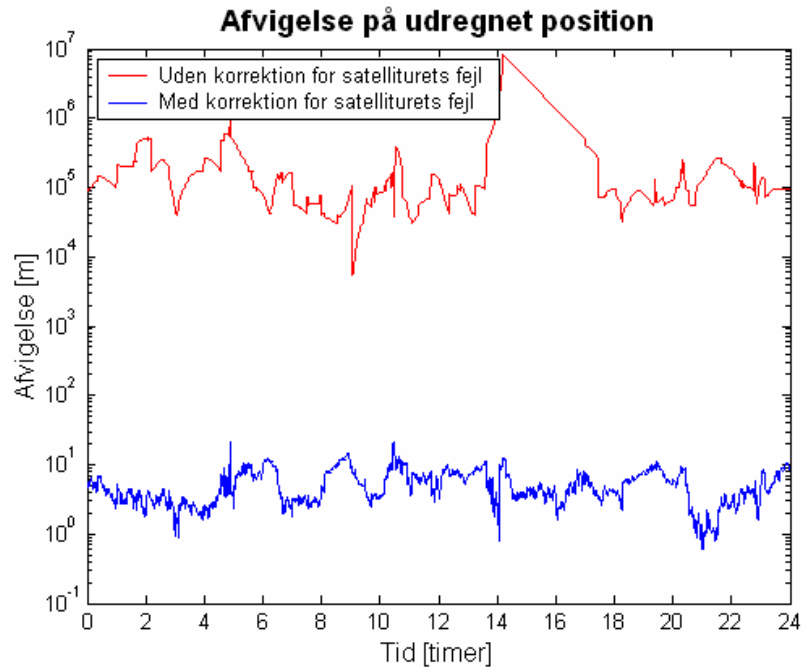
I denne situation giver elevationsfilteret dermed ingen forbedringer af afvigelse, men ved observationsæt uden frasorterede observationer, vil en forbedring kunne forventes.



Figur 30: Elevationsvinkel for satellit nr. 10 over et døgn.

Urfejl i satellit

Urfejlen i satellitten har betydning for transmissionstiden, og dermed den afstand der beregnes mellem satellit og modtager. Derfor korrigeres der også for urfejlen, ved beregning af den korrigerede pseudoafstand. Urfejlen fra satellitten kan give fejl i pseudoafstanden på op til flere hundrede kilometer, jf. resultat-fil på CD'en, og det forventes derfor at spredningen ved fjernelse af denne korrektion vil vokse markant.

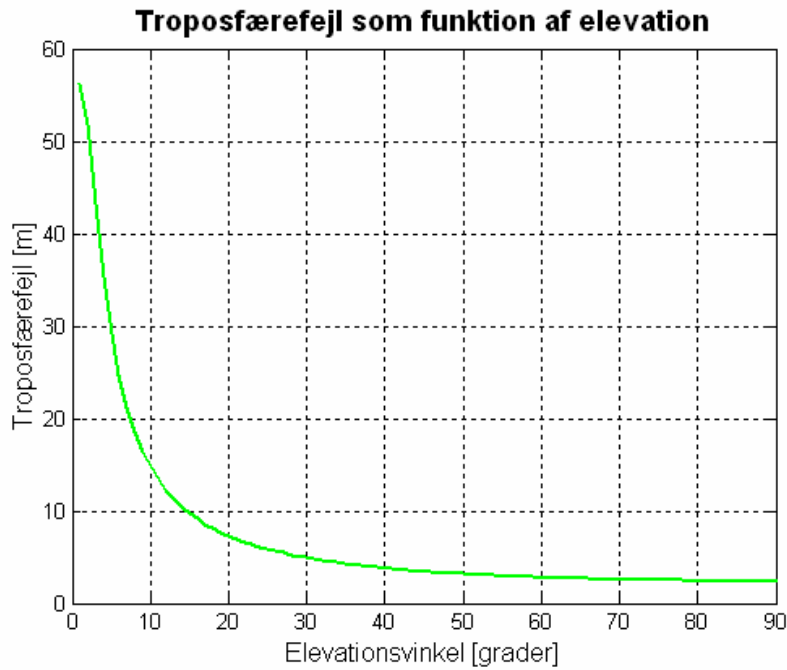


Figur 31: 3D afvigelse med og uden korrektion af satellittens urfejl.

Ovenstående graf viser tydeligt hvordan afvigelsen nu er vokset, og bemærk at 3D afvigelsen nu angives eksponentielt. Korrektion for satellitrets fejl er derfor uundværlig, idet den markant forbedrer nøjagtigheden på den beregnede position.

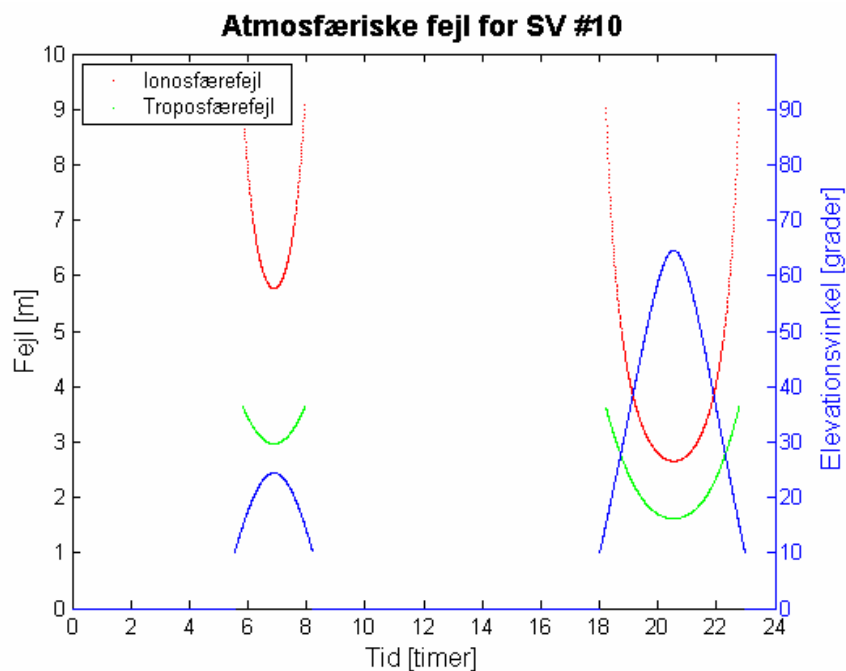
Atmosfæriske fejl

De atmosfæriske fejl indebærer troposfærefejl og ionosfærefejl. Troposfærefejlen udregnes udelukkende på baggrund af elevationen, hvor en lav elevationsvinkel medfører forhøjet troposfærefejl jf. nedenstående figur.



Figur 32: Troposfærefejl som funktion af elevationsvinkel.

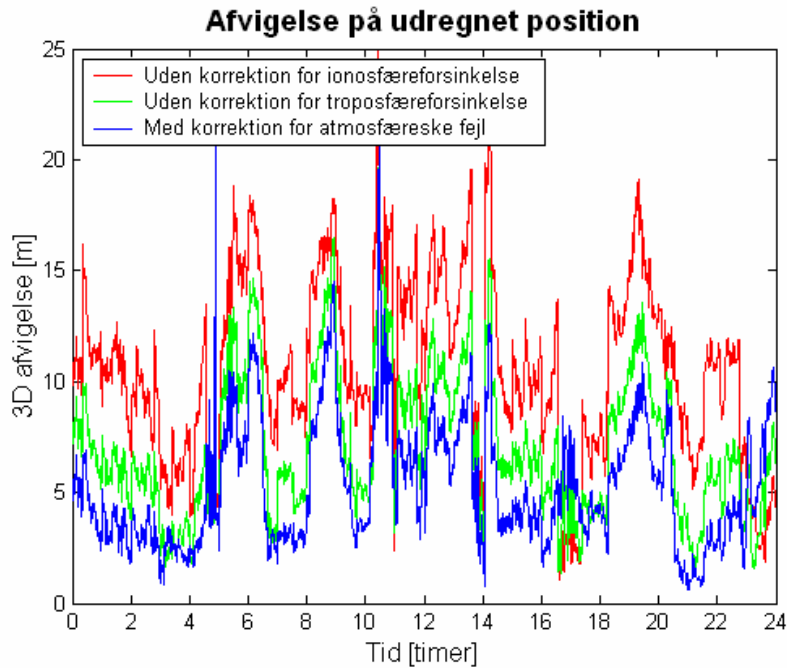
Ligesom ved satellitrets fejl korrigeres de atmosfæriske fejl også gennem beregning af den korrigerede pseudoafstand. Fra foranalysen angives troposfærefejlen at påvirke den rå pseudoafstand med 0,5 - 5 meter, hvorimod ionosfærefejlen påvirker pseudoafstanden med 5 – 20 meter. Nedenstående graf viser den beregnede troposfære og ionosfæreforsinkelse for satellit nr. 10 over et døgn. De atmosfæriske fejl er udregnet med elevationsfilter, dvs. for satellitter med en elevationsvinkel over 15°.



Figur 33: Atmosfæriske fejl over et døgn for satellit nr. 10.

Det ses, at troposfærefejlen varierer fra 1,5 til 4,5 meter, hvorimod ionosfærefejlen varierer fra 3 til 9 meter. Troposfærefejlen stemmer dermed overens med de i foranalysens angivne værdier. En ionosfærefejl på maksimalt 9 meter, vurderes ligeledes at være acceptabel idet den maksimale ionosfærefejl på 20 meter vurderes at forekomme ved en elevationsvinkel under 15° .

Endelig er det muligt at sammenligne de estimerede positioner med og uden atmosfæriske fejl. Nedenstående graf viser hvorledes ionosfæreforsinkelsen giver en større afvigelse på de estimerede positioner, end troposfæreforsinkelsen.



Figur 34: 3D afvigelse med og uden atmosfæriske fejl.

Delkonklusion

Gennem de opstillede beregningsrutiner og efterfølgende processering af data indsamlet over et døgn, opnås en samlet absolut 3D spredning på 6 m.

Ved undersøgelse af iterations behov blev det påvist, at en simpel metode til forbedring af den absolutte nøjagtighed, kan opnås gennem et forøget antal iterationer af hele beregningsproceduren. Imidlertid sker denne forbedring af nøjagtigheden på bekostning af beregnings tiden.

Til slut blev fejlbidragene analyseret, og en sammenligning af påvirkningen af de enkelte fejlbidrag ved positionering blev foretaget.

Fejlbidrag	Plan-spredning	Højde-spredning	3D-spredning
Med korrektion for alle fejlbidrag	2,9 m	5,2 m	6,0 m
Uden elevation-filter	2,7 m	5,4 m	6,0 m
Uden korrektion for troposfæreforsinkelse	3,0 m	7,2 m	7,7 m
Uden korrektion for ionosfæreforsinkelse	3,1 m	10,9 m	11,3 m
Uden korrektion for satellitrets fejl	170195,0 m	353364,9 m	392215,7 m

Tabel 9: De enkelte fejlbidrags indvirkning på spredningen

Tabel 10 illustrerer, at korrektion for troposfæreforsinkelse forbedrer 3D spredningen med 1,7 meter mens korrektion for ionosfæreforsinkelse forbedrer 3D spredningen med 5,3 meter. Korrektion for satellitrets fejl er uundværlig.

Elevationsfiltrets indflydelse på spredningen er minimal, idet modtageren allerede ved indsamling af data er indstillet til, at frasortere satellitter under 10° over horisonten, og data dermed allerede er rensset for lavtstående satellitter. Den minimale ændring af spredningen der fremkommer ved at hæve elevationsvinklen til 15° kan skyldes, at GPS modtageren er placeret i omgivelser med en lav påvirkning fra multipath, og observationerne ved en elevationsvinkel over 10° derved er pålidelige. Det bemærkes, at planspredningen bliver bedre uden elevationsfilter, hvorimod højdespredningen forværres. Dette kan skyldes, at de lavtstående satellitter forbedrer geometrien for bestemmelse af plankoordinaterne ved rumlig indbinding.

7 DIFFERENTIEL GPS

Differentiel GPS anvendes når der indsamles observationer med to eller flere modtagere. Hvis afstanden mellem rover og master ikke er for stor forudsættes det, at signalet til de to modtagere er påvirket ens af de atmosfæriske fejl. Metoden forudsætter, at der måles til de samme satellitter fra master og rover, idet de atmosfæriske fejl er varierende. Da satellitterne er i bevægelse, skal målingerne fra master og rover foregå samtidigt. Nøjagtigheden er dermed afhængig af modtagerens evne til at måle observationerne så tæt på et helt GPS sekund som muligt. Nogle modtagere korrigerer deres indre ur med GPST, andre lader det løbe [Sam's GPS Software Pages].

For at differentiel GPS kan lykkes skal følgende dermed være opfyldt:

1. Afstand mellem master og rover må ikke være for stor.
2. Der skal måles til de samme satellitter.
3. Målinger fra master og rover skal foregå samtidigt.
4. Der benyttes samme efemeridedata.

Ved differentiel GPS skelnes mellem DGPS og relativ GPS. DGPS kan anvendes til, at reducere de atmosfæriske fejl, hvorimod relativ GPS også eliminerer modtagerens og satellittens urfejl. Der udføres både databearbejdning og præsentation af DGPS og relativ GPS. ved DGPS beskrives to metoder der kan anvendes ved kodemåling. Ved den første metode overføres koordinatkorrektionen fra master til rover, og ved den anden metode overføres korrektioner af de enkelte pseudoafstande til roveren.

7.1 DATAGRUNDLAG

Som datagrundlag for databearbejdning og datapræsentation af differentiel GPS benyttes datasæt C jf. Tabel 5. Før data benyttes til diffe-

rentiel GPS, beregnes den absolutte position for de to stationer. Resultaterne *Absolut_resultat.txt* findes på vedlagte CD under \resultater\vurdering af master og rover\ .

Tabel 10 viser, at nøjagtigheden på den absolutte position varierer for master og rover. Hvor masteren har en 3D spredning på 32 m har roveren en 3D spredning på 6 m. Under udregningen er epoker med en residuals sum over 1000 frasorteret, hvilket svarer til 275 epoker hos masteren. Bilag 6 viser 2D plots af positionerne i lokalt topocentrisk system. Det ses at positionerne hos masteren ser ud til at drive, hvorimod roverens punkter er givet i en punkt sky.

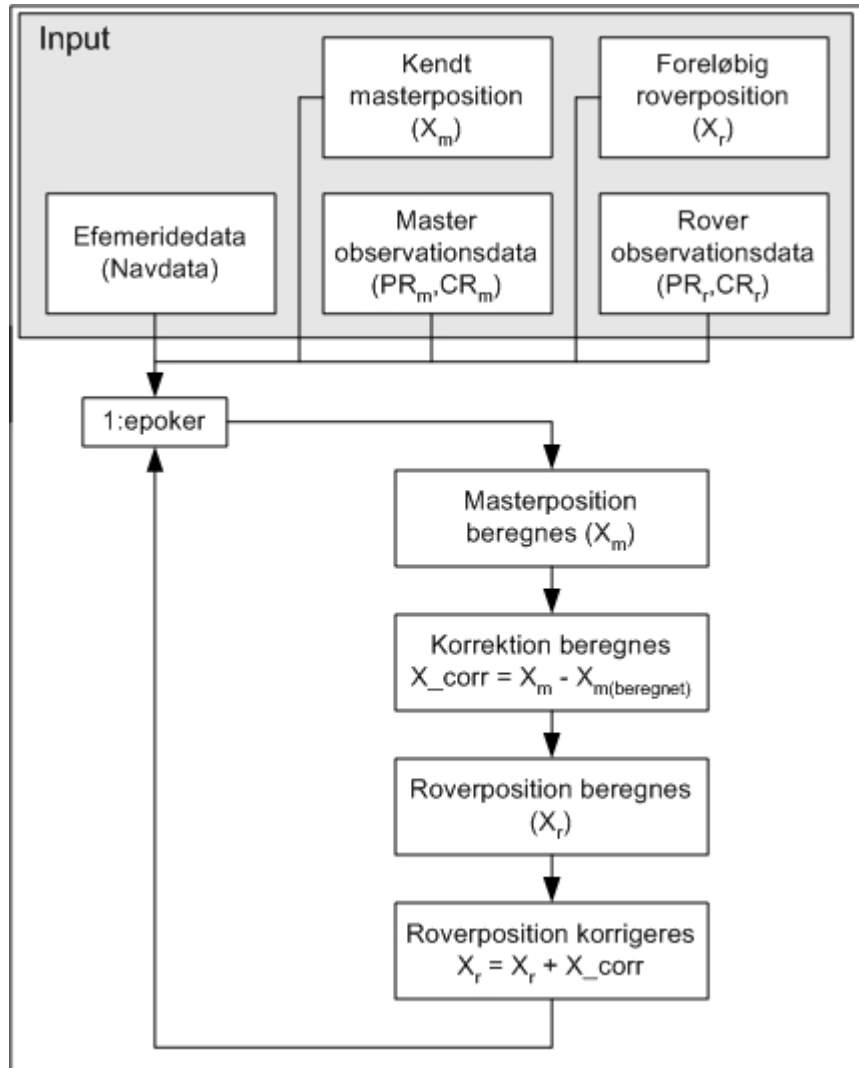
Spredning på Absolut position	Master [m]	Rover [m]
σ_{East}	11.2	1.6
σ_{North}	13.1	2.7
σ_{Up}	27.1	5.2
$\sigma_{\text{East-North}}$ (Planspredning)	17.2	3.1
$\sigma_{\text{East-North-Up}}$ (3D-spredning)	32.1	6.1

Tabel 10 Spredning på absolut position for master og rover.

Masteren ser således ud til at være påvirket af systematiske fejl, hvilket kan skyldes multipath. I de følgende beregninger anvendes de to datasæt, velvidende at nøjagtigheden for de to stationer ikke er ens.

7.2 DATABEARBEJDNING (DGPS VHA. KOORDINATKORREKTION)

DGPS ved hjælp af koordinatkorrektion er en simpel metode til forbedring af positionering. Men besværliggøres af, at masterens position skal beregnes ud fra de samme satellitter som roveren, hvilket kræver en to vejs kommunikation mellem rover og master.



Figur 35: DGPS vha. koordinatkorrektion.

Endvidere er nøjagtigheden afhængig af overførselshastigheden af korrektionerne. Jo længere tid det tager for korrektionen at nå frem til roveren, jo mere 'uaktuel' bliver korrektionen. Det er endvidere vigtigt at master og rover bruger de samme efemeridedata.

Masterens position er kendt, hvorfor en afvigelse kan beregnes mellem den kendte og beregnede koordinat. Denne afvigelse sendes til roveren som korrigerer den beregnede position. Metoden er vist i Figur 35.

7.3 DATAPRÆSENTATION (DGPS VHA. KOORDINATKORREKTION)

Der anvendes data fra i alt 14 timers dataindsamling, beregningerne udføres med matlab scriptet *DGPS_koordinat_korr.m* som findes på vedlagte CD under Matlab\Differentiel\DGPS\DGPS koordinat korr\. Resultat filerne *DGPS_koordinat_korr.txt* findes på vedlagte CD under Resultater\Differentiel\DGPS\Koordinat korrektion\.

Tabel 10 viser, at roverens position forringes pga. den afvigelse der er i masteren.

Spredning på rover position [m]	
σ_{East}	11.1
σ_{North}	12.3
σ_{Up}	27.4
$\sigma_{\text{East-North}}$ (Planspredning)	16.6
$\sigma_{\text{East-North-Up}}$ (3D-spredning)	32.0

Tabel 11: Resultat af DGPS vha. koordinatkorrektion.

Eksemplet viser, at DGPS med koordinatafvigelse kun kan anvendes når master og rover er opstillet under nøjagtigt samme forhold, hvilket sjældent vil være tilfældet. Idet masteren ofte vil være opstillet med frit udsyn til horisonten og med minimal påvirkning af multipath.

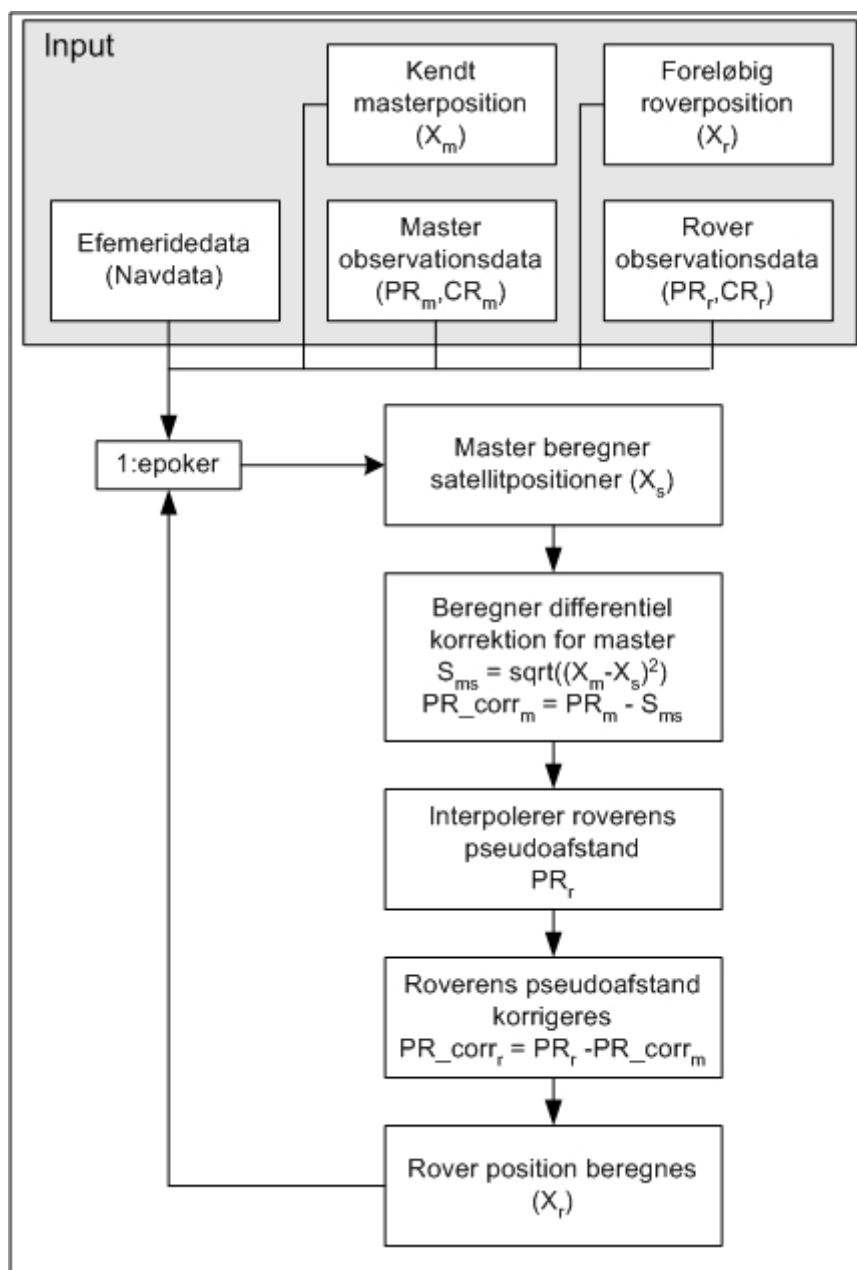
7.4 DATABEARBEJDNING (DGPS VHA. KORR. AF PSEUDO-AFSTANDE)

Ved denne metode for differentiel GPS overføres korrektioner af pseudoafstandene til roveren. Da masterens position er kendt kan den geo-

metriske afstand fra master til de enkelte satellitter beregnes, disse afstande sammenholdes med de beregnede pseudoafstande, og forskellen overføres som korrektioner til roveren. Beregningsproceduren kan forenkles forudsat, at afstanden mellem master og rover ikke er større end, at de atmosfæriske fejl og satellittens urfejl er ens for de to modtagere. Hvis dette er tilfældet kan korrektion af de atmosfæriske fejl og satellittens urfejl udelades hos rover og master, og beregningsproceduren kan udføres som vist i Figur 36.

Når roverens pseudoafstande er korrigeret med DGPS vil restfejlen på en position, hovedsageligt bestå af multipath, og atmosfæriske fejl, hvis afstanden mellem master og rover er stor, samt korrelation på C/A koden. En modtager kan udføre korrelation på C/A koden med en spredning på ca. 1 % af bølgelængden, altså ca. 3 m. [Dueholm, K. og Laurentzius, M., 2002, s. 57].

Input til beregningsproceduren er observationer der er fælles for både master og rover. Masteren beregner satellitternes position, hvorefter den geometriske afstand mellem master og de enkelte satellitter beregnes. Masteren bruger det indmålte punkt som foreløbig værdi til beregningen. De geometriske afstande sammenholdes med de målte pseudoafstande. Differensen overføres som korrektioner til roveren, denne korrektion kaldes for PseudoRange Correction, PRC, jf. Bilag 2. Endvidere overføres en *Range Rate Correction*, RRC, der angiver ændringen af PRC over tid. Udfra RRC kan roveren korrigere pseudokorrektionen, PRC, udfra tidsforskellen mellem masteren og roveren. I projektgruppens beregnings eksempel anvendes RRC ikke. Derimod interpoleres roverens pseudoafstande således, at roverens pseudoafstande passer overens med tidspunktet masteren beregnede PRC. Når roverens pseudoafstand er korrigeret beregnes roverens position som beskrevet i afsnittet om absolut positionering.



Figur 36: DGPS vha. korrektion af roverens pseudoafstande.

7.5 DATAPRÆSENTATION (DGPS VHA. KORR. AF PSEUDO-AFSTANDE)

Beregningerne udføres med matlab scriptet *DGPS_pseudo.m* på vedlagte CD under \Matlab\Differentiel\DGPS\DGPS pseudo korr\. Resultat filerne *DGPS_pseudo.txt* findes ligeledes på CD'en under \Resultater\Differentiel\DGPS\Pseudo korrektion\.

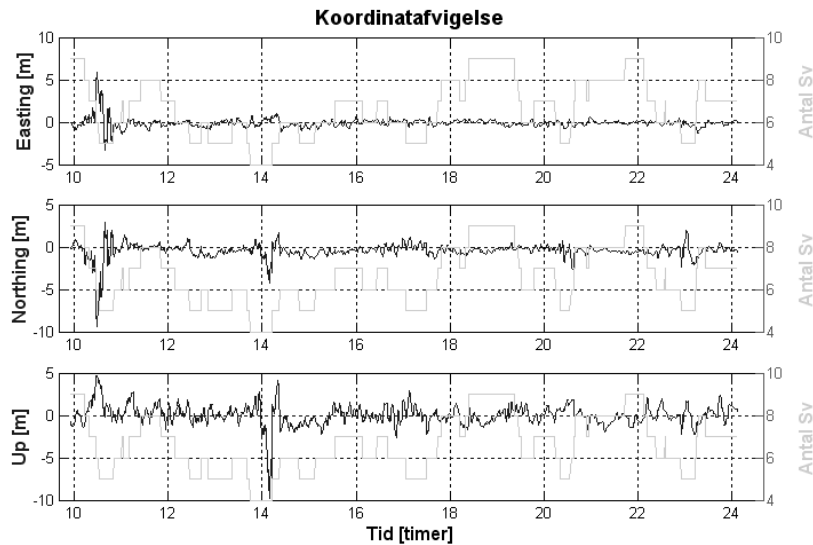
Tabel 12 viser, at der ikke sker nogen forbedring af den samlede spredning på grund af interpolation af roverens pseudoafstand. Hvorfor dette undlades fremover.

Spredning på rover position [m]			
	Med interpolation	Uden interpolation	Ombytning af rover og master
σ_{East}	0.6	0.6	0.6
σ_{North}	1.0	1.0	1.0
σ_{Up}	1.2	1.2	1.2
$\sigma_{\text{East-North}}$ (Planspredning)	1.2	1.2	1.2
$\sigma_{\text{East-North-Up}}$ (3D-spredning)	1.7	1.7	1.7

Tabel 12: Resultat af DGPS vha. korrektion af pseudoafstanden.

Der sker en væsentlig forbedring af nøjagtigheden i forhold til forrige metode, og nøjagtigheden ændres ikke nævneværdigt af, at der byttes om på henholdsvis rover og master. Afvigelsen af masterens position ved absolut positionering ,jf. afsnittet 6.1, er altså ikke længere tilstede, hvilket vurderes at skyldes at de atmosfæriske fejlbidrag er elimineret.

Figur 37 viser, at der forekommer kraftige afvigelser ved kl. 11 og 14, hvilket skyldes at der kun er 4 eller 5 satellitter til rådighed. Plottene i Bilag 6 viser, at de beregnede koordinater fordeler sig jævnt omkring den sande koordinat. Dog er der en lille overvægt af negative Northing koordinater, hvilket kan skyldes at der kun er målt i 14 timer.



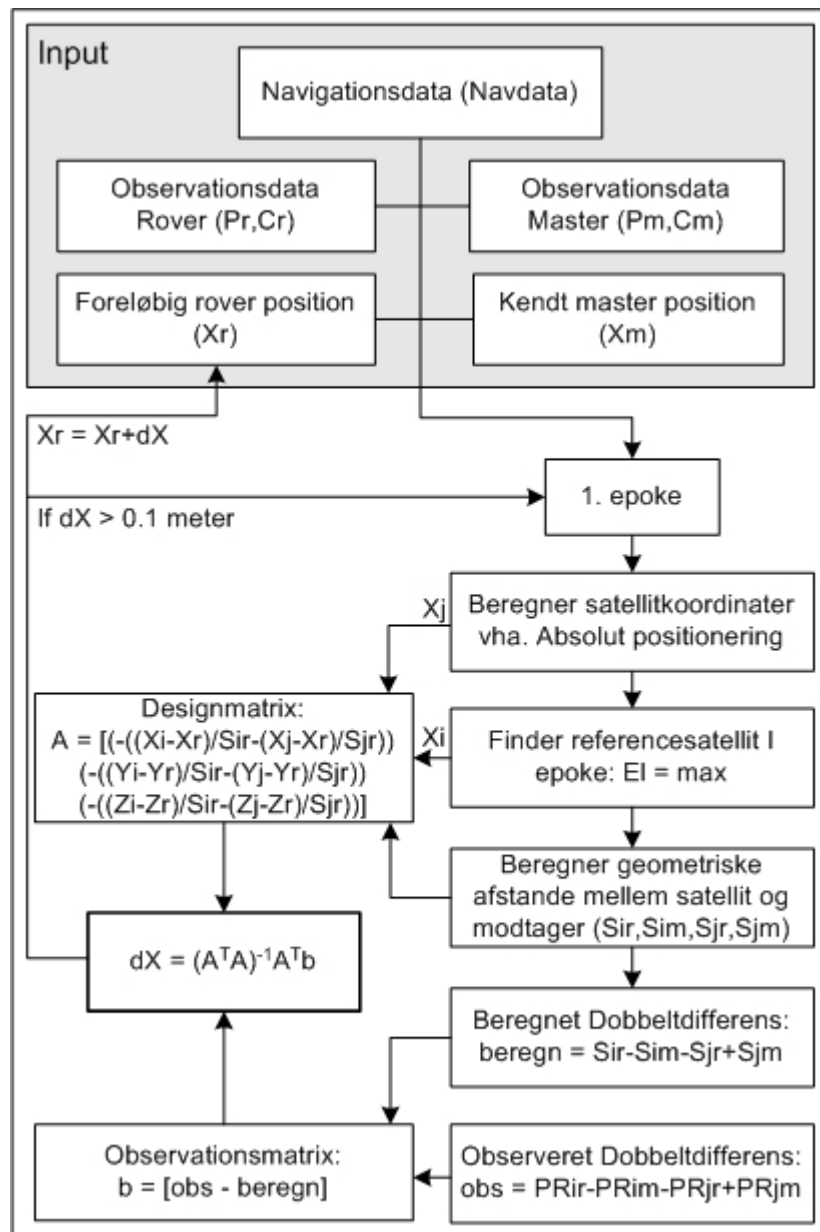
Figur 37: Roverens koordinatafvigelse i forhold til den sande position.

7.6 DATABEARBEJDNING (RELATIV GPS)

Relativ GPS beregnes ved at danne differenser mellem målinger fra samme epoke [Dueholm, K. og Laurentzius, M. 2002]. Dobbeldifferensen dannes som differensen mellem to enkelt-differenser jf. afsnit 3.2. Ved dobbeldifferens elimineres de fejl der normalt korrigeres for, ved udregning af en korrigeret pseudoafstand. Disse fejl omfatter satellittens urfejl, de atmosfæriske fejl samt modtagerens urfejl.

Inden dobbeldifferenser kan beregnes sammenlignes data fra master og rover, således at de to observationssæt indeholder observationer fra de samme satellitter i samme tidsrum. Satellitkoordinaterne beregnes efterfølgende vha. beregningsrutinerne beskrevet i afsnit 6.2. For hver epoke udvælges en referencesatellit, indeholdende den største elevationsvinkel i epoken. Referencesatellitten er således den satellit der står højest over horisonten, hvilket betyder at fejlbidraget fra de atmosfæriske fejl netop er mindst til denne satellit. De geometriske afstande mel-

lem satellit og modtager beregnes ud fra Pythagoras, idet satellitkoordinater, masterkoordinat og foreløbig roverkoordinat er kendt.



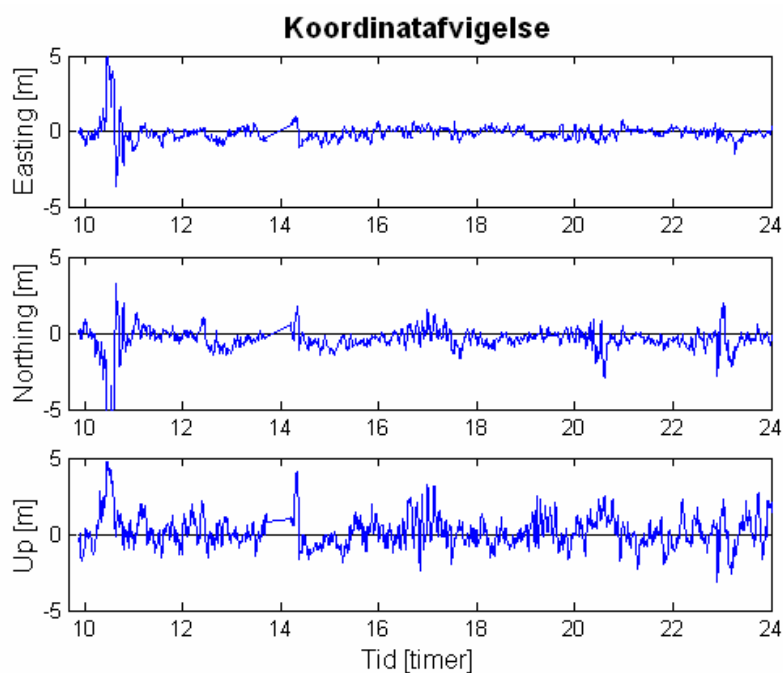
Figur 38: Diagram for beregning af dobbeldifferens positionering.

Designmatricen (A) til udjævningsforløbet kan nu opstilles, og observationsmatricen (b) opstilles ud fra den observerede dobbeltdifferens subtraheret med den beregnede dobbeltdifferens jf. Bilag 3. Den observerede dobbeltdifferens består af de rå pseudoafstande fra observationsfilen, hvorimod den beregnede dobbeltdifferens består af de geometriske bestemte afstande mellem satellit og modtager jf. Bilag 3. Før udjævningen påbegyndes undersøges observationsmatricen idet der ønskes mere en tre observationer til udjævningsforløbet for at få overbestemmelse. Hvis der således kun er tre eller færre observationer i epoken frasorteres denne. Udjævningen itereres indtil $dx < 0,1$ meter. Efter udjævningen frasorteres epoker hvis kvadratsummen på residualerne er over 1000.

7.7 DATAPRÆSENTATION (RELATIV GPS)

Gennem datapræsentationen analyseres resultaterne af de beregnede positioner vha. en beregnet afvigelse og spredning fra den sande position, jf. afsnit 5.3. Resultaterne af databearbejdningen, anvendt i dette afsnit, findes på vedlagte CD under mappen \Resultater\Differentiel\Relativ\.

Ved positionering vha. dobbeltdifferenser gennemløber programmet 1734 epoker svarende til data fra 14,5 timer med et epokeinterval på 30 sekunder. Der er efterfølgende beregnet 1592 koordinatsæt hvilket betyder at 142 epoker er frasorteret enten på grund af observationer til 3 eller færre satellitter, eller på grund af for høje residualer. Heri er de første 26 epoker frasorteret ud fra for høje residualer, hvilket projektgruppen vurderer at skyldes personer omkring antennen i starten af opmålingsfasen.



Figur 39: Koordinataafvigelser for dobbeltdifferens positionering.

Figur 39 viser koordinatafvigelsen for henholdsvis Easting, Northing og Up. Det ses at afvigelseerne er forholdsvis konstant over alle epoker, med undtagelse af et udsving i starten af observationssettet.

Nedenstående tabel viser den udregnede spredning for positionering ved dobbeltdifferens.

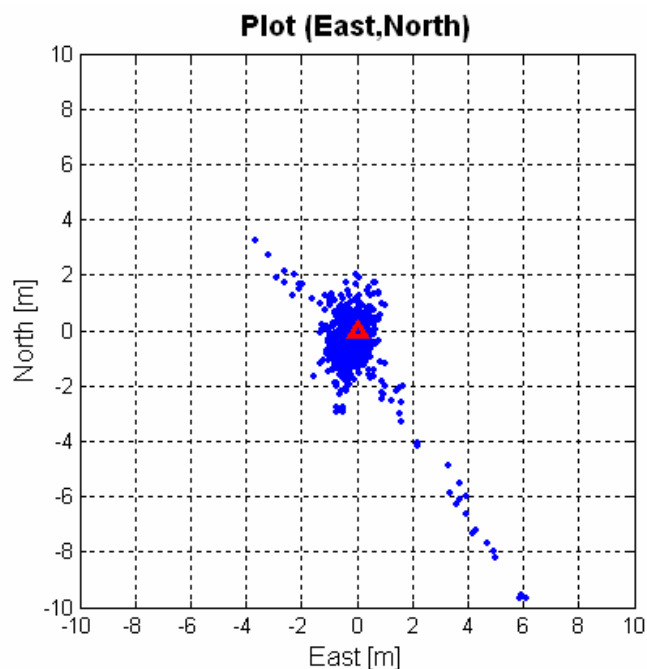
Spredning på dobbelt differens måling [m]	
σ_{East}	0.6
σ_{North}	1.0
σ_{Up}	1.1
$\sigma_{\text{East-North}}$ (Planspredning)	1.2
$\sigma_{\text{East-North-Up}}$ (3D-spredning)	1.6

Tabel 13: Spredning for dobbeltdifferens måling.

Projektgruppen vurderer resultaterne som værende særdeles acceptable, med en planspredning på 1,2 meter og en 3D spredning på 1,6 meter. Spredningen er således markant forbedret i forhold til den absolutte positionering hvor der blev beregnet en planspredning på 2,9 meter samt en 3D spredning på 6,0 meter.

2D-PLOT

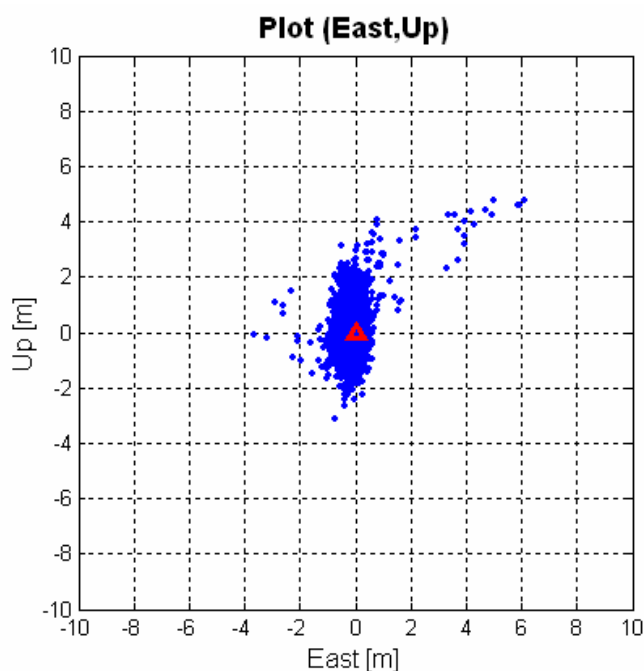
Ved at udtegne de beregnede positioner i 2D-plot, er det muligt at vurdere om der forekommer systematiske fejl. For at kunne afvise systematiske fejl, forventes en jævn fordeling rundt om den sande position. Nedenstående 3 plot illustrerer således de estimerede positioner i forhold til den sande position.



Figur 40: Planafvigelse af beregnede positioner.

Ovenstående plot viser de beregnede plankoordinater i forhold til den sande plankoordinat. Det ses at de beregnede positionerne er jævnt for-

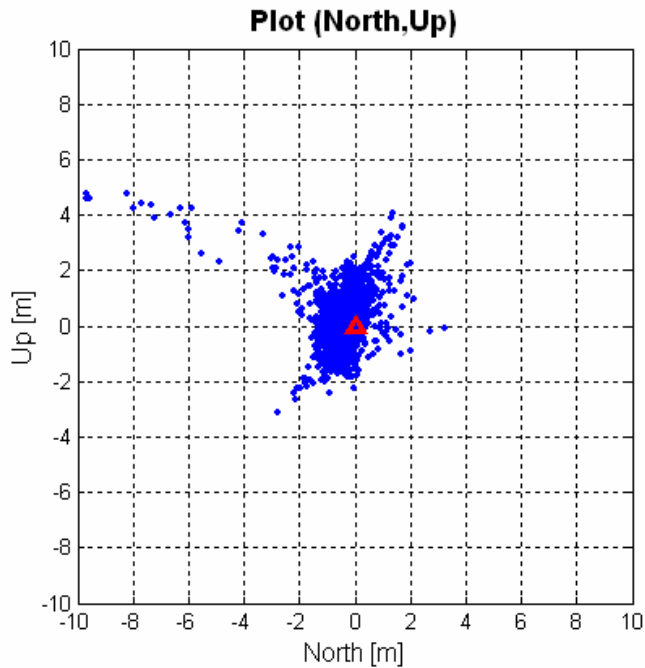
delt omkring den sande position, dog med et overtal af negative Northing-koordinater. Som beskrevet ved absolut positionering forventes Northing-koordinaten at være bestemt med højere spredning end Easting-koordinaten pga. satelliternes inklinationsvinkel, hvilket stemmer overens med projektets resultater jf. Tabel 13.



Figur 41: Easting, Up afvigelse af beregnede positioner.

Figur 41 viser de beregnede Easting og Up koordinater i forhold til den sande position markeret med en trekant (0,0). Koordinaterne er jævnt fordelt omkring den sande position. Det ses at spredningen er større på Up koordinaten end Easting koordinaten hvilket stemmer overens med de beregnede spredninger i Tabel 13.

Figur 42 viser de beregnede Northing og Up koordinater i forhold til den sande position markeret med rød trekant. Ved Figur 42 viser Northing at være generelt lavere end den sande position, hvilket vurderes at skyldes satelliternes inklinationsvinkel.



Figur 42: Northing, Up afvigelse af beregnede positioner.

DELKONKLUSION

I dette kapitel blev beregningsrutinerne for DGPS og relativ GPS opstillet. Indledningsvis beregnes den absolutte position for henholdsvis rover og master, hvor masterens absolutte position havde en 3D spredning på 32 m. Denne høje 3D spredning viste sig dog at være betydningsløs ved den efterfølgende differentielle positionering.

Ved DGPS blev beregningsrutiner for koordinatkorrektion og pseudoafstandskorrektion opstillet. Ved overførsel af koordinatkorrektion konstateredes ingen forbedring af 3D spredningen, grundet den høje 3D spredning hos masteren. Projektgruppen formoder, at denne metode ikke har nogen effekt, efter at SA nu er bortfaldet. SA var før 2. maj 2000 det største fejlbidrag ved absolut positionering. Pseudoafstands-

korrektionen viste derimod at give en væsentligt højere nøjagtighed med en 3D spredning på 1,7 m. Dette skyldes en mere præcis eliminering af fejlbidragene, som stammer fra de atmosfæriske fejl og satellittens urfejl.

Relativ positionering viste en yderligere nøjagtigheds forbedring i forhold til DGPS, idet de atmosfæriske fejl, satellittens urfejl og modtagerens urfejl elimineres, og en 3D-spredning på 1,6 m opnås. Denne spredning forårsages af de resterende fejlbidrag i form af multipath og korrelationen af C/A koden. I det følgende kapitel forsøger projektgruppen at minimere fejlbidraget af korrelationen af C/A koden.

8 UDGLATNING

Når faseobservationerne er tilgængelige er det muligt at forbedre pseudoafstandens nøjagtighed, idet forskellen mellem to pseudoafstande til to forskellige epoker, bør svare til forskellen mellem to tilsvarende fasemålinger. Da forskellen mellem to fasemålinger kan bestemmes med meget højere nøjagtighed end forskellen mellem to tilsvarende pseudoafstande, ned til omkring millimeter niveau, kan nøjagtigheden af den enkelte pseudoafstand forbedres. Ved bestemmelse af faseforskellen er det ikke nødvendigt at bestemme periodekonstanten, idet differensen mellem to epoker anvendes, hvorfor periodekonstanten udgår.

Ved at anvende udglatning kan den støj der påføres pseudoafstanden pga. korrelation minimeres. Korrelation på C/A kode kan udføres med en spredning på ca. 1% af bølgelængden, svarende til 2-3 m. Ved hjælp af udglatning kan spredningen bringes ned til 0,3 m. [Dueholm, K. og Laurentzius, M., 2002, s.57].

8.1 DATABEARBEJDNING

I det følgende beskrives proceduren, hvor pseudoafstanden fra en enkeltfrekvent modtager udglattes vha. fasemålingen. I litteraturen benævnes denne beregningsproces *smoothing*. I det følgende benyttes det danske ord *udglatning* for denne beregningsproces. Beskrivelsen tager udgangspunkt i [Hofmann-Wellenhoff et al., 2001, s .94] og [Sam's GPS Software Pages].

Betragt $i = 1$: N observationssæt af pseudoafstande PR_i og faseobservationer CR_i til en satellit, hvor N er antallet af observationer. For alle epoker efter t_1 beregnes den ekstrapolerede pseudoafstand $PR(t_i)_{ex}$:

$$PR(t_i)_{ex} = PR(t_1) + (CR(t_i) - CR(t_1))$$

hvor $CR(t_i) - CR(t_1)$ er faseforskellen siden første epoke. Den udglattede pseudoafstand $PR(t_i)_{sm}$ kan derefter beregnes som middeltallet af den

ekstrapolerede pseudoafstand $PR(t_i)_{ex}$ og den målte pseudoafstand $PR(t_i)$:

$$PR(t_i)_{sm} = \frac{1}{2}(PR(t_i) + PR(t_i)_{ex})$$

generaliseret til en vilkårlig epoke t_i kan ovenstående formler omskrives:

$$PR(t_i)_{ex} = PR(t_{i-1})_{sm} + (CR(t_i) - CR(t_{i-1}))$$

$$PR(t_i)_{sm} = \frac{1}{2}(PR(t_i) + PR(t_i)_{ex})$$

Beregningen tager dog ikke højde for eventuelle cycle slips, hvorfor der indføres en tidsafhængig vægtning:

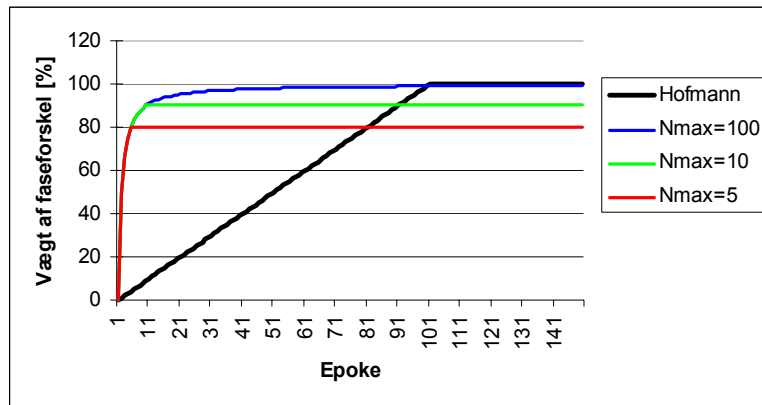
$$PR(t_i)_{sm} = \omega PR(t_i) + PR(t_i)_{ex} (1 - \omega)$$

For første epoke $i=1$ er vægten $\omega = 1$, og for hver efterfølgende epoke reduceres ω med f.eks. 0,01. Den målte pseudoafstand $PR(t_i)$ vægtes dermed højt de første epoker, og den forrige udglattede pseudoafstand $PR(t_i)_{sm}$ vægtes lavt. For de efterfølgende epoker vægtes den forrige udglattede pseudoafstand $PR(t_i)_{sm}$ gradvis højere, og efter 100 epoker er den udglattede pseudoafstand lig den forrige udglattede pseudoafstand $PR(t_{i-1})_{sm}$ plus faseforskellen mellem de to epoker $CR(t_i) - CR(t_{i-1})$. På Sam's GPS Software Pages benyttes en anden vægtning, hvori antallet af observationer anvendes i stedet:

$$PR(t_i)_{sm} = PR(t_i) / N + (PR(t_{i-1})_{sm} + CR(t_i) - CR(t_{i-1}))(N - 1) / N$$

N angiver en tæller der stiger med een per epoke indtil et givent kriterium - N_{max} . Når vægtningen der benyttes på Sam's GPS Software Pages anvendes, vil den forrige udglattede pseudoafstand $PR(t_{i-1})_{sm}$ plus faseforskellen mellem de to epoker $CR(t_i) - CR(t_{i-1})$ hurtigere få højere vægt se Figur 43 - initialiseringstiden efter et cycle slip er lavere. Vægtning beskrevet af Hoffman-Wellenhof et al., resulterer i en lineær vægtning,

hvorimod den vægtning der anvendes på Sam's GPS Software Pages er eksponentielt stigende, indtil stop kriteriet N_{\max} nås. Figur 43 viser antallet af epoker, før vægten er maksimal med vægtning beskrevet i Hofmann-Wellenhof et al, samt med vægtningen der anvendes på Sam's hjemmesider, med forskellige N_{\max} værdier.



Figur 43: Forskel på vægtning jf. Hoffman-Wellenhof og Sam's GPS Software Pages med $N_{\max} = 5, 10$ og 100 .

Tabel 14 viser den endelige vægtning af henholdsvis den målte pseudoafstand PR, og faseforskellen ΔCR ved forskellige N_{\max} kriterier. I tilfælde af cycle slip nulstilles vægten, hvorved den målte pseudoafstand vægtes maksimalt igen, og faseforskellens indflydelse minimeres, da denne er forkeret pga. cycle slip. Herefter tæller vægten op til N_{\max} igen. Faseobservation består af forskellen mellem fasen fra satellitten og fasen genereret af modtageren. Denne forskel er udtrykt ved et antal bølgelængder. Hvis der opstår et cycle slip undervejs i epoken genstar-

N_{\max}	Vægt PR [%]	Vægt ΔCR [%]
100	1	99
50	2	98
20	5	95
10	10	90

Tabel 14: Sammenhæng mellem N_{\max} og vægt.

tes optællingen af bølgelængder [Hofmann-Wellenhoff et al., 2001, s. 205]. Faseobservation for epoken er dermed fejlbehæftet. Cycle slip opstår f.eks. når der ikke længere er frit sigte til en satellit pga. obstruktioner eller når satellitten er bag horisonten. Cycle slip konstateres når faseforskellen er væsentlig forskellig fra kodeforskellen. Fordelen ved at nulstille vægten ved cycle slip er, at det ikke er nødvendigt at korrigere faseobservationerne ved cycle slip [Hofmann-Wellenhoff et al., 2001, s. 96]. Der kontrolleres løbende for cycle slips, og når dette forekommer nulstilles vægten. Når forskellen mellem kodeforskellen og faseforskellen er større end et givent kriterium konstateres et cycle slip. Sam's GPS Software Pages anbefaler et kriterium på 1-15 m afhængig af modtagertype.

En anden metode til udglatning af pseudoafstande tager udgangspunkt i en reference epoke t_1 . For hver målt pseudoafstand $PR(t_i)$ kan pseudoafstanden til reference epoken $PR(t_1)$ beregnes, udfra faseforskellen mellem de to epoker, hvor $PR(t_i)_i$ er den pågældende epokes bud på pseudoafstanden til epoke t_1 .

$$PR(t_i)_i = PR(t_i) - (CR(t_i) - CR(t_1))$$

For hver epoke fra $i=1$ til N beregnes middeltallet af pseudoafstanden til epoke t_1 :

$$PR(t_1)_m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N PR(t_1)_i$$

Den udglattede pseudoafstand til en vilkårlig pseudoafstand $PR(t_i)$ kan derefter beregnes som den midlede pseudoafstand til t_1 plus faseforskellen mellem epoken t_i og t_1 :

$$PR(t_i)_{sm} = PR(t_1)_m + (CR(t_i) - CR(t_1))$$

I tilfælde af cycle slip vælges en ny epoke t_1 , hvortil den midlede pseudoafstand beregnes.

Pseudoafstanden nærmer sig fasemålingens nøjagtighed vha. udglatning, imidlertid påvirker ionosfæren fasen og koden forskelligt således, at forskellen mellem to epoker ikke er helt ens for fase- og kodemålingen, hvilket begrænser nøjagtigheden af en udglattet pseudoafstand.

I de følgende beregninger benyttes udglatningsmetoden der anvendes på Sam's GPS Software Pages, idet initialiseringstiden efter et cycle slip er kort. Ved beregning af faseforskellen er det vigtigt at anvende den eksakte værdi for bølgelængden af L1. Bølgelængden er givet ved:

$$\lambda_1 = \frac{c}{f_1} = \frac{299792458}{154 * 10.23 * 10^6},$$

hvor c er lysets hastighed i m/s og f_1 er L1 bærebølgens frekvens.

8.2 UNDERSØGELSE AF UDGLATNINGSRUTINE

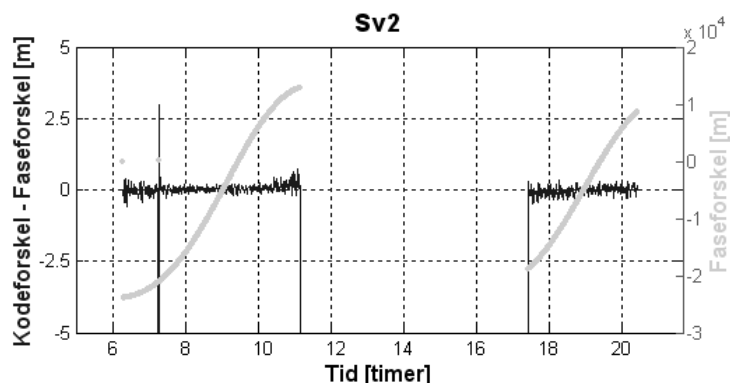
Inden udglatningen anvendes i den absolutte og differentielle positionering, ønskes en forståelse for effekten af forskellige N_{max} værdier samt hvilket cycle slip kriterium der skal anvendes. Der udglattes på datasæt A og datasæt B jf. kapitel 5 om dataindsamling, hvor det undersøges hvilken indflydelse forskellige N_{max} værdier har for korrektion af pseudoafstanden. Det undersøges endvidere om det samme N_{max} og cycle slip kriterium kan anvendes for data indsamlet med henholdsvis hvert sekund og hvert tredivte sekund.

Beregningen foregår med matlab scriptet *beregn.m* der findes på vedlagte CD under mappen matlab\udglatning\. Resultatfilen *Smooth_resultat.txt* for hvert datasæt findes på bilags CD'en under mappen resultater\udglatning\.

Datasæt A

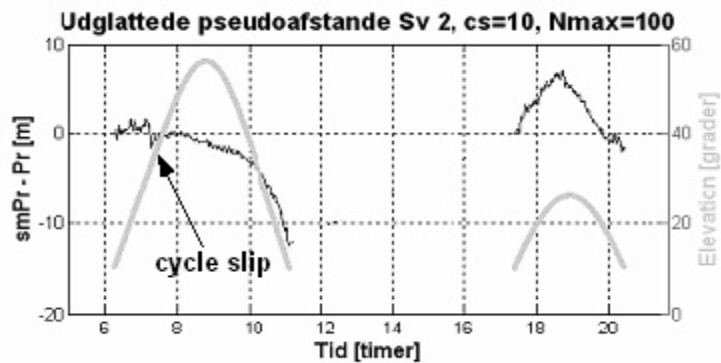
Datasæt A er indsamlet med 30 sek. epoke intervaller. Formålet med datasættet er, at undersøge om udglatning kan udføres på observationer indsamlet med 30 sek. epoke intervaller. Der er udtegnede plot for henholdsvis sat. nr. 2, 3 og 23, plottene findes i Bilag 4.

Figur 44 viser forskellen mellem kode- og faseforskellen samt faseforskellen, der er negativ ved stigende elevation, og positiv ved faldende elevation.



Figur 44: Forskel mellem kodeforskel og faseforskel, samt plot af faseforskellen ve satellit 2.

Forskellen mellem kode- og faseforskel anvendes som indikator for om der forekommer cycle slip. Kriteriet for et cycle slip er sat til 10 m. Der forekommer ét cycle slip i observationssættet klokken 7, og for at undgå en fejlagtig korrektion af pseudoafstanden nulstilles vægten af faseforskellen. Dette ses som et hak i den første del af kurven i Figur 45, hvor forskellen mellem den observerede og den udglattede pseudoafstand er nul.



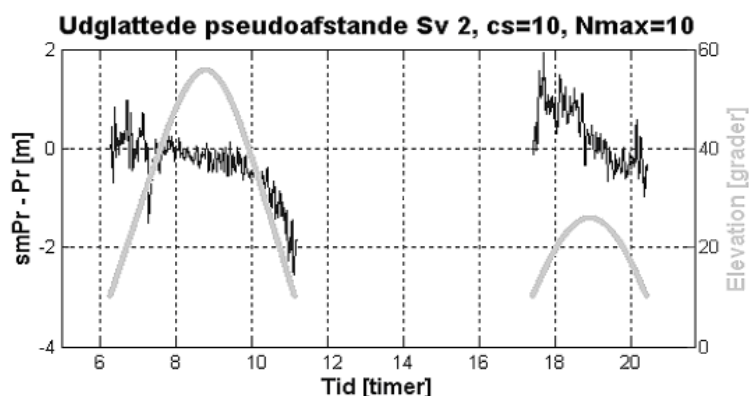
Figur 45: Udglatning af pseudoafstande for satellit nr. 2 med $cs=10$, $N_{max}=100$.

I resten af observationssættet er forskellen mellem kode- og faseforskellen under en halv meter, hvilket også er gældende for satellit nr. 3 og 23 jf. Bilag 5. Cycle slip værdien for datasæt A modtageren kan altså sagtens være lavere f.eks. 2 m. Forskellen mellem kode- og faseforskellen er generelt størst ved en lav elevationsvinkel og lav ved høj elevationsvinkel, dette er især tydeligt ved satellit nr. 23, hvilket skyldes, at kodeobservationen og faseobservationen påvirkes forskelligt af ionosfæren. Hvor ionosfærefejlen tillægges kodeobservationen, fratrækkes den faseobservationen [Borre K. 1995, s. 50]. I litteraturen kaldes dette for *code-carrier divergence*. Denne kode-fase divergens akkumuleres over tid, hvilket påvirker den udglattede værdi med en fejl. Den endelige akkumulation er afhængig af, hvor mange epoker der udglattes over. Størrelsen af N_{max} skal dermed bestemmes således at kode-fase divergensen ikke forringer resultatet af udglatningen. Normalt sættes N_{max} til 100 epoker. [Parkinson, B., og Spilker, J., 1996, VII, s.13].

Figur 45 viser forskellen mellem den observerede og den udglattede pseudoafstand, $smPR - PR$, og satellittens elevation. Kriteriet for et cycle slip er angivet til 10 m. og N_{max} til 100 epoker. Figur 45 viser tydeligt, at effekten af udglatningen er afhængig af satellittens elevationsvinkel, pga. kode-fase divergens. Ved lav elevation er kode-fase

divergensen høj, hvorfor forskellen mellem udglattet og rå pseudoafstande er enten stigende eller faldende.

Figur 46 viser resultatet af udglatning på pseudoafstande fra satellit nr. 2, hvor $N_{\max} = 10$ anvendes. Da N_{\max} er lavere har kode-fase divergensen nu lavere indflydelse end i Figur 45. Da faseforskellen kun vægtes med 90% er forskellen mellem rå og udglattet pseudoafstand generelt mindre end i Figur 45.



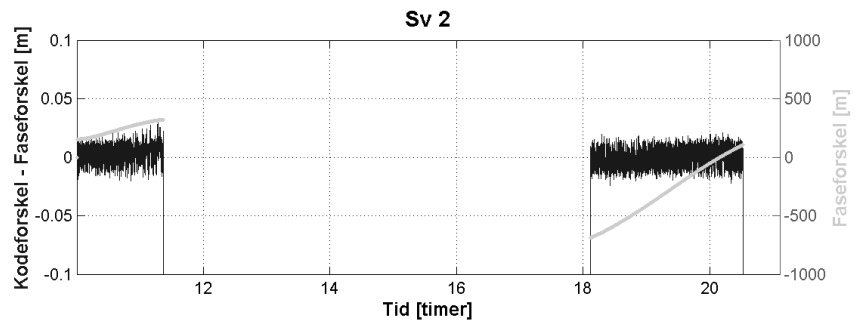
Figur 46: Udglatning af pseudoafstande for satellit nr. 2 med $cs=10$, $N_{\max} = 10$.

Udglatningen af datasæt A har vist, at kode-fase forskellen er mindre end en meter, hvorfor cycle slip værdien kan sættes relativt lav. Dog har det ikke den store betydning om cycle slip værdien sættes til 3m. eller 15 m, da størrelsen af et cycle slip ofte er meget stor, især når epokerne er på tredive sekunder. Endvidere har det vist sig at N_{\max} har ganske stor betydning for rettelsen af pseudoafstanden. Det er dog umiddelbart svært, at vurdere en optimal N_{\max} værdi før udglatningen anvendes i positioneringen.

Datasæt B

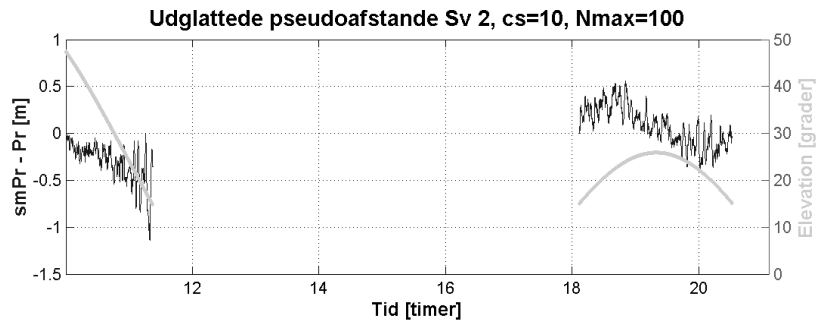
I et følgende undersøges effekten af udglatning på pseudoafstande målt med ét sekund intervaller. Datasæt B har 14 timer tilfælles med datasæt A. Figur 47 viser, at forskellen mellem kodeforskellen og fasefor-

skellen er betydelig mindre end i foregående datasæt. Forskellen er på cm niveau, hvorfor cycle slip værdien kan sættes til under en meter.

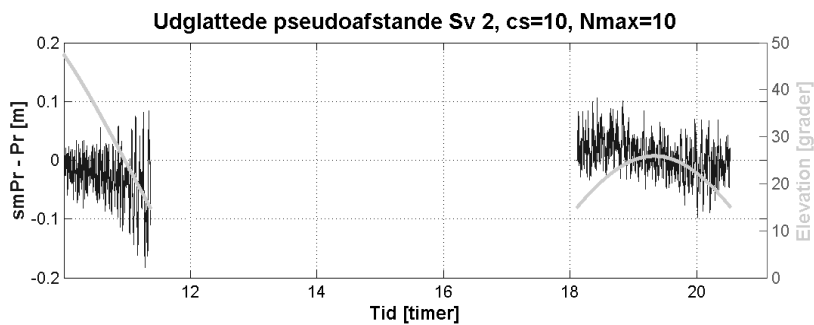


Figur 47: Forskel mellem kodeforskel og faseforskel, samt plot af faseforskellen.

Figur 48 viser at den samlede forskel mellem målt og udglattet pseudoafstand er mindre ved epoker med et sekunds intervaller end ved tredive sekunds intervaller. Forskellen er ca. en faktor ti mindre i forhold til afvigelsen i Figur 45. Der vil dermed være en forskel på resultatet efter en udglatning alt efter intervallet mellem epokerne. Forskellen kan skyldes, at de atmosfæriske fejl ikke er helt ens mellem to epoker når der forløber tredive sekunder imellem, hvilket vil påvirke resultatet.



Figur 48: Udglatning af pseudoafstande for satellit nr. 2 med $cs=10$, $N_{max}=100$.



Figur 49: Udglatning af pseudoafstande for satellit nr. 2 med $cs=10$, $N_{max}=10$.

Figur 49 viser, at forskellen mellem udglattet og målt pseudoafstand stadig er betydelig mindre end ved datasæt 1. Hvor datasæt 1 for satellit 2 med $N_{max}=10$ varierede mellem 2 og -2 meter, er variationen i Figur 49 mellem -0,2 og 0,1 meter. Igen er forskellen en faktor ti mindre. Ovenstående figur viser at forskellen er afhængig af elevationen.

Delkonklusion

Gennemgangen af udglatning på forskellige datasæt har vist, at effekten af udglatningen påvirkes af forskellige faktorer, herunder størrelsen af N_{max} , og intervallet mellem epokerne. Samme N_{max} værdi har forskellig indflydelse på epoker med forskellige tidsintervaller. Når udglatningen skal anvende skal bør effekten af forskellige N_{max} derfor undersøges. Størrelsen af cycle slip kriteriet sættes til fremover til 10m.

8.3 DATAPRÆSENTATION

I det følgende undersøges effekten af udglatning på absolut, differentiell og relativ GPS. Resultat filerne fra de enkelte beregninger findes på vedlagte CD under resultater\udglatning\, endvidere findes 2D plots af resultaterne i Bilag 7.

ABSOLUT POSITIONERING

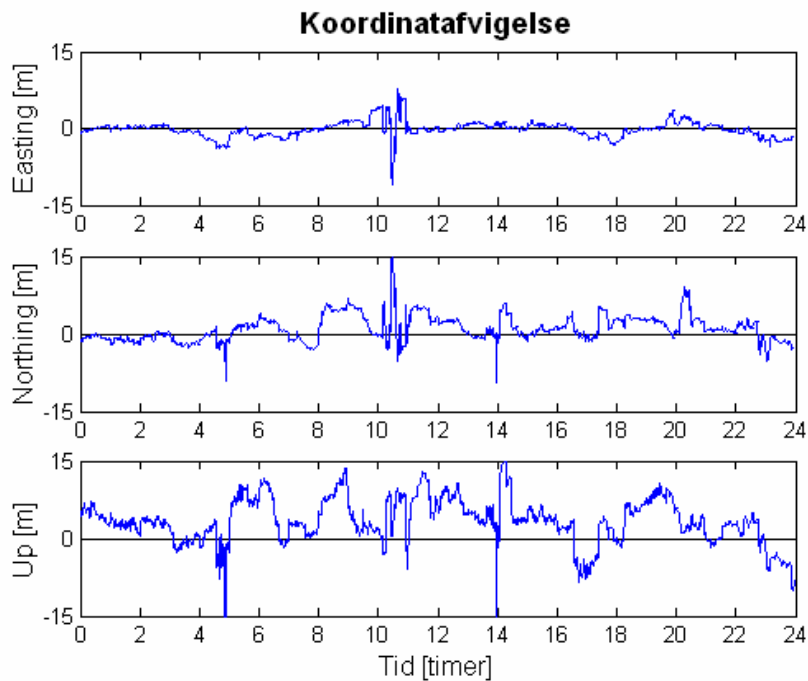
Udglatning på den absolutte positionering beregnes ud fra datasæt A.

Tabel 15 viser de beregnede spredninger for den absolutte positionering med og uden udglatning.

Spredning	Uden Udglatning [m]	Udglattet $N_{\max}=10$ [m]	Udglattet $N_{\max}=100$ [m]
σ_{East}	1,5	1,5	1,5
σ_{North}	2,5	2,6	2,7
σ_{Up}	5,2	5,3	5,5
$\sigma_{\text{East-North}}$ (Planspredning)	2,9	3,0	3,1
$\sigma_{\text{East-North-Up}}$ (3D-spredning)	6,0	6,1	6,3

Tabel 15: Spredning ved absolut positionering.

Tabel 15 viser, at udglatningen af den absolutte positionering faktisk forværrer spredningen i 3D med 0,1 - 0,3 meter. Dette kan evt. skyldes at restfejlen på den korrigerede pseudoafstand overskygger forbedringen ved udglatningen af pseudoafstanden. Herved giver udglatningen på den absolutte position ingen forbedring af nøjagtigheden. Figur 50 viser koordinatafvielserne ved den udglattede absolutte positionering,



Figur 50: Koordinatafvigelse for Easting, Northing og Up, $N_{\max} = 100$.

DGPS ved koordinat - korrektion

Da udglatning på den absolutte position ikke har nogen effekt, vil udglatning ved DGPS med koordinat korrektion heller ingen effekt have, idet der ikke sker en forbedring af den koordinatafvigelse der sendes til roveren.

DGPS ved korrektion af pseudoafstand

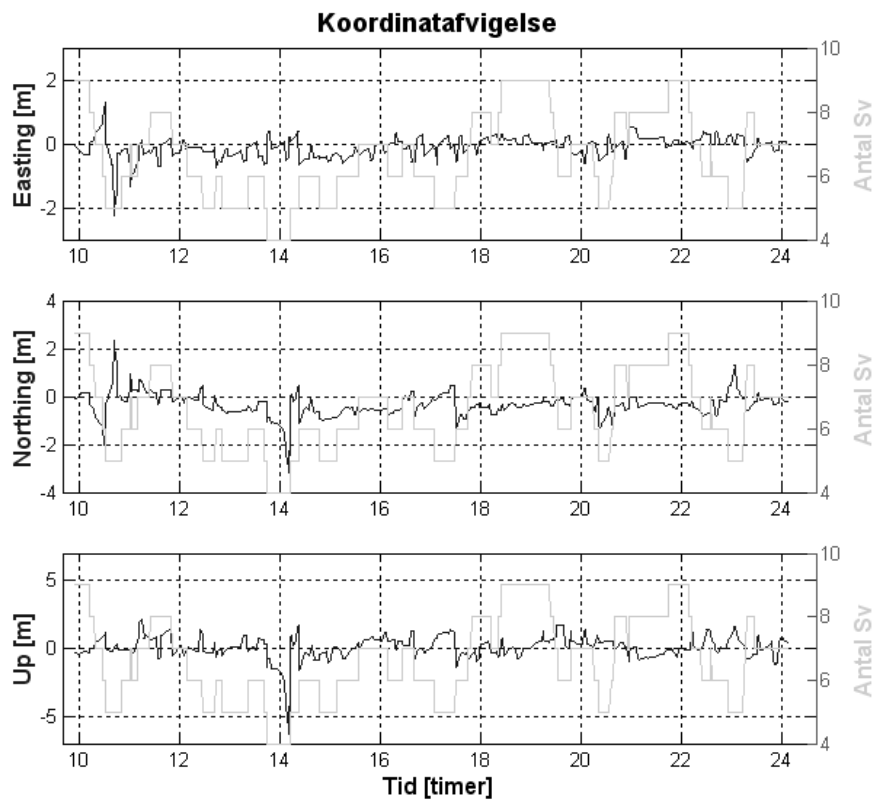
DGPS med korrektion af pseudoafstanden beregnes ud fra datasæt C.

Udglatningen forårsager en forbedring af den samlede spredning, og en forøgelse af N_{\max} fra 10 til 100 forbedrer resultatet yderligere. Spredningen på en 3D position beregnet med udglattede pseudoafstande ved DGPS med korrektion af pseudoafstanden, bringes dermed ned på næsten en meter.

Spredning	Uden Udglatning [m]	Udglattet $N_{\max}=10$ [m]	Udglattet $N_{\max}=100$ [m]
σ_{East}	0,6	0,4	0,3
σ_{North}	1,0	0,8	0,6
σ_{Up}	1,2	0,9	0,8
$\sigma_{\text{East-North}}$ (Planspredning)	1,2	0,9	0,7
$\sigma_{\text{East-North-Up}}$ (3D-spredning)	1,7	1,3	1,1

Tabel 16: Spredning på roverens position beregnet ved DGPS med korrektion af pseudoafstande.

Figur 51 viser afvigelserne ved beregning af roverens position, ved udglatning med $N_{\max} = 10$ og 100.



Figur 51: Koordinataafvigelse for Easting, Northing og Up.

Relativ GPS

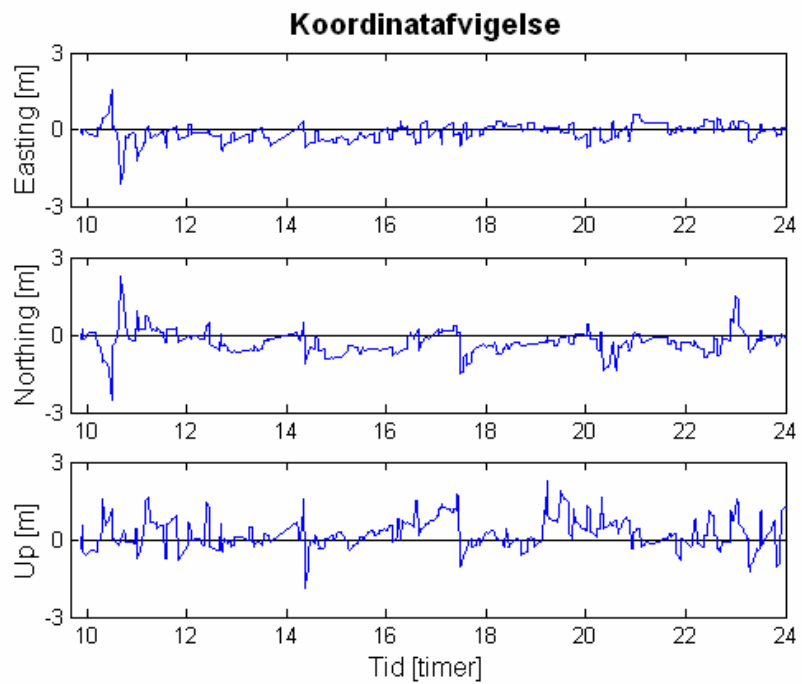
Udglatning på dobbeltdifferens beregnes ud fra datasæt C.

Tabel 17 viser den beregnede spredning med og uden brug af udglatning. Des ses at udglatning på dobbeltdifferensen forbedrer spredningen med en faktor 2, hvorved 3D spredningen kommer under 1 meter.

Spredning	Uden udglatning [m]	Udglatning $N_{\max}=100$ [m]
σ_{East}	0,6	0,3
σ_{North}	1,0	0,5
σ_{Up}	1,1	0,6
$\sigma_{\text{East-North}}$ (Planspredning)	1,2	0,6
$\sigma_{\text{East-North-Up}}$ (3D-spredning)	1,6	0,9

Tabel 17: Spredning på rover position beregnet relativt.

Figur 52 viser koordinatafgivelserne ved den udglattede dobbeltdifferens, hvor koordinatafgivelserne ikke overstiger 3 meter.



Figur 52: Koordinatafgivelse for Easting, Northing og Up.

DELKONKLUSION

Udglatning viste sig som en effektiv metode til yderligere forbedring af nøjagtigheden ved positionering med enkeltfrekvent GPS måling. Der blev foretaget udglatning for henholdsvis absolut, DGPS og relativ GPS. Udglatning havde ingen effekt ved absolut positionering. Dette kan skyldes, at minimeringen af fejlbidraget ved korrelationen ingen betydning har i forhold til de atmosfæriske fejlbidrag. Når de atmosfæriske fejlbidrag elimineres ved differentiell GPS, viser udglatning sig at forbedre nøjagtigheden med en faktor 2. Ved kombinationen af relativ positionering og udglatning opnås således en 3D spredning på 0,9 m.

9 KONKLUSION

Dette projekt har omhandlet dataindsamling, -bearbejdning og – præsentation af GPS-rådata, med det formål at opnå forståelse for de beregningsrutiner, der ligger til grund for differentiell positionering.

I problemformuleringen blev følgende problem opstillet:

Med hvilke beregningsrutiner foretages differentiell positionering med en type 1 modtager?

Dette problem søgtes besvaret gennem følgende underliggende problemstillinger:

- Hvilke beregningsrutiner ligger til grund for absolut positionering?
- Hvor store er de enkelte fejlbidrags betydning for den samlede nøjagtighed ved positionering?
- Hvilke beregningsprocedurer og målemetoder kan anvendes til at forøge nøjagtigheden ved positionering med en Type 1 modtager?
- Hvorledes programmeres og opstilles beregningsprocedurerne?

Disse spørgsmål er forsøgt besvaret gennem rapporten, og svarene vil i denne konklusion blive opstillet.

9.1 BEREGNINGSRUTINER – ABSOLUT

Beregningsrutinerne, der anvendes ved absolut positionering, blev af projektgruppen opdelt i fire delprocesser

1. Transmissionstidspunkt
2. Satellittens position
3. Korrektion af pseudoafstande
4. Modtagerens position og -urfejl

Indledningsvis beregnes transmissionstidspunktet, hvorfra et givet signal er sendt fra en satellit. Når denne størrelse er bestemt, kan satellitpositionen til transmissionstidspunktet bestemmes. Dernæst korrigeres epokens pseudoafstande for fejlbidrag. Epokens korrigerede pseudoafstande mellem modtager og satellitter anvendes sammen med satellitpositionerne til beregning af modtagerpositionen og dennes urfejl gennem udjævning. Receiverposition og $-urfejl$ indgår dernæst som nye parametre til genberegning af transmissionstidspunktet (1), satellitpositioner (2), korrigeret pseudoafstand (3) og til slut et nyt estimat på receiverposition og $-urfejl$ (4).

Ved undersøgelse af iterations behovet, blev det påvist at en simpel metode til forbedring af den absolutte nøjagtighed, kan opnås gennem et forøget antal iterationer af ovennævnte beregningsprocedure. Imidlertid sker denne forbedring af nøjagtigheden på bekostning af beregnings tiden.

9.2 FEJLBIDRAGENES BETYDNING

Projektgruppen undersøgte ved hjælp af eget programmel og indsamlet

Fejlbidrag	Plan-spredning	Højde-spredning	3D-spredning
Med korrektion for alle fejlbidrag	2,9 m	5,2 m	6,0 m
Uden korrektion for troposfæreforsinkelse	3,0 m	7,2 m	7,7 m
Uden korrektion for ionosfæreforsinkelse	3,1 m	10,9 m	11,3 m
Uden korrektion for satellitrets fejl	170195,0 m	353364,9 m	392215,7 m

Tabel 18 De enkelte fejlbidrags betydning for nøjagtigheden ved absolut positionering.

rådata, effekten af de enkelte fejlbidrags betydning for nøjagtigheden ved absolut positionering. Af Tabel 18 fremgår at ionosfærefejlen bidrager med den største fejl efterfulgt af troposfærefejlen. Endvidere er korrektion af satellit uret essentielt. Disse fejlbidrags betydning kan dog minimeres eller elimineres, afhængig af målemetode.

9.3 BEREGNINGSPROCEDURER OG MÅLEMETODER

Differentiel GPS er en målemetode der benyttes til at forbedre nøjagtigheden, idet der sker en elimination af de atmosfæriske fejl samt urfejl. Projektgruppen opdeler differentiel GPS i DGPS og relativ GPS.

DGPS opdels i korrektion af koordinaten eller af pseudoafstanden hos roveren. Koordinatkorrektion hos roveren gav ingen forbedring af nøjagtigheden på positionen, men projektgruppen vurderer dog, at metoden hovedsageligt var anvendelig før afskaffelsen af SA. Korrektion af pseudoafstanden forbedrer derimod nøjagtigheden med en faktor 4, i forhold til den absolutte positionering. En lignende forbedring af nøjagtigheden fås ved relativ GPS.

Ved anvendelse af beregningsproceduren udglatning, forøges nøjagtigheden med en faktor 2 idet korrelationsfejlen ud fra faseobservationerne minimeres. Denne forbedring opnås dog ikke ved absolut positionering, idet de atmosfæriske restfejl overskygger korrelationsfejlen. Ved udglatning af relativ positionering opnås en 3D spredning på 0,9 m.

Tabel 19 viser en samlet oversigt over nøjagtighedsforholdene mellem de anvendte målemetoder med og uden udglatning. Her ses for eksempel at udglattet relativ positionering forbedrer nøjagtigheden med en faktor 7 i forhold til absolut positionering. Tabellen er dannet på baggrund af de beregnede 3D spredninger gennem projektet. DGPS ved koordinatkorrektion er i tabellen vurderet til at have samme nøjagtighed som ved absolut positionering.

	Absolut	Absolut, udglattet	DGPS (koordinat)	DGPS (koordinat) udglattet	DGPS (pseudoafstand)	DGPS (pseudoafstand) udglattet	Relativ (dobbelt)	Relativ (dobbelt) udglattet
Absolut	1	1	1	4	5	4	7	
Absolut, udglattet		1	1	4	6	4	7	
DGPS (koordinat)			1	4	5	4	7	
DGPS (koordinat) udglattet				4	5	4	7	
DGPS (pseudoafstand)					2	1	2	
DGPS (pseudoafstand) udglattet						1	1	
Relativ (dobbelt)							2	
Relativ (dobbelt) udglattet								

Tabel 19: Samlet oversigt over de anvendte metoder og deres indbyrdes nøjagtighedsforhold ($3D-\sigma$) ud fra resultater i projektet.

Tabel 19 viser at beregningsrutinerne har forbedret nøjagtigheden i stadig større grad pga. elimination eller minimering af stadig flere fejlkilder.

9.4 PROGRAMMERING

Databearbejdningen er foretaget med projektgruppens egne MatLab scripts. Projektet har vist, at der muligt at opstille de enkelt beregningsrutiner der anvendes ved forskellige målemetoder. Herigennem har projektgruppen haft mulighed for selv at foretage beregninger ud fra rådata i RINEX formatet.

Det er dermed muligt at forøge anvendelsesområderne for en billig GPS modtager, idet projektgruppen har opnået en indsigt i de beregningsprocedurer og målemetoder, der er nødvendige for at forøge nøjagtigheden af disse modtagere.

10 PERSPEKTIVERING

Det foregående projekt har beskæftiget sig med beregningsrutiner anvendt ved positionering med enkeltfrekvent GPS modtager og herunder dataindsamling, databearbejdning og datapræsentation af absolutte og differentielle GPS observationer.

Det kan være ganske interessant at se på, hvad fremtiden bringer indenfor Global Navigation Satellit Systemer (GNSS). Er der alternativer til Navstar's GPS?

10.1 GNSS

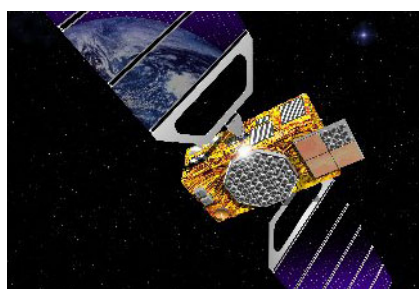
Som Figur 2 i foranalysen antyder, er der to alternativer til GPS indenfor GNSS: GLONASS og GALILEO. GLONASS er et russisk navigationssystem der er meget lig det amerikanske GPS, dog er GLONASS satellitter kun fordelt på tre baneplaner med en inklination på 65° (GPS: 55°), som er dimensioneret til i alt 24 satellitter. Status for GLONASS er dog at kun 9 satellitter i skrivende stund er brugbare, se Tabel 20:

GLONASS konstellation status d. 28/5-2003				
GLONASS nr.	Opsendt	Intro	Status	Stoppet
784	30.12.98	29.01.99	brugbar	
786	30.12.98	29.01.99	ude af drift	08.05.03
783	13.10.00	05.01.01	brugbar	
787	13.10.00	04.11.00	brugbar	
788	13.10.00	21.11.00	brugbar	
789	01.12.01	04.01.02	brugbar	
790	01.12.01	04.01.02	ude af drift	08.01.03
711	01.12.01	15.04.03	brugbar	
791	25.12.02	10.02.03	brugbar	
792	25.12.02	31.01.03	brugbar	
793	25.12.02	31.01.03	brugbar	

Tabel 20: Den aktuelle status for GLONASS. Det ses at der er blevet opsendt tre nye satellitter d. 25/12-02 [Russian Federation Ministry of Defence].

Det ses dog også ud fra tabellen at der årligt sendes tre nye satellitter i kredsløb, og det forventes derfor at GLONASS er fuldt operationelt i år 2006 [GeoInformatics]. GLONASS er derfor ikke i øjeblikket et alternativ til GPS, men der findes modtagere [Javad Navigation systems], der anvender signaler fra GLONASS, som supplement til GPS, og dermed forbedrer måleforholdene.

Det europæiske alternativ til GPS er GALILEO, som forventes at være fuldt operationelt i år 2008. GALILEO projektet udføres gennem et samarbejde mellem Europa Kommissionen og Europæisk Rumfarts



Figur 53: GALILEO satellit [EUROPA - Energy and transport - Galileo - introduction].

Organisation (ESA) [EUROPA - Energy and transport - Galileo - introduction].

GALILEO er ligesom GLONASS baseret på satellitter i tre baneplaner. Dog er GALILEO dimensioneret til at indeholde 30 satellitter lige fordelt på baneplanerne, hvilket øger antallet af tilgængelige satellitter i forhold til GPS, jf. Tabel 21:

Maske for elevationsvinkel	Antal synlige GALILEO satellitter	Antal synlige GPS satellitter	Ialt
5°	13	12	25
10°	11	10	21
15°	9	8	17

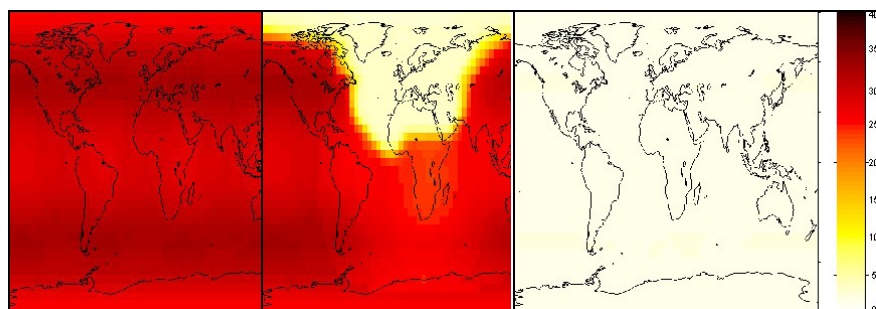
Tabel 21: Antal tilgængelige satellitter et vilkårligt sted på jorden ud fra forskellige masker for elevationsvinkelen [Europa-Kommissionen, 2002].

Derudover har GALILEO ifølge Europa Kommissionen en række andre fordele sammenlignet med GPS:

- GALILEO er en ikke-militær service, og sikrer derved en kontinuitet i servicen, i modsætning til GPS, hvor signaler kan blive utilgængelige med eller uden varsel.
- GALILEO er baseret på samme teknologi som GPS, men kan tilbyde en mere nøjagtig positioneringsservice, pga. en bedre satellitkonstellation og et mere avanceret kontrolsystem.
- GALILEO er mere pålidelig, da brugeren af systemet øjeblikkeligt bliver informeret om eventuelle fejl, og GALILEO vil (i modsætning til GPS) være tilgængelig i byer og i polområder.

10.2 WIDE AREA DGPS

Europas første bidrag til satellit navigation, og dermed forgængeren for GALILEO er EGNOS, som i øjeblikket er på teststadiet, men inden juli 2004 vil det bestå af tre geostationære satellitter og ti referencestationer placeret i Europa. De ti referencestationer vil udsende korrektioner af signaler fra både GPS, GLONASS og med tiden også GALILEO til brugere af servicen via de tre geostationære satellitters dækningsområde. Denne service er også kendt som Wide Area DGPS, og lignende service er allerede tilgængelig i Nordamerika (WAAS). EGNOS vil medføre en væsentlig forbedring i nøjagtigheden af en position, jf. Tabel 22:



Tabel 22: De tre figurer viser nøjagtigheden af en absolut position med GPS, GPS + EGNOS og GPS + EGNOS + GALILEO [EUROPA - Energy and transport - Galileo - introduction].

Kombinationen af GPS, GALILEO, (GLONASS) og EGNOS åbner op for helt nye anvendelsesområder for Type 1 modtagere, da det nu lige pludselig bliver muligt at foretage indflyvning af fly og navigering af skibe gennem snævre kanaler uden yderligere modtagere [ESA]. Afskaffelsen af førerhunde er sågar på tale.

10.3 AFSLUTNING

Med udviklingen af GALILEO og EGNOS, genopbygningen af GLONASS og det nuværende GPS, bringer fremtiden muligheden for at kombinere mange selvstændige satellit systemer. I nær fremtid vil mere end 30 satellitter (GPS+GALILEO+GLONASS) et vilkårligt sted på jorden være tilgængelige, og der åbnes derfor op for spørgsmålet om nye beregningsrutiner? Skal modtageren have flere kanaler end de traditionelle 12, eller skal softwaren i modtageren eksempelvis udvælge de ”bedste satellitter” udfra et bestemt kriterium? Kan man lige pludselig have for mange satellitter til rådighed?

Projektgruppen vil derfor gerne opfordre til, at der ved fremtidige projekter på landinspektøruddannelsen fokuseres på kombinationen af disse satellit systemer. Nye beregningsmetoder vil måske medføre nye anvendelsesområder for satellit systemer?

Dette projekt har kun i begrænset grad anvendt faseobservationen. Et andet projekt kunne i højere grad fokusere på anvendelsen af faseobservationerne med de billige modtagere, hvorved en højere nøjagtighed må være mulig end opnået i nærværende projekt. Forsøg med eksterne antenner påmonteret de billige modtager kunne måske medføre væsentlige forbedringer? Opmåling af basislinier i sammenhængende net ved relativ GPS, med efterfølgende udjævning, kunne ligeledes være interessant.

1 1 NOMENKLATURLISTE

Betegnelse	Enhed	Forklaring
A	meter	Designmatrix
Az	grader	Azimuth
b	meter	Observationsmatrix
c	m/s	Lysets hastighed
cdt	sekunder	Modtagerens urfejl
CR	meter	Faseobservation
dR_tropo	meter	Troposfærefejl
dT_clck	sekunder	Satellitens urfejl
dT_iono	sekunder	Ionosfærefejl
dX	meter	Løsningsmatrix
E _k	grader	Excentrisk anomali
E _l	grader	Elevationsvinkel
F _k	grader	Sand anomali
I _k	grader	Inklinationsvinkel
N	heltal	Tæller for antal gennemløb
n _{max}	heltal	Maksimale antal gennemløb
PR	meter	Pseudoafstand - Kodeobservation
PR _{corr}	meter	Korrigeret pseudoafstand
R _k	meter	Radiusvektor
S	meter	Geometrisk afstand
T _{au}	sekunder	Udbredelsestiden
T _{oe}	sekunder	Time of ephemeris
T _{rc}	sekunder	Time of received
T _{tr}	sekunder	Time of transmission
U _k	grader	Breddeargument
X _i	meter	Reference satellit koordinater (x,y,z)
X _m	meter	Master koordinater (x,y,z)
X _r	meter	Rover koordinater (x,y,z)
X _s	meter	Satellit koordinater (x,y,z)

12 LITTERATURLISTE

Andersen, I., 1990, Valg af organisations sociologiske metoder, Samfundslitteratur, København.

Baldstrøm T. m.fl., 1999, GIS i Danmark, Teknisk Forlag, København V, DK.

Borre, K., 1993, Landmåling, DK.

Borre, K., 1995, GPS i landmåling, DK.

Borre, K., recpos.m

URL: <http://gps.auc.dk/~borre/easy/recpos.m>

(Besøgt d. 5 april 2003)

Danish GPS Center, Tilgængelig World Wide Web:

URL: <http://www.gps.auc.dk>

(Besøgt d. 3. marts 2003)

Direktoratet for Fødevarerhverv, 2002, Opmåling af landbrugsarealer, Tilgængelig World Wide Web:

URL: http://www.dffe.dk/publikationer/landmandsordninger_jordbrug/opmaaling.PDF

(Besøgt d. 9. juni 2003)

Dueholm, K. og Laurentzius, M., 2002, GPS, Ingeniøren bøger, København V, DK.

Ellegaard, S., 1999, GPS – Det niende vidunder, GIS i Danmark 2, Teknisk Forlag.

ESA, European Space Agency, Tilgængelig World Wide Web:

URL: <http://www.esa.int>

(Besøgt d. 9 juni)

EUROPA - Energy and transport - Galileo - introduction,

Tilgængelig World Wide Web:

URL: http://europa.eu.int/comm/dgs/energy_transport/galileo/intro/index_en.htm

(Besøgt d. 5 juni 2003)

Garmin, Tilgængelig World Wide Web:

URL: <http://www.garmin.dk>

(Besøgt d. 2. maj 2003)

Geo Community, Tilgængelig World Wide Web:

URL: http://spatialnews.geocomm.com/features/sa/image1_small.jpg

(Besøgt d. 5 marts 2003)

GeoInformatics, the Magazine for Geo-IT Professionals, Tilgængelig World Wide Web:

URL: <http://www.geoinformatics.com>

(Besøgt d. 2. juni 2003)

GPSnet.dk, Tilgængelig World Wide Web:

URL: <http://www.gpsnet.dk>

(Besøgt d. 1 maj 2003)

Gurtner, W., 2001, RINEX: The Receiver Independent Exchange Format Version 2.10, Astronomical Institute, University of Berne.

Hill, C., et al, 2001, Carrier Phase Surveying With Garmin Handheld GPS Receivers, Survey Review Nr. 36, 280 (april 2001).

Hoffman-Wellenhof, B. et al, 2001, GPS – Theory and Practice, Springer-Verlag, Wien.

Javad Navigation systems, Tilgængelig World Wide Web:

URL: <http://www.javad.com>

(Besøgt d. 1. maj 2003)

Jensen, A. og Engsager, K., 2001, GPS og koordinattransformationer, Landinspektøren Nr. 3-93.

Jensen, A. og Engsager, K., 2001, GPS og koordinattransformationer II, Landinspektøren Nr. 1-01.

Jensen, H. og Hvolby, M., 2001, RTK – Den ultimative GPS-metode til landmåling. Landinspektøren Nr. 1-01.

Kaplan, E., 1996, Understanding GPS – Principles and Applications, Artech House Publishers, Boston London.

Knudsen, T. & Kruse, S., Positions bestemmelse af landbrugsmaskiner vha. GPS, Tilgængelig World Wide Web:

URL: <http://www.control.auc.dk/~tk/undervisning/projekter/S898Lhagro/S898Lhagro.html>

(Besøgt d. 28 april 2003)

Knudsen, T., 2000, Kalmanfilteret – En kort introduktion, Tilgængelig World Wide Web:

URL: <http://www.control.auc.dk/~tk/undervisning/estimation/kf.pdf>

(Besøgt d. 28 april 2003)

Leica Geosystems, Tilgængelig World Wide Web:

URL: <http://www.leica-geosystems.com/products/index.htm>

(Besøgt d. 25. april 2003)

Leick, A., 1995, GPS Satellite Surveying, John Wiley & Sons, Inc., USA.

Mercator GPS-systems, Tilgængelig World Wide Web:

URL: <http://www.mercat.com/QUEST/images/>

(Besøgt d.15. maj 2003)

Milbert, D., Dennis Milbert's GPS software index page, Tilgængelig World Wide Web:

URL: <http://mywebpages.comcast.net/dmilbert/softs/index.html>

(Besøgt d. 2. juni 2003)

Mission to Geospace, Tilgængelig World Wide Web:

URL: <http://pwg.gsfc.nasa.gov/istp/outreach/images/Earth/earthmoonsm.jpg>

(besøgt d. 2 juni 2003)

National Geodetic Survey, Tilgængelig World Wide Web:

URL: <http://www.ngs.noaa.gov>

(Besøgt d. 2. juni 2003)

National Geodetic Survey – CORS, Tilgængelig World Wide Web:
URL: <http://www.ngs.noaa.gov/CORS/Data.html>
(Besøgt d. 28 april 2003)

Navstar, 1995, GPS SPS Signal Specification, Navstar USA.

Navstar, 2000, Navstar GPS Space Segment / Navigation User Interfaces (ICD-GPS-200C), Arinc Research Corporation, Californien USA.

Parkinson, B., og Spilker, J., 1996, Global Positioning System: Theory and Applications Volume I, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., Washington DC USA.

Parkinson, B., og Spilker, J., 1996, Global Positioning System: Theory and Applications Volume II, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., Washington DC USA.

Russian Federation Ministry of Defense, General GLONASS, Tilgængelig World Wide Web:
URL: <http://www.glonass-center.ru>
(Besøgt d. 2. juni 2003)

Sam's GPS Software Pages, Tilgængelig World Wide Web:
URL: <http://home-2.worldonline.nl/~samsvl/software.htm>
(Besøgt d.27 april 2003)

Shih, T., et al, 2001, The Performance Of GPS Standard Positioning Service Without Selective Availability, Survey Review Nr. 36, 281 (juli 2001).

Specifikationer for tekniske kort, Et udvalg under kommunalteknisk chefforening, januar 1999.

Strang, G., og Borre, K., 1997, Linear Algebra, Geodesy, and GPS, Wellesley-Cambridge Press, Wellesley USA.

Surveying & Geomatics, Old Dominion University, kursusnoter, Tilgængelig World Wide Web:

URL: http://survey-odu.engr.odu.edu/website/courses/cet318/Math_Model318_2.pdf

(Besøgt d. 5 Juni 2003)

Trimble, Tilgængelig World Wide Web:

URL: <http://www.trimble.dk/industrysolutions.html>

(Besøgt d. 10. maj 2003)

Topcon, Tilgængelig World Wide Web:

URL: <http://www.topconeurope.com>

(Besøgt d. 1 juni 2003)

B.1 ABSOLUT POSITIONERING – FORMLER

Dette bilag indeholder formler til beregning af absolut position og anvendes som supplement til afsnit 6.2.

1.1 BEREGNING AF SATELLITKOORDINATER

Denne procedure beregner WGS84 koordinater til satellitterne til tiden, T_{tr} , *time of transmission*.

Følgende konstanter anvendes i beregningen, hvor $GM = 3.986005 \cdot 10^{14}$ er WGS84 værdien for Jordens universelle tyngdehastighed [m^3/s^2], og $\dot{\Omega}_e = 7.292115167 \cdot 10^{-5}$ er WGS 84 værdien for Jordens rotationshastighed [rad/sek]

Først beregnes den tid, der er forløbet siden referencetidspunktet, T_{oe} . Da T_{oe} er et referencetidspunkt i midten af den periode, efemeridedataene er gældende, kan der ved starten og enden af en uge forekomme en negativ tidsforskel, t_k . Hvis $t_k > 302400$ sek. trækkes 604800 sek. fra t_k . Hvis $t_k < -302400$ sek. lægges 604800 sek. til t_k .

$$t_k = T_{tr} - T_{oe}$$

Dernæst beregnes middel anomali, M_k til tiden t_k

$$M_k = M_0 + \left(\sqrt{GM / a^3} + \Delta n \right) * t_k$$

Excentrisk anomali, E_k beregnes iterativt, idet $E_k = M_k$ som startværdi

$$M_k = E_k - e * \sin(E_k)$$

herefter kan E_k beregnes

$$E_k = M_k$$

$$E_{k,i+1} = M_k + e \sin(E_{k,i})$$

Sand anomali, F_k beregnes vha. E_k og baneplanets excentricitet, e .

$$F_k = \arctan\left(\frac{\sqrt{1-e^2} * \sin(E_k)}{\cos(E_k) - e}\right)$$

Dernæst beregnes korrektionerne pga. førømtalte perturbationer. du_k , dr_k , di_k korrigerer henholdsvis breddeargumentet, radiusvektoren og inklinationen. Hvorefter breddeargumentet, U_k , radiusvektorens længde, R_k , og inklinationen, I_k , kan beregnes.

$$du_k = C_{os} * \sin 2(\omega_k) + C_{oc} * \cos 2(\omega_k)$$

$$dr_k = C_{rs} * \sin 2(\omega_k) + C_{rc} * \cos 2(\omega_k)$$

$$di_k = C_{is} * \sin 2(\omega_k) + C_{ic} * \cos 2(\omega_k)$$

$$\omega_k = \omega + F_k$$

$$U_k = \omega_k + du_k$$

$$R_k = a(1 - \cos(E_k)) + dr_k$$

$$I_k = i_0 + IDOT * t_k + di_k$$

hvorefter satellittens position i baneplanet (ECI) kan bestemmes

$$\begin{bmatrix} x'_k \\ y'_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_k * \cos(u_k) \\ R_k * \sin(u_k) \end{bmatrix}$$

Dernæst korrigeres den opstigende knude, Ω_k

$$\Omega_k = \Omega_0 + (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}_e) * t_k - \dot{\Omega}_e * T_{oe}$$

WGS84 (ECEF) koordinaterne til satellitten kan nu beregnes som:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x'_k * \cos(\Omega_k) - y'_k * \cos(i_k) * \sin(\Omega_k) \\ x'_k * \sin(\Omega_k) - y'_k * \cos(i_k) * \cos(\Omega_k) \\ y'_k * \sin(i_k) \end{bmatrix}$$

M_0	Middel anomali ved referencetidspunktet
Δn	“Mean motion difference from computed value”
e	Baneplanets excentricitet
\sqrt{a}	Kvadratroden af halve stor akse
Ω_0	Længde for opstigende knude ved referencetidspunktet
i_0	Baneplanets inklination ved referencetidspunktet
ω	Pærigæum argumentet
$\dot{\Omega}$	Drift for opstigende knude
\dot{i}	Drift for inklinationen
$C_{\omega c}$	Koefficient der korrigerer pærigæum argumentet for perturbationer
$C_{\omega s}$	Koefficient der korrigerer pærigæum argumentet for perturbationer
C_{rc}	Koefficient der korrigerer baneradius for perturbationer
C_{rs}	Koefficient der korrigerer baneradius for perturbationer
C_{ic}	Koefficient der korrigerer inklinationen for perturbationer
C_{is}	Koefficient der korrigerer inklinationen for perturbationer
T_{oe}	Referencetidspunkt, tidspunkt for hvornår efemeridedataene er fra
IODE	Issue af data (Ephemeris)

Tabel 1 Efemridedata som alle hentes i navigationsfilen.

1.2 ROTATION AF SATELLITKOORDINATER

Ved at multiplicere jordens rotationshastighed ($\dot{\Omega}_e$) med signalets udbredelsestid (t), beregnes timevinklen (θ_t) [Borre, K. 1993, s. 54]

$$\theta_t = \dot{\Omega}_e \times t$$

Herefter kan rotationsmatricen (R_3) opstilles:

$$R_3 = \begin{bmatrix} \cos \theta_t & \sin \theta_t & 0 \\ -\sin \theta_t & \cos \theta_t & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Rotationsmatricen (R_3) multipliceres slutteligt med satellitkoordinaterne:

$$\begin{bmatrix} X_{sv(rot)} \\ Y_{sv(rot)} \\ Z_{sv(rot)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_t & \sin \theta_t & 0 \\ -\sin \theta_t & \cos \theta_t & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X_{sv} \\ Y_{sv} \\ Z_{sv} \end{bmatrix}$$

1.3 KORREKTIONER PÅ PSEUDOAFSTANDEN

Korrektionerne på pseudoafstanden, som vil blive beskrevet, er følgende:

- Satellittens urfejl
- Ionosfærefejl
- Troposfærefejl

SATELLITTENS URFEJL

Satellittens urfejl, dT_{clk} , beskrives ud fra ligningen:

$$dT_{clk} = af0 + af1 * (Ttr - Toc) + af2 * (Ttr - Toc)^2 + Trel - Tgd[s]$$

hvor $af0$, $af1$ og $af2$ er koefficienter (hhv. standen, gangen og uraccelerationen) til tiden Toc ,

Toc = Satellittens reference tid [s],

$Ttr = Trec - \frac{PR}{c}$, Satellittens transmissionstidspunkt [s],

$Trec$ = Receiverens modtagetidspunkt [s]

PR = Den rå pseudoafstand [m]

c = Lysets hastighed [m/s]

Tgd = Satellittens "group delay differential" [s] og

$T_{rel} = -4,442807633 * 10^{-10} * ec * \sqrt{A} \sin(E)$, relativistisk urfejl [s].

$T_{rel} = -4.442807633 * 10^{-10} * e * \sqrt{a} \sin(E_k)$

e = Baneplanets excentricitet

a = Baneplanets halve storakse

E_k = Excentricitetens anomali

Parametrene af0, af1, af2, Toc og Tgd er alle tilgængelige i efemeride data. Ttr er ukendt og beregnes ud fra kendskab til receiverens modtage-tidspunkt (Trec) korrigeret for sendetiden. Den relativistiske urfejl beregnes i udregningen af satellitternes positioner, da parametre er tilgængelige der.

IONOSFÆREFEJL

Ionosfærefejlen, dT_{iono} , beskrives med ligningen:

$$dT_{iono} = \begin{cases} F * [5,0 * 10^{-9} + (a0 + a1 * Latm + a2 * Latm^2 + a3 * Latm^3) * (1 - \frac{X^2}{2} + \frac{X^4}{24})], & |X| < 1,57 \\ F * (5,0 * 10^{-9}), & |X| \geq 1,57 \end{cases} [s]$$

, hvor

$$X = \frac{2\pi((4,32 * 10^4 * Loni + Ttr) - 50400)}{b0 + b1 * Latm + b2 * Latm^2 + b3 * Latm^3} [s],$$

$$F = 1 + 16 * (0,53 - El)^3,$$

$$Latm = Lati + 0,064 * \cos(Loni - 1,617),$$

$$Loni = Lon + phi * \sin(Az) / \cos(Lati),$$

$$Lati = Lat + phi * \cos(Az),$$

$$\phi = 0,0137 / (E1 + 0,11) - 0,022,$$

Lon = bruger longitude [rad]

Lat = bruger latitude [rad]

Az = Satellittens azimut [rad]

E1 = Satellittens elevationsvinkel [rad]

Parametrene a0, a1, a2, a3, b0, b1, b2 og b3 er alle tilgængelige i eferide data, men for at beregne ionosfærefejl, skal elevations- og azimutvinkel til satellitten i forhold til modtager bestemmes. Parametrene, der anvendes er modtagerens og satellittens koordinater i WGS84 (ECEF).

Først defineres enhedsvektoren mellem satellit og modtager som:

$$\underline{\rho}_{\text{wgs84}} = \frac{\underline{\text{sat}} - \underline{\text{mod}}}{\|\underline{\text{sat}} - \underline{\text{mod}}\|}$$

[Hofmann-Wellenhof, B., 1992, (7.5)], hvor

sat = Satellittens koordinater i WGS84 (ECEF)

mod = Modtagerens koordinater i WGS84 (ECEF)

Dernæst omregnes de rumlige XYZ-koordinater for modtageren til geografiske koordinater latitude (lat) og longitude (lon) ud fra parametrene:

a = 6378137 halve storakse, WGS84

b = 6356752,3142 halve lilleakse, WGS84

Herved opstilles:

$$\text{lat} = \arctan \frac{Z_{\text{mod}} + \left(2 - \frac{a-b}{a}\right) * \frac{a-b}{a} * a * \sin^3 \mathcal{G} / \left(1 - \frac{a-b}{a}\right)}{\sqrt{X_{\text{mod}}^2 + Y_{\text{mod}}^2 - \left(2 - \frac{a-b}{a}\right) * \frac{a-b}{a} * a * \cos^3 \mathcal{G}}} [\text{rad}]$$

og

$$lon = \arctan\left(\frac{Y_{\text{mod}}}{X_{\text{mod}}}\right) [\text{rad}] \quad [\text{Borre, 1993, s. 47+49}], \text{ hvor}$$

$$\mathcal{G} = \arctan \frac{Z_{\text{mod}}}{\left(1 - \frac{a-b}{a}\right) \sqrt{X_{\text{mod}}^2 + Y_{\text{mod}}^2}} [\text{rad}]$$

Enhedsvektoren mellem modtager og satellit kan nu transformeres fra geocentrisk (WGS84) til topocentrisk system ved følgende transformationsmatrix:

$$R = \begin{bmatrix} \underline{e} \\ \underline{n} \\ \underline{u} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin(lon) & \cos(lon) & 0 \\ -\sin(lat) * \cos(lon) & -\sin(lat) * \sin(lon) & \cos(lat) \\ \cos(lat) * \cos(lon) & \cos(lat) * \sin(lon) & \sin(lat) \end{bmatrix}$$

[Hofmann-Wellenhof, B., 1992, (7.6)]

Enhedsvektoren i det topocentriske system kan derved defineres som værende:

$$\underline{\rho}_{\text{topo}}(\text{east, north, height}) = R * \underline{\rho}_{\text{wgs84}}(X, Y, Z)$$

Slutteligt opstilles elevationsvinkel og azimuth til satellit:

$$El = \frac{\pi}{2} - \arccos(\underline{\rho}_{\text{wgs84}} \cdot \underline{u})$$

[Hofmann-Wellenhof, B., 1992, (7.7)]

$$Az = \begin{cases} \arctan\left(\frac{\text{east}}{\text{north}}\right), Az \geq 0 \\ \arctan\left(\frac{\text{east}}{\text{north}}\right) + 2\pi, Az < 0 \end{cases} [\text{rad}]$$

TROPOSFÆREFEJL

Projektgruppens model for løsning af troposfærefejlen, baseres på anvendelse af standardværdierne:

$$T_{\text{amb}} = 15^\circ \text{ Cel (Ambient air temperatur),}$$

$P_{amb} = 101,325$ kPa (Ambient air pressure) og

$P_{vap} = 0,85$ kPa (Ambient vapour pressure).

Disse værdier indsættes i

$$dR_{trop} = \frac{Kd}{\sin \sqrt{El * El + 1,904 * 10^{-3}}} + \frac{Kw}{\sin \sqrt{El * El + 0,6854 * 10^{-3}}} [m],$$

hvor

$$Kd = \frac{1,55208 * 10^{-4} * P_{amb} * (40136,0 + 148,72 * T_{amb})}{T_{amb} + 273,16} [m]$$

$$Kw = \frac{-0,282 * P_{vap}}{T_{amb} + 273,16} + \frac{8307,2 * P_{vap}}{(T_{amb} + 273,16)^2} [m]$$

Ovenstående udtryk kan derefter reduceres til:

$$dR_{trop} = \frac{2,312}{\sin \sqrt{El * El + 1,904 * 10^{-3}}} + \frac{0,084}{\sin \sqrt{El * El + 0,6854 * 10^{-3}}} [m]$$

DEN KORRIGEREDE PSEUDOAFSTAND

Slutteligt kan den korrigerede pseudoafstand, PR_{corr} , bestemmes:

$$PR_{corr} = PR + dT_{clk} * c - dT_{iono} * c - dR_{trop} [m], \text{ hvor}$$

PR = Den rå pseudoafstand mellem satellit og modtager.

1.4 UDREGNING AF MODTAGERPOSITION

Til udregning af modtagerposition opstilles en designmatrix A, samt en observationsmatrix b.

Designmatricen opstilles som nedenstående, hvor antallet af rækker er lig antallet af observerede satellitter. *De tre første søjler indeholder rækkevis retningscosinuserne for vektorerne mellem satellit og modtager [Borre, K. 1995 s. 56-57].*

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{X_{sv}^1 - x_{rec}}{P_{rec}^1} & -\frac{Y_{sv}^1 - y_{rec}}{P_{rec}^1} & -\frac{Z_{sv}^1 - z_{rec}}{P_{rec}^1} & 1 \\ -\frac{X_{sv}^2 - x_{rec}}{P_{rec}^2} & -\frac{Y_{sv}^2 - y_{rec}}{P_{rec}^2} & -\frac{Z_{sv}^2 - z_{rec}}{P_{rec}^2} & 1 \\ -\frac{X_{sv}^3 - x_{rec}}{P_{rec}^3} & -\frac{Y_{sv}^3 - y_{rec}}{P_{rec}^3} & -\frac{Z_{sv}^3 - z_{rec}}{P_{rec}^3} & 1 \\ \vdots & & & \\ -\frac{X_{sv}^m - x_{rec}}{P_{rec}^m} & -\frac{Y_{sv}^m - y_{rec}}{P_{rec}^m} & -\frac{Z_{sv}^m - z_{rec}}{P_{rec}^m} & 1 \end{bmatrix}$$

Observationsmatricen (b) opstilles: Den korrigerede pseudoafstand subtraheres med den beregnede pseudoafstand adderet med urfejlen på receiveren. Antallet af rækker i observationsmatricen er lig antallet af observationer.

$$b = \begin{bmatrix} P_{kor}^1 - \sqrt{(X_{sv}^1 - x_{rec})^2 + (Y_{sv}^1 - y_{rec})^2 + (Z_{sv}^1 - z_{rec})^2} + cdt \\ P_{kor}^2 - \sqrt{(X_{sv}^2 - x_{rec})^2 + (Y_{sv}^2 - y_{rec})^2 + (Z_{sv}^2 - z_{rec})^2} + cdt \\ P_{kor}^3 - \sqrt{(X_{sv}^3 - x_{rec})^2 + (Y_{sv}^3 - y_{rec})^2 + (Z_{sv}^3 - z_{rec})^2} + cdt \\ \vdots \\ P_{kor}^m - \sqrt{(X_{sv}^m - x_{rec})^2 + (Y_{sv}^m - y_{rec})^2 + (Z_{sv}^m - z_{rec})^2} + cdt \end{bmatrix}$$

Efter designmatricen (A) og observationsmatricen (b) er opstillet kan korrektionerne til receiverpositionen og receiverens urfejl udregnes.

$$\begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \\ cdt \end{bmatrix} = (A' \times A)^{-1} \times A' \times b$$

De endelige koordinater for receiveren bliver herefter:

$$X_{rec} = x_{rec} + dx$$

$$Y_{rec} = y_{rec} + dy$$

$$Z_{rec} = z_{rec} + dz$$

Residualerne udregnes:

$$res = A \times x - B$$

$$rCr = res' \times res$$

B.2 DGPS - FORMLER

I det følgende beskrives proceduren ved DGPS med overførsel af pseudoafstande. Beskrivelsen tager udgangspunkt i [Hoffman-Wellenhof, B. et al, 2001, s. 186] og [Surveying & Geomatics].

Givet:

m Masterstation, kendt koordinat (X_m, Y_m, Z_m)

r Roverstation, foreløbig koordinat (X_r, Y_r, Z_r)

s Satellit

PR_m^s pseudoafstand fra m til j

PR_r^s pseudoafstand fra r til j

Geometrisk afstand fra satellit til master

$$S_m^s = \sqrt{(X^s - X_m)^2 + (Y^s - Y_m)^2 + (Z^s - Z_m)^2}$$

Pseudoafstanden fra masterstationen m til satellitten s til epoke t_0 kan beskrives som:

$$PR_m^s(t_0) = S_m^s(t_0) + \Delta\delta_m^s(t_0) + c\delta^s(t_0) + c\delta_m(t_0),$$

hvor $S_m^s(t_0)$ er den geometriske afstand mellem masteren og satellitten s , $\Delta\delta_m^s(t_0)$ er et fejlbidrag pga. atmosfæriske fejlkilder og banefejl, $c\delta^s(t_0)$ er satellittens urfejl, $c\delta_m(t_0)$ er modtagerens urfejl.

Korrektion af en målt pseudoafstand, PRC (*Pseudo Range Correction*), fra satellitten s til epoken t_0 er dermed:

$$PRC^s(t_0) = S_m^s(t_0) - PR_m^s(t_0)$$

$$PRC^s(t_0) = -\Delta\delta_m^s(t_0) - c\delta^s(t_0) - c\delta_m(t_0)$$

Udover korrektionen af pseudoafstanden, PRC, bestemmer masteren endvidere hastigheden hvormed korrektionen ændrer sig over tid, RRC, *Range Rate Correction*, hvor

$$RRC^s(t_0) = PRC^s(t_0) - PRC^s(t_{0-1})$$

Korrektionerne beregnet til epoke t_0 sendes til roveren. Roveren beregner korrektionerne til epoke t :

$$PRC^s(t) = PRC^s(t_0) + RRC^s(t_0)(t - t_0),$$

hvor $t - t_0$ er forskellen i tid mellem masterens beregning af korrektion og roverens modtagelse af korrektionen.

Roverens målte pseudoafstand til satellitten j for epoke t kan opstilles som:

$$PR_r^s(t) = S_r^s(t) + \Delta\delta_r^s(t) + c\delta^s(t) + c\delta_r(t)$$

Den korrigerede pseudoafstand kan dermed opstilles som:

$$PR_r^s(t)_{corr} = PR_r^s(t) + PRC^s(t) \text{ eller}$$

$$PR_r^s(t)_{corr} = S_r^s(t) + [\Delta\delta_r^s(t) - \Delta\delta_m^s(t)] + [c\delta_r(t) - c\delta_m(t)]$$

Satellittens urfejl $c\delta^s(t)$ udgår da det er ens for både master og rover.

Er afstanden mellem master og rover moderat udgår $\Delta\delta_r^s(t) - \Delta\delta_m^s(t)$.

Efter differentiell korrektion af pseudoafstanden er forskellen mellem urfejlen for de to modtagere tilbage:

$$PR_r^s(t)_{corr} = S_r^s(t) - c\delta_r(t) - c\delta_m(t).$$

B.3 RELATIV GPS – FORMLER

Følgende beskrivelse for vektorberegning ved hjælp af dobbeltdifferenser er udarbejdet på baggrund af noter udleveret af Peter Cederholm samt [Hoffman-Wellenhof, B. et al, 2001, afsnit 8.3.1 og 8.3.2] og [Borr, K., 1995, afsnit 5.1 og 5.8].

Givet:

- m Masterstation, kendt koordinat (X_m, Y_m, Z_m)
- r Roverstation, foreløbig koordinat (X_r, Y_r, Z_r)
- i Referencesatellit (Højeste elevationsvinkel)
- s Anden satellit
- PR_m^i Målt pseudoafstand fra m til i
- PR_r^i Målt pseudoafstand fra r til i
- PR_m^s Målt pseudoafstand fra m til s
- PR_r^s Målt pseudoafstand fra r til s

Geometrisk afstand fra referencesatellit til rover

$$S_r^i = \sqrt{(X^i - X_r)^2 + (Y^i - Y_r)^2 + (Z^i - Z_r)^2}$$

Geometrisk afstand fra anden satellit til rover

$$S_r^s = \sqrt{(X^s - X_r)^2 + (Y^s - Y_r)^2 + (Z^s - Z_r)^2}$$

Beregninger af geometriske afstande til master er identiske med ovenstående beregninger af afstande til rover.

Der linearieres med hensyn til de ubekendte rover koordinater (X_r, Y_r, Z_r) :

$$\frac{\partial \Delta \nabla}{\partial X_r} = - \left(\frac{X^i - X_r}{S_r^i} - \frac{X^s - X_r}{S_r^s} \right)$$

$$\frac{\partial \Delta \nabla}{\partial Y_r} = - \left(\frac{Y^i - Y_r}{S_r^i} - \frac{Y^s - Y_r}{S_r^s} \right)$$

$$\frac{\partial \Delta \nabla}{\partial Z_r} = - \left(\frac{Z^i - Z_r}{S_r^i} - \frac{Z^s - Z_r}{S_r^s} \right)$$

Opstilling af designmatrix (A)

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta \nabla}{\partial X_r} & \frac{\partial \Delta \nabla}{\partial Y_r} & \frac{\partial \Delta \nabla}{\partial Z_r} \end{bmatrix}$$

Den observerede dobbeltdifferens udregnes som:

$$obs = PR_r^i - PR_m^i - PR_r^s + PR_m^s$$

Den beregnede dobbeltdifferens udregnes som:

$$beregnet = S_r^i - S_m^i - S_r^s + S_m^s$$

Observationsmatricen (b) til udjævningen er givet ved:

$$b = [obs - beregnet]$$

Udjævning foretages ved mindste kvadrats estimat, hvor der itereres indtil dX er mindre end 0.1 m.

$$dX = (A^T \times A)^{-1} \times A^T \times b$$

B.4 NØJAGTIGHEDSFORRINGELSE (DOP)

Nøjagtighedsforringelse (DOP) udtrykker geometrien af satellitternes placering i forhold til modtageren. Dette har stor betydning for nøjagtigheden af positioneringen, idet modtagerens position estimeres vha. rumlig indbinding. Nøjagtigheden ved positioneringen forbedres derved, hvis satellitterne er spredt ud på hele himmellegemet frem for at være samlet.

DOP beregnes ud fra covariansmatricen $(A^T A)^{-1}$ [Dueholm, K & Laurentzius, M. 2002].

$$\Sigma_{ECEF} = (A^T A)^{-1} = \begin{bmatrix} \sigma_X^2 & \sigma_{XY} & \sigma_{XZ} & \sigma_{X,cdt} \\ \sigma_{YX} & \sigma_Y^2 & \sigma_{YZ} & \sigma_{Y,cdt} \\ \sigma_{ZX} & \sigma_{ZY} & \sigma_Z^2 & \sigma_{Z,cdt} \\ \sigma_{cdt,X} & \sigma_{cdt,Y} & \sigma_{cdt,Z} & \sigma_{cdt}^2 \end{bmatrix}$$

For at kunne skelne mellem horisontal og vertikal nøjagtighed, er det nødvendigt at transformere det geocentriske koordinatsystem (X,Y,Z) markeret i ovenstående matrice, til et topocentrisk koordinatsystem (E,N,U) . Det topocentriske koordinatsystem (E,N,U) , udregnes på baggrund af transformationsmatricen F^T , hvor λ og φ beskriver længde og breddegrad for origo i koordinatsystemet [Borre, K. 1999, xyz2enu.m].

$$F^T = \begin{bmatrix} -\sin \lambda & \cos \lambda & 0 \\ -\sin \varphi \cos \lambda & -\sin \varphi \sin \lambda & \cos \varphi \\ \cos \varphi \cos \lambda & \cos \varphi \sin \lambda & \sin \varphi \end{bmatrix}$$

$$\Sigma_{ENU} = F^T \Sigma_{ECEF} F = \begin{bmatrix} \sigma_E^2 & \sigma_{EN} & \sigma_{EU} \\ \sigma_{NE} & \sigma_N^2 & \sigma_{NU} \\ \sigma_{UE} & \sigma_{UN} & \sigma_U^2 \end{bmatrix}$$

Følgende definitioner af begrebet nøjagtighedsforringelse benyttes [Borre, K. 1995, s. 68], [Stang, G. & Borre, K. 1997, s. 462], [Dueholm, K., Laurentzius, M., 2002, s. 45]:

GDOP: Geometric-DOP betegner forringelsen af nøjagtigheden i 3D-positionen og tiden.

$$GDOP = \sqrt{\frac{\sigma_E^2 + \sigma_N^2 + \sigma_U^2 + \sigma_{cdt}^2}{\sigma_0^2}} = \sqrt{\frac{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2 + \sigma_Z^2 + \sigma_{cdt}^2}{\sigma_0^2}}$$

HDOP: Horizontal-DOP betegner forringelsen af den horisontale nøjagtighed.

$$HDOP = \sqrt{\frac{\sigma_E^2 + \sigma_N^2}{\sigma_0^2}}$$

PDOP: Position-DOP betegner forringelsen af nøjagtigheden i 3D-positionen.

$$PDOP = \sqrt{\frac{\sigma_E^2 + \sigma_N^2 + \sigma_U^2}{\sigma_0^2}} = \sqrt{\frac{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2 + \sigma_Z^2}{\sigma_0^2}}$$

TDOP: Time-DOP betegner urfejlen.

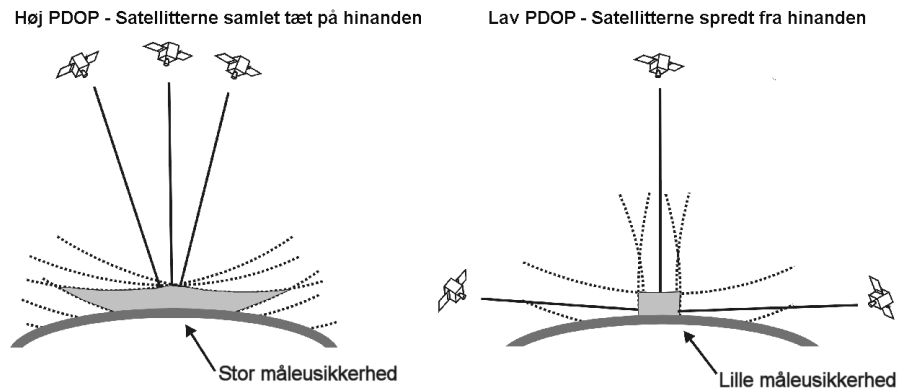
$$TDOP = \sqrt{\frac{\sigma_{cdt}^2}{\sigma_0^2}} = \frac{\sigma_{cdt}}{\sigma_0}$$

VDOP: Vertical-DOP betegner forringelsen den vertikale nøjagtighed.

$$VDOP = \sqrt{\frac{\sigma_U^2}{\sigma_0^2}} = \frac{\sigma_U}{\sigma_0}$$

$$GDOP^2 = PDOP^2 + TDOP^2 = HDOP^2 + VDOP^2 + TDOP^2$$

Nedenstående figur viser hvordan 3D-positionen udtrykt gennem PDOP, forbedres ved en spredt satellitkonstellation, frem for en samlet.

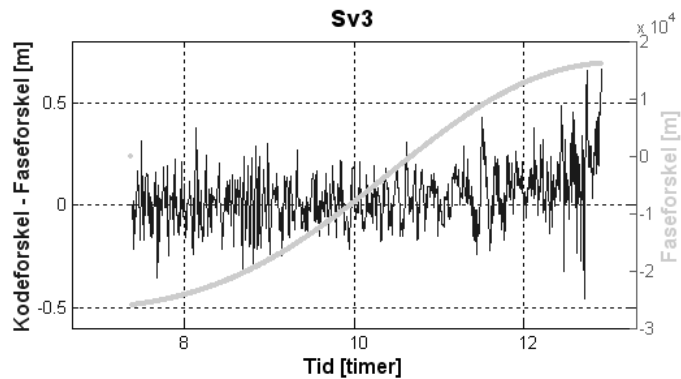


Figur 1: Nøjagtighed af 3D-position udtrykt gennem PDOP.

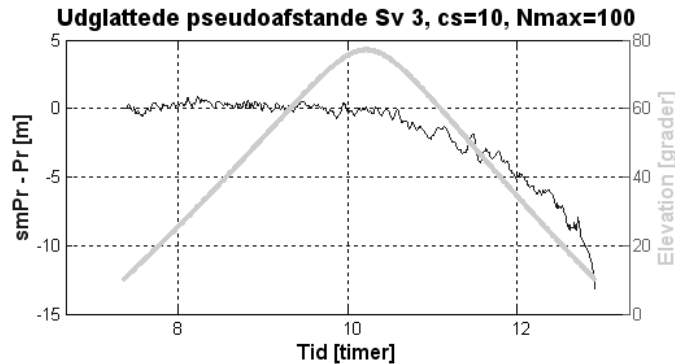
Erfaringen viser at gode observationer opnås for $PDOP < 5$, mens der samtidig er låst til mindst 5 satellitter [Stang, G. & Borre, K. 1997, s. 463].

B.5 UNDERSØGELSE AF UDGLATNING

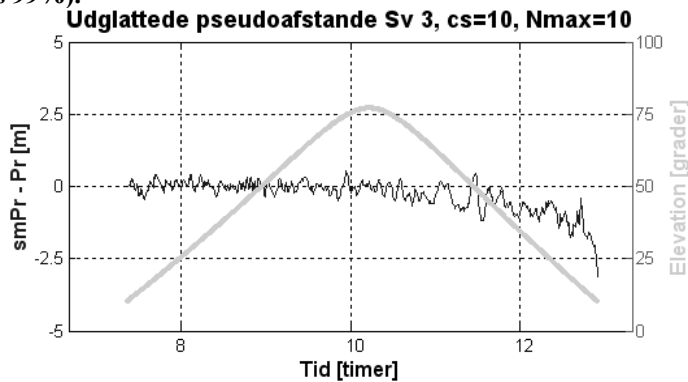
5.1 DATASÆT A



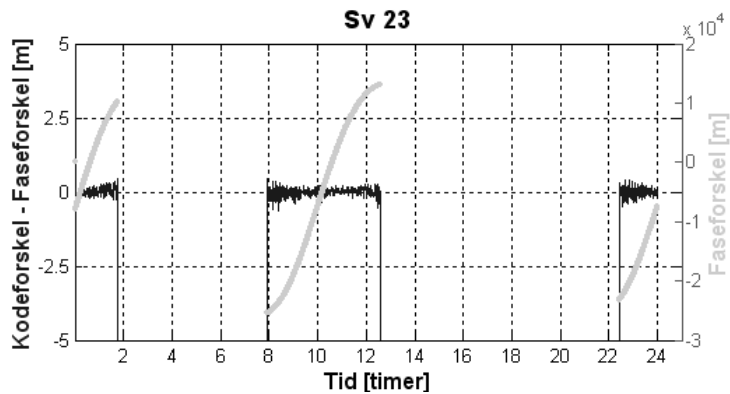
Figur 2: Forskellen mellem kodeforskel og faseforskel, og faseforskellen særskilt ved satellit 3.



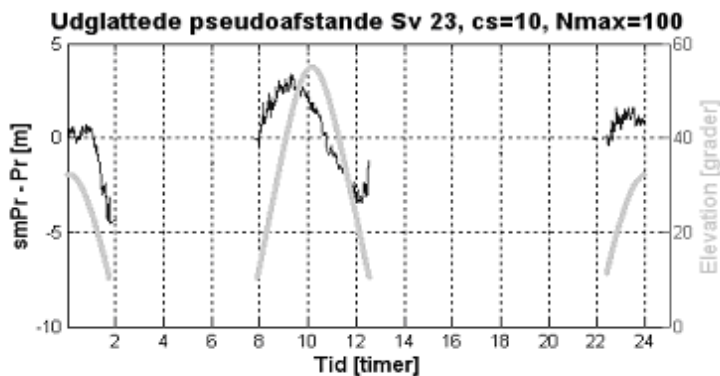
Figur 3: Forskellen mellem de udglattede og rå pseudoafstande, og elevationsvinkelen til satellit 3, hvor cycle slip = 10 meter og $N_{max} = 100$ (faseforskel vægtes 99%).



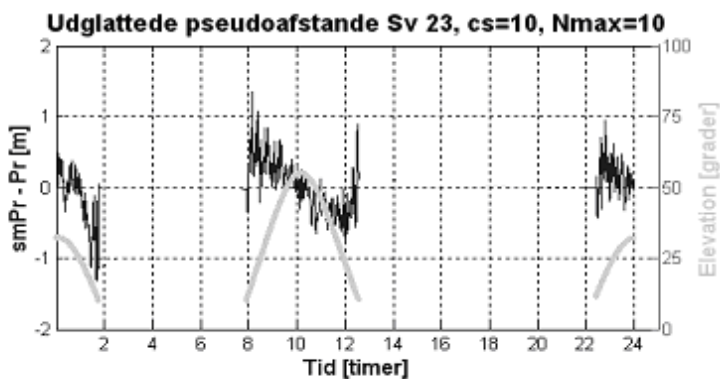
Figur 4: Forskellen mellem de udglattede og rå pseudoafstande, og elevationsvinkelen til satellit 3, hvor cycle slip = 10 meter og $N_{max} = 10$ (faseforskel vægtes 90%).



Figur 5: Forskellen mellem kodeforskel og faseforskel, og faseforskellen særskilt ved satellit 23.

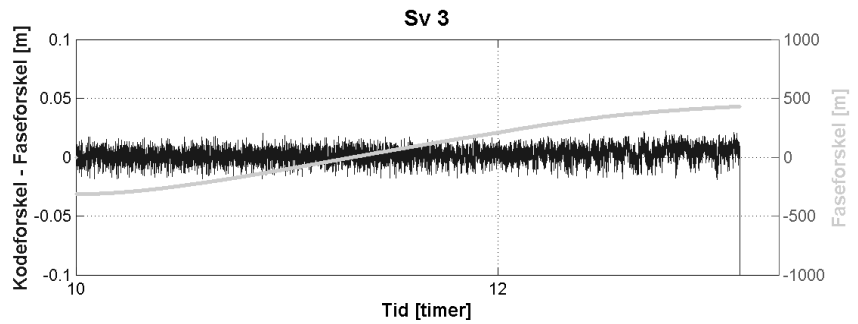


Figur 6: Forskellen mellem de udglattede og rå pseudoafstande, og elevationsvinkelen til satellit 23, hvor cycle slip = 10 meter og $N_{max} = 100$ (faseforskel vægtes 99%).

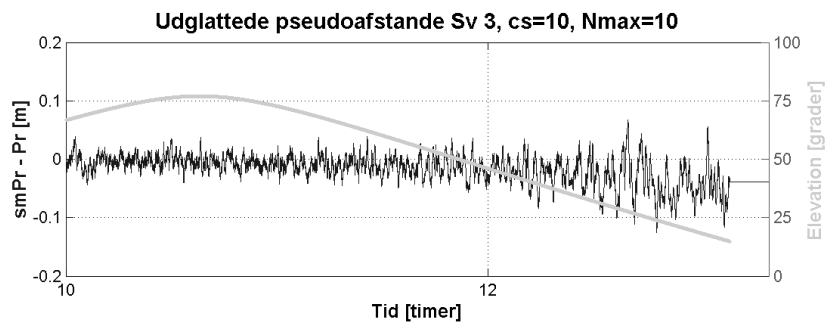


Figur 7: Forskellen mellem de udglattede og rå pseudoafstande, og elevationsvinkelen til satellit 23, hvor cycle slip = 10 meter og $N_{max} = 10$ (faseforskel vægtes 90%).

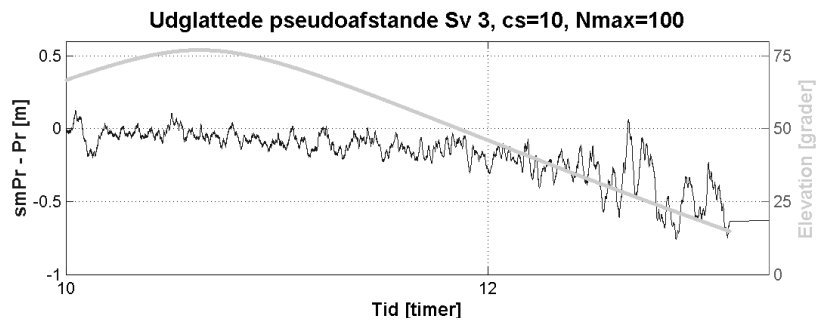
5.2 DATASÆT B



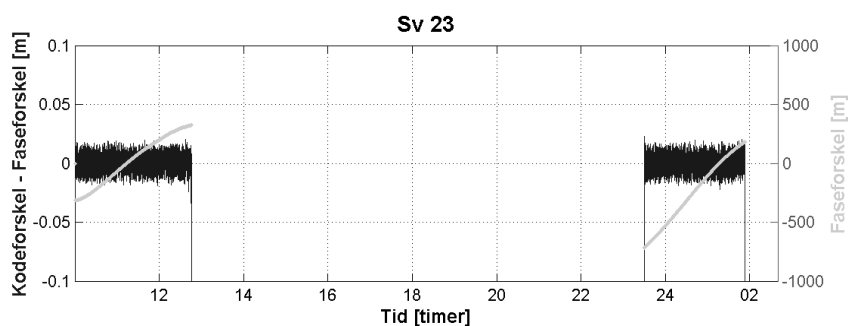
Figur 8: Forskellen mellem kodeforskel og faseforskel, og faseforskellen særskilt ved satellit 3.



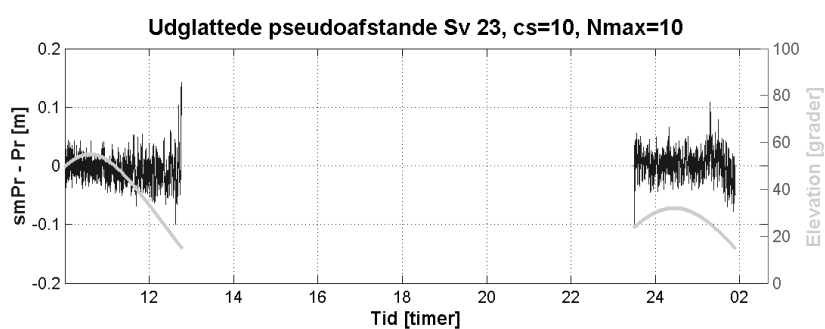
Figur 9: Forskellen mellem de udglattede og rå pseudoafstande, og elevationsvinkelen til satellit 3, hvor cycle slip = 10 meter og $N_{max} = 10$ (faseforskel vægtes 90%).



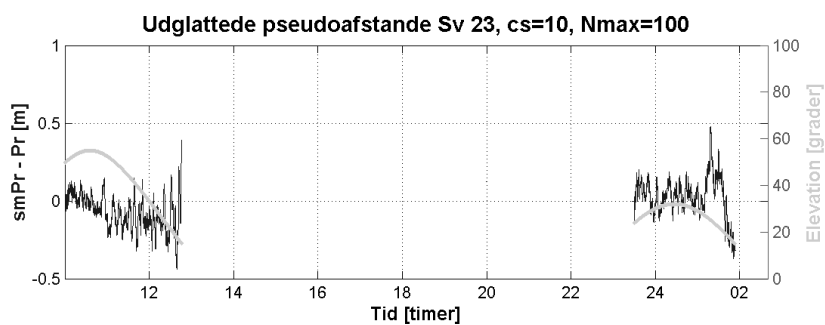
Figur 10: Forskellen mellem de udglattede og rå pseudoafstande, og elevationsvinkelen til satellit 3, hvor cycle slip = 10 meter og $N_{max} = 100$ (faseforskel vægtes 99%).



Figur 11: Forskellen mellem kodeforskel og faseforskel, og faseforskellen særskilt ved satellit 23.



Figur 12: Forskellen mellem de udglattede og rå pseudoafstande, og elevationsvinkelen til satellit 23, hvor cycle slip = 10 meter og $N_{max} = 10$ (faseforskel vægtes 90%).

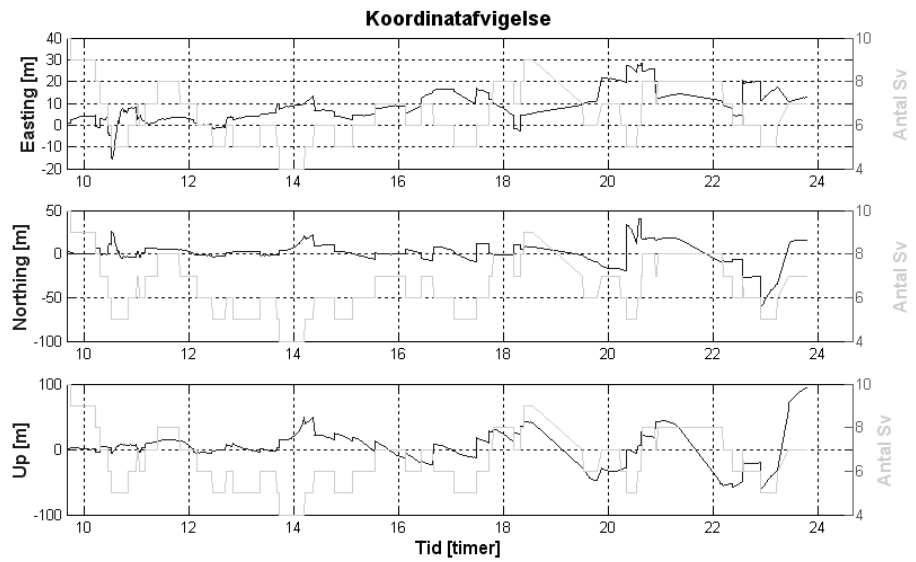


Figur 13: Forskellen mellem de udglattede og rå pseudoafstande, og elevationsvinkelen til satellit 23, hvor cycle slip = 10 meter og $N_{max} = 100$ (faseforskel vægtes 99%).

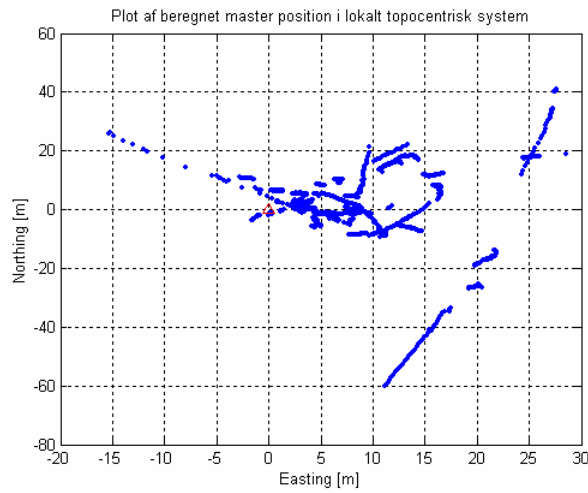
B.6 DGPS - RESULTATER

6.1 VURDERING AF ROVER OG MASTER

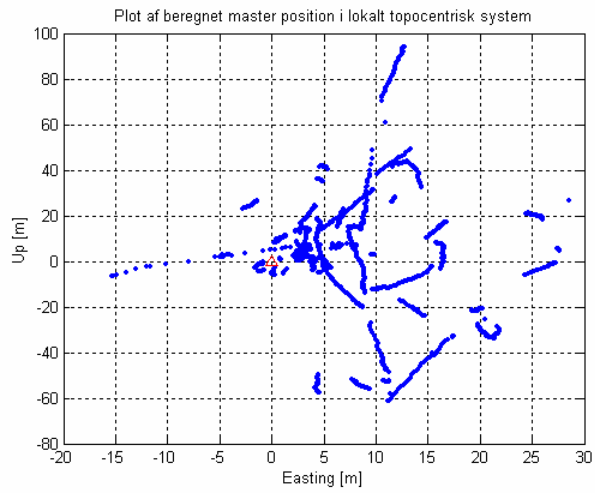
Master



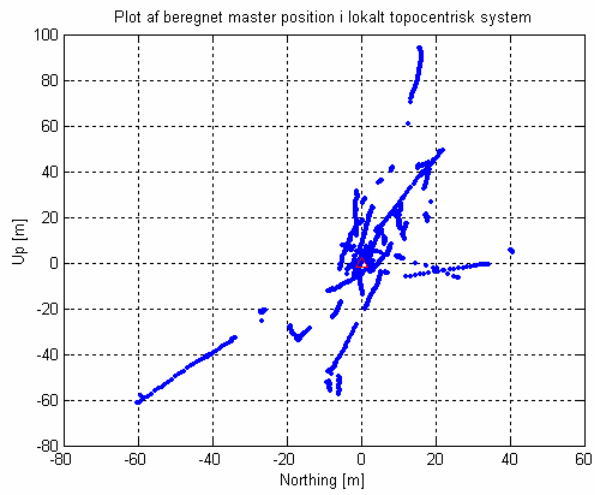
Figur 14: Koordinatafvigelsen for masteren sammenholdt med antal tilgængelige satellitter.



Figur 15: Plot af beregnet masterposition (Northing, Easting).

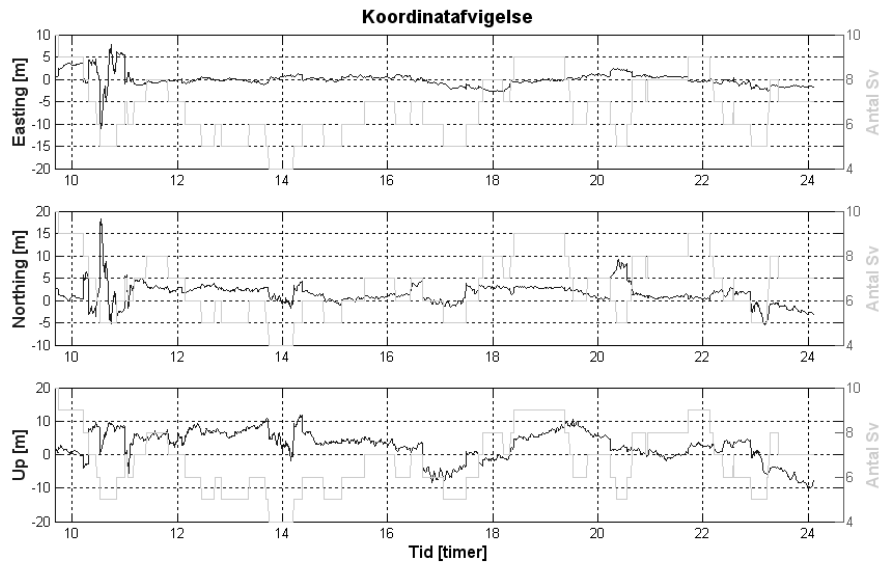


Figur 16: Plot af beregnet masterposition (Up, Easting).

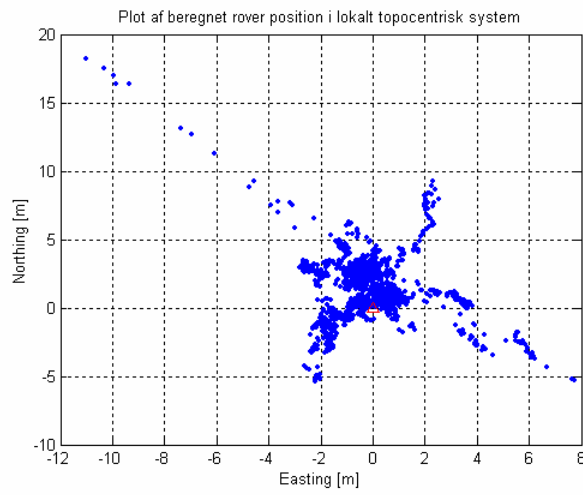


Figur 17: Plot af beregnet masterposition (Up, Northing).

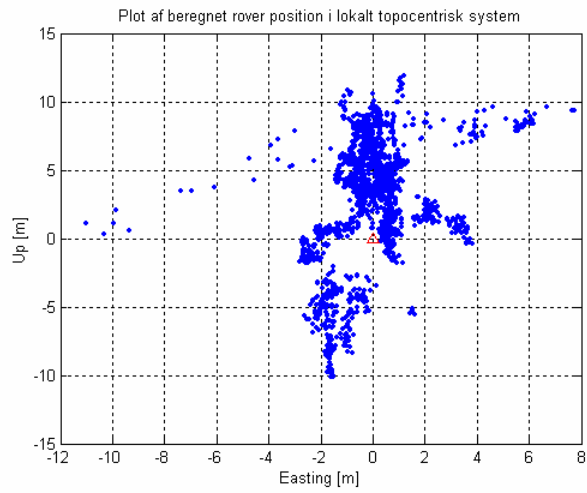
Rover



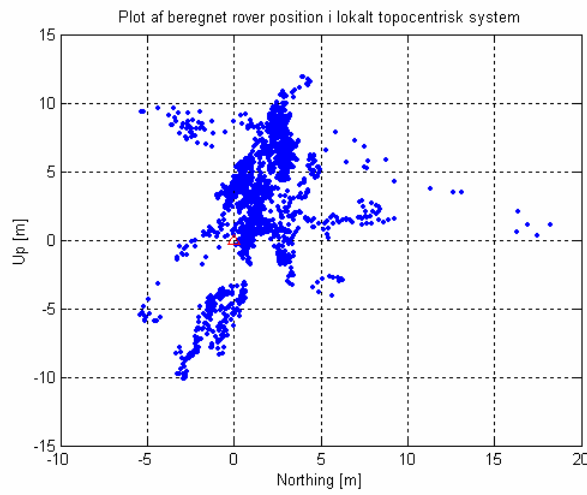
Figur 18: Koordinatafvigelsen for roveren sammenholdt med antal tilgængelige satellitter.



Figur 19: Plot af beregnet roverposition (Northing, Easting).

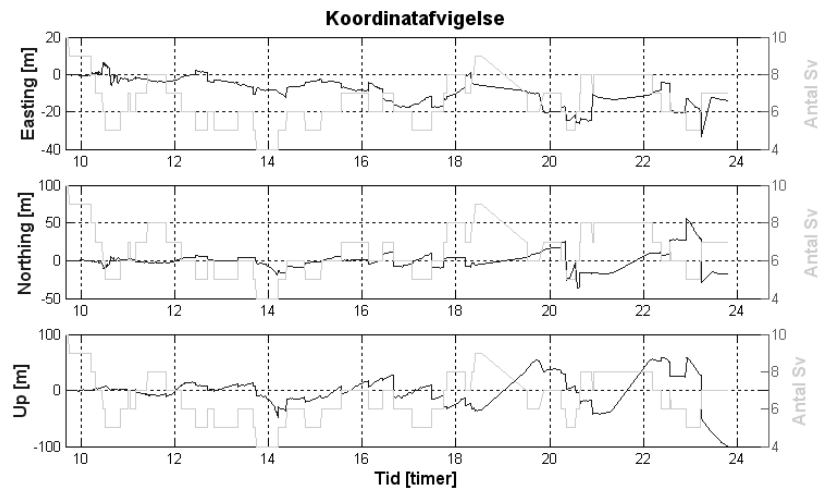


Figur 20: Plot af beregnet roverposition (Up, Easting).

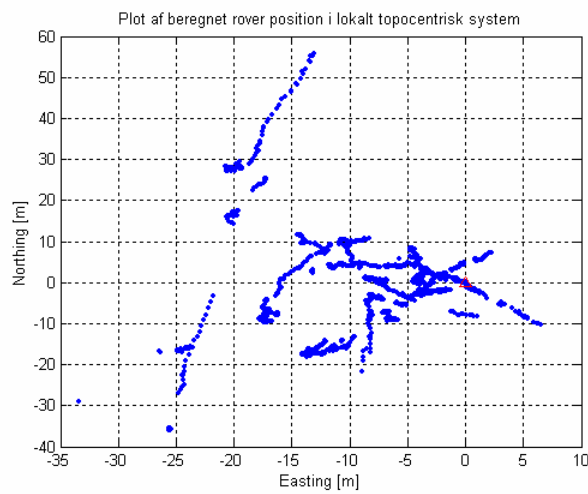


Figur 21: Plot af beregnet roverposition (Up, Northing).

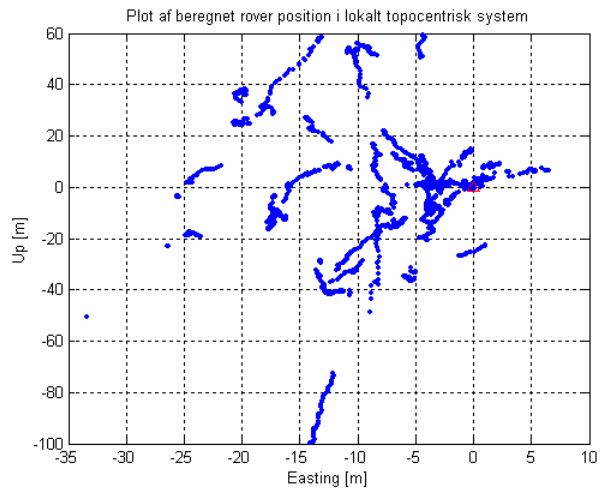
6.2 DGPS VED KOORDINATKORREKTION



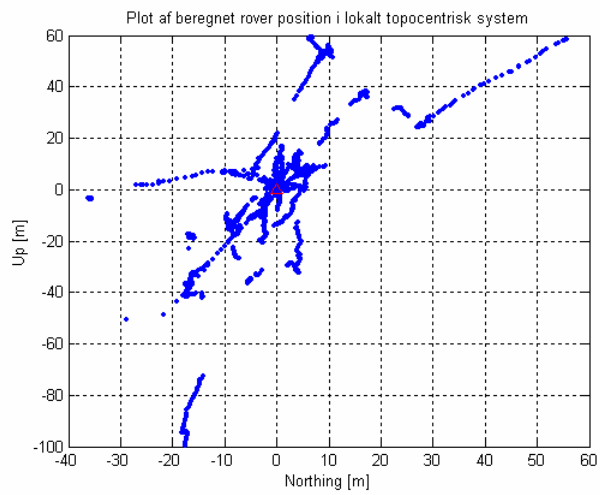
Figur 22: Koordinatafvigelsen for roveren sammenholdt med antal tilgængelige satellitter.



Figur 23: Plot af beregnet roverposition (Northing, Easting).

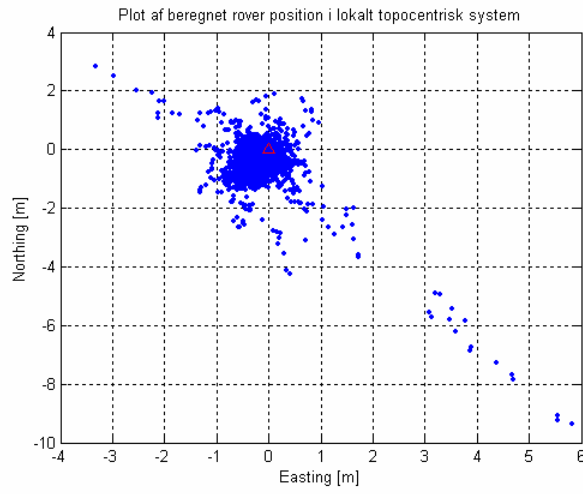


Figur 24: Plot af beregnet roverposition (Up, Easting).

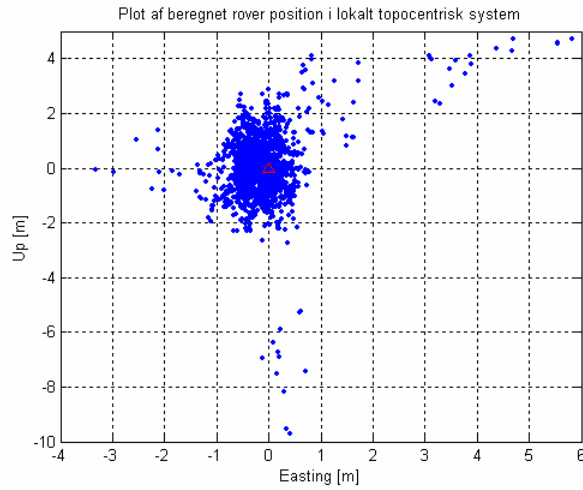


Figur 25: Plot af beregnet roverposition (Up, Northing).

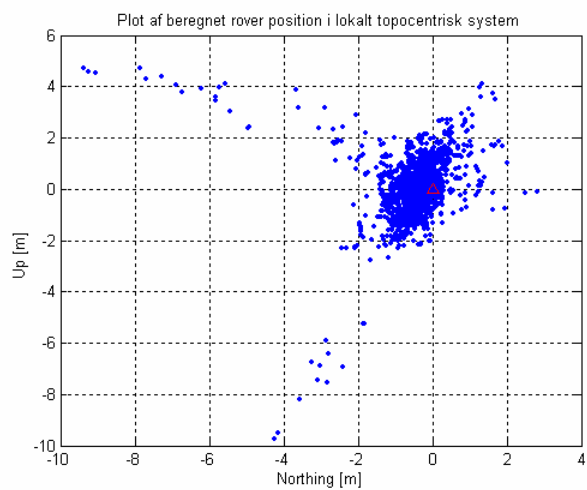
6.3 DGPS VED KORREKTION AF PSEUDOAFSTANDEN



Figur 26: Plot af beregnet roverposition (Northing, Easting).



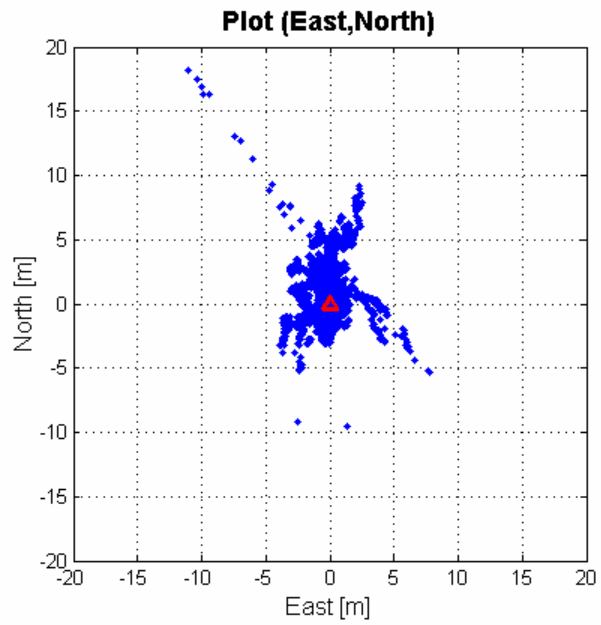
Figur 27: Plot af beregnet roverposition (Up, Easting).



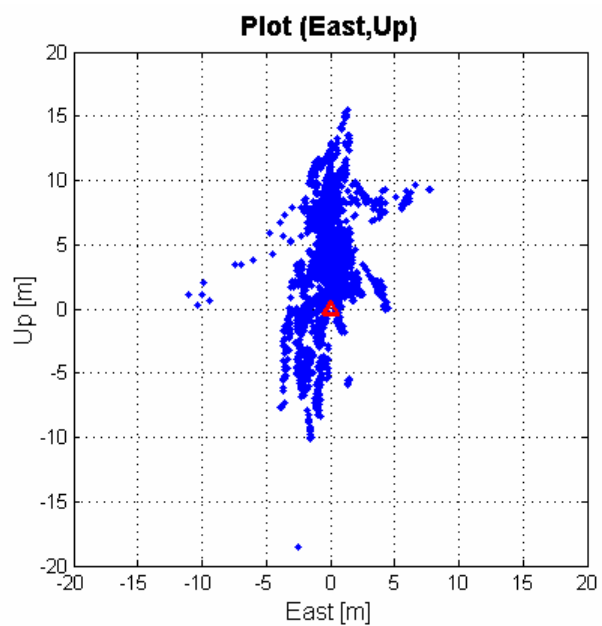
Figur 28: Plot af beregnet roverposition (Up, Northing).

B.7 UDGLATNING - RESULTATER

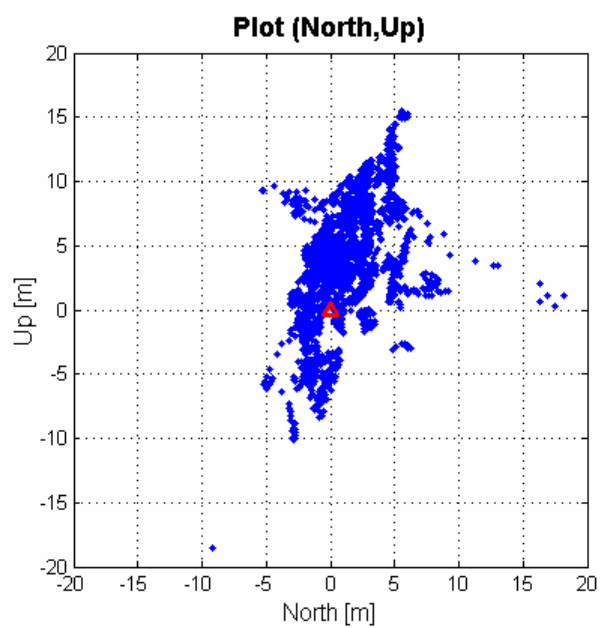
7.1 ABSOLUT



Figur 29: Plot af beregnet udglattet absolut position (Northing, Easting).

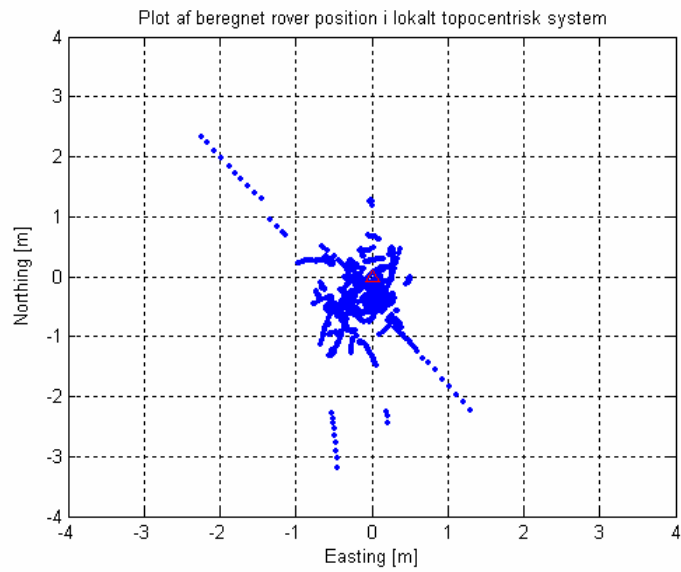


Figur 30: Plot af beregnet udglattet absolut position (Up, Easting).

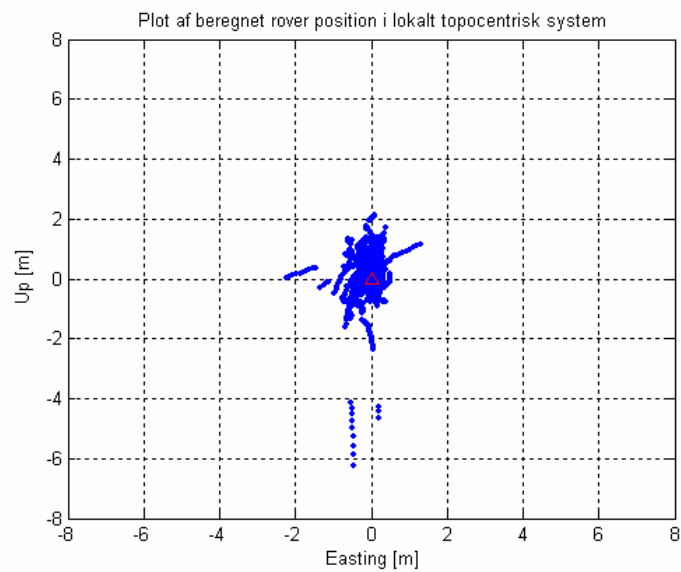


Figur 31: Plot af beregnet udglattet absolut position (Up, Northing).

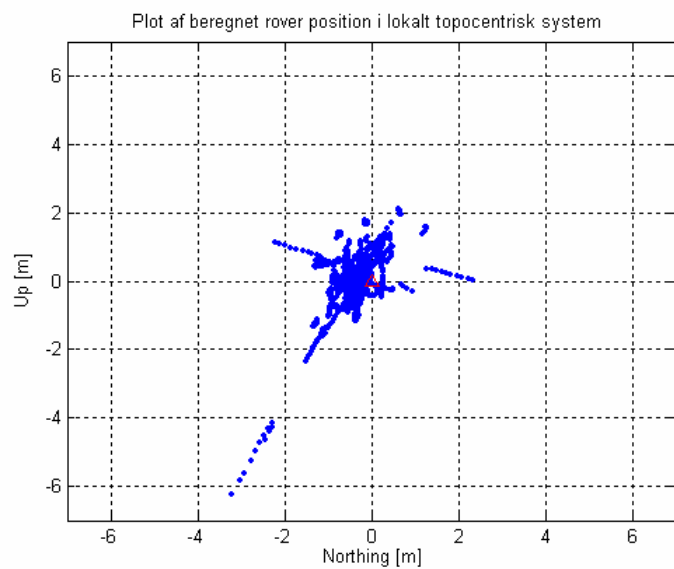
7.2 DGPS VED KORREKTION AF PSEUDOAFSTANDEN



Figur 32 Plot af beregnet udglattet DGPS position (Northing, Easting).

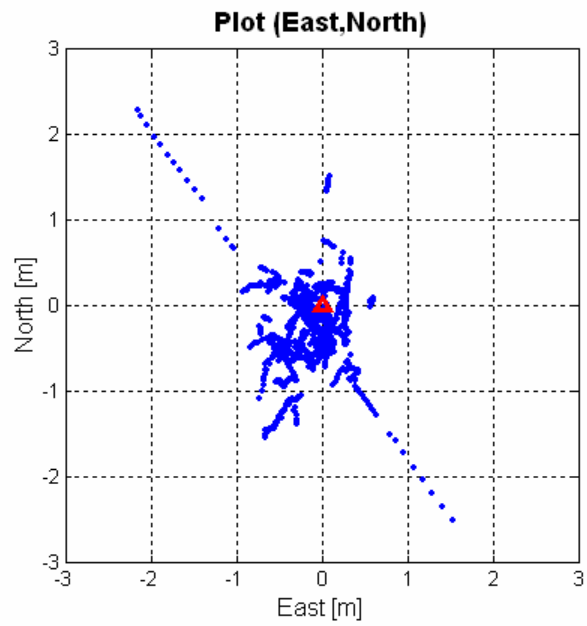


Figur 33 Plot af beregnet udglattet DGPS position (Easting, Up).

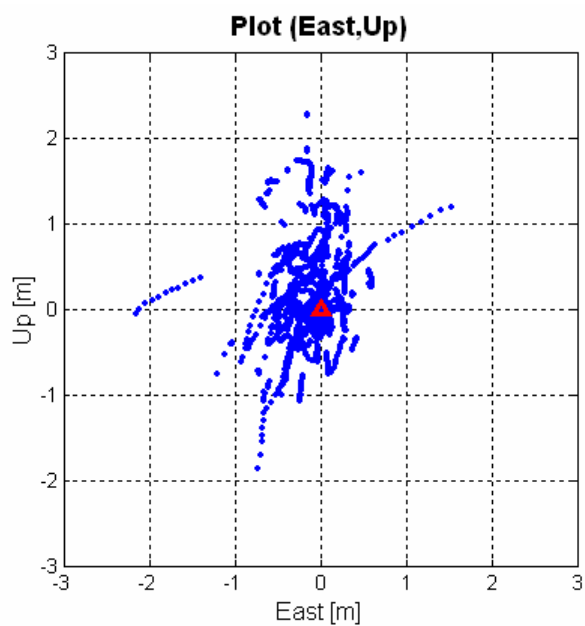


Figur 34 Plot af beregnet udglattet DGPS position (Up, Northing).

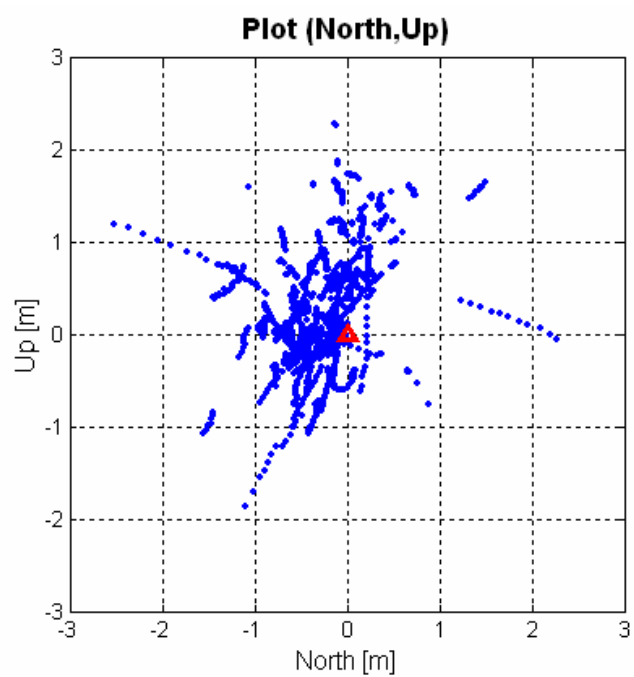
7.3 RELATIV GPS



Figur 35: Plot af beregnet udglattet relativ position (Easting, Northing).



Figur 36: Plot af beregnet udglattet relativ position (Easting, Up).



Figur 37: Plot af beregnet udglattet relativ position (Northing, Up).

B.8 MATLAB

Nedenstående tabeller er en oversigt over de i projektet anvendte MatLab scripts. Derefter følger diagrammer over de enkelte hovedprogrammer med en oversigt over, hvilke funktioner der kaldes. Nedenstående MatLab scripts er tilgængelige på CD'en under mappen Matlab, hvorfra de kan eksekveres.

Hovedprogrammer	
Navn	Bemærkninger
Absolut.m	Beregner absolut position
Absolut_udglat.m	Beregner absolut position med udglattede pseudoafstande.
DGPS_koordinat_koor.m	Beregner rover position ved DGPS med koordinat korrektion.
DGPS_koordinat_koor_udglat.m	Beregner rover position ved DGPS med koordinat korrektion med udglattede pseudoafstande.
DGPS_pseudo	Beregner rover position ved DGPS med korrektion på pseudoafstanden.
DGPS_pseudo_udglat.m	Beregner rover position ved DGPS med korrektion på pseudoafstanden med udglattede pseudoafstande
Dobbeltdif.m	Beregner rover position ved dobbeltdifferential GPS.
Dobbeltdif_udglat.m	Beregner rover position ved dobbeltdifferential GPS med udglattede pseudoafstande.

Tabel 2 Anvendte hovedprogrammer

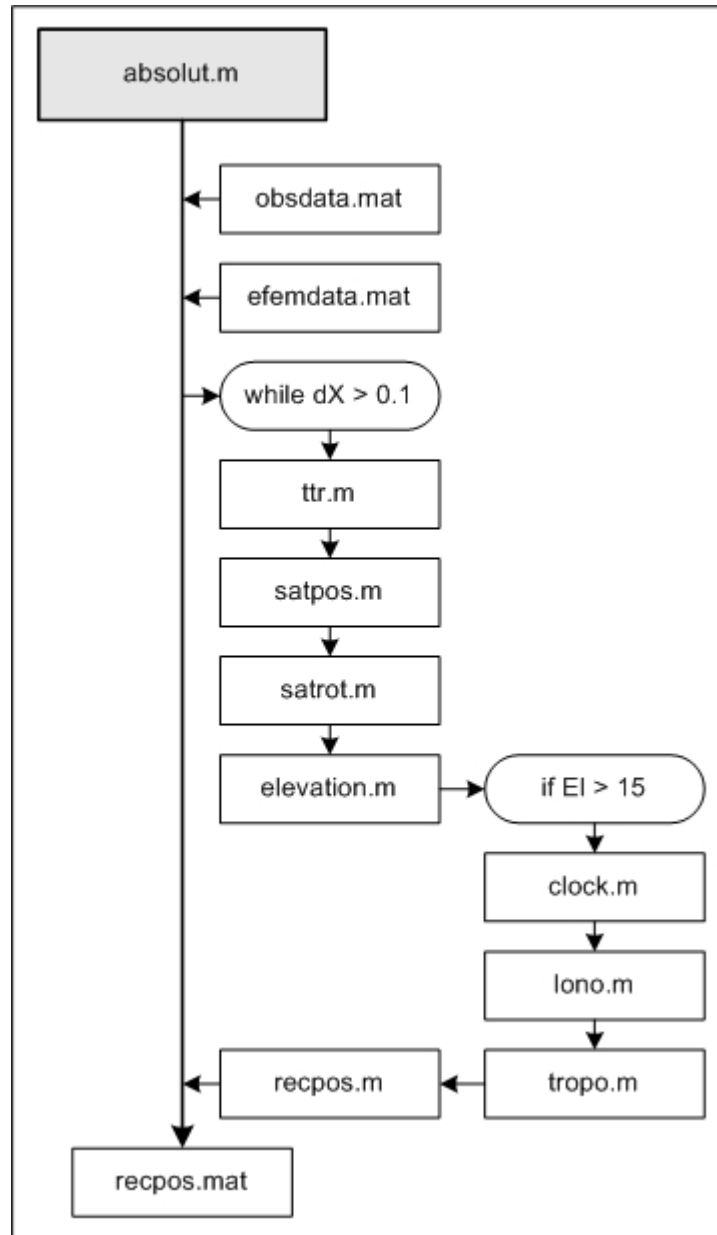
Funktioner			
Navn	Input	Output	Bemærkninger
Absolut.m	rec_xyz obsdata efmdata	rec_xyz cdt res rtr sat_data	Beregner den absolutte position, modtagerens urfejl, residualer ved udjævning, kvadrerede residualsum og satelliternes koordinater.
Clck.m	Ttr Tock af0 af1 af2 Trel Tgd	dT_clck	Beregner satellittens urfejl
ECEFgeoEu-ref.m	Xr	Lattitude Longitude Attitude	Transformation fra ECEF (Earth Centered, Earth Fixed system) til geoEeuref89.
Efem.m	RINEX navigations fil	efmdata	Læser GPS NAVIGATION MESSAGE fil i RINEX format.
Elevation.m	Xr Xs	EI Az Lat lon	Beregner satellittens elevation, og omregning receiverpositionen til geografiske koordinater.
Iono.m	Ttr EI Az Lat Lon efmdata	dT_iono	Beregner ionosfærefejlen.

Interpol.m	Mastr_Trec Sv rover_obs	interPR	Interpolerer roverens pseudoafstand således, observationene svarer overens med masteren Trec.
Obs.m	RINEX observati- ons fil	obsdata	Læser GPS OBSERVATION FILE i RINEX format.
Recpos.m	rec_xyz pr_data cdt	rec_xyz cdt res rtr dx	Beregner reciever position, urfejl, residualer ved udjævning, kvadrerede residuals sum og rettelse af rec_xyz per gennemløb.
Satpos.m	Ttr satnr efmdata	Tock Satp af0 af1 af2 Trel TGD	Beregner Time of clock, satellittens koordinater, Clock bias, Clock drift (sec/sec), Clock drift rate (sec/sec ²), Relativistic correction term (sec), Group delay.
Satrot.m	sat_xyz Tau	Xs	Roterer satellitkoordinater.
Smooth.m	Satnr PR CR	smPR	Funktionen udglatter den målte pseudoafstand. Mulighed for at angive størrelse af Nmax og cycle slip
Tropo.m	EI	dR_trop	Beregner troposfærefejl
Ttr.m	Obsdata Efmdata rec_xyz cdt	Ttr Tau	Beregner time of transmission og signalets udbredelses tid. Ttr.m kaldes fra satpos, hvor den ittererer 2 gange sam-

	eph_start eph_slut		men med satpos.m.
--	-----------------------	--	-------------------

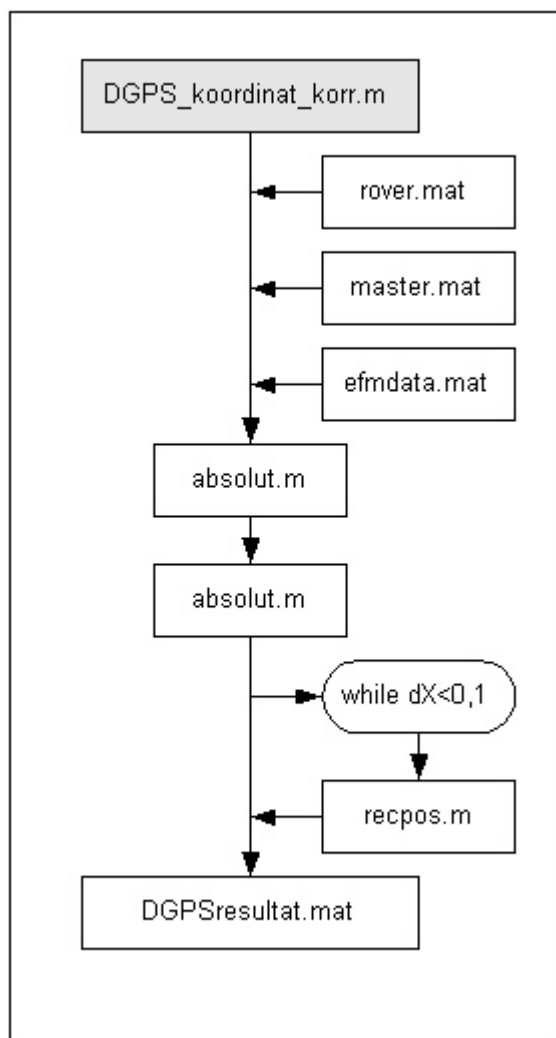
Tabel 3 Oversigt over de anvendte MatLab funktioner.

8.1 ABSOLUTE POSITIONING



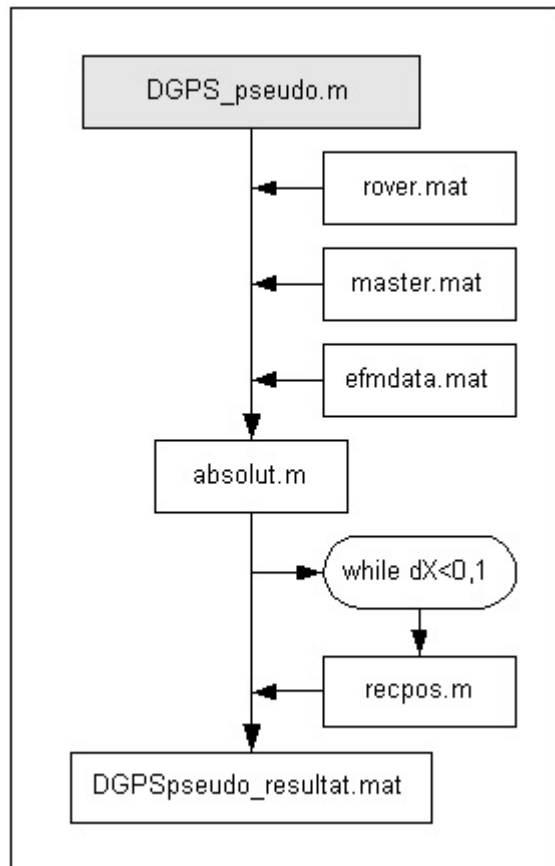
Figur 38: Beregningsdiagram for absolut positionering

8.2 DGPS KOORDINAT KORREKTION



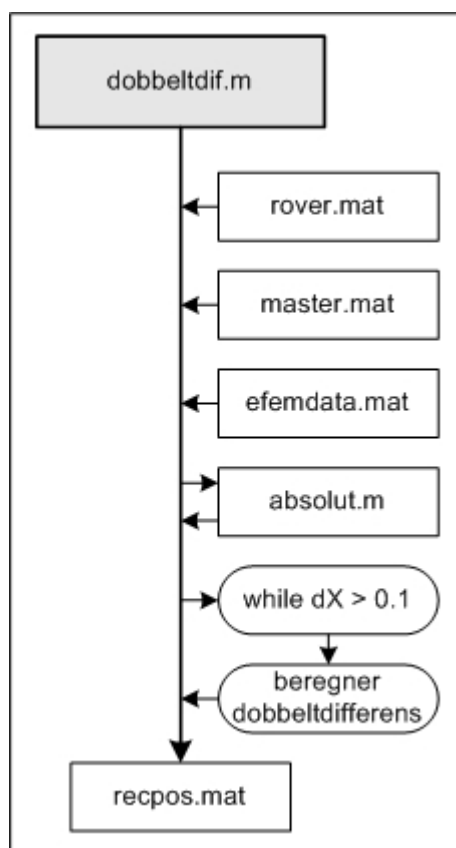
Figur 39 Oversigt over funktioner der kaldes fra hovedprogrammet `DGPS_koordinat_korr.m`

8.3 DGPS KORREKTION AF PSEUDOAFSTAND



Figur 40 Oversigt over funktioner der kaldes fra hovedprogrammet DGPS_pseudo.m

8.4 RELATIV



Figur 41 Oversigt over funktioner der kaldes fra hovedprogrammet `dobbeltdif.m`

B.9 RINEX-SPECIFIKATIONER

Følgende bilag indeholder specifikationer for *"The Receiver Independent Exchange Format Version 2.10"* (RINEX), [Gurter, W. 2001].

9.1 OBSERVATIONSFIL (HEADER)

TABLE A1			
GPS OBSERVATION DATA FILE - HEADER SECTION DESCRIPTION			
HEADER LABEL	DESCRIPTION	FORMAT	
(Columns 61-80)			
RINEX VERSION / TYPE	- Format version (2.10)	F9.2,11X,	
	- File type ('O' for Observation Data)	A1,19X,	
	- Satellite System: blank or 'G': GPS	A1,19X	
	'R': GLONASS		
	'S': Geostationary		
	signal payload		
	'T': NNSS Transit		
	'M': Mixed		
PGM / RUN BY / DATE	- Name of program creating current file	A20,	
	- Name of agency creating current file	A20,	
	- Date of file creation	A20	
* COMMENT	Comment line(s)	A60	*
MARKER NAME	Name of antenna marker	A60	
* MARKER NUMBER	Number of antenna marker	A20	*
OBSERVER / AGENCY	Name of observer / agency	A20,A40	
REC # / TYPE / VERS	Receiver number, type, and version	3A20	
	(Version: e.g. Internal Software Version)		
ANT # / TYPE	Antenna number and type	2A20	

APPROX POSITION XYZ	Approximate marker position (WGS84)	3F14.4
+-----+		
ANTENNA: DELTA H/E/N	- Antenna height: Height of bottom	3F14.4
	surface of antenna above marker	
	- Eccentricities of antenna center	
	relative to marker to the east	
	and north (all units in meters)	
+-----+		
WAVELENGTH FACT L1/2	- Default wavelength factors for	
	L1 and L2	2I6,
	1: Full cycle ambiguities	
	2: Half cycle ambiguities (squaring)	
	0 (in L2): Single frequency instrument	
	- zero or blank	I6
	The default wavelength factor line is	
	required and must precede satellite-	
	specific lines.	
+-----+		
* WAVELENGTH FACT L1/2	- Wavelength factors for L1 and L2	2I6, *
	1: Full cycle ambiguities	
	2: Half cycle ambiguities (squaring)	
	0 (in L2): Single frequency instrument	
	- Number of satellites to follow in list	I6,
	for which these factors are valid.	
	- List of PRNs (satellite numbers with	7(3X,A1,I2)
	system identifier)	
	These optional satellite specific lines	
	may follow, if they identify a state	
	different from the default values.	
	Repeat record if necessary.	
+-----+		
# / TYPES OF OBSERV	- Number of different observation types	I6,
	stored in the file	
	- Observation types	9(4X,A2)
	If more than 9 observation types:	

	Use continuation line(s)	6X,9(4X,A2)
	The following observation types are defined in RINEX Version 2.10:	
	L1, L2: Phase measurements on L1 and L2	
	C1 : Pseudorange using C/A-Code on L1	
	P1, P2: Pseudorange using P-Code on L1,L2	
	D1, D2: Doppler frequency on L1 and L2	
	T1, T2: Transit Integrated Doppler on 150 (T1) and 400 MHz (T2)	
	S1, S2: Raw signal strengths or SNR values as given by the receiver for the L1,L2 phase observations	
	Observations collected under Antispoofing are converted to "L2" or "P2" and flagged with bit 2 of loss of lock indicator (see Table A2).	
	Units : Phase : full cycles	
	Pseudorange : meters	
	Doppler : Hz	
	Transit : cycles	
	SNR etc : receiver-dependent	
	The sequence of the types in this record has to correspond to the sequence of the observations in the observation records	
* INTERVAL	Observation interval in seconds	F10.3 *
TIME OF FIRST OBS	- Time of first observation record (4-digit-year, month,day,hour,min,sec)	5I6,F13.7,
	- Time system: GPS (=GPS time system)	5X,A3
	GLO (=UTC time system)	
	Compulsory in mixed GPS/GLONASS files	
	Defaults: GPS for pure GPS files	
	GLO for pure GLONASS files	

* TIME OF LAST OBS	- Time of last observation record	5I6,F13.7, *
	(4-digit-year, month,day,hour,min,sec)	
	- Time system: Same value as in	5X,A3
	TIME OF FIRST OBS record	
+-----+-----+-----+		
* RCV CLOCK OFFS APPL	Epoch, code, and phase are corrected by	I6 *
	applying the realtime-derived receiver	
	clock offset: 1=yes, 0=no; default: 0=no	
	Record required if clock offsets are	
	reported in the EPOCH/SAT records	
+-----+-----+-----+		
* LEAP SECONDS	Number of leap seconds since 6-Jan-1980	I6 *
	Recommended for mixed GPS/GLONASS files	
+-----+-----+-----+		
* # OF SATELLITES	Number of satellites, for which	I6 *
	observations are stored in the file	
+-----+-----+-----+		
* PRN / # OF OBS	PRN (sat.number), number of observations	3X,A1,I2,9I6 *
	for each observation type indicated	
	in the "# / TYPES OF OBSERV" - record.	
	If more than 9 observation types:	
	Use continuation line(s)	6X,9I6
	This record is (these records are)	
	repeated for each satellite present in	
	the data file	
+-----+-----+-----+		
END OF HEADER	Last record in the header section.	60X
+-----+-----+-----+		

Records marked with * are optional

9.2 OBSERVATIONSFIL (DATA RECORD)

TABLE A2			
GPS OBSERVATION DATA FILE - DATA RECORD DESCRIPTION			
OBS. RECORD	DESCRIPTION	FORMAT	
EPOCH/SAT	- Epoch :		
or	- year (2 digits, padded with 0 if necessary)	1X,I2.2,	
EVENT FLAG	- month,day,hour,min,	4(1X,I2),	
	- sec	F11.7,	
	- Epoch flag 0: OK	2X,I1,	
	1: power failure between		
	previous and current epoch		
	>1: Event flag		
	- Number of satellites in current epoch	I3,	
	- List of PRNs (sat.numbers with system	12(A1,I2),	
	identifier, see 5.1) in current epoch		
	- receiver clock offset (seconds, optional)	F12.9	
	If more than 12 satellites: Use continuation	32X,	
	line(s)	12(A1,I2)	
	If epoch flag 2-5:		
	- Event flag:	[2X,I1,]	
	2: start moving antenna		
	3: new site occupation (end of kinem. data)		
	(at least MARKER NAME record follows)		
	4: header information follows		
	5: external event (epoch is significant,		
	same time frame as observation time tags)		
	- "Number of satellites" contains number of	[I3]	
	special records to follow.		
	Maximum number of records: 999		
	- For events without significant epoch the		

```

|           | epoch fields can be left blank           |           ||
|           |                                           |           |
|           | If epoch flag = 6:                       |           |
|           |     6: cycle slip records follow to optionally |           |
|           |     report detected and repaired cycle slips |           |
|           |     (same format as OBSERVATIONS records; |           |
|           |     slip instead of observation; LLI and |           |
|           |     signal strength blank or zero)       |           |
+-----+-----+-----+-----+
|OBSERVATIONS | - Observation          | rep. within record for | m(F14.3, |
|           | - LLI                 | each obs.type (same seq | I1, |
|           | - Signal strength    | as given in header)    | I1) |
|           |                       |                         |     |
|           | If more than 5 observation types (=80 char): |           |
|           | continue observations in next record.         |           |
|           |                                           |           |
|           | This record is (these records are) repeated for |           |
|           | each satellite given in EPOCH/SAT - record.   |           |
|           |                                           |           |
|           | Observations:                                           |           |
|           |   Phase   : Units in whole cycles of carrier |           |
|           |   Code    : Units in meters                     |           |
|           | Missing observations are written as 0.0         |           |
|           | or blanks.                                       |           |
|           |                                           |           |
|           | Phase values overflowing the fixed format F14.3 |           |
|           | have to be clipped into the valid interval (e.g. |           |
|           | add or subtract 10**9), set LLI indicator.     |           |
|           |                                           |           |
|           | Loss of lock indicator (LLI). Range: 0-7       |           |
|           | 0 or blank: OK or not known                   |           |
|           | Bit 0 set : Lost lock between previous and    |           |
|           |             current observation: cycle slip    |           |
|           |             possible                          |           |
|           | Bit 1 set : Opposite wavelength factor to the |           |
|           |             one defined for the satellite by a |           |
|           |             previous WAVELENGTH FACT L1/2 line. |           |
|           |             Valid for the current epoch only. |           |
|           | Bit 2 set : Observation under Antispoofing    |           |
|           |             (may suffer from increased noise) |           |

```

		Bits 0 and 1 for phase only.	
		Signal strength projected into interval 1-9:	
		1: minimum possible signal strength	
		5: threshold for good S/N ratio	
		9: maximum possible signal strength	
		0 or blank: not known, don't care	
+-----+-----+-----+-----+			

9.3 NAVIGATIONSFIL (HEADER)

TABLE A3			
GPS NAVIGATION MESSAGE FILE - HEADER SECTION DESCRIPTION			
HEADER LABEL	DESCRIPTION	FORMAT	
(Columns 61-80)			
RINEX VERSION / TYPE	- Format version (2.10)	F9.2,11X,	
	- File type ('N' for Navigation data)	A1,19X	
PGM / RUN BY / DATE	- Name of program creating current file	A20,	
	- Name of agency creating current file	A20,	
	- Date of file creation	A20	
* COMMENT	Comment line(s)	A60	*
* ION ALPHA	Ionosphere parameters A0-A3 of almanac (page 18 of subframe 4)	2X,4D12.4	*
* ION BETA	Ionosphere parameters B0-B3 of almanac	2X,4D12.4	*
* DELTA-UTC: A0,A1,T,W	Almanac parameters to compute time in UTC (page 18 of subframe 4)	3X,2D19.12,	*
	A0,A1: terms of polynomial	2I9	
	T : reference time for UTC data		
	W : UTC reference week number.		
	Continuous number, not mod(1024)!		
* LEAP SECONDS	Delta time due to leap seconds	I6	*
END OF HEADER	Last record in the header section.	60X	

Records marked with * are optional

9.4 NAVIGATIONSFIL (DATA RECORD)

TABLE A4			
GPS NAVIGATION MESSAGE FILE - DATA RECORD DESCRIPTION			
OBS. RECORD	DESCRIPTION	FORMAT	
PRN / EPOCH / SV CLK	- Satellite PRN number	I2,	
	- Epoch: Toc - Time of Clock		
	year (2 digits, padded with 0		
	if necessary)	1X,I2.2,	
	month	1X,I2,	
	day	1X,I2,	
	hour	1X,I2,	
	minute	1X,I2,	
	second	F5.1,	
	- SV clock bias (seconds)	3D19.12	
	- SV clock drift (sec/sec)		
	- SV clock drift rate (sec/sec2)		
BROADCAST ORBIT - 1	- IODE Issue of Data, Ephemeris	3X,4D19.12	
	- Crs (meters)		
	- Delta n (radians/sec)		
	- M0 (radians)		
BROADCAST ORBIT - 2	- Cuc (radians)	3X,4D19.12	
	- e Eccentricity		
	- Cus (radians)		
	- sqrt(A) (sqrt(m))		
BROADCAST ORBIT - 3	- Toe Time of Ephemeris	3X,4D19.12	
	(sec of GPS week)		
	- Cic (radians)		
	- OMEGA (radians)		
	- CIS (radians)		
BROADCAST ORBIT - 4	- i0 (radians)	3X,4D19.12	
	- Crc (meters)		
	- omega (radians)		

	- OMEGA DOT	(radians/sec)		
+-----+				
BROADCAST ORBIT - 5	- IDOT	(radians/sec)	3X,4D19.12	
	- Codes on L2 channel			
	- GPS Week # (to go with TOE)			
	Continuous number, not mod(1024)!			
	- L2 P data flag			
+-----+				
BROADCAST ORBIT - 6	- SV accuracy	(meters)	3X,4D19.12	
	- SV health	(bits 17-22 w 3 sf 1)		
	- TGD	(seconds)		
	- IODC Issue of Data, Clock			
+-----+				
BROADCAST ORBIT - 7	- Transmission time of message	*)	3X,4D19.12	
	(sec of GPS week, derived e.g.			
	from Z-count in Hand Over Word (HOW)			
	- Fit interval	(hours)		
	(see ICD-GPS-200, 20.3.4.4)			
	Zero if not known			
	- spare			
	- spare			
+-----+				

*) Adjust the Transmission time of message by -604800 to refer to the reported week, if necessary

DET GLOBALE POSITIONERINGS SYSTEM

Formålet med dette appendiks er at beskrive en række generelle begreber, der er grundlæggende for forståelsen af positionering vha. GPS. Indledningsvis beskrives de anvendte koordinatsystemer, som er fundamentalt for GPS positioneringen. Dernæst følger en overordnet beskrivelse af det globale positionerings system (GPS) bestående af rumkontrol- og modtagerdelen. Slutteligt beskrives tidsmåling og nøjagtighedsforringelse

1.1 KOORDINATSYSTEMER

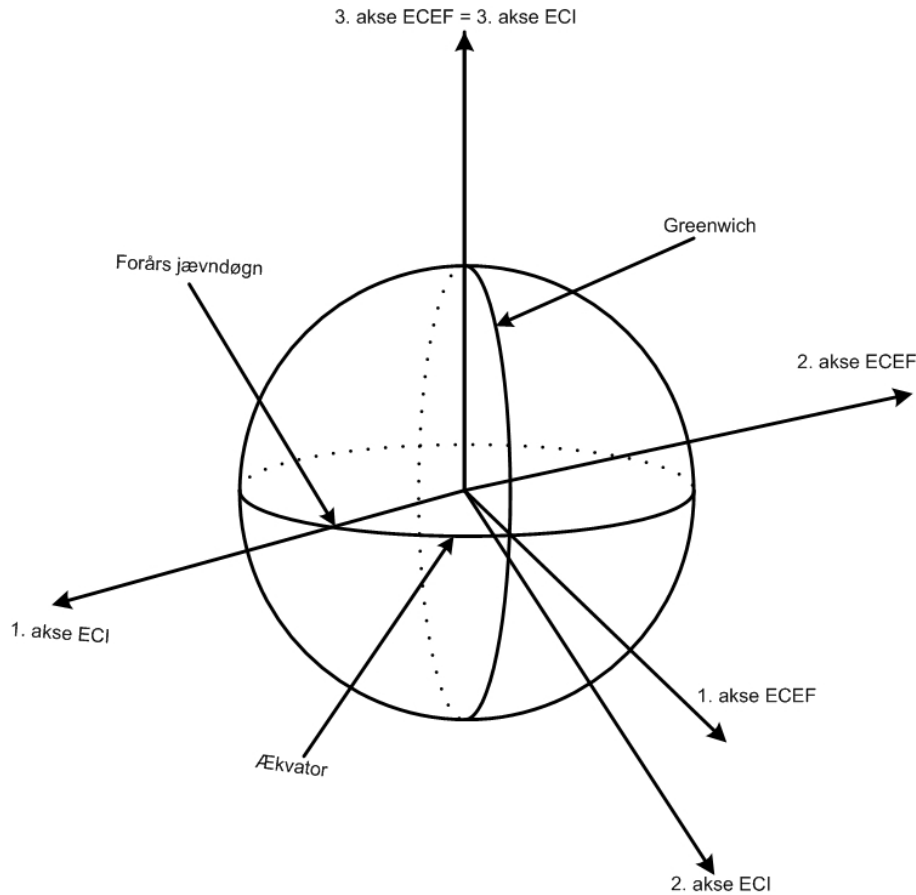
Gennem projektet refereres til forskellige koordinatsystemer. I det følgende beskrives de i projektet anvendte koordinatsystemer [Leick, A., 1995, kap 14], [Hoffmann-Wellenhof, 2001, kap 3].

GEOCENTRISKE KOORDINATSYSTEMER

Et geocentriske koordinatsystem har origo i Jordens massemidt-punkt. Undervejs i projektet refereres der til to forskellige geocentriske koordinatsystemer; det inertielle koordinatsystem og WGS 84.

Inertiel koordinatsystem

Det inertielle koordinatsystem (Earth-Centered Inertial, ECI) er et koordinatsystem, hvori Jorden roterer med $15^\circ/\text{time}$. Koordinatsystemet har origo i Jordens massemidt-punkt, og akserne er fikseret i forhold til stjernerne, dvs. at koordinatsystemet ikke roterer med jorden. 1. aksens retning er defineret ved det punkt på ækvator, hvor Solen passerer fra Syd til Nord ved forårsjævndøgn, se Figur 1. 3. akse er sammenfaldende med Jordens omdrejningsakse og 2. akse er ortogonal på de to akser, således at koordinatsystemet er højrehåndsorienteret [Hoffmann-Wellenhof, B. et al, 2001, s. 41].



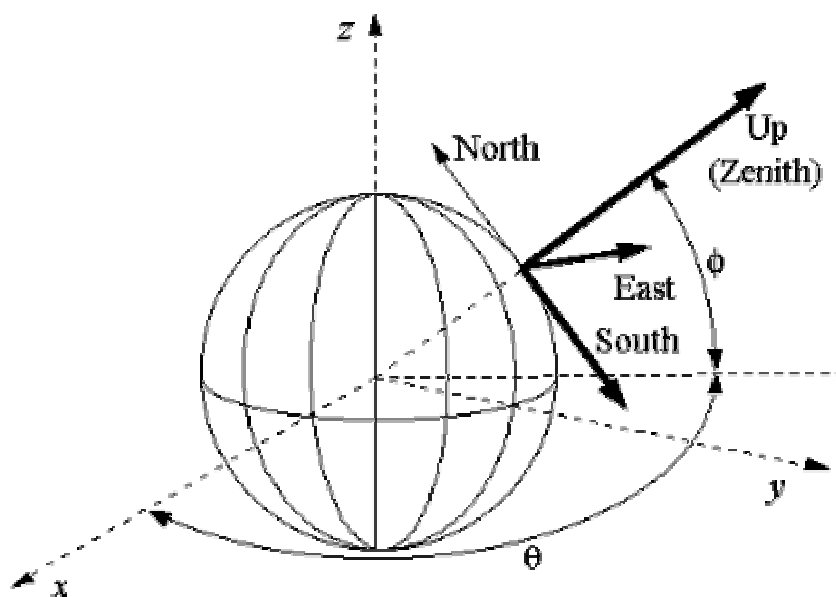
Figur 1: Illustration af det Inertielle koordinatsystem ECI og Jordens koordinatsystem ECEF.

WGS-84

GPS-positioneringen udtrykkes for brugeren af systemet i dette geocentriske koordinatsystem, defineret ved WGS84 (Earth-Centered-Earth-Fixed, ECEF). 1. aksens retning er defineret ved det punkt på ækvator, der krydses af nul-meridianen, der gennemløber Greenwich. 3. akse er sammenfaldende med Jordens omdrejningsakse, og 2. akse er ortogonal på 1. og 3. akse, hvilket medfører at koordinatsystemet roterer med Jorden i modsætning til ECI.

TOPOCENTRISK KOORDINATSYSTEM

Det topocentriske koordinatsystem er et lokalt koordinatsystem, der



Figur 2: Illustration af det topocentriske koordinatsystem [www.celestrak.com/columns/v02n02/].

anvendes i projektet til præsentation af data, hvilket kræver en omregning fra det geografiske koordinatsystem til det topocentriske koordinatsystem.

For at foretage denne omregning anvendes følgende formel [Strang & Borre, 1997, s. 474]:

$$\delta x = F^T (\delta X), \text{ hvor}$$

$$F = \begin{bmatrix} -\sin A & -\sin \Phi \cos A & \cos \Phi \cos A \\ \cos A & -\sin \Phi \sin A & \cos \Phi \sin A \\ 0 & \cos \Phi & \sin \Phi \end{bmatrix} \text{ og}$$

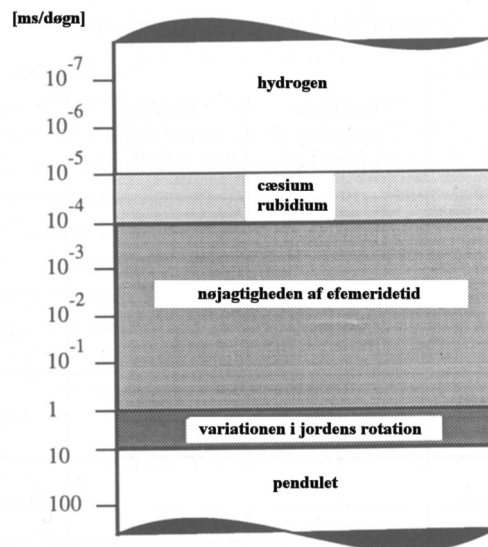
δX er vektoren mellem et kendt punkt og beregnet punkt i geografiske koordinater, δx er samme vektor i det topocentriske koordinatsystem og A og Φ er længde- og breddegrad det kendte punkt i WGS84.

1.2 TID

Jordens daglige rotation, blev i pendulets tid, indført som en konstant for tidsmåling, hvilket medførte blandt andet rotationstidsmåling og soltid. Det blev dog kendt, gennem måling til himmellegemer, at jordens rotation ikke var konstant, og derfor ikke egnet til tidsmåling. Astronomer introducerede derfor en ny form for tidsmåling – efemeride tid. Denne form for tidsmåling er baseret på solens og månens kredsløb. Denne metode var langt mere nøjagtig, og endnu mere nøjagtig blev tidsmålingen, da atomers energiniveauer kunne anvendes til denne tidsmåling. I 1967 blev et SI sekund defineret som værende [http://www.bipm.fr/enus/3_SI/base_units.html]:

”duration of 9 192 631 770 periods of the radiation corresponding to the transition between the two hyperfine levels of the ground state of the cesium 133 atom”.

Disse atomers nøjagtighed jf. Figur 3 er grundlaget for International Atom Tid (Temps Atomique Internationale, TAI).



Figur 3: Fremskridtet indenfor nøjagtigheden af tidsmåling. [Leick, A., 1995]

TAI tager dog ikke højde for jordens aftagende rotation på 1 sekund pr. år. Dette er løst ved at definere en tidsmåling (Universal Time Coordinated, UTC), der periodisk justerer dette, ved at indføre "leap seconds". GPS satellitter anvender atomure til tidsmåling, og synkroniserede tiden med UTC d. 6. januar 1980. GPS tid (Global Positioning System Time, GPST) anvender dog ikke "leap seconds", hvilket medfører

$$\text{GPST}+19\text{s}=\text{TAI}$$

og i oktober 2001 var

$$\text{GPST}=\text{UTC}+13\text{s}.$$

Ved GPST har hver uge, siden d. 6. januar 1980, fået tildelt sit eget nummer, og vi er i skrivende stund i GPS-uge 1214. Nogle modtagere er kun i stand til at tælle 1024 uger af gangen, hvilket har medført at GPS-ugerne også med fordel kan inddeles i cykluser. I august 1999 startede dermed 1. cyklus, og GPS-uge 1214 kan derfor også noteres som: $1214-1024 = \text{GPS-uge } 190$ [www.leapsecond.com]. For at kunne identificere en given epoke i den enkelte uge tælles der antal sekunder i ugen (Second Of Week, SOW), hvor en uge så indeholder:

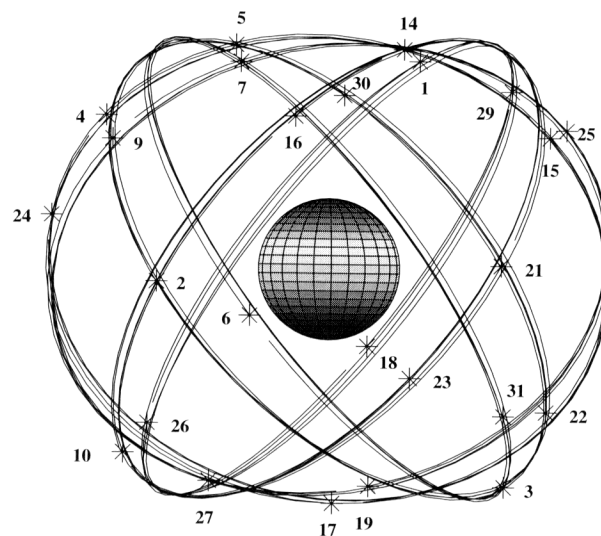
$7 \text{ dage} \times 24 \text{ timer} \times 60 \text{ minutter} \times 60 \text{ sekunder} = 604\,800 \text{ sekunder}$,
hvor GPS-ugen tæller fra natten mellem lørdag og søndag [Hoffmann-Wellenhof, 1992], [Leick, A., 1995].

1.3 BESKRIVELSE AF SYSTEMET

Det Globale Positionerings System, GPS, kan opdeles i tre overordnede dele: Rumdelen, kontroldelen og brugerdelen. I det følgende beskrives disse tre dele.

RUMDELEN

Denne del af GPS består af 29 satellitter, hvoraf de 24 satellitter er operationelle. GPS satellitterne befinder sig i seks baner, med en inklinationsvinkel på 55 grader og en højde på ca. 20200 km over jordens overflade, se Figur 4.

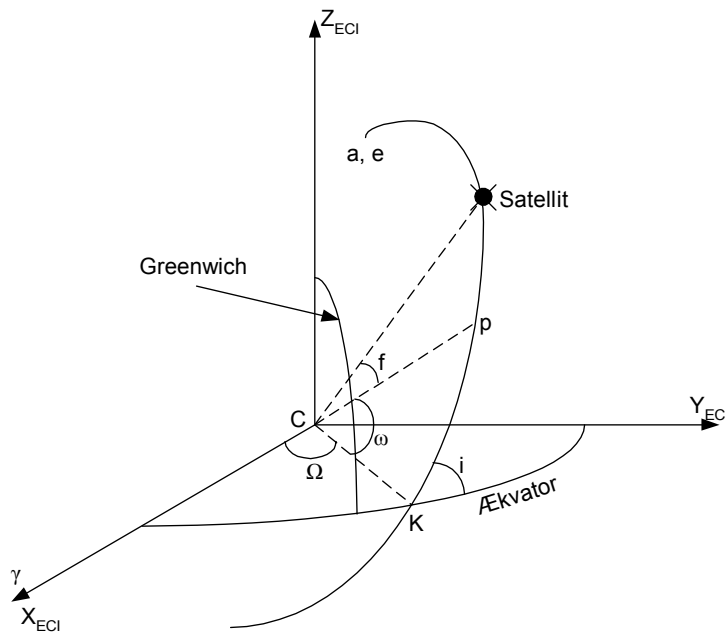


Figur 4: Satellitterne og deres baneplaner [Strang & Borre, 1997].

GPS-satellitternes omløbstid er 12 timer regnet i stjernetid, så de har samme placering set fra jorden 2 gange om dagen. Et stjernetid døg er dog ca. 4 minutter kortere end et døgn målt i UTC, hvilket medfører at den faktiske omløbstid er ca. 11 timer og 58 minutter [Dueholm, K., Laurentzius, M., 2002]. I Appendix 3 ses den aktuelle satellit konstellation.

Baneparametre

Satelliternes bane er defineret ved en keplersk bane i den inertielle referenceramme, se Figur 5. Satellittens bane er defineret ved en ellipse orienteret i forhold til den inertielle referenceramme. Baneparametrene består af oplysninger om ellipsens form og orientering.



Figur 5 De keplerske baneparametre [Borre K, 1995 s. 41]

Ellipsen form er givet ved parametrene a og e , der henholdsvis angiver ellipsens halve storeakse og excentricitet. Ellipsens orientering i forhold til den inertielle referencerammes X -akse er givet ved vinklen Ω mellem forårspunktet γ og satellittens opstigende punkt K . Baneplanets hældning i forhold til ækvatorplanet er givet ved vinklen i , og kaldes *inklinationen*. Vinklen ω , mellem knudelinien CK og perigæum¹ p ,

¹ Det punkt i banen hvor satellitten har den mindste afstand til jorden.

kaldes for *pærigæum argumentet*. Middelanomalien beskriver satellittens beliggenhed i banen.

a	halve storaske	Banens størrelse og form
e	excentricitet	
ω	perigæums argument	Banens beliggenhed i den inertielle referenceramme
Ω	rektascension for opstigende knude	
i	inklination	
M_k	middelanomali	Satellittens beliggenhed i banen

Tabel 1 De seks keplerelementer [Borre K, 1998].

Baneplanet ligger nogenlunde fast i det inertielle koordinatsystem, hvor Greenwich meridianen drejer omkring det inertielle koordinatsystems z-akse med en periode på et stjernedøgn. Jordens omdrejningsakse er dog ikke fast, men *slingrer* derimod med en periode på 430 dage givet ved Chandler konstanten. [Borre K, 1995 s. 41].

De keplerske baneelementer givet i Tabel 1 er gældende forudsat at massetiltrækningen mellem Jorden og satellitten er den eneste kraft der påvirker satellittens bane. Der er dog en række forhold der påvirker baneparametrene, såkaldte *perturbationer*.

- Jorden er ikke kugleformet, men nærmere pæreformet, hvorfor tyngdeaccelerationen varierer med geografisk længde og bredde. Dette resulterer i asymmetrisk massetiltrækning, der dog svækkes med tiltagende højde.
- Solen og månen påvirker Jordens massetiltrækning, pga. tidevand og -jord flytter på Jordens masser. Endvidere påvirker deres massetiltrækning satellittens bane.
- Gnidninger mellem satellitten og atmosfæren resulterer i at satellitten mister fart. Effekten er dog minimal i satellittens højde.

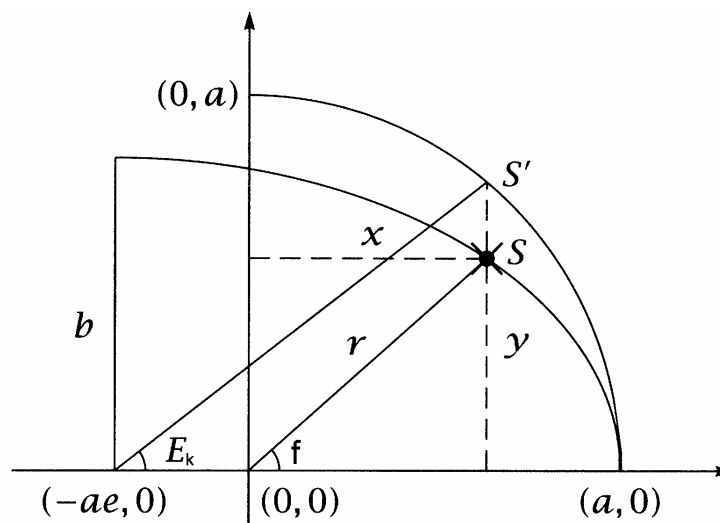
- Solens stråler skaber et modtryk der medfører en ændring af satellittens bevægelse. Satellitten påvirkes endvidere af et indirekte tryk af solens stråler når disse reflekteres fra Jordens overflade. Der er dermed stor forskel på om satellitten befinder sig i Jordens skyggeside eller ej.

De keplerske elementer varierer dermed over tid, og for at beregne satellitternes position benyttes efemeridedata.

Efemeridedata

Efemeridedataene indeholder de keplerske elementer samt korrektion af disse pga. af førnævnte perturbationer. Efemeridedata modtages af receiveren samtidigt med pseudoafstandene, og kaldes for de *broadcastede* efemerider. Hver satellit sender egne unikke efemeridedata. Efemeridedataene er beregnet ud fra en forudgående del af satellittens bane, og kan anvendes til at beregne dens fremtidige bane.

Satellittens position i baneplanet, er defineret ud fra såkaldte anomalier, jf. Figur 6:



Figur 6: Den keplerske bane, hvor sammenhængen mellem sand anomali, f og excentrisk anomali, E_k er illustreret. S er satellittens position i baneplanet (ECI) [Borre, 1995, s. 35].

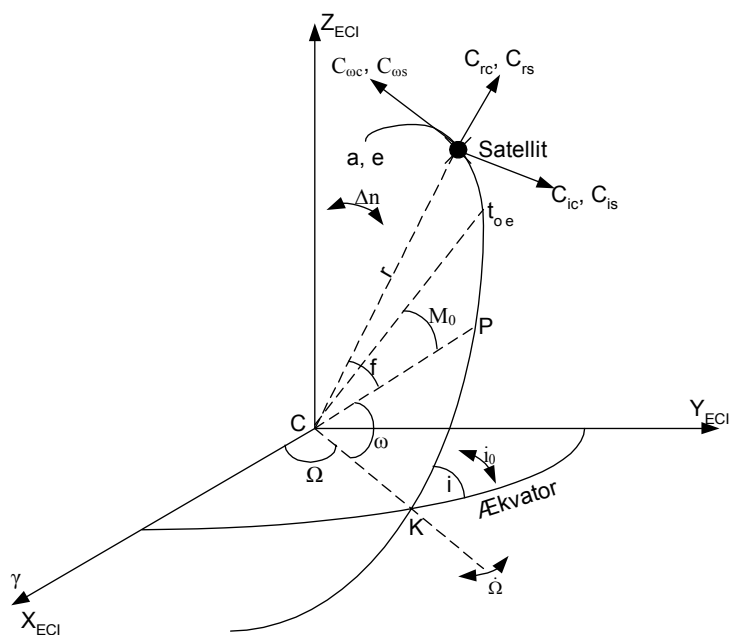
M_0 Middel anomali ved referencetidspunktet

E_k Excentrisk anomali

f Sand anomali

Middel anomali er angivet i efemeridedata, se Figur 7, hvorefter excentrisk og til sidst sand anomali kan beregnes, som er vinklen mellem perigæum og satellit i baneplanet angivet i det inertielle koordinatsystem (ECI).

Efemeridedataene er opstillet i Appendiks 4 og vist på Figur 7:



Figur 7 Geometrisk betydning af efemeridedata, som er opstillet i Appendiks 4.
[\[http://www.gmat.unsw.edu.au/snap/gps/gps_survey/chap3/333.htm, 01.03.03\]](http://www.gmat.unsw.edu.au/snap/gps/gps_survey/chap3/333.htm)

Signalstruktur

Fra alle satellitter udsendes bærebølgerne L1 og L2 med atomurenes grundlæggende frekvens 10,23 MHz [Dueholm, K., Laurentzius, M., 2002], [Borre, 1995, s. 16] og [Leick, 1995, s. 68].

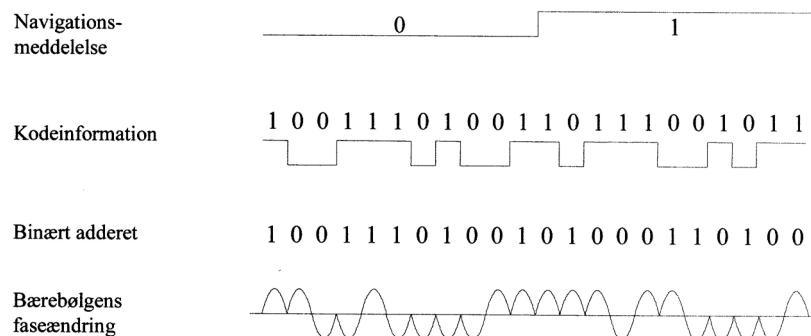
Atomurs grundlæggende frekvens	10,23 MHz
L1 bærebølge	154*10,23 MHz
L1 frekvens f_1	1 575,42 MHz
L1 bølgelængde λ_1	190,3 mm
L2 bærebølge	120*10,23 MHz
L2 frekvens f_2	1 227,60 MHz
L2 bølgelængde λ_2	244,2 mm
P-kode frekvens	10,23 MHz
P-kode bølgelængde	29,31 m
P-kode periode	266 dage

C/A-kode frekvens	1023 MHz
C/A-kode bølgelængde	293,1 m
C/A-kode periode	1 ms
Efemeridens frekvens	50 bps
Efemeridens periodelængde	30 s

Tabel 2: GPS satellitsignaler [Borre, 1995, s. 18].

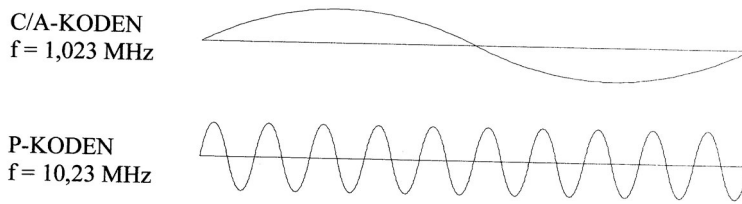
Måling på koden

Den grundlæggende observationsstørrelse indenfor måling på koden er udbredelsestiden af signalet mellem satellit og modtager. Denne udbredelsestid omregnes til en afstand ved at kende hastigheden for signalets udbredelse. For at kunne måle bølgens udbredelsestid moduleres bølgen med en række koder, jf. Figur 8:



Figur 8: Modulation af kode på bærebølge. [Dueholm, K., Laurentzius, M., 2002]

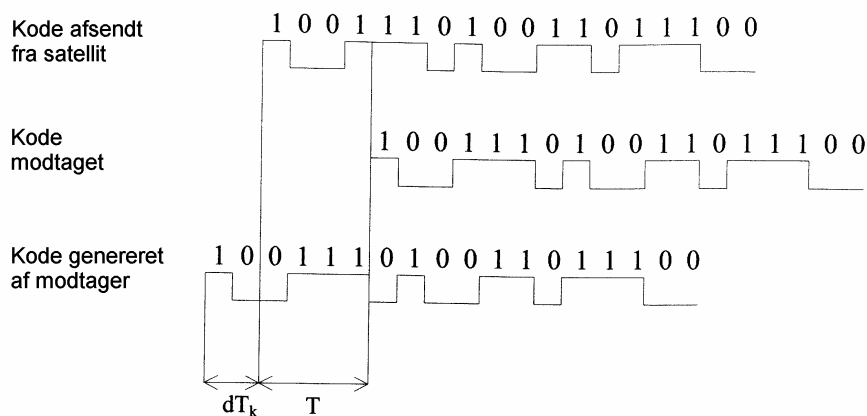
Disse bærebølger er moduleret med to forskellige koder, P-koden og C/A-koden, hvoraf C/A-koden kun er moduleret med L1. Det ses af Figur 9 at P-kodens bølgelængde er 10 gange mindre end C/A-koden,



Figur 9: Forskellen mellem C/A- og P-kodens bølgelængde [Dueholm, K., Laurentzius, M., 2002].

hvilket medfører nøjagtigere positionering ved måling på P-koden. P-koden er dog ikke tilgængelig for civile brugere.

Den egentlige måling på koden foregår ved at det modtagne signal fra en specifik satellit sammenlignes med en i modtageren tilsvarende generet bærebølge med påmoduleret kode, også kaldet korrelation. Forskydningen mellem det modtagne signal og den genererede kode omsættes til tid jf., Figur 10:

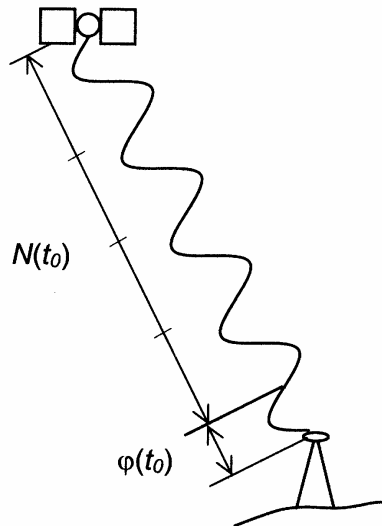


Figur 10: Korrelation mellem koden, der er genereret i modtageren og signalet afsendt fra satellitten [Dueholm, K., Laurentzius, M., 2002].

Måling på fasen

Ved måling på fasen måles der direkte på bærebølgen L1 og/eller L2. Udfra samme princip som ved kodemåling, sammenlignes bærebølgen

fra satellitten med en i modtageren genereret kopi af bølgen, hvor forskydningen mellem det modtagne signal og den genererede bølge φ omsættes til tid. For at bestemme afstanden mellem satellit og modtager skal vi dog også kende antallet af hele bølgelængder, også kaldet periodekonstanten N , jf. Figur 11:



Figur 11: Den observerede fase og periodekonstanten N til tiden t_0 [Dueholm, K., Laurentzius, M., 2002].

Periodekonstanten kan, som nævnt i foranalysen, elimineres ud fra tripeldifferente observationer. I praksis estimeres en foreløbig værdi af periodekonstanten gennem kodemålingen, hvorefter det hele antal bølgelængder bestemmes gennem udjævning [Dueholm, K., Laurentzius, M., 2002] og [Kaplan, E., 1996].

Der findes en række avancerede matematiske metoder til bestemmelse af periodekonstanten, og der bliver forsket specielt meget indenfor dette område, da en hurtig bestemmelse af periodekonstanten vil medføre en reduktion i måletiden [Parkinson, B., Spilker, J., 1996].

KONTROLDELEN

Kontroldelen består af fem kontrolstationer, se Figur 12, hvis formål er at [Borre, 1995, s. 15]:

- Styre og kontrollere satellitsystemet
- Fastlægge GPST
- Forudberegne satellitternes efemerider og gang
- Periodisk ændre hver enkelt satellits efemeridedata



Figur 12: De fem kontrolstationer, som tilsammen udgør kontroldelen i GPS [www.kowoma.de/gps/ Umlaufbahnen.htm].

Dette foregår ved at indsamle data fra samtlige satellitter, der videregives til hovedkontrolstationen i Colorado Springs, Colorado, hvor alle beregninger foregår. Opdaterede efemeridedata sendes derefter til satellitterne [Leick, 1995, s. 77] og [Borre, 1995, s. 15].

BRUGERDELEN

Den sidste del i GPS, består af modtageren, som i foranalysen er blevet klassificeret efter, hvilke signaler modtageren benytter til positionering.

A.2 SATELLIT-KONSTELLATION

Opsendelses rækkefølge	PRN	SVN	Opsendelses dato			Baneplan
II-1		14	14	FEB	89	N/A
II-2	2	13	10	JUN	89	B5
II-3		16	18	AUG	89	N/A
II-4		19	21	OCT	89	N/A
II-5	17	17	11	DEC	89	D3
II-6		18	24	JAN	90	N/A
II-7		20	26	MAR	90	N/A
II-8		21	2	AUG	90	N/A
II-9	15	15	1	OCT	90	D5
IIA-10	23	23	26	NOV	90	E5
IIA-11	24	24	4	JUL	91	D1
IIA-12	25	25	23	FEB	92	A2
IIA-13		28	10	APR	92	N/A
IIA-14	26	26	7	JUL	92	F2
IIA-15	27	27	9	SEP	92	A4
IIA-16	1	32	22	NOV	92	F4
IIA-17	29	29	18	DEC	92	F5
IIA-18	22	22	3	FEB	93	B6
IIA-19	31	31	30	MAR	93	C3
IIA-20	7	37	13	MAY	93	C4
IIA-21	9	39	26	JUN	93	A1
IIA-22	5	35	30	AUG	93	B4
IIA-23	4	34	26	OCT	93	D4
IIA-24	6	36	10	MAR	94	C1
IIA-25	3	33	28	MAR	96	C2
IIA-26	10	40	16	JUL	96	E3
IIA-27	30	30	12	SEP	96	B2
IIA-28	8	38	6	NOV	97	A3
IIR-1		42	17	JAN	97	***
IIR-2	13	43	23	JUL	97	F3
IIR-3	11	46	7	OCT	99	D2
IIR-4	20	51	11	MAY	00	E1
IIR-5	28	44	16	JUL	00	B3
IIR-6	14	41	10	NOV	00	F1
IIR-7	18	54	30	JAN	01	E4
IIR-8	16	56	29	JAN	03	B1
IIR-9	21	45	31	MAR	03	B3

Tabel 3: Den nuværende satellitkonstellation (***) mislykket opsendelse) pr. 25/5-2003 [tycho.usno.navy.mil/gpscurre.html].